

Homework1

1. 假设在一个箱子中装有10只灯泡，其中3只是次品。现在从其中取两次灯泡，每次随机取一个，一种情况采取无放回抽样，一种情况采取放回抽样，定义随机变量如下 $X = 0$, 如果第一次取出的是正品 $X = 1$, 如果第一次取出的是次品 $Y = 0$, 如果第二次取出的是正品 $Y = 1$, 如果第二次取出的是次品
- 解：

- 求无放回抽样和放回抽样条件下的各个联合概率(4 分)
 - 在无放回抽样条件下，随机变量 X 和 Y 是否独立(2 分)
 - 在放回抽样条件下，随机变量 X 和 Y 是否独立(2 分)
2. 通过伯努利分布的分布律求其数学期望和方差(4 分)

解：

对于随机变量 X ，记成功的概率为 $p(0 \leq p \leq 1)$ ，失败的概率为 $q = 1 - p$ ，其分布律为：

$$f_X(x) = p^x(1-p)^{1-x} = \begin{cases} p & \text{if } x = 1, \\ q & \text{if } x = 0. \end{cases}$$

数学期望为：

$$E[X] = \sum_{i=0}^1 x_i f_X(x) = 0 + p = p$$

方差为：

$$\text{Var}[X] = \sum_{i=0}^1 (x_i - E[X])^2 f_X(x) = (0 - p)^2(1 - p) + (1 - p)^2 p =$$

3. 通过在 a 到 b 之间的均匀分布的概率密度函数求其数学期望和方差(4 分)
- 解：

4. 证明，对于一元线性回归分析，回归系数的最小二乘估计值和极大似然估计值是一致的。(9 分)

解：