

Berufsakademie Villingen-Schwenningen
Studiengang Banken und Bausparkassen

DISKUSSIONSBEITRÄGE

Discussion Papers

Nr. 05/08

Performancemessung und Optimierung von Portfolios unter Diversifizierung der Anlageklassen und Anlageinstrumente Immobilienaktien und REITs

Dipl. Betriebswirt (BA) Alexander Kraus



IMPRESSUM

Herausgeber

Prof. Dr. Wolfgang Disch
Studiengang Banken und Bausparkassen
Berufsakademie Villingen-Schwenningen
Staatliche Studienakademie
Friedrich-Ebert-Straße 30
78054 Villingen-Schwenningen
Telefon 07720/3906-127
Telefax 07720/3906-119
E-mail disch@ba-vs.de
Internet www.ba-vs.de

Redaktion

Prof. Dr. Wolfgang Disch

Druck

Dokument-Center, Villingen-Schwenningen

ISSN 1613-4842

Alle Rechte vorbehalten

© 2008, Dipl. Betriebswirt Alexander Kraus

Performancemessung und Optimierung von Portfolios unter Diversifizierung der Anlageklassen und Anlageinstrumente Immobilienaktien und REITs

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	VI
Abbildungsverzeichnis	VIII
Tabellenverzeichnis	IX
1 Auf dem Weg zum optimalen Portfolio	1
1.1 Einführung ins Thema	1
1.2 Struktur der Arbeit	2
2 Finanzmathematische Grundlegung der Portfoliotheorie	4
2.1 Renditebegriffe	4
2.1.1 Rendite und Performance	4
2.1.2 Die einfache Rendite / Rendite im Einperiodenfall	4
2.1.2.1 Die arithmetische Rendite	5
2.1.2.2 Die geometrische Rendite	6
2.1.3 Die stetige Rendite	7
2.1.4 Inflation	8
2.1.5 Wechselkursrendite	9
2.1.6 Renditeprognose (ex ante)	10
2.2 Risiko und Risikomaße	11
2.2.1 Unsicherheit und Risiko	11
2.2.2 Streuungsmaße	12
2.2.2.1 Definitionen	12
2.2.2.2 Berechnungsbeispiele für die Streuungsmaße	13
2.2.3 Monatsdaten	14
2.2.4 Verteilung der Renditen	14
2.2.4.1 Zwei Annäherungsversuche	14
2.2.4.2 Annahme der Normalverteilung	15
2.2.4.3 Dichte- und Verteilungsfunktion	16

2.2.5 Asymmetrische Risikomaße	17
2.2.6 Anwendungsbeispiel für Dichte- und Verteilungsfunktion.....	18
2.2.7 Schiefe und Wölbung	20
2.3 Kovarianz und Korrelation	21
2.4 Portfoliotheorie	23
2.4.1 Die Idee von Harry M. Markowitz	23
2.4.2 Performance eines Portfolios.....	24
2.4.2.1 Formeln zur Portfoliorendite und zum Portfoliorisiko.....	24
2.4.2.2 Performance eines Portfolios für zwei bzw. drei Anlagen.....	24
2.4.3 Diversifikation	25
2.4.3.1 Auswirkungen des Korrelationskoeffizienten.....	25
2.4.3.2 Mathematische Herleitung des Diversifikationseffektes	26
2.4.4 Effiziente Portfolios.....	28
2.4.5 Opportunity-Set und Minimum-Varianz-Portfolio bei drei Anlagen	31
2.5 Die Optimierung eines Portfolios	32
2.5.1 Hinführung	32
2.5.2 Minimum-Varianz-Portfolios	33
2.5.2.1 Die Bildung einer Inversen Matrix	33
2.5.2.2 Minimum-Varianz-Portfolio mit zwei Anlagen.....	33
2.5.2.3 Minimum-Varianz-Portfolio mit drei Anlagen	35
2.5.2.4 Beispiele für Minimum-Varianz-Portfolios mit zwei und drei Anlagen ..	36
2.5.3 Minimum-Varianz-Set.....	38
2.5.3.1 Bestimmung der Effizienzkurve	38
2.5.3.2 Das Minimum-Varianz-Set für drei Anlagen.....	39
2.5.4 Tobin-Separation	42
2.5.4.1 Die Annahme eines risikofreien Zinssatzes	42
2.5.4.2 Die Steigung der Effizienzkurve.....	43
2.5.4.3 Strategieportfolios	44
2.5.4.4 Ansatz und Lösung des Maximierungsproblems	45
2.5.4.5 Ausführliche Berechnung eines Marktportfolios mit drei Anlagen.....	47
2.5.4.6 Berechnung eines Marktportfolios mit fünf Anlagen	48
2.5.5 Exkurs: Der Risiko-Ertrags-Präferenz-Parameter	50
2.5.5.1 Grundlagen und Berechnungsschritte	50
2.5.5.2 Die Berechnung des Minimum-Varianz-Portfolios	52

2.5.5.3 Die Berechnung eines Portfolios mit vorgegebener Rendite	53
2.5.5.4 Die Berechnung des Marktportfolios	53
2.5.5.5 Beispiel für ein Portfolio mit drei Anlagen	54
3 Die Anlageklassen und Anlageinstrumente Immobilienaktien und REITs	57
3.1 Definition Anlageklasse und Anlageinstrumente	57
3.2 Immobilienaktiengesellschaften	57
3.3 REITs in Deutschland	58
3.4 Charakteristika von REITs	60
3.5 Kapitalanlage in Immobilienaktien und REITs	61
3.5.1 Direktanlage	61
3.5.2 Investmentfonds	61
3.5.3 Zertifikate	62
4 Zusammenstellung und Analyse ausgewählter Portfolios	63
4.1 Zeitreihenanalyse verschiedener Anlageklassen und Anlageinstrumente	63
4.2 Betrachtung von Minimum-Varianz-Portfolios und Marktportfolios	64
4.3 Optimierung von Portfolios unter Diversifizierung von Immobilienaktien und REITs ..	65
5 Fazit und Schlussgedanke	67
Anlage 1: Daten zum Index DAX	69
Anlage 2: Daten zum Index REX	71
Anlage 3: Daten zum Index All REITs	73
Anlage 4: Daten zum Index MSCI World	74
Anlage 5: Daten zum Index S&P 500	75
Anlage 6: Daten zum Index DJ Euro Stoxx 50	76
Anlage 7: Daten zum E&G DIMAX	77
Anlage 8: Daten zum Index Epix 30	79
Anlage 9: Daten zum Index Epix 50	80
Anlage 10: Daten zum E&G European Reit Index (E&G Erix)	81
Anlage 11: Daten zum SMI Kursindex	82
Anlage 12: Daten zum SMI Performance-Index	83

Anlage 13: Daten zum Index SBI	84
Anlage 14: Daten zum Index Dow Jones Industrial Average.....	85
Anlage 15: Daten zum Index Nikkei	86
Anlage 16: Daten zum HVB / EPRA Euro Zone Open-End-Zertifikat.....	87
Anlage 17: Daten zum HVB / EPRA Europa Open-End-Zertifikat	89
Anlage 18: Daten zum Zertifikat GPR / HVB Euro Top 50 Real Estate (HVRE50EU).....	90
Anlage 19: Daten zum Zertifikat HVB Asia Top 20 REIT (HVRE20AS).....	92
Anlage 20: Daten zum Investmentfonds Henderson Pan European Property Equities Fund	93
Anlage 21: Daten zum Investmentfonds Morgan Stanley European Property Fund (EURO) A	95
Anlage 22: Daten zum Investmentfonds DekaTeam-Immoflex USA	96
Anlage 23: Daten zum Zertifikat UBS Europa REIT on GPR Continental (ex UK)	97
Anlage 24: Daten zum Zertifikat UBS World REIT on GPR Global Top 50 (ex USA).....	98
Anlage 25: Daten zum Zertifikat UBS Asia REIT Top 20	99
Anlage 26: Daten zum Zertifikat UBS Europa Top 15 Immobilien.....	100
Anlage 27: Daten zum Zertifikat UBS Welt REIT Top 30	101
Anlage 28: Daten zum Zertifikat UBS Europa REIT Top 15.....	102
Anlage 29: Auswertung eines Portfolios (A1) mit den Anlagen SMI TR, Dow Jones, Euro Stoxx 50, DEKA, GPR Cont.Europ. auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006.....	103
Anlage 30: Auswertung eines Portfolios (B1) mit den Anlagen Euro Stoxx 50, SMI TR, E&G REIT, MSCI, EuropaReitTop 15 auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006.....	105
Anlage 31: Auswertung eines Portfolios (C1) mit den Anlagen SMI TR, MSCI, GPR Cont.Europ., AsienReitTop20, WeltReitTop30 auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006.....	107
Anlage 32: Auswertung eines Portfolios (D1) mit den Anlagen DAX, REX, HVRE50EU, HVRE20AS, MSCI auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006	109
Anlage 33: Auswertung eines Portfolios (E1) mit den Anlagen DAX, REX, Euro Stoxx 50, MSCI, All REITs auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006.....	111

Anlage 34: Auswertung eines Portfolios (E2) mit den Anlagen DAX, REX, Euro Stoxx 50, MSCI, All REITs auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode der letzten 5 Jahre 2002 - 2006	113
Anlage 35: Auswertung eines Portfolios (F1) mit den Anlagen DAX, REX, S&P 500, Euro Stoxx 50, EPRA Europa auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006.....	115
Anlage 36: Auswertung eines Portfolios (F2) mit den Anlagen DAX, REX, S&P 500, Euro Stoxx 50, EPRA Europa auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode der letzten 5 Jahre 2002 – 2006	117
Anlage 37: Auswertung eines Portfolios (G1) mit den Anlagen Henderson, Morgan Stanley, DEKA, MSCI, DAX auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006.....	119
Anlage 38: Auswertung eines Portfolios (G2) mit den Anlagen Henderson, Morgan Stanley, DEKA, MSCI, DAX auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode der letzten 5 Jahre 2002 - 2006	121
Anlage 39: Optimierung eines Portfolios unter Diversifizierung von Immobilienaktien und REITs (1).....	123
Anlage 40: Optimierung eines Portfolios unter Diversifizierung von Immobilienaktien und REITs (2).....	126
Anlage 41: Optimierung eines Portfolios unter Diversifizierung von Immobilienaktien und REITs (3).....	129
Anlage 42: Optimierung eines Portfolios unter Diversifizierung von Immobilienaktien und REITs (4).....	132
Anlage 43: Optimierung eines Portfolios unter Diversifizierung von REITs (5).....	135
Anlage 44: Optimierung eines Portfolios unter Diversifizierung von Immobilienaktien und REITs (6).....	138
Anlage 45: Strategieportfolios einiger Banken.....	141
Anlage 46: Überblick über Rendite und Risiko der Anlagen in einzelnen Jahren (Vgl. Datei: ÜberblickRenditeRisiko.xls.).....	142
Anlage 47: Charts einiger Indizes.....	144
Anlage 48: Korrelations-Matrix	145
Quellen- und Literaturverzeichnis	146
Internetquellen	150
Verfasser:	155

Abkürzungsverzeichnis

AG	Aktiengesellschaft
α	Alpha, Sicherheitswahrscheinlichkeit
ALPT	Australian Listed Property Trust
BMF	Bundesministerium der Finanzen
bzw.	beziehungsweise
d. h.	das heißt
DAX	Deutscher Aktienindex
DAXP	Deutscher Aktienindex, Performanceindex
DBA	Doppelbesteuerungsabkommen
DIMAX	Deutscher Immobilienaktienindex
Epix	European Property Stock Index
EPRA	European Property Real Estate Association
Erix	European Reit Index
EStG	Einkommensteuergesetz
EU	Europäische Union
evtl.	eventuell
FBI	Fiscale Beleggingstelling
FFO	Funds From Operations
FII	fondo de inversión inmobiliaria
FII	fondi di investimento immobiliare
FTSE	Financial Times Stock Exchange Index
G-REIT	German Real Estate Investment Trust
GPR	Global Property Research
InvG	Investmentgesetz
KAG	Kapitalanlagegesellschaft
KStG	Körperschaftsteuergesetz
λ	Lambda, Lagrange-Faktor (wenn nichts anderes angegeben)

ln	Logarithmus naturalis
μ	My, Erwartungswert
NAREIT	National Association of Real Estate Investment Trusts
NAV	Net Asset Value
o. a.	oder andere
o. J.	ohne Jahr
o. V.	ohne Verfasser
p. a.	per annum
PIF	Property Investment Fund
REIT	Real Estate Investment Trust
REX	Rentenindex, Kursindex
REXP	Rentenindex, Performanceindex
ρ	Rho, Korrelationskoeffizient
σ	Sigma, Standardabweichung, Volatilität (in der Arbeit als „Risiko“ bezeichnet)
σ^2	Sigma-Quadrat, Varianz
σ_{ij}	Kovarianz
SICAFI	Société d'Investissements à Capital Fixe en Immobilière
SII	Sociedad de inversión inmobiliaria
SIIC	Société d'Investissement Immobilier Cotée
s. o.	siehe oben
TER	Total Expense Ratio
Θ	Theta, Risiko-Ertrags-Präferenz-Parameter
u. u.	und umgekehrt
u. U.	unter Umständen
vgl.	vergleiche
z. B.	zum Beispiel

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: Entscheidungsbaum	11
Abb. 2: Histogramm mit Jahreszahlen sortiert nach Renditeergebnissen	14
Abb. 3: Mögliche Wahrscheinlichkeitsverteilung von Renditen.....	15
Abb. 4: Eintrittswahrscheinlichkeiten einer Normalverteilung bei vorgegebenen Konfidenzniveaus	16
Abb. 5: Dichtefunktion $f(x)$ einer Verteilung mit $\mu = 0$ und $\sigma = 1$	17
Abb. 6: Dichtefunktion $f(x)$ des DAX	19
Abb. 7: Verteilungsfunktion $N(x)$ des DAX.....	19
Abb. 8: Korrelation zwischen DAX und Euro Stoxx 50	22
Abb. 9: Performance eines Portfolios bei unterschiedlichen Korrelationskoeffizienten.....	26
Abb. 10: Systematisches und Unsystematisches Risiko.....	28
Abb. 11: Effiziente und Nicht-effiziente Portfolios	29
Abb. 12: Opportunity Set für eine Vielzahl von Portfoliokombinationen.....	29
Abb. 13: Opportunity-Set für drei Anlagen.....	32
Abb. 14: Minimum-Varianz-Set für drei Anlagen	32
Abb. 15: MVP – All REITs, S&P 500.....	37
Abb. 16: MVP – All REITs, S&P 500, Euro Stoxx 50	38
Abb. 17: Portfolio mit vorgegebener Rendite – All REITs, S&P 500, Euro Stoxx 50	40
Abb. 18: Effizientes Portfolio mit vorgegebenem Risiko – All REITs, S&P 500, Euro Stoxx 50	41
Abb. 19: Anlage und Kreditaufnahme bei der Annahme eines risikofreien Zinssatzes.....	43
Abb. 20: Tangentiallinie und Tangentialportfolio	43
Abb. 21: Strategieportfolios.....	45
Abb. 22: Marktportfolio – SMI TR, HVRE20AS, All REITs (1)	48
Abb. 23: Rendite-Risiko-Einstufung einzelner Assets	49
Abb. 24: Marktportfolio – REX, All REITs, MSCI, S&P 500, Euro Stoxx 50.....	49
Abb. 25: MVP – SMI TR, HVRE20AS, All REITs.....	55
Abb. 26: Portfolio mit vorgegebener Rendite – SMI TR, HVRE20AS, All REITs.....	56
Abb. 27: Marktportfolio – SMI TR, HVRE20AS, All REITs (2)	56

Tabellenverzeichnis

Tab. 1: Optimierung mit REITs.....	2
Tab. 2: Monatliche Renditeergebnisse des DAX	5
Tab. 3: Rechenergebnisse einer Verteilung mit $\mu = 0$ und $\sigma = 1$	17
Tab. 4: Werte für die Dichte- und Verteilungsfunktion am Beispiel DAX.....	19
Tab. 5: Gewichtung der Assets in 10%-Schritten.....	31
Tab. 6: Renditeverteilung im Drei-Anlagen-Portfolio	31
Tab. 7: Risikoverteilung (σ) im Drei-Anlagen-Portfolio.....	31
Tab. 8: Optimierung mit REITs.....	65

Abstract

Das Credo der modernen Portfoliotheorie lautet, dass man durch Diversifizierung nicht nur Rendite erhalten oder erhöhen, sondern auch Risiken minimieren kann. Nicht nur die einzelne Anlage mit Rendite, Varianz und Standardabweichung ist entscheidend für die Performance des Portfolios, vielmehr sind Kovarianzen und Korrelationen maßgeblich am Erfolg der Bildung von effizienten Portfolios beteiligt. Die geeignete Mischung der Anteile sorgt dafür, dass unsystematische Risiken ausgeschaltet werden und nur noch systematische Risiken verbleiben. Um diese Effekte zu erreichen, kommen immer mehr neue Anlageklassen und Anlageinstrumente zum Einsatz. Immobilienaktien und REITs gerieten in den letzten Jahren ins Blickfeld der Anleger: Durch ihre hohen Renditen bei niedrigen Risiken drängen sie sich geradezu auf. Dabei sollte man aber differenzierter auf diese Anlageklassen schauen. Sie überzeugen zwar durch die genannten Eigenschaften, haben aber im Zeitverlauf Schwankungen bezüglich Rendite und Risiko gezeigt. Im Jahr 2006 konnten die Ergebnisse von Immobilienaktien und REITs nicht überzeugen. Im Rückblick der letzten 5 oder 10 Jahre jedoch konnten sie reüssieren: Hier konnte durch ihren Einsatz eine Optimierung von Portfolios tatsächlich stattfinden.

1 Auf dem Weg zum optimalen Portfolio

1.1 Einführung ins Thema

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit Fragen des Portfoliomanagements. In der Anlageberatung gilt es herauszufinden, welche Bedürfnisse der Anleger besitzt und welche Aspekte in seinen Entscheidungen zu beachten sind. Dabei geht es aber nicht nur um eine umfassende Beratung, verkäuferisches Können, um die Einschätzung des Finanzmarktes und einzelner Anlagen, sondern vielmehr um den Blick auf das Ganze, ein gut strukturiertes und effizientes Portfolio. Der Anleger verfolgt hohe Renditeziele bei geringem Risiko und jederzeitiger Liquidität.¹ Es gilt also Portfolios zusammenzustellen, die bei hohen Renditeansprüchen ein möglichst geringes Risiko² aufweisen.³ Aber was ist eigentlich ein effizientes Portfolio und wie kann man Rendite und Risiko messen und finanzmathematisch darstellen?

In den letzten Monaten ist, nicht zuletzt durch die (hitzig geführten) politischen und wirtschaftlichen Debatten und der Anstieg der Kurse für Immobilienaktien, ein neues Anlagevehikel (wieder) entdeckt worden, das den Ansprüchen der Anleger in den genannten Punkten – hohe Rendite, bei niedrigem Risiko – entgegenzukommen scheint: Real Estate

¹ Rendite, Risiko und Liquidität sind die drei Ecken des magischen Dreiecks der Vermögensanlage.

² Wenn nichts anderes vermerkt ist, wird der Begriff „Risiko“ für die Standardabweichung / Volatilität verwendet.

³ Die Betrachtung der Liquidität soll in dieser Arbeit außen vor bleiben.

Investment Trusts, kurz REITs.⁴ REITs sind auf einen Punkt gebracht, steuerbegünstigte Immobilienaktiengesellschaften, die sich um den Handel und die Bewirtschaftung von Immobilien kümmern. Für Anleger besonders interessant ist die gesetzlich festgelegte (hohe) Dividendenausschüttung. In Deutschland ist diese neue Unternehmensform seit dem 01.01.2007 zugelassen. In verschiedenen Artikeln wurde darüber berichtet, wie stabilisierend sich REITs im Portfolio auswirken. Mit REITs kann man die Rendite eines Portfolios deutlich aufbessern und das Risiko im Gegenzug absenken. Die Korrelation zu anderen Assets ist niedrig: „In einer Analyse historischer Daten wurde festgestellt, dass die verhältnismäßig niedrige Wechselbeziehung zwischen REITs und anderen Aktien sowie Obligationen sie zu einem leistungsfähigen Werkzeug der Risikostreuung macht und somit Kursrisiken reduziert.“⁵

Auf der Internetseite www.investinreits.com werden diesbezüglich verschiedene Portfolios zusammengestellt. Deren Inhalt setzt sich zusammen aus: 20 Jahre US Government Bond, 30 Tage US Treasury Bill, NAREIT Equity REIT Index, Standard & Poor's 500 Index. Die Ergebnisse zeigen folgendes Bild:⁶

	Aktien	Bonds	Treasury Bills	REITs	Rendite	Risiko
Portfolio A	–	90%	10%	–	9,2%	10,4%
Portfolio B	–	80%	10%	10%	9,7%	9,7%
Portfolio C	–	70%	10%	20%	10,2%	9,2%
Portfolio D	50%	40%	10%	–	10,9%	10,6%
Portfolio E	45%	35%	10%	10%	11,2%	10,3%
Portfolio F	40%	30%	10%	20%	11,6%	10,1%

Tab. 1: Optimierung mit REITs

REITs erhöhen nicht nur die Rendite, sondern senken auch gleichzeitig das Risiko – eine phänomenale Anlage also. Aber stimmt diese These wirklich? Kann man mit Immobilienaktien und REITs das Portfolio stabilisieren, Renditechance erhöhen und Risiken senken?

1.2 Struktur der Arbeit

Diese Arbeit will auf beide Fragenkomplexe eingehen. Sie beschäftigt sich in einem *ersten Schwerpunkt* mit der Portfoliotheorie, der Performancemessung von Anlagen und der mathematischen Vorgehensweise bei der Optimierung von Portfolios.⁷ In *Kapitel 2* werden daher

⁴ Vgl. Kraus, Alexander [2006]: Heureka! Der G-REIT kommt! Aktuelle Entwicklungen, Struktur der neuen Rechtsform und Möglichkeiten der Kapitalanlage. Studienarbeit im Ausbildungsbereich Wirtschaft, Fachrichtung Banken und Bausparkassen, an der Berufsakademie Villingen-Schwenningen. Reutlingen, 2006.

⁵ KPMG [2005], S. 4.

⁶ Vgl. NAREIT [2007f].

⁷ Bei den Definitionen geht es nicht um Vollständigkeit, vielmehr werden in dieser Arbeit nur die Begriffe erläutert, die zum Verständnis der Berechnungen wichtig sind und später auch Verwendung finden.

finanzmathematische Erkenntnisse grundgelegt und Zusammenhänge erklärt. Zunächst wird auf den Begriff Rendite eingegangen, danach werden Unterscheidungen zur einfachen und stetigen Rendite aufgezeigt, ergänzend hierzu Inflation, Wechselkursrendite und die Renditeprognose definiert. Weitere wichtige Bestandteile der Portfoliotheorie sind die Risikomaße. Im Rahmen dieser Arbeit soll auf die Streuungsmaße und die Verteilung der Renditen eingegangen werden. Asymmetrische Risikomaße, sowie Schiefe und Wölbung sollen ebenfalls Beachtung finden. Ein eigenes Kapitel nehmen die Themen Kovarianz und Korrelation in Anspruch, welche die Basis für die moderne Portfoliotheorie bilden. Es wird aufgezeigt, wie sich Korrelationen von Wertpapieren auf das Portfolio auswirken und wie durch Diversifikation effiziente Portfolios entstehen. Im nächsten Schritt versucht man die richtige prozentuale Gewichtung der Wertpapieranteile zu finden, die dazu führen, dass das Portfolio „optimal“ wird. Optimal kann es werden, wenn man die höchste Rendite findet, oder das geringste Risiko austariert. Wie man mathematisch effiziente Portfolios erstellt, Minimum-Varianz-Portfolios findet und diese graphisch darstellen kann, wird in diesem Kapitel ausführlich dargestellt. Ferner werden der Umgang mit dem risikofreien Zinssatz, die Zusammenstellung von Strategieportfolios und die Berechnung von Portfolios mittels Risiko-Ertrags-Präferenz-Parameter erläutert.

In *Kapitel 3* werden, ausgehend von der eingangs genannten These, die Anlageklassen Immobilienaktien und REITs kurz vorgestellt. Danach werden Möglichkeiten aufgezeigt, wie man in diese Anlageklassen – die Direktanlage soll außen vor bleiben – mit Hilfe von diversen Anlageinstrumente (Fonds und Zertifikaten) investieren kann.

Die Synthese beider Themenstellung soll in *Kapitel 4* und im *Anhang* geschehen: In einem *zweitem Schwerpunkt* geht es darum, die gefundenen Erkenntnisse praktisch anzuwenden.⁸ Im Folgenden werden verschiedene Anlageklassen und Anlageinstrumente auf Basis von Zeitreihen analysiert und die Performance gemessen. Die Portfoliotheorie wird angewandt auf klassische Indizes wie DAX, REX oder DowJones, REIT-Indizes und Immobilienaktien-Indizes, aber ebenso auf neue Anlagevehikel wie Fonds und Zertifikate, die auf Immobilienaktien und REITs setzen. Neben der Berechnung von Minimum-Varianz-Portfolios, die REITs und Immobilienaktien beinhalten, soll auch die Capital-Market-Line anschaulich gemacht werden. Schließlich steht die Arbeit in *Kapitel 4.3* vor der entscheidenden Frage: Kann man mit REITs respektive Immobilienaktien Portfolios optimieren?

⁸ Der Arbeit beigelegt ist eine Compact Disc mit Excel-Dateien, die die Berechnungen nachvollziehen und Erläuterungen illustrieren.

2 Finanzmathematische Grundlegung der Portfoliotheorie

2.1 Renditebegriffe

2.1.1 Rendite und Performance

Das Wort Rendite ist ein schillernder und vor allem vieldeutiger Begriff, der nicht mit einem Satz erklärt werden kann. Es gibt verschiedenste Definitionen von „Rendite“. Bei der Messung der Rendite geht es um zeitliche Wertveränderungen.⁹ Die prozentuale Marktwertänderung einer Anlage unter Berücksichtigung der anfallenden Ausschüttungen nennt man Rendite. Die Rendite beantwortet die Frage, wie gut es gelungen ist, frühere Geldbeträge in spätere Geldbeträge zu transformieren. Es gibt Brutto- und Nettorenditen, Vor- und Nachsteuerrenditen, zeit- und wertgewichtete Renditen, nominale und reale Renditen, Renditen, die sich ergeben, wenn man in heimischer Währung oder fremder Währung anlegt, stetige und diskrete Renditen, arithmetische und geometrische Renditen, Periodenrenditen und annualisierte Renditen, Renditen, die ex post und ex ante berechnet werden, sichere und unsichere Renditen.¹⁰ Risikoaspekte fließen zunächst nicht mit ein. Erst wenn die Rendite „im Hinblick auf das mit der Anlage verbundene Risiko korrigiert und adjustiert“¹¹ wird, spricht man von Performance.

2.1.2 Die einfache Rendite / Rendite im Einperiodenfall

Im Einperiodenfall berechnet sich die Rendite aus dem Startwert und dem Endwert zuzüglich eventuell anfallender Zahlungen (Dividenden) während des Jahres:¹²

$$r = \frac{s_1 + d - s_0}{s_0}$$

r = Rendite

s_1 = Endwert

s_0 = Startwert

d = Dividende

Die einfache Rendite wird in dem Fall verwendet, wenn man nur zwei Zeitpunkte im Blick hat; man spricht dann von Rendite in einfacher Notation.¹³ Der Begriff Rendite wird in der Praxis immer auf ein Jahr bezogen, d. h. es erfolgt die Umrechnung auf Jahresbasis (p. a.). Wer

⁹ Vgl. Zimmermann, Heinz [2003], S. 42.

¹⁰ Vgl. Spremann, Klaus [2003], Kapitel 3.

¹¹ Spremann, Klaus [2003], S. 62.

¹² Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 62.

¹³ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 63.

100,00 Euro anlegt und ein Jahr später 110,00 Euro zurückerhält, hat eine Rendite von 10% erwirtschaftet:

$$r = \frac{110 - 100}{100}$$

Wie erhält man aber eine umgerechnete Jahresrendite, wenn das Geld nur einen oder zwei Monate angelegt war? In diesem Fall annualisiert man die Renditen, indem man eine Anlage von einem Monat / Quartal / Halbjahr potenziert mit der Zahl 12 / 4 / 2. Umgekehrt berechnet sich eine Monatsrendite aus einer Jahresrendite wie folgt:

$$r_{\text{Monat}} = \sqrt[12]{(1 + r_{\text{Jahr}})} - 1$$

Eine Anlage, die im Jahr 10% bringt, hat im Monat 0,7974% erwirtschaftet:

$$r_{\text{Monat}} = \sqrt[12]{(1 + 0,1)} - 1 = 0,79741$$

2.1.2.1 Die arithmetische Rendite

Der DAX wies im Jahr 2006 folgende Indexstände und prozentuale Veränderungen, jeweils am Monatsende auf:¹⁴

Datum	Indexstand	Veränderung in %
2005 Dez	5.408,26	
2006 Jan	5.674,15	4,92
Feb	5.796,04	2,15
Mrz	5.970,08	3,00
Apr	6.009,89	0,67
Mai	5.692,86	-5,28
Jun	5.683,31	-0,17
Jul	5.681,97	-0,02
Aug	5.859,57	3,13
Sep	6.004,33	2,47
Okt	6.268,92	4,41
Nov	6.309,19	0,64
Dez	6.596,92	4,56

Tab. 2: Monatliche Renditeergebnisse des DAX

Die arithmetische Rendite (arithmetisches Mittel) berechnet sich durch Addition der Werte, dividiert durch die Anzahl der Perioden:¹⁵

¹⁴ Vgl. Datei: Rendite(1+r).xls.

¹⁵ Vgl. Auckenthaler, Christoph [2001], S. 16.

$$r_{\text{DAX}} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_t$$

$$r_{\text{DAX}} = \frac{1}{12} [4,92 + 2,15 + 3,00 + 0,67 + (-5,28) + (-0,17) + (-0,02) + 3,13 + 2,47 + 4,41 + 0,64 + 4,56] = 1,71$$

Alle Werte werden gleichgestellt – jeder Wert besitzt das gleiche Gewicht: „Das arithmetische Mittel hat deshalb die Eigenschaft, verschiedene Kurse [...] zu einem Kurs zu verdichten.“¹⁶ Der DAX hatte also pro Monat einen Wertzuwachs von durchschnittlich 1,71%.¹⁷

2.1.2.2 Die geometrische Rendite

Die geometrische Rendite wird berechnet, indem man die prozentuale Kapitalwertveränderung auf eine Periode herunterbricht.¹⁸ Dabei berücksichtigt man die Wiederanlageprämisse¹⁹: Erträge und Kursänderungen aus den vorausgegangenen Perioden werden für die zukünftigen Perioden beachtet.²⁰ Bei diskreten Merkmalswerten wie Aufzinsungsfaktoren, Periodenrenditen oder bei Performancefaktoren, die für verschiedene Zeiträume beobachtet wurden, berechnet man das geometrische Mittel.²¹ Die geometrische Rendite berechnet sich aus der n-ten Wurzel aus der Multiplikation der Periodenwerte und anschließender Subtraktion von 1; am Beispiel DAX heißt dies:

$$r_{\text{DAX}} = \sqrt[n]{\prod_{t=1}^n r_t} - 1$$

$$r_{\text{DAX}} = \sqrt[12]{1,049 \cdot 1,021 \cdot 1,030 \cdot 1,007 \cdot 0,947 \cdot 0,998 \cdot 1,000 \cdot 1,031 \cdot 1,025 \cdot 1,044 \cdot 1,006 \cdot 1,046} - 1$$

$$= 1,67\%$$

Bei unterjährigen, aber auch bei Berechnungen von jährlichen Renditen zeigt sich, dass die geometrische Rendite kleiner ist, als die arithmetische: „Wenn die Renditen der einzelnen Jahre unterschiedlich sind, dann ist die geometrisch berechnete Durchschnittsrendite, die das Kapitalwachstum über den Gesamtzeitraum mehrerer Jahre beschreibt, stets kleiner als der arithmetische Durchschnitt der Einzelrenditen. Der Effekt ist umso deutlicher, je stärker die Renditen über die einzelnen Jahre schwanken.“²²

¹⁶ Dreesbach Stefan / Eller, Roland [2003], S. 179.

¹⁷ Bei der Berechnung der arithmetischen Rendite verwendet man die Prozentzahlen allein mit dem Term (r).

¹⁸ Bei der Berechnung der geometrischen Rendite verwendet man die Prozentzahlen mit dem Term (1+r).

¹⁹ Vgl. Garz, Hendrik / Günther, Stefan / Moriabadi, Cyrus [2002], Kapitel 5.2.1.

²⁰ Vgl. Auckenthaler, Christoph [2001], S. 14.

²¹ Vgl. Dreesbach, Stefan / Eller, Roland [2003], S. 183.

²² Spremann, Klaus [2003], S. 71.

2.1.3 Die stetige Rendite

Eine andere Methode die Rendite zu berechnen ist die mittels Logarithmen (Logarithmus naturalis, kurz: \ln). Mit ihnen kann ein Produkt in eine Summe umgewandelt werden.

1. Schritt: Addition der logarithmierten Wertveränderungen (Monatswerte DAX 2006)

$$\ln 1,049 + \ln 1,021 + \ln 1,030 + \ln 1,007 + \ln 0,947 + \ln 0,998 + \ln 1,000 + \ln 1,031 + \ln 1,025 + \ln 1,044 + \ln 1,006 + \ln 1,046 = 0,198675$$

Durch Division des Ergebnisses gelangt man zur geometrischen Durchschnittsrendite in stetiger Notation:²³

2. Schritt: Division des Ergebnisses durch die Anzahl der Perioden

$$0,198675 / 12 = 0,01655629 \Rightarrow 1,66\%$$

Da gilt:

$$r^* = \ln(1 + r_{\text{ein}}) \quad \text{und umgekehrt gilt:} \quad r_{\text{ein}} = \exp(r^*) - 1$$

mit:

r_{ein} = einfache Rendite

r^* = stetige Rendite

kommt man so wieder zur diskreten Rendite:

3. Schritt: Exponentiation mit der Eulerschen Zahl als Basis

$$e^{0,01655629} = 1,0166941$$

4. Schritt: Subtraktion von 1

$$1,0166941 - 1 = 0,0166941 \Rightarrow 1,67\%$$

Stetig heißt die Rendite, weil man errechnen will, was passiert, wenn Kapital in immer kleiner werdende Zeitabschnitte unterjährig angelegt wird. Diesen Zinseszinsseffekt kann man wie folgt studieren:

²³ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 67 und S. 80.

- Zu welchem Zinssatz muss man eine bestimmte Kapitalsumme *halbjährlich* anlegen, um eine Rendite p. a. von 5% zu erreichen? Dazu rechnet man:
 $(1 + x/2)^2 = 1,05$; $x = 0,049390153$. Man muss das Kapital halbjährlich zu einem Zinssatz von 4,9390153% anlegen.
- Zu welchem Zinssatz muss man eine bestimmte Kapitalsumme *monatlich* anlegen, um eine Rendite p. a. von 5% zu erreichen? Dazu rechnet man:
 $(1 + x/12)^{12} = 1,05$; $x = 0,048889485$. Man muss das Kapital monatlich zu einem Zinssatz von 4,8889485% anlegen.
- Zu welchem Zinssatz muss man eine bestimmte Kapitalsumme *täglich* anlegen, um eine Rendite p. a. von 5% zu erreichen? Dazu rechnet man:
 $(1 + x/365)^{365} = 1,05$; $x = 0,048793422$. Man muss das Kapital täglich zu einem Zinssatz von 4,8793422% anlegen.
- Zu welchem Zinssatz muss man eine bestimmte Kapitalsumme *stündlich* anlegen, um eine Rendite p. a. von 5% zu erreichen? Dazu rechnet man:
 $(1 + x/8760)^{8760} = 1,05$; $x = 0,048790221$. Man muss, das Kapital stündlich zu einem Zinssatz von 4,8790221% anlegen. Usw.

Der Logarithmus naturalis (ln) übernimmt genau diese Rechnung. Er vollzieht die unendlich schnelle zeitliche Anlage des Kapitals. Der ln von 1,05 beträgt 0,048790164 oder anders ausgedrückt: $e^{0,048790164} = 1,05$. Der stetige Zinssatz ist der Zinssatz zu dem das Kapital in unendlich kleinen zeitlichen Abständen angelegt werden muss, um den optimalen Zinseszinsseffekt zu erreichen. „Der Zins wird stetig bezahlt und stetig wieder angelegt. Im Angelsächsischen wird dies als Continuous Compounding bezeichnet.“²⁴ Annualisieren kann man die stetige Rendite, indem man sie mit der jeweiligen Basis (Tag, Woche, Monat, Quartal, Halbjahr) multipliziert. Beispiel: $0,013368\% \cdot 365 = 4,8793422\%$.²⁵

2.1.4 Inflation

Rendite ist bei Geldanlagen wichtig. Allerdings sollte man immer bedenken, dass eine Geldanlage immer mit einer gleichzeitigen Geldentwertung verbunden ist. So lag die Inflationsrate in Deutschland im Jahr 2006 bei 1,8%, in der Eurozone bei 2,18% und in der EU der 27 Länder bei 2,31%.²⁶ Legt man z. B. 100,00 EUR für 3,00% p. a. auf ein Geldmarktkonto

²⁴ Spremann, Klaus [2003], S. 85.

²⁵ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 68.

²⁶ Vgl. Eurostat [2007].

an und berücksichtigt, dass in der EU der 27 Mitgliedsstaaten derzeit eine Inflation in Höhe von 2,31% herrscht, so kommt man am Ende des Jahres auf eine nominale Endsumme von 103,00 EUR, real aber bleibt man bei 100,67 EUR; die Rendite beträgt inflationsbereinigt faktisch 0,67%. Der Erfolg der Vermögensanlage wird durch die mit dem Anlageergebnis verbundenen Kaufkraft korrigiert.²⁷ Die Inflation in Deutschland kann man dem Verbraucherpreisindex entnehmen, der als Maßstab für die Lebenshaltungskosten in Deutschland gilt.²⁸ In dieser Arbeit wird von der nominalen Rendite ausgegangen. Die Inflation bleibt unberücksichtigt.

2.1.5 Wechselkursrendite

Bei Anlagen außerhalb des eigenen Währungsraumes kommt als weiterer zu berücksichtigender Effekt die Wechselkursrendite zum Tragen. Hierunter versteht man die relative Änderung des Wechselkurses der Währung des betrachteten Marktes zur heimischen Referenzwährung. Die Schwankung des Wechselkurses kann hierbei die Rendite positiv wie auch negativ beeinflussen. Ein Anleger aus dem US-Dollarraum hat über das vergangene Halbjahr die Rendite einer Euro-Anlage deutlich verbessern können, da er Anfang Juni 2007 bei einem Kurs von 1,3450 USD pro EUR gegenüber dem Kurs von Anfang Juni 2006 (1,2665 USD pro EUR) allein durch die Währungsschwankung 7,85 US-Cent mehr pro im Juni angelegtem Euro erhält und damit bei den gegebenen Kursen eine Wechselkursrendite von 6,20% erreicht.²⁹ Diese Wechselkursrendite wirkt additiv auf die durch die eigentliche Anlage erwirtschaftete Rendite. Im umgekehrten Fall hat ein Anleger aus dem Euro-Raum jedoch durch den Wechselkurs bei USD-Anlagen eine negative Wechselkursrendite erwirtschaftet, die evtl. vorhandene Renditen durch die Anlage vermindert. Die Formel zur Berechnung der Wechselkursrendite (s_t) lautet:

$$s_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} = \frac{S_t}{S_{t-1}} - 1$$

Der Wechselkursmechanismus trägt zum Schwanken der Werte verschiedener Währungen bei. Die Wahrnehmung einer Währung als starke Währung (im obigen Beispiel der Euro) führt dazu, dass Euro auf dem Markt nachgefragt werden, was nach der Regel von Angebot und Nachfrage den Eurokurs steigen lässt. Diese Entwicklung kehrt sich um, wenn die Außenwahrnehmung des Euro einmal nicht mehr die einer starken Währung ist. Durch ihre Politik und Instrumente

²⁷ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 61.

²⁸ Vgl. Statistisches Bundesamt [2007].

²⁹ Vgl. Handelsblatt [2007a].

können Zentralbanken auf die Schwankungen ihrer Währung in einem gewissen Maße Einfluss nehmen.³⁰

2.1.6 Renditeprognose (*ex ante*)

Bislang hat sich die Arbeit mit Berechnungen beschäftigt, die auf vergangenen Daten aufbaut (*ex post*). Der Anleger möchte aber abschätzen können, wie sich seine getätigten Anlagen auch in Zukunft entwickeln. In diesem Fall werden mögliche Szenarien mit entsprechenden subjektiven oder objektiven (aus empirischen Häufigkeitsverteilungen) Eintrittswahrscheinlichkeiten aufgestellt.³¹ Meistens geht man von drei Szenarien aus: „einer optimistischen, einer pessimistischen und einer wahrscheinlichsten Variante“³². Rechnerisch verdichtet wird das Ergebnis im Erwartungswert der Rendite: „Er ist der gewichtete Mittelwert aller möglichen Realisationen und die Gewichte sind die Wahrscheinlichkeiten, mit denen die Realisationen auftreten können.“³³

Annahme: Rendite ist diskrete Zufallsvariable

$$\mu = \sum_{k=1}^n p_k \cdot r_k$$

Annahme: Rendite ist stetige Zufallsgröße

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} r \cdot f(r) dr$$

mit:

$\mu = E(r)$ = Erwartungswert der Rendite

r = Rendite

p = zugeordnete Wahrscheinlichkeit

$f(.)$ = Wahrscheinlichkeitsdichte

Als Schätzung bietet sich der Mittelwert der Stichprobe an. Hier fassen wir die historischen Jahresrenditen als Stichprobe auf. Ungeachtet der Verteilung ist der Mittelwert der Stichprobe ein unverzerrter Schätzer für den Erwartungswert. Zur Schätzung der Renditeerwartung wird demnach der arithmetische Mittelwert der Stichprobenwerte verwendet; das sind die einfachen

³⁰ Vgl. Disch, Wolfgang [2006], v. a. Folie 77.

³¹ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 133.

³² Auckenthaler, Christoph [2001], S. 17.

³³ Spremann, Klaus [2003], S. 133.

Renditen, wie sie sich in der Vergangenheit ereignet haben. Aufgrund der Dichotomie zwischen arithmetischer und geometrischer Rendite beschreibt der Erwartungswert der einfachen Jahresrendite nicht die Vermögensentwicklung. „Sie ist immer enttäuschend im Vergleich zur Renditeerwartung.“³⁴ Die wahren (zukünftigen) Erwartungswerte kennen wir nicht. Sie werden nur aufgrund der arithmetischen Rendite geschätzt. Aus diesem Grund wird der Buchstabe μ mit einem Dach versehen: $\hat{\mu}$.

2.2 Risiko und Risikomaße

2.2.1 Unsicherheit und Risiko

Bei Kapitalanlageentscheidungen gilt es – im eigentlichen Wortsinn – „kritisch“³⁵ zu sein. Es gilt Entscheidungen zu treffen, um Erfolg und Misserfolg möglichst genau zu antizipieren. Dabei muss man Entscheidungen unter bestimmten Bedingungen treffen:³⁶

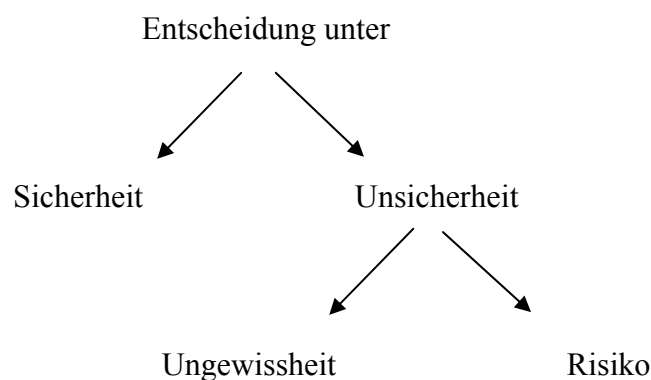


Abb. 1: Entscheidungsbaum

Sicherheit bedeutet, dass die Ergebnisse vollständig determiniert sind, Unsicherheit, dass eine Entscheidung mehrere verschiedene Konsequenzen haben kann. Bei einer Entscheidung unter Ungewissheit können keine Wahrscheinlichkeiten zugeordnet werden, bei einer Entscheidung unter Risiko lässt sich eine Wahrscheinlichkeitsverteilung angeben. Risiko meint aber hier nicht nur Gefahr, sondern sie birgt auch eine Chance in sich. Risikofaktoren, d. h. Zinsrisiken, Wechselkursrisiken oder Preisrisiken wirken auf die Risikopositionen im Portfolio ein. Risiken lassen sich objektivieren und messen. Mit diesen Messgrößen können Anleger die Risiken bewerten und besser einschätzen.³⁷

³⁴ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 133.

³⁵ Griechisch κρίσις: Entscheidung, Meinung, Beurteilung.

³⁶ Vgl. Kuck, André [2007], Folie 5-10.

³⁷ Messgrößen sind z. B. Varianz, Standardabweichung, Semivarianzen, Ausfallwahrscheinlichkeiten, Value at Risk, Schiefe, Wölbung.

2.2.2 Streuungsmaße

2.2.2.1 Definitionen

Die Fragen, um Risiko messbar zu machen, lauten also: Mit welchen Kursausschlägen muss ich bei einem Investment rechnen? Mit welchen Kursschwankungen nach oben und unten muss ich kalkulieren? Wie stark weicht die Einzelrendite vom Durchschnitt ab? Dabei kommen die Streuungsmaße zur Anwendung. Streuung meint eine Größe, die von dem Erwartungswert (der Rendite) abweicht. Diese Zahl kann vom Erwartungswert nach oben wie nach unten abweichen. Ein anderer Begriff für die Streuung ist Schwankungsbreite. Parameter der Streuung sind die Varianz und die Standardabweichung. Die Varianz (σ^2) ist definiert als Summe der mit den Wahrscheinlichkeiten gewichteten quadratischen Abweichung der (zustandsabhängigen) Variablen vom Mittelwert, dividiert durch die Anzahl der Freiheitsgrade (n). Bei der Berechnung von historischen Parametern wird unterschieden zwischen der mittleren quadratischen Abweichung und der Stichprobenvarianz. Bei letzteren wird die Summe der quadratischen Abweichung vom Mittelwert gebildet und durch die Anzahl der Freiheitsgrade, abzüglich der Anzahl der Restriktionen, die zwischen den Summanden bestehen ($n-1$), dividiert.³⁸ Nur wenn man den genauen Erwartungswert kennen würde, könnte man durch den genauen Stichprobenumfang „ n “ teilen. So definiert sich die Stichprobenvarianz wie folgt: Sie ist die „mittlere quadratische Abweichung der Stichprobenwerte vom Stichprobenmittel“³⁹, geteilt durch die Anzahl der Beobachtungen.⁴⁰ Der Unterschied im Ergebnis wird mit wachsendem Stichprobenumfang jedoch immer kleiner. Die Standardabweichung (engl. Standard Deviation) wird aus der Wurzel der Varianz ermittelt und wird mit dem griechischen Buchstaben σ bezeichnet.⁴¹

Varianz für den diskreten Fall:⁴²

$$\sigma^2 = \sum_{k=1}^n p_k \cdot (r_k - \mu)^2$$

Varianz für den stetigen Fall:⁴³

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (r - \mu)^2 \cdot f(r) \, dr$$

³⁸ Vgl. Garz, Hendrik / Günther, Stefan / Morabadi, Cyrus [2000], S. 30.

³⁹ Spremann, Klaus [2003], S. 109.

⁴⁰ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 138.

⁴¹ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 109.

⁴² Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 136.

⁴³ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 137.

Varianz ist der Erwartungswert der Summe der quadrierten Abweichungen:⁴⁴

$$\sigma^2 = E[(\tilde{r} - \mu)^2]$$

Varianz historischer Renditen:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^n (r_k - \mu)^2$$

Standardabweichung historischer Renditen:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

2.2.2.2 Berechnungsbeispiele für die Streuungsmaße

Am Beispiel des DAX im Jahr 2006 heißt dies:

Die arithmetische Rendite beträgt 1,71% auf monatlicher Basis (s. o.).

Die Varianz auf monatlicher Basis beträgt 7,97%:

$$\begin{aligned} \sigma^2 = \frac{1}{12-1} \cdot & [(2,15 - 1,71)^2 + (3,00 - 1,71)^2 + (0,67 - 1,71)^2 + (-5,28 - 1,71)^2 + (-0,17 - 1,71)^2 \\ & + (-0,02 - 1,71)^2 + (3,13 - 1,71)^2 + (2,47 - 1,71)^2 + (4,14 - 1,71)^2 + (0,64 - 1,71)^2 \\ & + (4,56 - 1,71)^2] = 7,97 \end{aligned}$$

Die Standardabweichung errechnet sich aus der Wurzel der Varianz und beträgt 2,82%:

$$\sigma = \sqrt{7,97} = 2,82$$

Die Standardabweichung gibt so das Risiko an, mit dem ich rechnen muss, wenn ich in diese Assetklasse investiere. Sie ist der Stressfaktor eines Engagements,⁴⁵ und wird in der Sprache der Finanzmathematik Volatilität, kurz Vola, genannt. Die Volatilität ist eine Art Renditekorridor um die Durchschnittsrendite herum⁴⁶, wobei das Risiko der Anlage je nach Länge und Art des Zeithorizontes differiert.⁴⁷

⁴⁴ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 137.

⁴⁵ Vgl. Dreesbach Stefan / Eller, Roland [2003], S. 184.

⁴⁶ Vgl. Zimmermann, Heinz [2003], S. 50.

⁴⁷ Vgl. Zimmermann, Heinz [2003], S. 53.

2.2.3 Monatsdaten

Für die Zeitreihen, die in dieser Arbeit verwendet werden, dienen Monatswerte als Grundlage. Renditen und Risikomaße werden auf Monatsbasis berechnet und später annualisiert.⁴⁸ Bei der Schätzung der Rendite wird kein genaueres Bild erreicht, jedoch bei der Streuung.⁴⁹ Monatsrenditen haben eine geringere Streuung als Jahresrenditen und es gilt:

$$\sigma_{\text{Monat}} = \sqrt{1/12} \cdot \sigma_{\text{Jahr}} \quad \text{oder} \quad \sigma_{\text{Jahr}} = \sigma_{\text{Monat}} \cdot \sqrt{12}$$

Wie gerade berechnet, beträgt die Standardabweichung 2,82% auf Monatsbasis; annualisiert beträgt sie 9,78%:

$$\sigma_{\text{Jahr}} = \frac{\sigma_{\text{Monat}}}{\sqrt{1/12}} = \frac{2,82}{\sqrt{1/12}} = 9,78$$

2.2.4 Verteilung der Renditen

2.2.4.1 Zwei Annäherungsversuche

Ein erster Weg zu erkennen, wie Renditen verteilt sein könnten, ist, die Renditen zu Klassen zusammenzufassen und in ein Schema einzutragen. Anhand solch eines Histogramms kann der Leser erkennen, in welchen Jahren positive und in welchen Jahren negative Renditen erwirtschaftet wurden. Im unten abgebildeten Histogramm wurden Klassen in 10%-Schritten gebildet und die Jahreszahlen des DAX eingeordnet.

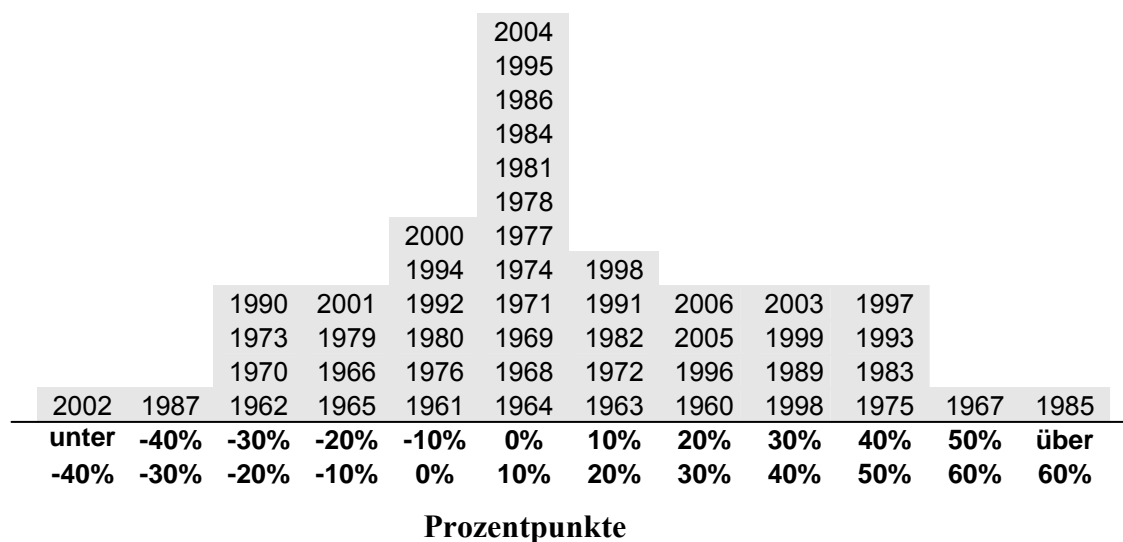


Abb. 2: Histogramm mit Jahreszahlen sortiert nach Renditeergebnissen

⁴⁸ Dreesbach, Stefan / Eller, Roland [2003], S. 194: „Die Volatilität wird mittels Standardabweichung gemessen und in einem zweiten Schritt annualisiert.“

⁴⁹ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 147.

Der zweite Weg besteht darin, einzelne Renditen aufzugreifen und diese, subjektiv oder objektiv geschätzt, einer Wahrscheinlichkeit zuzuordnen. Der Zusammenhang zwischen Renditeausprägung und zugehöriger Eintrittswahrscheinlichkeit wird als Renditeverteilung bezeichnet.⁵⁰

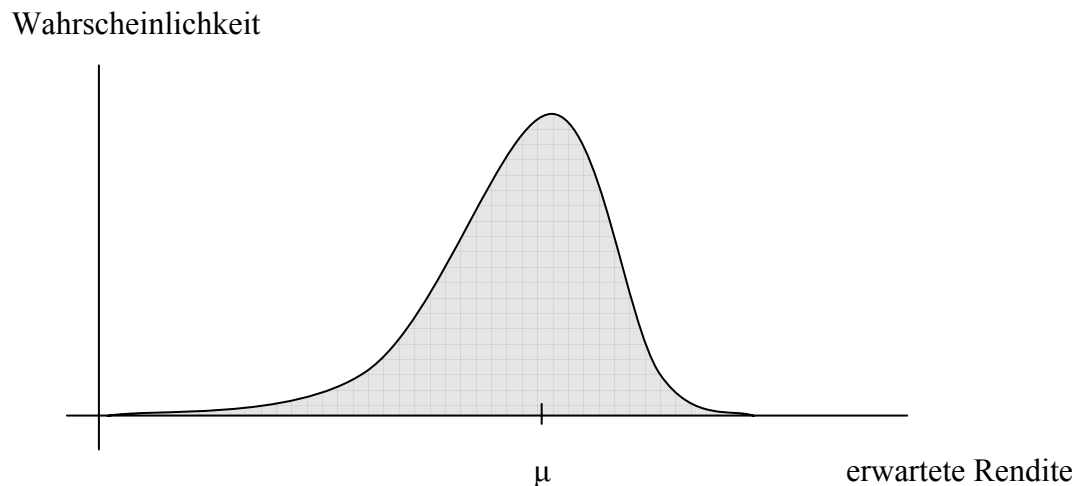


Abb. 3: Mögliche Wahrscheinlichkeitsverteilung von Renditen

2.2.4.2 Annahme der Normalverteilung

Es wurde gerade gezeigt, dass Renditen unterschiedlich verteilt sein können. In Folge dessen ergeben sich auch unterschiedliche Darstellungsweisen und unterschiedlichste „Kurven“. Es ist ein statistisches Gesetz, dass die Summe oder die Verteilung von zufälligen Gegebenheiten eine Normalverteilung anstreben.⁵¹ Diese Annahme kann man nur von stetigen Variablen treffen. Die Funktion, mit der die Wahrscheinlichkeit berechnet wird, lässt sich graphisch durch die Gaußsche Glockenkurve darstellen. Die Normalverteilung ist symmetrisch um den Mittelwert: Abweichungen positiver wie negativer Art sind gleich wahrscheinlich. Anders ausgedrückt: Die Schwankungsintervalle (Konfidenzintervalle) ergeben einen symmetrischen Wertebereich um den Erwartungswert herum. Die Normalverteilung lässt sich durch zwei Parameter vollständig beschreiben: den Mittelwert (μ) und die Standardabweichung (σ). Die Wahrscheinlichkeit für eine Renditerealisierung innerhalb eines bestimmten Bereichs, ergibt sich als Flächeninhalt (Integral) der (Dichte-)Funktion über diesen Bereich. Standardisierte Konfidenzintervalle sind das Ein-Sigma-Intervall, das Zwei-Sigma-Intervall und das Drei-Sigma-Intervall: Die Wahrscheinlichkeit, dass Renditerealisationen im Ein-Sigma-Intervall liegen, beträgt 68,3%, im Zwei-Sigma-Intervall bei 95,5% und im Drei-Sigma-Intervall bei 99,7%.⁵²

⁵⁰ Vgl. Garz, Hendrik / Günther, Stefan / Moriabadi, Cyrus [2000], S. 24f.

⁵¹ Vgl. Fischer, Donald E. / Jordan, Ronald J. [1991], S. 628: Da z. B. Preisänderungen zufällig generierte Ereignisse sind, sollte ihre Verteilung annähernd normalverteilt sein.

⁵² Vgl. Wegmann, Patrick [2003], S. 66f.

