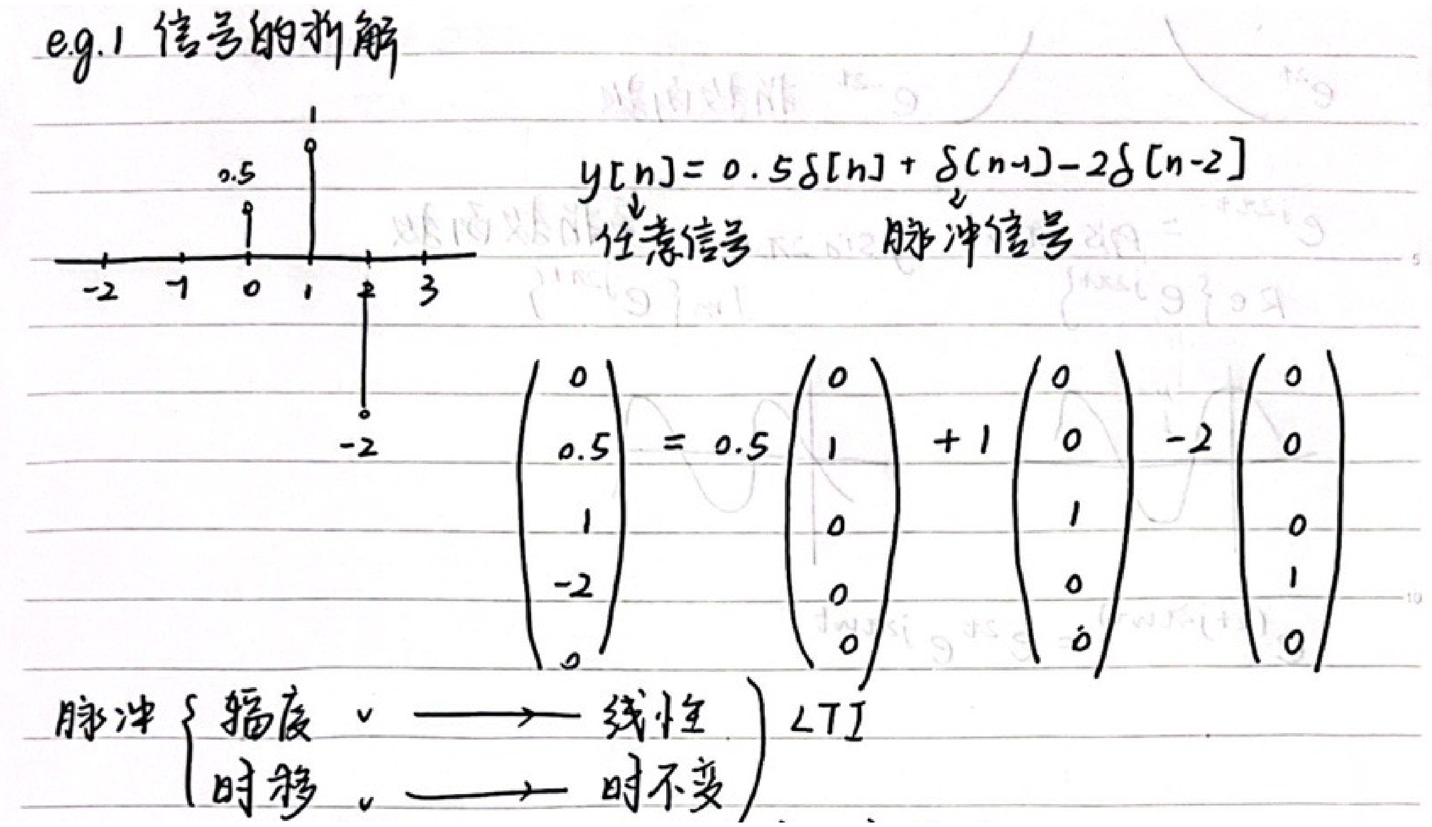
信号与认知系统L3&L4

by starry

L3(2024.3.5)

1 板书整理

1.1 信号的拆解



- 思考题：将任意信号拆解为单位脉冲信号的意义/原因?
  - 可以通过对脉冲的相应计算对任意信号的相应

1.2 滑动/移动平均

- 求周围几个点的平均值
- 简单来说，滑动平均法把前后时刻的一共2n+1个观测值做平均，得到当前时刻的滤波结果。

> https://zhuanlan.zhihu.com/p/78848809
>
> 数据平滑方法的原理和应用

1.3 周期信号

周期信号 $x(n)=x(n+N)$，周期 N

e.g.1. $x(n)=\sin(2\pi\frac{1}{10}n)$

$$x(n)=\sin(2\pi\frac{1}{10}(n+N))$$

$$=\sin(2\pi\frac{n}{10}+\underbrace{2\pi\frac{N}{10}}_{2k\pi}) \Rightarrow \cancel{k=1}\ N=10k,\ k=1,2,3,\cdots$$

