

〔原著論文〕

空力最適化の流体力学的課題

・東北大・院・工学研究科 塚 原 孝 則

・東北大・工 大 林 茂・中 橋 和 博

単純化された翼型設計問題に対して、3つの異なる最適化アルゴリズム（勾配法・焼きなまし法・遺伝的アルゴリズム）を適用し、翼型形状の空力最適化を行った。まず、2設計変数の最適化問題に対する目的関数の分布を表わし、空力最適化の困難性を示した。次に4設計変数に対して最適化を行い、遺伝的アルゴリズムが最も良い結果を与えることを示した。最後に、最適化の設定として重要な設計変数の選び方に注目し、その流体力学的な課題を議論する。

Challenge to Fluid Dynamics for Aerodynamic Optimization

Takanori TSUKAHARA, Shigeru OBAYASHI and Kazuhiro NAKAHASHI

Department of Aeronautics and Space Engineering, Tohoku University

(Received 29 October, 1996; in revised form 27 December, 1996)

Three different optimization algorithms, the gradient-based method, Simulated Annealing and Genetic Algorithm, have been discussed for airfoil design using the approximation concept. First, distribution of the objective function for the simplified airfoil shape optimization problem is visualized. The visualization indicates the difficulty of the aerodynamic optimization and the theoretical challenge to fluid dynamics. Then, performance of the three optimization algorithms is directly compared. The results suggest that a global optimization strategy is necessary and Genetic Algorithm is the best for the aerodynamic optimization. Finally, this paper provides a guidance in the selection of design variables before the optimization.

(KEY WORDS) : Aerodynamic optimization, The gradient-base method, Simulated Annealing, Genetic Algorithm, Local optimum, Global optimum

1. 緒 言

現在、様々な最適化手法が考案されており、多くの分野に適用されている。工学的な応用例1つとして、設計自動化をめざした形状最適化があげられる。近年の計算流体力学（CFD）の発達にともない、航空工学の分野でも空気力学的に最適な形状を求める空力最適化が盛んに研究されるよ

うになってきた。

しかし、それらの研究の多くは、既存の最適化法を流体力学の方程式に適用しただけのものである。最適化すべき目的関数や設計変数自体を、流体力学的観点から理論的に考察した例はほとんどない。そこで本研究では、空力最適化問題が適切に設定されているのかを考えてみたい。代表的な最適化法と単純化された空力設計問題を考えることにより、適切な空力最適化問題には何が望まれるのかを明らかにし、空力最適化のための流体力学的課題を提案する。

本研究では、代表的な最適化法として、勾配法¹⁾、遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm、

*〒980 仙台市青葉区荒巻

E-mail:tsuka@ad.mech.tohoku.ac.jp

obayashi@ad.mech.tohoku.ac.jp

nakahash@ad.mech.tohoku.ac.jp

GA)²⁾、そして焼きなまし法 (Simulated Annealing, SA)³⁾ の3つを取り上げ概説する。勾配法は、他の2手法よりは計算時間が短くて済むが、局所解に収束する可能性が大きい。ところが、GA や SA では計算時間は比較的多くかかるが、大域的最適解を近似的に求めることができる。

また、最適化問題としては、近似的最適化概念に基づく翼型最適化を考える。最適化すべき形状をどのように定義するか、すなわち設計変数をどのように設定するかは、非常に重要な問題である。特に、翼型の空力性能は形状の微小な変化に敏感であり、精密な形状定義を一般的に行うためには、多くの設計変数を必要とする。設計変数の個数は最適解を探索する設計空間の次数を決める。このため、設計変数はなるべく少ない方が望ましい。そこで、一般的な形状定義を行う代わりに、既存の設計例をいくつか取りその線形結合で形状を表す近似的最適手法が提案されている¹⁾。この手法では、設計変数を格段に減らせる一方、変数の定義域を負から正まで幅広くとればかなり自由度のある形状を表現できる。