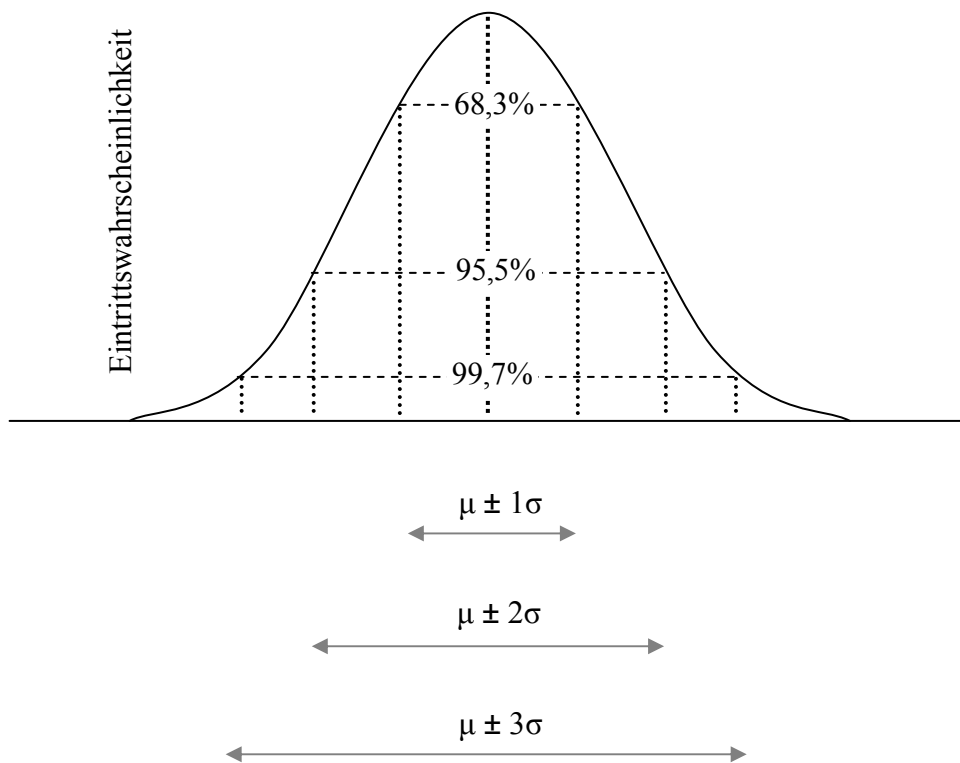


Abb. 4: Eintrittswahrscheinlichkeiten einer Normalverteilung bei vorgegebenen Konfidenzniveaus

2.2.4.3 Dichte- und Verteilungsfunktion

Renditeverteilungen lassen sich in Form von Dichte- oder Verteilungsfunktionen abbilden. Die Normalverteilung, die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Gaußschen Zufallsgröße, \tilde{x} , kann man durch ihre Dichte $f(x)$ bestimmen. Es ist das Integral zwischen zwei Integrationsgrenzen. Man berechnet es mit dieser Formel:

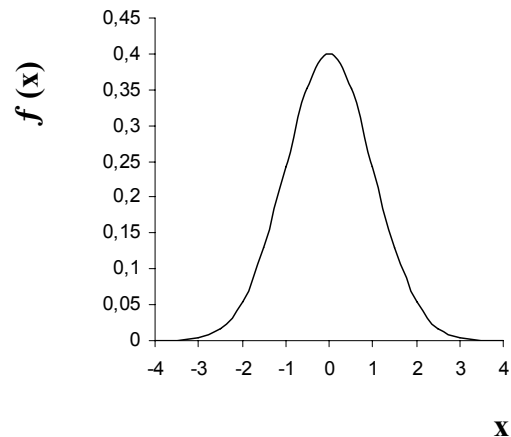
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\cdot\sigma^2}\right)$$

Die Wahrscheinlichkeit, mit der eine normalverteilte Zufallsvariable einen Wert kleiner oder gleich x annimmt, ist durch die Fläche zwischen minus unendlich und x unterhalb der Dichtefunktion gekennzeichnet. Im Falle der standardisierten Normalverteilung lautet die Formel mit der Bezeichnung $N(x)$:

$$N(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$$

$N(x)$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine standardisiert normalverteilte Zufallsgröße \tilde{x} mit einem Erwartungswert von 0 und einer Streuung von 1 einen Wert kleiner oder gleich x annimmt.⁵³ Eine Verteilung mit $\mu = 0$ und $\sigma = 1$ hat diese Daten:⁵⁴

Variablen x	f (x)	N (x)
-4,00	0,0001	0,0000
-3,50	0,0009	0,0002
-3,00	0,0044	0,0013
-2,50	0,0175	0,0062
-2,00	0,0540	0,0228
-1,50	0,1295	0,0668
-1,00	0,2420	0,1587
-0,50	0,3521	0,3085
0,00	0,3989	0,5000
0,50	0,3521	0,6915
1,00	0,2420	0,8413
1,50	0,1295	0,9332
2,00	0,0540	0,9772
2,50	0,0175	0,9938
3,00	0,0044	0,9987
3,50	0,0009	0,9998
4,00	0,0001	1,0000



Tab. 3: Rechenergebnisse einer Verteilung mit $\mu = 0$ und $\sigma = 1$

Abb. 5: Dichtefunktion $f(x)$ einer Verteilung mit $\mu = 0$ und $\sigma = 1$

Zusammenfassend kann gesagt werden: Die Dichtefunktion $f(x)$ gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zufallsvariable Rendite einen bestimmten Wert annimmt. Die Verteilungsfunktion $N(x)$ gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Rendite realisiert wird, die kleiner oder gleich einem vorgegebenen Wert ist.⁵⁵

2.2.5 Asymmetrische Risikomaße

Durch die Standardisierung normalverteilter Größen wird eine Tabellierung der Wahrscheinlichkeitswerte ermöglicht. Für diese Normalverteilung gibt es keine geschlossene funktionale Darstellung der kumulierten Verteilungsfunktionen $N(x)$. Die Werte müssen also durch die Dichtefunktion errechnet werden oder in einer Normalverteilungstabelle abgelesen werden, wenn man zuvor den z-Wert gefunden hat. Hierzu wird die jeweilige Zufallsvariable mit Hilfe folgender Formel standardisiert:⁵⁶

$$z = \frac{r - \mu}{\sigma}$$

⁵³ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 140f.

⁵⁴ Vgl. Datei: DichteVerteilung.xls.

⁵⁵ Vgl. Garz, Hendrik / Günther, Stefan / Morabadi, Cyrus [2000], S. 23f.

⁵⁶ Vgl. Wegmann, Patrick [2003], S. 68f.

Jede transformierte Zufallsvariable hat einen Erwartungswert von 0 und eine Standardabweichung von 1. In einer Normalverteilungstabelle werden nun in einer Spalte die z-Werte abgetragen, in der zweiten Spalte daneben stehen die Werte der Verteilungsfunktion $N(x)$, sprich die kumulierte Wahrscheinlichkeit.⁵⁷ Diese kumulierte Wahrscheinlichkeit, d. h. die Wahrscheinlichkeit, eine bestimmte Rendite zu verfehlen wird auch Shortfall Risk genannt und fällt unter die asymmetrischen Risikomaße, da dieses Maß eben nur den Ausfall „nach unten hin“ betrachtet. Ein weiteres bekanntes Maß ist der Value-at-Risk (VaR).⁵⁸ Er ist definiert als der Verlustbetrag, der mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit α % (einem bestimmten Konfidenzniveau) nicht überschritten wird. Man möchte hier z. B. wissen, welcher Betrag bei 95% Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird oder eben mit 5% unterschritten wird.

2.2.6 Anwendungsbeispiel für Dichte- und Verteilungsfunktion

Der DAX weist von 1959 bis 2006 folgende Performance auf:⁵⁹

arithmetisches Mittel: $r = 8,803\%$

Varianz: $\sigma^2 = 5,935\%$

Standardabweichung: $\sigma = 24,362\%$

Wendet man die Überlegungen zu Verteilungseigenschaften von Zufallsvariablen an, so ergeben sich diese Beispiele:

a) Im Jahr 1962 (Rendite lag bei -21,12%) hat der DAX einen z-Wert von:

$$z = \frac{r - \mu}{\sigma} \Rightarrow \frac{-21,125\% - 8,803\%}{24,362\%} = -1,228$$

b) Das Ein-Sigma-Intervall hat Werte zwischen -15,559% und 33,165%. In 68,3% aller Fälle müssten die Renditerealisationen in diesem Intervall liegen. Zur Veranschaulichung werden Werte herausgegriffen, die dem Ein-Sigma-Intervall nahe kommen. Im Jahr 1979 lag die Rendite bei -13,45% mit $N(x) = 0,1805$. Im Jahr 1989 lag die Rendite bei 34,83% mit $N(x) = 0,8573$. Subtrahiert man 0,1805 von 0,8573 erhält man einen Wert von 0,6768 oder 67,68% (q. e. d.).

c) Der VaR liegt im Jahr 1987 bei einem Konfidenzniveau von 94,52% ($1 - N(x)$) bei:

$$\begin{aligned} \mu &= 8,803\%; \\ \sigma &= 24,362\%; \\ z &= \frac{r - \mu}{\sigma} \\ \text{z-Wert: } &-1,6002; \end{aligned}$$

⁵⁷ Garz, Hendrik / Günther, Stefan / Moriabadi, Cyrus [2000], S. 28f.

⁵⁸ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 180f.

⁵⁹ Vgl. Datei: DichteVerteilung.xls.

$$r = (z \cdot \sigma) + \mu \Rightarrow -1,6002 \cdot 24,362\% + 8,803\% = -30,18\%$$

Das bedeutet, dass ein Anleger in einem von 20 Jahren – bei einer Investition von 1000,00 Euro in den DAX – mehr als 301,80 Euro verliert.

Jahr	Index	Return x	f (x)	N (x)	z-Wert
1959	417,79				
1960	534,09	0,2784	1,2068	0,7827	0,7813
1961	489,79	-0,0829	1,2801	0,2414	-0,7018
1962	386,32	-0,2113	0,7700	0,1096	-1,2285
1963	438,95	0,1362	1,6058	0,5784	0,1979
1964	477,89	0,0887	1,6376	0,5011	0,0028
1965	422,36	-0,1162	1,1524	0,2009	-0,8383
1966	333,36	-0,2107	0,7721	0,1100	-1,2263
1967	503,22	0,5095	0,3666	0,9582	1,7302
1968	555,62	0,1041	1,6340	0,5263	0,0661
1969	622,38	0,1202	1,6234	0,5525	0,1319
1970	443,86	-0,2868	0,5013	0,0619	-1,5387
1971	473,46	0,0667	1,6313	0,4651	-0,0876
1972	536,36	0,1329	1,6101	0,5730	0,1840
1973	396,25	-0,2612	0,5860	0,0758	-1,4336
1974	401,79	0,0140	1,5637	0,3806	-0,3039
1975	563,25	0,4019	0,7143	0,9012	1,2882
1976	509,02	-0,0963	1,2300	0,2247	-0,7565
1977	549,34	0,0792	1,6365	0,4856	-0,0362
1978	575,15	0,0470	1,6145	0,4331	-0,1685
1979	497,79	-0,1345	1,0790	0,1805	-0,9134
1980	480,92	-0,0339	1,4448	0,3084	-0,5004
1981	490,39	0,0197	1,5744	0,3895	-0,2805
1982	552,77	0,1272	1,6165	0,5639	0,1608
1983	773,95	0,4001	0,7208	0,8999	1,2811
1984	820,91	0,0607	1,6273	0,4553	-0,1123
1985	1.366,23	0,6643	0,0998	0,9910	2,3654
1986	1.432,25	0,0483	1,6160	0,4353	-0,1630
1987	1.000,00	-0,3018	0,4552	0,0548	-1,6002
1988	1.327,87	0,3279	1,0086	0,8376	0,9845
1989	1.790,37	0,3483	0,9254	0,8573	1,0684
1990	1.398,23	-0,2190	0,7400	0,1038	-1,2604
1991	1.577,98	0,1286	1,6151	0,5661	0,1664
1992	1.545,05	-0,0209	1,4819	0,3274	-0,4470
1993	2.266,68	0,4671	0,4882	0,9401	1,5558
1994	2.106,58	-0,0706	1,3246	0,2574	-0,6513
1995	2.253,88	0,0699	1,6331	0,4704	-0,0743
1996	2.888,69	0,2817	1,1941	0,7866	0,7948
1997	4.249,69	0,4711	0,4755	0,9421	1,5726
1998	5.002,39	0,1771	1,5317	0,6427	0,3657
1999	6.958,14	0,3910	0,7559	0,8932	1,2435
2000	6.433,61	-0,0754	1,3077	0,2512	-0,6708
2001	5.160,10	-0,1979	0,8222	0,1202	-1,1739
2002	2.892,63	-0,4394	0,1571	0,0152	-2,1651
2003	3.965,16	0,3708	0,8350	0,8771	1,1606
2004	4.256,08	0,0734	1,6346	0,4760	-0,0602
2005	5.408,26	0,2707	1,2362	0,7733	0,7499
2006	6.596,92	0,2198	1,4148	0,7057	0,5408

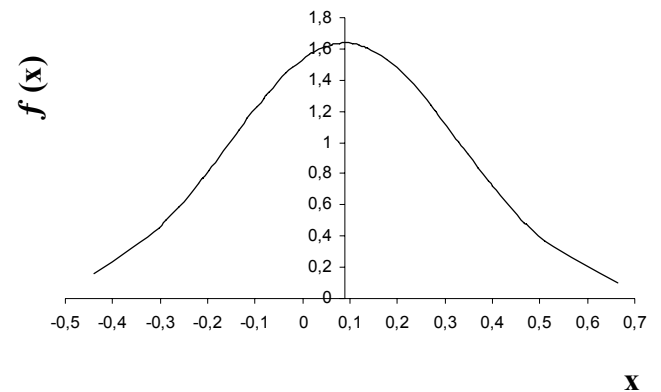


Abb. 6: Dichtefunktion $f(x)$ des DAX

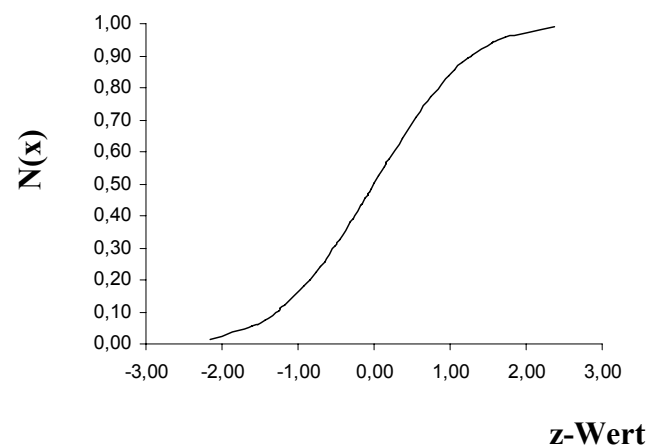


Abb. 7: Verteilungsfunktion $N(x)$ des DAX

Tab. 4: Werte für die Dichte- und Verteilungsfunktion am Beispiel DAX

2.2.7 Schiefe und Wölbung

Bislang wurde von normalverteilten Renditen ausgegangen.⁶⁰ Bei nicht normalverteilten Renditen reichen Erwartungswert (Moment erster Ordnung) und Varianz (Moment zweiter Ordnung) einer Zufallsvariable zur vollständigen Verteilungsbeschreibung nicht aus. Höhere Momente der Wahrscheinlichkeitsverteilung werden herangezogen.

Die Schiefe S (Moment dritter Ordnung, englisch: skewness) ist ein Maß für die Asymmetrie einer Verteilung und zeigt mögliche Abweichungen der Rendite von ihrem Mittelwert, wenn die dritte Potenz berücksichtigt wird:⁶¹

$$S = \sum_{t=1}^n \frac{(r_t - \mu)^3}{\sigma^3}$$

Die dritte Potenz bewirkt, dass Abweichungen nach unten stark negativ gewertet und Abweichungen nach oben stark positiv gewertet werden. Symmetrische Verteilungen wie die Normalverteilung hätten eine Schiefe von 0. Positive Werte weisen auf eine Rechtsschiefe (linkssteil) und negative Werte auf eine Linksschiefe (rechtssteil) hin. Realisationen die kleiner sind, als die erwartete Rendite, senken die Schiefe, Realisationen größer der erwarteten Rendite erhöhen die Schiefe.⁶² Ein risikoaverser Investor bevorzugt eher Verteilungen mit höherer Schiefe. Langfristige Renditereihen (geometrische Durchschnittsrenditen) sollten eine deutliche Rechtsschiefe aufweisen, denn die Renditen sind ja nach unten hin durch -100% begrenzt, aber theoretisch nach oben unbegrenzt.⁶³

Zusätzliche Informationen bei nicht-normalverteilten Renditen liefert die Wölbung K (Moment vierter Ordnung, Kurtosis). Sie ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit von „Extremwerten“. Mathematisch wird mit der vierten Potenz gearbeitet. Größere Abweichungen, nach oben wie nach unten, werden durch die vierte Potenz viel stärker gewichtet als kleinere Abweichungen.⁶⁴

⁶⁰ Garz, Hendrik / Günther, Stefan / Moriabadi, Cyrus [2000], S. 32: „Demzufolge sind sehr wohl systematische Abweichung von der Normalverteilungshypothese gegeben, so daß sich die Frage stellt, ob der Ansatz der Portfolio-Theorie aus diesem Grund insgesamt abzulehnen ist. Glücklicherweise muß diese Frage verneint werden. Der Grund hierfür liegt in einer statistischen Gesetzmäßigkeit, die besagt, daß auch nicht normalverteilte Renditen in der Summe gegen eine Normalverteilung streben (zentraler Grenzwertsatz). Bei einer Betrachtung diversifizierter Portfolios, mit anderen Worten, Portfolios, die eine größere Anzahl von Wertpapieren enthalten, spielen die auf Titelebene bestehenden Abweichungen von der Normalverteilung lediglich eine untergeordnete Rolle. Da im Rahmen der Portfoliotheorie stets von diversifizierten Portfolios ausgegangen wird, kann die Normalverteilungsannahme guten Gewissens als Arbeitshypothese akzeptiert werden.“

⁶¹ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 138f.

⁶² Vgl. Datei Rendite(1+r).xls.

⁶³ Vgl. Winkler, Gerhard [2007]: Asset Management, Folie 83f.

⁶⁴ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 138f.

$$K = \sum_{t=1}^n \frac{(r_t - \mu)^4}{\sigma^4}$$

Normalverteilte Zufallsgrößen haben eine Kurtosis von 3. Ist die Wölbung oder auch Kurtosis größer als 3, so ist die Verteilung spitzgipfelig.⁶⁵ Man spricht von Leptokurtosis oder Fat-Tails. Ist die Kurtosis kleiner als 3, so ist die Verteilung flachgipfelig. Man spricht dann von Platykurtosis. Bei der Leptokurtosis besitzt die empirische Verteilung im Vergleich zur Normalverteilung zuviel Wahrscheinlichkeitsmasse „in der Mitte“ und an den Enden. Hat eine Verteilung also Fat-Tails, sind extrem hohe oder extrem niedrige Renditen wahrscheinlicher als bei einer Normalverteilung. Renditeverteilungen für kurze Anlagezeiträume (bis zu einem Jahr) zeigen eher Fat-Tails als Renditeverteilungen für lange Zeiträume. Ein risikoaverser Investor wiederum bevorzugt eher Verteilungen mit geringerer Wölbung.⁶⁶

2.3 Kovarianz und Korrelation

Im nächsten Schritt stellt sich die Frage, ob es zwischen den beobachteten Zufallsvariablen verschiedener statistischer Reihen einen Zusammenhang gibt. Lag in den Jahren, in denen die erste Variable über oder unter ihrem Mittelwert lag, auch die zweite Variable über oder unter ihrem Mittelwert?⁶⁷ Ist eine parallele Entwicklung der beiden Variablen erkennbar, so kann man die beiden Variablen als miteinander positiv korreliert bezeichnen. Laufen die beiden Werte genau entgegengesetzt, d. h. die erste Variable lag über ihrem Mittelwert und die zweite Variable lag im gleichen Zeitraum unter ihrem Mittelwert, dann korrelieren die Variablen negativ (genau entgegengesetzt) zueinander. Lässt sich keine Regelmäßigkeit ausmachen, so sind die beiden untersuchten Variablen unkorreliert. Um herauszufinden, ob dies der Fall ist, eignet sich als erster Schritt die Erstellung einer Graphik / eines Scatterdiagramms. In dem abgebildeten Diagramm sind auf der Abszisse die Renditewerte des DAX und auf der Ordinate die Renditewerte des DJ Euro Stoxx 50 im Zeitraum von Januar 1992 bis Dezember 2006 abgetragen. Jeder Punkt repräsentiert ein Renditepaar in einem Monat. Weiter sind die beiden Mittelwerte, die das Diagramm in vier Quadranten trennt, eingezeichnet (DAX: 10,01%; DJ Euro Stoxx 50: 12,59%).⁶⁸ Wenn sich die meisten Punkte im ersten und dritten Quadranten befinden, kann eine positive Korrelation unterstellt werden. Wenn sich die meisten Punkte im zweiten und vierten

⁶⁵ Vgl. Datei Rendite(1+r).xls.

⁶⁶ Vgl. Winkler, Gerhard: Asset Management [2007], Folie 85.

⁶⁷ Die uralte statistische Frage lautet: Gibt es eine Korrelation zwischen der Anzahl der auftretenden Störche und der Anzahl der Neugeborenen?

⁶⁸ Vgl. Datei Scatterdiagramm.xls.

Quadranten befinden, kann eine negative Korrelation unterstellt werden. Wenn die Punkte über alle vier Quadranten verteilt sind, so besteht kein Zusammenhang zwischen den Variablen.⁶⁹

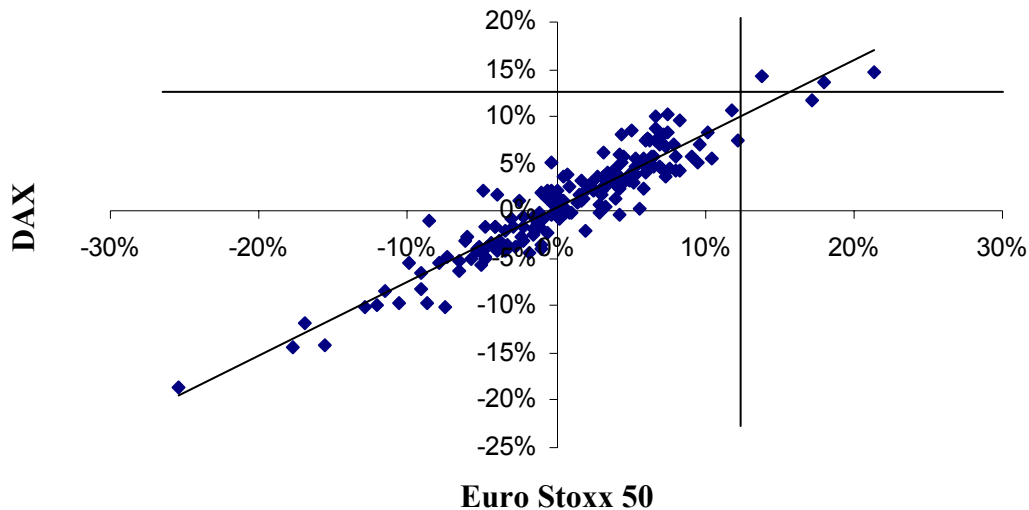


Abb. 8: Korrelation zwischen DAX und Euro Stoxx 50

Im Falle der beiden Indizes DAX und DJ Euro Stoxx 50 kann also eine positive Korrelation konstatiert werden. Um den Zusammenhang mathematisch darstellen zu können, wird zunächst die Kovarianz σ_{ij} berechnet.⁷⁰ Sie ist die Summe der Produkte aus zwei Abweichungen: der Abweichung der Renditen vom Mittelwert der ersten Anlage (i) und der Abweichung der Renditen vom Mittelwert der zweiten Anlage (j), geteilt durch Anzahl der Stichprobenwerte bzw. Freiheitsgrade.

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{t=1}^n (r_{it} - \mu_i) \cdot (r_{jt} - \mu_j)$$

Um für alle Auswertungen einheitliche Maßzahlen anzugeben, ist es nützlich die Kovarianz zu standardisieren. Um diese genormten Zahlen als Ergebnisse zu erhalten, berechnet man den Korrelationskoeffizienten (Rho, ρ_{ij}).⁷¹ Dieser berechnet sich, indem die Kovarianz durch die Standardabweichung der beiden Anlagen geteilt wird. Das Maß für die Korrelation wird in einem Bereich von - 1 und + 1 angegeben.⁷²

⁶⁹ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 113f.

⁷⁰ Vgl. Brown, Stephen J. / Elton, Edwin J. / Goetzmann, William N. / Gruber, Martin J. [2007], S. 54.

⁷¹ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 114.

⁷² In soziologischen Studien verwendet man aber auch die Begrifflichkeit „43“ oder „-17“, um das Maß der Korrelation anzugeben. Vgl. Ziebertz, Hans-Georg: Religiöse Signaturen heute. Ein religionspädagogischer Beitrag zur empirischen Jugendforschung (mit B. Kalbheim und U. Riegel), Gütersloh / Freiburg 2002 (Gütersloher Verlagshaus / Herder).

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j}$$

Die Korrelation zwischen DAX und DJ Euro Stoxx 50 beträgt:

$$\rho_{\text{DAX Euro Stoxx 50}} = \frac{0,0031}{0,0632 \cdot 0,0526} = 0,9355 .$$

Excel übernimmt die Berechnung ganzer Zahlenkolonnen und erstellt in wenigen Schritten eine Korrelationsmatrix. Aus dieser Matrix lassen sich die Korrelationskoeffizienten für Anlagepaare ablesen.⁷³

2.4 Portfoliotheorie

2.4.1 Die Idee von Harry M. Markowitz

Grundlage aller Überlegungen ist die Portfoliotheorie von Harry M. Markowitz. Er hat mit mathematischen Methoden Finanzkennzahlen des Portfolios errechnet und gezeigt, wie Portfolios optimal strukturiert werden können. Jeder Investor betrachtet „expected return a desirable thing and variance of return an undesirable thing“⁷⁴. Jeder Anleger möchte ein Höchstmaß an Ertrag bei einem minimalen Risiko erreichen. Das Portfolio mit dem maximalen Ertrag ist aber nicht unbedingt das mit dem geringsten Risiko. Der Anleger muss also seinen Nutzen und damit seine persönlichen Präferenzen abwägen.⁷⁵ Sind die Kennzahlen für Rendite und Risiko bekannt oder durch Schätzung antizipiert, kann der Anleger die verschiedenen Anlagen kombinieren, je nach Wahl des Portfolios: Er wählt das Portfolio, das bei gegebener Rendite das geringste Risiko aufweist oder bei gegebenem Risiko die höchste Rendite abwirft.⁷⁶ Die Renditeprognose ex ante erweist sich als schwierig.⁷⁷ Ein Verfahren, das auch in dieser Arbeit Anwendung findet, ist dabei die einfache historisch basierte Schätzung: „One suggestion as to tentative μ_i , σ_{ij} is to use the observed μ_i , σ_{ij} for some period of the past.“⁷⁸

⁷³ Vgl. Anlage Nr. 48.

⁷⁴ Markowitz, Harry: Portfolio Selection [1952], S. 77.

⁷⁵ Vgl. Markowitz, Harry: Portfolio Selection [1952], S. 79.

⁷⁶ Vgl. Markowitz, Harry: Portfolio Selection [1952], S. 82.

⁷⁷ Vgl. Brinkmann, Ulf / Poddig, Thorsten / Seiler, Katharina [2004], S. 117.

⁷⁸ Markowitz, Harry: Portfolio Selection [1952], S. 91.

2.4.2 Performance eines Portfolios

2.4.2.1 Formeln zur Portfoliorendite und zum Portfoliorisiko

Der interessierte Anleger möchte nicht nur die Performance einzelner Anlagen erfahren, sondern auch die Gesamterendite und das Gesamtrisiko seines Portfolios. Die Portfoliorendite wird als gewogener Durchschnitt der Renditen (bei historischen Daten die durchschnittlichen Renditen und bei zukünftigen Daten die erwartete Rendite) aller im Portfolio enthaltenen Anlagen berechnet. Die Gewichtung (w) bemisst sich nach dem prozentualen Anteil, den die Einzelanlage im Verhältnis zum Gesamtvermögen ausmacht.⁷⁹

$$r_{p,i} = \sum_{t=1}^n w_i \cdot r_{i,t}$$

Das Portfoliorisiko / die Portfoliovarianz ergibt sich aus den Risiken der Einzelanlagen und ihren Abhängigkeiten untereinander:⁸⁰

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^N (w_j^2 \cdot \sigma_j^2) + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N (w_j \cdot w_k \cdot \sigma_{jk})$$

Im Zwei-Anlagen-Fall ergibt sich dann:

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot \sigma_{12}$$

Im Drei-Anlagen-Fall ergibt sich:

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + w_3^2 \cdot \sigma_3^2 + 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot \sigma_{12} + 2 \cdot w_1 \cdot w_3 \cdot \sigma_{13} + 2 \cdot w_2 \cdot w_3 \cdot \sigma_{23}$$

2.4.2.2 Performance eines Portfolios für zwei bzw. drei Anlagen

Am Beispiel der „Anlagen“ DAX und REX, die jeweils zu 50% im Portfolio gewichtet sind und 15 Jahre gehalten wurden, heißt dies:⁸¹

$$r_{p,i} = 8,57\% \text{ auf Jahresbasis}$$

$$\sigma^2 = 0,10\% \text{ auf Monatsbasis}$$

$$\sigma = 3,19\% \text{ auf Monatsbasis}$$

$$\sigma = 11,05\% \text{ auf Jahresbasis}$$

Am Beispiel der „Anlagen“ DAX, REX und E&G REIT, die jeweils zu 33,3% im Portfolio gewichtet sind und 15 Jahre gehalten wurden, heißt dies:⁸²

⁷⁹ Vgl. Haugen, Robert A. [1993], S. 72.

⁸⁰ Vgl. Steiner, Peter / Uhlir, Helmut [1993], S. 135.

⁸¹ Vgl. Datei: Zwei-Drei-Anlagen-Fall.xls.

⁸² Vgl. Datei: Zwei-Drei-Anlagen-Fall.xls.

$r_{p,i} = 11,67\%$ auf Jahresbasis

$\sigma^2 = 0,07\%$ auf Monatsbasis

$\sigma = 2,73\%$ auf Monatsbasis

$\sigma = 9,45\%$ auf Jahresbasis

Zwei Beobachtungen sind festzuhalten: Bei zwei Anlagen sinkt die Portfoliovarianz unter das arithmetische Mittel der beiden Einzelvarianzen. Ein naives Portfolio, d. h. ein Portfolio, das die Gewichtung nach Anzahl der Anlagen festlegt, hat im Drei-Anlagen-Fall zwar nicht die Rendite wie der E&G REIT alleine, aber eine höhere Rendite als das 50-50-Portfolio aus DAX und REX und gleichzeitig ein weiter gesunkenes Risiko.

2.4.3 Diversifikation

2.4.3.1 Auswirkungen des Korrelationskoeffizienten

Wie gerade festgestellt wurde, kann man durch die Mischung von Anlagen eine veränderte Rendite-Risikostruktur im Portfolio erreichen. Renditen werden konstanter und Risiken werden schwächer. Wenn man Portfolios richtig diversifiziert, kann man so Risiken reduzieren oder sogar eliminieren. Dabei spielt die Korrelation zwischen den Anlagen die Schlüsselgröße der Portfoliotheorie.⁸³ Bei einer Korrelation von 1 sind die Anlagen vollständig positiv korreliert und es ergibt sich keine Risikodiversifikation: „The important point is that we get no real benefit from combining two assets that are perfectly correlated; they are like one asset already because their returns move together.“⁸⁴ Bei einer Korrelation von 0 sind die Anlagen unkorreliert und die Renditeverläufe sind unabhängig voneinander und das Risiko des Portfolios entspricht in etwa dem 0,7-fachen desjenigen der Einzelanlagen.⁸⁵ Bei einer Korrelation von -1 sind die Anlagen vollständig negativ korreliert und es ist eine vollständige Risikoeliminierung möglich: „This would be a risk-free portfolio. [...] This combination of two assets that are completely negatively correlated provides the maximum benefits of diversification – it completely eliminates risk.“⁸⁶ Für ein Portfolio mit zwei Anlagen (A: $\mu=8\%$; $\sigma=10\%$ und B: $\mu=14\%$; $\sigma=15\%$) ergibt sich für verschiedene Korrelationskoeffizienten folgendes Rendite-Risiko-Diagramm.⁸⁷ Je tiefer die Korrelation, desto stärker ist die Krümmung und folglich der Diversifikationseffekt.⁸⁸

⁸³ Vgl. Adelmeyer, Moritz / Warmuth, Elke [2005], S. 87.

⁸⁴ Brown, Keith C. / Reilly, Frank K. [2003], S. 221.

⁸⁵ Vgl. Adelmeyer, Moritz / Warmuth, Elke [2005], S. 92.

⁸⁶ Brown, Keith C. / Reilly, Frank K. [2003], S. 221.

⁸⁷ Vgl. Datei: AuswirkungenRho.xls.

⁸⁸ Vgl. Buhl, Christian [2003], S. 90.

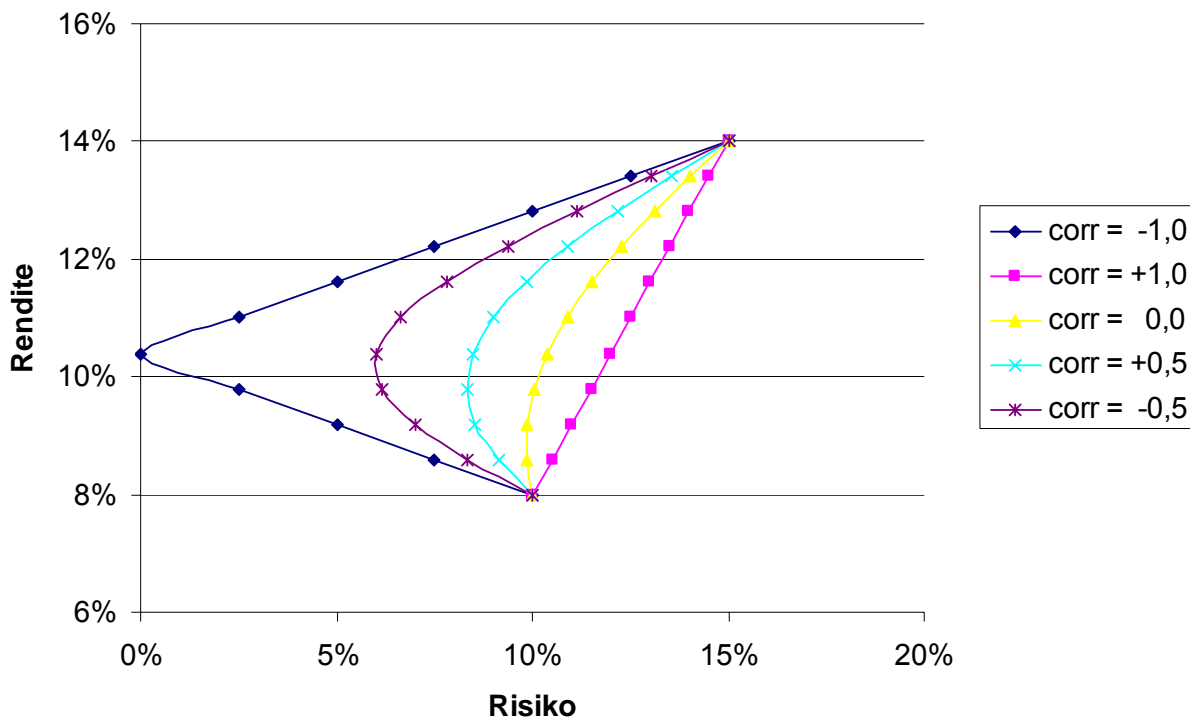


Abb. 9: Performance eines Portfolios bei unterschiedlichen Korrelationskoeffizienten

2.4.3.2 Mathematische Herleitung des Diversifikationseffektes

Die Formel zur Berechnung der Portfoliovarianz

$$\sigma_P^2 = \sum_{j=1}^N (w_j^2 \cdot \sigma_j^2) + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N (w_j \cdot w_k \cdot \sigma_{jk})$$

besteht aus zwei Teilen. Der erste Teil des Ausdrucks der Formel steht für die Summe aus dem Produkt der Gewichtungen und der Varianzen der einzelnen Anlagen:

$$\sum_{j=1}^N (w_j^2 \cdot \sigma_j^2)$$

(Dieser Ausdruck bleibt schon stehen, wenn für die Kovarianzen der Einzelanlagen jeweils 0 gilt.) Wenn alle Anlagen gleich gewichtet sind, lässt sich w auch durch $1/N$ ausdrücken und in die Formel einsetzen:

$$\sigma_P^2 = \sum_{j=1}^N ((1/N)^2 \cdot \sigma_j^2) = \frac{1}{N} \cdot \left[\sum_{j=1}^N \frac{\sigma_j^2}{N} \right]$$

Der Term in den eckigen Klammern weist einen Durchschnitt aus und reduziert die Formel auf:

$$\sigma_P^2 = (1/N) \cdot \bar{\sigma}_P^2 \quad \text{mit } \bar{\sigma}_P^2 \text{ als Durchschnittsvarianz der Anlagen im Portfolio.}$$

Wenn N immer größer wird, dann wird die Varianz des Portfolios immer kleiner. Wenn N gegen unendlich geht, dann erreicht die Varianz 0: „This is a general result. If we have enough independent assets, the variance of a portfolio of these assets approaches zero.“⁸⁹ Sobald der Korrelationskoeffizient oder die Kovarianz positiv ist, kann die Varianz des Portfolios nicht 0 werden, sondern sich nur 0 annähern.

Der zweite Teil des Ausdrucks der Formel steht für die Kovarianzen der einzelnen Anlagen untereinander:

$$\sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N (w_j \cdot w_k \cdot \sigma_{jk})$$

Auch hier lässt sich die Gewichtung w durch 1/N ersetzen, so dass die ganze Formel wie folgt lautet:

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^N ((1/N)^2 \cdot \sigma_j^2) + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N ((1/N) \cdot (1/N) \cdot \sigma_{jk})$$

Der Term 1/N kann ausgeklammert werden. Des Weiteren existieren N Werte von j und (N-1) Werte von k, weil k nicht gleich j sein kann und es einen Wert k weniger als einen Wert j geben muss. Insgesamt gibt es also N(N – 1) Kovarianz-Terme:

$$\sigma_p^2 = (1/N) \sum_{j=1}^N \left[\frac{\sigma_j^2}{N} \right] + \frac{(N-1)}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \left[\frac{\sigma_{jk}}{N \cdot (N-1)} \right]$$

Der zweite Ausdruck in der Formel ist also die Summe der Kovarianzen geteilt durch die Anzahl der Kovarianzen und ist somit ein Durchschnitt.

Indem man beide Durchschnitte berücksichtigt, kann die Formel vereinfacht werden:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N} \cdot \bar{\sigma}_j^2 + \frac{(N-1)}{N} \cdot \bar{\sigma}_{jk}$$

Wenn N sehr groß wird, wird der erste Ausdruck sehr klein und nähert sich 0, der zweite Ausdruck nähert sich der Durchschnittskovarianz des Portfolios.⁹⁰

Das Risiko (ausgedrückt durch die Standardabweichung bzw. Varianz) des Portfolios (und generell einer Anlage) wird somit aufgeteilt in das diversifizierbare / unsystematische Risiko und das nicht diversifizierbare / systematische (Markt-) Risiko.

⁸⁹ Brown, Stephen J. / Elton, Edwin J. / Goetzmann, William N. / Gruber, Martin J. [2007], S. 58.

⁹⁰ Vgl. zur Herleitung des Diversifikationseffektes: Vgl. Brown, Stephen J. / Elton, Edwin J. / Goetzmann, William N. / Gruber, Martin J. [2007], S. 57-61.

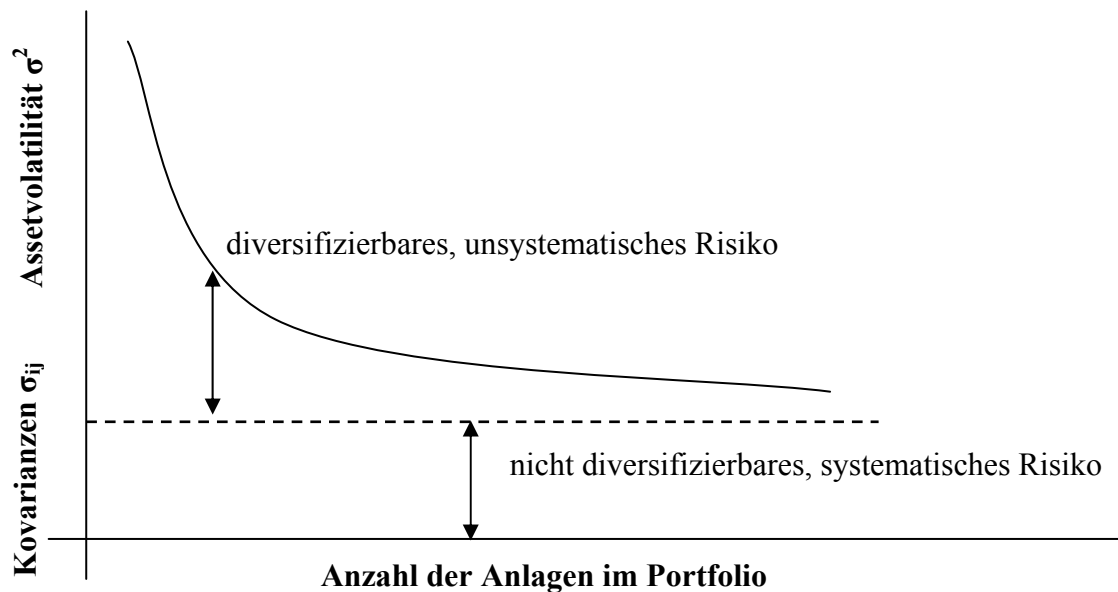


Abb. 10: Systematisches und Unsystematisches Risiko

Zusammenfassend kann zum Risiko eines Portfolios gesagt werden: Das unsystematische Risiko wird diversifiziert und somit fast neutralisiert. Was bleibt ist das nichtdiversifizierbare Risiko (systematisches Risiko), ausgedrückt durch die bestehenden und bleibenden Kovarianzen. Bei sehr großen N wird der Anteil der Varianzrisiken sehr klein. Es bleibt das Risiko aus den Kovarianzen. Ein geeigneter Diversifikationsgrad findet bereits bei der Auswahl von 15 bis 20 Wertpapieren statt.⁹¹

2.4.4 Effiziente Portfolios

Man kann nun eine Vielzahl von Portfolios aufstellen (A, B, C, D). Aus diesen kann man durch entsprechende Konstruktion neue Portfolios AB und CD mit den dazugehörigen Risiko-Rendite-Kurven zusammenstellen. Aus diesen Zweierportfolios kann man wiederum Portfolios gewichten und erhält das Portfolio EF, aus dem man ein einzelnes Portfolio G herausgreift. So ergeben sich immer neue Risiko-Rendite-Kurven. Das neue gemischte Portfolio kann in zweierlei Hinsicht besser sein, als die beiden ursprünglichen Portfolios: Es kann entweder bei gleicher Rendite ein geringeres Risiko oder bei gleichem Risiko eine höhere Rendite aufweisen. Die ungünstigen Portfolios werden also von anderen günstigeren Portfolios dominiert. Dieses ungünstige Portfolio gilt als nicht-effizient und wird ausgeklammert: „Ein Portfolio wird als effizient bezeichnet, wenn es folgende Eigenschaft besitzt: Es gibt kein anderes, ebenso aus dem zugrunde gelegten Einzelanlagen erzeugbares Portfolio, da[s] hinsichtlich Return oder Risk überlegen wäre.“⁹² Beispielsweise wird Portfolio C durch Portfolio D dominiert, weil es zwar das gleiche Risiko

⁹¹ Vgl. Auckenthaler, Christoph [2001], S. 82-86.

⁹² Spremann, Klaus [2003], S. 191.

besitzt, aber eine höhere Rendite. Portfolio B dominiert Portfolio C, weil es bei gleicher Rendite, das niedrigere Risiko enthält.⁹³

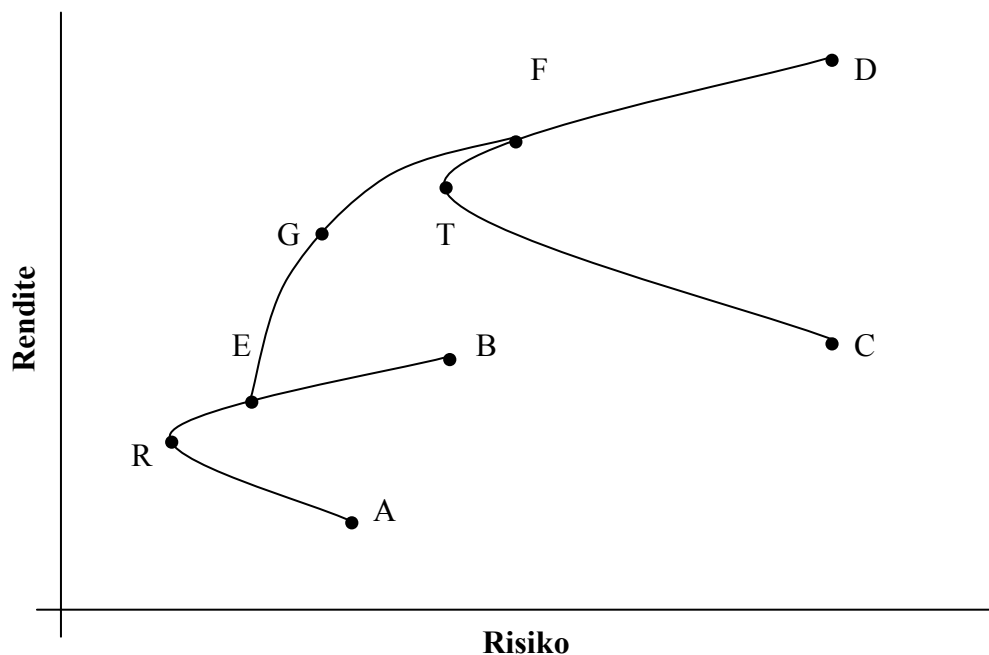


Abb. 11: Effiziente und Nicht-effiziente Portfolios

Durch Hinzunahme weiterer Anlagemöglichkeiten erhält man eine Vielzahl von Möglichkeiten, Portfolios zu kombinieren: „All of these attainable portfolio positions represent the set of investment opportunities available to us.“⁹⁴ Das Ergebnis ist ein Opportunity Set:

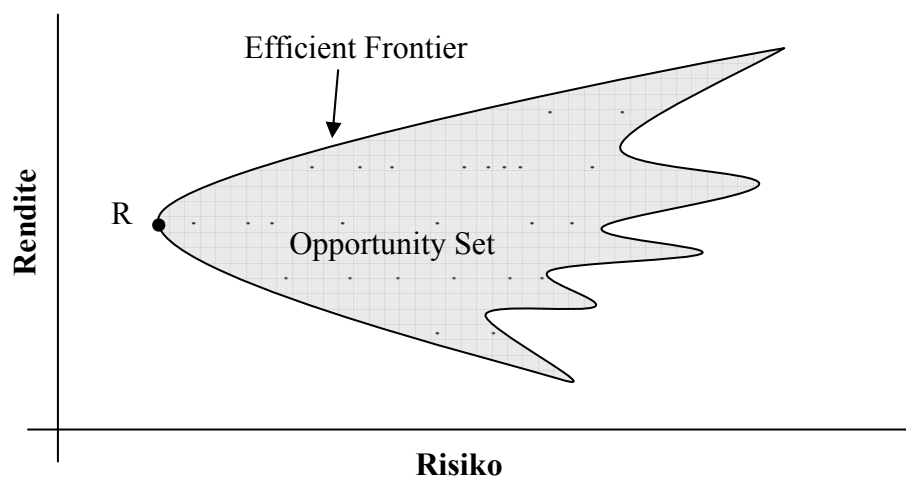


Abb. 12: Opportunity Set für eine Vielzahl von Portfoliokombinationen

⁹³ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 189.

⁹⁴ Haugen, Robert A. [1993], S. 94.

Alle Portfolios in diesem Set erfüllen ein Kriterium: Zu einem gegebenen Renditelevel gibt es ein Portfolio das die geringste Streuung aufweist. Dieses „Minimum-Varianz-Set“ kann man nun in eine obere Hälfte und eine untere Hälfte einteilen. Die obere Hälfte bietet günstigere Anlagen als die untere Hälfte und wird deswegen „efficient set“ genannt. Alle Portfolios im „efficient set“ erfüllen nun das Kriterium, dass es zu einem gegebenen Risikolevel ein Portfolio mit dem höchsten Renditeniveau gibt. Während die Portfolios, die sich auf dem äußersten Rand der Kurve unterhalb von Punkt R bewegen, nur das Kriterium erfüllen, dass sie zu einem gegebenen Renditelevel das niedrigste Risiko aufweisen, erfüllen die Portfolios auf dem äußersten Rand der Kurve oberhalb von Punkt R auch das Kriterium, dass sie zu einem gegebenen Risikolevel die höchste Rendite bieten.⁹⁵ Bei dieser Kurve handelt es sich „um die obere Einhüllende aller aus den ursprünglich gegebenen n risikobehafteten Anlageinstrumenten erzeugbaren Portfolios. Diese Kurve heißt Effizienzkurve.“⁹⁶ Bei dem Portfolio AB (Abb. 11) ist dies die Linie R-B oder bei dem Portfolio CD die Linie T-D.⁹⁷ In dem gesamten Opportunity Set (Abb. 12) bildet der Punkt R den Scheitelpunkt der sich nach rechts öffnenden Hyperbel.⁹⁸ Alle oberhalb dieses Punktes liegenden Portfolios sind effizient, alle auf dem unteren Ast der Hyperbel liegenden Portfolios sind nicht effizient. „Ein Portfolio ist genau dann effizient, wenn kein anderes Portfolio existiert, welches dieses dominiert.“⁹⁹ Der Punkt R zeigt dasjenige Portfolio, das die geringste Streuung aufweist, das sogenannte Safety-First-Portfolio oder Globales Minimum-Varianz-Portfolio.¹⁰⁰ „Das Minimumvarianzportefeuille markiert den Übergang von dominierten zu risikoeffizienten Portefeuilles; das Gewicht des renditeschwächeren Wertpapiers stellt dabei eine Schranke dar: Eine Verminderung dieses Gewichts zugunsten des renditestärkeren Papiers garantiert immer ein risikoeffizient[e]s Portefeuille.“¹⁰¹ Ein Anleger, der risikoavers ist, wird sich für ein Portfolio entscheiden, das sich auf der Efficient Frontier am linken Ende bewegt, während ein risikofreudiger Anleger ein Portfolio wählt, das sich eher am rechten Ende der Effizienzkurve bewegt. Der nächste Schritt besteht darin, effiziente Portfolios zu berechnen. Diese sollen zu einem hohen Erwartungswert des Anlageergebnisses führen und gleichzeitig die Schwankungen möglichst gering belassen.

⁹⁵ Vgl. Haugen, Robert A. [1993], S. 94f.

⁹⁶ Spremann, Klaus [2003], S. 193.

⁹⁷ Vgl. Brown, Stephen J. / Elton, Edwin J. / Goetzmann, William N. / Gruber, Martin J. [2007], S. 80.

⁹⁸ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 193;

⁹⁹ Brinkmann, Ulf / Poddig, Thorsten / Seiler, Katharina [2004], S. 79.

¹⁰⁰ Vgl. Buhl, Christian [2003], S. 90.

¹⁰¹ Vgl. Steiner, Peter / Uhlir, Helmut [1993], S. 142.

2.4.5 Opportunity-Set und Minimum-Varianz-Portfolio bei drei Anlagen

Man bildet ein Portfolio aus den Anlagen S&P 500, DJ Euro Stoxx 50 und All REITs, mischt die drei Assets in 10%-Schritten, und berechnet die entsprechende Rendite- und Risikoverteilung.¹⁰²

All REITs											
S&P 500	0,00%	10,00%	20,00%	30,00%	40,00%	50,00%	60,00%	70,00%	80,00%	90,00%	100,00%
0,00%	100,00%	90,00%	80,00%	70,00%	60,00%	50,00%	40,00%	30,00%	20,00%	10,00%	0,00%
10,00%	90,00%	80,00%	70,00%	60,00%	50,00%	40,00%	30,00%	20,00%	10,00%	0,00%	
20,00%	80,00%	70,00%	60,00%	50,00%	40,00%	30,00%	20,00%	10,00%	0,00%		
30,00%	70,00%	60,00%	50,00%	40,00%	30,00%	20,00%	10,00%	0,00%			
40,00%	60,00%	50,00%	40,00%	30,00%	20,00%	10,00%	0,00%				
50,00%	50,00%	40,00%	30,00%	20,00%	10,00%	0,00%					
60,00%	40,00%	30,00%	20,00%	10,00%	0,00%						
70,00%	30,00%	20,00%	10,00%	0,00%							
80,00%	20,00%	10,00%	0,00%								
90,00%	10,00%	0,00%									
100,00%	0,00%										

Euro Stoxx 50

Tab. 5: Gewichtung der Assets in 10%-Schritten¹⁰³

All REITs											
S&P 500	0,00%	10,00%	20,00%	30,00%	40,00%	50,00%	60,00%	70,00%	80,00%	90,00%	100,00%
0,00%	1,1038	1,1083	1,1128	1,1173	1,1218	1,1262	1,1307	1,1352	1,1397	1,1442	1,1487
10,00%	1,1043	1,1088	1,1133	1,1178	1,1222	1,1267	1,1312	1,1357	1,1402	1,1447	
20,00%	1,1048	1,1093	1,1137	1,1182	1,1227	1,1272	1,1317	1,1362	1,1406		
30,00%	1,1053	1,1097	1,1142	1,1187	1,1232	1,1277	1,1322	1,1366			
40,00%	1,1057	1,1102	1,1147	1,1192	1,1237	1,1282	1,1326				
50,00%	1,1062	1,1107	1,1152	1,1197	1,1241	1,1286					
60,00%	1,1067	1,1112	1,1157	1,1201	1,1246						
70,00%	1,1072	1,1117	1,1161	1,1206							
80,00%	1,1076	1,1121	1,1166								
90,00%	1,1081	1,1126									
100,00%	1,1086										

Euro Stoxx 50

Tab. 6: Renditeverteilung im Drei-Anlagen-Portfolio

All REITs											
S&P 500	0,00%	10,00%	20,00%	30,00%	40,00%	50,00%	60,00%	70,00%	80,00%	90,00%	100,00%
0,00%	0,1862	0,1709	0,1562	0,1433	0,1323	0,1237	0,1180	0,1157	0,1171	0,1218	0,1297
10,00%	0,1783	0,1632	0,1488	0,1364	0,1260	0,1183	0,1138	0,1128	0,1156	0,1217	
20,00%	0,1708	0,1561	0,1421	0,1302	0,1206	0,1140	0,1107	0,1112	0,1154		
30,00%	0,1640	0,1496	0,1361	0,1250	0,1163	0,1108	0,1089	0,1109			
40,00%	0,1577	0,1439	0,1310	0,1207	0,1131	0,1089	0,1085				
50,00%	0,1522	0,1390	0,1268	0,1175	0,1111	0,1084					
60,00%	0,1475	0,1349	0,1237	0,1155	0,1105						
70,00%	0,1436	0,1319	0,1217	0,1148							
80,00%	0,1407	0,1300	0,1209								
90,00%	0,1388	0,1291									
100,00%	0,1379										

Euro Stoxx 50

Tab. 7: Risikoverteilung (σ) im Drei-Anlagen-Portfolio

¹⁰² Vgl. Datei: Opportunity-MVP-drei-Anlagen.xls / Reiter „Verteilungen“.

¹⁰³ Nach dem Muster: 100 % – S&P 500 % – All REITs % = Euro Stoxx 50 %.

Durch Übertrag der Werte in ein Rendite-Risiko-Diagramm erhält man das Opportunity-Set:¹⁰⁴

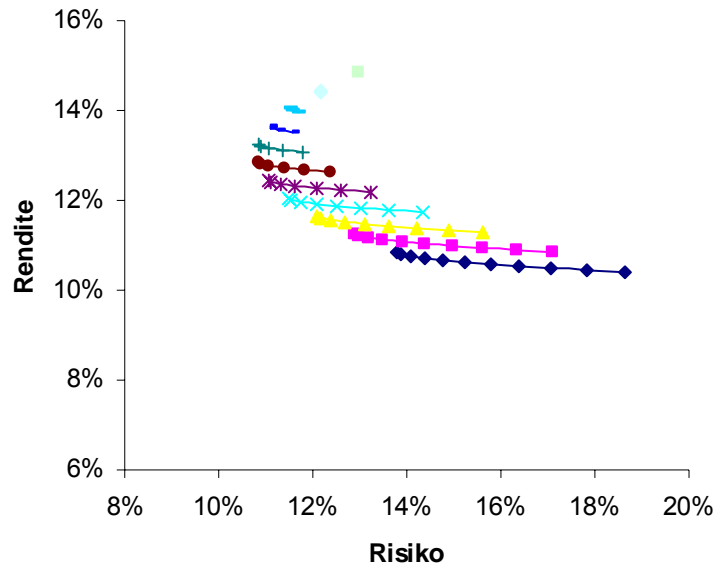


Abb. 13: Opportunity-Set für drei Anlagen

Aus diesem wiederum erhält man das Minimum-Varianz-Set mit MVP als Minimum-Varianz-Portfolio:

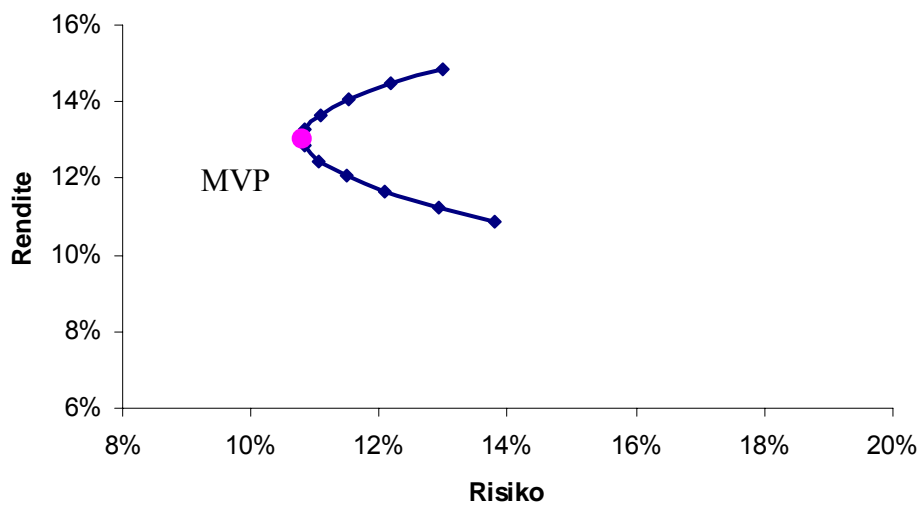


Abb. 14: Minimum-Varianz-Set für drei Anlagen

2.5 Die Optimierung eines Portfolios

2.5.1 Einführung

Wie oben bereits erläutert, unterstellt Markowitz bei der Auswahl der effizienten Portfolios den risikoaversen und nach hoher Rendite strebenden Anleger. Investoren werden immer mehr Rendite gegenüber weniger bevorzugen und falls zwei Portfolios dieselbe Rendite aufweisen,

¹⁰⁴ Vgl. Datei: Opportunity-MVP-drei-Anlagen.xls / Reiter „Berechnung3Anlagen“.

werden Anleger immer dasjenige präferieren, welches das geringere Risiko beinhaltet. Anleger suchen effiziente Portfolios.

