信号与认知系统

1 信号与系统的基本概念

信号

信号：数字随时间变化（在数学上，以函数、数列的形式表现）

向量：两个以上的数字构成一个向量

一维信号：单个的数字

多维信号：一个向量随时间变化

采样

采样：取离散的观测点的过程，采样永远是不准确的

采样周期：采样的两个点之间的时间间隔

采样频率：采样的两个点之间的时间间隔分之一

> 脑电信号的采样率 fs：每秒从连续信号中提取并组成离散信号的采样个数。
>
> e.g. $fs = 1000HZ$，即采样率为$1000Hz$，每秒采样1000次。

如何选择采样频率：取决于信号本身的变化速率，如果信号本身变化特别快，用一个快的采样频率；如果信号本身变化不是很快，用慢一点的采样频率。

采样定理：采样频率$\geq 2 * F$（信号最快频率）

低通滤波：把高的频率去除掉以后再进行采样

连续时间信号和离散时间信号

连续时间信号：

$x[t]$：自变量 t连续可变，信号在自变量的连续值上都有定义。

离散时间信号/数字信号：

$x[n]$：自变量 n 只在离散点有值，即数字信号只有在离散的时间点进行采样。

1、适合计算机处理

2、采样：连续时间信号⇒离散时间信号

物理世界中的信号都是连续的，只是我们在离散点采样记录。

奇异信号：脉冲信号与阶跃信号

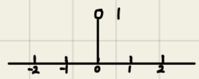
脉冲信号：按一定电压幅度、一定时间间隔连续发出的信号

脉冲信号之间的时间间隔称为周期；而将在单位时间（如1秒）内所产生的脉冲个数称为频率

任意信号都可以用脉冲信号来表示

单位脉冲信号：

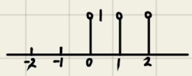
$$\delta[n]=\begin{cases}1, & n=0\\ 0, & n\neq 0\end{cases}$$



阶跃信号：一种特殊的连续时间信号，是一个从0跳变到1的过程。

单位阶跃信号：

$$U[n]=\begin{cases}1, & n\geq 0\\ 0, & n<0\end{cases}$$



$$\begin{cases}\delta[n]=U[n]-U[n-1]\\ U[n]=\sum_{k=1}^{+\infty}\delta[n-k]\end{cases}$$

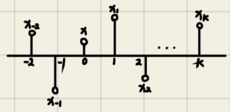
信号的变形：平移，翻转，尺度变换

$X[n-1]$：$X[n]$ 右移一格

$X[n+1]$：$X[n]$ 左移一格

$x(k)X[n-k]$：$X[n]$右移k，且每个点值乘以$x(k)$

任意信号 $X[n]=(\cdots x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1, x_2 \cdots x_k)$



$$\cdots+x(k-1)\cdot\delta[n-k+1]+\cdots$$
$$=x(k)\cdot\delta[n-k]+x(k+1)\cdot\delta[n-k-1]+\cdots$$
$$=\sum_{-\infty}^{+\infty}x(k)\cdot\delta[n-k]$$

∴ 任意信号可以用脉冲信号来表示

将任意信号 $x[t]$ 拆分为单位脉冲信号之和的意义：

如果能够将线性时不变系统的输入用一组基本信号的线性组合来表示，就可以根据该系统对这些基本信号的响应，然后利用叠加性质求得整个系统的输出。

系统

系统：任何的把一个信号变成另一个信号的过程

$X[n] \longrightarrow y[n]$

eg: $y[n] = A \cdot X[n]$ 调整幅度
$y[n] = X[n-N]$ 时移
两个最基本的系统模块

$y[n] = X[2n]$ 抽样

$y[n] = X^2[n]$

$y[n] = \log X[n]$

离散时间系统的基本性质：因果性、稳定性、线性性、时不变性

1. 因果性
   一个系统在任何时刻的输出只取决于现在的输入及过去的输入，该系统就称为因果系统。
   这样的系统往往也称为不可预测的系统，因为系统的输出无法预测未来的输入值。
2. 稳定性
   一个稳定系统，若其输人是有界的 （即输人的幅度不是无界增长的），则系统的输出也必须是有界的，因此不可能发散。
3. 时不变性
   系统的特性和行为不随时间而变，该系统就是时不变的。
4. 线性
   令 y[t] 是一个连续时间系统对输入 $x[f]$ 的响应，而 $y[t]$ 是对应于输入 $x[t]$ 的输出。线性系统具有如下叠加性质：
   1. 可加性
      $y_1[t]+y_2[t]$ 是对 $x_1[t]+x_2[t]$ 的响应
   2. 齐次性
      $ay_1[t]$ 是对 $ax_1[t]$ 的响应，此处 a 为任意复常数

线性性:齐次性、可加性 $\Rightarrow ax_1(n)+bx_2(n) \longrightarrow ay_1(n)+by_2(n)$

$ax(n) \longrightarrow ay(n)$

$x_1(n) \longrightarrow y_1(n)$
$x_2(n) \longrightarrow y_2(n)$
$x_1(n)+x_2(n) \longrightarrow y_1(n)+y_2(n)$