2. 最適化法

2.1 勾配法

目的関数の最大化を考えると、この方法は山登り法ともいえるべき単純な考え方に基づいている。すなわち、ある地点から山の頂上にたどり着くためには、その場での勾配の一番きつい方向に上っていけばよい¹⁾。

$$\mathbf{X}^{q+1} = \mathbf{X}^q + \alpha \cdot \mathbf{S}^q \quad (q: \text{試行回数}) \quad (1)$$

ここで \mathbf{X} は設計変数ベクトル、 \mathbf{S} は探索方向ベクトル、 α はステップ幅を表わし、 \mathbf{S} に目的関数の勾配が使われる。

この方法が、頂上は1つしかないということを仮定していることは、ほぼ自明であろう。このような仮定は現実的ではない。しかし逆に、山が1つしかないことが保証されれば、この方法で必ず頂上にたどり着ける。すなわち、目的関数が微分可能かつ凸であれば、この方法で求められた最適解は大域的最適解であることが分かっている。

現実的には、勾配法は初期設計のごく近傍で局

所的な最適解を求めているだけである。このため、勾配法を用いるときは初期値を変えていくつもの局所的最適解を求め、そのうちからベストのものを選ぶという操作が必要になる。

2.2 GA

GA は、自然進化に見られる過程 (染色体の選択や交叉、あるいは突然変異) をヒントにして考案されたアルゴリズムである²⁾。設計変数を遺伝子として、初期設計の集団をランダムに生成し、その目的関数に対する適応度を評価する。適応度に応じて親を選択し、交叉と突然変異で子を作る。世代を繰り返すことにより最適解を探索する。

GA は勾配法より大域的な最適解を探索できる。しかし、どのような条件で最適解に収束するのは理論的に明らかではない。だが、勾配法でいくつもの初期値から得られた局所的最適解からベストのものを選ぶことを考えると、どちらも理論的とはいえない。むしろ、勾配法で初期値を変えるという任意性のある操作を、GA では確率論的探索の形でアルゴリズムに取り入れているといえよう。

2.3 SA

SA は、高温で溶解した金属が冷えるときの“焼きなまし”との類比から考案されたアルゴリズムである。つまり、金属はゆっくり冷えることによって純粋な結晶が作られ、最小エネルギー状態に落ち着く。エネルギー E はボルツマンの確率分布

$$\text{Prob}(E) = \exp(-E/kT) \quad (2)$$

に従い、確率的に推移する。ボルツマン定数 k は自然界で温度とエネルギーを関連づける定数である³⁾。

そこで目的関数を最小化するとき、SA では \mathbf{X}^q に適当な擾乱を加え、目的関数が減るなら無条件に、増える場合には $\exp(-\Delta E/kT)$ で与えられる確率で、 \mathbf{X}^{q+1} として設計を更新する。このとき、単に目的関数の値が減る場合だけを受け入れるなら、山登り法の逆をしているだけで局所解しか探索できない。ボルツマン分布に従う確率で悪い解を受け入れるので、大域的に最適解を探

索することが可能となる。この方法は、統計力学との類比から、ある仮定のもとで最適解に漸近的に収束することが証明されている。

しかし、有限の試行回数で、より早く近似的な最適解を得るためには、擾乱の入れ方や焼きなましのスケジューリングなどの設定に難しさがあり、結局いくつかの初期値から最適解を求め比較することになる。

3. 翼型設計

3.1 非圧縮性・非粘性流の場合

3.1.1 定式化

既存の翼型を用いて、新しい翼型を線形結合

$$Y = a_1 Y^1 + a_2 Y^2 + a_3 Y^3 + a_4 Y^4 \quad (3)$$

で表わす。このとき係数 $a_1 \sim a_4$ が設計変数となる。ここで、 $Y^1 \sim Y^4$ はそれぞれ NACA2412, NACA64-412, NACA65-415, NACA64A215 の与えられた x 座標での上下面の y 座標のベクトルである¹⁾。

最適化問題として

最大化 : C_l (揚力係数)

制約条件 : $t/c = 0.15$ (翼厚比)