2.5.2 Minimum-Varianz-Portfolios¹⁰⁵

2.5.2.1 Die Bildung einer Inversen Matrix

Um überhaupt ein Minimum-Varianz-Portfolio zu suchen, ist es notwendig, sich über eine Matrix und die Inverse der Matrix im Klaren zu sein. Um eine Inverse (A^{-1}) einer Matrix (A) bilden zu können, muss diese quadratisch sein.¹⁰⁶ Danach lässt sich diese auf zwei Arten berechnen. Der erste Weg geht über die Berechnung der Determinante, die Aufstellung der transponierten Matrix (A^T) und der Vorzeichenmatrix, die Bildung der Unterdeterminanten und die Aufstellung und Berechnung der Unterdeterminanten sowie der daraus folgenden adjungierten Matrix, $\text{adj}(A)$. Es ergibt sich: $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{adj}(A)$.¹⁰⁷ Der zweite Weg zur

Bestimmung von Inversen ist mittels Gauß-Algorithmus: Die Ursprungsmatrix wird um die Einheitsmatrix ergänzt und solange umgeformt bis an der Stelle der Ursprungsmatrix die Einheitsmatrix steht. Die Inverse einer 2x2-Matrix berechnet sich nach folgendem Schema und Beispiel:¹⁰⁸

$$\begin{array}{ll}
 \text{1. Schritt: } A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} & \text{2. Schritt: } \left(\begin{array}{cc|cc} 4 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \quad (\cdot 2) - I \\
 \text{3. Schritt: } \left(\begin{array}{cc|cc} 4 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right) / 4 & \text{4. Schritt: } \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -1/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right) + (1/4 \cdot \text{II}) \\
 \text{5. Schritt: } \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right) & \text{6. Schritt: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0,5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

2.5.2.2 Minimum-Varianz-Portfolio mit zwei Anlagen

Eine Möglichkeit ist es nun, dasjenige Portfolio zu suchen, das unter allen Portfolios das geringste Risiko, die minimale Varianz aufweist. Der Anleger verzichtet dabei auf Renditechancen, besitzt aber ein risikoeffizientes Portfolio. Das Optimierungsproblem, um ein Minimum-Varianz-Portfolio (MVP) zu finden, lautet im Zwei-Anlagen-Fall:¹⁰⁹

Minimiere die Portfolio-Varianz

¹⁰⁵ Vgl. zu diesem Kapitel auch: Winkler, Gerhard [2007].

¹⁰⁶ Vgl. Brinkmann, Ulf / Poddig, Thorsten / Seiler, Katharina [2004], S. 66.

¹⁰⁷ Vgl. Dörsam, Peter [2002], S. 74-77.

¹⁰⁸ Vgl. Dörsam, Peter [2002], S. 77-78.

¹⁰⁹ Vgl. Brown, Stephen J. / Elton, Edwin J. / Goetzmann, William N. / Gruber, Martin J. [2007], S. 75f.

$$\text{Min}_{w_1 \dots w_n} \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij} \quad .$$

Die Funktion wird nach w abgeleitet und gleich Null gesetzt:¹¹⁰

$$\frac{\partial \sigma_p^2}{\partial w_1} = 2 \cdot w_1 \cdot \sigma_1^2 + 2 \cdot (1 - w_1) \cdot (-1) \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot (1 - w_1) \cdot \sigma_{1,2} + 2 \cdot w_1 \cdot \sigma_{1,2} (-1) = 0;$$

$$2 \cdot w_1 \cdot \sigma_1^2 - 2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot w_1 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot \sigma_{1,2} - 2 \cdot w_1 \cdot \sigma_{1,2} - 2 \cdot w_1 \cdot \sigma_{1,2} = 0;$$

$$w_1 \cdot \sigma_1^2 - \sigma_2^2 + w_1 \cdot \sigma_2^2 + \sigma_{1,2} - w_1 \cdot \sigma_{1,2} - w_1 \cdot \sigma_{1,2} = 0;$$

$$w_1 \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_{1,2} - \sigma_{1,2}) - \sigma_2^2 + \sigma_{1,2} = 0;$$

$$\sigma_2^2 - \sigma_{1,2} = w_1 \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{1,2})$$

Für den ersten gesuchten Anteil erhält man:

$$w_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{1,2}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_{1,2}}$$

Für den zweiten ergibt sich $w_2 = 1 - w_1$. Die Portfoliorendite und Portfoliovarianz erhält man durch Einsetzen der gerade errechneten Anteile. Allerdings können sich hier auch negative Anteile ergeben, wenn man Leerverkäufe nicht ausschließt.

Eine Restriktion, die im nächsten Schritt beachtet wird, ist die Tatsache, dass die Portfoliogewichte in der Summe 1 ergeben sollen. Die Zielfunktion hat also eine Nebenbedingung, die mit Hilfe der Lagrange-Funktion gelöst werden kann. Die Funktion f muss mit der Funktion g der Nebenbedingung minimiert werden. Der Lagrange-Multiplikator λ muss so bestimmt werden, dass die Nebenbedingung erfüllt ist.¹¹¹

Zielfunktion:

$$f(w_i, w_j) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{i,j} = w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot \sigma_{1,2}$$

Nebenbedingung:

$$g(w_1, w_2) = w_1 + w_2 \quad \text{mit } w_1 + w_2 = 1$$

Lagrange-Funktion:

$$L(w_1, w_2) = f(w_1, w_2) + \lambda \cdot g(w_1, w_2)$$

¹¹⁰ Vgl. Steiner, Peter / Uhlig, Helmut [1993], S. 137.

¹¹¹ Vgl. Spremann, Klaus [2003], 197-199.

Die Lagrange-Funktion muss minimiert werden, d. h. es werden partielle Ableitungen gebildet, die wiederum gleich Null gesetzt werden. Man erhält ein Gleichungssystem in der Form:

$$\begin{aligned} 2w_1\sigma_1^2 + 2w_2\sigma_{1,2} + \lambda &= 0 \\ 2w_1\sigma_{1,2} + 2w_2\sigma_2^2 + \lambda &= 0 \\ w_1 + w_2 - \lambda &= 0 \end{aligned}$$

Die Konstante 2 kann vernachlässigt werden und das System kann in Matrizenform umgeschrieben werden.¹¹²

$$\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{1,2} & 1 \\ \sigma_{1,2} & \sigma_2^2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

2.5.2.3 Minimum-Varianz-Portfolio mit drei Anlagen

Im Drei-Anlagen-Fall werden ergeben sich folgende Berechnungen:

Zielfunktion:

$$\begin{aligned} f(w_1, w_2, w_3) &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{i,j} \\ &= w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + w_3^2 \cdot \sigma_3^2 \\ &\quad + 2 \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot \sigma_{1,2} + 2 \cdot w_1 \cdot w_3 \cdot \sigma_{1,3} + 2 \cdot w_2 \cdot w_3 \cdot \sigma_{2,3} \end{aligned}$$

Nebenbedingung:

$$g(w_1, w_2, w_3) = w_1 + w_2 + w_3 \quad \text{mit } w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

Lagrange-Funktion:

$$L(w_1, w_2, w_3) = f(w_1, w_2, w_3) + \lambda \cdot g(w_1, w_2, w_3)$$

Gleichungssystem in der Form:

$$\begin{aligned} 2w_1\sigma_1^2 + 2w_2\sigma_{1,2} + 2w_3\sigma_{1,3} + \lambda &= 0 \\ 2w_1\sigma_{1,2} + 2w_2\sigma_2^2 + 2w_3\sigma_{2,3} + \lambda &= 0 \\ 2w_1\sigma_{1,3} + 2w_2\sigma_{2,3} + 2w_3\sigma_3^2 + \lambda &= 0 \\ w_1 + w_2 + w_3 - \lambda &= 0 \end{aligned}$$

¹¹² Vgl. Winkler, Gerhard [2007], S. 108f.

System in Matrizenform:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{1,2} & \sigma_{1,3} & 1 \\ \sigma_{1,2} & \sigma_2^2 & \sigma_{2,3} & 1 \\ \sigma_{1,3} & \sigma_{2,3} & \sigma_3^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

2.5.2.4 Beispiele für Minimum-Varianz-Portfolios mit zwei und drei Anlagen

Das Spreadsheet-Programm Microsoft Excel (im Folgenden nur noch Excel genannt) vollzieht das Optimierungsproblem einfacher. Hier lassen sich Matrizen leicht lösen: Die Inverse der ersten Matrix muss mit der Matrix nach dem Gleichheitszeichen multipliziert werden. Am Beispiel von S&P und All REITs sei ein MVP aufgezeigt:¹¹³

Die Varianz-Kovarianz-Matrix hat folgende Form:

	<i>All REITs</i>	<i>S&P500</i>
<i>All REITs</i>	0,0014023	0,0004629
<i>S&P500</i>	0,0004629	0,0015854

Das Gleichungssystem sieht wie folgt aus:

	<i>All REITs</i>	<i>S&P 500</i>		
<i>All REITs</i>	0,0014023	0,0004629	1,0000000	0,0000000
<i>S&P 500</i>	0,0004629	0,0015854	1,0000000	0,0000000
<i>Restriktion</i>	1,0000000	1,0000000	0,0000000	1,0000000

und hat als Ergebnis:

	<i>All REITs</i>	<i>S&P 500</i>			<i>Gewichtung</i>
<i>All REITs</i>	0,0014023	0,0004629	1,0000000	0,0000000	0,5444214
<i>S&P 500</i>	0,0004629	0,0015854	1,0000000	0,0000000	0,4555786
<i>Restriktion</i>	1,0000000	1,0000000	0,0000000	1,0000000	- 0,000974

Das Minimum-Varianz-Portfolio enthält 54,44% All REITs und 45,56% S&P 500, hat eine Portfoliorendite von 13,04% bei einer Volatilität von 9,46%.

¹¹³ Vgl. Datei: Optimierung2Anlagen.xls.

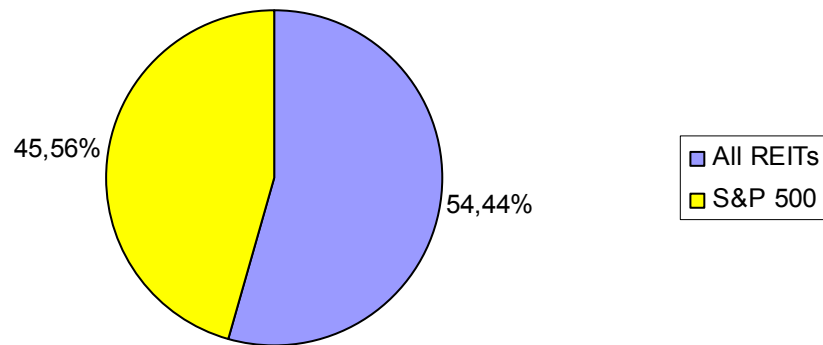


Abb. 15: MVP – All REITs, S&P 500

Excel bietet für das Optimieren auch den Solver an: Auch hier wird eine Zielfunktion aufgestellt und die Nebenbedingungen manuell eingegeben. Das Ergebnis sind wieder die Gewichtungen für die einzelnen Assets. Selbstverständlich ergeben sich dieselben Lösungszahlen:

Gewichte	0,5444214
	0,4555786
Zielfunktion	0,0009743
Restriktion	1,0000000

Bei Anlagen $n > 3$ ergeben sich bei der Berechnung in Excel über die Inversen der Matrix u. U. negative Gewichtungen, da die Restriktion der Leerverkäufe nicht berücksichtigt wird. Im Solver dagegen kann die Restriktion Beachtung finden. Damit der Solver richtig rechnet, muss neben der Restriktion $\sum_{i=1}^n w_i = 1,00$ auch die Restriktion $w_i \geq 0$ eingegeben werden.

Die Varianz-Kovarianz-Matrix eines MVP am Beispiel von den drei Anlagen S&P 500, All REITs und DJ Euro Stoxx 50 zeigt folgendes Bild:¹¹⁴

	<i>All REITs</i>	<i>S&P 500</i>	<i>Euro Stoxx 50</i>
<i>All REITs</i>	0,0014023	0,0004629	0,0004031
<i>S&P 500</i>	0,0004629	0,0015854	0,0016245
<i>Euro Stoxx 50</i>	0,0004031	0,0016245	0,0028889

Das Gleichungssystem sieht wie folgt aus

	<i>All REITs</i>	<i>S&P 500</i>	<i>Euro Stoxx 50</i>		
<i>All REITs</i>	0,0014023	0,0004629	0,0004031	1,0000000	0,0000000
<i>S&P 500</i>	0,0004629	0,0015854	0,0016245	1,0000000	0,0000000
<i>Euro Stoxx 50</i>	0,0004031	0,0016245	0,0028889	1,0000000	0,0000000
<i>Restriktion</i>	1,0000000	1,0000000	1,0000000	0,0000000	1,0000000

¹¹⁴ Vgl. Datei: Optimierung3Anlagen.xls.

und hat als Ergebnis:

	<i>All REITs</i>	<i>S&P 500</i>	<i>Euro Stoxx 50</i>			<i>Gewichtung</i>
<i>All REITs</i>	0,0014023	0,0004629	0,0004031	1,0000000	0,0000000	0,5450010
<i>S&P 500</i>	0,0004629	0,0015854	0,0016245	1,0000000	0,0000000	0,4429101
<i>Euro Stoxx 50</i>	0,0004031	0,0016245	0,0028889	1,0000000	0,0000000	0,0120889
<i>Restriktion</i>	1,0000000	1,0000000	1,0000000	0,0000000	1,0000000	-0,0009741

Das Minimum-Varianz-Portfolio enthält demnach 54,50% All REITs, 44,29% S&P 500 und 1,21% Euro Stoxx 50, hat eine Portfoliorendite von 13,04% bei einer Volatilität von 10,81%.

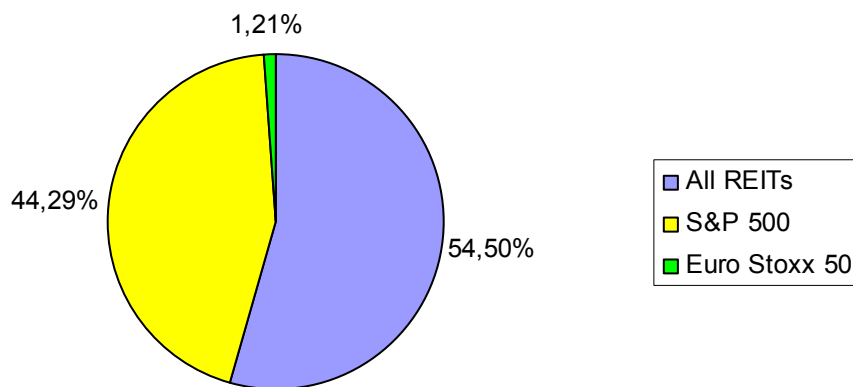


Abb. 16: MVP – All REITs, S&P 500, Euro Stoxx 50

2.5.3 Minimum-Varianz-Set

2.5.3.1 Bestimmung der Effizienzkurve

Sind die Assets bestimmt, kann sich jeder Anleger überlegen, welchen Ertrag er mit seinem Portfolio erreichen will. Die vorgegeben Anlagen setzen ihm dabei die Grenzen. Sofern er die höchste Rendite erreichen will, muss er das ganze Kapital in die Anlage stecken, die für sich allein die höchste Rendite abwirft. Diese Anlage wird aber nicht unbedingt das geringste Risiko aufweisen. Der Anleger wird sich also auf dem Rendite-Risiko-Menü seine persönlichen Präferenzen aussuchen und eine bestimmte Rendite oder ein maximal tolerierbares Risiko vorgeben. Mit Hilfe dieser Zahlen kann die optimale Gewichtung der einzelnen Assets berechnet werden. Um ein Portfolio für eine vorgegebene Rendite zu finden, muss wieder ein Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen formuliert werden:

Minimiere die Portfolio-Varianz

$$\text{Min}_{w_1 \dots w_n} \sigma_P^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij}$$

mit den Nebenbedingungen,

dass eine bestimmte Ertragserwartung vorgegeben ist,

$$\mu_P = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \mu_i$$

dass die Summe der Portfoliogewichte 1,00 ergeben muss,

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1,00$$

und dass keine Leerverkäufe erlaubt sind

$$w_i \geq 0. \quad ^{115}$$

Die Zielfunktion hat also Nebenbedingungen, die sich wieder mit dem Lagrange-Ansatz erfassen lassen. Die Minimierung wird über die Ableitung der eingesetzten Variablen erreicht. Als Lösung erhält man Gewichtungen für die Anlagen, die im Portfolio vorgesehen sind. Eingesetzt in die Gleichungen für die Portfoliorendite und die Portfoliovarianz erhält man Koordinaten für das Rendite-Risiko-Diagramm. Dieser Koordinatenpunkt liegt auf dem Minimum-Varianz-Set. Führt man die Operation mit allen möglichen Renditeerwartungen durch, so erhält man die dazugehörigen minimierten Varianzen, alle Punkte auf dem Minimum-Varianz-Set und letztlich die Effizienzkurve.¹¹⁶

2.5.3.2 Das Minimum-Varianz-Set für drei Anlagen

Das Minimum-Varianz-Set erhält man, wenn man eine bestimmte Renditeerwartung vorgibt und die dazugehörige Varianz, also für die bestimmte Rendite das minimale Risiko, berechnet. Für die Zielfunktion gelten drei Nebenbedingungen: eine bestimmte Ertragserwartung, die Summe der Portfoliogewichte muss 1,00 ergeben (Budgetrestriktion), Leerverkäufe sind nicht erlaubt. Gegeben sind im Falle von drei Anlagen:

μ_i Erwartungswerte aller drei Anlagen,

σ_i Varianzen und

σ_{ij} Kovarianzen der Anlagen

μ_P Erwartungswert für die Portfoliorendite

Der möglicher Ansatz für die Gleichung, wenn man die Gewichtung von w_C von w_A und w_B abhängig macht, lautet:¹¹⁷

¹¹⁵ Ein Portfoliogewicht über 100% hieße eine Investition über eine Kreditfinanzierung. Das Verbot von Leerverkäufen ist bei Investitionen von Privatanleger die Regel. Verbote sind auch bei der KAG in Kraft, bei Hedgefonds z. B. aufgehoben.

¹¹⁶ Vgl. Brinkmann, Ulf / Poddig, Thorsten / Seiler, Katharina [2004], S. 82.

¹¹⁷ Vgl. Haugen, Robert A. [1993], S. 130ff.

Minimiere¹¹⁸

$$\begin{aligned}\sigma_P^2 = & w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + (1 - w_A - w_B)^2 \sigma_C^2 \\ & + 2 w_A w_B \sigma_{AB} + 2 w_A (1 - w_A - w_B) \sigma_{AC} + 2 w_B (1 - w_A - w_B) \sigma_{B,C} \\ & + \lambda [\mu_P - w_A \mu_A - w_B \mu_B - (1 - w_A - w_B) \mu_C] \quad !\end{aligned}$$

Bei einer vorgegebenen Rendite von 12,00% berechnet Excel die Gewichtungen. Demnach setzt sich das Portfolio aus 28,96% All REITs, 66,72% S&P 500 und 4,31% DJ Euro Stoxx 50 zusammen.¹¹⁹

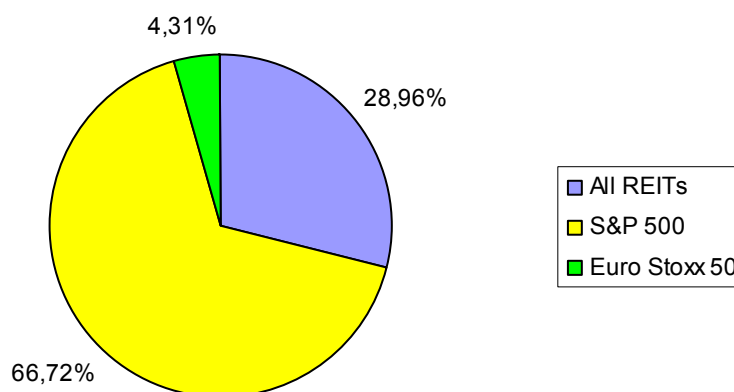


Abb. 17: Portfolio mit vorgegebener Rendite – All REITs, S&P 500, Euro Stoxx 50

Dieses Portfolio besitzt zwar für die vorgegebene Rendite die minimale Varianz, allerdings ist dieses Portfolio nicht effizient, da es auf dem unteren Ast des Minimum-Varianz-Sets liegt. Wer eine Volatilität von 11,55% eingetragt erhält bei einer anderen Mischung eine größere Rendite (14,07%).¹²⁰

¹¹⁸ An dieser Stelle sei auf die genauen Rechenschritte verzichtet und auf das Beispiel bei Robert A. Haugen verwiesen. Die Lösung der Gleichung lässt sich über Excel oder aber über den Risiko-Ertrags-Präferenz-Parameter leicht nachvollziehen (siehe unten).

¹¹⁹ Vgl. Datei: Opt3AssetMy.xls / Reiter „Optimierung 3 Anlagen“.

¹²⁰ Vgl. Datei: Opt3AssetMy1.xls

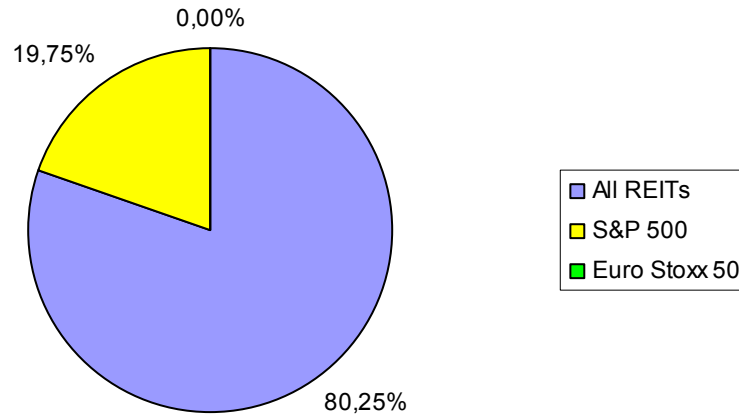


Abb. 18: Effizientes Portfolio mit vorgegebenem Risiko
– All REITs, S&P 500, Euro Stoxx 50

Auch in diesem Fall lassen sich die Berechnungen in Excel nachvollziehen, indem man neben der Restriktion $\sum_{i=1}^n w_i = 1,00$ zusätzlich die Renditevorgabe berücksichtigt.

Die Varianz-Kovarianz-Matrix am Beispiel eines Portfolios von den drei Anlagen S&P 500, All REITs und DJ Euro Stoxx 50 mit vorgegebener Rendite von 12,00% zeigt folgendes Bild:¹²¹

	<i>All REITs</i>	<i>S&P 500</i>	<i>Euro Stoxx 50</i>
<i>All REITs</i>	0,0014023	0,0004629	0,0004031
<i>S&P 500</i>	0,0004629	0,0015854	0,0016245
<i>Euro Stoxx 50</i>	0,0004031	0,0016245	0,0028889

Der Ansatz des Gleichungssystems lautet (Renditen sind als Monatswerte dargestellt):

	<i>All REITs</i>	<i>S&P 500</i>	<i>Euro Stoxx 50</i>			
<i>All REITs</i>	0,0014023	0,0004629	0,0004031	0,0116166	1,0000000	0,0000000
<i>S&P 500</i>	0,0004629	0,0015854	0,0016245	0,0086289	1,0000000	0,0000000
<i>Euro Stoxx</i>	0,0004031	0,0016245	0,0028889	0,0082654	1,0000000	0,0000000
<i>Renditeerwartung</i>	0,0116166	0,0086289	0,0082654	0,0000000	0,0000000	0,0094887
<i>Restriktion</i>	1,0000000	1,0000000	1,0000000	0,0000000	0,0000000	1,0000000

und hat als Ergebnis:

	<i>All REITs</i>	<i>S&P 500</i>	<i>Euro Stoxx</i>				<i>Gewichtung</i>
<i>All REITs</i>	0,0014023	0,0004629	0,0004031	0,0116166	1,0000000	0,0000000	0,2930974
<i>S&P 500</i>	0,0004629	0,0015854	0,0016245	0,0086289	1,0000000	0,0000000	0,6632528
<i>Euro Stoxx</i>	0,0004031	0,0016245	0,0028889	0,0082654	1,0000000	0,0000000	0,0436497
<i>Renditeerwartung</i>	0,0116166	0,0086289	0,0082654	0,0000000	0,0000000	0,0094887	0,1748976
<i>Restriktion</i>	1,0000000	1,0000000	1,0000000	0,0000000	0,0000000	1,0000000	-0,0027673

¹²¹ Vgl. Datei: Opt3AssetMy.xls / Reiter „RechnungMatrix“. Anm. des Autors: An dieser Stelle wirft der Solver in Excel andere Zahlen aus.

2.5.4 Tobin-Separation

2.5.4.1 Die Annahme eines risikofreien Zinssatzes

Bislang wurden im Portfolio nur risikoreiche Assets betrachtet. Jetzt wird eine risikolose Anlage hinzugefügt oder besser gesagt, eine Anlage, die einen risikofreien Zinssatz enthält (wie z. B. Geldmarktanlagen, Festgelder, Anleihen des Bundes).¹²² Zu diesem Zinssatz kann der Investor Geld anlegen oder auch ausleihen. Damit ist die Budgetrestriktion aufgehoben. Der risikolose Zinssatz r_F hat eine Standardabweichung von Null. Wenn der Anleger einen Teil w in das (effiziente) Portfolio A legt, so bleibt für die Anlage in das risikolose Asset $(1-w)$. Daher hat die Kombination (C) aus Portfolio A und risikolosem Asset eine Rendite von

$$r_C = (1 - w) \cdot r_F + w \cdot r_A .$$

Weil die risikolose Anlage ein Sigma von 0 hat, gilt für das Risiko dieser Kombination

$$\sigma_C = \sqrt{w^2 \cdot \sigma_A^2} = w \cdot \sigma_A .$$

Die Auflösung nach w und die Einsetzung des Terms in die Gleichung der Rendite ergeben

$$r_C = \left(1 - \frac{\sigma_C}{\sigma_A}\right) \cdot r_F + \frac{\sigma_C}{\sigma_A} \cdot r_A .$$

Durch Umformung erhält man die Funktion für die Gerade:

$$r_C = r_F + \left(\frac{r_A - r_F}{\sigma_A} \right) \cdot \sigma_C .$$

Alle Kombinationen des Portfolios A und der risikolosen Anlage r_F liegen auf der Geraden. Der Achsenabschnitt wird durch r_F und die Steigung der Gerade durch $(r_A - r_F) / \sigma_A$ bestimmt.¹²³ Zwischen dem Punkt r_F und A wird das Budget in zwei Teile aufgeteilt und investiert, oberhalb des Punktes A wird noch Kredit aufgenommen und der ganze Betrag in A investiert.

¹²² Vgl. Brown, Stephen J. / Elton, Edwin J. / Goetzmann, William N. / Gruber, Martin J. [2007], S. 85-88.

¹²³ Vgl. Garz, Hendrik / Günther, Stefan / Moriabadi, Cyrus [2000], S. 63-65.

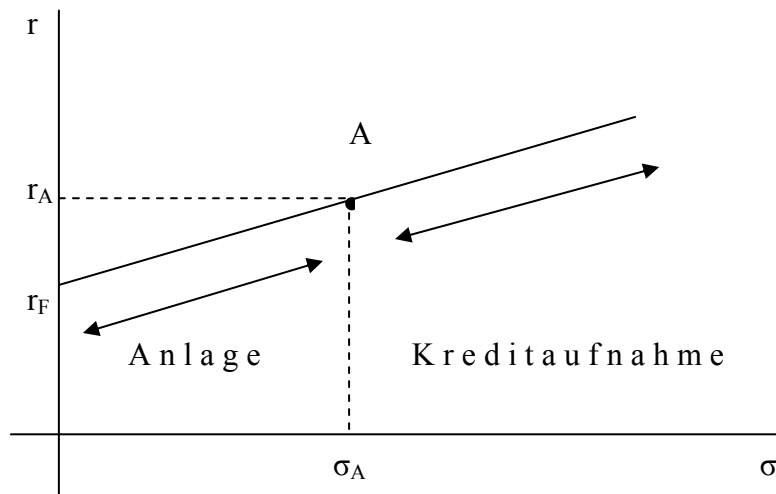


Abb. 19: Anlage und Kreditaufnahme bei der Annahme eines risikofreien Zinssatzes

2.5.4.2 Die Steigung der Effizienzkurve

In einem nächsten Schritt wird untersucht, ob sich das Portfolio A wirklich für eine Kombination mit der risikolosen Anlage r_F eignet. Von Punkt r_F auf der Ordinate aus kann man die Gerade so legen, dass sie verschiedene Punkte auf der Effizienzkurve schneidet oder berührt. „Portfolios auf der Tangentiallinie weisen das beste Verhältnis zwischen Rendite und Risiko auf, da kein anderes Portfolio zu finden ist, welches ohne Übernahme von zusätzlichem Risiko mit einer höheren erwarteten Rendite entschädigt [wird]. Steht eine risikolose Anlage zur Verfügung, wird die Efficient Frontier somit als Menge der optimalen Portfolios durch die Tangentiallinie ersetzt: Jeder Anleger entscheidet sich für ein Portfolio auf der Tangentiallinie.“¹²⁴ So bieten beispielsweise Kombinationen aus dem Portfolio B und r_F bei gleichem Risiko eine höhere Rendite als Kombinationen aus dem Portfolio C und r_F , wird also von diesem dominiert.¹²⁵ Die größte Steigung der Gerade erhält man, wenn man das Portfolio A mit r_F kombiniert. Hier bildet die Gerade eine Tangente an der Effizienzkurve.

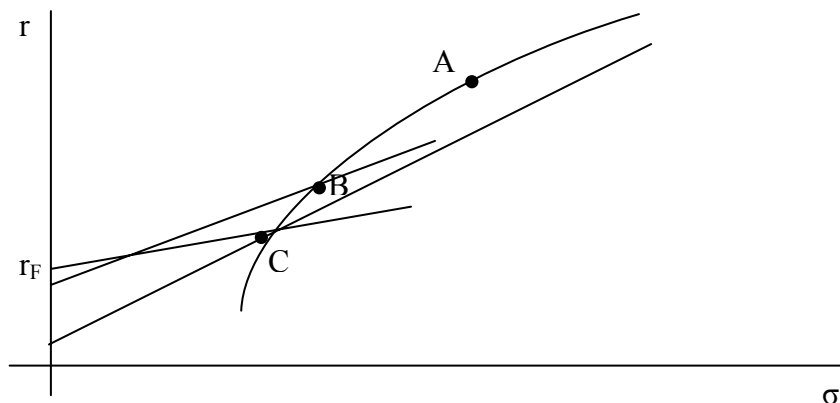


Abb. 20: Tangentiallinie und Tangentialportfolio

¹²⁴ Buhl, Christian [2003], S. 95f.

¹²⁵ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 210.

Alle effizienten Portfolios entstehen dadurch, dass ein Teil des anzulegenden Betrags in das Portfolio A investiert wird, während der restliche Teil zum risikolosen Zinssatz angelegt wird (bzw. ein Kredit aufgenommen wird).¹²⁶ Sie sind effizient, da sie nicht mehr von anderen Portfolios dominiert werden. Aufgrund dieser universellen Eigenschaften wird die Tangentiallinie auch Capital Market Line (CML) genannt und machen das Portfolio A zum Marktportfolio. Alle Teilnehmer des Marktes kommen, aufgrund der homogenen Erwartungen, auf dasselbe Portfolio, selbst wenn ihre Risikopräferenzen unterschiedlich sind.¹²⁷ Unabhängig vom individuellen Risiko wählen also alle Investoren das Tangentialportfolio, mit identischer Gewichtung der risikobehafteten Anlagen.¹²⁸

Wie risikofreudig oder risikoavers ein Anleger ist, entscheidet er, indem er sich auf der CML nach unten (eher risikoavers) oder nach oben bewegt (eher risikofreudig), d. h. die Gewichtung der Anteile in A und r_F vornimmt: „Die Capital Market Line (CML) gibt wieder, wie die erreichbare Renditeerwartung steigt, wenn das Risikoexposure zunimmt.“¹²⁹ Welcher Teil also risikobehaftet in das „Marktportfolio, und welcher Teil risikofrei zum Zinssatz angelegt werden soll, hängt von der individuellen Präferenz oder Risikoaversion ab.“¹³⁰

Die Trennung der beiden Fragen ist unter dem Begriff „Two-Fund-Separationstheorem“, entwickelt von James Tobin, bekannt (Tobin-Separation). Ermittlung des Marktportfolios und individuelle Vermögensaufteilung entlang der Kapitalmarktklinie sind somit zwei getrennt zu betrachtende Aufgaben.¹³¹

2.5.4.3 Strategieportfolios

Die Portfoliomanager und Vermögensverwalter haben dieses Separationstheorem fortan für sich verwendet. Sie legen repräsentative Anlegertypen hinsichtlich ihrer Risikotoleranz fest und stellen analog dazu Strategieportfolios, auch Musterportfolios oder Strategiefonds genannt, zusammen.¹³² Die Namen dieser Portfolios lassen den entsprechenden Anlegertyp erkennen. Beispielhaft seien hier einige Namen aufgeführt.¹³³ „Festzins“ nennt sich ein Portfolio, das rein aus sicheren Anlagen besteht. „Ertrag“ heißt ein Portfolio, das die risikofreie Anlage zu zwei Drittel und die risikobehaftete mit einem Drittel berücksichtigt. Umgekehrt heißt ein Portfolio

¹²⁶ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 212.

¹²⁷ Vgl. Garz, Hendrik / Günther, Stefan / Moriabadi, Cyrus [2000], S. 64f.

¹²⁸ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 213.

¹²⁹ Spremann, Klaus [2003], S. 216.

¹³⁰ Spremann, Klaus [2003], S. 213.

¹³¹ Vgl. Buhl, Christian [2003], S. 96.

¹³² Vgl. Anlage Nr. 45.

¹³³ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 215.

aus einem Drittel risikofreie Anlage und zwei Drittel Marktportfolio „Wachstum“. Das Portfolio, das das Marktportfolio und risikolose Anlage je zur Hälfte mischt, heißt „Balance“. Schließlich trägt das Portfolio, das rein in das Marktportfolio investiert, die Bezeichnung „Aktien.“¹³⁴

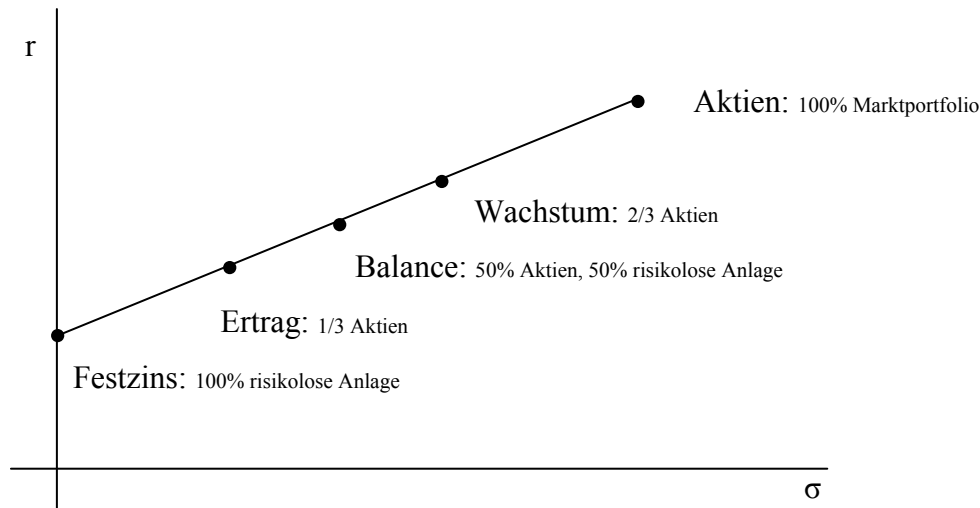


Abb. 21: Strategieportfolios

Die Portfoliostrukturierung erfolgt immer über die Betrachtung für die Dauer eines Jahres. Die Portfolios enthalten verschiedenste Assetklassen. Als Prämisse wird die Normalverteilung der Renditen gewählt, als Parameter werden Rendite und Risiko herangezogen. Zusammen mit dem risikofreien Zinssatz kann das Marktportfolio gebildet werden. Haben alle Investoren die gleichen Erwartungen bezüglich der Anlagen, kommen wiederum alle auf das gleiche Marktportfolio.¹³⁵

2.5.4.4 Ansatz und Lösung des Maximierungsproblems

Das Investment-Opportunity-Set kann von Anleger zu Anleger verschieden sein. Dennoch wird aus dieser Gesamtmenge aller Anlagemöglichkeiten das Marktportfolio gebildet, das eine bestimmte Rendite-Risiko-Struktur aufweist und dem bestimmte Annahmen bezüglich der Entwicklung des Marktes und des risikofreien Zinssatzes zugrunde liegen.¹³⁶ Das Marktportfolio wird in folgender Weise bestimmt:¹³⁷

$$\text{Maximiere } M = \frac{\bar{R}_P - R_F}{\sigma^2}$$

¹³⁴ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 217.

¹³⁵ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 220.

¹³⁶ Vgl. Spremann, Klaus [2003], S. 222.

¹³⁷ Vgl. Brinkmann, Ulf / Poddig, Thorsten / Seiler, Katharina [2004], S. 83f.

unter den Nebenbedingungen $\sum_{i=1}^n w_i = 1,00$ und $w_i \geq 0$!

Die Steigung der Gerade muss so maximiert werden, dass sie einerseits durch den Punkt r_F und andererseits durch einen Punkt, der ein effizientes Portfolio markiert, geführt wird. Ergebnis ist die neue Effizienzlinie, die alle Kombinationen des Marktportfolios und der risikolosen Anlage abdeckt. Maximiert werden soll also die Gleichung $M = \frac{\bar{R}_P - R_F}{\sigma^2}$ unter oben genannten Nebenbedingungen.

In der allgemeinen Form lautet die Gleichung:

$$M = \frac{\sum_{i=1}^N X_i (\bar{R}_i - R_F)}{\left[\sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{ij} \right]^{\frac{1}{2}}}$$

Abgeleitet nach X_i heißt dies:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial X_i} = & -(\lambda X_1 \sigma_{1i} + \lambda X_2 \sigma_{2i} + \lambda X_3 \sigma_{3i} + \dots + \lambda X_i \sigma_i^2 + \dots \\ & + \lambda X_{N-1} \sigma_{N-1i} + \lambda X_N \sigma_{Ni}) + \bar{R}_i - R_F = 0 \end{aligned}$$

Der griechische Buchstabe λ steht hier nicht für den Lagrange-Faktor, sondern als Variable für die Gleichung:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^N X_i (\bar{R}_i - R_F)}{\left[\sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{ij} \right]^{\frac{1}{2}}}$$

Im nächsten Schritt definiert man die Variable Z_k , als: $Z_k = \lambda X_k$. Somit ist Z_k proportional zu den Gewichten X_k . Später wird Z_k dahingehend wieder aufgelöst, denn es gilt aufgrund von N Gleichungen mit N Unbekannten:

$$X_k = Z_k / \sum_{i=1}^N Z_i .$$

$$X_k = Z_k / \sum_{i=1}^3 Z_i = \frac{Z_k}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{\lambda X_k}{\lambda X_1 + \lambda X_2 + \lambda X_3} = \frac{\lambda X_k}{\lambda (X_1 + X_2 + X_3)} = \frac{X_k}{1}$$

Die allgemeine Gleichung der Ableitung wird nun durch die Variable Z_k ergänzt und umgeformt:

$$\bar{R}_i - R_F = Z_1 \sigma_{1i} + Z_2 \sigma_{2i} + Z_3 \sigma_{3i} + \dots + Z_i \sigma_i^2 + \dots + Z_{N-1} \sigma_{N-1i} + Z_N \sigma_{Ni}$$

Für jedes i gibt es eine Gleichung, so dass man wieder ein Gleichungssystem aufstellen kann:

$$\begin{aligned} \bar{R}_1 - R_F &= Z_1 \sigma_1^2 + Z_2 \sigma_{12} + Z_3 \sigma_{13} + \dots + Z_N \sigma_{1N} \\ \bar{R}_2 - R_F &= Z_2 \sigma_{12} + Z_2 \sigma_2^2 + Z_3 \sigma_{23} + \dots + Z_N \sigma_{2N} \\ \bar{R}_1 - R_F &= Z_3 \sigma_{13} + Z_2 \sigma_{23} + Z_3 \sigma_3^2 + \dots + Z_N \sigma_{3N} \\ &\vdots \\ \bar{R}_N - R_F &= Z_N \sigma_{1N} + Z_2 \sigma_{2N} + Z_3 \sigma_{3N} + \dots + Z_N \sigma_N^2 \end{aligned}$$

2.5.4.5 Ausführliche Berechnung eines Marktportfolios mit drei Anlagen

Am Beispiel der Assets SMI TR, HVRE20AS und All REITs ergeben sich diese Varianz-Kovarianz-Matrix und diese Renditen:¹³⁸

	<i>SMI TR</i>	<i>HVRE20AS</i>	<i>All REITs</i>	<i>Rendite</i>
<i>SMI TR</i>	0,0005786	0,0003741	0,0002840	0,0139178
<i>HVRE20AS</i>	0,0003741	0,0010420	0,0000202	0,0130860
<i>All REITs</i>	0,0002840	0,0000202	0,0010562	0,0249126

Der Gleichungsansatz lautet:

$$\begin{aligned} \bar{R}_1 - R_F &= Z_1 \sigma_1^2 + Z_2 \sigma_{12} + Z_3 \sigma_{13} \\ \bar{R}_2 - R_F &= Z_2 \sigma_{12} + Z_2 \sigma_2^2 + Z_3 \sigma_{23} \\ \bar{R}_1 - R_F &= Z_3 \sigma_{13} + Z_2 \sigma_{23} + Z_3 \sigma_3^2 \end{aligned}$$

Setzt man die Werte ein, erhält man (der risikolose Zinssatz wird auf 4,00% festgelegt):

¹³⁸ Vgl. Datei: Opt3Asset_CML.xls / Reiter „Rechnung“ und „überExcel“.

$$0,01392 - 0,00327 = 0,0005786Z_1 + 0,0003741Z_2 + 0,0002840Z_3$$

$$0,01309 - 0,00327 = 0,0003741Z_2 + 0,0010420Z_2 + 0,0000202Z_3$$

$$0,02591 - 0,00327 = 0,0002840Z_3 + 0,0000202Z_2 + 0,0010562Z_3$$

Der Ansatz für das Gleichungssystem in Excel lautet dann:

	<i>SMI TR</i>	<i>HVRE20AS</i>	<i>All REITs</i>	<i>Rendite</i>
<i>SMI TR</i>	0,0005786	0,0003741	0,0002840	0,0106441
<i>HVRE20AS</i>	0,0003741	0,0010420	0,0000202	0,0098123
<i>All REITs</i>	0,0002840	0,0000202	0,0010562	0,0216389

Das System hat als Lösung:

	<i>SMI TR</i>	<i>HVRE20AS</i>	<i>All REITs</i>	<i>Rendite</i>	Z_k
<i>SMI TR</i>	0,0005786	0,0003741	0,0002840	0,0106441	4,0319352
<i>HVRE20AS</i>	0,0003741	0,0010420	0,0000202	0,0098123	7,5956288
<i>All REITs</i>	0,0002840	0,0000202	0,0010562	0,0216389	19,2581436

Im nächsten Schritt werden die einzelnen Z_k - Werte durch die Summe der Z_k - Werte dividiert und es ergeben sich die Gewichtungen für die einzelnen Assets: $X_1 = 13,05\%$, $X_2 = 24,59\%$ und $X_3 = 62,35\%$.¹³⁹

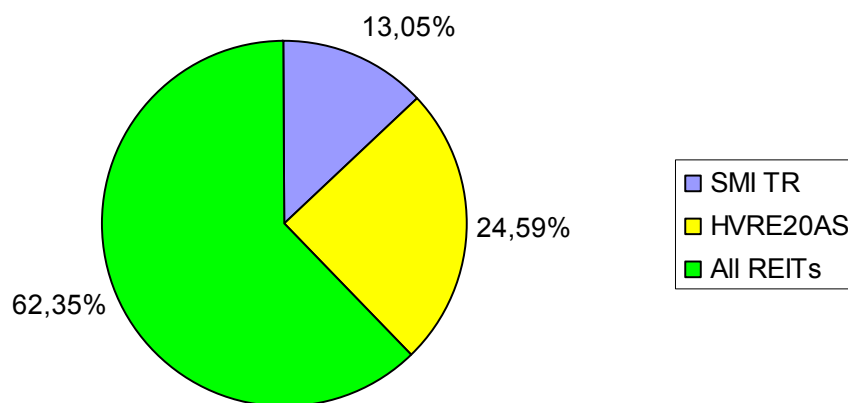


Abb. 22: Marktportfolio – SMI TR, HVRE20AS, All REITs (1)

2.5.4.6 Berechnung eines Marktportfolios mit fünf Anlagen

Gegeben sind die 1-Jahres-Performance folgender Assets: REX ($r = 0,27\%$; $\sigma = 2,52\%$), All REITs ($r = 34,35\%$; $\sigma = 11,26\%$), MSCI ($r = 20,65\%$; $\sigma = 6,94\%$), S&P ($r = 15,9\%$; $\sigma = 5,40\%$), Euro Stoxx 50 ($r = 15,12\%$; $\sigma = 8,10\%$). In jedes dieser fünf Assets soll mindestens 5% der

¹³⁹ Vgl. hierzu auch Winkler, Gerhard [2007], Folie 146.

Anlagesumme fließen, maximal aber 33,33%. Trägt man Rendite- und Risikokennziffern in ein Schaubild ab, so erhält man dieses Bild:¹⁴⁰

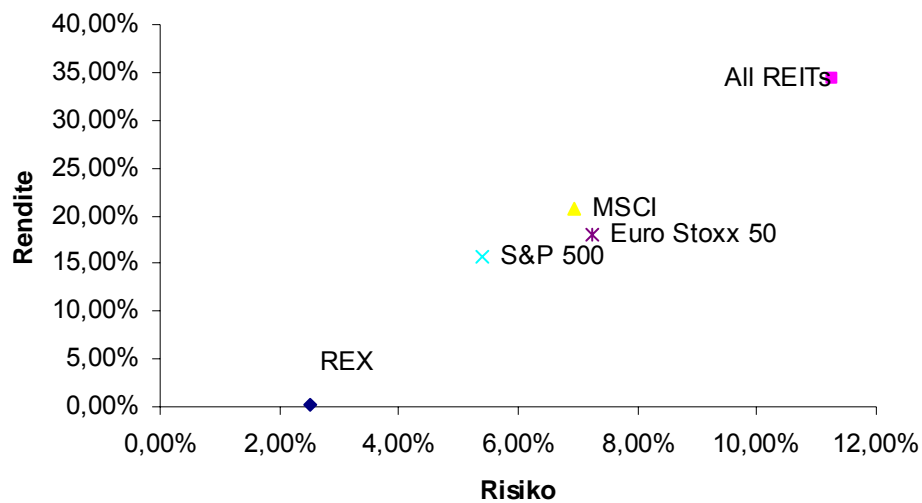


Abb. 23: Rendite-Risiko-Einstufung einzelner Assets

Führt man nun die Optimierung¹⁴¹ mit einem risikolosen Zinssatz von 3,00% anhand von diesen fünf Assets durch, so ergibt sich folgendes Kuchendiagramm. Die Begrenzung der Anteile nach oben beträgt 33,33% und nach unten 5,00%. Dieses Portfolio hätte eine Rendite von 22,46% bei einer Volatilität von 6,62%.

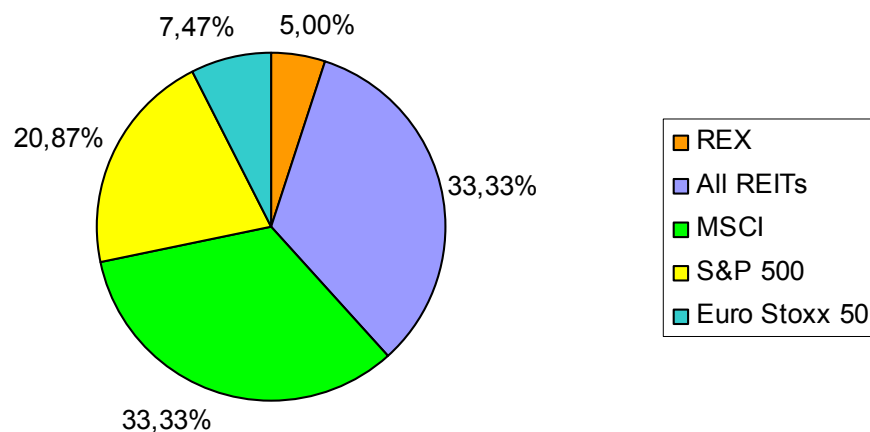


Abb. 24: Marktportfolio – REX, All REITs, MSCI, S&P 500, Euro Stoxx 50

¹⁴⁰ Vgl. Datei: Opt5Asset_CML.xls / Reiter „Optimierung“.

¹⁴¹ Vgl. Brinkmann, Ulf / Poddig, Thorsten / Seiler, Katharina [2004], S. 146f.

2.5.5 Exkurs: Der Risiko-Ertrags-Präferenz-Parameter

2.5.5.1 Grundlagen und Berechnungsschritte

Ein Weg, die Optimierung eines Portfolios nachzuvollziehen¹⁴², eröffnet sich durch die Berechnung eines Risiko-Ertrags-Präferenz-Parameters:¹⁴³ Ein optimales Portfolio besitzt einen möglichst hohen Ertrag bei einer möglichst geringen Rendite. Eine gleichzeitige Maximierung des Ertrags und eine Minimierung des Risikos kann nicht durchgeführt werden: Ein vorgegebener Ertrag führt zu einem entsprechenden Risiko und ein vorgegebenes Risiko impliziert einen entsprechenden Ertrag. Die Kombination aus Risiko und Ertrag, also seinen individuellen Nutzen, muss aber jeder Investor selbst festlegen. Somit kann gesagt werden, dass nicht Ertrag oder Risiko im Einzelnen, sondern nur die gemeinsame Betrachtung beider Komponenten sinnvoll ist. Die Nutzenfunktion (U), die sich aus den positiven Erträgen und dem negativen Risiko zusammensetzt, ist also zu optimieren: Optimiere $U^k(E[r_p], \sigma_p^2)$! Der Zusammenhang zwischen Ertrag, Risiko und dem Grad an Risikoaversion im Rendite-Risiko-Raum wird durch den Risiko-Ertrags-Präferenz-Parameter Θ^k hergestellt. Daher lautet die Gleichung: $U^k(E[r_p], \sigma_p^2) = \Theta^k \cdot E[r_p] - \sigma_p^2$. Interpretiert werden kann der Parameter Θ^k wie folgt: „Geometrisch entspricht Θ^k dem Kehrwert des Anstiegs jeder Tangente, die an den Berührungspunkt zwischen der Nutzenkurve und der Linie (effizienter) Portefeuilles gelegt wird“¹⁴⁴, ökonomisch bedeutet die Gleichung, dass der k-te Investor für eine Risikoeinheit mehr das Θ^k -fache an Ertrag fordert. Das Optimierungsproblem, vereinfachend ohne den investor-individuellen Index k ausgedrückt und mit der Nebenbedingung $\sum_{i=1}^P w_i = 1,00$ ergänzt, lautet:

$$\text{Maximiere: } L = \Theta^k \cdot E[r_p] - \sigma_p^2 - \lambda \cdot \left(\sum_{i=1}^P w_i - 1 \right) !$$

Zur Wiederholung: Die Portfoliorendite setzt sich zusammen aus der Summe der Einzelrenditen:

$$r_{p,i} = \sum_{t=1}^n w_i \cdot r_{i,t} . \text{ Das Portfoliorisiko ergibt sich aus den Risiken der Einzelanlagen und ihren}$$

$$\text{Abhängigkeiten untereinander: } \sigma_p^2 = \sum_{j=1}^N (w_j^2 \cdot \sigma_j^2) + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N (w_j \cdot w_k \cdot \sigma_{jk}) . \text{ Um das Maximum zu}$$

bestimmen, sind die partiellen Ableitungen nach w_i und λ zu bilden:

¹⁴² Im Sinne der Fragen: Wie kann man die Inverse Matrix einsetzen? Wie rechnet der Solver in Excel?

¹⁴³ Vgl. hierzu die Ausführungen aus: Steiner, Peter / Uhlir, Helmut [1993], S. 134 - 156.

¹⁴⁴ Steiner, Peter / Uhlir, Helmut [1993], S. 145.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial w_1} &= \Theta \cdot r_1 - 2w_1\sigma_{11} - 2w_2\sigma_{1,2} - \dots - 2w_P\sigma_{1,P} - \lambda = 0 \\
&\vdots \\
\frac{\partial L}{\partial w_i} &= \Theta \cdot r_i - 2w_1\sigma_{i1} - 2w_2\sigma_{i,2} - \dots - 2w_P\sigma_{i,P} - \lambda = 0 \\
&\vdots \\
\frac{\partial L}{\partial w_P} &= \Theta \cdot r_P - 2w_P\sigma_{P1} - 2w_2\sigma_{P,2} - \dots - 2w_P\sigma_{P,P} - \lambda = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= 1 - 2w_1 - \dots - w_P = 0 \quad .
\end{aligned}$$

In Matrix-Form heißt das:

$$\begin{pmatrix} \Theta r_1 \\ \vdots \\ \Theta r_P \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sigma_{1,1} & \dots & \sigma_{1,P} & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \sigma_{P,1} & \dots & \sigma_{P,P} & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_P \\ \lambda \end{pmatrix} = 0 \quad .$$

Vereinfachend kann man definieren:

$$\vec{e} := \begin{pmatrix} \Theta r_1 \\ \vdots \\ \Theta r_P \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \vec{w} := \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_P \\ \lambda \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} \sigma_{1,1} & \dots & \sigma_{1,P} & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \sigma_{P,1} & \dots & \sigma_{P,P} & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

So erhält man:

$$\vec{e} - C \cdot \vec{w} = 0 \text{ bzw.}$$

$$C \cdot \vec{w} = \vec{e} \quad .$$

Durch Multiplikation mit der Inversen Matrix C^{-1} erhält man $C^{-1} \cdot C \cdot \vec{w} = C^{-1} \cdot \vec{e}$. Das Produkt aus $C^{-1} \cdot C$ ergibt die Einheitsmatrix und damit folgende Gewichtsstruktur: $\vec{w} = C^{-1} \cdot \vec{e}$. Die Elemente der Inversen Varianz-Kovarianz-Matrix können nun mit a_{ij} und die Elemente der letzten Zeile bzw. letzten Spalte können mit c_i bezeichnet werden und man erhält:

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,p} & c_1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{p,1} & \cdots & a_{p,p} & c_p \\ c & \cdots & c_p & c_{p+1} \end{pmatrix}.$$

Eingesetzt in die Gewichtungsstruktur: $\vec{w} = C^{-1} \cdot \vec{e}$ heißt dies:

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_p \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,p} & c_1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{p,1} & \cdots & a_{p,p} & c_p \\ c & \cdots & c_p & c_{p+1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Theta r_1 \\ \vdots \\ \Theta r_p \\ 1 \end{pmatrix}$$

oder als Gleichungssystem ausgeschrieben:

$$w_1 = c_1 + \Theta \cdot (a_{1,1} \cdot r_1 + \dots + a_{1,p} \cdot r_p)$$

$$\vdots$$

$$w_p = c_p + \Theta \cdot (a_{p,1} \cdot r_1 + \dots + a_{p,p} \cdot r_p)$$

$$\lambda = (\text{die Lösung für } \lambda \text{ wird im Folgenden nicht mehr benötigt})$$

Die Summe der Inversen Elemente der i-ten Zeile, multipliziert mit den entsprechenden erwarteten Erträgen kann mit d_i definiert werden: $d_i := \sum_{j=1}^p a_{i,j} \cdot r_j$.

Die Lösungsgleichung für das Gewicht der i-ten Portfoliokomponente in Abhängigkeit des Risiko-Ertrags-Präferenz-Parameters Θ lautet: $w_i = c_i + \Theta \cdot d_i$. Der Parameter Θ wiederum stellt den Kehrwert des Anstiegs einer Tangente an die Linie möglicher Portfolios dar.

2.5.5.2 Die Berechnung des Minimum-Varianz-Portfolios

Aus den genannten Ausführungen folgt: Im Minimum-Varianz-Portfolio ist der Anstieg der Tangente unendlich; folglich gilt für den Risiko-Ertrags-Präferenz-Parameter an dieser Stelle:

$$\Theta = \frac{1}{\infty} = 0. \text{ Die Gewichtungsstruktur des Minimum-Varianz-Portfolios lautet also: } w_i^{\text{MVP}} = c_i.$$

Die Gewichte des MVP sind aus der Inversen Matrix direkt ablesbar und tauchen dort in der letzten Zeile bzw. in der letzten Spalte auf!

Für die Rendite des MVP ergibt sich somit: $r_{MVP} = \sum_{i=1}^P c_i \cdot r_i$.

Für die Varianz dieses Portfolios ergibt sich somit: $\sigma^2 = \sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^P c_i c_j \sigma_{i,j}$.