时不变性:系统输入输出的处理时间不变

$x_1[n] \longrightarrow y_1[n]$
$x_1[n-k] \longrightarrow y_1[n-k]$

eg: $x_1[n] \rightarrow y_1[n] = x_1[2n]$
$x_2[n] = x_1[n-1] \longrightarrow y_2[n] = x_2[2n] = x_1[2n-1]$
$y_1[n-1] = x_1[2n-2]$
$y_2[n] \neq y_1[n-1]$

$\therefore$ 这不是时不变性系统

研究一个系统的方法

1、不断给系统不同的输入，归纳总结系统到底做了什么

2、更加系统化的方法知道系统如何处理一个信号（一个固定的解析形式）

3、知道系统对于某个信号的响应以后，推导知道这个系统对任何信号的响应

2 线性时不变(LTI)系统

LTI系统的刻画

对于LTI系统，记 $x[n]$ 为LTI系统的**输入信号**， $h[n]$ 为该系统对于单位脉冲信号 $\delta[n]$ 的**响应** 。则 $x[n]$ 和 $h[n]$ 的**卷积和**：

$$y[n]=x[n]*h[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x[k]h[n-k]$$

即为该系统当输入为 $x[n]$ 时的**输出信号**。

推导

因为 $h[n]$ 为该LTI系统对于单位脉冲信号 $\delta[n]$ 的**响应** ，即：

$$\text{系统在输入信号为}\delta[n]\text{时的输出信号}=h[n]$$

由LTI系统的时不变性， $h[n-k]$ 为该系统对 $\delta[n-k]$ 的响应，即：

$$\text{系统在输入信号为}\delta[n-k]\text{时的输出信号}=h[n-k]$$

由LTI系统的线性性，任意一个信号序列 $x[n]$ 可以表示为一串移位的单位脉冲序列 $\delta[n-k]$ 的线性组合：

$$x[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x[k]\delta[n-k]=x[n]*\delta[n]$$

所以：

$$\begin{aligned}\text{系统在输入信号为}x[n]\text{时的输出信号}&=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x[k]h[n-k]\\&=x[n]*h[n]\\&=y[n]\end{aligned}$$

卷积的性质

交换性：$x[n]*h[n]=h[n]*x[n]$

......

任意信号 $x[t]$ 与 $\delta[t]$ 的卷积，仍然是该信号本身。

任意信号 $x[t]$ 与 $\delta[t-t_0]$ 卷积，相当于原信号延迟 t_0。

任意信号 $x[t]$ 与 $u[t]$ 的卷积，相当于对该信号积分。

......

Matlab实现

plot 绘图

```
%散点（圆）
subplot(2,2,1)
theta=[0:pi/10:2*pi];
plot(cos(theta),sin(theta),'x') %'x'数据点符号
```

```
%线（圆）
subplot(2,2,2)
plot(cos(theta),sin(theta),'-x') %'-'线型

%线（圆弧）
subplot(2,2,3)
theta=[0:pi/10:pi]; %调整区间
plot(cos(theta),sin(theta),'-x')
axis([-2 2 -2 2]) %坐标轴刻度范围标定
```

conv 卷积

```
x=[1 0 2 3.4 7.1 -5 -2]
figure
subplot(2,2,1);stem(x,'r');subplot(2,2,2);stem(conv(x,[1 0 0 0 0]),'r')
subplot(2,2,3);stem(x);subplot(2,2,4);stem(conv(x,[1 -1 -1 0 0]))
```

filter 滤波

```
uiopen('D:\matlab\test\ZJU.png',1) %加载文件 导入图像数据变量cdata与alpha
imagesc(cdata) %绘图

cdata=mean(cdata,3);
imagesc(cdata)

colormap gray
x=filter([1-1],1,cdata);
figure;imagesc(x);colormap gray
cdata=cdata(1:1000,:);
x=filter([1 -1],1,cdata);
figure;image(x);colormap gray
x=filter(ones(100,1),1,cdata);
```

（自己试一下）

*第二周

常见周期信号

正弦信号

$$x[t]=Asin[\omega_0 t+\varphi_0]$$

复指数信号

$$x[t]=e^{st}$$

> 欧拉公式：$e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$

Matlab实现

MATLAB 示例代码如下。

```
clear;clc %清空
n=0:100
%figure;hold on

%正弦信号示例1
subplot(2,2,1)
x=sin(2*pi*0.02*n)
stem(x,'r') %绘制离散信号
ylim([-1 1])

%正弦信号示例2
subplot(2,2,2)
x=sin(2*pi*0.6*n)
stem(x,' b')
ylim([-1 1])

%复指数信号示例1
subplot(2,2,3)
x=exp(1j*2*pi*n)
z=imag(x) %虚部
plot(n,z,'g')

%复指数信号示例2
subplot(2,2,4)
x=exp(1j*2*pi*n)
z=real(x) %实部
plot(n,z,'black')
```