を考え、目的関数に制約条件をペナルティとした

$$F = C_l \cdot \exp(-100 \cdot |t/c - 0.15|) \quad (4)$$

をとる。流れ場は2次元非粘性・非圧縮性と考え、パネル法を用いて解析し、迎角6度に設定する。

3.1.2 目的関数の分布

ここでは、容易に目的関数の分布を表現できるように2設計変数 (a_1, a_2) のみを用いて、 $-5 < a_1, a_2 < 5$ の範囲で0.2刻みで変えて、目的関数の値をすべて計算してみた。図1には C_l のみの分布、図2には式(4)の分布を示す。設計変数がともに負の場合、上下面が重なって形状が物理的に正しく定義されないため、目的関数の値を強制的に0とした。

図1において、基底翼型はどちらも翼厚12%なので、制約条件から

$$a_1 + a_2 = 15/12 \quad (5)$$

の関係を満たす直線上に求める最大値が存在すると予想される。しかし、2つの翼型は異なる翼厚分布を持つため、目的関数の分布は単純な山にならず、多くの鋭く切り立った山となっている。更に、図1では $a_1 = a_2 = 5$ のとき最大揚力を示している。ところがこの場合、最大翼厚約120%となり、事実上受け入れられない。これは流れの式が線形化され、2設計変数しか含まれていないので、

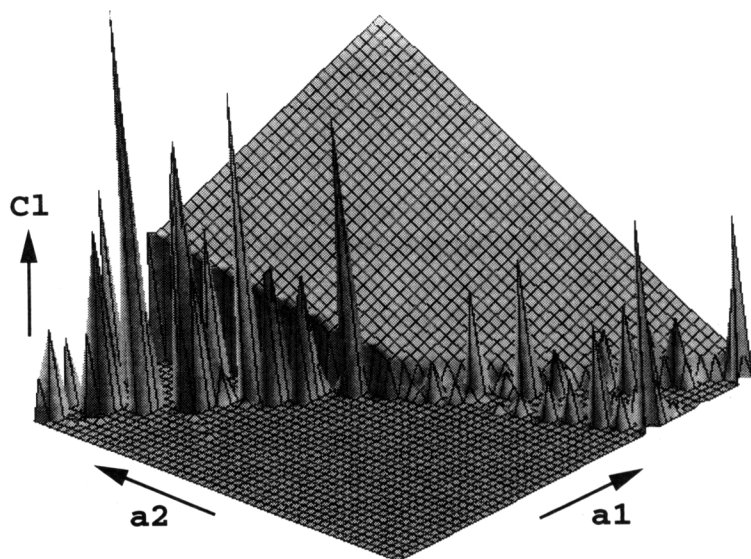


図1 揚力分布

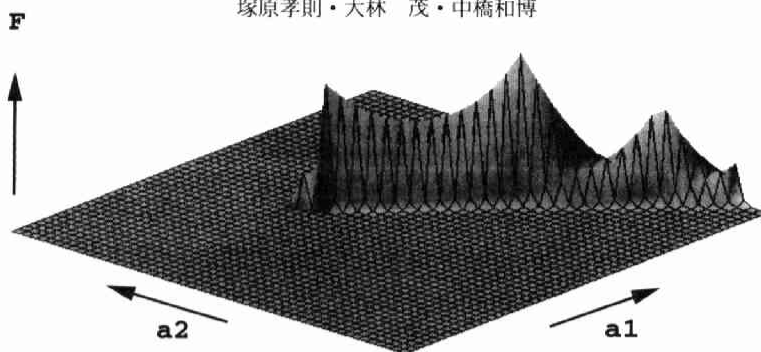


図2 目的関数(式(4))の分布

ともに正で大きい値の場合には滑らかな分布になってしまうからである。また図2において、図1と比べると大幅に山の分布が減少していることが分かる。これは制約条件の影響の効果によるものであって、式(5)に沿った狭い範囲に山が分布している。