2.5.5.3 Die Berechnung eines Portfolios mit vorgegebener Rendite

In dem Buch von Uhlir und Steiner wird des Weiteren eine ertragsspezifische Kennzahl KE ermittelt: Diese kommt z. B. für die Berechnungen eines Portfolios mit einem vorgegebenen erwarteten Ertrag r^* zum Einsatz. Sie wird definiert:

$$KE := \sum_{i=1}^P d_i \cdot r_i = (r_1 \dots r_P) \cdot \begin{pmatrix} a_{11} \dots a_{1p} \\ \vdots \\ a_{p1} \dots a_{pp} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_P \end{pmatrix}$$

Für die Berechnung eines Portfolios bei Vorgabe eines erwarteten Ertrags, wird der zu r^* gehörige Risiko-Ertrags-Präferenz-Parameter Θ berechnet. Hierzu geht man von der Gleichung

$r^* = \sum_{i=1}^P w_i \cdot r_i$ aus und ersetzt w_i durch $w_i = c_i + \Theta \cdot d_i$ und man erhält:

$r^* = \sum_{i=1}^P r_i \cdot (c_i + \Theta \cdot d_i) = \sum_{i=1}^P c_i \cdot r_i + \Theta \cdot \sum_{i=1}^P d_i \cdot r_i$. Der erste Summand entspricht der Rendite des

MVP, also r_{MVP} und der zweite Summand enthält die Definition für KE. Für r^* kann also vereinfachend geschrieben werden: $r^* = r_{MVP} + \Theta \cdot KE$. Ein beliebig geforderter Ertrag in Höhe

von r^* kann als Summe aus dem Produkt „Risiko-Ertrags-Präferenz-Parameter Θ mal Kennzahl KE“ zuzüglich der Rendite des MVP dargestellt werden. Durch Umformung erhält man den

zugehörigen Parameter Θ in Abhängigkeit des geforderten Ertrages: $\Theta = \frac{r^* - r_{MVP}}{KE}$.¹⁴⁵

2.5.5.4 Die Berechnung des Marktportfolios

Um das Marktportfolio zu erhalten, muss man den Schnittpunkt der Effizienzkurve mit jener Geraden finden, die in ihren Ursprung in r_F hat. Die maximale Steigung erhält man, wenn man die Geradengleichung $r_H = k \cdot \sigma_H + r_F$ (H steht hier für eine beliebige Stelle H an der x- und des dazugehörigen Punktes an der y-Achse) oder besser gesagt, den daraus resultierenden Anstieg

$k = \frac{r_H - r_F}{\sigma_H}$, ableitet. Da in r_H als auch in σ_H der Term Θ enthalten ist, kann man die

¹⁴⁵ Vgl. Steiner, Peter / Uhlir, Helmut [1993], S. 149.

Steigungsgleichung nach Θ ableiten. Aus der Anwendung der Produkt- und der Kettenregel

ergibt sich: $\frac{\partial r_H}{\partial \Theta} \cdot \sigma^{-1} + (r_H - r_F) \cdot (-1) \cdot \sigma^{-2} \cdot \frac{\sigma_H}{\Theta} = 0$. Dividiert man die Gleichung durch σ^2 , so

erhält man: $\frac{\partial r_H}{\partial \Theta} \cdot \sigma - \frac{\sigma_H}{\Theta} \cdot (r_H - r_F) = 0$. Für die Ertragsbeziehung gilt $r^* = r_{MVP} + \Theta \cdot KE$ und

für die Risikobeziehung gilt $\sigma^* = \left(\sigma_{MVP}^2 + \Theta^2 \cdot \frac{KE}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$.¹⁴⁶ Leitet man beide Beziehungen nach

Θ ab, so ergeben sich für $\frac{\partial r_H}{\partial \Theta} = KE$ und für $\frac{\sigma_H}{\Theta} = \frac{\Theta \cdot KE}{2 \cdot \sigma_H}$. Setzt man beiden Ausdrücke in

obige Gleichung ein, so erhält man: $KE \cdot \sigma_H - \frac{\Theta \cdot KE}{2 \cdot \sigma_H} \cdot (r_H - r_F) = 0$. Eine Erweiterung der

Gleichung mit σ_H , die anschließende Substituierung von σ_H^2 durch $\left(\sigma_{MVP}^2 + \Theta^2 \cdot \frac{KE}{2} \right)$ und r_H

durch $r_{MVP} + \Theta \cdot KE$ erbringt: $\sigma_{MVP}^2 + \Theta^2 \cdot \frac{KE}{2} - \frac{\Theta}{2} \cdot (r_{MVP} + \Theta \cdot KE - r_F) = 0$. Löst man die

Gleichung nach dem Risiko-Ertrags-Präferenz-Parameter Θ auf, so erhält man:

$$\Theta = \frac{2 \cdot \sigma_{MVP}^2}{r_{MVP} - r_F}.$$
¹⁴⁷

2.5.5.5 Beispiel für ein Portfolio mit drei Anlagen

Beispielhaft wird ein Portfolio aus den Anlagen SMI TR, HVRE20AS und All REITs berechnet.

Die Ausgangsmatrix des Problems sieht wie folgt aus:¹⁴⁸

	<i>SMI TR</i>	<i>HVRE20AS</i>	<i>All REITs</i>	
<i>SMI TR</i>	0,0005786	0,0003741	0,0002840	1,0000000
<i>HVRE20AS</i>	0,0003741	0,0010420	0,0000202	1,0000000
<i>All REITs</i>	0,0002840	0,0000202	0,0010562	1,0000000
<i>Restriktion</i>	1,0000000	1,0000000	1,0000000	0,0000000

¹⁴⁶ Die Herleitung der Risikobeziehung soll hier nicht näher erläutert werden. Vgl. hierzu Steiner, Peter / Uhlir, Helmut [1993], S. 150f.

¹⁴⁷ Dies ist die Vorgehensweise von Uhlir und Steiner. Sie scheint dem Autor dieser Arbeit mit Fehlern behaftet zu sein. Die letzte Formel in der Θ berechnet wird, wird in der Beispielrechnung geändert.

¹⁴⁸ Vgl. Datei: REPP.xls / Reiter „Parameter“.

Aus dieser lässt sich die Inverse Matrix berechnen:

	<i>SMI TR</i>	<i>HVRE20AS</i>	<i>All REITs</i>	
<i>SMI TR</i>	2219,3011	-1214,415	-1004,886	0,4555627
<i>HVRE20AS</i>	-1214,415	1150,5066	63,908796	0,2541594
<i>All REITs</i>	-1004,886	63,908796	940,97692	0,2902779
<i>Restriktion</i>	0,4555627	0,2541594	0,2902779	-0,000441

Aus der letzten Zeile kann man das MVP ablesen: Es beinhaltet 45,56% SMI TR, 25,42% HVRE20AS und 29,03% All REITs.¹⁴⁹ Es besitzt eine Rendite von 22,27% und eine Volatilität von 7,28% (Varianz: 0,0004411).

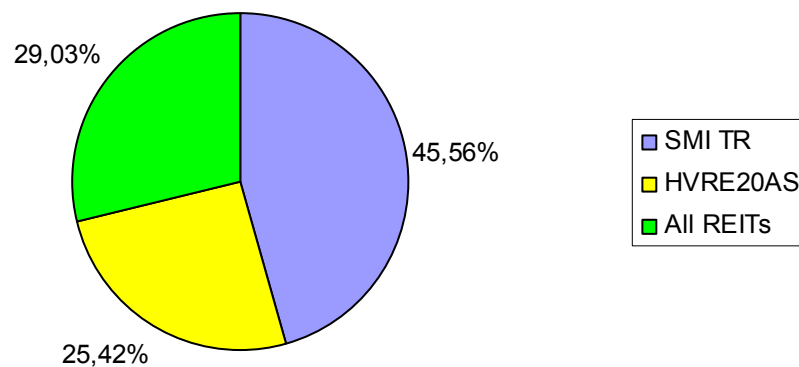


Abb. 25: MVP – SMI TR, HVRE20AS, All REITs

In den obigen Überlegungen wurde d_i definiert als: $d_i := \sum_{j=1}^P a_{i,j} \cdot r_j$. Man führt also eine

Matrizenmultiplikation durch, indem man die Inverse Matrix mit der Matrix der monatlichen Renditen multipliziert. Die Lösungen für d_i lauten: $d_1 = -10,0384$; $d_2 = -0,2543$; $d_3 = 10,2927$. Weiterhin lässt sich die ertragsspezifische Kennzahl aus der Summe der Produkte zwischen d_i und den monatlichen Renditen berechnen: $KE = 0,1138$. Bei einer vorgegebenen Rendite von

25,00% lässt sich Θ berechnen: $\Theta = \frac{0,018769 - 0,016898}{0,1133778} = 0,016507$. Für die einzelnen

Gewichtungen im Portfolio ergibt sich die Lösung aus der Anwendung der Formel $w_i = c_i + \Theta \cdot d_i$. Das Portfolio mit dem Renditeanspruch von 25,00% beinhaltet 28,99% SMI TR, 25,00% HVRE20AS und 46,02% All REITs.¹⁵⁰

¹⁴⁹ Vgl. Datei REPP.xls / Reiter „MVP“.

¹⁵⁰ Vgl. Datei REPP.xls / Reiter „My“.

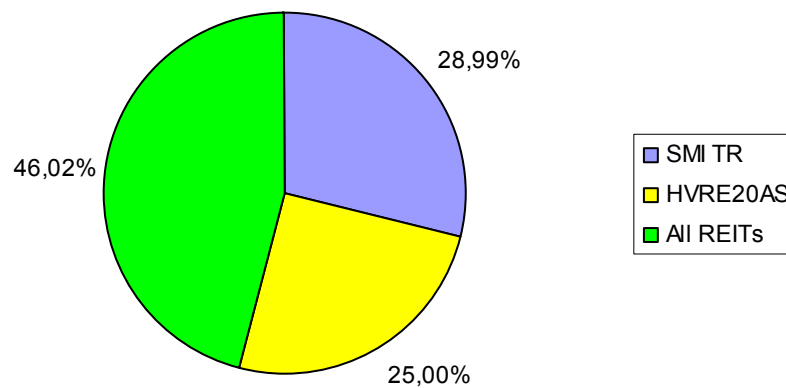


Abb. 26: Portfolio mit vorgegebener Rendite – SMI TR, HVRE20AS, All REITs

Bei einem risikolosen Zinssatz von 4,00% ergibt sich aus der Gleichung $\Theta = \frac{\sigma_{MVP}^2}{r_{MVP} - r_F}$ ein

Risiko-Ertrags-Präferenz-Parameter von: $\Theta = \frac{0,0004411}{0,2227217 - 0,04} = 0,032377$.¹⁵¹

Für die einzelnen Gewichtungen im Portfolio ergibt sich die Lösung wiederum aus der Anwendung der Formel $w_i = c_i + \Theta \cdot d_i$. Das Marktportfolio (ein risikoloser Zinssatz von 4,00% zugrunde gelegt) beinhaltet 13,05% SMI TR, 24,59% HVRE20AS und 62,35% All REITs.¹⁵²

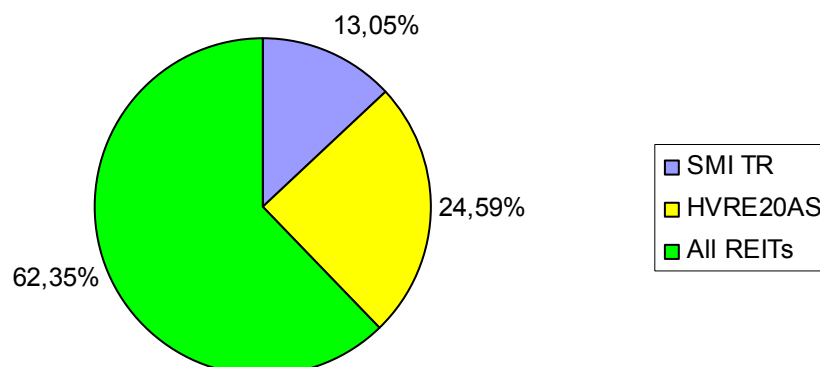


Abb. 27: Marktportfolio – SMI TR, HVRE20AS, All REITs (2)

¹⁵¹ In der Formel zur Berechnung des Θ wird statt der 2 eine 1 gesetzt. Es erscheint logisch Θ als Kehrwert der Steigung am Schnittpunkt von Marktportfolio mit der Tangente anzusehen. Die Steigung wäre dann durch die Gleichung $(r_{MVP} - r_F) / \sigma^2$ bestimmt.

¹⁵² Vgl. Datei REPP.xls / Reiter „CML“.

3 Die Anlageklassen und Anlageinstrumente Immobilienaktien und REITs

3.1 Definition Anlageklasse und Anlageinstrumente

Der Begriff Anlageklasse (oder auch Assetklasse, Anlagesegment, Anlagesektor, Anlagekategorie) beschreibt die Einteilung der Kapitalanlagen in unterschiedliche Bereiche. Unter Anlageklassen werden Aktien, Obligationen, Geldmarktinstrumente und Liquidität, Immobilien verstanden. Ferner werden unter Anlageklassen Unternehmensbeteiligungen, Rohstoffe (insbesondere Gold), Hedgefonds, sowie die Anlagenklassen Wetterderivate und Kreditderivate subsumiert. Anlagenklassen können nochmals nach Ländern, Wirtschaftsräumen, Börsensegmenten oder Branchen untergliedert werden. Man kann direkt in die Assetklasse investieren, indem man Aktien, Anleihen, Floater, Häuser, physisches Gold usw. „direkt“ kauft. Anlageinstrumente befassen sich hingegen mit der Möglichkeit in die einzelnen Klassen „indirekt“ zu investieren. Ein Anlageinstrument ist Mittel zum Zweck. Ein Investmentfonds ist ein Mittel, um z. B. in Aktien zu investieren; ein Zertifikat ist ein Mittel um z. B. einen Index aus der Klasse der Aktien nachzubilden. Zwischen den Begriffen gibt es Grauzonen: Ob Kreditderivate eher Anlageklasse oder doch schon Anlageinstrumente sind, ist schwierig abzugrenzen. Schließlich kann man Kredite von Dritten direkt erwerben. Der Begriff Anlageklasse ist somit als Oberbegriff zu verstehen. Immobilienaktien (egal ob steuerbegünstigt oder nicht) sind aus zwei Klassen entstanden und bilden somit eine neue Form, eine neue Klasse von Anlagen. REIT-Zertifikate oder Immobilienaktien-Fonds sind nach dieser Auffassung Anlageinstrumente, die in die Assetklasse REITs / Immobilienaktien investieren.

3.2 Immobilienaktiengesellschaften

Immobilienaktiengesellschaften sind, wie der Name schon sagt, Aktiengesellschaften, deren Geschäftszweck es ist, Immobilien zu vermieten, zu verpachten, zu verwalten, zu handeln, Projekte zu entwickeln und beratend tätig zu sein. Eine Immobilien-AG wird wie eine normale AG besteuert, genießt also keine Steuervorteile. Die meisten AGs sind klein und intransparent, haben eine sehr geringe Börsenkapitalisierung, daher einen geringen Free Float und kaum Streubesitz. Von den Immobilien-Aktiengesellschaften werden verschiedenste Geschäftsmodelle verfolgt:

Bestandshalter, Bestandsentwickler, Opportunity-Immobilien Gesellschaften, Projektentwickler, Ausnutzer von Immobilienzyklen, Immobilienhändler / Immobilienauktionatoren.¹⁵³ In letzter Zeit kann man beobachten, dass die Kurse der Immobilien-Aktiengesellschaften deutlich gestiegen sind und sogar mit Discounts über dem Net Asset Value notieren – in Anbetracht der seit einigen Monaten laufenden Diskussionen um die Einführung von REITs, eine verständliche Entwicklung.¹⁵⁴

3.3 REITs in Deutschland

In Deutschland hat das „Gesetz zur Schaffung deutscher Immobilien-Aktiengesellschaften mit börsennotierten Anteilen“¹⁵⁵ lange auf sich warten lassen. Die Meinungen über die Ausgestaltung der neuen Rechtsform gingen weit auseinander.¹⁵⁶ Das deutsche REIT-Gesetz definiert folgende Regelungen: REIT-Aktiengesellschaften dürfen in Deutschland inländisches und ausländisches unbewegliches Vermögen erwerben, halten, vermieten, verpachten und veräußern; daneben Leasing betreiben und immobiliennahe Hilfstätigkeiten anbieten. Von dem inländischen unbeweglichen Vermögen ausgenommen, sind allerdings Bestandswohnmobilien, also Immobilien, die überwiegend Wohnzwecken dienen, und vor dem 1. Januar 2007 erbaut worden sind (§1 und §3). Die initiale Streubesitzquote, also die Streubesitzquote im Zeitpunkt der Börsenzulassung muss mindestens 25 Prozent betragen, während danach die Streubesitzquote mindestens 15 Prozent betragen soll. Streubesitz bilden die Aktien derjenigen Aktionäre, denen jeweils weniger als 3 Prozent der Stimmrechte an der Gesellschaft zustehen (§11). Aus steuerlichen Überlegungen darf kein Anleger direkt 10 Prozent oder mehr Aktien halten. Vor allem ausländische Anleger kommen bei Doppelbesteuerungsabkommen in den Genuss der günstigeren Quellenbesteuerung, wenn sie eine wesentliche Beteiligung (sogenannte Schachtelbeteiligung) halten. Ein Anteilseigner, der mehr als 10% einer REIT-AG hält, verliert wie der inländische Anleger keinerlei Rechte. Er

¹⁵³ Vgl. Global Property Research [2007b]: Hier findet man eine Liste von Unternehmen die mit Immobilien Wirtschaften, nach Ländern sortiert: Bekannte Immobilien-Aktiengesellschaften in Deutschland sind: IVG (Bestandsgesellschaft mit hohem Wohnungsanteil), Deutsche EuroShop (investiert nur in Shoppingcenter), Deutsche Wohnen (Spezialist für Wohnimmobilien, Wohnungsbewirtschaftung, Wohnungsprivatisierung, Portfoliomanagement), Vivacon (Erwerb und Verkauf von bezahlbarem Wohnraum an Privatpersonen im Erbbaurecht), Colonia Real Estate, Deutsche Grundstücksauktionen, Frimag, Hypo Real Estate, RCM, WCM (Württembergische Cattun-Manufaktur), Harpen, DIBAG, RSE, GAGFAH Group etc.

¹⁵⁴ Dass die neue Attraktivität von Immobilien Auswirkungen auf Rendite und Risiko der Assetklasse hat, wird später noch zu beleuchten sein.

¹⁵⁵ An dieser Stelle seien die wichtigsten Regelungen des REIT-Gesetzes genannt: Vgl. Deutscher Bundestag [2007a]. Die Paragraphen in diesem Abschnitt beziehen sich auf das REIT-Gesetz.

¹⁵⁶ Interessant zu lesen sind hierzu die Plenarprotokolle des Deutschen Bundestages zum Thema REIT-Gesetzgebung, insbesondere die Abschlusssprache und Abstimmung über das REIT-Gesetz. Vgl. Deutscher Bundestag [2007b].

zahlt jedoch immer den Satz der Quellensteuer, der anfallen würde, wenn er weniger als 10 Prozent der Aktien der Gesellschaft hielte, selbst wenn er eine wesentliche Beteiligung hält (§11). Im Jahresabschluss der REIT-Gesellschaft müssen mindestens 75 Prozent der Aktiva zum unbeweglichen Vermögen gehören, höchstens 20 Prozent der Aktiva dürfen die in den Konzernabschluss einzubeziehenden Dienstleistungsgesellschaften ausmachen. Bezogen auf die Umsatzerlöse müssen 75 Prozent dieser Umsatzerlöse aus unbeweglichem Vermögen herrühren (also durch Vermietung, Verpachtung, Leasing, Veräußerung und immobiliennaher Tätigkeiten). Der Umsatz, der aus den Dienstleistungsgesellschaften kommt, darf höchstens 20 Prozent aller Umsätze ausmachen (§12). Die Gesellschaft ist verpflichtet, 90 Prozent ihres handelsrechtlichen Jahresüberschusses an die Aktionäre als Dividende auszuschütten (§13). Gewinne aus der Veräußerung von Immobilien dürfen bis zur Hälfte in eine Rücklage eingestellt werden, müssen allerdings in den zwei darauf folgenden Jahren wieder gewinnerhöhend aufgelöst werden, sofern sie nicht in diesen zwei Jahren mit den Anschaffungs- oder Herstellkosten der angeschafften oder hergestellten Immobilien verrechnet wurden. Der Handel mit Immobilien ist untersagt (§14). Ein Handel findet statt, wenn „die REIT-Aktiengesellschaft sowie ihre in einen Konzernabschluss einzubeziehenden Tochterunternehmen innerhalb der letzten fünf Geschäftsjahre Erlöse aus der Veräußerung von unbeweglichem Vermögen erzielt haben, die mehr als die Hälfte der Wertes des durchschnittlichen Bestandes an unbeweglichem Vermögen innerhalb desselben Zeitraums ausmachen.“ Die Mindesteigenkapitalquote muss 45 Prozent betragen (§15). Gewinne von Kapitalgesellschaften werden in Deutschland grundsätzlich mit Körperschaftsteuer und Gewerbesteuer belegt. Die REIT-Gesellschaft ist von der Körperschaftsteuer und Gewerbesteuer befreit (§15). Für die Gestaltung des G-REIT lagen zwei Optionen auf dem Tisch: entweder die Steuerbefreiung in Form eines reduzierten Körperschaftsteuersatzes von 0 Prozent auf der Gesellschaftsebene oder die Freistellung der Einkünfte aus Vermietung und Veräußerungsgewinnen auf der Anlegerseite.¹⁵⁷ Der Gesetzgeber hat sich für die erste Variante entschieden und das ist die eigentliche Unique Selling Proposition der REITs: Grundsätzlich findet die Besteuerung auf Anlegerebene und nicht auf Gesellschaftsebene statt. Die REIT-AG ist dann von der Körperschaftsteuer und der Gewerbesteuer befreit, wenn die Voraussetzungen der §§8-15 erfüllt sind, die, falls sie nicht mehr gegeben sind, die Steuerbefreiung oder gar den REIT-Status als Ganzen zu Fall bringen.¹⁵⁸ Immobilien sind im Anlagevermögen der Unternehmen bilanziert und sind meist steuerlich

¹⁵⁷ Qualifizierte Ausschüttungen hätte man auch als Betriebsausgaben definieren können und wäre so zu einem niedrigen steuerlichen Ergebnis für die Gesellschaft gekommen. Jetzt setzt man den Körperschaftsteuersatz für die ausgeschütteten Beträge einfach auf 0 Prozent.

¹⁵⁸ Das „Dividendenmodell mit Streubesitzklausel“ hat sich somit am Ende durchgesetzt.

komplett abgeschrieben. Eine Übertragung oder ein Verkauf würde stille Reserven zum Vorschein bringen und zu einer steuerpflichtigen Gewinnrealisierung führen. Daher hat der Gesetzgeber entschieden, eine Steuerfreistellung zu veranlassen. Steuerfrei gestellt werden „die Hälfte der Betriebsvermögensmehrungen und der Einnahmen aus der Veräußerung von Grund und Boden und Gebäuden, die am 1. Januar 2007 mindestens fünf Jahre zum Anlagevermögen eines inländischen Betriebsvermögens des Steuerpflichtigen gehören, wenn diese auf Grund eines nach dem 31. Dezember 2006 und vor dem 1. Januar 2010 rechtswirksam abgeschlossenen obligatorischen Vertrages an eine REIT-Aktiengesellschaft oder einen Vor-REIT veräußert werden.“¹⁵⁹ Mit der hälftigen Steuerbefreiung ist somit ein Anreiz für den Exit geschaffen.¹⁶⁰ Ergänzend zu den anderen Paragraphen werden im Falle der Missachtung dieser Vorschriften in §16 Strafzahlungen und in §18 das Ende der Steuerbefreiung angedroht. Was in anderen Ländern schon lange möglich ist, ist in Deutschland Neuland. Welche REITs (Typen und Geschäftszweige) sich in Deutschland bilden und später auch durchsetzen werden, wird der Markt entscheiden.¹⁶¹

3.4 Charakteristika von REITs

REITs werfen eine gute Rendite ab – das beweisen die Gesellschaften in anderen Ländern. Die hohe Rendite ist gleichzeitig verbunden mit einem Risiko (Volatilität), das unterhalb des Risikos von Aktien liegt (liegen sollte). Das systematische Risiko liegt bei REITs in marktinhärenten Veränderungen wie Fördermaßnahmen oder Gesetzen des Staates, die nicht durch Diversifikation reduziert werden können. Das unsystematische Risiko liegt bei REITs z. B. bei den Risiken der Objekterstellung oder in nachträglich entdeckten Altlasten. Ein REIT vereint die Vorteile mehrerer Assetklassen.¹⁶² Er erhält wie bei Anleihen eine vorab geregelte Ausschüttung. Das Grundkapital ist fest vorgeschrieben. Allein das Risiko der Kaufkrafterosion bleibt beim Anleger hängen. Ein REIT besitzt aber auch variable und unbeständige Anteile – wie bei Aktien. Das Aufwertungspotenzial und das Abwertungsrisiko rufen eine volatile Rendite hervor. REITs sind aber hauptsächlich eine Anlage in Immobilien. Diese Immobilien bringen

¹⁵⁹ Vgl. §3, Nr. 70 EStG.

¹⁶⁰ In Betracht kommen Institutionen wie Industrie- und Handelsunternehmen, die öffentliche Hand, Private Equity Investoren, offene und geschlossene Immobilienfonds (Spezialfonds, wie Publikumsfonds), bestehende Immobilien-Aktiengesellschaften oder mittelständische Unternehmen, die gemeinsam einen Exit betreiben könnten. Sale-and-Lease-Back-Konstruktionen gibt es schon lange, bekommen aber durch den Immobilienaufnehmenden REIT als Hilfsdienstleister eine neue Bedeutung.

¹⁶¹ In den USA gibt es eine gewachsene REIT-Kultur. Daher lassen sich verschiedene Typen von REITs eruieren: Residential (17%), Office (19%), Shopping Center (12%), Regional Malls (14%), Diversified (7%), Industrial (7%), Mixed (4%), Health Care (5%), Lodging / Resorts (6%), Specially (4%), Self Storage (4%). Vgl. NAREIT [2007c].

¹⁶² Vgl. UBS [2006a], S. 10.

stabile Erträge, sind weitgehend vor Inflation geschützt, weisen eine geringe Preisvolatilität auf, besitzen aber als Nachteil eine niedrige Liquidität. REITs sind eine Mischform aus den drei genannten Assets. REITs haben beträchtliche und zuverlässige Renditen (nicht zuletzt durch den steuerfreien Status), bei einer moderaten Preisvolatilität. Sie bieten die Chance auf hohes Wachstum bei teilweisem Inflationsschutz. Geringe Transaktionskosten und die jederzeit gegebene Liquidität machen schnelle Portfolioumschichtungen möglich.

3.5 Kapitalanlage in Immobilienaktien und REITs

3.5.1 Direktanlage

Wer die Wahl hat, hat die Qual: Ein Anleger, der direkt in REITs investieren will, muss sich eine Vielzahl von Informationen beschaffen. Nachdem man sich über Länder¹⁶³, Unternehmen, die Ausrichtung und die Performance der REITs informiert hat, muss man noch entscheiden, ob man ein geringes, mittleres oder hohes Risiko eingehen will und die entsprechenden Einzeltitel auswählen.¹⁶⁴ Für das Stockpicking hilft der Überblick der Immobilienfirmen von Global Property Research weiter.¹⁶⁵

3.5.2 Investmentfonds

Dem Kleinanleger fehlt oft wegen der geringen Markttransparenz das nötige Wissen, um gezielt in REITs zu investieren. Die Bildung von REIT-Fonds könnte wiederum für den Kleinanleger das richtige Anlagevehikel darstellen.¹⁶⁶ Im Internetportal www.fondsweb.de findet man Kapitalanlagegesellschaften, die in REITs oder Immobilien-Aktiengesellschaften investieren.

¹⁶³ An dieser Stelle sei eine kurze Liste der Länder mit REITs gegeben: Niederlande, Fiscale Beleggingstelling (FBI); Australien, Australian Listed Property Trusts (ALPT); Belgien, Société d'Investissements à Capital Fixe en Immobilière (SICAFI); Japan, Japan-REIT (J-REIT), USA, Real Estate Investment Trust (US-REIT); Hongkong, Hongkong-REIT (H-REIT); Frankreich, Société d'Investissement Immobilier Cotée (SIIC); Großbritannien, Property Investment Funds, (PIF / UK-REIT). Ähnliche Konstruktionen gibt es in Italien und Spanien: Italien, fondi di investimento immobiliare (FII); Spanien, sociedad de inversión inmobiliaria (SII) und fondo de inversión inmobiliaria (FII).

¹⁶⁴ Vgl. Kobler, Alexander [2004]: „From core real estate investments with a very low risk profile, through to more value-added offerings that include traded real estate equities to more bespoke opportunities with a higher risk profile, UBS can provide access to this important asset class in many different ways.“

¹⁶⁵ Vgl. Global Property Research [2007b].

¹⁶⁶ Anlagen in REITs tätigen folgende Fonds: Activest US-REITs (LU0075428796), Janus US REIT Fund (IE0033534441), Davis Real Estate Fund (LU0082098806), DekaTeam-Immoflex USA (IE0001820160), Fidelity Global Property Fund (LU0237697510), Franklin Global Real Estate (LU0229947436), Sarasin Real Estate Equity (LU0198389438), Morgan Stanley US Property Fund (LU0073233958). Investitionen in Gesellschaften mit immobiliennahen Schwerpunkten und Immobilien-Aktiengesellschaften tätigen: E&G Fonds Immobilienaktien Europa (LU0117418607), Henderson Horizon Asia-Pacific Property Equities Fund (LU0229494629), Henderson Horizon Pan European Property Equities (LU0209156925).

3.5.3 Zertifikate

Bereits lange vor der Einführung des G-REIT (German REIT, deutscher REIT) und verstärkt jetzt in der Phase der Debatten über dessen gesetzlicher Installierung wurden und werden, wie bereits erläutert, Indizes mit Immobilien-Aktiengesellschaften oder REITs kreiert. An diese Indizes werden anschließend Produkte, wie z. B. Indexzertifikate geknüpft, um den Index in einem bestimmten Verhältnis kaufen zu können. Dieser Index sollte den Markt umfassend abbilden. Informationen zum Index sollten transparent und vollständig zugänglich sein. Des Weiteren sollte die Liquidität der enthaltenen Werte ausreichend hoch sein. Ein weiteres wichtiges Kriterium ist, dass der Investor seine individuellen Anlagevorstellungen mit dem Index umsetzen kann. Oftmals ist der Index in sich inkonsistent aufgebaut. Dies zeigt sich darin, dass bei dem Versuch einer Gesamtabdeckung viele unterschiedliche und illiquide Werte, mit unterschiedlichen Konzepten, auch abweichend von dem eigentlichen Anlagevehikel REIT, enthalten sein können. Nicht überall, wo REIT drauf steht, ist auch REIT drin. Dies trifft z. B. auf Zertifikate zu, die zwar den Begriff REIT im Namen führen, das Underlying jedoch nur Immobilien-Aktiengesellschaften, aber keine REITs enthält.¹⁶⁷

¹⁶⁷ Konkrete Anbieter von Indizes und Zertifikaten sind im Anhang genannt. Weitere Anbieter die im Folgenden keine Erläuterung mehr erfahren sind die Stuttgarter Börse mit dem S-BOX REITs Health Performance-Index und dem S-BOX Turkish REITs Index.

4 Zusammenstellung und Analyse ausgewählter Portfolios

4.1 Zeitreihenanalyse verschiedener Anlageklassen und Anlageinstrumente

Die Analyse der Anlageklassen und Anlageinstrumente hinsichtlich Rendite und Risiko, sowie den Kennziffern Schiefe und Wölbung erfolgte auf Basis von Zeitreihen¹⁶⁸ aus unterschiedlichen Quellen.¹⁶⁹ Schaut man sich die Rechnungen an kann man markante Ergebnisse festhalten:

Auf den ersten Blick fallen die hohen geometrischen Mittel im Jahr 2006 auf. Insgesamt gesehen haussierte der Markt im Jahr 2006 enorm. Bis auf die Indizes von REX, Nikkei und SBI lagen die geometrischen Renditen bei den Indizes immer über 15 Prozent. Festzuhalten ist auch, dass die großen Aktienindizes niedrigere Volatilitäten besaßen als die Immobilien-Indizes. Fast durchwegs negative Korrelationen ergaben sich zwischen REX und allen anderen Indizes. Die Indizes SBI und Nikkei hatten hie und da ebenfalls negative Korrelationen zu den anderen Indizes.¹⁷⁰

Das Bild dreht sich, wenn man sich den 5-Jahres-Bereich oder den 10-Jahres-Bereich anschaut. Hier nehmen die Renditen der Aktienindizes ab, gleichzeitig nehmen die Volatilitäten zu. Die Immobilien-Indizes hingegen können hier überzeugen: die Volatilitäten sind niedriger, die Renditen aber im Verhältnis zu den anderen Indizes auf hohem Niveau. Fast immer negative Korrelationen ergaben sich zwischen REX oder SBI und allen anderen Indizes.¹⁷¹

Dem Überblick für die einzelnen Jahre lässt sich entnehmen, wie die Indizes abgeschnitten haben.¹⁷² Die Jahre 2006, 2005, 2004, 2003 hinterließen durchwegs positive Renditen. Die Jahre 2002, 2001, 2000 brachten in Folge des Endes im Hype der Neuen Märkte und in Folge der

¹⁶⁸ Die langen und kurzen Zeitreihen sind im Anhang graphisch veranschaulicht. Vgl. hier zu auch die Datei: Indexverlauf.xls.

¹⁶⁹ Die Suche nach adäquaten Daten für diese Arbeit verlief schwierig. Aufgrund des fehlenden Zugangs zu Datenbanken wie DATASTREAM wurden die Daten zum Teil von sehr hilfreichen Mitarbeitern der HVB / UniCredit (Zertifikate der HVB / UniCredit, sowie Daten der Indizes: MSCI World, Dow Jones, Nikkei, S&P 500) und zentralen Stellen der Deutschen Bundesbank (Zeitreihen DAX und REX) per Mail angefordert oder im Internet recherchiert. Die Schweizer Börse, das Bankhaus Ellwanger & Geiger, die Anbieter des Euro Stoxx 50-Index, aber auch NAREIT stellen ganz selbstverständlich ihre Daten per Excel-Dateien auf ihren Homepages zur Verfügung. Die Zeitreihen der UBS-Zertifikate, sowie die Zeitreihen der Fonds konnten leider nur von der Internetplattform des Handelsblattes (www.handelsblatt.de) geladen werden. Manche Datenreihen zeigen nur Kurse zum Monatsanfang. Hier wurde der Monatsanfang des einen Monats zum Monatsende des letzten Monats fiktiv zurückdatiert. Alle Zeitreihen befinden sich in der Rohfassung in der Datei: Rohdaten.xls. An dieser Stelle sei der Winston Churchill zugeschriebene Satz erwähnt: „Ich glaube nur der Statistik, die ich selbst gefälscht habe.“ Siehe hierzu den gleichnamigen Artikel von Werner Barke: <http://www.statistik.baden-wuerttemberg.de/Veroeffentl/Monatshefte/essay.asp?xYear=2004&xMonth=11&eNr=11>, abgerufen am: 26.05.2007.

¹⁷⁰ Vgl. Datei: Rendite(1+r).xls, Reiter „1JahresPerformance“.

¹⁷¹ Vgl. Datei: Rendite(1+r).xls, Reiter „5JahresPerformance“ und „10JahresPerformance“.

¹⁷² Vgl. Datei: ÜberblickRenditeRisiko.xls.

Anschläge des 11. Septembers negative Renditen. Erstaunlich stetig und positiv (und von kleineren Ausnahmen abgesehen) verliefen in den Jahren 2000 bis 2006 die Indizes All REITs, Epix30, Epix 50, die Zertifikate der HVB / UniCredit, sowie die Fonds von Henderson, DEKA und Morgan Stanley. Die Volatilitäten aller Indizes nahmen in den „Krisenjahren“ zu, und gingen in einen hohen zweistelligen Bereich. In den Jahren 2003 und 2004 ist der Trend hin zu einstelligen Risikokennziffern erkennbar, während in den letzten beiden Jahren das Risiko wieder merklich gestiegen ist.¹⁷³

4.2 Betrachtung von Minimum-Varianz-Portfolios und Marktportfolios

Für die Betrachtung von Minimum-Varianz-Portfolios wurden zehn Portfolios zusammengestellt. Diese enthalten Aktien- sowie Bondindizes, die mit Immobilien „angereichert“ wurden. Die Portfolios enthalten die Anteile zu Minimum 5% und zu Maximum 40%. Die Ausgangsthese lautet: Immobilienaktien und REITs können das Risiko eines Portfolios reduzieren.

Im letzten Jahr waren die Anlagen in Immobilienaktien / REITs zwar in den Portfolios enthalten, haben aber nicht dazu beigetragen, dass das Portfoliorisiko reduziert wurde. Bei den Portfolios A1 bis F1 wären im Gegenteil diese Anlagen eliminiert worden, wäre nicht ein Minimum definiert worden.¹⁷⁴ Nur in Portfolio B1, C1 und G1 haben Immobilienaktien / REITs einen (sehr geringen) risikominimierenden Charakter. Ihre Anteile in den Portfolios sind: A1 5,00%, B1 5,00% und 13,57%, C1 5,00% und 5,00% sowie 10,00%, D1 5,00% und 5,00%, E1 5,00%, F1 5,00%, G1 5,00% und 5,00% sowie 13,52%. Erst wenn man einen gewissen (hohen) Renditeanspruch an das Portfolio stellt, nehmen sie einen höheren Anteil im Portfolio ein und können ihre Kraft entfalten. Im letzten Jahr, aber auch im 5-Jahres-Bereich konnten Immobilienaktien und REITs die Portfoliorendite deutlich nach oben schrauben. Auch im Marktportfolio, also im Portfolio mit einem perfekten Verhältnis von Rendite und Risiko, haben Immobilienaktien / REITs einen hohen Anteil: A1 40,00%, B1 26,32% und 22,00%, C1 40,00% und 5,00% sowie 10,00%, D1 40,00% und 5,00%, E1 40,00%, F1 40,00%, G1 40,00% und 10,00% sowie 5,00%.

Die Analyse der Portfolios, die Anlagen über einen 5-Jahres-Zeitraum halten, ergibt ein völlig anderes Bild. Die Minimum-Varianz-Portfolios enthalten nun zu einem höheren Maße Immobilienaktien / REITs als die Minimum-Varianz-Portfolios, die im letzten Jahr gehalten

¹⁷³ Vgl. zum Thema Veränderung der Varianzen das Kapital über „Skedastizität“ bei: Spremann, Klaus [2003], S. 151-157.

¹⁷⁴ Vgl. hierzu die Anlagen im Anhang.

wurden. In den Portfolios E2, F2 und G2 tragen sie zur Minderung des Portfoliorisikos bei. Ihre Anteile in den Portfolios betragen: E2 24,20%, F2 27,11%, G2 25,94% und 5,00% sowie 24,06%. Die Marktportfolios im 5-Jahresbereich sind zu diesen Teilen mit Immobilienaktien und REITs versetzt: E2 40,00%, F2 40,00%, G2 40,00% und 40,00% sowie 8,59%.

Den Auswertungen der Portfolios A bis G Zur Seite gestellt sind informativ mögliche Strategieportfolios. Daneben wurden auch die jeweiligen Minimum-Varianz-Portfolios, Capital Market Lines und mögliche Portfoliokombinationen synoptisch in ein Diagramm abgetragen.

4.3 Optimierung von Portfolios unter Diversifizierung von Immobilienaktien und REITs

An dieser Stelle sei noch einmal das Schaubild aus dem ersten Kapitel dargestellt: Die Autoren von der NAREIT stellen Portfolios zusammen, deren REIT-Anteil sich von Portfolio zu Portfolio erhöht, währenddessen sich die Anteile an Bonds, respektive Aktien sukzessive verringern:

	Aktien	Bonds	Treasury Bills	REITs	Rendite	Risiko
Portfolio A	–	90%	10%	–	9,2%	10,4%
Portfolio B	–	80%	10%	10%	9,7%	9,7%
Portfolio C	–	70%	10%	20%	10,2%	9,2%
Portfolio D	50%	40%	10%	–	10,9%	10,6%
Portfolio E	45%	35%	10%	10%	11,2%	10,3%
Portfolio F	40%	30%	10%	20%	11,6%	10,1%

Tab. 8: Optimierung mit REITs

REITs erhöhen also nicht nur die Rendite, sondern senken auch gleichzeitig das Risiko. Der Autor dieser Arbeit sieht sich veranlasst, die Tabelle nachzubauen und auf diese These näher einzugehen. Hierzu wurden sechs Portfolios entworfen (1, 2, 3, 4, 5, 6).¹⁷⁵ Die Anteile in diesen Portfolios werden dann variiert (Portfolio A bis J). Jedes einzelne „Unter-Portfolio“ wird danach unter verschiedenen zeitlichen Szenarien (1-Jahres-Zeitraum, 5-Jahres-Zeitraum, 10-Jahres-Zeitraum) auf Rendite und Risiko hin überprüft.¹⁷⁶

Hätte man im Jahr 2006 Portfolios mit unterschiedlichen Gewichtungen der Anlagen zusammengestellt, d. h. sukzessive Immobilienaktien und REITs hinzugefügt, so hätte man zwar die Rendite sehr schnell in die Höhe getrieben, genauso aber das Risiko. Allerdings muss man zugeben, dass auch ein sehr risikoaverser Anleger, der z. B. nur 5% Risiko akzeptiert hätte, Renditen von mehr als 30% erreicht hätte. Hätte man die Rendite ausbauen wollen und das

¹⁷⁵ Vgl. die Anlagen Nr. 39 bis Nr. 44.

¹⁷⁶ Vgl. Dateien: 5asset1jahr_1.xls bis 5asset1jahr_6.xls, 5asset5jahre_1 bis 5asset5jahre_6 und 5asset10jahre_1 bis 5asset10jahre_6.

Risiko im gleichen Zug minimieren, so hätte man eine Anlage suchen müssen, die das Risiko im Portfolio enorm senkt: Hier wäre interessanterweise Tagesgeld in Frage gekommen. Durch die Kombination von Tagesgeld und Immobilienaktien hätte ein Portfolio in diesem Sinn optimiert werden können.¹⁷⁷

Anders zeigen sich die Portfolios im 5-Jahres-Rückblick (Januar 2002 bis Dezember 2006). Die Renditen aus dem Jahr 2006 von bis zu 50% haben sich deutlich reduziert. Jetzt liegt die höchste Renditemöglichkeit bei 26,29%. Im Gegenzug sind die Risiken auch deutlich gestiegen. Wer eine Rendite von 26,59% erreichen wollte, musste eine Volatilität von 11,59% akzeptieren; das entspricht einer Verdoppelung zum Jahr 2006. Jedoch zeigt sich jetzt: Die niedrigeren Volatilitäten und geringeren Korrelationen zu den anderen Portfoliopositionen machen Immobilienaktien und REITs zu Anlagen, welche die Rendite des Portfolios wachsen und zugleich das Risiko schrumpfen lassen. Je mehr man den Anteil dieser Assets ausbaut, desto größer wird die Rendite und desto geringer wird das Risiko.

Der 10-Jahres-Rückblick (Januar 1997 bis Dezember 2006) verstärkt diese Tatsachen nochmals: Die Renditen sind weiter rückläufig und die Risiken steigen weiter leicht an. Wer hier ein maximales Risiko von 12% eingegangen ist, konnte nur noch ca. 20% Rendite erreichen. In den meisten Fällen konnte man diese Rendite jedoch nur erreichen, indem man die Anteile der Anlagen in Aktien und Bonds stark senkte und den Anteil der Immobilienaktien auf über 60% oder gar 80% ausbaute.¹⁷⁸ Im längerfristigen Bereich überzeugen die Immobilienaktien: Sie werfen eine hohe Rendite ab, haben allerdings auch ein höheres Risiko. Sie können aber durch die Tatsache, dass dieses Risiko immer noch geringer ist als bei den anderen Anlagen, und die weiterhin geringere Korrelation, das Portfoliorisiko senken und die Portfoliorendite steigern – quod erat demonstrandum.

¹⁷⁷ Vgl. Dateien: 6asset_1_opt_my.xls, 6asset_2_opt_my.xls, 6asset_3_opt_my.xls, 6asset_4_opt_my.xls, 6asset_5_opt_my.xls, 6asset_6_opt_my.xls, 6asset_7_opt_my.xls, 6asset_8_opt_my.xls.

¹⁷⁸ Im 10-Jahres-Bereich wurde informativ auch die Performance für den Fall von Leerverkäufen (hier in der Summe 20,00%) berechnet.

5 Fazit und Schlussgedanke

1. Immobilienaktien und REITs – Phantasie und Realität

Wenige Monate nach der Entscheidung des Gesetzgebers Real Estate Investment Trusts einzuführen, muss sich die neue Anlageklasse in Deutschland etablieren. Die Welt der REITs ist eine ganz eigene, den deutschen Anlegern vielleicht fremde Welt und muss von den privaten und institutionellen Investoren angenommen werden. Das Rennen um die besten Plätze, um Märkte und Kunden, um Eigentümer und Mieter, um Immobilien und Kapital hat begonnen. Die neue Euphorie für den Immobilienmarkt Deutschland hat sich in den Kursen der Immobilienaktien niedergeschlagen. Der Immobilienmarkt gilt als sehr attraktiv. Allerdings wäre es schade, wenn sich zu viele Spekulanten in ihm aufhielten. Dies könnte der Grund für die unübliche, der Anlageklasse nicht angemessenen, hohe Volatilität sein. Es wäre schade, wenn Immobilienaktien und REITs, die als stabile, wertbeständige und risikoarme Anlageklassen gelten, in Zukunft diesen Status und ihr Renommee verlieren.

In der Arbeit wurde gezeigt, dass sich die Anlageklassen und Anlageinstrumente Immobilienaktien und REITs für die Portfoliooptimierung einsetzen lassen. Im letzten Jahr schafften sie es nicht, die Varianz eines Portfolios zu minimieren (dies konnten DAX, REX oder gar Tagesgelder viel besser). Im Gegenteil wurde durch ihren Einsatz das Risiko des gesamten Portfolios höher. Erfreulich bleibt das hohe Renditewachstum der einzelnen Anlagen. Ein anderes Bild vermittelt dagegen der Blick zurück auf die vergangenen fünf oder zehn Jahre. Hier entfaltete die Anlageklasse ihre Wirkung. Man überlege: Hinter diesen Aktien stehen „als Underlying“ immer noch Immobilien, die beträchtlich hohe, konstante und zuverlässige Renditen abwerfen. Anleger sollten daher immer dieses Underlying über den Net Asset Value mitbewerten und nicht nur auf vielleicht kurzfristige Bullenmärkte aufspringen.

2. Portfoliotheorie – Basis aller Anlagestrategien

Die Portfoliotheorie ist die finanzmathematische Basis für die Zusammenstellung und Auswertung von Portfolios. Sie kann ausgehend von der Theorie, vor allem in der historischen Analyse von Daten, wertvolle praktische Hilfestellungen für Investoren bieten. Sie bringt die Erkenntnis, dass das Portfoliorisiko nicht nur von den Einzelrisiken

(Varianzen) der Portfoliokomponenten abhängt. Es ist des Weiteren abhängig von den Anteilen der im Portfolio beteiligten Wertpapiere und vor allem der Korrelation der Wertpapierrenditen, denn je geringer die Korrelation, desto geringer ist das Portfoliorisiko. Durch geeignete Gewichtung können risikoeffiziente Portfolios zusammengestellt werden. Die Auswahl eines konkreten Portfolios erfolgt, indem der Investor seine persönlichen Risikopräferenzen, wie auf einer Menükarte, auswählt. Das Marktportfolio und die Capital Market Line sind dafür wichtige Anhaltspunkte.

3. Εάν γάρ έλθῃ ἡ σοφία εἰς σὴν διάνοιαν, ἡ δέ αἰσθησις τῇ σὴ ψυχῇ καλὴ εἶναι δόξη

Durch diese Arbeit konnte sich der Autor ein tiefergehendes Bild von der Portfoliotheorie aneignen. Der Einsatz von verschiedenen finanzmathematischen Formeln und Herangehensweisen ermöglichte ein besseres Verständnis von Thesen und Ergebnissen, die oftmals in der allgemeinen Literatur nur angeschnitten und unzureichend ausgeleuchtet werden. Die zeitintensive Beschäftigung mit Excel konnten die Erkenntnisse schließlich verstärken und ausbauen. Die Themenkomplexe Portfoliotheorie und Immobilienaktien / Real Estate Investment Trusts konnten in einer praktischen Weise miteinander verbunden werden. Die unscheinbare These von der optimierenden Wirkung von Immobilienaktien und REITs wurde so Thema einer ganzen wissenschaftlich ausgearbeiteten Auseinandersetzung. Bei so vielen griechischen Buchstaben, sei zum Abschluss ein griechisches Zitat aus der Septuaginta bemüht. In ihr heißt es im Buch der Sprichwörter (2,10): „Weisheit zieht ein in dein Herz / Erkenntnis beglückt deine Seele.“ Am Ende der Arbeit ist sich der Autor sicher, dass ein kleiner Teil Wissen aufgearbeitet, beleuchtet und für andere Leser fruchtbar gemacht werden konnte, sowie Erkenntnisse gebracht und vielleicht auch weiser gemacht hat.

Anlage 1: Daten zum Index DAX

Der **Deutsche Aktienindex DAX** listet die 30 größten und umsatzstärksten Unternehmen an der Frankfurter Wertpapierbörse. Der DAX führt den Index der Börsenzeitung fort, dessen historische Zeitreihe bis September 1959 zurückreicht. Von September 1959 bis zum 31.12.1987 wurde ein Index von 30 Werten von der Börsenzeitung geführt. Per 31.12.1987 wurde der Schlussstand der Börsenzeitung in Höhe von 268,87 Punkten durch Multiplikation mit dem Faktor 3,7193 auf den Basisstand 1000 gehoben und zum heute bekannten Index „DAX“ gemacht.¹⁷⁹ Der erste Index (bis 1987) war ungewichtet, der zweite (ab 1988) mit dem börsennotierten Grundkapital gewichtet. Das Gewicht der Aktie bemisst sich nach dem Anteil an der gesamten Kapitalisierung der im Index enthaltenen Werte. Außerdem ist der DAX seit 1981 ein Performanceindex (besser: DAXP¹⁸⁰), d. h. es werden Erträge aus Dividenden und Bonuszahlungen in das Indexportfolio reinvestiert.¹⁸¹ Vorher war der DAX ein Kursindex, d. h. lediglich um Erträge aus Bezugsrechten und Sonderzahlungen bereinigt. Der Kursindex wird auch heute noch gelistet und als DAXK bezeichnet.

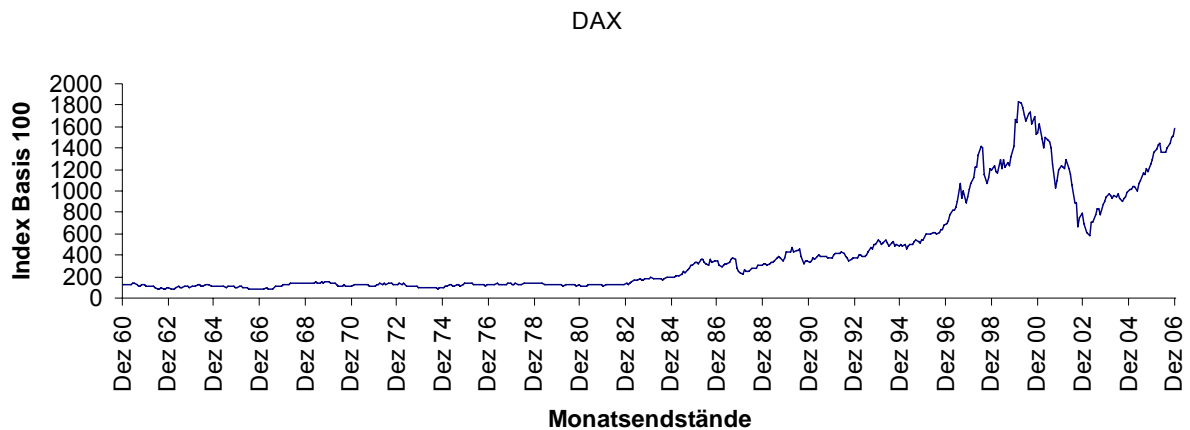
Dezember 1960 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 1481,24%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 6,06%

Volatilität p. a.: 19,28%

Chart:



¹⁷⁹ Vgl. Richard, Hermann-Josef [1991], S. 125.

¹⁸⁰ Wenn nichts anderes erwähnt ist, meint in dieser Arbeit der Name DAX den DAXP.

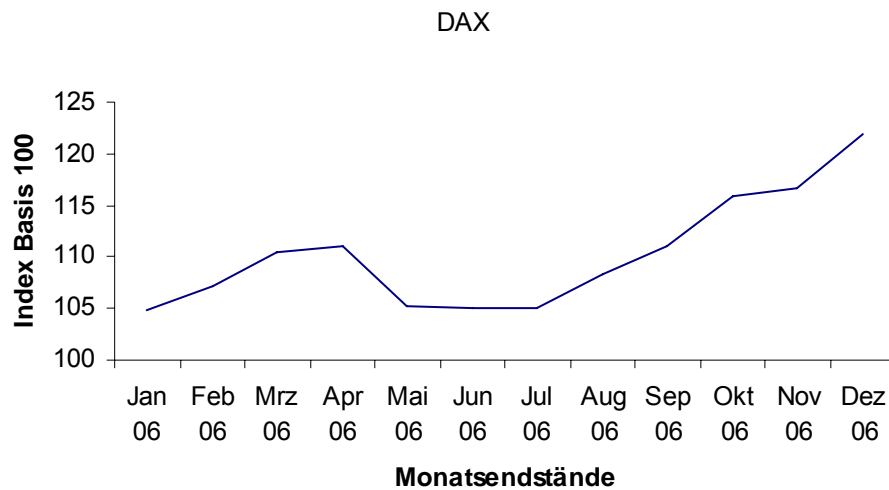
¹⁸¹ Vgl. Deutsche Börse [2007].

Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 21,98%

Volatilität p. a.: 9,36%

Chart:



Anlage 2: Daten zum Index REX

Der **Deutsche Rentenindex REX** listet Werte des deutschen Rentenmarktes. Er veranschaulicht den Markt der Staatspapiere. Der REX wird aus gewichteten Durchschnittspreisen von synthetischen Anleihen mit konstanter Laufzeit berechnet.¹⁸² Der REXP ist der dazugehörige Performanceindex, der den wirtschaftlichen Anlageerfolg in deutschen Staatsanleihen misst. Preisänderungen und Zinserlöse werden miterfasst und so die Wertentwicklung eines hypothetischen Portfolios sichtbar gemacht. Der REXP wurde im Januar 1967 zum ersten Mal berechnet. Am 31.12.1987 wurde nicht nur der DAX auf 1000 Punkte harmonisiert, sondern auch der REXP auf 100 Punkte normiert und die alte Zeitreihe zurückberechnet, so dass der REXP im Januar 1967 rechnerisch einen Basisstand von 21,24 Punkten besaß.

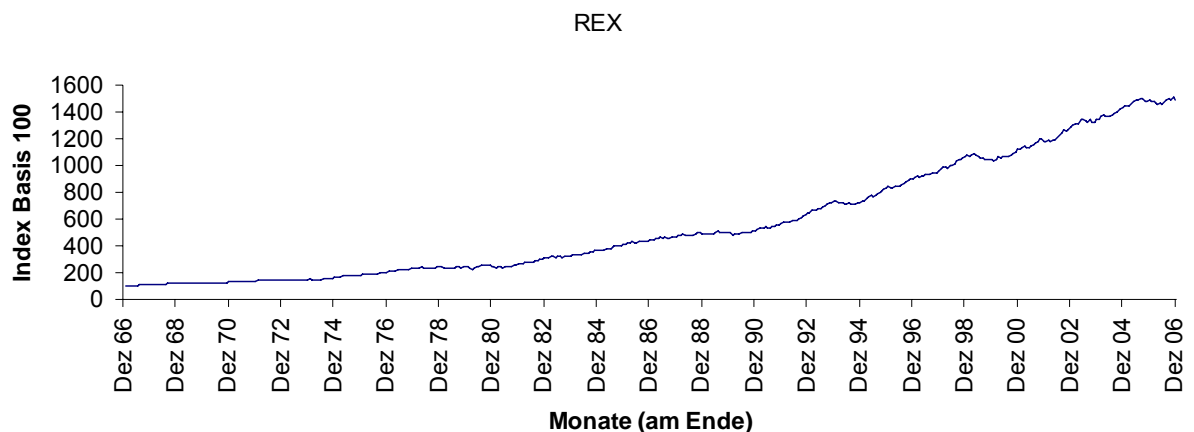
Januar 1967 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 1392,17%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 7,01%

Volatilität p. a.: 3,67%

Chart:



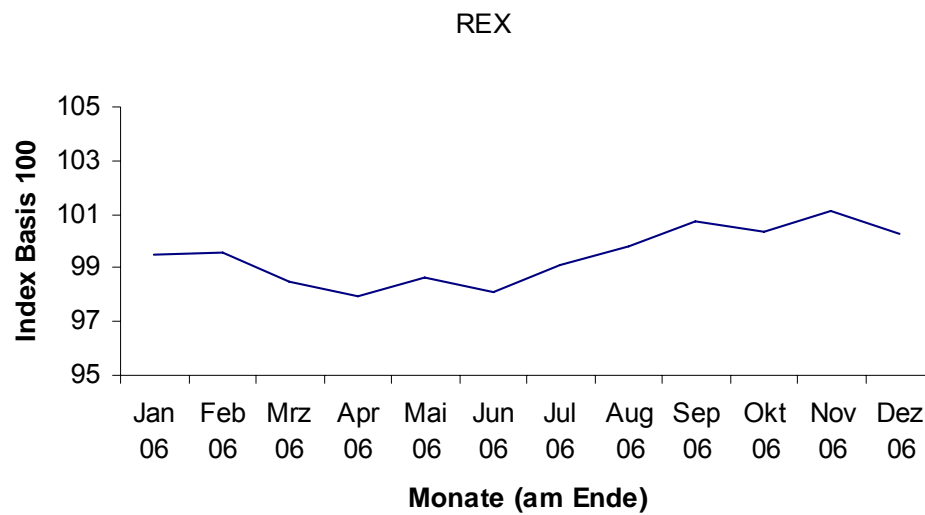
¹⁸² Vgl. Deutsche Börse [2004], S. 4.

Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 0,27%

Volatilität p. a.: 2,52%

Chart:



Anlage 3: Daten zum Index All REITs

Ein großer Index-Anbieter ist FTSE (Financial Times Stock Exchange Index). Zusammen mit US NAREIT (National Association of Real Estate Investment Trusts) bietet er verschiedene Indizes an,¹⁸³ wie z. B. den **All REITs**-Index, Composite REIT Index, Real Estate 50 Index, Equity Index, Mortgage REIT Index, Hybrid REIT Index.¹⁸⁴ Laut NAREIT liegt die gesamte Aktienmarktkapitalisierung des **FTSE NAREIT All REITs**-Index bei ca. \$430 Milliarden (www.nareit.com). Vorliegende Zahlen beziehen sich auf den Performance-Index des All REITs.

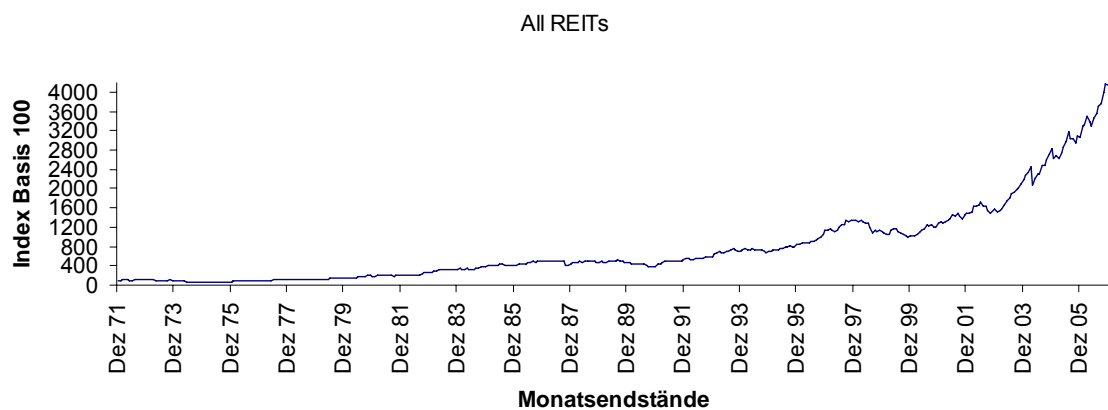
Dezember 1971 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 4031,39%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 11,22%

Volatilität p. a.: 15,26%

Chart:

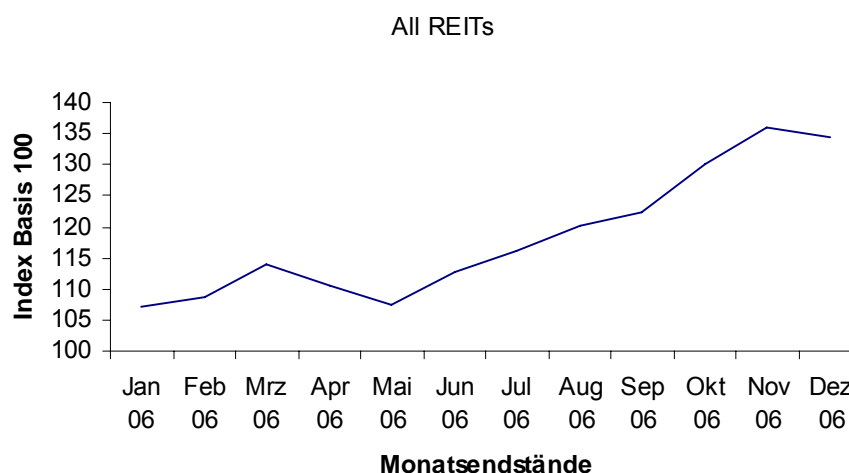


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 34,35%

Volatilität p. a.: 11,26%

Chart:



¹⁸³ Vgl. NAREIT [2007f].

¹⁸⁴ Vgl. NAREIT [2007d].

Anlage 4: Daten zum Index MSCI World

Der **MSCI World** ist ein Aktienindex, der von Morgan Stanley Capital International berechnet wird. Der Index beinhaltet Aktien aus 24 Ländern und wird als Kursindex geführt. Im hier vorliegenden Index handelt es sich um den MSCI World USD TR, einen in US-Dollar ausgewiesenen Performance-Index. (www.mscibarra.com)

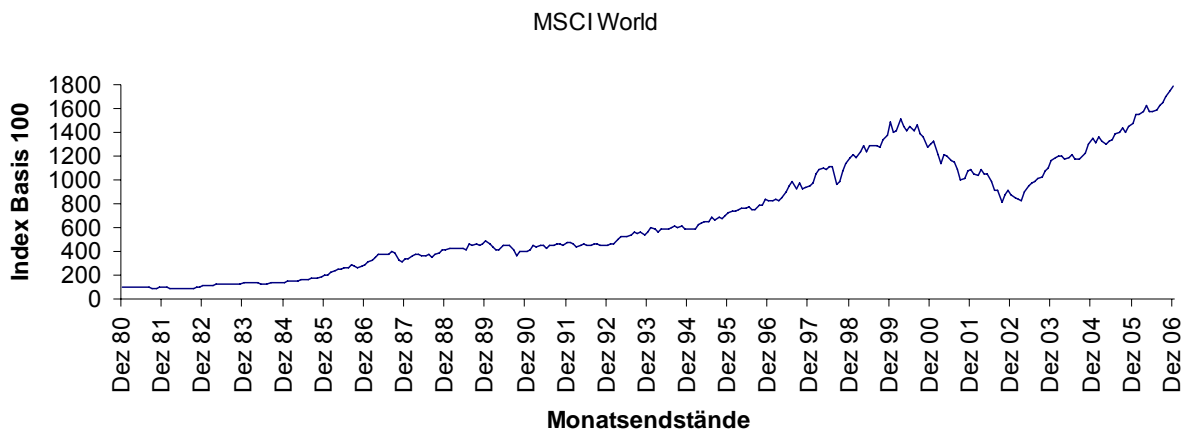
Dezember 1980 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 1684,60%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 11,72%

Volatilität p. a.: 14,20%

Chart:

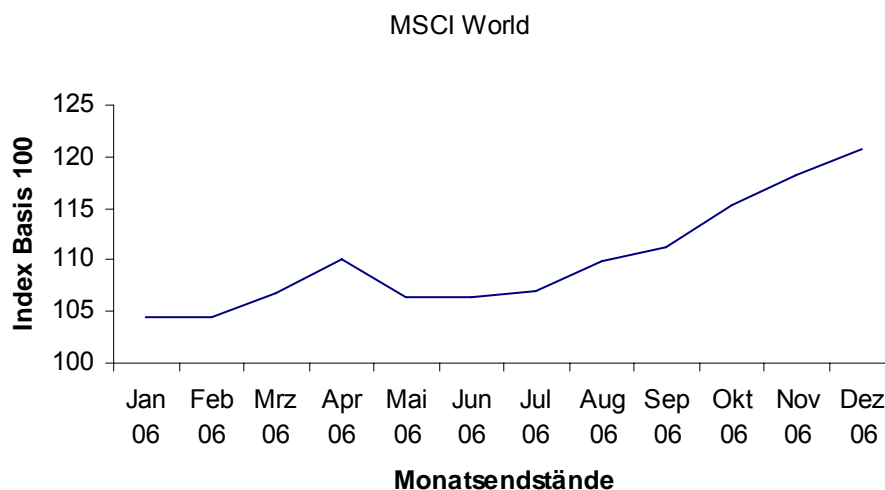


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 20,65%

Volatilität p. a.: 6,94%

Chart:



Anlage 5: Daten zum Index S&P 500

Der **S&P 500** ist ein Kursindex, der 500 der größten börsennotierten US-amerikanischen Unternehmen listet. Er wurde im Jahr 1957 von Standard & Poor's entwickelt. Ausgewertet wurde für diese Arbeit der zugehörige Performance-Index.¹⁸⁵

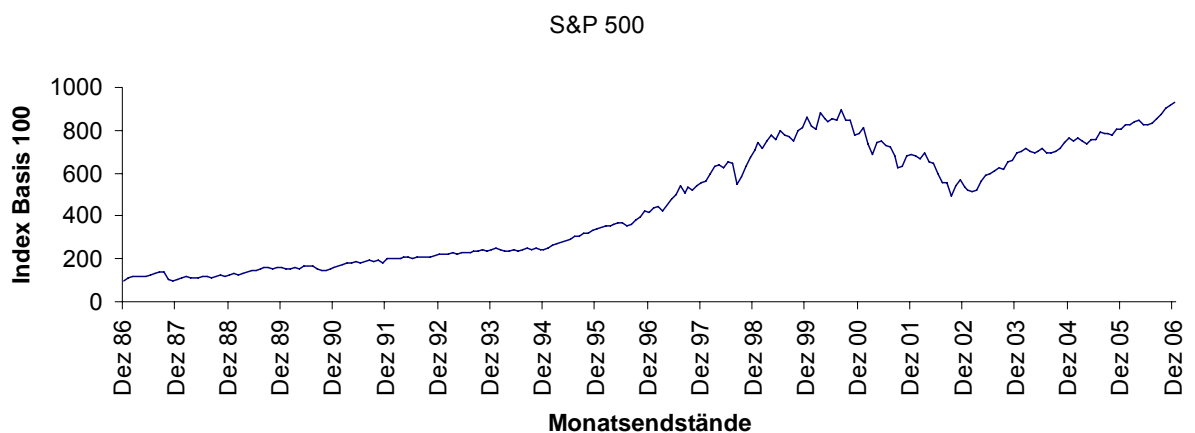
Dezember 1986 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 831,26%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 11,80%

Volatilität p. a.: 14,85%

Chart:

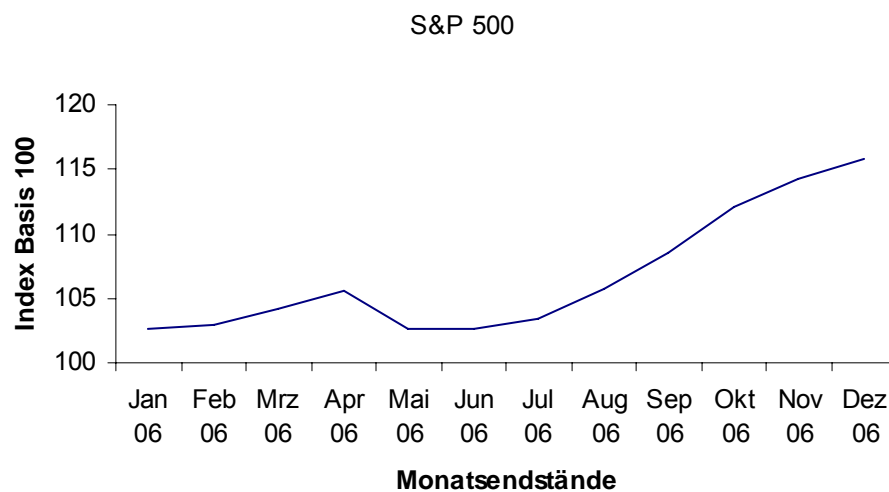


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 15,79%

Volatilität p. a.: 5,40%

Chart:



¹⁸⁵ Vgl. Standard & Poor's [2007].

Anlage 6: Daten zum Index DJ Euro Stoxx 50

Der **Dow Jones Euro Stoxx 50** ist ein Aktienindex, der im Februar 1998 von dem Joint-Venture der Deutschen Börse AG, der Dow Jones Company und der SWX Group eingeführt wurde. Er umfasst die 50 größten börsennotierten europäischen Unternehmen der Eurozone. (Daneben gibt es noch den Dow Jones Stoxx 50, der die 50 größten europäischen Unternehmen, unabhängig von der Landeswährung, führt). Auch hier wurde der Performance-Index ausgewertet. (www.stoxx.com)

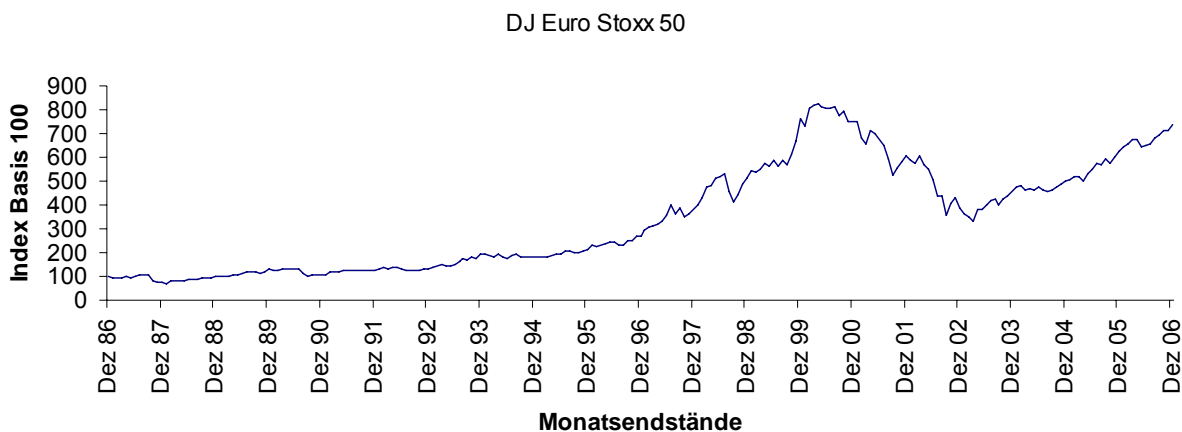
Dezember 1986 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 636,37%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 10,50%

Volatilität p. a.: 18,34%

Chart:

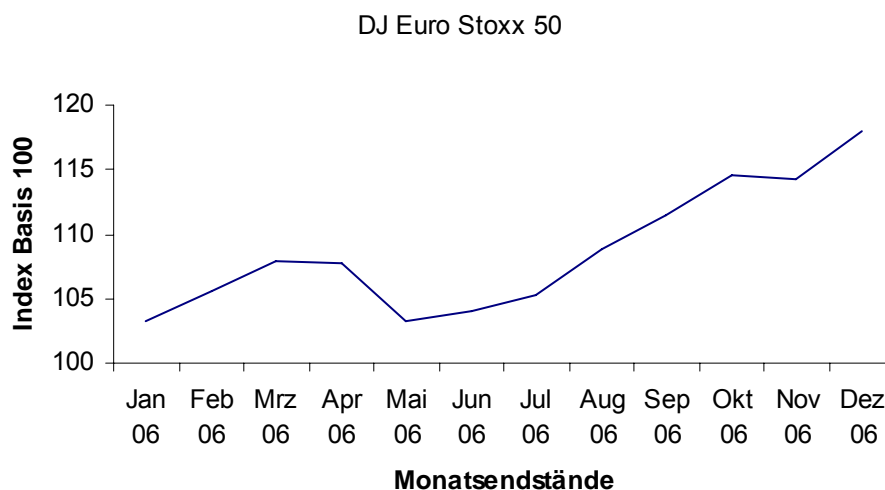


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 18,05%

Volatilität p. a.: 7,25%

Chart:



Anlage 7: Daten zum E&G DIMAX

Seit Jahren renommiert in Sachen Immobilien-Indizes ist das deutsche Bankhaus Ellwanger & Geiger. Die Indizes sind in drei Kategorien eingeteilt, so dass man einen guten Einblick in den deutschen Immobilienaktienmarkt erhalten kann: Der **E&G Dimax** war der erste umfassende Aktienindex für deutsche Immobiliengesellschaften und wurde 1995 aufgelegt. Als Basis wurde der 31.12.1998 festgelegt, und der Index dementsprechend bis zu diesem Zeitpunkt zurückberechnet.¹⁸⁶ Der **E&G Epix** ist die vom Bankhaus Ellwanger & Geiger geschaffene Indexfamilie der führenden europäischen börsennotierten Immobilienunternehmen. Diese umfasst den auf die Eurozone begrenzten **E&G Epix 30**, sowie den um 20 Werte von außerhalb der Eurozone erweiterten **E&G Epix 50**.¹⁸⁷ Seit Oktober 2004 besteht auch ein europäisch ausgerichteter REIT-Index, der **E&G Erix (European Reit Index)**.¹⁸⁸ (www.privatbank.de)

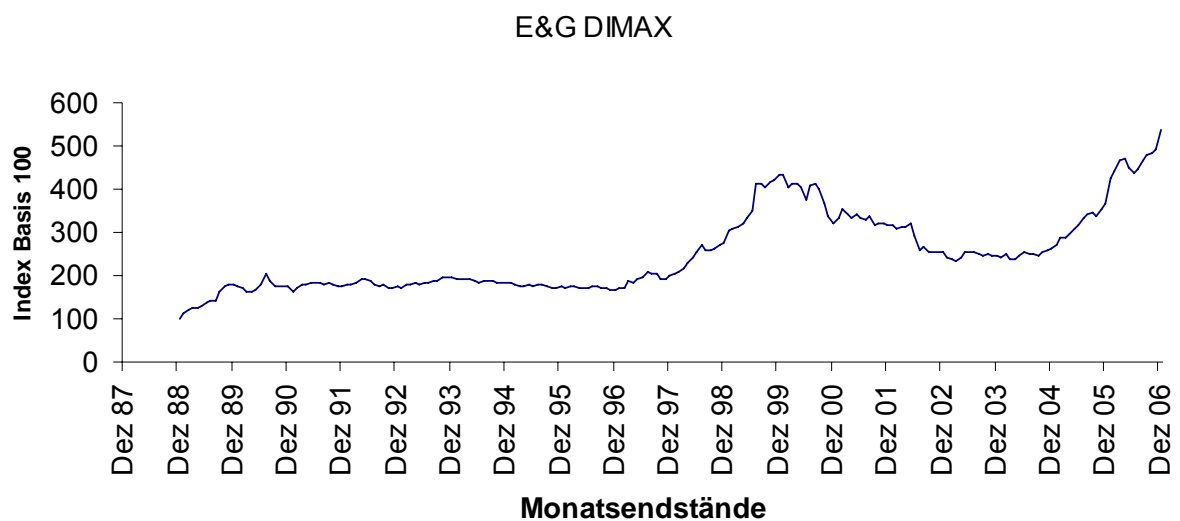
Dezember 1988 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 435,48%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 9,77%

Volatilität p. a.: 13,62%

Chart:



¹⁸⁶ Eine Zusammensetzung des Index' findet man unter: Ellwanger & Geiger [2006a].

¹⁸⁷ Eine Zusammensetzung der Indizes findet man unter: Ellwanger & Geiger [2006b].

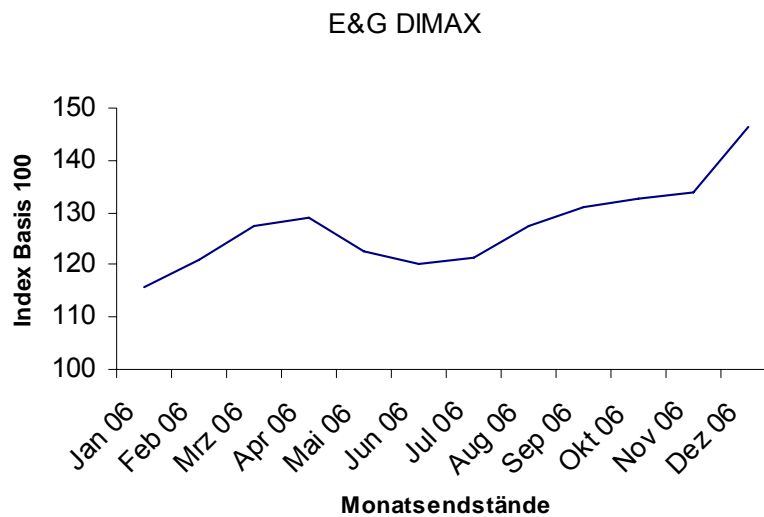
¹⁸⁸ Eine Zusammensetzung des Index' findet man unter: Ellwanger & Geiger [2006c]. In der Arbeit wird einfach das Kürzel „E&G REIT“ verwendet.

Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 46,36%

Volatilität p. a.: 17,79%

Chart:



Anlage 8: Daten zum Index Epix 30

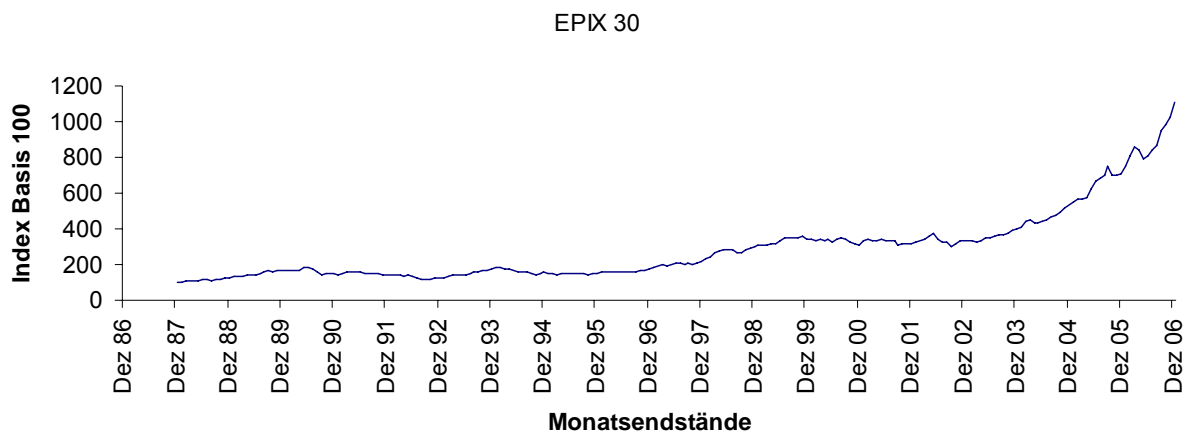
Dezember 1987 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 1011,17%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 13,51%

Volatilität p. a.: 12,47%

Chart:

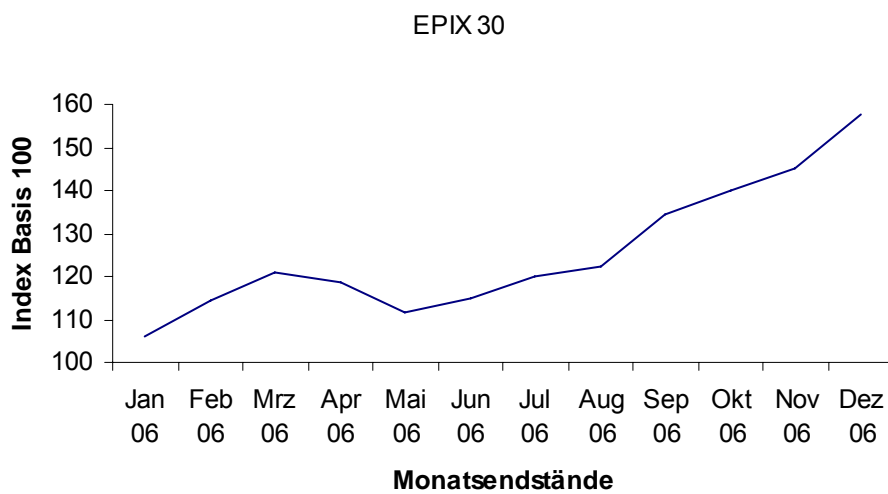


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 57,56%

Volatilität p. a.: 14,66%

Chart:



Anlage 9: Daten zum Index Epix 50

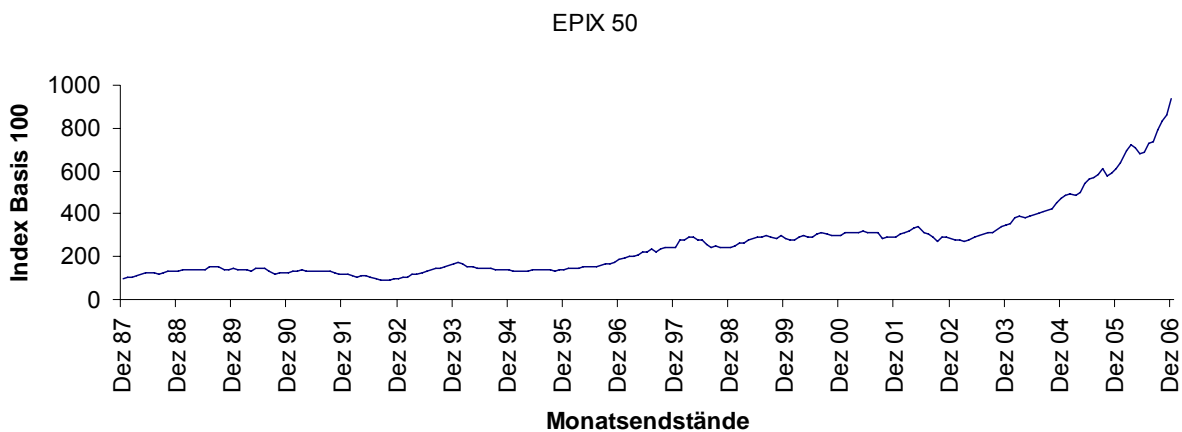
Dezember 1987 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 837,69%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 12,50%

Volatilität p. a.: 13,72%

Chart:

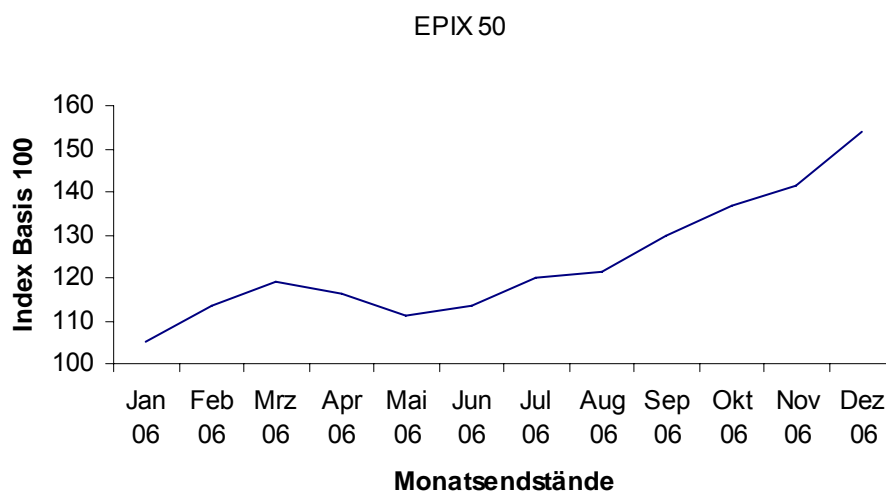


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 53,97%

Volatilität p. a.: 13,33%

Chart:



Anlage 10: Daten zum E&G European Reit Index (E&G Erix)

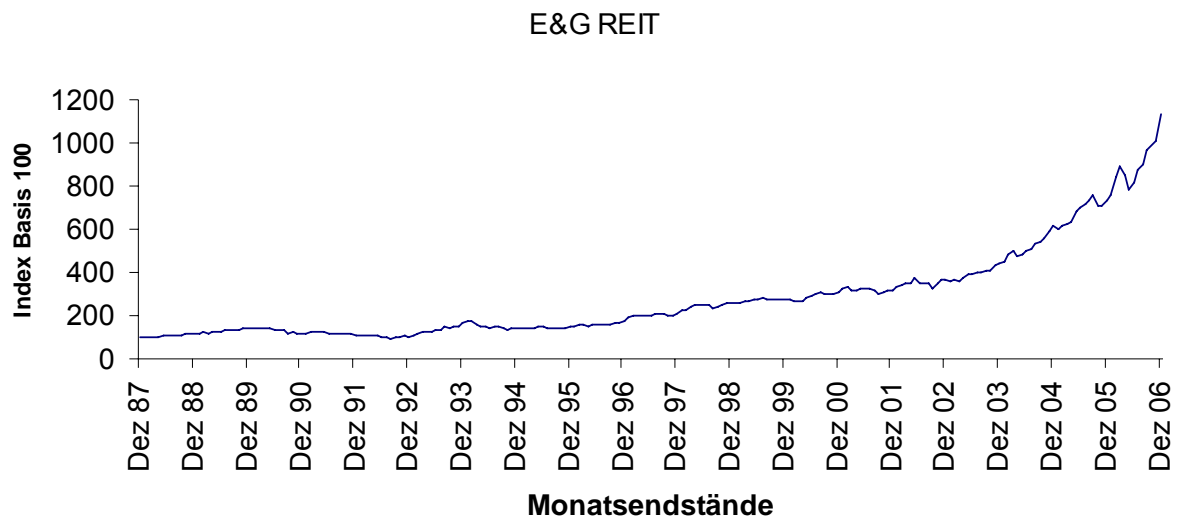
Dezember 1987 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 1037,21%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 13,65%

Volatilität p. a.: 11,89%

Chart:

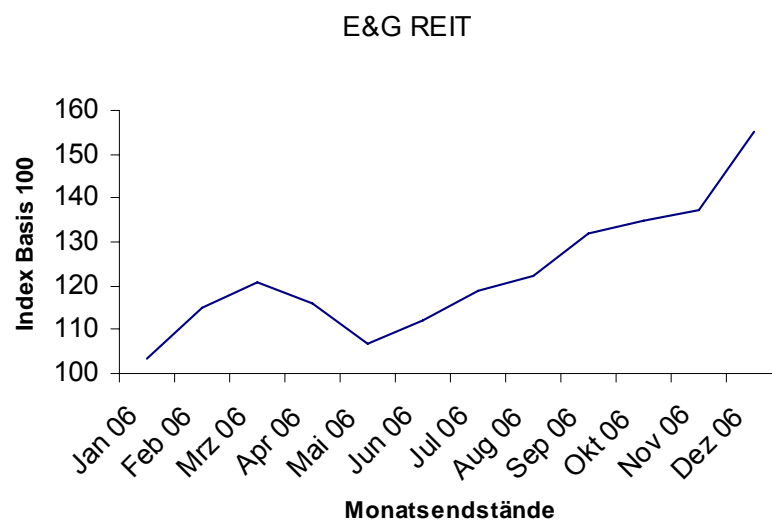


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 55,03%

Volatilität p. a.: 19,14%

Chart:



Anlage 11: Daten zum SMI Kursindex

Der **Swiss Market Index (SMI)** bildet die 30 liquidesten und größten schweizerischen Blue-chips ab. Diese entsprechen ca. 90% der gesamten Marktkapitalisierung und 90% des Handelsvolumens. Der SMI wird im September 2007 neu strukturiert und nur noch 20 Titel enthalten. (www.swx.com)

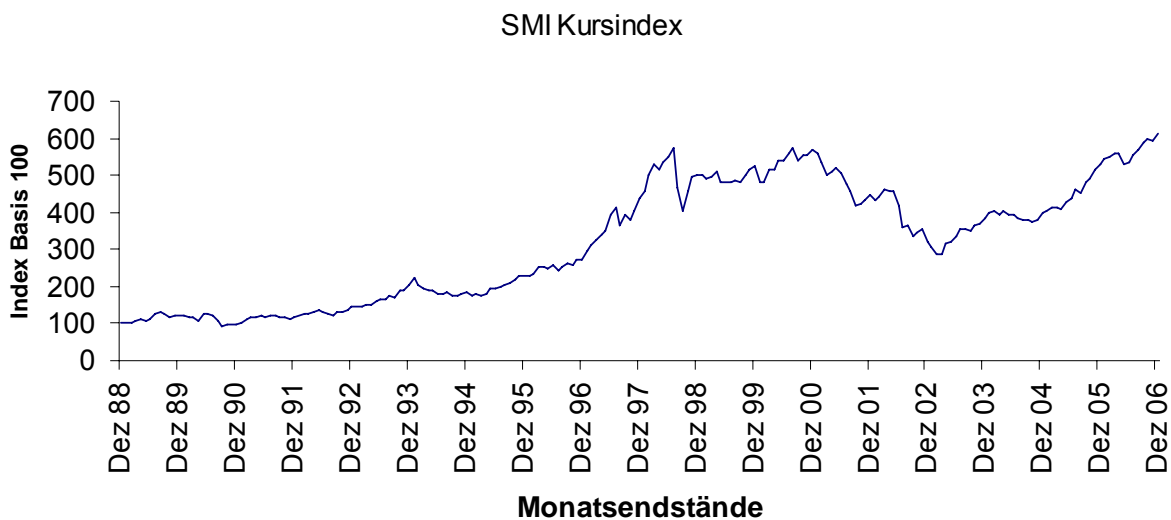
Dezember 1988 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 512,08%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 10,59%

Volatilität p. a.: 17,02%

Chart:

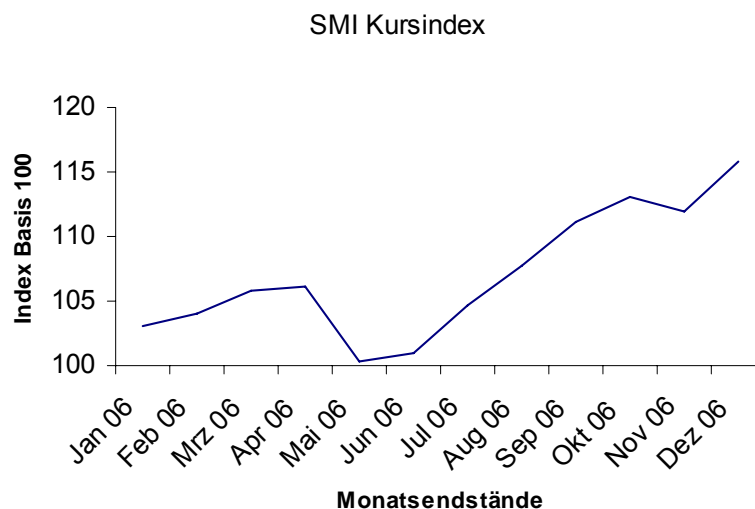


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 15,85%

Volatilität p. a.: 8,56%

Chart:



Anlage 12: Daten zum SMI Performance-Index

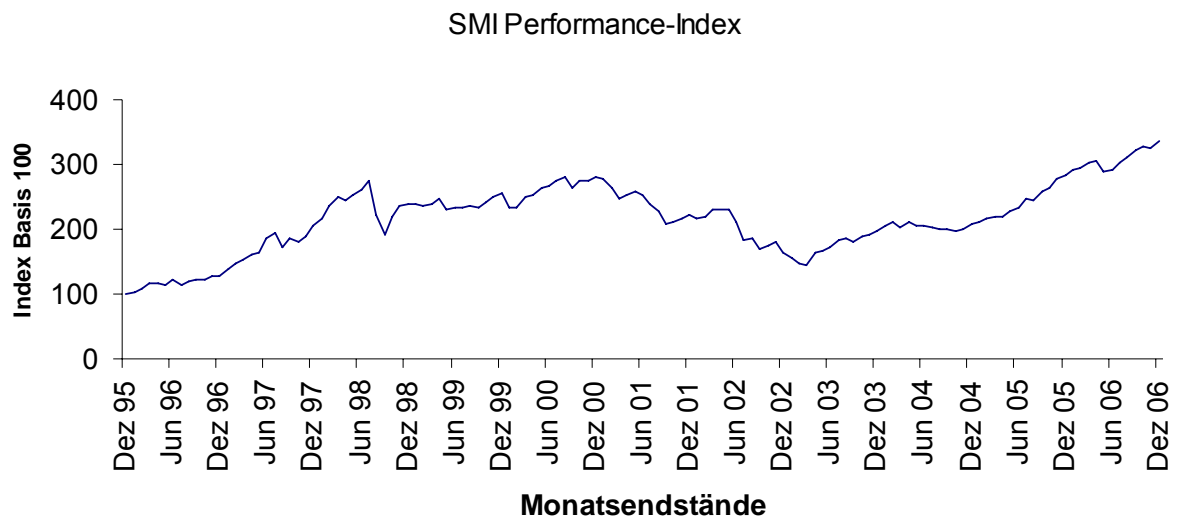
Dezember 1995 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 235,15%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 11,62%

Volatilität p. a.: 17,48%

Chart:

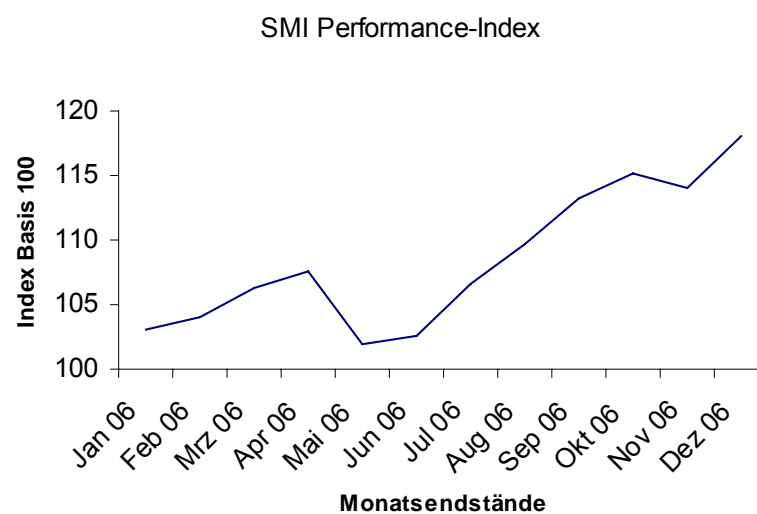


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 18,04%

Volatilität p. a.: 8,33%

Chart:



Anlage 13: Daten zum Index SBI

Der **Swiss Bond Index (SBI)** ist Index der bekannteste Obligationen-Index der Schweiz und liefert Daten über den Markt der schweizerischen Anleihen. Um in den Index aufgenommen zu werden gelten Aufnahmekriterien, wie das Mindest-Rating von „BBB“, die Mindestlaufzeit von einem Jahr, das Mindestemissionsvolumen von 100 Millionen CHF und ein fixer Zinssatz. Im Folgenden findet man wiederum den Performance-Index ausgewertet. (www.swx.com)

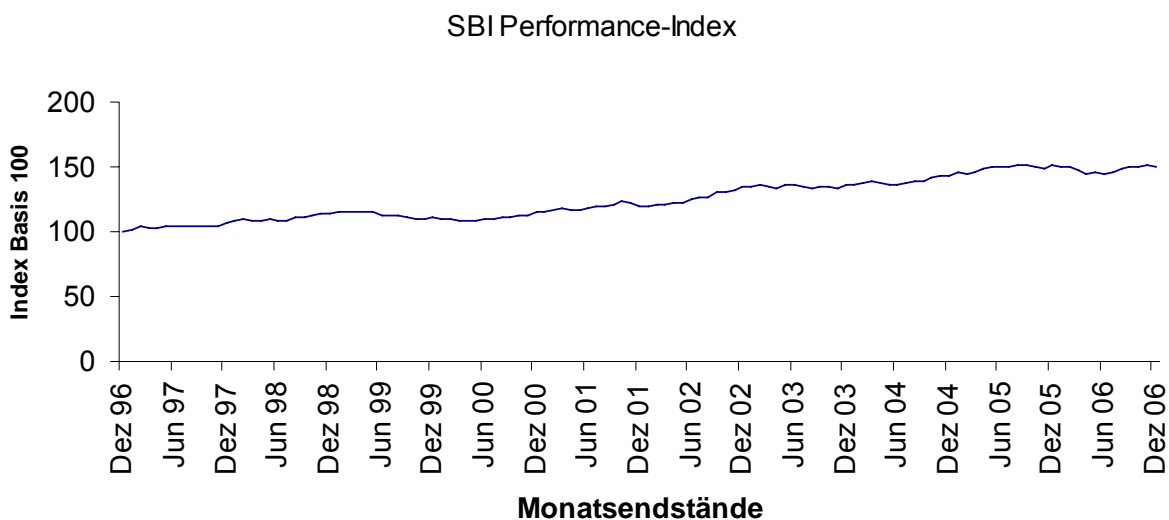
Dezember 1996 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 49,61%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 4,11%

Volatilität p. a.: 3,50%

Chart:

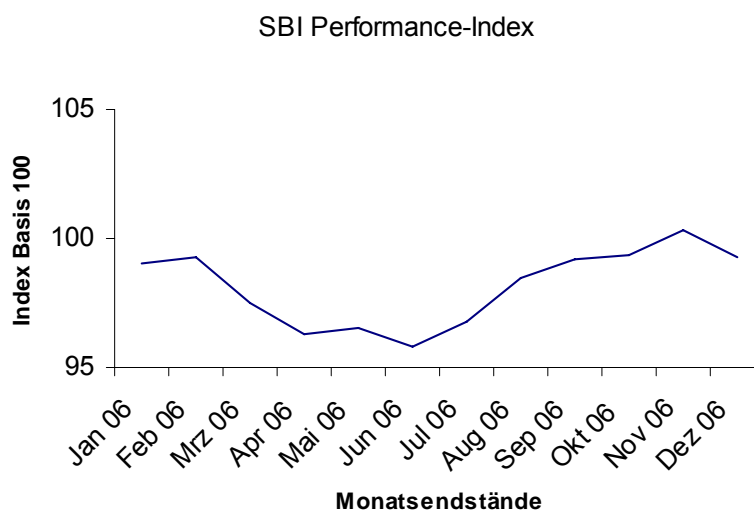


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: -0,74%

Volatilität p. a.: 3,58%

Chart:



Anlage 14: Daten zum Index Dow Jones Industrial Average

Der **Dow Jones Industrial Average**, kurz Dow Jones, listet 30 der größten Unternehmen der USA. Allerdings ist der von Charles Henry Dow und Edward David Jones geschaffene Index ein Preisindex, d. h. Dividendenzahlungen werden nicht berücksichtigt. (<http://djindexes.com>)

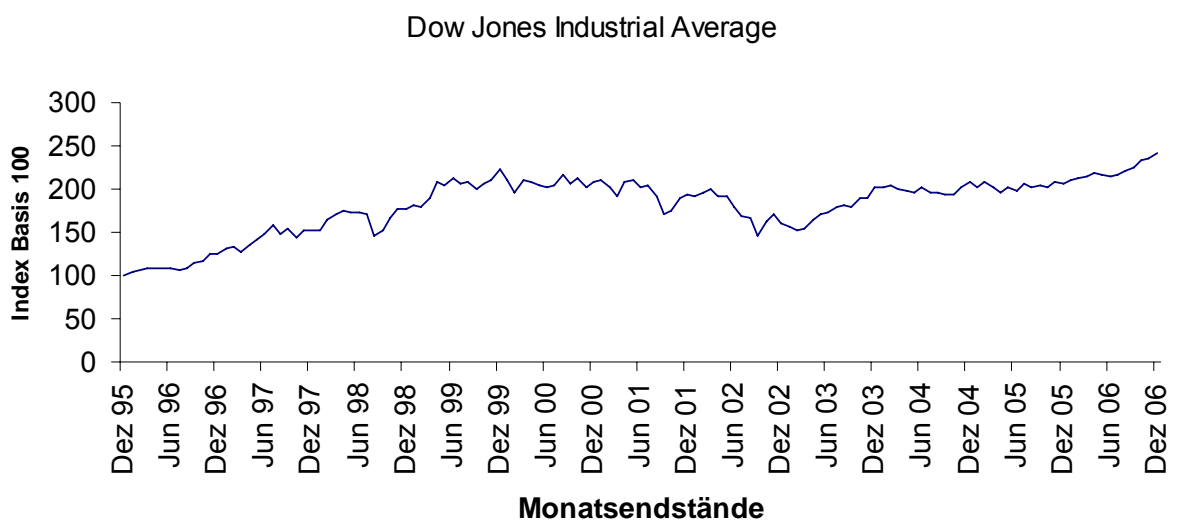
Dezember 1995 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 140,72%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 8,31%

Volatilität p. a.: 15,06%

Chart:

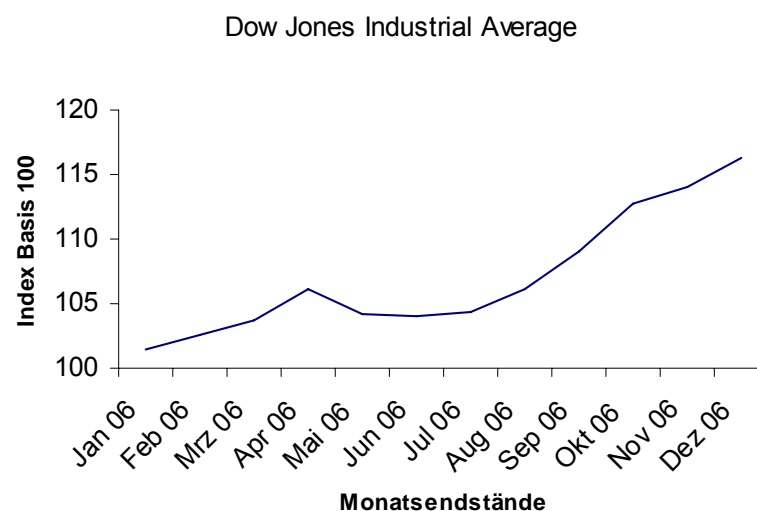


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 16,29%

Volatilität p. a.: 4,53%

Chart:



Anlage 15: Daten zum Index Nikkei

Der Nikkei-Index ist Asiens bedeutendster Index, ist ein Performance-Index und enthält 225 Werte. Bekannte Werte sind z. B. Fuji, Fujitsu, Honda, Mitsubishi, Suzuki. (<http://www.nni.nikkei.co.jp/CF/FR/MKJ>)

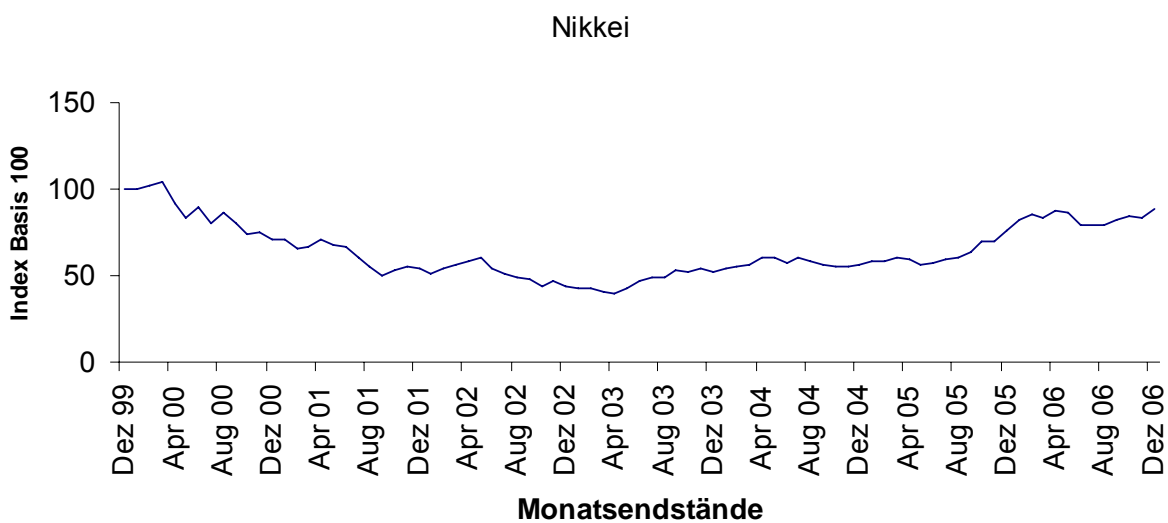
Dezember 1999 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: -11,84%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: -1,78%

Volatilität p. a.: 18,38%

Chart:

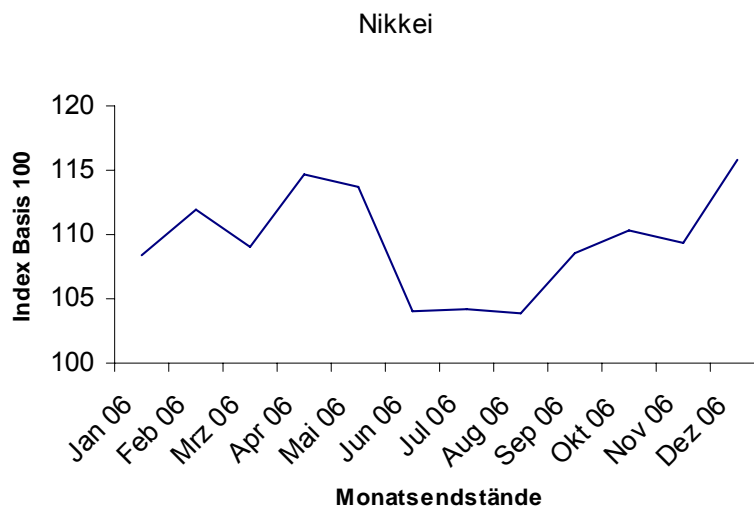


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 15,83%

Volatilität p. a.: 14,99%

Chart:



Anlage 16: Daten zum HVB / EPRA Euro Zone Open-End-Zertifikat

EPRA steht für European Public Real Estate Association und stellt eine Interessengemeinschaft für den Immobiliensektor dar.¹⁸⁹ Seit 21. Februar 2005 wird die von EPRA ins Leben gerufene Indexserie von FTSE berechnet. Die HVB-Zertifikate bilden den zugrunde liegenden Index 1:1 ab. Die (Performance-)Indizes umfassen Aktien aus dem Immobiliensektor EPRA/NAREIT Europe Total Return Index. Der EPRA/NAREIT Euro Zone Total Return Index umfasst 32 Immobilienaktien aus dem Euroland.¹⁹⁰

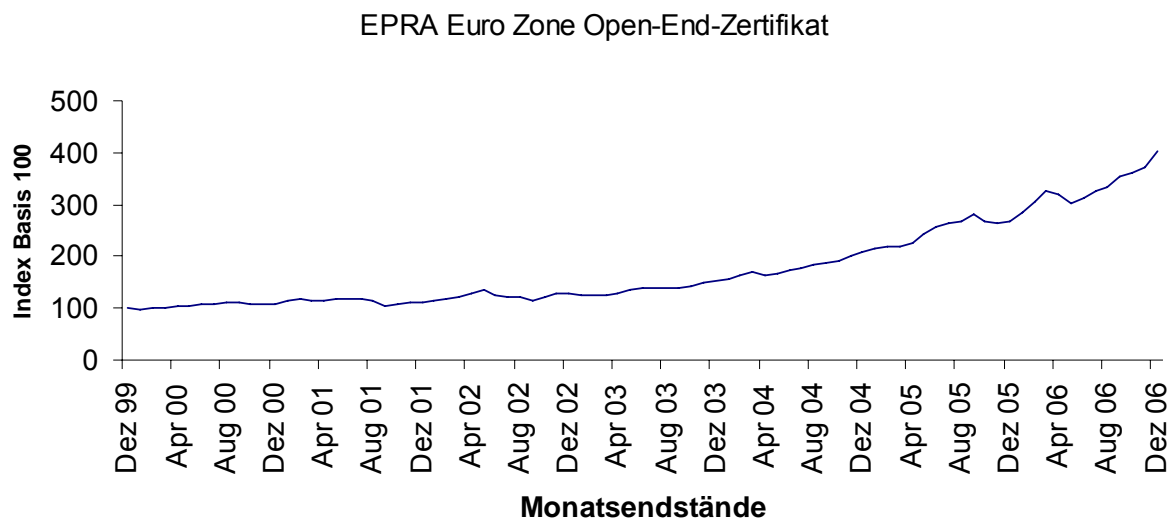
Dezember 1999 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 301,83%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 21,98%

Volatilität p. a.: 11,56%

Chart:



¹⁸⁹ Vgl. EPRA [2006]: Hier stehen Charts und Datenmaterial zum Download bereit.

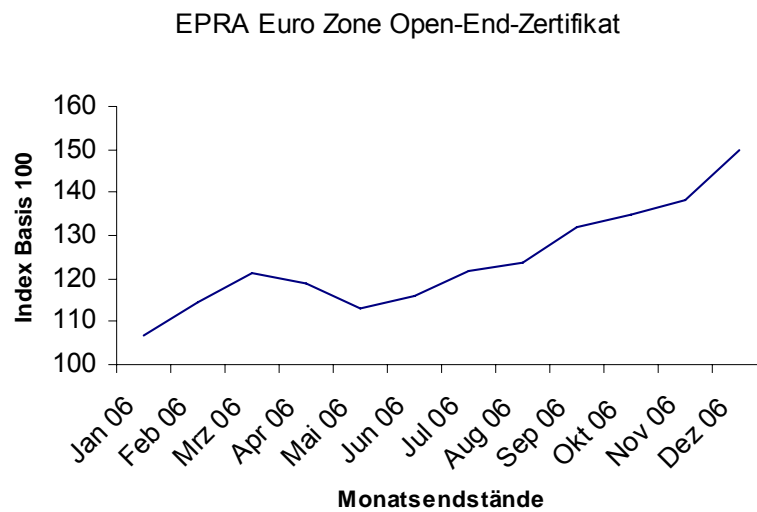
¹⁹⁰ Vgl. HypoVereinsbank / UniCredit [2007c].

Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 50,00%

Volatilität p. a.: 13,31%

Chart:



Anlage 17: Daten zum HVB / EPRA Europa Open-End-Zertifikat

Der EPRA/NAREIT Europe Total Return (Performance-) Index umfasst 82 europäische Immobilienaktien.¹⁹¹

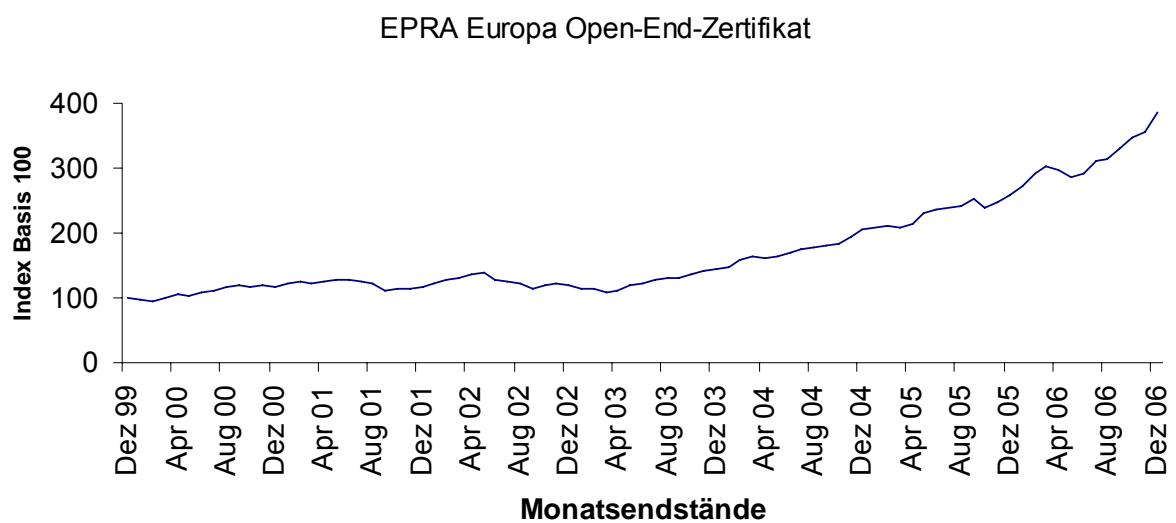
Dezember 1999 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 285,51%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 21,26%

Volatilität p. a.: 12,53%

Chart:

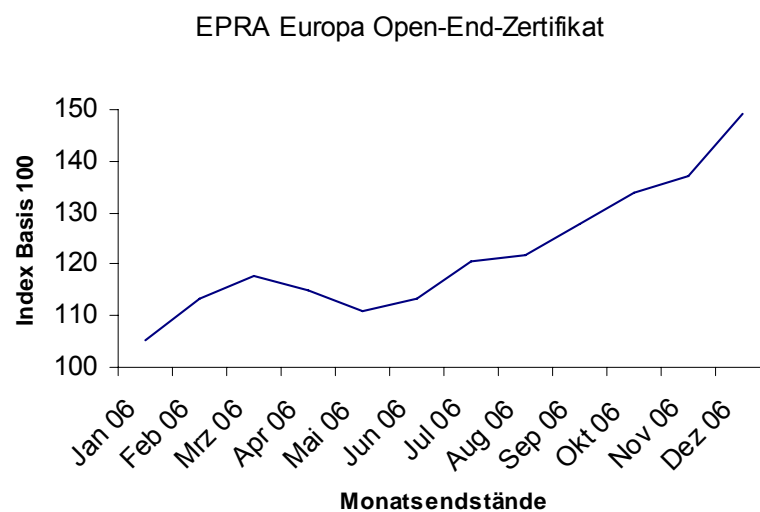


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 49,36%

Volatilität p. a.: 12,43%

Chart:



¹⁹¹ Vgl. HypoVereinsbank / UniCredit [2007d].

Anlage 18: Daten zum Zertifikat GPR / HVB Euro Top 50 Real Estate (HVRE50EU)

Der GPR / HVB Euro Top 50 Real Estate (Performance-) Index besteht aus Immobilienaktien und REITs, die im zu Grunde liegenden Basisindex, dem GPR General Index, enthalten sind.¹⁹² GPR steht für Global Property Research und ist eine Tochtergesellschaft der holländischen Fondsgesellschaft Kempen & Co. GPR gilt als einer der renommiertesten und bekanntesten Anbieter von Immobilienindizes. Das Unternehmen stellt die folgenden Indizes zusammen: GPR 250 Index, GPR 250 REIT Index, GPR General Index, GPR 15 Index. Als Beispiel sei kurz auf den GPR 250 Index eingegangen. Er enthält Immobiliengesellschaften, die mehr als 50 Mio. USD Marktkapitalisierung haben. Der GPR 250 REIT Index ist ähnlich aufgebaut, nur mit dem Unterschied, dass er nur solche Unternehmen enthält, die als REIT firmieren oder REIT-ähnliche Strukturen haben. Der REIT Index ist mit einem Anteil von 72% amerikanischer Unternehmen US-lastig. Die anderen 28% verteilen sich auf Südafrika, Belgien, Kanada, Frankreich, Japan, Niederlande, Neuseeland und Singapur.¹⁹³ GPR bietet des Weiteren „Tailor-made Indices“ an, also Indizes, die auf die Kunden, wie die HVB, abgestimmt werden.