$x(n)=\sin(2\pi\frac{1}{6}n)$

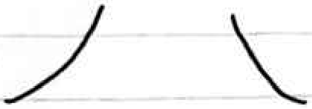
$n=0$, $\sin(0)=0$

$n=1$, $\sin(\frac{\pi}{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cdots$

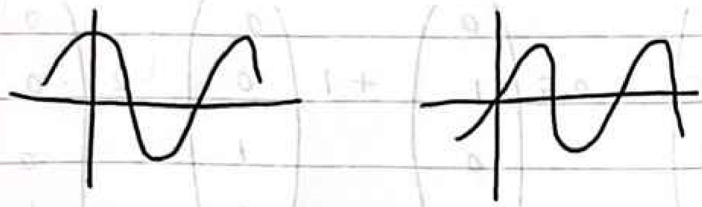
1.4 复指数函数

$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ 欧拉公式

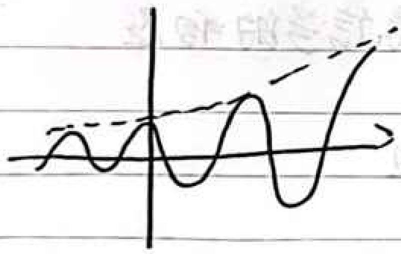
e^{2t}  e^{-2t} 指数函数

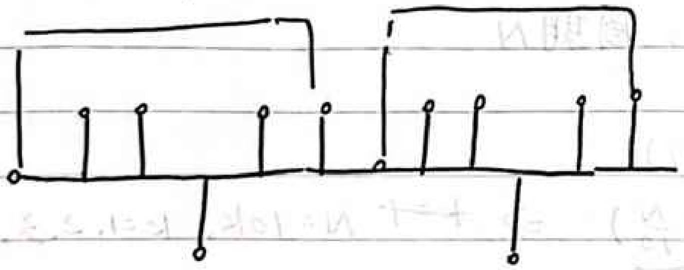
$e^{j2\pi t} = \cos 2\pi wt + j\sin 2\pi wt$ 复指数函数

$Re\{e^{j2\pi t}\}$ $Im\{e^{j2\pi t}\}$



$e^{(2+j2\pi wt)} = e^{2t}e^{j2\pi wt}$





$T = 6$

找到几个周期为6的复指数函数

2 代码部分

```
clear;clc
n=0:100;
figure;hold on %图形保持活动状态
x=sin(2*pi*0.4*n);
stem(x,'k') %每个数据点处会有垂直的线段（称为干线）指向x轴，黑色
x=sin(2*pi*0.6*n);
stem(x,'g') %绿色
ylim([-1 1]) %设置y轴范围
x=exp(-0.1*n+1j*2*pi*0.2*n);
subplot(2,1,1)
stem(real(x))
```

```
ylim([-1,1])
subplot(2,1,2)
stem(imag(x))
ylim([-1,1])
%差一个循环
% 注释：Ctrl+R
%
% 取消注释：Ctrl+T
%
% 注释换行：Alt+Q
for w=0:0.01:1 %产生频率值，迭代变量w从0开始，以0.01的步长增加，直到达到或接近1
    x=sin(2*pi*w*n); %使用正弦函数生成一个相应频率的正弦波
    stem(x,'k')
    title(w)
    pause %暂停程序
end
```

- 思考题：最后那个for循环生成的100个信号是不是都是以100为周期的信号，除去这100个信号，还有没有其它以100为周期的正弦信号？

$sin(2\pi w(n+t)) \Rightarrow 2\pi Tw = 2k\pi$

$T = \frac{k}{w}, k = 1, 2, 3, \cdots$

因此，w 可以为任何整数的 $\frac{1}{100}$。

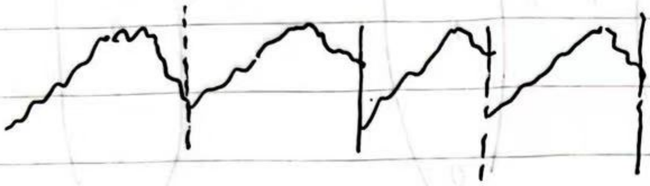
L4(2024.3.7)