このような問題に勾配法を適用することを考えてみる。まず、真の最適解を求めるには、最適値の十分近傍に初期値をとる必要がある。目的関数がこのように鋭く切り立った分布を示す場合、これはほぼ不可能に近い。実際、(1, 0)や(0, 1)のように自明な初期値では、図のような稜線にたどり着けない。かりに運良くこの稜線にたどり着いたとして、局所的な最適値を求めても、一番低い頂点のように現実的でない解に到達する可能性がある。

GAやSAは適用可能であるが、SAでは初期値からこの稜線にたどり着くために、特に多くの繰り返しを必要とするであろう。また、両手法と

もに、稜線を形成する特別な方向を認識するわけではないので、最適値を2次元的に探索するために、多くの無駄をしていると考えられる。

3.1.3 4 設計変数に対する最適化

今まで述べてきたように、2設計変数さえも空力最適化問題は複雑であることが分かった。今度は、設計変数を4つに増やして、勾配法・SA・

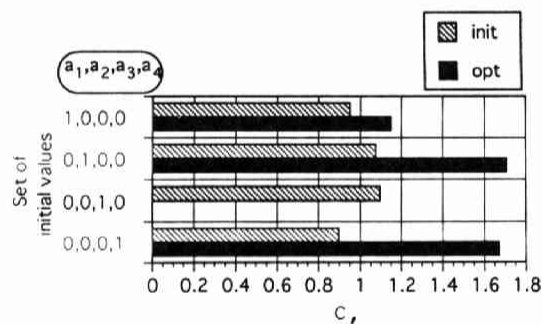


図3 勾配法による最適結果

Example	Comment	a_1	a_2	a_3	a_4	C_t	t/c
Case2	Initial	0.0	1.0	0.0	0.0	1.0730	0.12
◇	Optimum	3.3730	4.9997	-3.0465	-2.9189	1.7087	0.1510

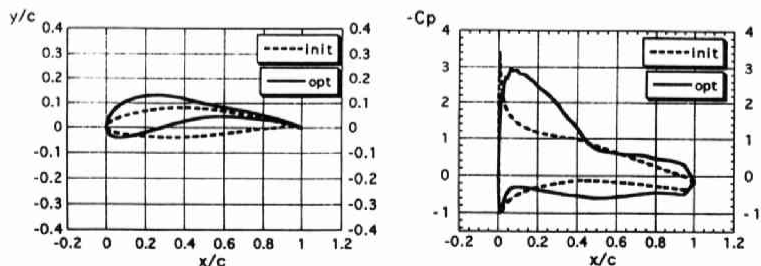


図4 勾配法による最良結果

GA の 3 手法を用いて、目的関数式(4)に関して最適化を行い、それぞれの最適翼型の性能比較をする。図3は、Vanderplaatsによる最適化ソフト(ADSプログラム)⁴⁾を用いたときの勾配法による最適化結果である。ここでは、実行可能方向法(feasible direction method)を適用し、勾配は有限差分法により計算された。4通りの初期値

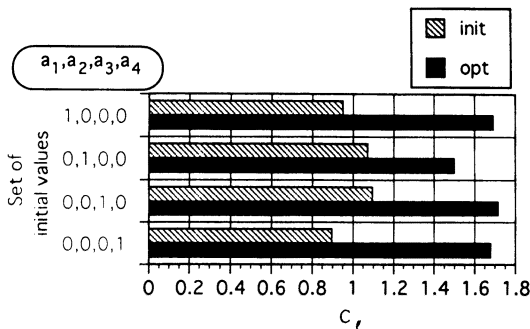


図5 SAによる最適結果

から最適化されたが、最終的にそれぞれ異なる最適結果を示した。初期値(a_1, a_2, a_3, a_4) = (0,1,0,0)の場合が最も高い揚力となり、一方、(a_1, a_2, a_3, a_4) = (0,0,1,0)の場合は、翼厚が負になったあと計算を続けることができず、結局最も悪い結果を示したことになった。図4は、初期値(a_1, a_2, a_3, a_4) = (0,1,0,0)の場合の初期翼型と最適翼型の形状と圧力分布を示している。ここで得られた翼型は流体力学的に洗練されているとは言えないが、今考えている最適化問題は実用設計を与えるにはあまりにも単純化しすぎていることを考慮すべきである。