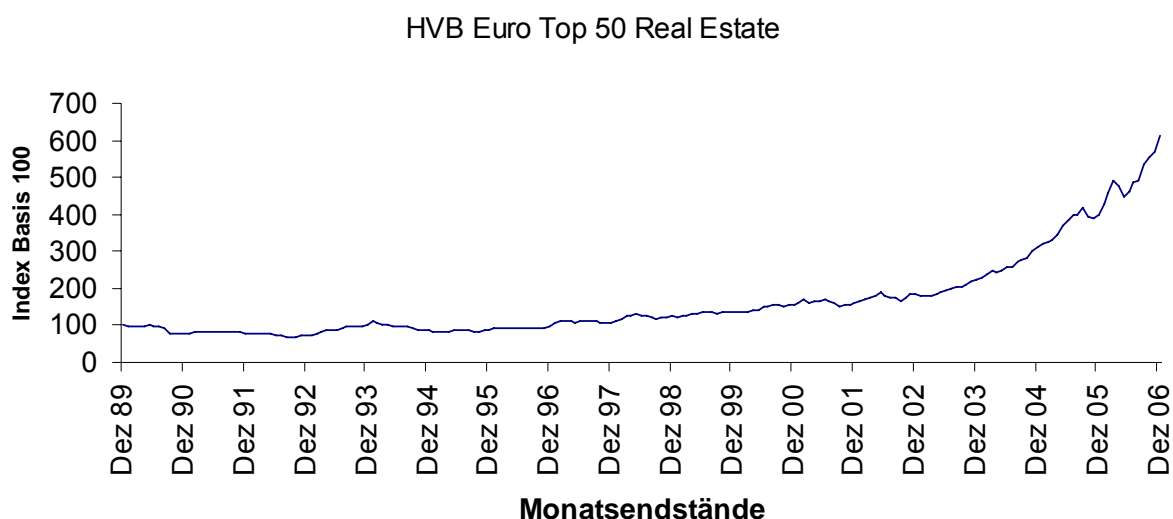
Dezember 1989 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 512,59%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 11,25%

Volatilität p. a.: 11,41%

Chart:



¹⁹² Vgl. HypoVereinsbank / UniCredit [2007a].

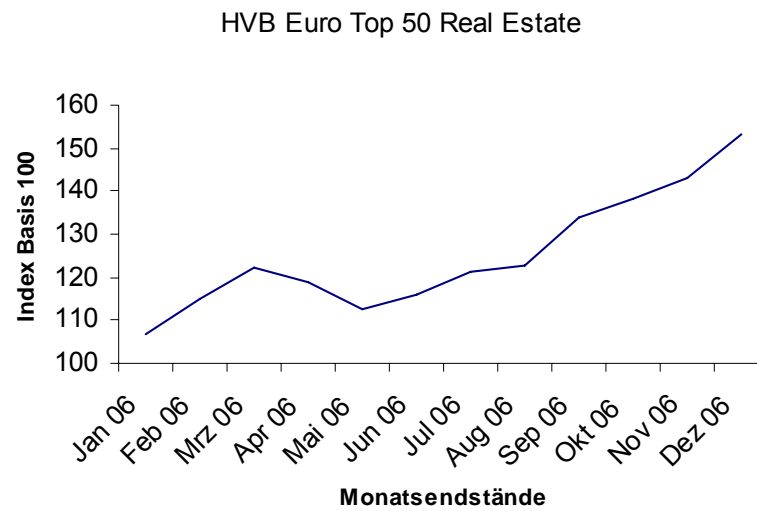
¹⁹³ Vgl. Global Property Research [2007a].

Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 53,45%

Volatilität p. a.: 14,61%

Chart:



Anlage 19: Daten zum Zertifikat HVB Asia Top 20 REIT (HVRE20AS)

Das asiatische Pendant zum GPR / HVB Euro Top 50 Real Estate (Performance-) Index repräsentiert der GPR/HVB Asia Top 20 REIT (Performance-) Index. Er widmet sich dem asiatischen Immobilienmarkt. Die REITs werden nach festen Kriterien aus dem zu Grunde liegenden Basisindex, dem GPR General Asia Index, ausgewählt.¹⁹⁴

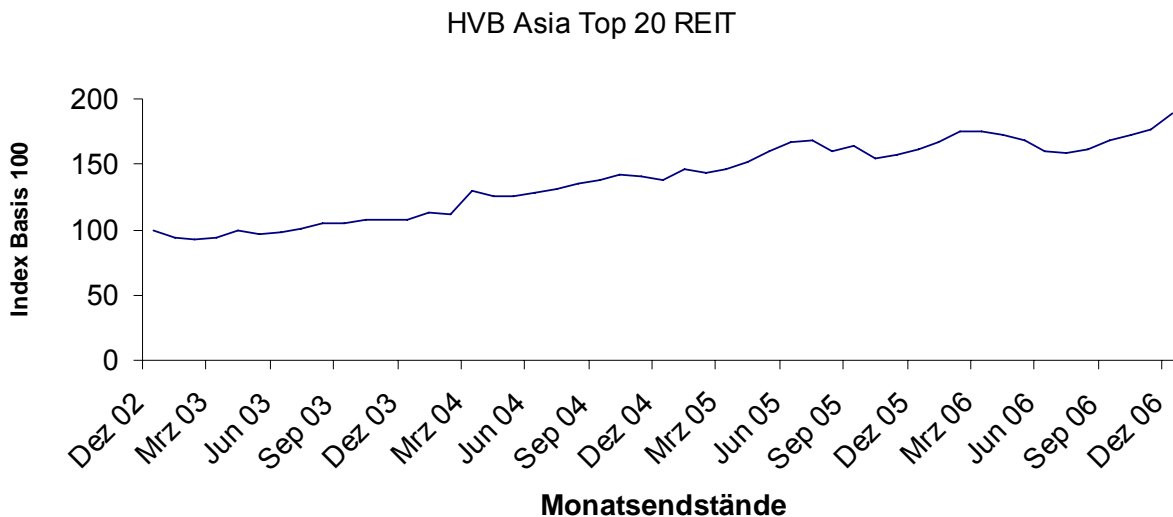
Dezember 2002 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 89,17%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 17,28%

Volatilität p. a.: 13,03%

Chart:

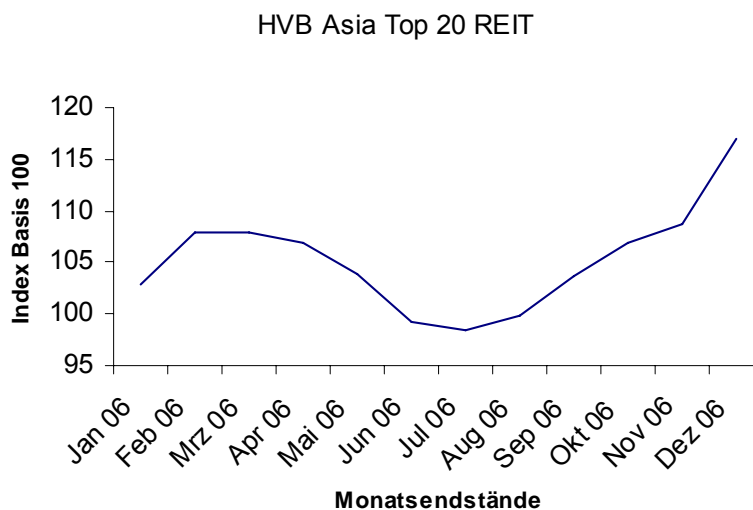


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 16,88%

Volatilität p. a.: 11,18%

Chart:



¹⁹⁴ Vgl. HypoVereinsbank / UniCredit [2007b].

Anlage 20: Daten zum Investmentfonds Henderson Pan European Property Equities Fund

„Das Anlageziel des Pan European Property Equities Fund besteht darin, einen langfristigen Kapitalzuwachs durch die Anlage in die notierten Dividendenpapiere von Gesellschaften zu erzielen, die an einem regulierten Markt notiert sind oder gehandelt werden und die einen wesentlichen Teil ihres Ertrages aus dem Eigentum, der Verwaltung und/oder der Entwicklung von Immobilien in Europa erzielen.“¹⁹⁵

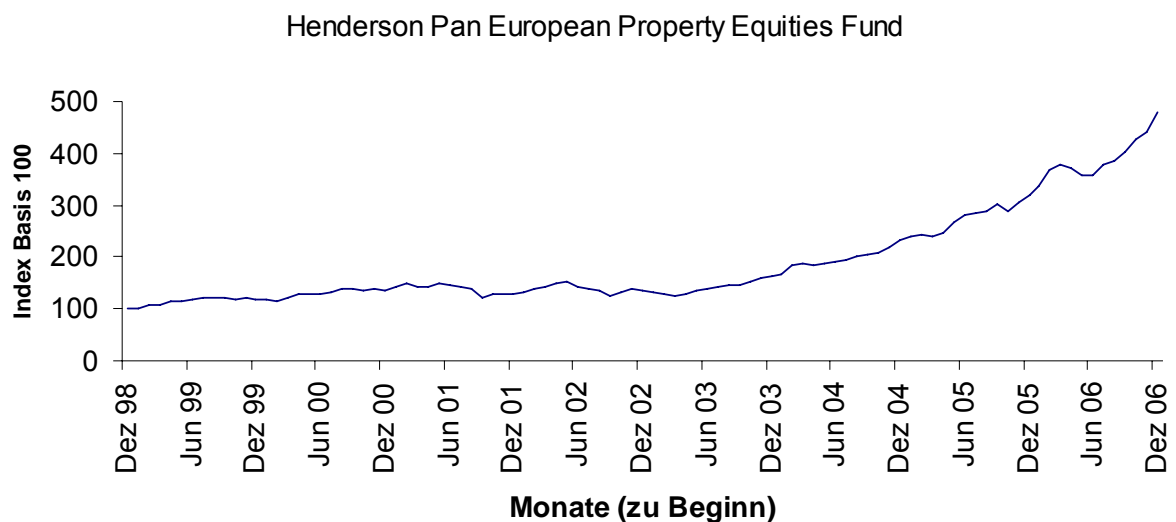
Dezember 1998 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 379,89%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 21,66%

Volatilität p. a.: 12,59%

Chart:



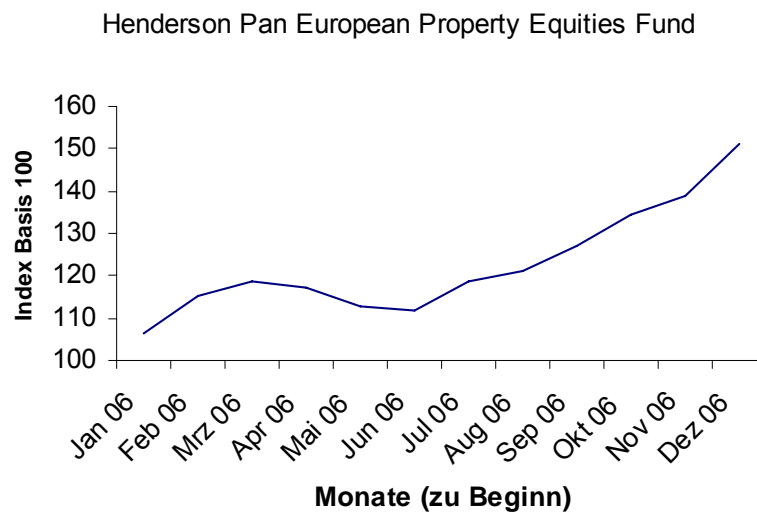
¹⁹⁵ Vgl. Henderson Global Investors [2007].

Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 50,98%

Volatilität p. a.: 13,15%

Chart:



Anlage 21: Daten zum Investmentfonds Morgan Stanley European Property Fund (EURO) A

Der Fonds investiert in Aktien europäischer Immobilienfirmen, um langfristige Vermögenszuwächse (gemessen in Euro) zu realisieren.¹⁹⁶

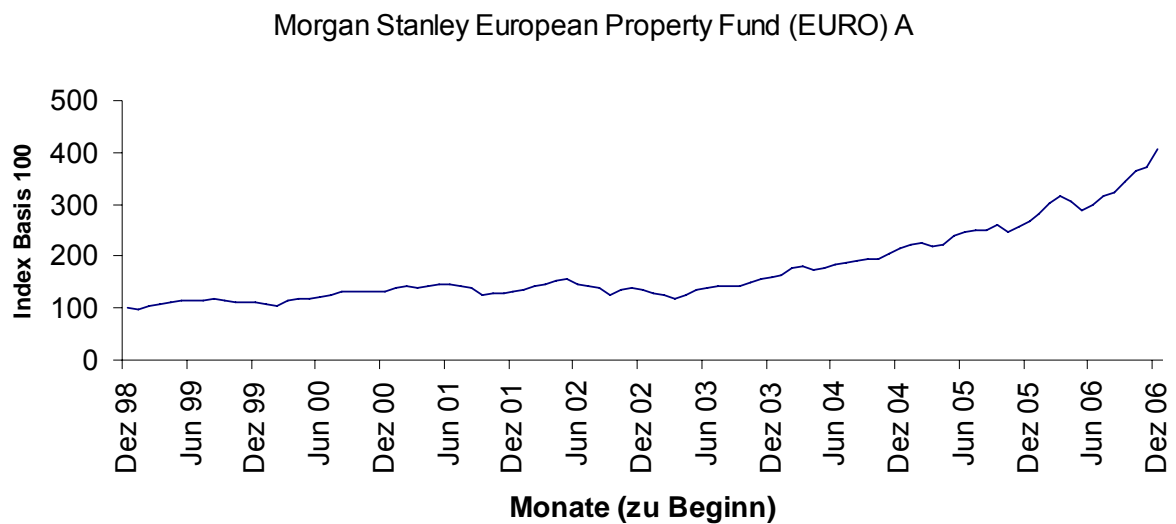
Dezember 1998 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 306,95%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 19,18%

Volatilität p. a.: 13,19%

Chart:

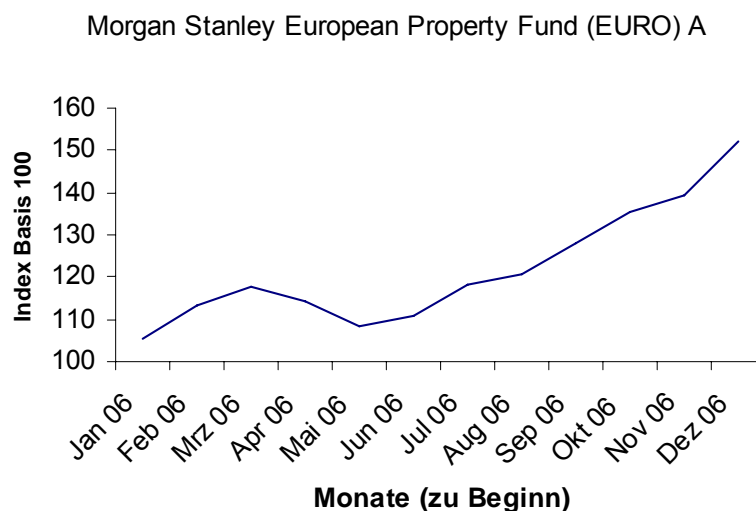


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 52,02%

Volatilität p. a.: 13,95%

Chart:



¹⁹⁶ Vgl. Morgan Stanley [2007].

Anlage 22: Daten zum Investmentfonds DekaTeam-Immoflex USA

Der Fonds investiert in amerikanische REITs (Real Estate Investment Trusts) und damit in Wertpapiere, die von US-Immobilien-Investmentfonds ausgegeben werden und an amtlichen Börsen in den USA gehandelt werden.¹⁹⁷

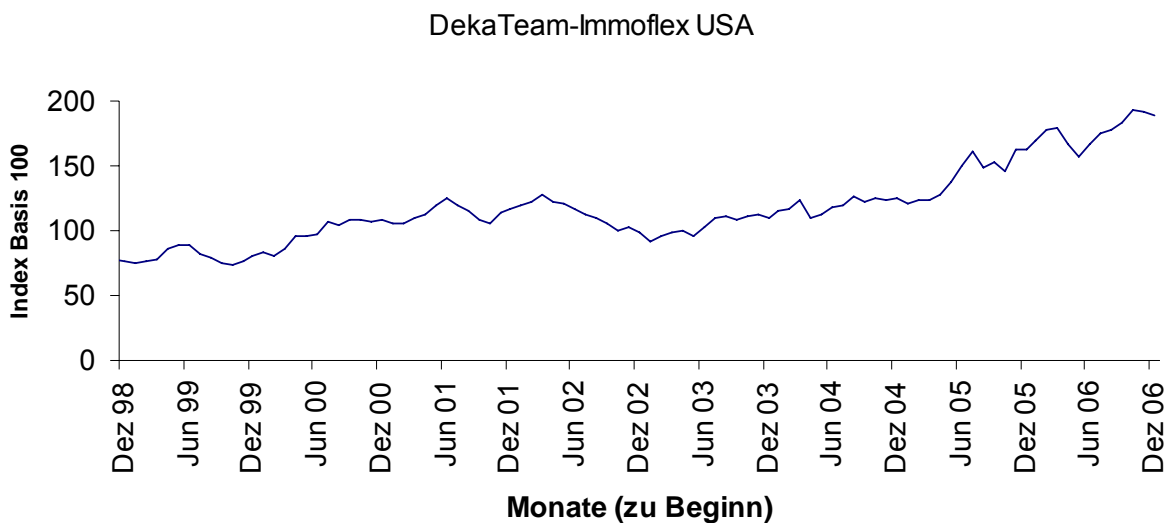
Dezember 1997 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 89,32%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 7,35%

Volatilität p. a.: 16,47%

Chart:

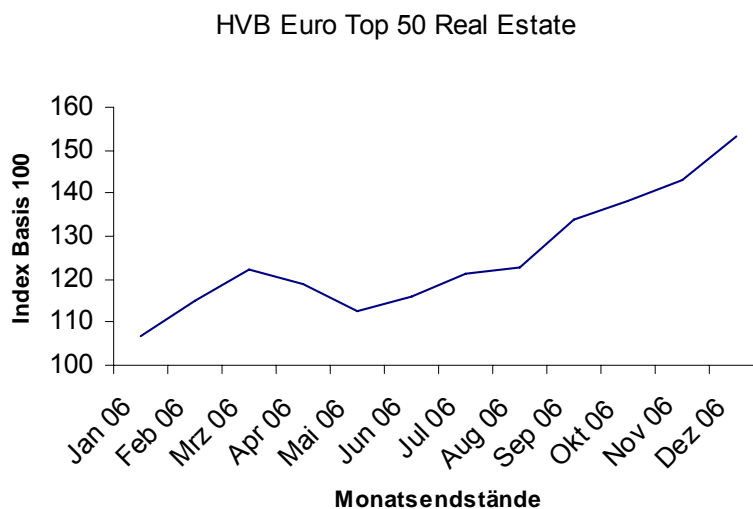


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 16,80%

Volatilität p. a.: 14,54%

Chart:



¹⁹⁷ Vgl. DekaBank [2006].

Anlage 23: Daten zum Zertifikat UBS Europa REIT on GPR Continental (ex UK)

Der Index **GPR Continental (ex UK)** ist aus dem GPR 250-Index abgeleitet und ist ein Total Return-Index. Er investiert breit diversifiziert in europäische REITs.¹⁹⁸

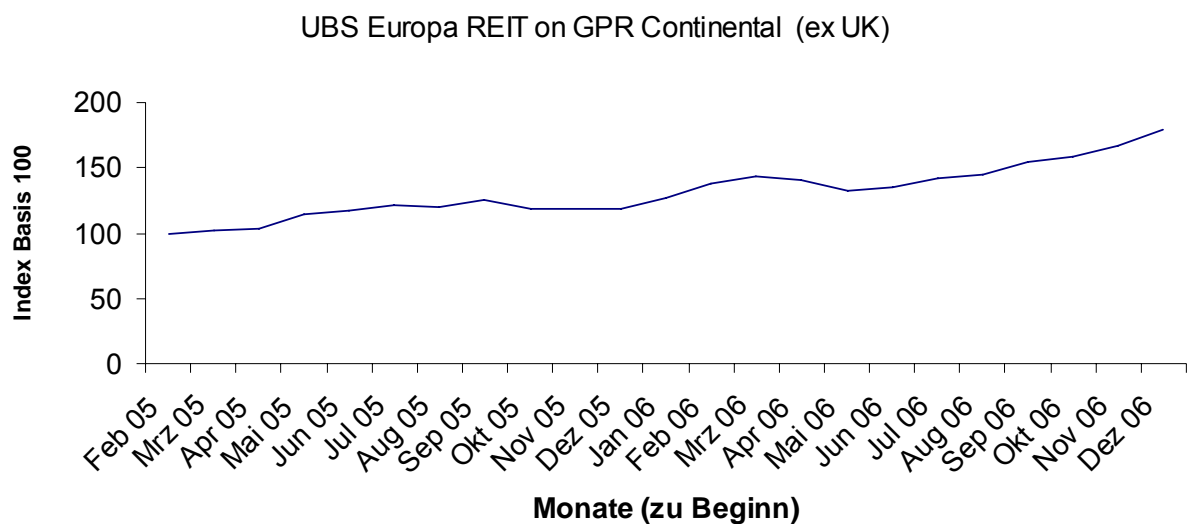
Februar 2005 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 78,70%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 37,25%

Volatilität p. a.: 14,21%

Chart:

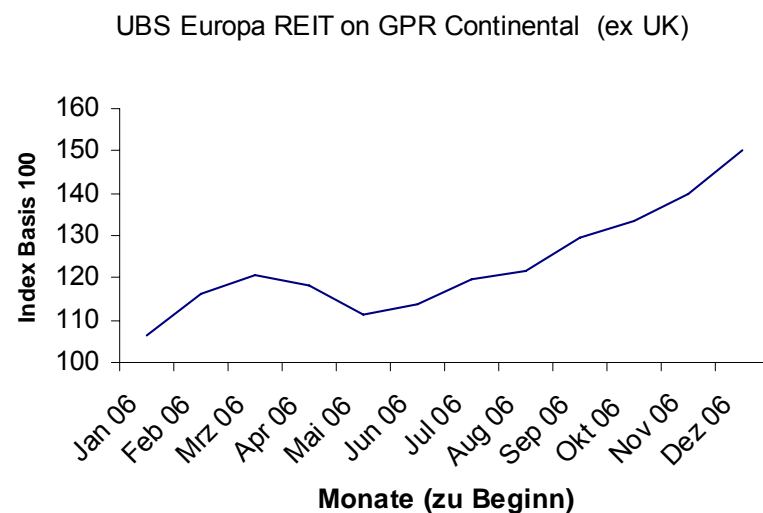


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 49,96%

Volatilität p. a.: 13,88%

Chart:



¹⁹⁸ Vgl. zu den UBS-Zertifikaten auch: UBS Keyinvest [2006a].

Anlage 24: Daten zum Zertifikat UBS World REIT on GPR Global Top 50 (ex USA)

Der Index **GPR Global Top 50 (ex USA)** und auch ex Kanada) ist aus dem GPR 250-Index abgeleitet und ist ein Total Return-Index. Er investiert breit diversifiziert in REITs auf der ganzen Welt.

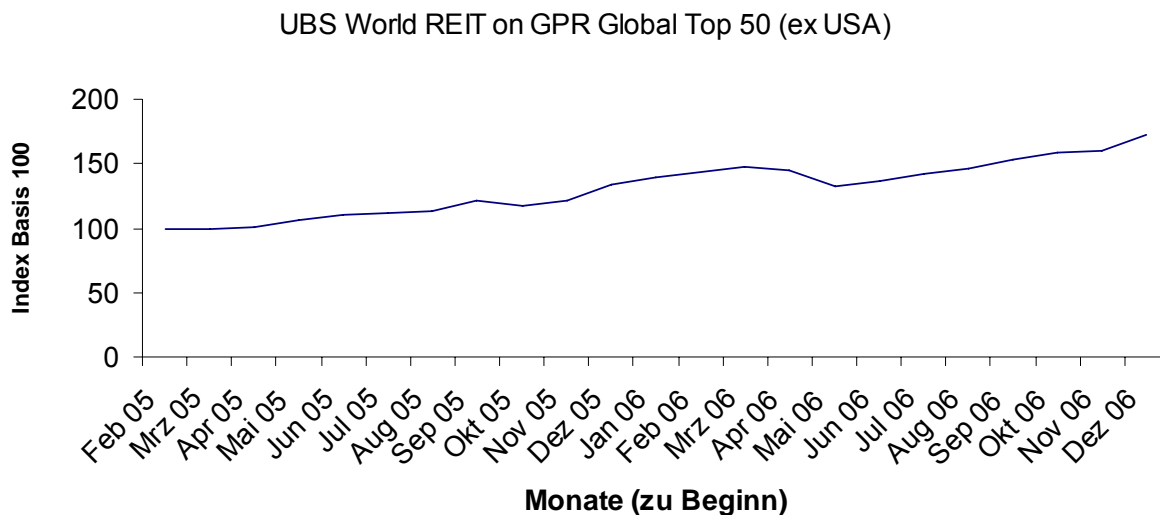
Februar 2005 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 71,88%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 34,37%

Volatilität p. a.: 13,17%

Chart:

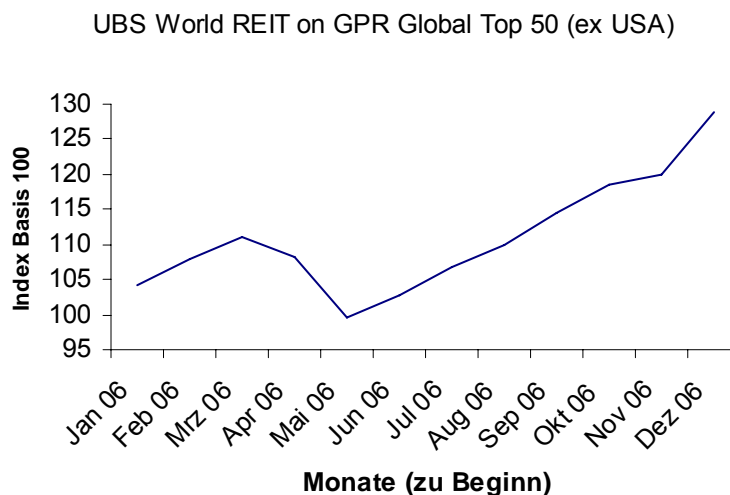


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 26,07%

Volatilität p. a.: 13,48%

Chart:



Anlage 25: Daten zum Zertifikat UBS Asia REIT Top 20

Dieses Zertifikat investiert in 20 asiatische REITs. Alle Unternehmen sind in dem Index mit 5% gewichtet. Der Index (Underlying) berücksichtigt 75% der Nettodividenden, ist also teilweise ein Performance-Index.

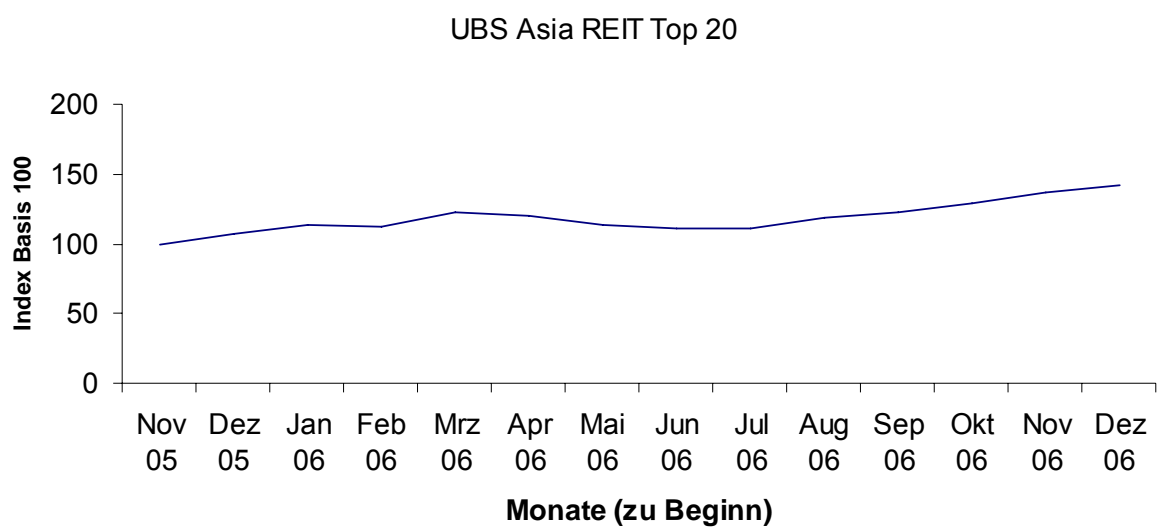
November 2005 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 41,57%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 37,84%

Volatilität p. a.: 14,68%

Chart:

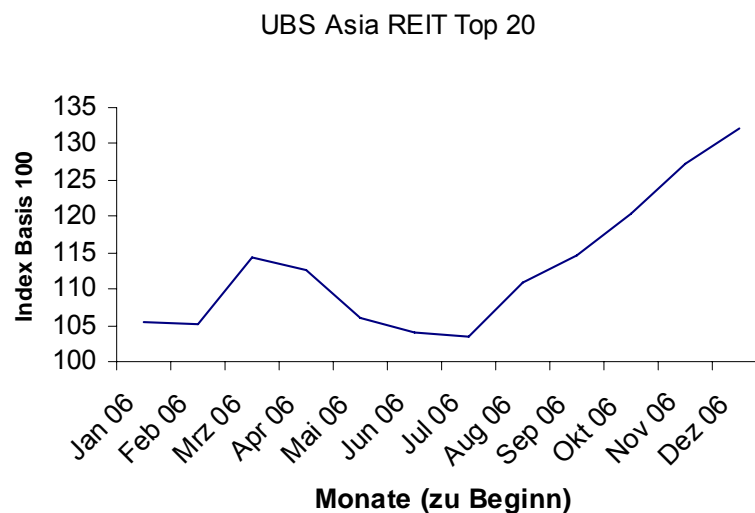


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 32,14%

Volatilität p. a.: 14,60%

Chart:



Anlage 26: Daten zum Zertifikat UBS Europa Top 15 Immobilien

Das **Europa Top 15 Immobilien-Zertifikat** umfasst die 15 nach Marktkapitalisierung größten Unternehmen des europäischen Immobilienmarktes. Um eine geeignete Diversifikation zu erreichen, werden die Anteile einzelner Aktien oder Länder prozentual begrenzt. Der Index (Underlying) wird jährlich neu angepasst und wird als Performance-Index notiert.

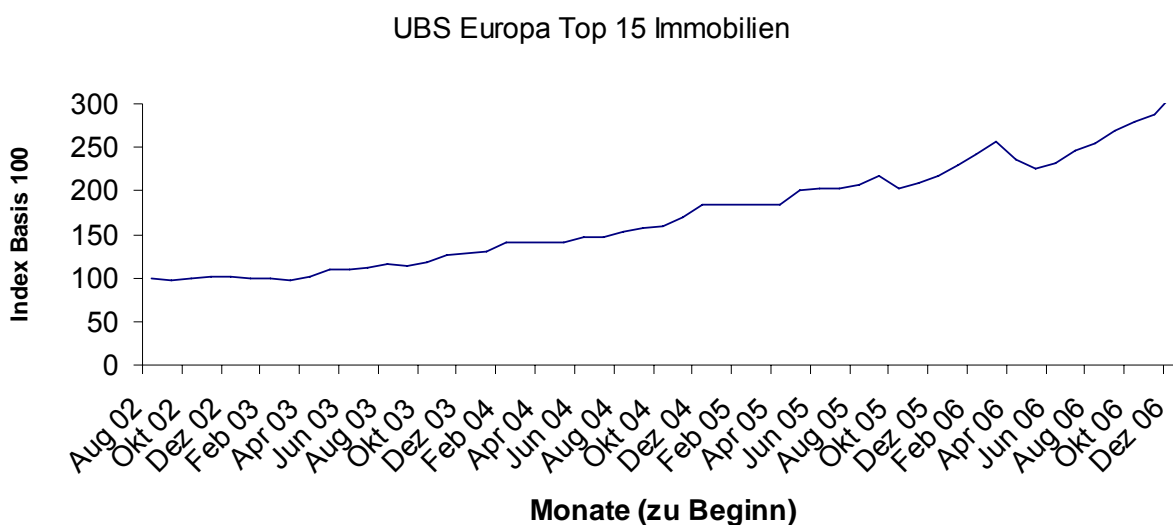
August 2002 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 211,59%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 29,99%

Volatilität p. a.: 12,83%

Chart:

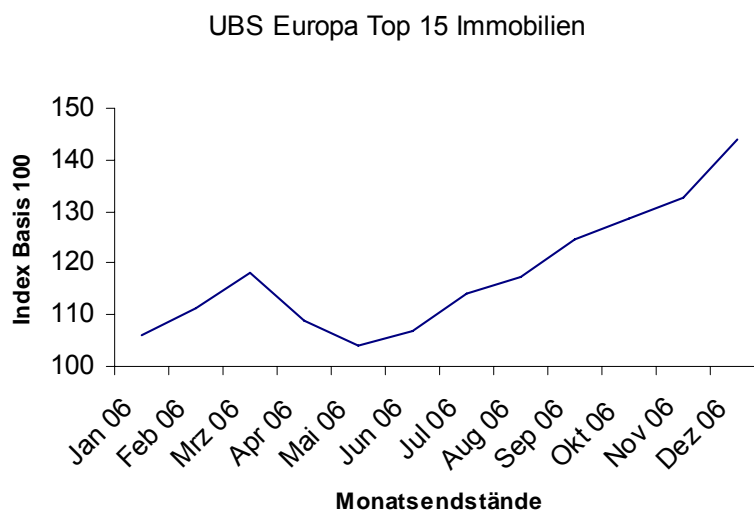


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 43,91%

Volatilität p. a.: 15,92%

Chart:



Anlage 27: Daten zum Zertifikat UBS Welt REIT Top 30

Dieses Zertifikat investiert in 30 dividendenstarke REITs und relativ unterbewertete Immobilienaktiengesellschaften aus den Regionen Nordamerika (Top 10), sowie jeweils die Top 4 der Regionen Großbritannien, Europa (ohne Großbritannien), Australien, Neuseeland, Japan und Asien (ohne Japan). Die Gewichte der Einzelaktien sind auf 10% des Index beschränkt.

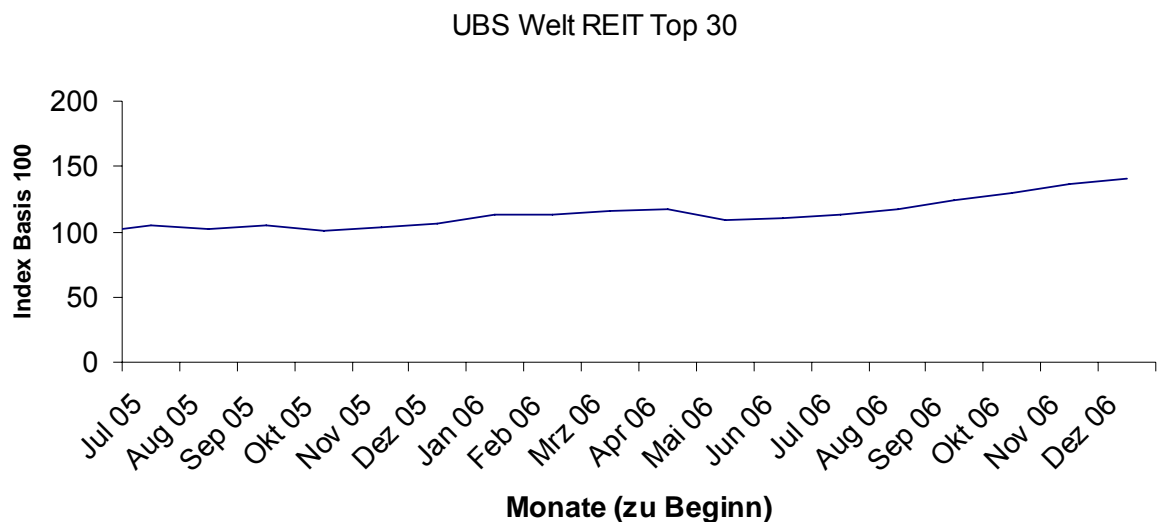
Juni 2005 – Dezember 2006:

Gesamtrendite: 41,27%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 25,90%

Volatilität p. a.: 11,67%

Chart:

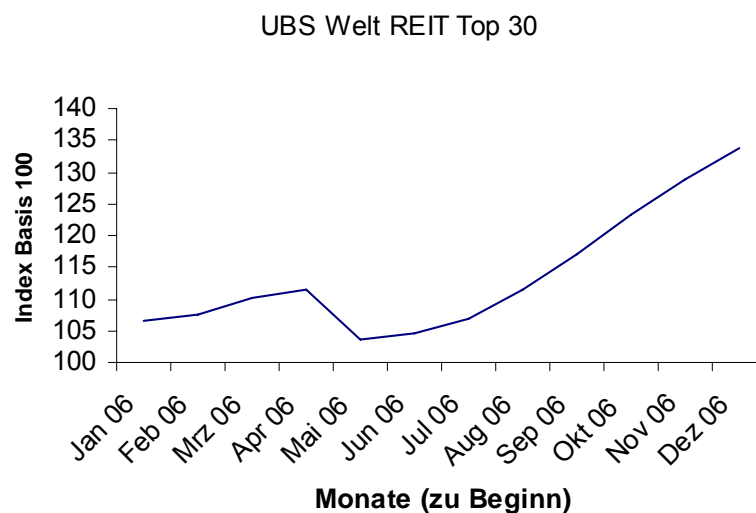


Januar 2006 – Dezember 2006:

Geometrische Rendite p. a.: 33,85%

Volatilität p. a.: 11,75%

Chart:



Anlage 28: Daten zum Zertifikat UBS Europa REIT Top 15

Der Index dieses Zertifikates wird in zwei Schritten zusammengesetzt. Zunächst werden die 30 nach Marktkapitalisierung größten REITs aus dem UBS Europa Investor Index herausgefiltert. Danach werden die 15 dividendenstärksten Aktien in das Zertifikat aufgenommen. Der Index (Underlying) berücksichtigt 70% der Nettodividenden, ist also teilweise ein Performance-Index.

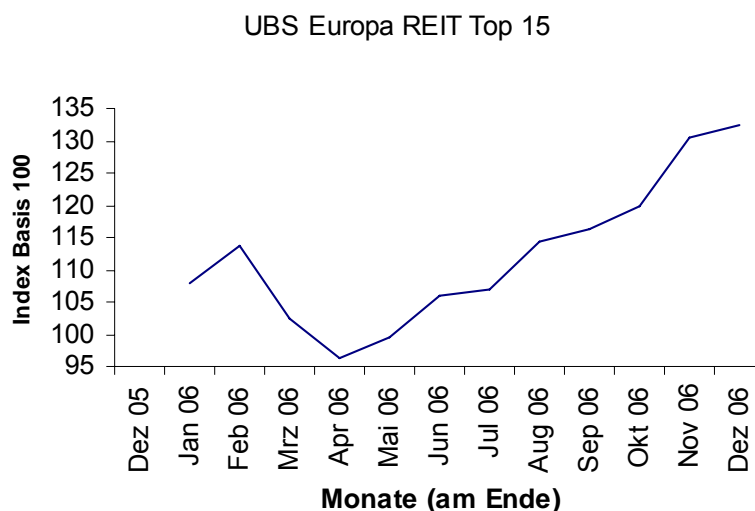
Dezember 2005 – Dezember 2006:¹⁹⁹

Gesamtrendite: 32,34%

Durchschnittliche geometrische Rendite p. a.: 32,34%

Volatilität p. a.: 18,57%

Chart:

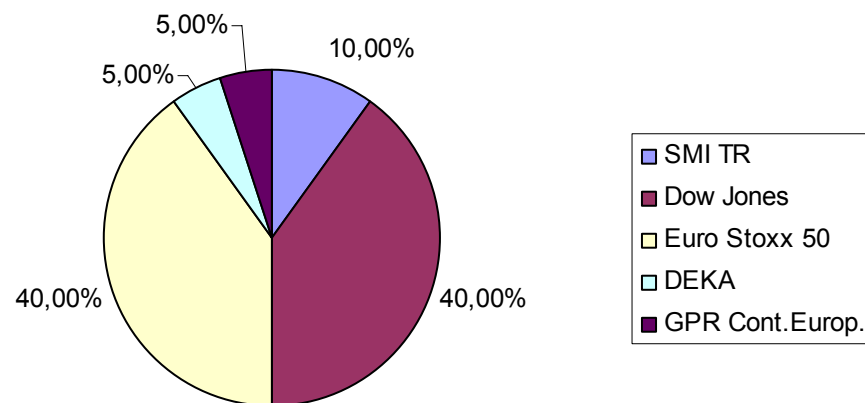


¹⁹⁹ Das Zertifikat wurde Ende Januar 2006 aufgelegt und am zum Kurs von 102,00 Euro emittiert und notierte am 01.02.2006 bereits zum Kurs von 110,05Euro. Um für diese Arbeit zumindest die Zeitreihe eines kompletten Jahres abzubilden, wurden die Anfangskurse eines Monats zum Endkurs des Vormonats fiktiv datiert: Ende 2005 wurde der Index zur Basis 100 festgelegt, der Kurs vom 02.01.2007 wurde zum Kurs vom 31.12.2006, der Kurs vom 01.02.2006 wurde zum Kurs vom 31.01.2006 etc.

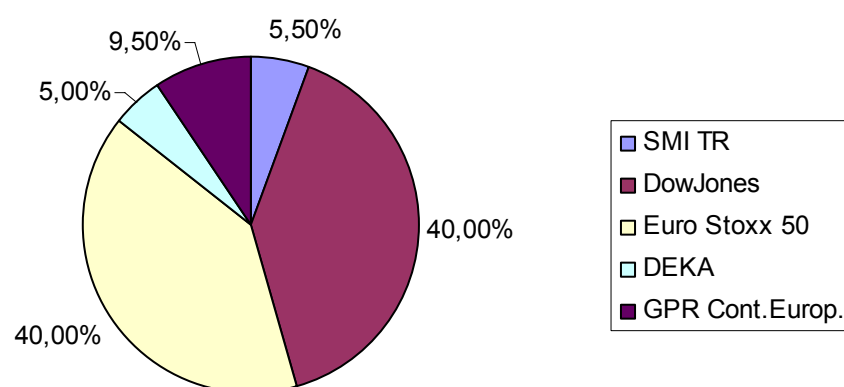
Anlage 29: Auswertung eines Portfolios (A1) mit den Anlagen SMI TR, Dow Jones, Euro Stoxx 50, DEKA, GPR Cont.Europ. auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006

(die Anlagen sind nach unten auf 5% minimal und nach oben auf 40% maximal begrenzt):

Das MVP hat eine Rendite von 18,70% und eine Volatilität von 6,03% und setzt sich zusammen aus:²⁰⁰



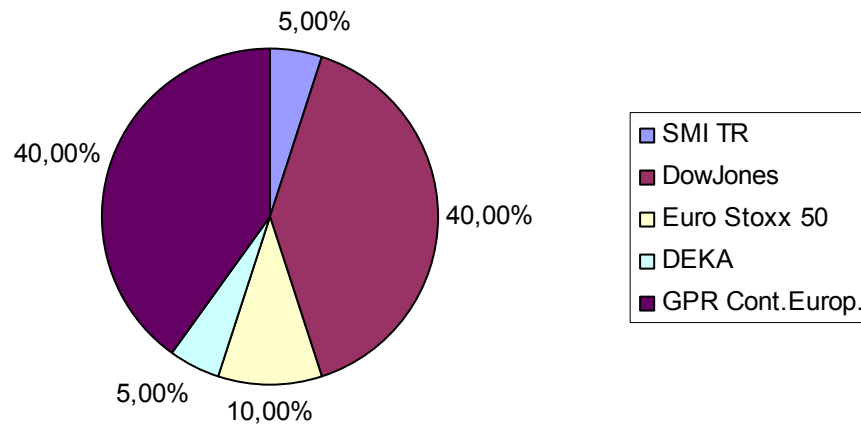
Bei einem Rendite-Anspruch an dieses Portfolio von z. B. 20,00% hätte dieses ein Risiko von 6,21% beinhaltet und diese Gewichtung aufweisen müssen:²⁰¹



²⁰⁰ Vgl. Datei: 5asset_2_mvp.xls.

²⁰¹ Vgl. Datei: 5asset_2_opt_my.xls.

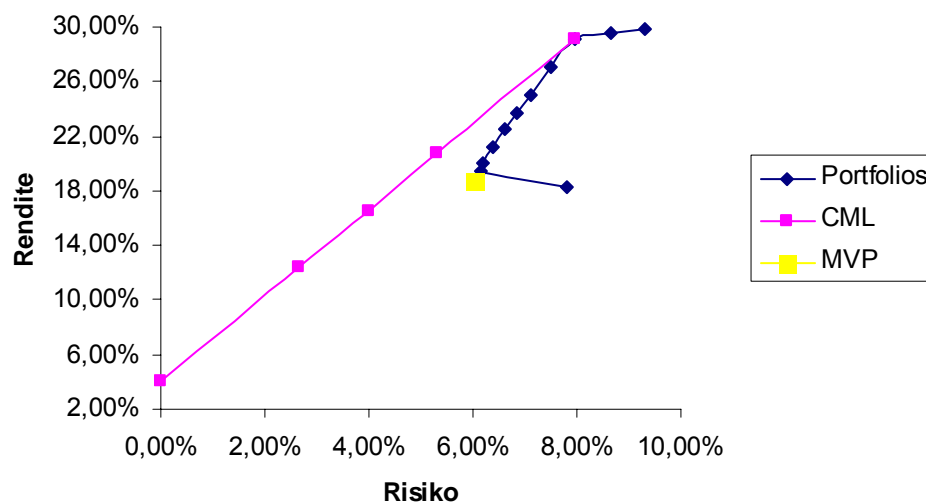
Das Marktportfolio besitzt eine Rendite von 29,14% und eine Volatilität von 7,98% und setzt sich zusammen aus:²⁰²



Mögliche Strategieportfolios:

Strategieportfolios	Rendite	Risiko
Festzins	4,00%	0,00%
Ertrag	12,38%	2,66%
Balance	16,57%	3,99%
Wachstum	20,76%	5,32%
Marktportfolio	29,14%	7,98%

Synopse: diverse Portfoliozusammensetzungen, MVP, CML und Strategieportfolios

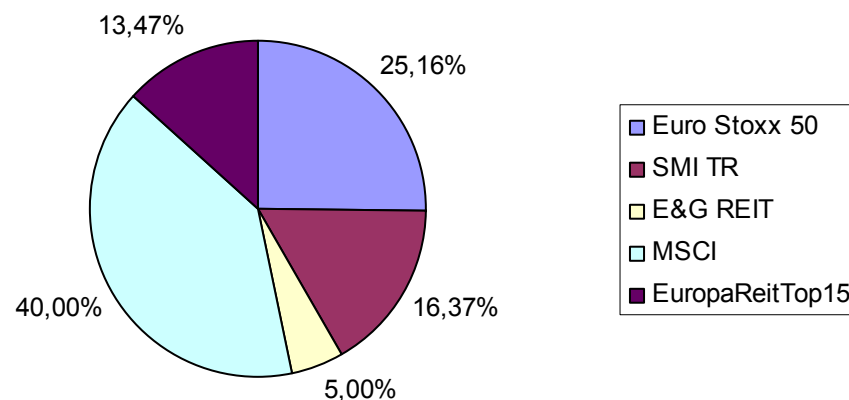


²⁰² Vgl. Datei: 5asset_2_opt_cml.xls.

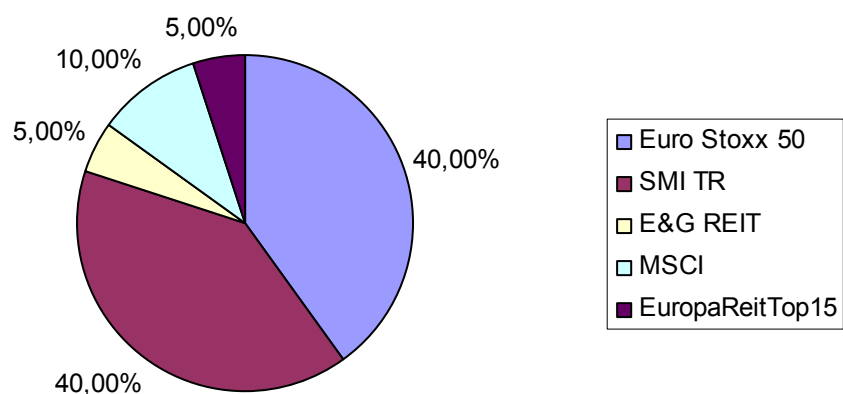
Anlage 30: Auswertung eines Portfolios (B1) mit den Anlagen Euro Stoxx 50, SMI TR, E&G REIT, MSCI, EuropaReitTop 15 auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006

(die Anlagen sind nach unten auf 5% minimal und nach oben auf 40% maximal begrenzt):

Das MVP hat eine Rendite von 22,61% und eine Volatilität von 6,38% und setzt sich zusammen aus:²⁰³



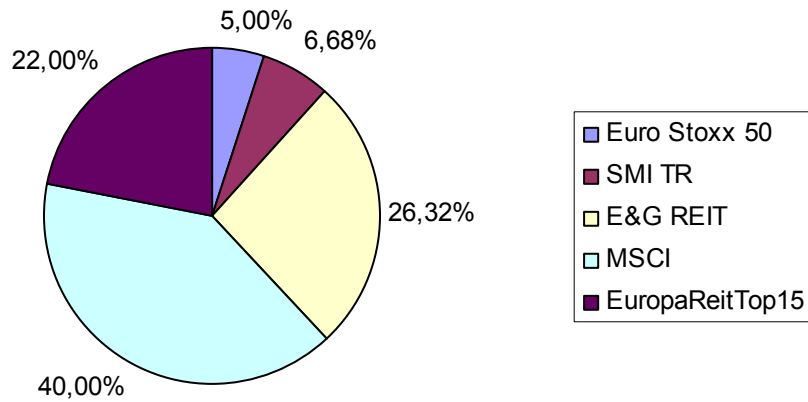
Bei einem Rendite-Anspruch an dieses Portfolio von z. B. 20,63% (mit diesem Portfolio hätte man im minimalen Fall 20,62% erreichen könnten) hätte dieses ein Risiko von 7,28% beinhaltet (ist aber damit ein ineffizientes Portfolio, weil es von anderen Portfolios dominiert wird) und hätte diese Gewichtung aufweisen müssen:²⁰⁴



²⁰³ Vgl. Datei: 5asset_3_mvp.xls.

²⁰⁴ Vgl. Datei: 5asset_3_opt_my.xls.

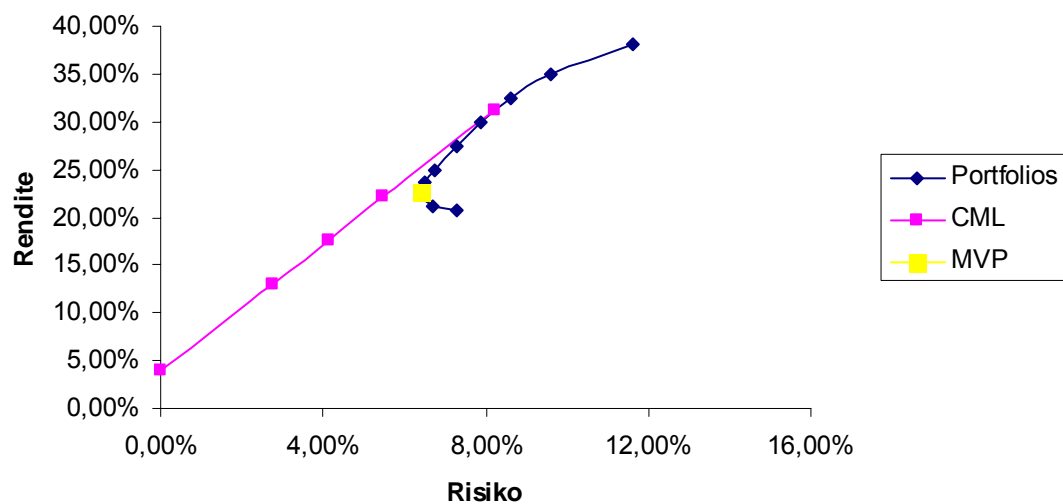
Das Marktportfolio besitzt eine Rendite von 29,14% und eine Volatilität von 7,98% und setzt sich zusammen aus:²⁰⁵



Mögliche Strategieportfolios:

Strategieportfolios	Rendite	Risiko
Festzins	4,00%	0,00%
Ertrag	13,09%	2,74%
Balance	17,63%	4,11%
Wachstum	22,17%	5,49%
Marktportfolio	31,26%	8,23%

Synopse: diverse Portfoliozusammensetzungen, MVP, CML und Strategieportfolios

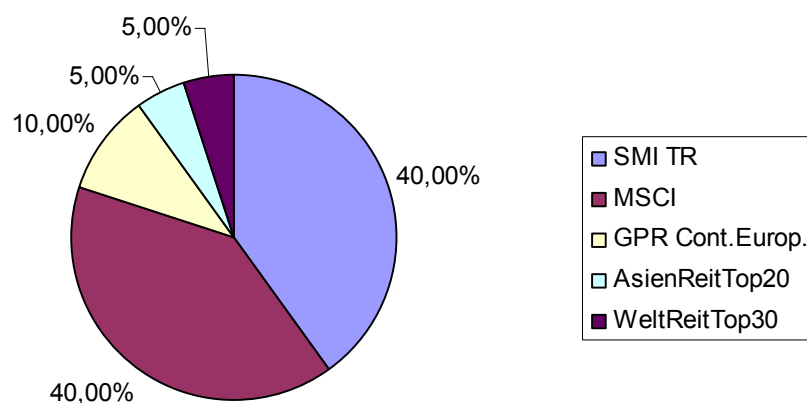


²⁰⁵ Vgl. Datei: 5asset_3_opt_cml.xls.

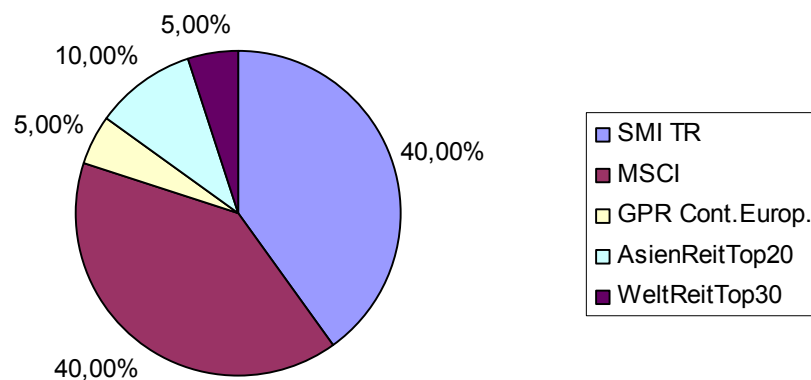
Anlage 31: Auswertung eines Portfolios (C1) mit den Anlagen SMI TR, MSCI, GPR Cont.Europ., AsienReitTop20, WeltReitTop30 auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006

(die Anlagen sind nach unten auf 5% minimal und nach oben auf 40% maximal begrenzt):

Das MVP hat eine Rendite von 23,45% und eine Volatilität von 7,56% und setzt sich zusammen aus:²⁰⁶



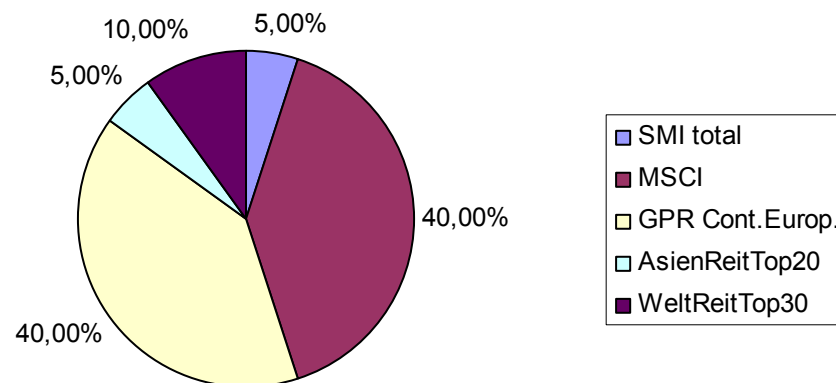
Bei einem Rendite-Anspruch an dieses Portfolio von z. B. 22,67% (mit diesem Portfolio hätte man im minimalen Fall 22,67% erreichen könnten) hätte dieses ein Risiko von 7,65% beinhaltet (ist aber damit ein ineffizientes Portfolio, weil es von anderen Portfolios dominiert wird) und hätte diese Gewichtung aufweisen müssen:²⁰⁷



²⁰⁶ Vgl. Datei: 5asset_5_mvp.xls.

²⁰⁷ Vgl. Datei: 5asset_5_opt_my.xls.

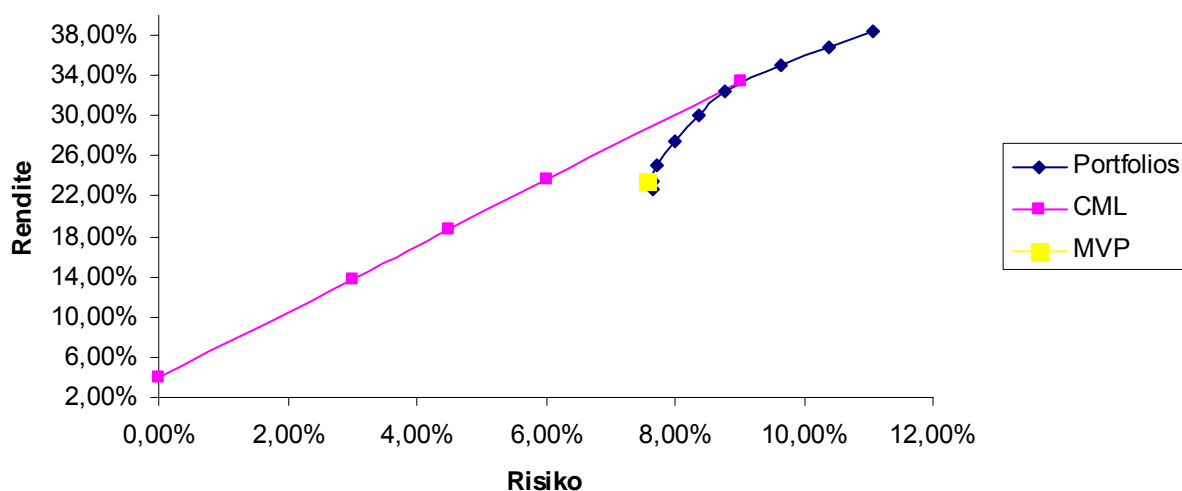
Das Marktportfolio besitzt eine Rendite von 33,51% und eine Volatilität von 9,02% und setzt sich zusammen aus:²⁰⁸



Mögliche Strategieportfolios:

Strategieportfolios	Rendite	Risiko
Festzins	4,00%	0,00%
Ertrag	13,84%	3,01%
Balance	18,75%	4,51%
Wachstum	23,67%	6,01%
Marktportfolio	33,51%	9,02%

Synopse: diverse Portfoliozusammensetzungen, MVP, CML und Strategieportfolios

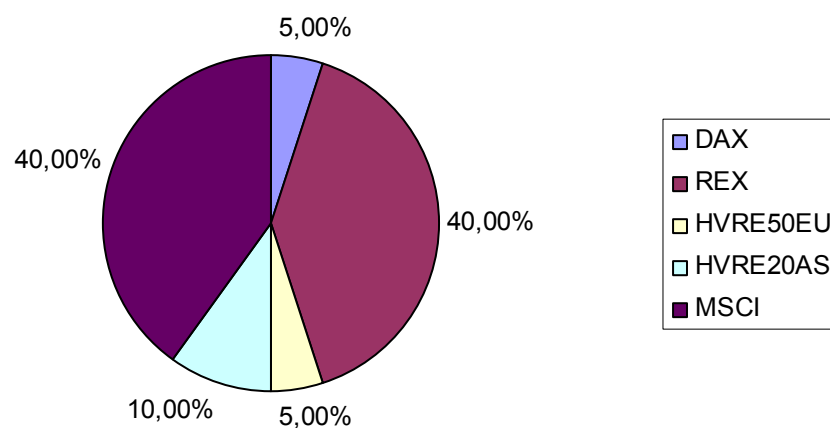


²⁰⁸ Vgl. Datei: 5asset_5_opt_cml.xls.