1 板书整理

1.1 信号的平移与旋转

$X(n) = X(n+N)$

↳整数 ↳正整数



$X[n] = \cos(wn)$

↳整数

$X[n+N] = \cos(w(n+N))$

$wN = 2k\pi \Rightarrow w = \frac{2k\pi}{N}$

有理数

$e^{jwt} = \cos wt + j\sin wt$ 复指数

$X(n) = \sin(wn)$

① 放大2倍 $2X[n]$

② 平移 $X(n-m)$

$\sin(wn+\theta)$

$e^{jwn} \xrightarrow[\times e^{\theta}]{平移} e^{\theta}e^{jwn} = e^{j(wn+\theta)}$

$e^{\alpha}e^{jwn} \rightarrow \begin{cases} \alpha 实数. 放大 \\ \alpha 虚数. 平移 \end{cases}$

1.2 信号的输入与输出

任意信号 $X(n)$，输入LTI系统，输出是什么?

- 需要知道单位脉冲响应 $h(n)$
- 输出 $X(n) * h(n)$
  - $X(n) = \sum X(k)\delta(n-k) \xrightarrow{LTI} h(n-k)$

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = a_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + a_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + a_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \cdots + a_n \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

- 0峰、1峰、2峰……

听力的测量

- 判断听觉阈限（范围）的方法
  - 主观报告
  - 测脑电（ERP）：不同频率信号→脑电
- 医学上不采用ERP的原因
  - 受主观因素影响多大

2 代码部分

2.1 声音信号

```
clear;clc
fs=44.1e3;  %采样频率，Hz
t=0:1/fs:.5;
x1=sin(2*pi*250*t);
x2=sin(2*pi*250*2*t);
x3=sin(2*pi*250*4*t);
x4=sin(2*pi*250*8*t);
x=[x1 x2 x3 x4]*0.1;
% plot(t,x)
% xlabel('time (s)')
sound(x,fs)
```

- 思考题：为什么开头结尾有咔的声音？

> 可能在音频信号的拼接部分引入了不连续性，这导致了开始和结束处的“卡嗒”声。当您将正弦信号 *x*1,*x*2,*x*3, 和 *x*4 连接成一个信号 *x* 时，如果在连接点有信号幅度或相位的突变，就会产生这些声音。

- $x1, x2, x3, x4$,差八度，do re mi差 $\frac{1}{12}$ 个周期（十二平均律）

2.2 信号的平移

```
clear;clc
N=100;
n=1:N;
% x=sin(2*pi*0.02*n);
% stem(x)
x=exp(1j*2*pi*0.02*n);
figure;
subplot 211
stem(imag(x))
A=exp(log(2)+1j*pi/3);
y=A*x;
subplot 212
stem(imag(y))
```

2.3 离散信号频率变化

```
clear;clc
fs=100;  %采样频率, Hz
t=0:1/fs:1;
fsH=1e4;
tH=0:1/fsH:1;
% 一共有100个周期为100个点的正弦信号，这些信号彼此不同
% 当w在1-50范围内时，w增大，信号频率上升
% 当w在51-100范围内时，w增大，信号频率下降
for w=1:100
    x=sin(2*pi*w*t);
    xH=sin(2*pi*w*tH);
    clf;hold on;
    plot(t,x,'o')
    plot(tH,xH)
    title(w)
    pause(1)
end
```

```
% w = 100+w0 时的离散正弦信号与 w = w0时的离散正弦信号相同
for w=[1 101 201 301]
    x=sin(2*pi*w*t);
    xH=sin(2*pi*w*tH);
    clf;hold on;
    plot(tH,xH,'r')
    plot(t,x,'bo')
    title(w)
    pause(1)
end
```

> 采样定理（Nyquist定理）的一个重要应用。当信号的频率高于采样率的一半时，会发生混叠（aliasing）现象，即采样到的信号与原始信号不同。这是由于采样频率不足以捕获高频信号的快速变化，导致信号信息丢失或混叠。
>
> 随着角频率越来越快，如果采样频率没有相应增加，就会出现混叠现象。类比汽车的情况，当车轮转动速度过快时，如果我们以较低的频率观察车轮，就会出现车轮倒转的错觉，实际上是因为采样频率不足以捕获车轮的真实运动。
>
> 为了避免混叠现象，需要确保采样频率高于信号中最高频率的两倍，这样可以确保完整地捕获信号的频率信息。如果信号的频率超过了采样率的一半，通常会使用低通滤波器对信号进行预处理，以去除混叠现象。