図5は、SAを用いた最適結果である。勾配法と同様に4通りの初期値から始めているにもかかわらず、全ての場合の初期値で最適解が得られているので、SAは勾配法よりもロバストであると言える。最も良い結果を示したのは、初期値(a_1, a_2, a_3, a_4) = (0,0,1,0)の場合で、勾配

Example	Comment	a_1	a_2	a_3	a_4	C_l	t/c
sa-3	Initial	0.0	0.0	1.0	0.0	1.0946	0.15
"	Optimum	4.9120	2.9618	-1.2422	-4.4522	1.7158	0.15

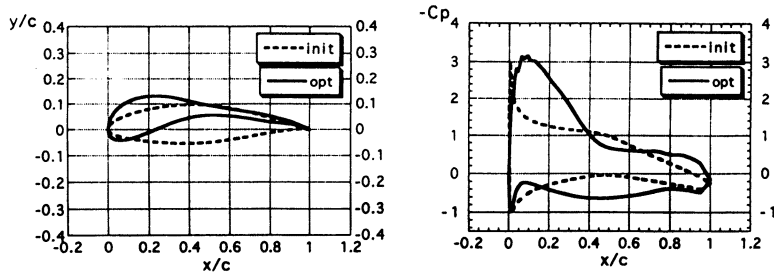


図6 SAによる最良結果

a_1	a_2	a_3	a_4	C_l	t/c
2.4678	2.8949	-0.7526	-2.6406	2.4583	0.15

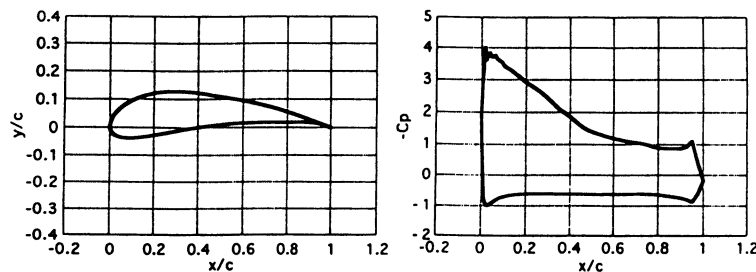


図7 GAによる最適結果

法のときよりもわずかに性能は良くなった。このときの翼型形状と圧力分布を図6に示す。

図7は、GAによって得られた最適翼型と圧力分布を表している。ここでは、設計変数を実数のままコード化して単純GAを適用している。

GAは勾配法やSAのようなある1つの初期値というよりも、ランダムに決められた初期集団から始まる。200個体の集団とし、35世代を越えた所で、集団のほとんどが最適値に収束した。この結果から、GAがより大域的な最適解を探索するのに効果的であると言える。

図8は、3手法に対して必要とした目的関数の評価回数を示している。勾配法とSAの場合は、4通りの初期値による最適化に要した評価回数の合計である。この図より、GAが最も時間をかけていることが一目瞭然だが、勾配法やSAでは、より良い解を与えるために、何通りかの初期値から

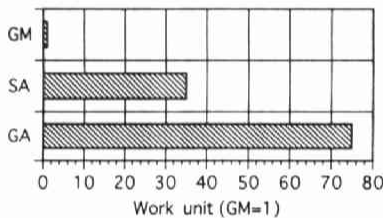


図8 勾配法・SA・GAの評価回数

始めて計算をする必要がある。ところが、一般的に初期値を選択する方法がないので、ランダムに決めるしかない。結果的に、勾配法とSAは効率という点では不十分である。従って、全般的に見れば、GAが3手法のなかで最も良い方法であると言える。

3.2 圧縮性・粘性流の場合

3.2.1 定式化

新しい翼型の定義は式(3)に従い、次のような最適化問題を考える。

最大化 : L/D (揚抗比)