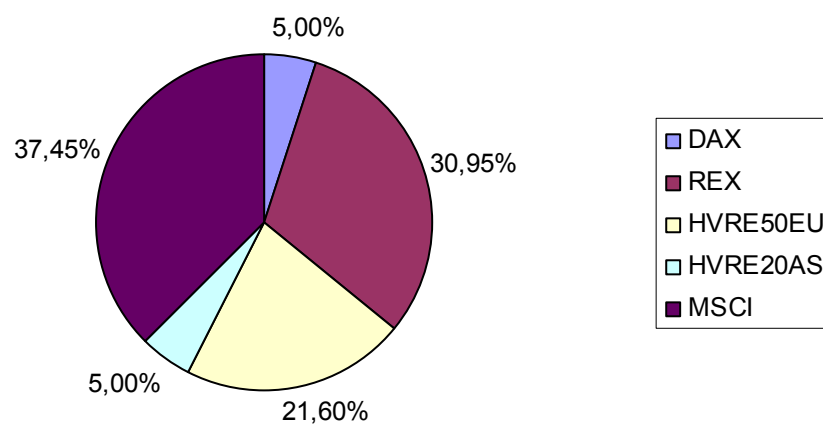
Anlage 32: Auswertung eines Portfolios (D1) mit den Anlagen DAX, REX, HVRE50EU, HVRE20AS, MSCI auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006

(die Anlagen sind nach unten auf 5% minimal und nach oben auf 40% maximal begrenzt):

Das MVP hat eine Rendite von 13,16% und eine Volatilität von 4,02% und setzt sich zusammen aus:²⁰⁹



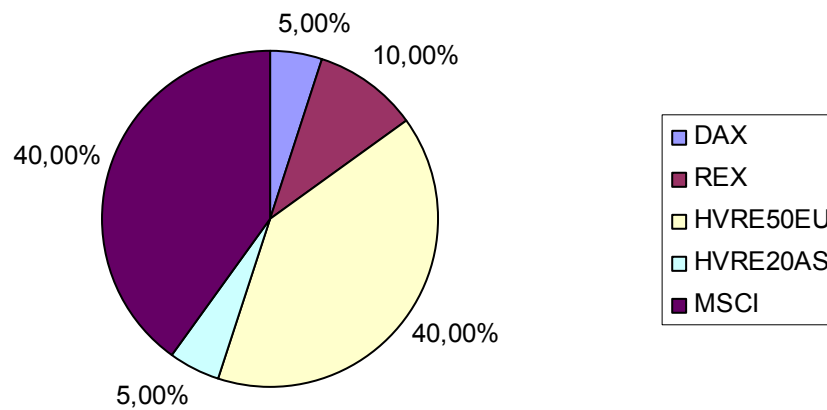
Bei einem Rendite-Anspruch an dieses Portfolio von z. B. 20,00% hätte dieses ein Risiko von 5,36% beinhaltet und diese Gewichtung aufweisen müssen:²¹⁰



²⁰⁹ Vgl. Datei: 5asset_6_mvp.xls.

²¹⁰ Vgl. Datei: 5asset_6_opt_my.xls.

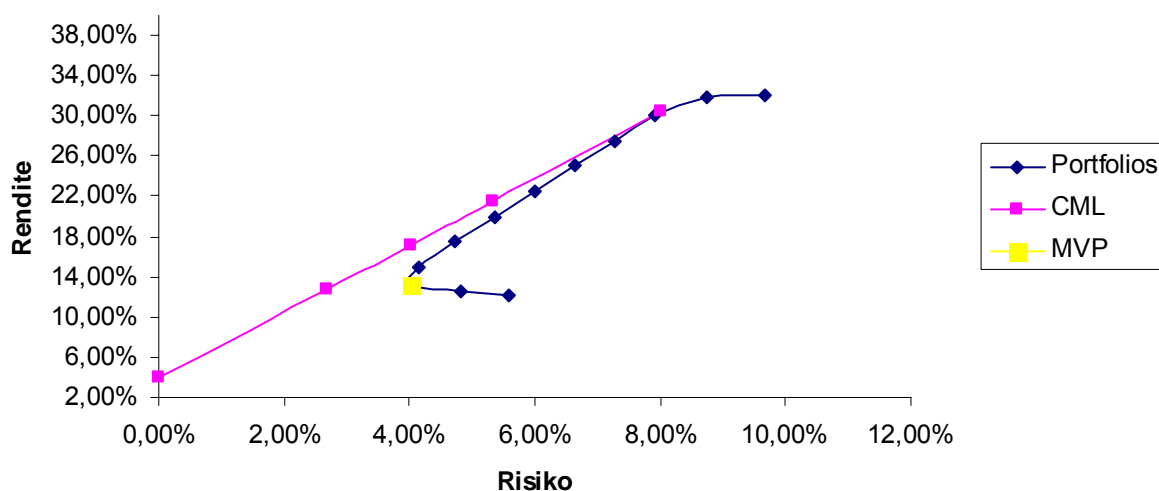
Das Marktportfolio besitzt eine Rendite von 30,38% und eine Volatilität von 8,01% und setzt sich zusammen aus:²¹¹



Mögliche Strategieportfolios:

Strategieportfolios	Rendite	Risiko
Festzins	4,00%	0,00%
Ertrag	12,79%	2,67%
Balance	17,19%	4,01%
Wachstum	21,58%	5,34%
Marktportfolio	30,38%	8,01%

Synopse: diverse Portfoliozusammensetzungen, MVP, CML und Strategieportfolios

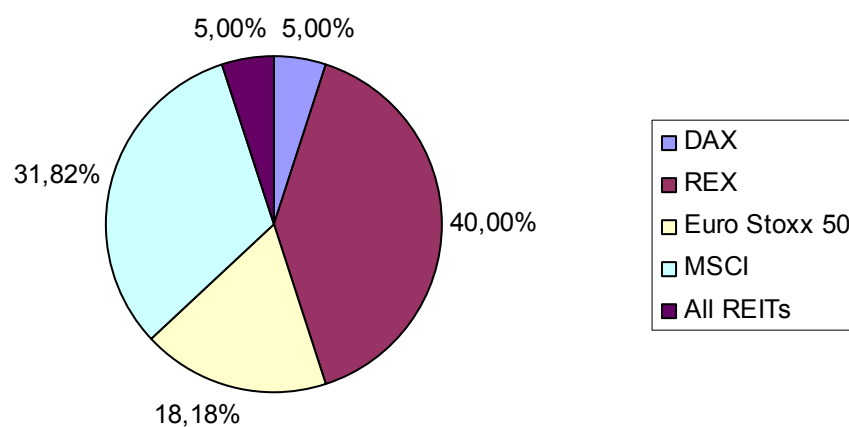


²¹¹ Vgl. Datei: 5asset_6_opt_cml.xls.

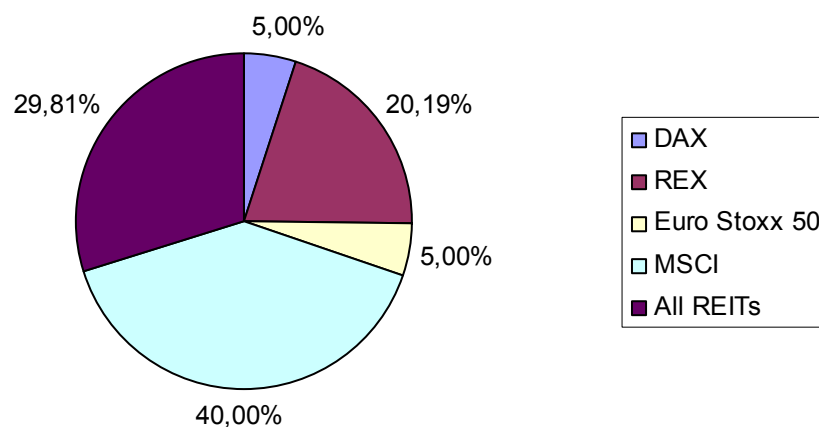
Anlage 33: Auswertung eines Portfolios (E1) mit den Anlagen DAX, REX, Euro Stoxx 50, MSCI, All REITs auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006

(die Anlagen sind nach unten auf 5% minimal und nach oben auf 40% maximal begrenzt):

Das MVP hat eine Rendite von 12,31% und eine Volatilität von 3,80% und setzt sich zusammen aus:²¹²



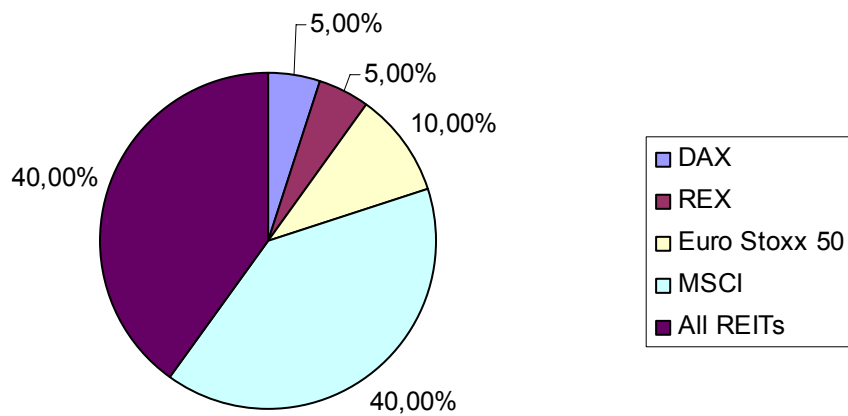
Bei einem Rendite-Anspruch an dieses Portfolio von z. B. 20,00% hätte dieses ein Risiko von 5,82% beinhaltet und diese Gewichtung aufweisen müssen:²¹³



²¹² Vgl. Datei: 5asset_1_mvp.xls.

²¹³ Vgl. Datei: 5asset_1_opt_my.xls.

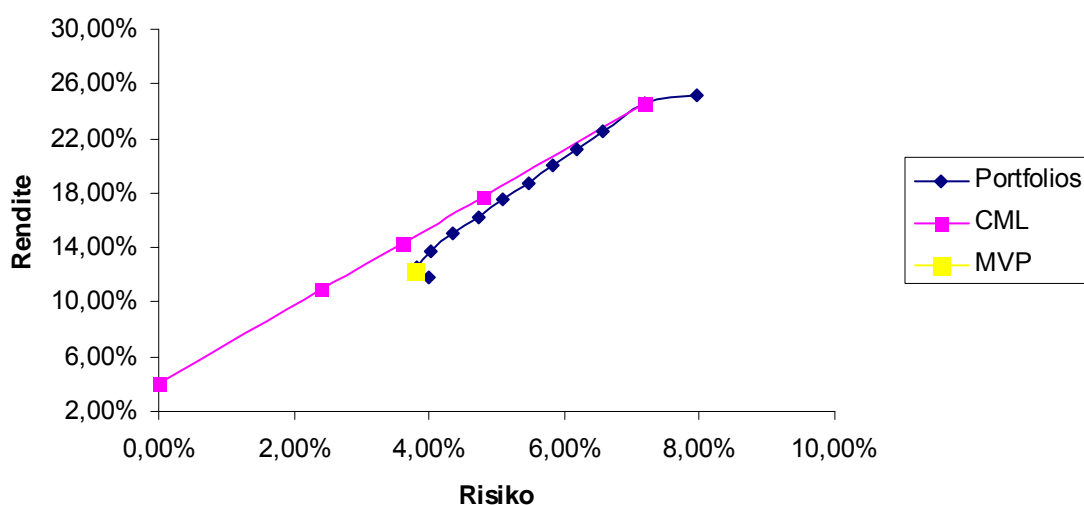
Das Marktportfolio besitzt eine Rendite von 24,62% und eine Volatilität von 7,20% und setzt sich zusammen aus:²¹⁴



Mögliche Strategieportfolios:

Strategieportfolios	Rendite	Risiko
Festzins	4,00%	0,00%
Ertrag	10,87%	2,40%
Balance	14,31%	3,60%
Wachstum	17,75%	4,80%
Marktportfolio	24,62%	7,20%

Synopse: diverse Portfoliozusammensetzungen, MVP, CML und Strategieportfolios

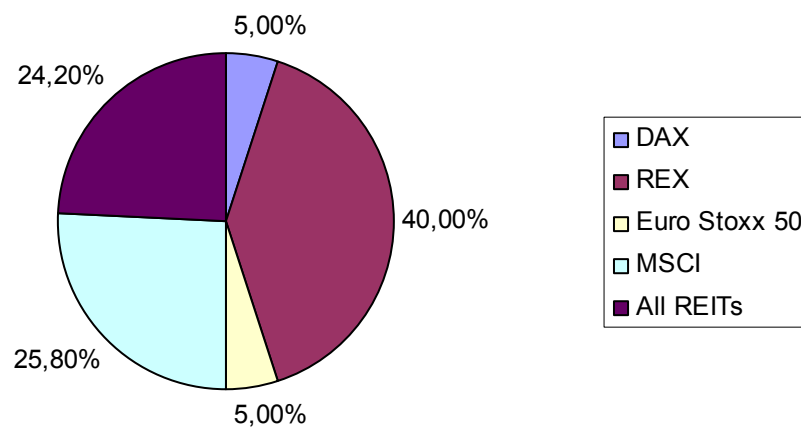


²¹⁴ Vgl. Datei: 5asset_1_opt_cml.xls.

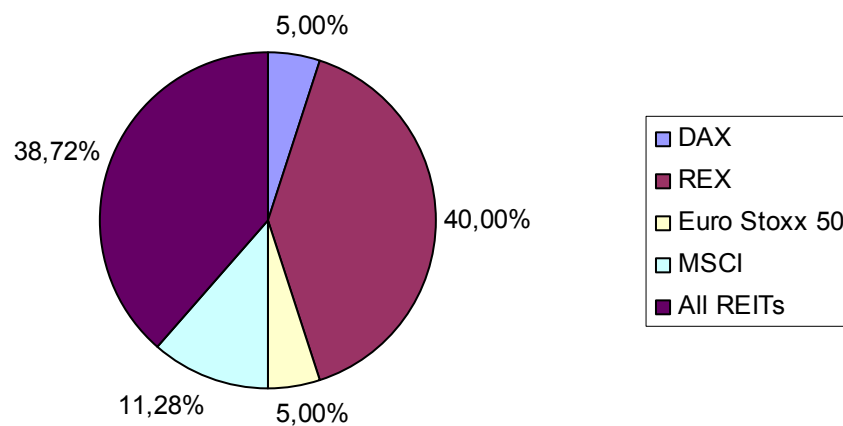
Anlage 34: Auswertung eines Portfolios (E2) mit den Anlagen DAX, REX, Euro Stoxx 50, MSCI, All REITs auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode der letzten 5 Jahre 2002 - 2006

(die Anlagen sind nach unten auf 5% minimal und nach oben auf 40% maximal begrenzt).²¹⁵

Das MVP hat eine Rendite von 10,32% und eine Volatilität von 6,96% und setzt sich zusammen aus:

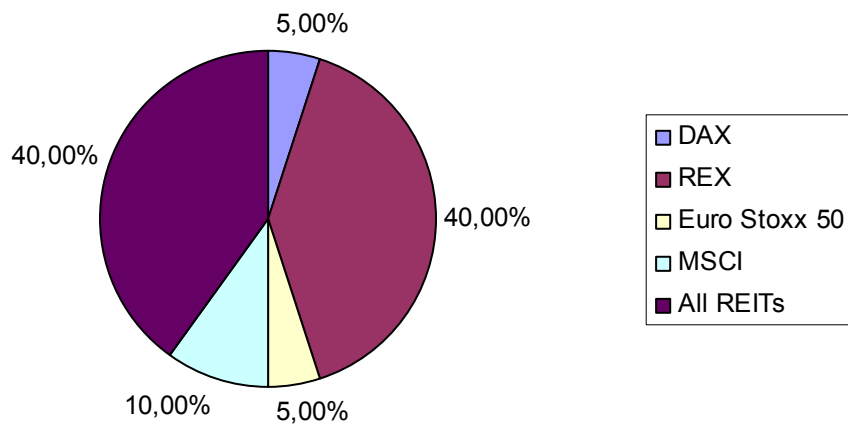


Bei einem Rendite-Anspruch an dieses Portfolio von z. B. 12,00% hätte dieses ein Risiko von 7,26% beinhaltet und diese Gewichtung aufweisen müssen:



²¹⁵ Vgl. Datei: 5asset5jahre_e.xls.

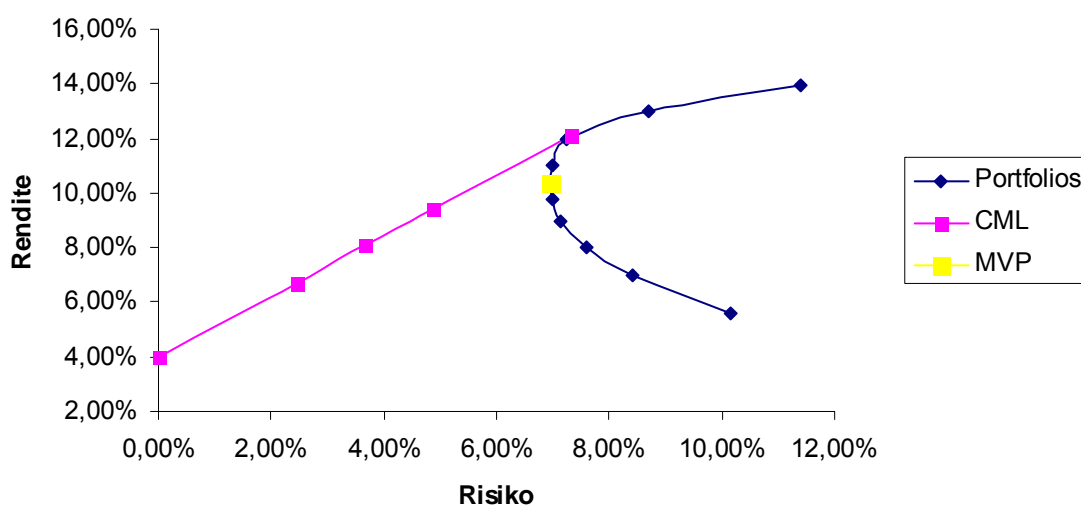
Das Marktportfolio besitzt eine Rendite von 12,15% und eine Volatilität von 7,31% und setzt sich zusammen aus:



Mögliche Strategieportfolios:

Strategieportfolios	Rendite	Risiko
Festzins	4,00%	0,00%
Ertrag	6,72%	2,44%
Balance	8,07%	3,65%
Wachstum	9,43%	4,87%
Marktportfolio	12,15%	7,31%

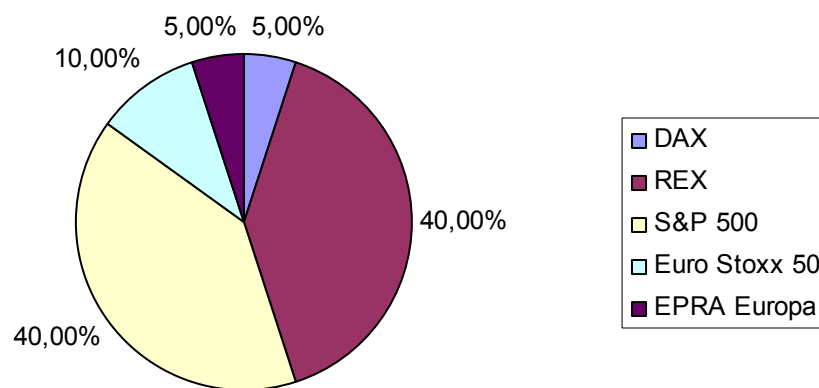
Synopse: diverse Portfoliozusammensetzungen, MVP, CML und Strategieportfolios



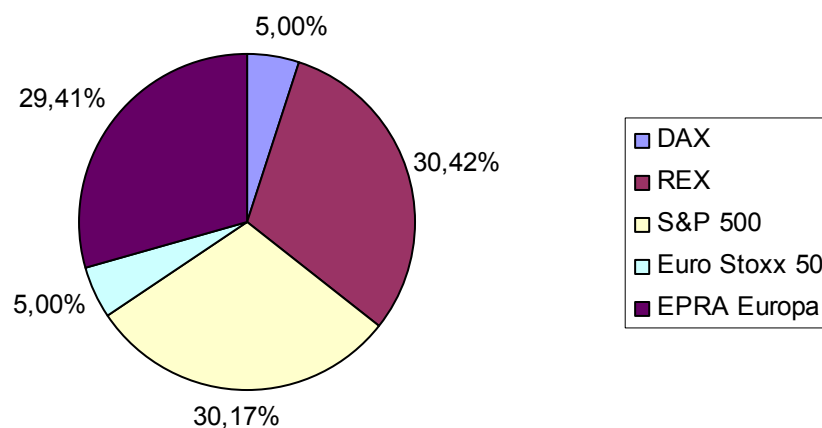
Anlage 35: Auswertung eines Portfolios (F1) mit den Anlagen DAX, REX, S&P 500, Euro Stoxx 50, EPRA Europa auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006

(die Anlagen sind nach unten auf 5% minimal und nach oben auf 40% maximal begrenzt):

Das MVP hat eine Rendite von 11,26% und eine Volatilität von 3,05% und setzt sich zusammen aus:²¹⁶



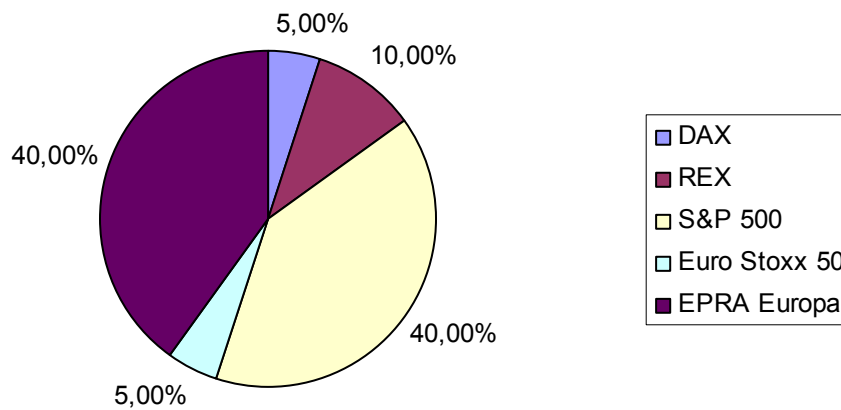
Bei einem Rendite-Anspruch an dieses Portfolio von z. B. 20,00% hätte dieses ein Risiko von 5,23% beinhaltet und diese Gewichtung aufweisen müssen:²¹⁷



²¹⁶ Vgl. Datei: 5asset_7_mvp.xls.

²¹⁷ Vgl. Datei: 5asset_7_opt_my.xls.

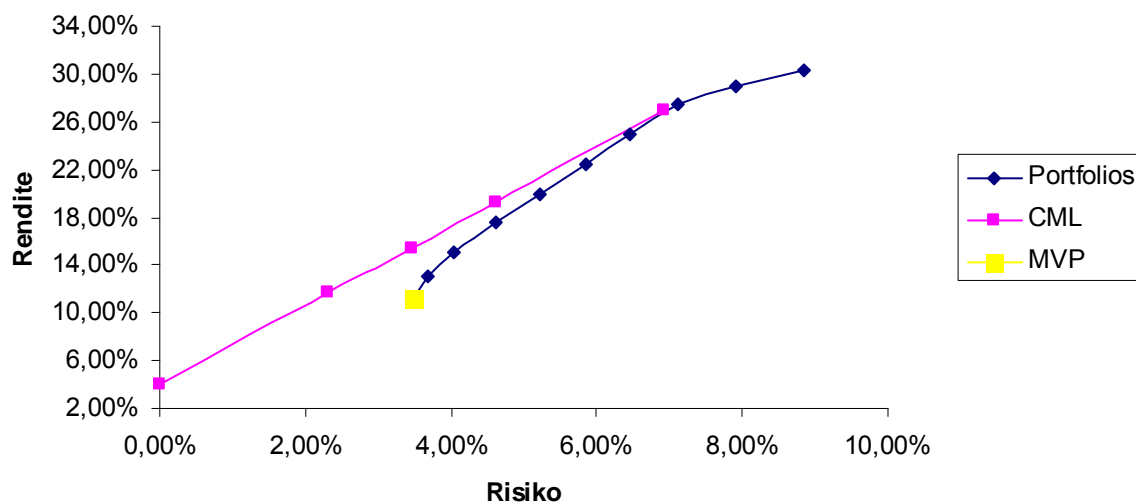
Das Marktportfolio besitzt eine Rendite von 26,93% und eine Volatilität von 6,92% und setzt sich zusammen aus:²¹⁸



Mögliche Strategieportfolios:

Strategieportfolios	Rendite	Risiko
Festzins	4,00%	0,00%
Ertrag	11,64%	2,31%
Balance	15,47%	3,46%
Wachstum	19,29%	4,61%
Marktportfolio	26,93%	6,92%

Synopse: diverse Portfoliozusammensetzungen, MVP, CML und Strategieportfolios

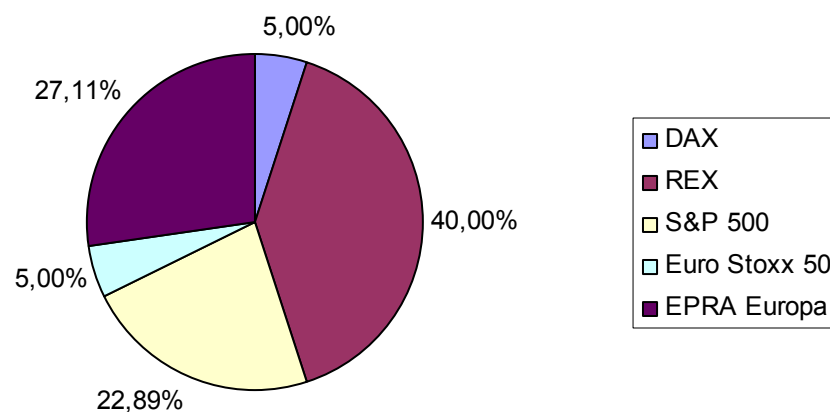


²¹⁸ Vgl. Datei: 5asset_7_opt_cml.xls.

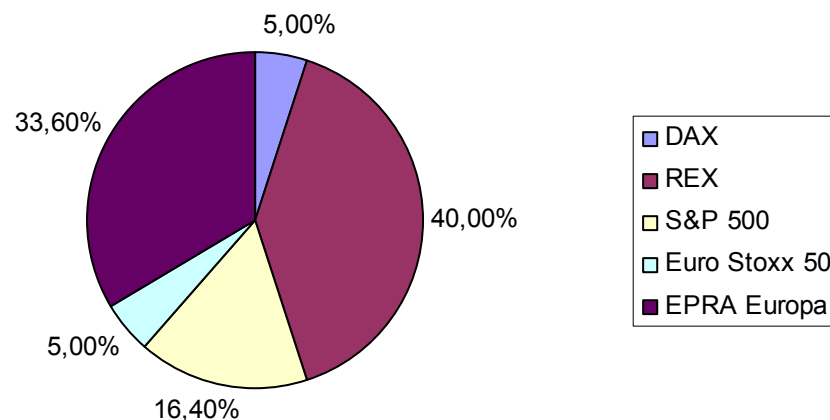
Anlage 36: Auswertung eines Portfolios (F2) mit den Anlagen DAX, REX, S&P 500, Euro Stoxx 50, EPRA Europa auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode der letzten 5 Jahre 2002 – 2006

(die Anlagen sind nach unten auf 5% minimal und nach oben auf 40% maximal begrenzt).²¹⁹

Das MVP hat eine Rendite von 10,71% und eine Volatilität von 7,02% und setzt sich zusammen aus:

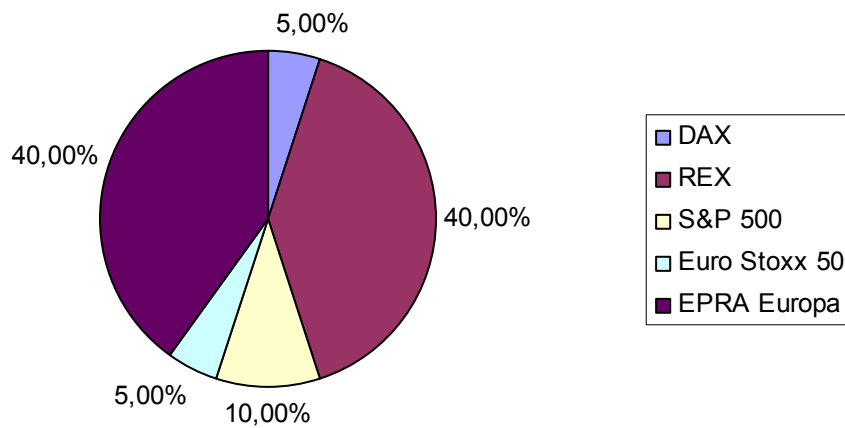


Bei einem Rendite-Anspruch an dieses Portfolio von z. B. 12,00% hätte dieses ein Risiko von 7,06% beinhaltet und diese Gewichtung aufweisen müssen:



²¹⁹ Vgl. Datei: 5asset5jahre_f.xls.

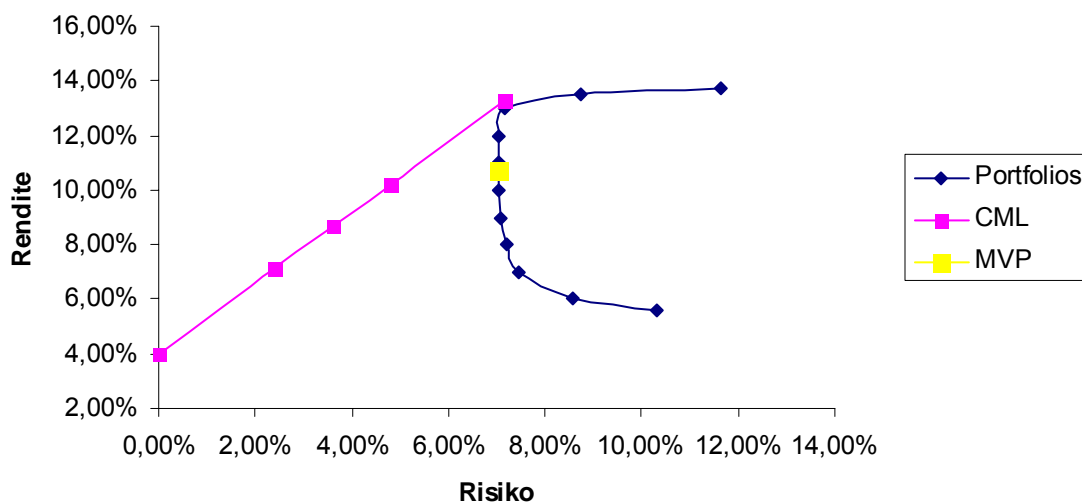
Das Marktportfolio besitzt eine Rendite von 13,29% und eine Volatilität von 7,18% und setzt sich zusammen aus:



Mögliche Strategieportfolios:

Strategieportfolios	Rendite	Risiko
Festzins	4,00%	0,00%
Ertrag	7,10%	2,39%
Balance	8,64%	3,59%
Wachstum	10,19%	4,79%
Marktportfolio	13,29%	7,18%

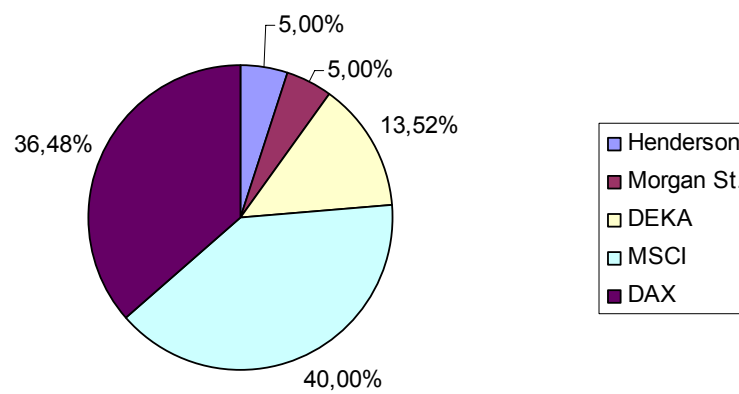
Synopse: diverse Portfoliozusammensetzungen, MVP, CML und Strategieportfolios



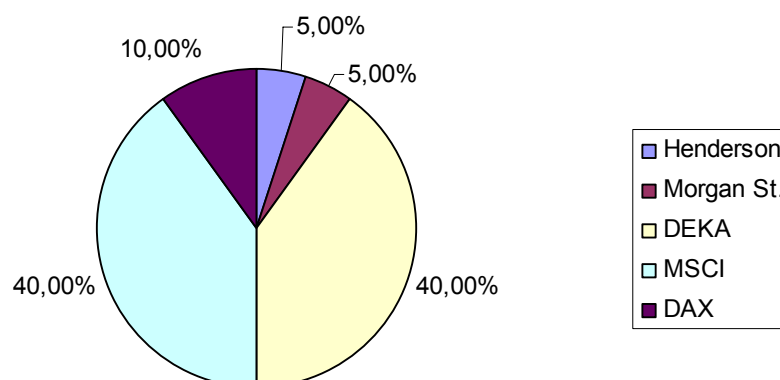
Anlage 37: Auswertung eines Portfolios (G1) mit den Anlagen Henderson, Morgan Stanley, DEKA, MSCI, DAX auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode des letzten Jahres 2006

(die Anlagen sind nach unten auf 5% minimal und nach oben auf 40% maximal begrenzt):

Das MVP hat eine Rendite von 23,41% und eine Volatilität von 7,88% und setzt sich zusammen aus:²²⁰



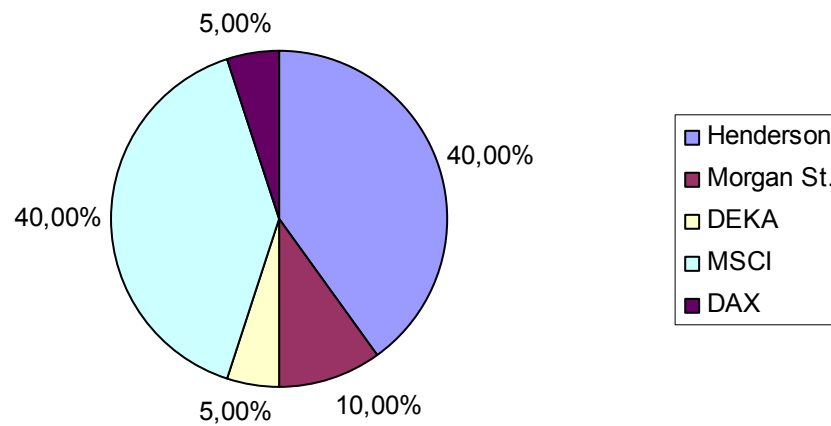
Bei einem Rendite-Anspruch an dieses Portfolio von z. B. 22,00% (mit diesem Portfolio hätte man im minimalen Fall 22,00% erreichen könnten) hätte dieses ein Risiko von 8,62% beinhaltet (ist aber damit ein ineffizientes Portfolio, weil es von anderen Portfolios dominiert wird) und hätte diese Gewichtung aufweisen müssen:²²¹



²²⁰ Vgl. Datei: 5asset_4_mvp.xls.

²²¹ Vgl. Datei: 5asset_4_opt_my.xls.

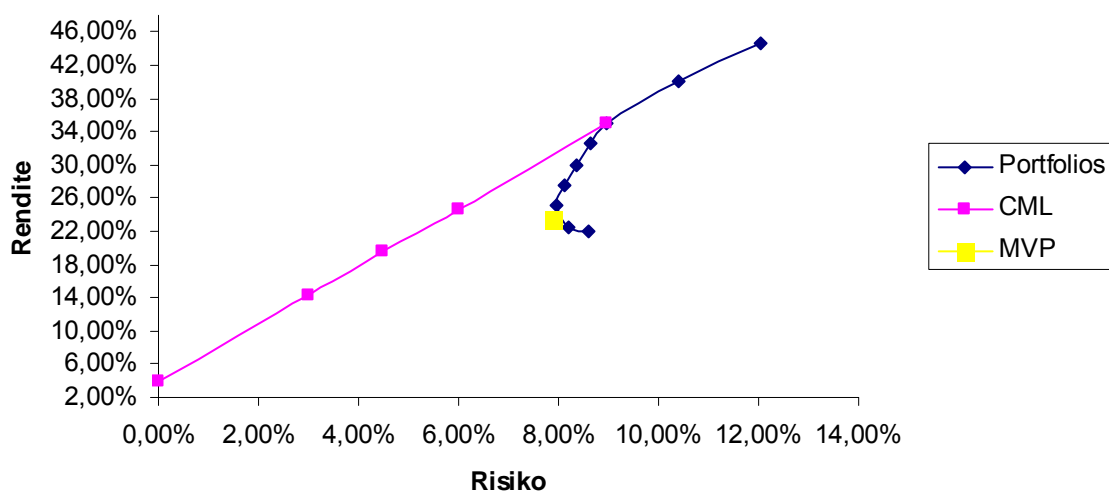
Das Marktportfolio besitzt eine Rendite von 34,99% und eine Volatilität von 8,97% und setzt sich zusammen aus:²²²



Mögliche Strategieportfolios:

Strategieportfolios	Rendite	Risiko
Festzins	4,00%	0,00%
Ertrag	14,33%	2,99%
Balance	19,49%	4,49%
Wachstum	24,66%	5,98%
Marktportfolio	34,99%	8,97%

Synopse: diverse Portfoliozusammensetzungen, MVP, CML und Strategieportfolios

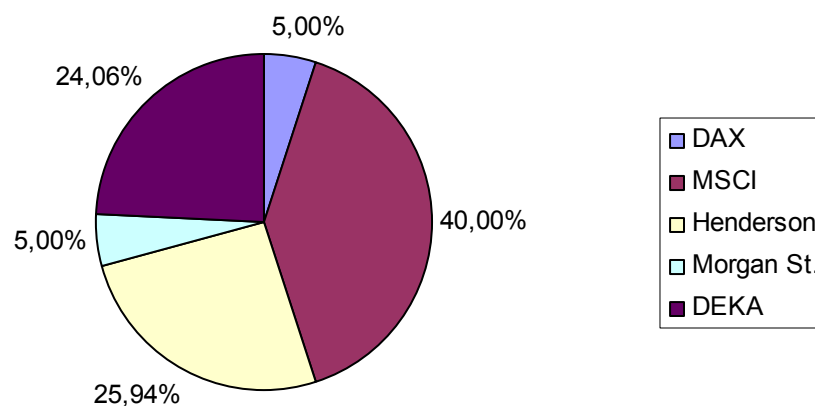


²²² Vgl. Datei: 5asset_4_opt_cml.xls.

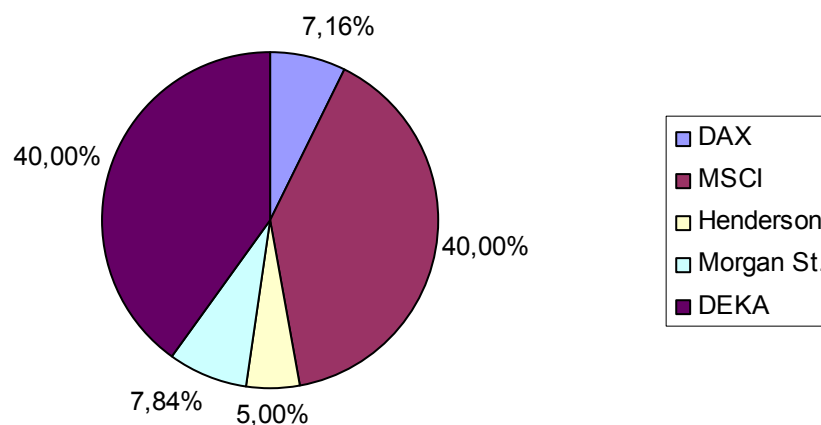
Anlage 38: Auswertung eines Portfolios (G2) mit den Anlagen Henderson, Morgan Stanley, DEKA, MSCI, DAX auf Basis der Zeitreihen in der Betrachtungsperiode der letzten 5 Jahre 2002 - 2006

(die Anlagen sind nach unten auf 5% minimal und nach oben auf 40% maximal begrenzt).²²³

Das MVP hat eine Rendite von 15,68% und eine Volatilität von 11,14% und setzt sich zusammen aus:

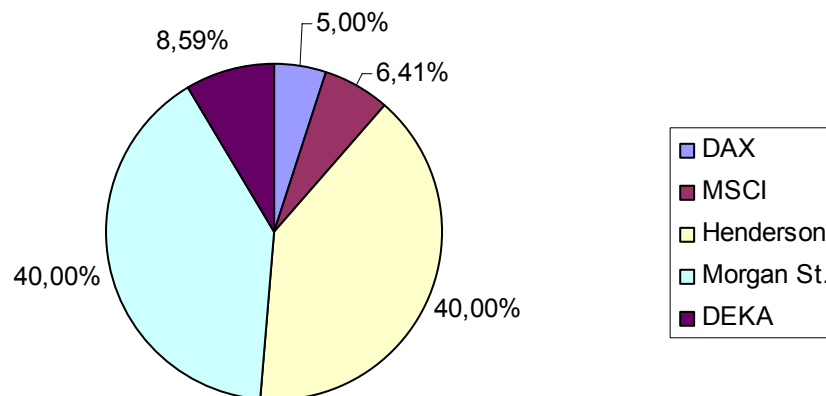


Bei einem Rendite-Anspruch an dieses Portfolio von z. B. 12,00% hätte dieses ein Risiko von 11,61% beinhaltet (ist aber damit ein ineffizientes Portfolio, weil es von anderen Portfolios dominiert wird) und hätte diese Gewichtung aufweisen müssen:



²²³ Vgl. Datei: 5asset5jahre_g.xls

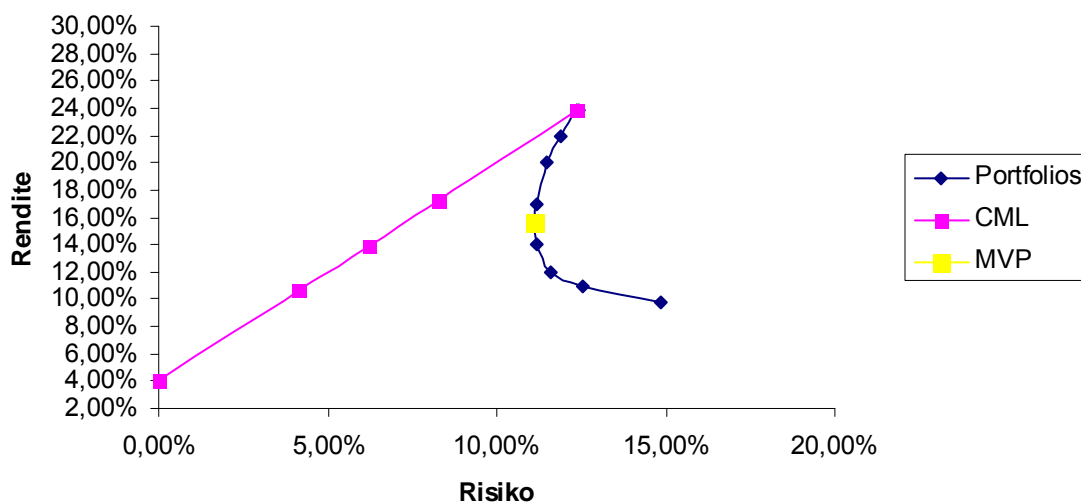
Das Marktportfolio besitzt eine Rendite von 23,85% und eine Volatilität von 12,38% und setzt sich zusammen aus:



Mögliche Strategieportfolios:

Strategieportfolios	Rendite	Risiko
Festzins	4,00%	0,00%
Ertrag	10,62%	4,13%
Balance	13,93%	6,19%
Wachstum	17,23%	8,26%
Marktportfolio	23,85%	12,38%

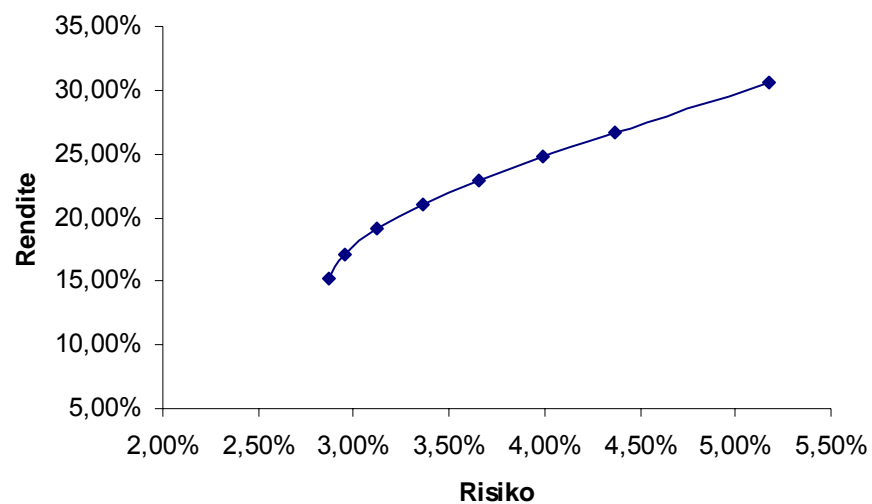
Synopse: diverse Portfoliozusammensetzungen, MVP, CML und Strategieportfolios



Anlage 39: Optimierung eines Portfolios unter Diversifizierung von Immobilienaktien und REITs (1)

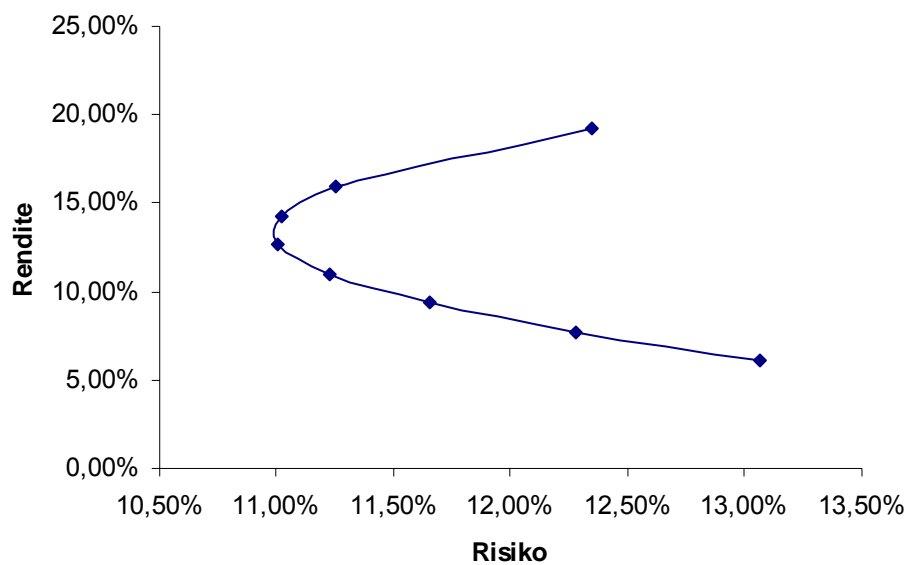
Zeitreihe: Januar – Dezember 2006 (1_1)

	DAX	REX	Euro Stoxx 50	MSCI	All REITs	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	15,24%	2,87%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	17,15%	2,96%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	19,06%	3,13%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	20,97%	3,36%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	22,88%	3,66%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	24,79%	3,99%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	26,71%	4,36%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	30,53%	5,18%



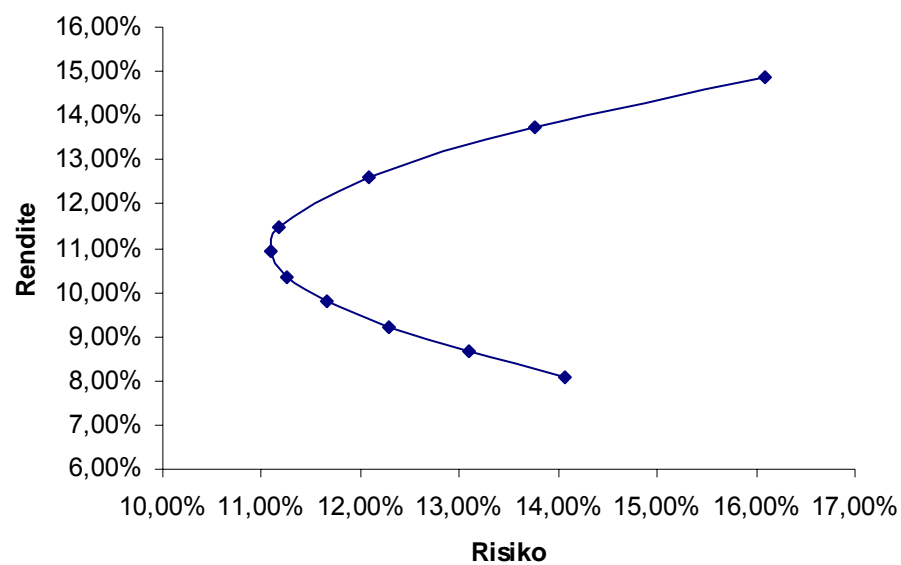
Zeitreihen: Januar 2002 – Dezember 2006 (1_5)

	DAX	REX	Euro Stoxx 50	MSCI	All REITs	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	6,07%	13,07%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	7,72%	12,28%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	9,36%	11,66%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	11,01%	11,22%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	12,66%	11,01%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	14,31%	11,02%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	15,96%	11,25%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	19,25%	12,34%



Zeitreihen: Januar 1997 – Dezember 2006 (1_10)

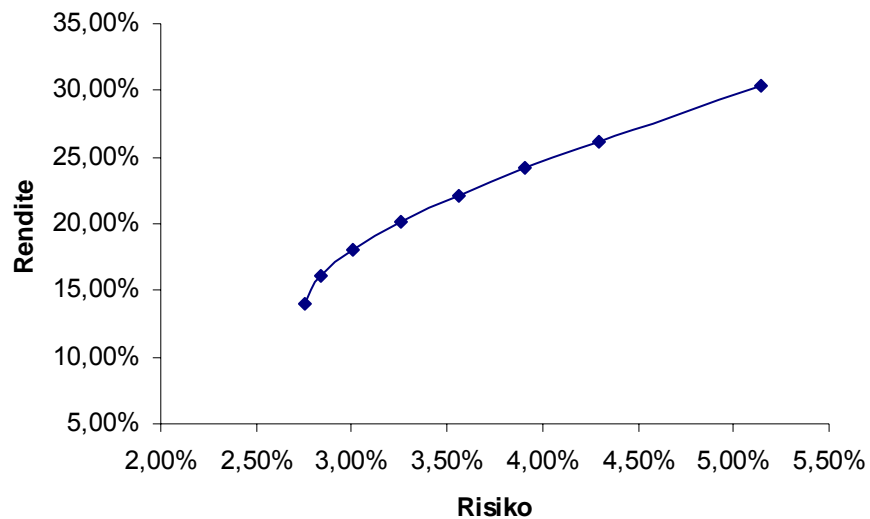
	DAX	REX	Euro Stoxx 50	MSCI	All REITs	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	8,09%	14,06%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	8,66%	13,09%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	9,22%	12,28%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	9,79%	11,65%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	10,35%	11,25%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	10,92%	11,08%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	11,49%	11,18%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	12,62%	12,08%
Portfolio I	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	13,75%	13,77%
Portfolio J	-5,00%	-5,00%	-5,00%	-5,00%	120,00%	14,86%	16,08%



Anlage 40: Optimierung eines Portfolios unter Diversifizierung von Immobilienaktien und REITs (2)

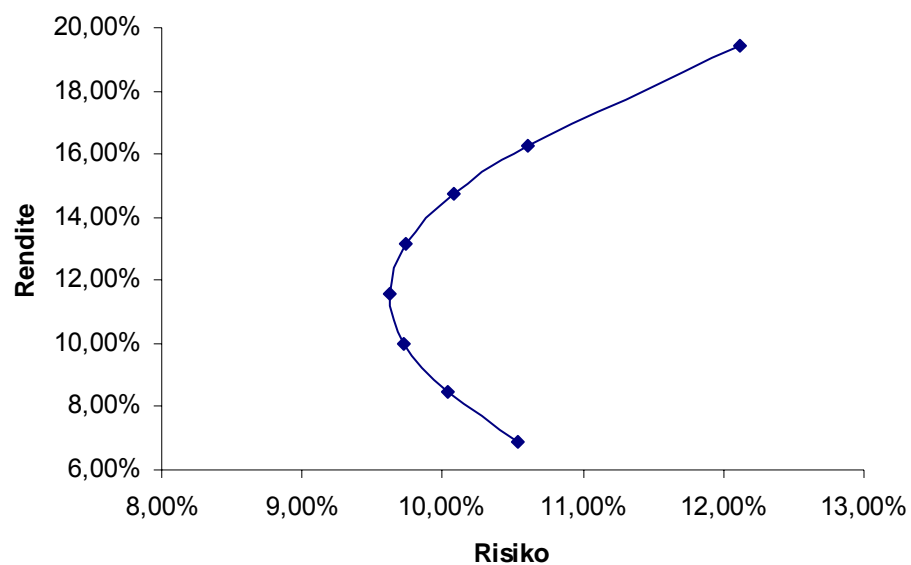
Zeitreihe: Januar – Dezember 2006 (2_1)

	SMI TR	SBI	Euro Stoxx 50	MSCI	All REITs	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	14,00%	2,75%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	16,04%	2,83%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	18,07%	3,01%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	20,11%	3,25%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	22,14%	3,56%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	24,18%	3,91%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	26,21%	4,30%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	30,28%	5,14%



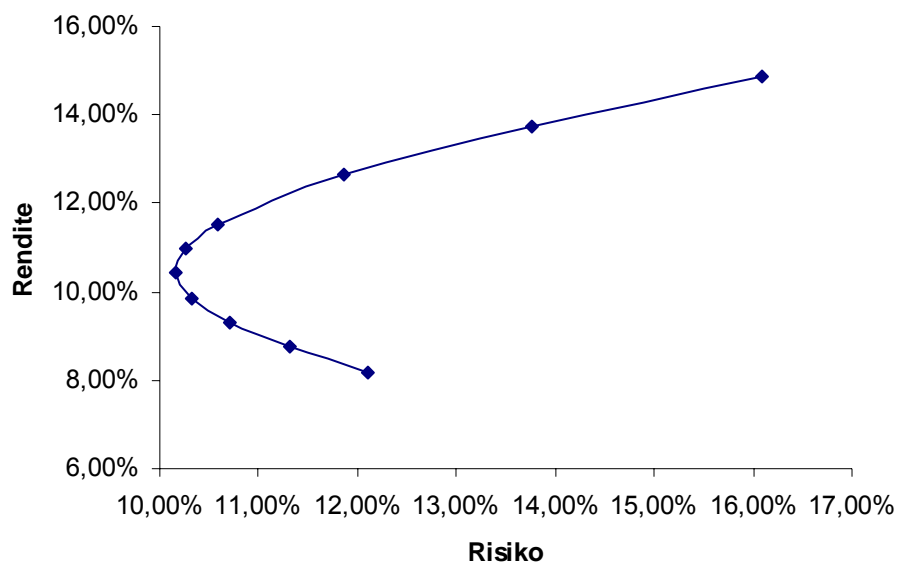
Zeitreihen: Januar 2002 – Dezember 2006 (2_5)

	SMI TR	SBI	Euro Stoxx 50	MSCI	All REITs	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	6,87%	10,54%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	8,44%	10,03%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	10,01%	9,72%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	11,57%	9,62%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	13,14%	9,74%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	14,71%	10,08%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	16,28%	10,60%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	19,41%	12,12%



Zeitreihen: Januar 1997 – Dezember 2006 (2_10)

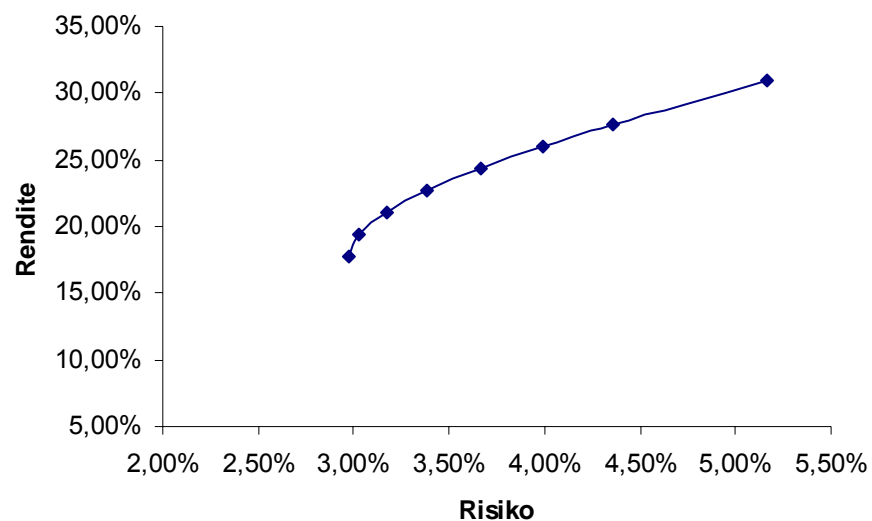
	SMI TR	SBI	Euro Stoxx 50	MSCI	All REITs	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	8,19%	12,10%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	8,75%	11,32%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	9,30%	10,72%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	9,86%	10,33%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	10,42%	10,17%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	10,97%	10,26%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	11,53%	10,59%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	12,64%	11,87%
Portfolio I	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	13,75%	13,77%
Portfolio J	-5,00%	-5,00%	-5,00%	-5,00%	120,00%	14,86%	16,08%



