

目录

第一部分 复数

1

第一部分 复数

数论

问题 1. 对于 b^2 , $b \in \mathbb{Z}^+$, 找出 $c, d \in \mathbb{Z}^+$ 使得 $b^2 = c^2 + d^2$.

证明.

□

球极投影

定义 0.1. [扩展复平面] 集合 $\mathbb{C} \cup \{\infty\}$ 称为扩展复平面, 记为 \mathbb{C}_∞ . 对于 $z, \in \mathbb{C}_\infty$, 定义度量 $d(z, \infty) = d(\infty, z) = \infty$.

从扩展平面到三维球面 S 有映射 f 定义如下

$$f(z) = \left(\frac{z + \bar{z}}{|z|^2 + 1}, \frac{-i(z - \bar{z})}{|z|^2 + 1}, \frac{|z|^2 - 1}{|z|^2 + 1} \right) \quad (1)$$

我们来证明球极投影是一个连续的双射, 并且其逆映射也连续。

定理 0.1.