制約条件 : $t/c = 0.15$ (翼厚比)

式(4)と同様に、目的関数に制約条件をペナルティとした

$$F = (L/D) \cdot \exp(100 \cdot |t/c - 0.15|) \quad (6)$$

をとる。流れ場は2次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式を、マッハ数0.75、レイノルズ数 10^5 、迎角1度の条件で解く。ここでは、実際に最適化法を適用する代わりに、目的関数の分布のみを示す。

3.2.2 目的関数の分布

3.1.2節と同様の方法で、目的関数の分布をすべて計算した(ただし、刻み幅は0.4)(図9)。この場合も、設計変数がともに負のとき、翼型の

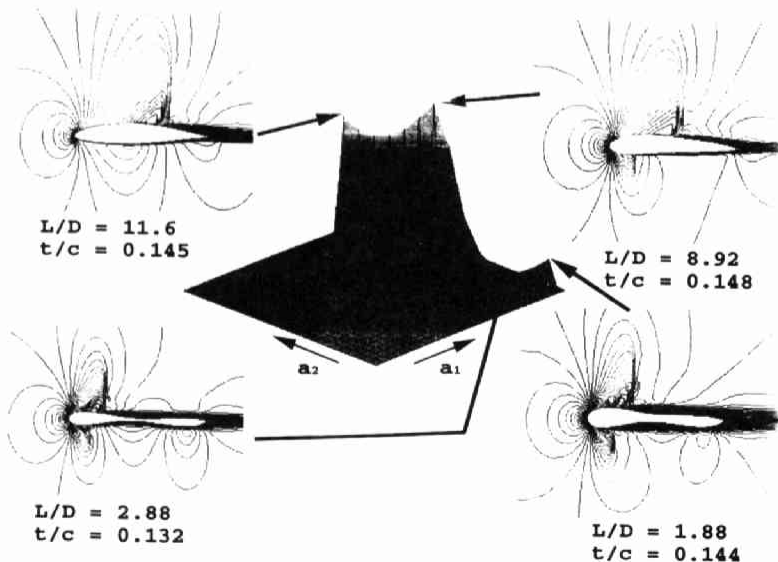


図9 目的関数(式(6))の分布と代表的な流れ場

形状が正しく定義できなかったり、設計変数がともに正で大きい値のときに大きな剥離を生じて計算が収束しなかったりしたので、これらのときは目的関数の値を強制的に0とした。図9においても図2のように、分布は単純な山にはならず、図に示すような3つの頂点を持つ。ここで、図中の稜線の頂点や鞍部で、どのような流れ場になるかを等マッハ線で示してある。高い揚抗比を与える2つの頂点では、翼型らしい形状となっているが、より低い頂点と鞍部では、凹面のある形状になっている。

3.3 最適化問題の再定義

図2, 9では、最適値は一本の稜線上にある。すなわち、設計変数をうまく変換すると、設計空間が2次元から1次元になる。問題のランクが1つ下がると、最適化がはるかに少ない計算で行える。実際、1次元ならば黄金分割法のように初等的ではあるが信頼性の高い解法が活用できる。

そこで、最適化を行う前に、問題のランクを下げられるかどうか、あるいは設計変数に何らかの直交化が可能かどうかを考察する理論を作ると、最適化問題を適切に設定する上で大変有効である。たとえば薄翼理論は、キャンパーの設計のみを考えるとという点で、これに近い理論的枠組みを与えている。しかし、この方法は線形理論にとどまっておき、CFDの発達に見合った新しい理論が望まれる。

さらに、このようにして新しく定義し直された設計変数が、ある範囲で凸であることが分かれば、その範囲内では最適解は1つしかないことになる。その範囲を推定することも大きな課題である。

4. 結 論

3つの最適化法(勾配法・SA・GA)の解説を行い、単純化された最適設計問題の目的関数の分布を調べ、実際に最適設計を行うことによって、流体力学に求められている空力最適化のための理論的課題を考察した。この結果、比較的単純な空力最適化問題さえも流れの非線形性から目的関数の分布に局所的な極値が多数表われるため、局所最適解に陥りにくく、より大域的な最適解を探索