Anlage 41: Optimierung eines Portfolios unter Diversifizierung von Immobilienaktien und REITs (3)

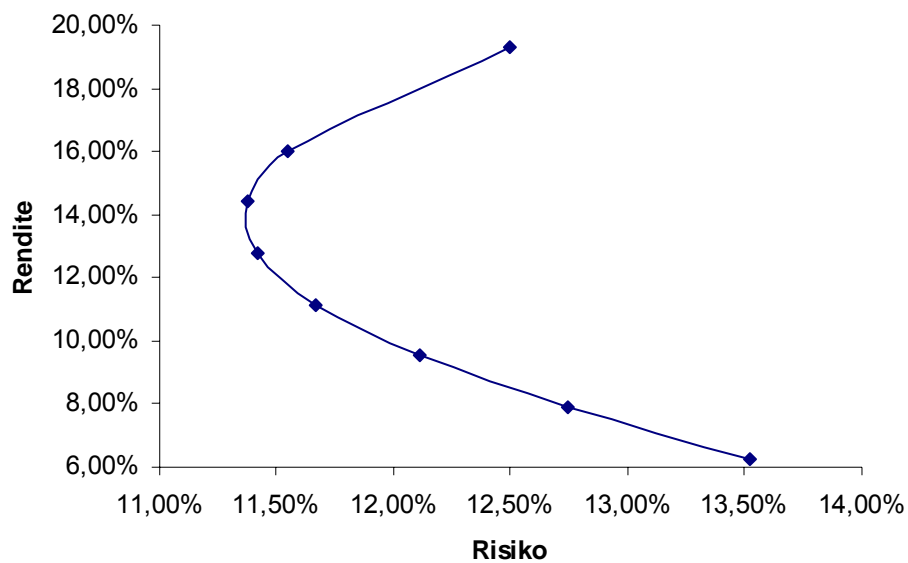
Zeitreihe: Januar – Dezember 2006 (3_1)

	DowJones	S&P 500	Euro Stoxx 50	MSCI	All REITs	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	17,69%	2,98%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	19,36%	3,03%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	21,03%	3,17%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	22,69%	3,39%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	24,36%	3,66%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	26,02%	3,99%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	27,69%	4,36%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	31,02%	5,17%



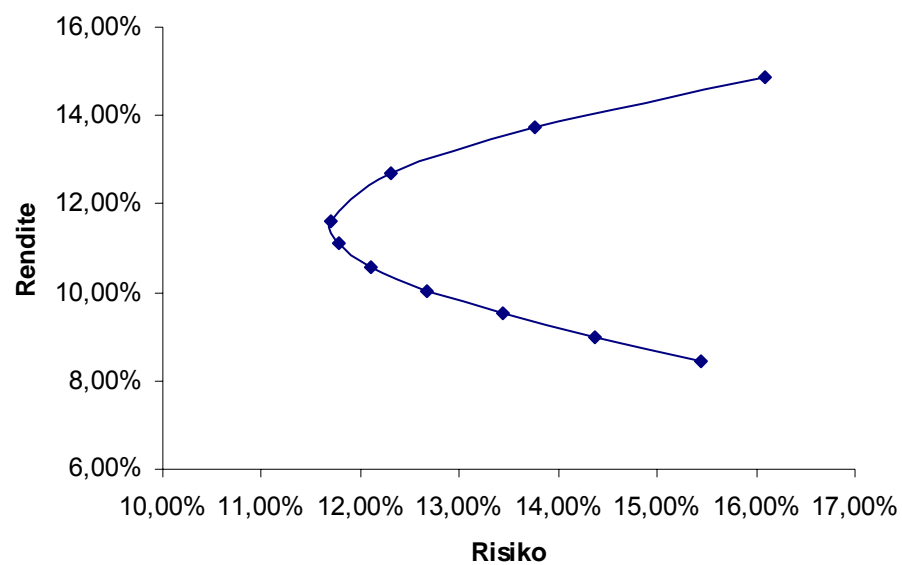
Zeitreihen: Januar 2002 – Dezember 2006 (3_5)

	DowJones	S&P 500	Euro Stoxx 50	MSCI	All REITs	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	6,27%	13,52%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	7,90%	12,74%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	9,53%	12,12%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	11,16%	11,67%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	12,78%	11,42%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	14,41%	11,38%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	16,04%	11,55%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	19,29%	12,49%



Zeitreihen: Januar 1997 – Dezember 2006 (3_10)

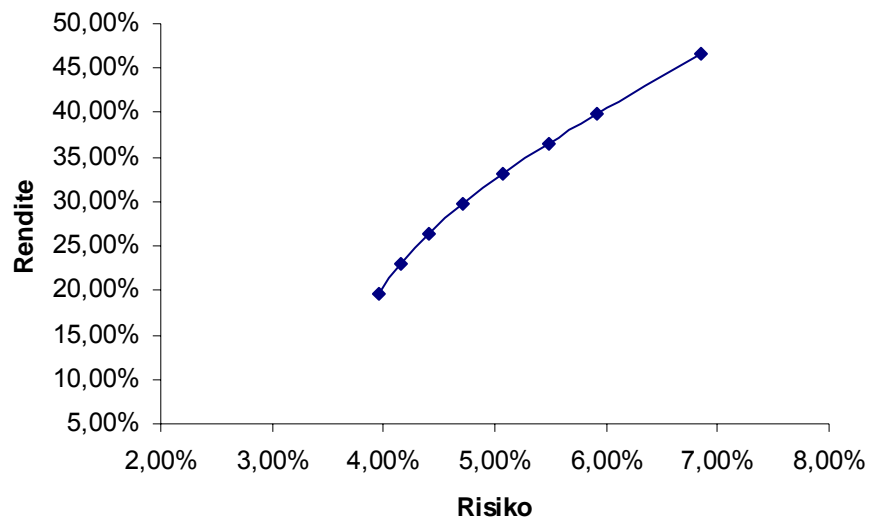
	DowJones	S&P 500	Euro Stoxx 50	MSCI	All REITs	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	8,45%	15,43%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	8,98%	14,36%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	9,51%	13,43%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	10,04%	12,67%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	10,57%	12,11%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	11,10%	11,78%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	11,63%	11,70%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	12,69%	12,30%
Portfolio I	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	13,75%	13,77%
Portfolio J	-5,00%	-5,00%	-5,00%	-5,00%	120,00%	14,86%	16,08%



Anlage 42: Optimierung eines Portfolios unter Diversifizierung von Immobilienaktien und REITs (4)

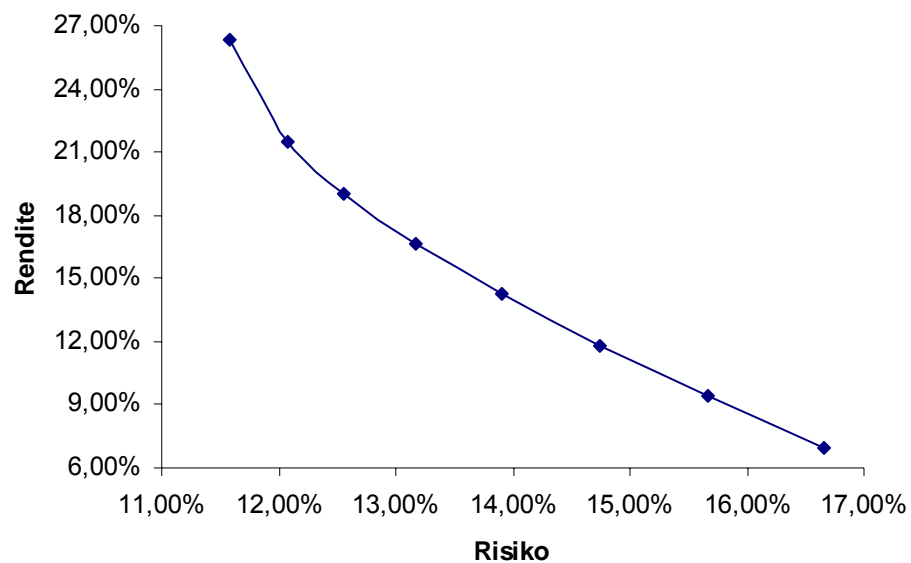
Zeitreihe: Januar – Dezember 2006 (4_1)

	DAX	SMI TR	Euro Stoxx 50	MSCI	HVRE50EU	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	19,68%	3,97%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	23,06%	4,15%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	26,43%	4,40%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	29,81%	4,71%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	33,19%	5,08%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	36,56%	5,48%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	39,94%	5,91%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	46,70%	6,85%



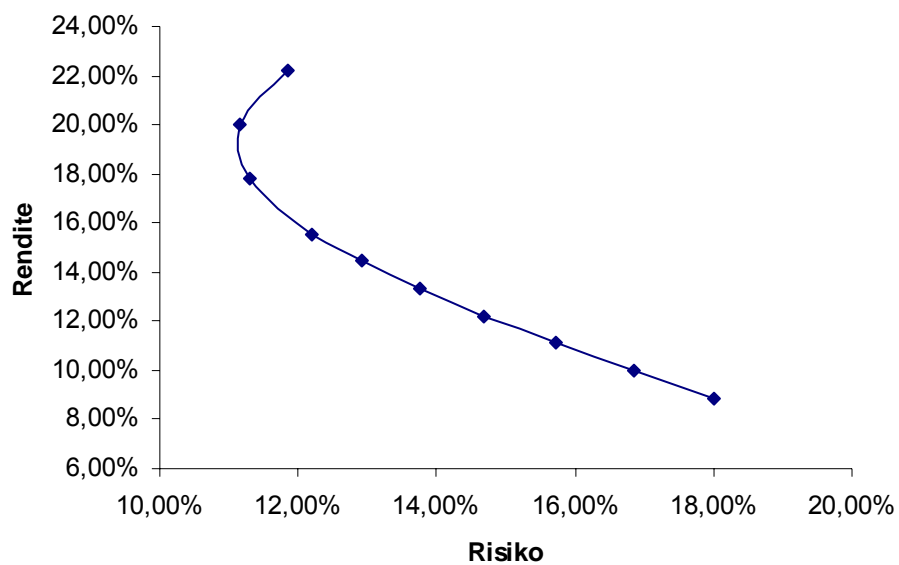
Zeitreihen: Januar 2002 – Dezember 2006 (4_5)

	DAX	SMI TR	Euro Stoxx 50	MSCI	HVRE50EU	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	7,00%	16,66%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	9,41%	15,67%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	11,82%	14,75%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	14,23%	13,91%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	16,64%	13,17%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	19,05%	12,56%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	21,47%	12,07%
Portfolio I	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	26,29%	11,59%



Zeitreihen: Januar 1997 – Dezember 2006 (4_10)

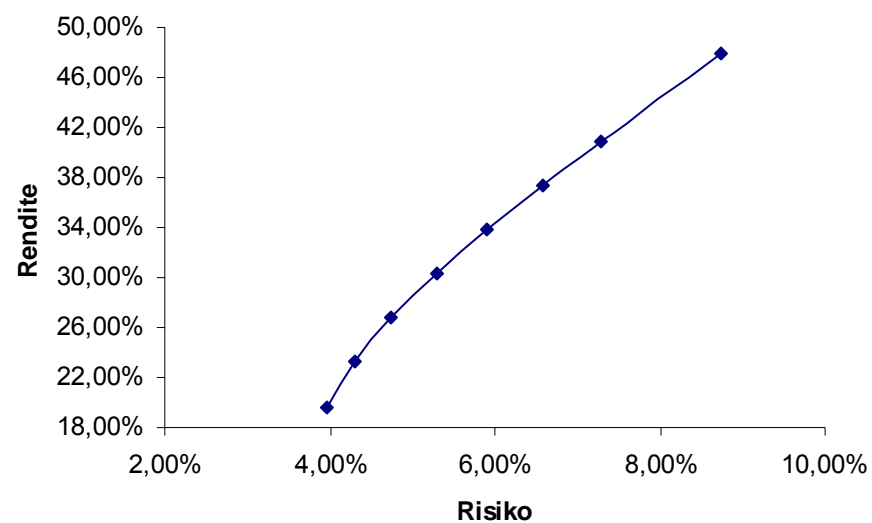
	DAX	SMI TR	Euro Stoxx 50	MSCI	HVRE50EU	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	8,88%	18,01%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	9,99%	16,84%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	11,11%	15,73%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	12,22%	14,69%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	13,33%	13,74%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	14,45%	12,91%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	15,56%	12,21%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	17,78%	11,29%
Portfolio I	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	20,01%	11,17%
Portfolio J	-5,00%	-5,00%	-5,00%	-5,00%	120,00%	22,23%	11,85%



Anlage 43: Optimierung eines Portfolios unter Diversifizierung von REITs (5)

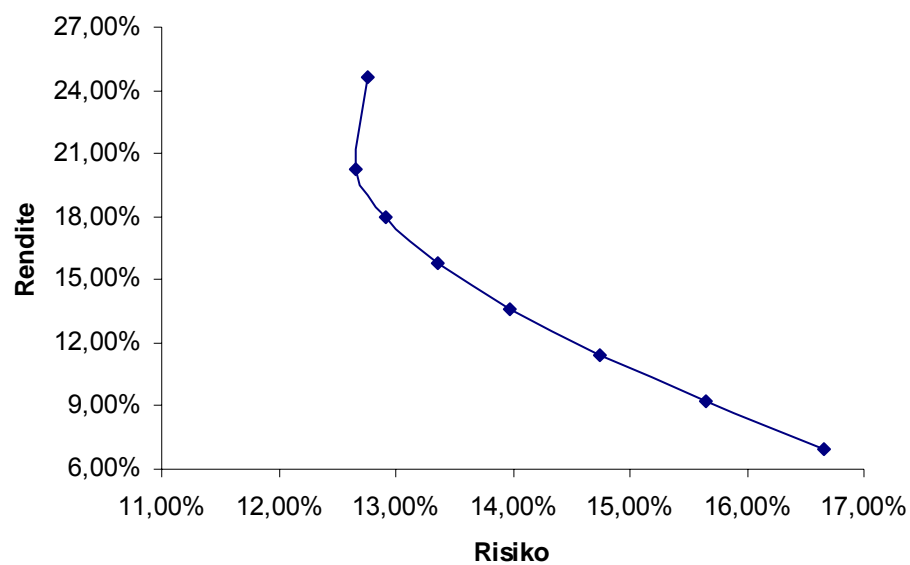
Zeitreihe: Januar – Dezember 2006 (5_1)

	DAX	SMI TR	Euro Stoxx 50	MSCI	E&G REIT	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	19,68%	3,97%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	23,21%	4,29%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	26,75%	4,74%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	30,28%	5,29%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	33,82%	5,91%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	37,35%	6,57%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	40,89%	7,27%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	47,96%	8,75%



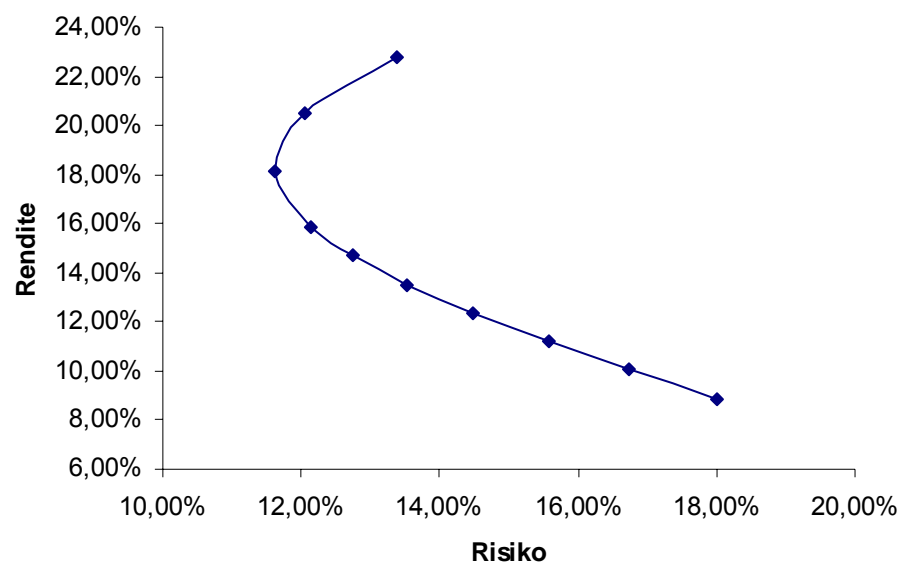
Zeitreihen: Januar 2002 – Dezember 2006 (5_5)

	DAX	SMI TR	Euro Stoxx 50	MSCI	E&G REIT	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	7,00%	16,66%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	9,20%	15,65%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	11,40%	14,75%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	13,60%	13,97%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	15,80%	13,35%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	18,01%	12,91%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	20,21%	12,66%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	24,61%	12,76%



Zeitreihen: Januar 1997 – Dezember 2006 (5_10)

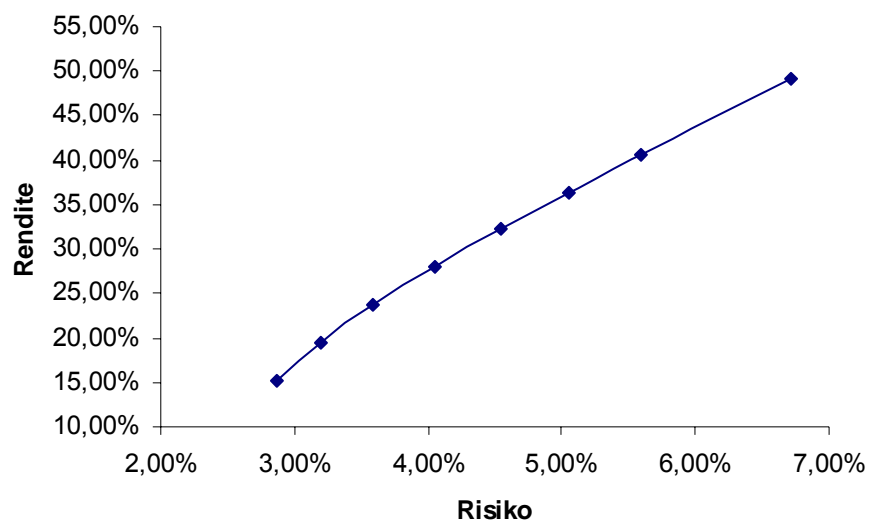
	DAX	SMI TR	Euro Stoxx 50	MSCI	E&G REIT	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	8,88%	18,01%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	10,04%	16,75%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	11,20%	15,56%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	12,36%	14,49%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	13,52%	13,54%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	14,68%	12,75%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	15,84%	12,14%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	18,16%	11,62%
Portfolio I	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	20,47%	12,06%
Portfolio J	-5,00%	-5,00%	-5,00%	-5,00%	120,00%	22,79%	13,39%



Anlage 44: Optimierung eines Portfolios unter Diversifizierung von Immobilienaktien und REITs (6)

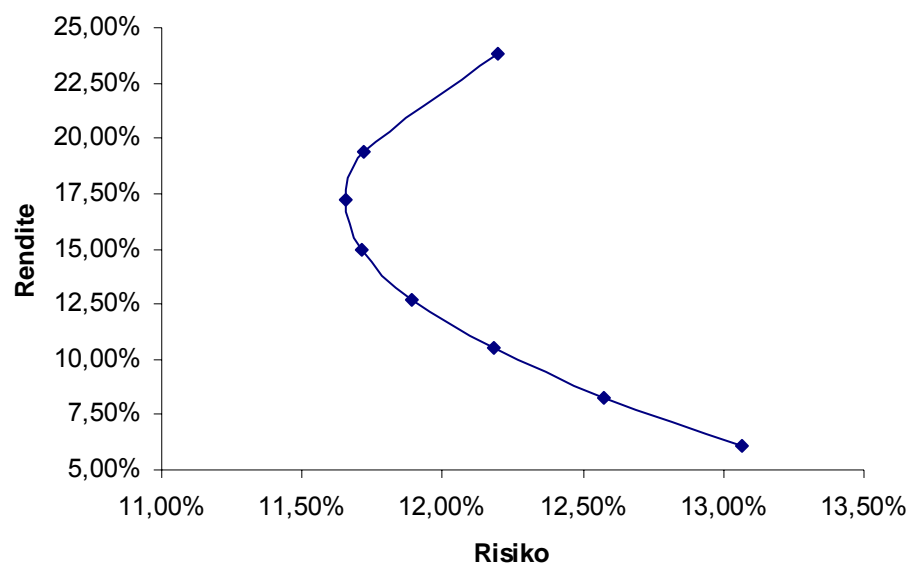
Zeitreihe: Januar – Dezember 2006 (6_1)

	DAX	REX	Euro Stoxx 50	MSCI	Epix30	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	15,24%	2,87%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	19,47%	3,19%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	23,70%	3,59%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	27,93%	4,04%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	32,17%	4,54%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	36,40%	5,06%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	40,63%	5,60%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	49,10%	6,72%



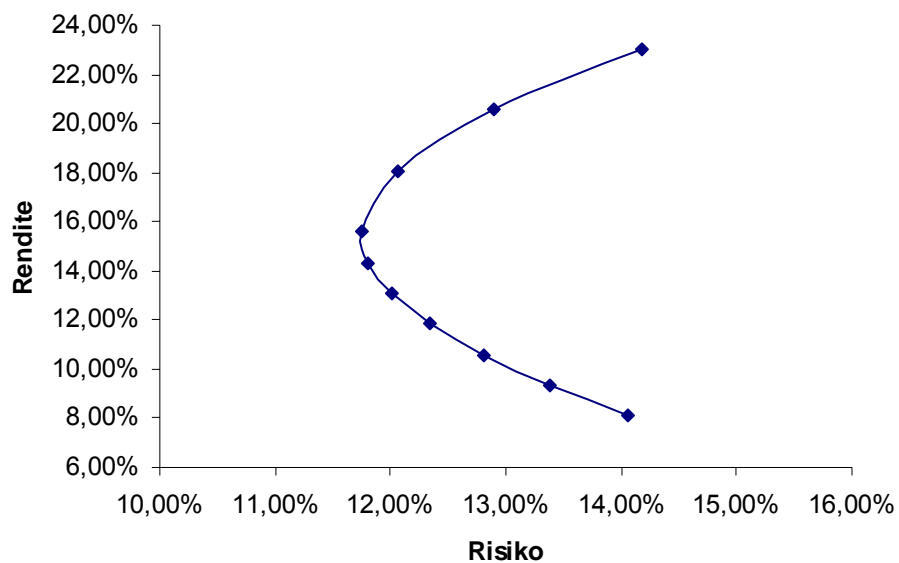
Zeitreihen: Januar 2002 – Dezember 2006 (6_5)

	DAX	REX	Euro Stoxx 50	MSCI	Epix30	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	6,07%	13,07%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	8,29%	12,58%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	10,51%	12,18%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	12,73%	11,89%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	14,95%	11,72%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	17,17%	11,66%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	19,40%	11,72%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	23,84%	12,19%



Zeitreihen: Januar 1997 – Dezember 2006 (6_10)

	DAX	REX	Euro Stoxx 50	MSCI	Epix30	Rendite	Risiko
Portfolio A	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	8,09%	14,06%
Portfolio B	22,50%	22,50%	22,50%	22,50%	10,00%	9,34%	13,38%
Portfolio H	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	10,58%	12,81%
Portfolio D	17,50%	17,50%	17,50%	17,50%	30,00%	11,83%	12,34%
Portfolio E	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	40,00%	13,08%	12,01%
Portfolio F	12,50%	12,50%	12,50%	12,50%	50,00%	14,32%	11,80%
Portfolio G	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	60,00%	15,57%	11,74%
Portfolio H	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	80,00%	18,06%	12,06%
Portfolio I	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	20,56%	12,90%
Portfolio J	-5,00%	-5,00%	-5,00%	-5,00%	120,00%	23,05%	14,19%



Anlage 45: Strategieportfolios einiger Banken

Kreditinstitute und Investmentgesellschaften bieten diverse Strategieportfolios an:

- Die UBS bietet die Strategie-Portfolios Fixed-Income, Yield, Balanced, Growth, Equity an. (<http://fundgate.ubs.com/searchtree.do?lang=de&cty=DE&rid=59>)
- Das Angebot der DEKA sind Dachfondsvarianten: Ertrag, ErtragPlus, Wachstum, Chance, ChancePlus.
(<http://www.deka.de/decontent/fokus/leichteraufsteigen2007/index2.jsp>)
- Die PPS Vermögensverwaltung bietet ein Rentenportfolio, ein Wachstums-Portfolio, ein Chance-Portfolio und ein Aktien-Portfolio an.
(<http://www.pps-vermoegensverwaltung.de/de/30891.pdf>)
- Union Investment wartet mit der Vermögensverwaltung Swiss Rubinum und den Portfolios SwissRubinum 25, SwissRubinum 50, SwissRubinum 75, SwissRubinum 100, sowie mit der Vermögensverwaltung POINT mit den Portfolios POINT Sicherheit, POINT Ertrag, POINT Wachstum, POINT Chance, auf.
Swiss Rubinum (http://privatkunden.union-investment.de/-snm-0000565340-1181101900-0000022431-00000000000-1182504612-enm-docme/downloads/deutsch/broschueren/6a15a52166ac6a668fd63b17eb9cbf36.0.0/SwissRubinum_Investment_Panorama.pdf)

POINT (http://privatkunden.union-investment.de/-snm-0000565340-1181101900-0000022431-00000000000-1182505338-enm-docme/downloads/deutsch/broschueren/8c40726ce6e3a3cd85157e1fe3df384a.0.0/POINT_FactSheet.pdf)

Anlage 46: Überblick über Rendite und Risiko der Anlagen in einzelnen Jahren

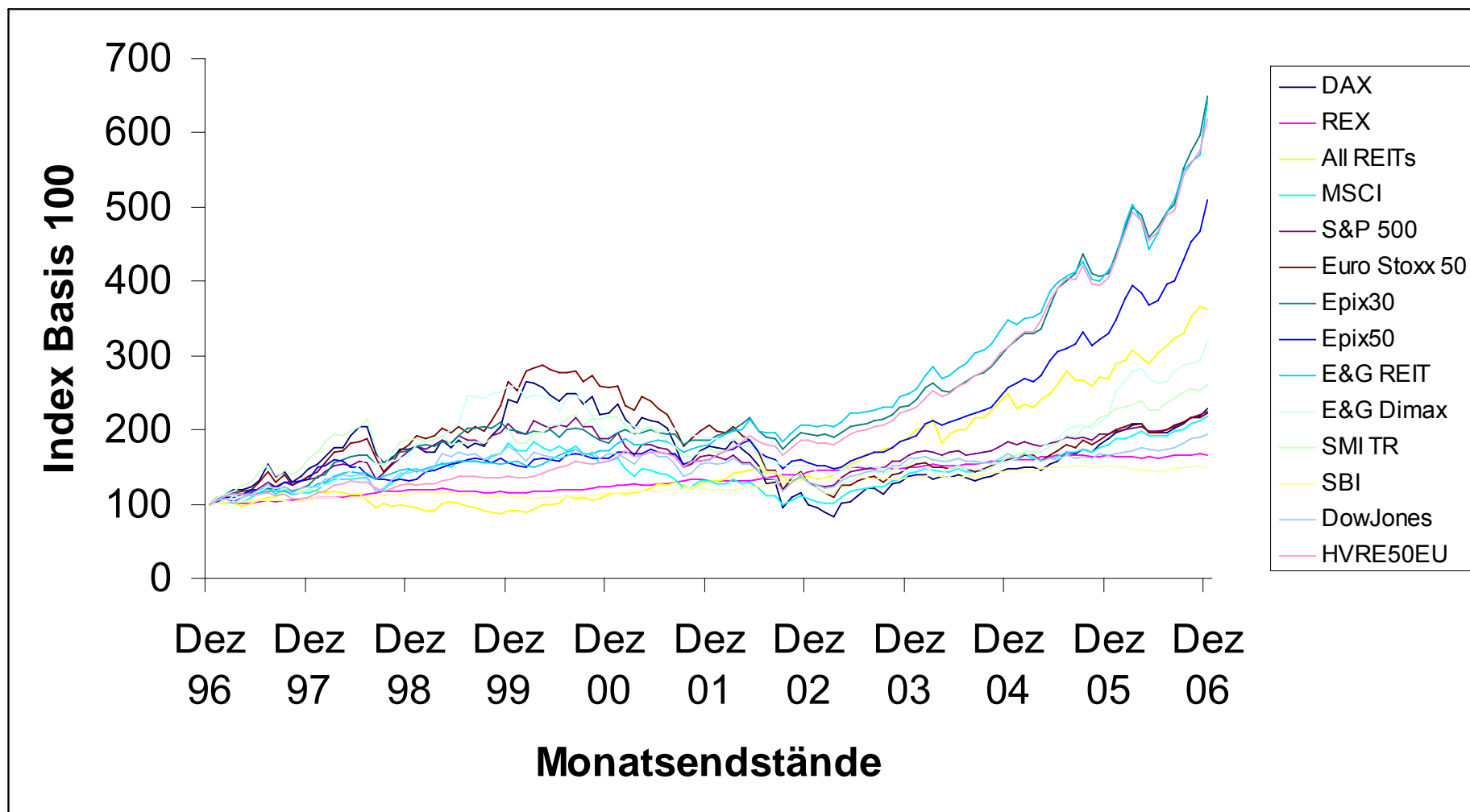
(Vgl. Datei: ÜberblickRenditeRisiko.xls.)

	2006		2005		2004		2003		2002		2001		2000	
	Rendite	Risiko	Rendite	Risiko	Rendite	Risiko	Rendite	Risiko	Rendite	Risiko	Rendite	Risiko	Rendite	Risiko
DAX	21,98%	9,36%	27,07%	11,58%	7,34%	10,21%	37,08%	28,63%	-43,94%	35,61%	-19,79%	27,26%	-7,54%	18,46%
REX	0,27%	2,52%	4,08%	2,49%	6,70%	2,20%	4,09%	3,64%	9,02%	2,97%	5,62%	3,10%	6,86%	2,33%
All REITs	34,35%	11,26%	8,29%	14,44%	30,41%	20,10%	38,47%	7,97%	5,22%	11,47%	15,50%	10,33%	25,89%	13,46%
MSCI	20,65%	6,94%	10,02%	7,85%	15,25%	7,81%	33,76%	11,81%	-19,54%	18,53%	-16,52%	17,40%	-12,92%	13,83%
S&P 500	15,79%	5,40%	4,91%	7,58%	10,88%	6,99%	28,68%	10,91%	-22,10%	19,77%	-11,89%	19,02%	-9,10%	16,42%
Euro Stoxx 50	18,05%	7,25%	24,30%	10,74%	9,38%	8,01%	18,42%	20,72%	-36,11%	30,02%	-19,15%	21,43%	-1,70%	14,29%
Epix30	57,56%	14,66%	32,15%	12,93%	33,32%	9,08%	20,08%	5,97%	4,22%	16,64%	2,55%	11,77%	-9,46%	9,01%
Epix50	53,97%	13,33%	28,29%	11,08%	36,39%	9,03%	20,78%	8,82%	-1,86%	15,75%	-1,08%	10,82%	3,31%	9,50%
E&G REIT	55,03%	19,14%	19,23%	10,90%	40,56%	10,50%	19,57%	7,55%	15,06%	14,82%	4,50%	10,94%	10,02%	8,70%
E&G Dimax	46,34%	17,79%	38,36%	8,72%	8,28%	8,72%	-3,24%	7,40%	-19,89%	14,46%	-2,28%	11,79%	-25,41%	16,06%
SMI Price	15,85%	8,56%	33,21%	8,15%	3,74%	8,84%	18,51%	15,39%	-27,85%	20,05%	-21,11%	13,49%	7,47%	14,93%
SMI TR	18,04%	8,33%	35,98%	7,78%	5,50%	9,17%	20,90%	16,17%	-26,56%	20,13%	-20,23%	13,53%	9,29%	15,12%
SBI	-0,74%	3,58%	4,87%	3,14%	5,68%	2,85%	0,92%	3,74%	12,47%	3,27%	3,89%	4,02%	3,87%	3,15%
DowJones	16,29%	4,53%	-0,61%	8,35%	3,15%	7,00%	25,32%	11,13%	-16,76%	20,71%	-7,10%	19,31%	-6,18%	16,18%
Nikkei	15,83%	14,99%	36,45%	14,06%	7,91%	12,38%	17,74%	16,13%	-18,63%	19,61%	-23,52%	19,25%	-29,45%	21,64%
EPRA Euro Zone	50,00%	13,31%	28,52%	10,79%	37,95%	7,62%	18,99%	6,84%	15,10%	15,66%	3,03%	12,18%	7,08%	6,97%
EPRA Europa	49,36%	12,43%	26,10%	10,09%	41,73%	8,69%	20,36%	11,83%	2,39%	15,65%	-0,16%	11,45%	17,37%	11,67%
HVRE50EU	53,45%	14,61%	29,30%	11,38%	38,36%	7,47%	21,93%	6,67%	15,76%	14,42%	1,63%	12,61%	13,89%	6,16%
HVRE20AS	16,88%	11,18%	17,44%	12,35%	27,95%	17,15%	7,71%	9,66%	16,90%	16,12%				
Henderson	50,98%	13,15%	36,82%	11,72%	41,79%	9,57%	20,53%	10,42%	5,80%	15,74%	-6,27%	14,96%	14,98%	9,27%
Morgan Stanley	52,02%	13,95%	24,43%	11,05%	35,04%	8,99%	17,41%	13,23%	4,16%	16,65%	-2,52%	12,68%	20,35%	13,61%
DEKA	16,80%	14,54%	29,18%	19,90%	13,71%	16,36%	11,76%	13,93%	-15,35%	11,96%	7,62%	15,50%	35,44%	15,47%
GPR Cont.Europ.	49,96%	13,88%												
GPR Glob.Top50	28,94%	13,08%												
AsienReitTop20	32,14%	14,60%												
Europa Top 15	43,91%	15,92%	16,99%	12,65%	43,76%	10,94%	25,83%	11,26%						
WeltReitTop30	33,85%	11,75%												
EuropaReitTop15	33,64%	19,36%												

[illegible]

Anlage 47: Charts einiger Indizes

(mit Basis 100, Monatsendstände, 10-Jahres-Betrachtung)²²⁴



²²⁴ Vgl. Datei: Chart-Vergleich.xls.

Anlage 48: Korrelations-Matrix

(15-Jahres-Zeitreihen)

	<i>DAX</i>	<i>REX</i>	<i>All REITs</i>	<i>MSCI</i>	<i>S&P 500</i>	<i>Euro Stoxx 50</i>	<i>Epix30</i>	<i>Epix50</i>	<i>E&G REIT</i>	<i>E&G Dimax</i>	<i>SMI Price</i>	<i>HVRE50EU</i>
DAX	1,000000											
REX	-0,126228	1,000000										
All REITs	0,247158	0,052944	1,000000									
MSCI	0,718822	-0,092567	0,315319	1,000000								
S&P 500	0,704420	-0,067436	0,309684	0,902217	1,000000							
Euro Stoxx50	0,935606	-0,045443	0,206084	0,777618	0,749005	1,000000						
Epix30	0,507076	-0,002735	0,318761	0,475906	0,433319	0,538012	1,000000					
Epix50	0,448262	0,096618	0,384213	0,462001	0,415827	0,484636	0,781040	1,000000				
E&G REIT	0,374919	0,081573	0,375079	0,368777	0,345009	0,408582	0,807106	0,708787	1,000000			
E&G Dimax	0,383742	-0,163627	0,149783	0,334883	0,289056	0,367083	0,573182	0,393265	0,369157	1,000000		
SMI Price	0,695212	-0,006814	0,198807	0,652606	0,643752	0,756906	0,519600	0,447546	0,392060	0,358437	1,000000	
HVRE50EU	0,469604	0,026904	0,359460	0,459190	0,385445	0,512113	0,843822	0,736315	0,888212	0,413058	0,497233	1,000000

Quellen- und Literaturverzeichnis

- Adelmeyer, Moritz / Warmuth, Elke [2005]:** Finanzmathematik für Einsteiger. Von Anleihen über Aktien zu Optionen. Zürich und Bern, ²2005.
- Auckenthaler, Christoph [2001]:** Mathematische Grundlagen des modernen Portfolio-Managements. Bern und Stuttgart, ³2001.
- Bourier, Günther [2003]:** Beschreibende Statistik. Wiesbaden, ⁵2003.
- Brinkmann, Ulf / Poddig, Thorsten / Seiler, Katharina [2004]:** Portfoliomanagement: Konzepte und Strategien. Theorie und praxisorientierte Anwendungen mit Excel™. Bremen, 2004.
- Brown, Keith C. / Reilly, Frank K. [2003]:** Investment Analysis and Portfolio Management. Notre Dame und Austin, ⁷2003.
- Brown, Stephen J. / Elton, Edwin J. / Goetzmann, William N. / Gruber, Martin J. [2007]:** Modern portfolio theory and investment analysis, Hoboken, New Jersey, ⁷2007.
- Buhl, Christian [2003]:** Portfoliotheorie, in: Zimmermann, Heinz (Hrsg.): Finance compact. Zürich, 2003, S. 81-106.
- Cumova, Denisa / Thießen, Friedrich [2003]:** Bessere Portfolios durch Optimierung mit Ausfallrisikomaßen, in: Kreditwesen 15 /2003, S. 844 – 850.
- Deutscher Bundestag [2007a]:** Gesetz zur Schaffung deutscher Immobilien-Aktiengesellschaften mit börsennotierten Anteilen.
<http://www.bgbportal.de/BGBL/bgb11f/bgb1107s0914.pdf>, abgerufen am 25.06.2007.
- Deutscher Bundestag [2007b]:** Sitzung des Deutschen Bundestages, Freitag, den 23. März 2007. Plenarprotokoll 16/89. Stenografischer Bericht. 89.
<http://dip.bundestag.de/btp/16/16089.pdf>, abgerufen am 25.06.2007.
- Dichtl, Hubert / Petersmeier, Kerstin / Poddig, Thorsten [2003]:** Statistik, Ökonometrie, Optimierung. Methoden und ihre praktischen Anwendungen in Finanzanalyse und Portfoliomanagement. Bremen, ³2003.
- Disch, Wolfgang / Füss, Roland [2004]:** Chancen und Risiken von Hedge Funds als Anlagekategorie. Diskussionsbeiträge Nr. 01/04. Villingen-Schwenningen, 2004.

- Disch, Wolfgang [2006]:** Geld und Währung. Skript zur Vorlesung an der Berufsakademie. Villingen-Schwenningen, 2006.
- Dörsam, Peter [2002]:** Mathematik anschaulich dargestellt. Heidenau, ¹⁰2002.
- Dreesbach, Stefan / Eller, Roland [2001]:** Technische und quantitative Wertpapieranalyse. Stuttgart: Deutscher Sparkassen Verlag, ²2001.
- Edele, Harald / Reibis, Florian [2007]:** Neue Wege im Portfoliomanagement, in: Die Bank, 02 / 2007, S. 12 – 18.
- Fischer, Donald E. / Jordan, Ronald J. [1991]:** Security Analysis and Portfolio Management. New Jersey ⁵1997.
- Franz, Thomas / Rottmann, Horst [2007]:** Die Performance deutscher Aktienfonds, in: WiSt 01 / 2007, S. 16 – 24.
- Füss, Roland / Hauser, Siegfried [2003]:** Portfoliostrategien im Zuge europäischer Finanzmarktintegration, in : WiSt 10 / 2003, S. 566 – 576.
- Garz, Hendrik / Günther, Stefan / Moriabadi, Cyrus [2000]:** Portfolio-Management. Theorie und Anwendung. Frankfurt, ³2000.
- Gramlich, Dieter / Peylo, Benjamin Tobias / Staaden, Martin [1999]:** Effiziente Portefeuilles im μ -VaR-Raum, in: Die Bank 06 / 1999, S. 422 – 425.
- Handelsblatt [2007a]:** Für Reits öffnet sich eine Tür, Handelsblatt, 27.02.2007, Nr. 41, S. 23.
- Handelsblatt [2007b]:** Mehr Flexibilität bei deutschem Reits-Gesetz, Handelsblatt, 20.03.2007, Nr. 56, S. 23.
- Haugen, Robert A. [1993]:** Modern investment theory. New Jersey, ³1993.
- Hübner, Roland / Schwaiger, Markus S. / Winkler, Gerhard [2004]:** Indirekte Immobilienanlagen im Portfoliomanagement am Beispiel des deutschen Marktes, in: Financial Markets and Portfoliomanagement Vol. 18, 2004 / Number 2, S. 181 – 198.
- HypoVereinsbank / UniCredit [2006]:** G-REIT. Einführung von REITs in Deutschland. München, 2006.
- Jörg, Petra / Loderer, Claudio / Roth, Lukas / Zraggen, Pius [2002]:** Handbuch der Bewertung. Praktische Methoden und Modelle zur Bewertung von Projekten, Unternehmen und Strategien. Zürich, ²2002.

- Kleeberg, Jochen M. [1996]:** Rendite und Risiko des Minimum-Varianz-Portfolios, in: ÖBA 08 / 1996, S. 587 -594.
- Kraus, Alexander [2006]:** Heureka! Der G-REIT kommt! Aktuelle Entwicklungen, Struktur der neuen Rechtsform und Möglichkeiten der Kapitalanlage. Studienarbeit im Ausbildungsbereich Wirtschaft, Fachrichtung Banken und Bausparkassen an der Berufsakademie Villingen-Schwenningen. Reutlingen, 2006.
- Kuck, André [2007]:** Value at Risk I. Marktrisiken. Skript zur Vorlesung an der Berufsakademie. Villingen-Schwenningen, 2007.
- Lange, Carsten / Lorenz, Wilhelm [1998]:** Varianz, Kovarianz und Korrelation, in: WiSt 03 / 1998, S. 153 – 157.
- Leiser, Wolf [2000]:** Angewandte Wirtschaftsmathematik: Modellierung und Bearbeitung von Fallstudien mit Excel[®]. Stuttgart, 2000.
- Mailloc Lopez De Prado, Marcos / Peijan, Achim [2004]:** Measuring Loss Potential of Hedge Fund Strategies. Zürich, 2004.
- Markowitz, Harry [1952]:** Portfolio Selection, in: The Journal of Finance, Volume 7, Issue 1. New York 1952, S. 77 – 91.
- Mertens, Detlef [2004]:** Portfolio-Optimierung nach Markowitz. Frankfurt, 2004.
- Richard, Hermann-Josef [1991]:** Aktienindizes: Grundlagen ihrer Konstruktion und Verwendungsmöglichkeiten unter besonderer Berücksichtigung des Deutschen Aktienindizes – DAX. Diss. Paderborn 1991.
- Rottmann, Horst / Walter, Christian [2004]:** Performancemessung der Dividendenstrategie, in: WiSt 10 / 2004, S. 603 – 608.
- Schuhmacher, Frank [1998]:** Portfolioselektion unter Berücksichtigung des geometrischen Mittels, in: WiSt 06 / 1998, S. 315 – 318.
- Spremann, Klaus [1997]:** Diversifikation im Normalfall und im Stressfall, in: ZfB 67. Jg. (1997) Heft 8, S. 865 – 886.
- Spremann, Klaus [2003]:** Portfoliomanagement. München u. a., ²2003.
- Steiner, Peter / Uhlir, Helmut [1993]:** Wertpapieranalyse. Graz / Wien, ³1993.

Strunkheide, Nicole [2004]: Optimierung von Portfolios international investierender Immobilienfonds. Diskussionsbeiträge zur Bankbetriebslehre – Band 24. Frankfurt am Main, 2004.

UBS [2005a]: UBS research focus. Immobilien. Zürich, 2005.

UBS [2006a]: Intelligent in Immobilien investieren, in: UBS Keyinvest. Magazin, Nr. 1 (2006), S. 8-17.

UBS [2007]: Der Reiz der REITs, in: UBS Keyinvest. Magazin, Nr. 1 (2007), S. 37.

Wegmann, Patrick [2003]: Risiko auf Finanzmärkten, in: Zimmermann, Heinz (Hrsg.): Finance compact. Zürich, 2003, S. 61-80.

Zimmermann, Heinz [2003]: Renditen auf Finanzmärkten, in: Zimmermann, Heinz (Hrsg.): Finance compact. Zürich, 2003, S. 37-59.

Internetquellen

Allianz AG [2007]: Portfoliooptimierung in der Praxis, http://www.aalto-online.de/newsfiles/Allianz_070416_PFOptimierung_Praxis.pdf, abgerufen am 02.05.2007.

DekaBank [2006]: DekaTeam-Immoflex USA TF, <http://www.deka.de/globaldownload/de/fonds/jahresportraits/IE0001820160.pdf>, abgerufen am 22.06.2007.

Deutsche Börse [2004]: Leitfaden zu den REX[®]-Indizes, Version 3.9 November 2004, http://deutsche-boerse.com/dbag/dispatch/de/binary/gdb_navigation/information_services/30_Indices_Index_Licensing/60_Guidelines_Short_Information/Content_Files/50_rentenindizes/rex_guide.pdf, abgerufen am 26.03.2007.

Deutsche Börse [2007]: Leitfaden zu den Aktienindizes der Deutschen Börse, Version 6.2 März 2007, http://deutsche-boerse.com/dbag/dispatch/de/binary/gdb_navigation/information_services/30_Indices_Index_Licensing/60_Guidelines_Short_Information/Content_Files/10_aktienindizes/equity_indices_guide.pdf, abgerufen am 26.03.2007.

Deutsche Bundesbank [2006]: Zeitreihen des DAXP, DAXK, REX und REXP, als Mailanhang auf Nachfrage, siehe Datei auf der Compact Disc: DAXK-DAXP-REX-REXP.xls.

Deutsche Bundesbank [2007a]: Zeitreihe DAX, http://www.bundesbank.de/statistik/statistik_zeitreihen.php?func=row&tr=wu3141, abgerufen am 26.03.2007.

Deutsche Bundesbank: [2007b]: Kapitalmarktstatistik, Zeitreihen des DAXP, DAXK, REX und REXP, <http://www.bundesbank.de/download/volkswirtschaft/kapitalmarktstatistik/2006/kapitalmarktstatistik012006.pdf>, S. 7, abgerufen am 26.03.2007.

Deutsche Bundesbank [2007c]: Zeitreihe REX, http://www.bundesbank.de/statistik/statistik_zeitreihen.php?func=row&tr=wu035a, abgerufen am 26.03.2007.

Ellwanger & Geiger [2007a]: Kursliste E&G Dimax, [http://www.privatbank.de/web/cmseug.nsf/0/D4A6C0884E7F5B7BC12571E20047089F/\\$file/DIMLIST0.pdf?OpenElement](http://www.privatbank.de/web/cmseug.nsf/0/D4A6C0884E7F5B7BC12571E20047089F/$file/DIMLIST0.pdf?OpenElement), abgerufen am 22.01.2007.

Ellwanger & Geiger [2007b]: Zeitreihen E&G Epix, [http://www.privatbank.de/web/cmseug.nsf/0/C40DCC27BB23B490C125728400602E18/\\$file/Epix30.xls?OpenElement](http://www.privatbank.de/web/cmseug.nsf/0/C40DCC27BB23B490C125728400602E18/$file/Epix30.xls?OpenElement), abgerufen am 22.01.2007.

- Ellwanger & Geiger [2007c]:** Zeitreihe E&G Erix, [http://www.privatbank.de/web/cmseug.nsf/0/F19E00939D393ECEC1256FE30049E272/\\$file/Erix%2010.xls?](http://www.privatbank.de/web/cmseug.nsf/0/F19E00939D393ECEC1256FE30049E272/$file/Erix%2010.xls?OpenElement)
OpenElement, abgerufen am 22.01.2007.
- EPRA [2007]:** Charts, <http://www.epra.com/indices.jsp>, abgerufen am 10.03.2007.
- Europäische Zentralbank [2007]:** Jahresbericht 2006, http://217.110.182.54/download/ezb/jahresberichte/2006jb_ezb.pdf, abgerufen am 02.04.2007
- Eurostat [2007]:** Verbraucherpreisindex, http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page?_pageid=1996,39140985&_dad=portal&_schema=PORTAL&screen=detailref&language=de&product=Yearlies_new_economy&root=Yearlies_new_economy/B/B2/B21/dba10000,
abgerufen am 01.06.2007.
- Global Property Research [2007a]:** The GPR 250 REIT Index, <http://www.propertyshares.com/images/pdf/LaunchGPR250REITIndex.pdf>,
abgerufen am 10.03.2007.
- Global Property Research [2007b]:** Links, <http://www.propertyshares.com/algemeen/links/indexLinks.asp>, abgerufen am 10.04.2007.
- Hager, Peter [o. J.]:** Varianz-Kovarianz-Modell, in: http://www.risknet.de/fileadmin/template_risknet/images_content/Methoden/VaR-Verfahren_RiskNET.pdf,
abgerufen am 14.04.2007.
- Handelsblatt [2007a]:** Zeitreihe Euro / US-Dollar, http://www.handelsblatt.com/news/default.aspx?_p=200023&_t=wp1_quoteshistory&wp1_symbol=X%3aSEURUSD.GTS,
abgerufen am 26.02.2007.
- Handelsblatt [2007b]:** Zeitreihe REXP, http://www.handelsblatt.com/pshb/fn/relhbi/sfn/buildhbi/cn/cn_wp1_history/cnct/0/strucid/200007/pageid/200023/wp1_pat/FREXP.IND/SH/0/depot/0/index.html, abgerufen am 26.02.2007.
- Henderson Global Investors [2007]:** Henderson Horizon Fund Henderson Horizon Pan European Property Equities Fund, <http://www.henderson.com/documentstore/hof2/2a61937d-ece9-42fe-aa9b-d668161b537f.HOF2.pdf>, abgerufen am 22.06.2007.
- HypoVereinsbank / UniCredit [2007a]:** GPR / HVB Asia Top 20 REIT (Performance-) Index, <http://www.hypovereinsbank.de/indexing/deu/portal/download?document=22887>,
abgerufen am 10.06.2007.

HypoVereinsbank / UniCredit [2007b]: GPR / HVB Euro Top 50 Real Estate (Performance-) Index, <http://www.hypovereinsbank.de/indexing/deu/portal/download?document=23309>, abgerufen am 10.06.2007.

HypoVereinsbank / UniCredit [2007c]: FTSE EPRA / NAREIT Euro Zone Net Total Return Index, <http://www.hypovereinsbank.de/indexing/deu/portal/download?document=17384>, abgerufen am 10.06.2007.

HypoVereinsbank / UniCredit [2007d]: FTSE EPRA / NAREIT Europa Net Total Return Index, <http://www.hypovereinsbank.de/indexing/deu/portal/download?document=17384>, abgerufen am 10.06.2007.

Kobler, Alexander [2004]: How to integrate real estate investments into a portfolio, http://www.ubs.com/1/ShowMedia/ubs_ch/wealth_mgmt_ch/wmmagazine/archive?contentId=65613&name=Real+Estate+E#search=%22alexander%20kobler%20how%20to%20integrate%20real%20estate%20investments%20into%20a%20portfolio%22, abgerufen am 13.04.2007.

KPMG [2005]: Einführung des Real Estate Investment Trust (REIT) in Deutschland: http://www.kpmg.de/library/pdf/Einfuehrung_des_Real_Estate_Investment_Trust_REIT_in_Deutschland_de.pdf, abgerufen am 29.07.2006.

Kunz, Roger M. [2005]: Rendite, Risiko und Grundlagen der Statistik (Vorlesungsskript), http://www.wvz.unibas.ch/cofi/teaching/courses/ws2005-06/afm/material/AFM10_RenditeRisikoStatistik.pdf, abgerufen am 14.04.2007.

Morgan Stanley [2007]: European Property Fund, <http://customer.morningstareurope.com/uk/mst/sicavpdf/enfxlux02646.pdf>, abgerufen am 22.06.2007.

NAREIT [2007a]: The investor's guide to Real Estate Investment Trusts (REITs), <http://www.investinreits.com/learn/investguide.pdf>, abgerufen am 07.04.2007.

NAREIT [2007b]: Forming and Operating a Real Estate Investment Trust, <http://www.investinreits.com/learn/formingareit.cfm?printPage=1&>, abgerufen am: 07.04.2007.

NAREIT [2007c]: Wissenswertes über REITs, http://www.investinreits.com/translations/GE_The_REIT_Story.cfm, abgerufen am 07.04.2007.

NAREIT [2007d]: REIT Story, <http://www.investinreits.com/learn/reitstory.pdf>, abgerufen am 07.01.2007.

NAREIT [2007e]: Dividends, <http://www.investinreits.com/reasons/dividends.cfm>, abgerufen am 07.01.2007.

NAREIT [2007f]: Diversification Benefits of REITs, <http://www.investinreits.com/reasons/diversification.cfm>, abgerufen am 07.04.2007.

NAREIT [2007g]: Why invest in REITs? <http://www.investinreits.com/reasons/performance.cfm>, abgerufen am 07.04.2007.

NAREIT [2007h]: Characteristics of REIT Types, <http://www.investinreits.com/waystoinvest/comparison.pdf>, abgerufen am 07.04.2007.

NAREIT [2007i]: REIT Membership in the S&P Indexes, http://www.investinreits.com/waystoinvest/sandp_index.cfm, abgerufen am 07.04.2007.

NAREIT [2007j]: ReitWatch, <http://www.nareit.com/REITWatch/RW0609.pdf>, abgerufen am 07.09.2006.

NAREIT [2007k]: Index Values and Returns, <http://www.nareit.com/library/global/Global%20Returns.pdf>, abgerufen am 07.04.2007.

NAREIT [2007l]: Frequently asked questions, <http://www.nareit.com/library/domestic/ftseQandA.pdf>, abgerufen am 22.04.2007.

REITs in Deutschland [2007]: Real Estate Investment Trusts, <http://reits-in-deutschland.de/index.php?id=26&L=0>, abgerufen am 30.04.2007.

Scognamiglio, Donato [2006]: Grundlagen der Risikomessung, <http://www.ifm.unibe.ch/download/lehre/val/Kapitel8.pdf>, abgerufen am 15.04.2007.

Statistisches Bundesamt [2006]: Verbraucherpreisindex und Index der Einzelhandelspreise. Lange Reihe ab 1948, http://www.destatis.de/download/d/preis/jahr_ab_1948.pdf, abgerufen am 26.03.2006.

UBS [2002]: Europa Top 15 Immobilien Zertifikat, http://keyinvest.ibb.ubs.com/k2/Contributions/TermSheets/ImmoTermsheet_X-13859.pdf, und <http://keyinvest.ibb.ubs.com/k2/Contributions/Products/monthlyupdates/REITSGESAMT-53322.pdf>, abgerufen am 15.03.2007.

UBS [2005b]: UBS ASIA TOP 20, http://keyinvest.ibb.ubs.com/k2/Contributions/Products/brochures/FS_UBS_Asia_REIT_neues_Layout-151910.pdf, abgerufen am 15.03.2007.

- UBS [2005c]:** UBS Europa REIT (ex UK), http://keyinvest.ibb.ubs.com/k2/Contributions/Products/brochures/FS_UBS_REIT_Europa_ex_UK_neues_Layout-151902.pdf, abgerufen am 15.03.2007.
- UBS [2005d]:** UBS Welt REIT (ex USA), http://keyinvest.ibb.ubs.com/k2/Contributions/Products/brochures/FS_UBS_REIT_Welt_ex_USA_neues_Layout-151898.pdf, abgerufen am 15.03.2007.
- UBS [2005e]:** UBS Welt REIT TOP 30, http://keyinvest.ibb.ubs.com/k2/Contributions/Products/brochures/Reit-TOP-30_06-21249.pdf, abgerufen am 15.03.2007.
- UBS [2006b]:** UBS Europa REIT TOP 15, http://keyinvest.ibb.ubs.com/k2/Contributions/Products/brochures/FS_UBS_Europa_REIT_neues_Layout-151906.pdf, abgerufen am 15.03.2007.
- Winkler, Gerhard [2007]:** Asset Management, http://www.wu-wien.ac.at/kreditwirtschaft/SBWL/LVs_WS/VK6/AM1.pdf, abgerufen am 02.04.2007.
- Zimmermann, Heinz [1998]:** Statistische Grundlagen der Finanzmarkttheorie, <http://www.wvz.unibas.ch/finance/teaching/generallecturenotes/1%20Statistische%20Grundlagen.pdf>, abgerufen am 03.04.2007.

Verfasser:

Dipl.-Betriebswirt (BA) Alexander Kraus, Volksbank Reutlingen eG

Dipl. Kfm. Franz Josef Untenberger, Volksbank eG Villingen-Schwenningen

Dozent an der Berufsakademie Villingen-Schwenningen

Tel.: 07721/802-1764

Email: FranzJosefUntenberger@Volksbank-Villingen.de

Bisher sind in der Schriftenreihe folgende Bände erschienen:

- Nr. 01/04 Chancen und Risiken von Hedge Funds als Anlagekategorie
Prof. Dr. Wolfgang Disch und Dr. Roland Füss
- Nr. 02/04 Asset Securitisation – Die Verbriefung bankeigener Forderungen als neue Herausforderung für Genossenschaftsbanken
Dipl. Betriebswirt (BA) Stephanie Burger und Dipl. Franz Josef Untenberger
- Nr. 03/06 Auswirkungen von Basel II auf die Finanzierung mittelständischer Unternehmen im genossenschaftlichen Sektor
Dipl. Betriebswirt (BA) Beate Wiertzbiki und Dipl. Franz Josef Untenberger
- Nr. 04/08 Neue Strukturen und weiteres Wachstum von Kreditderivaten im genossenschaftlichen Sektor
Dipl. Bw. (BA) Olivia Pastari und Dipl. Franz Josef Untenberger