














## lecture1

- ✓  Introduction
  -  Motivation
  -  Objective
- ✓  Computer Arithmetic
  -  Floating point numbers
  -  Error Analysis
  -  Floating Point Operations
- ✓  Algorithms and Convergence
  -  Algorithms
  -  Convergence

## lecture2

-  The Root-Finding Problem
-  Newton's Method
-  Error Analysis for Iterative Methods

### lecture3

- 🔖 Vector Norms
- 🔖 Fixed Points for Functions of Several Variables
- 🔖 Newton's Method for Nonlinear Systems
- 🔖 Gradient Descent Techniques

### lecture4

- 🔖 Linear Systems of Equations
- 🔖 Matrix Factorization

### lecture5

- 🔖 Norms
- 🔖 Eigenvalues and Eigenvectors
- 🔖 Convergent Matrix
- 🔖 Iterative Methods

## lecture6

- Linear Algebra and Eigenvalues
- The Power Method
- The Inverse Power Method




## lecture7

- Interpolation
- Taylor Polynomials
- Lagrange Interpolating Polynomials
- Neville's Method







## lecture8

- Newton's Divided Difference Interpolating Polynomial
- Piecewise-Polynomial Approximation
- Construction of a Cubic Spline







## lecture9

-  Discrete Least Squares Approximation
-  Orthogonal Polynomials and Least Squares Approximation
-  Rational Function Approximation





## lecture10

-  Numerical Differentiation
-  General Derivative Approximation Formulas
-  Three-point Derivative Approximation Formulas
-  Numerical Approximations to Higher Derivatives
-  Round-Off Error Instability
-  Richardson's Extrapolation

## lecture11

-  Numerical Integration
-  Trapezoidal Rule
-  Simpson's Rule
-  Measuring Precision
-  Composite Numerical Integration
-  Romberg Integration

## lecture12

-  Initial-Value Problems for ODEs
-  Euler's Method
-  Higher-Order Taylor Methods
-  Runge-Kutta Methods

## lecture13

- Systems of Differential Equations
- Higher-Order Differential Equations
- Boundary-Value Problems for ODEs
- The Linear Shooting Method
- Finite-Difference Methods
- Numerical Solutions to PDEs

## 2021秋

### 填空题

自由样条内插、  
simpson积分求解、  
雅克比迭代矩阵、  
谱半径计算；

### 大题

给定一个方程式以及其初值，利用不动点迭代有几种不同的形式，判断收敛性。（这道题和PPT上一个例子很像，甚至可能是同一个？不过PPT上作为例子是讲有些形式不能收敛，有些形式收敛几十次才能达到预期结果，可以着重注意一下）

证明 $X^{(k+1)} = (1, 2+1/k, 1/k^2, \exp(-k)\sin(k))$ （转置）在 $L_2$ 范数条件下一定收敛到 $(1, 2, 0, 0)$ 。

（我记得PPT也是一道例题，可惜我不记得怎么证明了，主要PPT实在太多了公式也有很多不太容易记忆）  
请写出牛顿迭代法求非线性方程组的过程步骤，给出一个非线性方程组求两次迭代结果。

欧拉方法解常微分，给定方程、初值与 $h$

证明simpson积分方法公式误差为三次代数精度。（题目就是这样的，我不会做是我菜ww）

理查德外推公式。（作业上有这道题目的，可参考）

## 2021-2022秋

### 填空

每题两空，一空三分

- 给了一个二元的线性方程组，写它的高斯赛德尔迭代形式，以及写出迭代矩阵的谱半径
- 对分迭代，判断第一次和第二次迭代以后的搜索区间即可
- 三个点，分别用二次多项式分段插值和线性最小二乘
- 给了一个 $f(x)$ ，用simpson积一下，用三点公式求导一下
- 三个点，cubic spline 插值（三次多项式）

## 大题

### 一题十分

- $f(x)$ ，构造了五个 $x=g(x)$ ，分别判断一下能否用1.5作为初值进行不动点迭代，实现收敛
- 手王Jacobi迭代两次 > 大题第二题是非线性系统的牛顿迭代法，其中要用到雅可比矩阵和它的逆(感谢2L指出)
- 证明一个向量（各个分量是关于 $x$ 的函数）在 $L^2$ 范数上是收敛到某常向量
- 证明一个迭代形式的线性系统必定收敛，并且写出这个线性方程组原本的样子
- 欧拉迭代解ODE
- 证明simpson公式是三次精确的（记得PPT有，想不起来了（—），用拉格朗日插值推导子一下，是二次的，应该用Taylor）
- Richardson's Extrapolation（消消乐，没化简，也不知道对不对）

补充填空题第二题，给了三个点， $f(0)=1, f(1)=1.2, f(2)=1.3$ ，用辛普森公式求 $[0,2]$ 上积分，用三点公式求 $f'(0)$ 想起来了填空题第四题，一个二分法解寻根问题，问你第一次迭代的区间和第二次迭代后的区间，比较简单。方程好像是 $x^3+x-1$ ，然后给定区间是 $[0,1]$  大题第二题是非线性系统的牛顿迭代法，其中要用到雅可比矩阵和它的逆

我想起来了，第二题是我说的，第四题是一个二分法解寻根问题，问你第一次迭代的区间和第二次迭代后的区间，比较简单。方程好像是 $x^3+x-1$ ，然后给定区间是 $[0,1]$

## 2020冬

牛顿法解方程 做三次迭代 给出结果

$x_0$ 为某值能否作为初值条件 为什么

2阶拉格朗日近似 求 $a, b, c$  给3个点

4个未知数的方程组 (1) 高斯赛德尔方法 迭代矩阵 (2) 雅可比法 迭代矩阵 (3) 两种方法能否收敛？如果都收敛，哪种更快？

runge-kutta法解方程 证明截断误差为 $O(h^3)$  我不会

设计一个算法求矩阵最小的特征值和与之对应的特征根 应该是求逆矩阵然后用幂法？

最小二乘法 $W=a^T s$  给出 $W$  求 $a, s$  我没做错的话应该是取对数变成线性 所以就是线性最小二乘法

证明 $\int_{-1,1} |x| f(x) dx = 1/4 (f(-1) + 2f(0) + f(1))$  对于不高于3阶的多项式 $f(x)$  绝对正确

欧拉法解常微分方程 给出 $h$  近似一个点

(15')(1) 推导五点中值差分  $O(h^4)$  的式子 (2) 用此式子求 $\cos(1)$ 的导数 (3) 舍入误差为 $5 \cdot 10^{-8}$ 时  $h=0.05$  是否是误差最小的？如果不是 应该取多少？

## 2020秋

### 填空

收敛矩阵

矩阵范数

牛顿法迭代求根

数值修约规则

### 大题

拉格朗日内插多项式

证明严格对角主导矩阵一定可逆

线性最小二乘法及其误差

欧拉方法求解微分方程

分别用Jacobi和Gauss-seidel求矩阵谱半径，再用Gauss-seidel求解方程组

用Trapezoidal和Simpson's Rule求积分

用 $N(h)$ 、 $N(h/3)$ 和 $N(h/9)$ 表示 $M$ 的 $O(h^6)$ 的近似值(Richardson's Extrapolation)

Cubic Spline Interpolant 而且证明题是老师在课堂上点名要考的，还有理查森外推那题是Hw\_5上的