できるアルゴリズムが必要とされることが示された。その代表的な例として、確率論的最適化手法であるGAが挙げられる。

引用文献

- 1) G. N. Vanderplaats : *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design : with applications* (McGraw Hill, Inc., New York, 1984).
- 2) D. E. Goldberg : *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning* (Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, 1989).
- 3) E. Aarts & A. Korst : *Simulated Annealing and Boltzmann Machines : A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing* (John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 1990).
- 4) G. N. Vanderplaats : *ADS-A FORTRAN Program for Automated Design Synthesis, Version 3.00* (Engineering Design Optimization, Inc. March, 1988).

付録 GA の概要

1. 初期集団の形成

設計変数を遺伝子として考える場合、普通2進数で表現するが、ここでは実数データをそのまま遺伝子として用いている。そして、遺伝子より表現できる範囲のなかから、設計者により予め設定された個体数だけ初期の個体を無作為に選ぶ。

2. 評 価

与えられた制約条件のもとで、集団中の各個体の優劣を決める。このときの評価を決定する関数として式(4)を用いる。この評価値が高いほど優れた個体として自分の遺伝子を次の世代に残す可能性が高いことになる。

3. 選 択

集団中から実際に遺伝子の入れ替えを行う2つの個体(親)を選び出す。評価の高い個体間にできる子孫のほうが、評価の低い個体間にできる子孫よりも優れていると考えられる。このときの選択

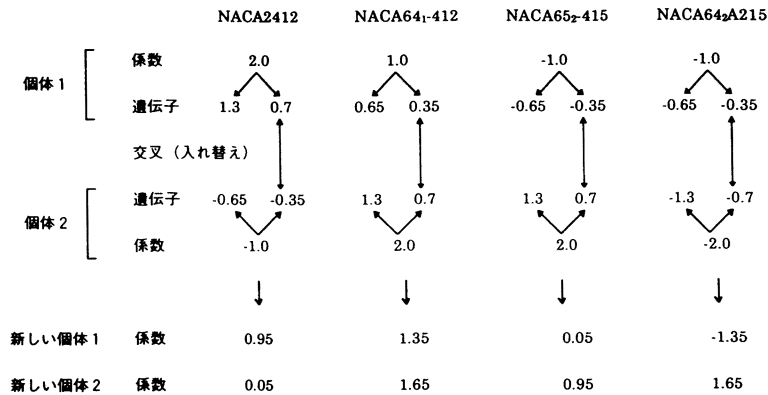


図 a 交叉方法

方法はルーレット式選択を用いる。評価関数 f_i を持つ個体 i が交叉に選ばれる確率 P_i は

$$P_i = \frac{f_i}{f_{sum}}$$

で表される。ここで、 f_{sum} は集団中の個体の評価関数の合計である。

4. 交叉

選択された個体間で遺伝子の入れ替えを行う。交叉によって新しい個体が形成され、子孫として次世代に残される。ここでは、設計変数の0.35の大きさに当たる部分を表す遺伝子を、選択された個体間すべて入れ換えている。具体的な操作方法を図 a に示す。

5. 突然変異

個体中の遺伝子を強制的に操作することによって、交叉では得られないような個体を形成する。突然

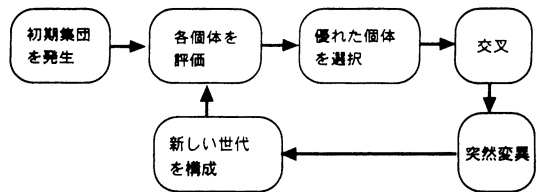


図 b GA の基本動作

異が起こる確率（突然変異率）は一般に小さい。ここでは、突然変異率を0.05としている。突然変異の操作としては、 $-0.1 \sim 0.1$ の範囲にある値をランダムに選んで、それを遺伝子に加えている。

以上、GA の各操作について述べた。全体的な GA の流れは図 b のようになる。