

遺伝的アルゴリズムによる最適飛行経路の生成^{*1}

—スペースプレーンの最大滑空距離問題—

Application of Genetic Algorithm to Optimal Flight Path Problem

—On the Maximum Downrange Problem of Space-Plane—

高江 康彦^{*2}・石川 芳男^{*3}

Yasuhiko TAKAE, Yoshio ISHIKAWA

山 口 雄 仁^{*4}

and Katsuhito YAMAGUCHI

Key Words: Genetic Algorithm, Optimal Flight Path, Space-Plane, Linear Regulator

Abstract

A genetic algorithm (GA) was applied to a maximum downrange problem of a space-plane to study its effectiveness as a solving tool of optimum path problems. It is generally impossible to obtain analytical solutions of optimal control problems in engineering because of the existence of many variables and constraints. Numerical methods, *e. g.*, steepest descent method etc., however, can hardly find global minimums of such problems with strong nonlinearities. In such cases, to choose proper initial value is the essential matter, and it requires much experience and takes long time. Therefore, new methods searching for global optimum are widely developing, especially GA that can simultaneously search the solution space using many test solutions. Conventional methods of GA using bit notation, however, could not be applied to engineering problems, since which could only treat discrete numbers. Therefore we propose a new GA method using coefficients of a polynomial expansion to code genes of a chromosome, and then we can apply it to time continuous control problems. At first we used the method to solve a linear regulator problem to check accuracy and convergence of GA solutions, and next maximum downrange problem of space-plane.

1. は じ め に

最適値問題を解くためのツールとしての遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA)¹⁾の, 工学的応用への有効性を検証する一つの試みとして, ダウンレンジを最大となすスペースプレーンの最大滑空距離問題

に, これを応用した.

一般に, この種の工学的最適制御問題では, 多くの変数が複雑に関連し合うばかりでなく, いくつもの拘束条件が課せられるため, 解析的な解を得ることはほとんど不可能である. また, 従来の勾配法などの数値解析アルゴリズムでは, 問題が強い非線形性を有するため, 局所解を避けて大域的な最適解を得るのが困難であった. これは従来の方法が有する難点の一つであり, 適切な初期値を選ぶことが, 最適解を見つけだすための最大の要件であった. しかし必要な初期値を見いだすためには, 問題に対する深い知見と経験が必要のため, 計算には多大な労力と時間が伴った.

そこで近年, 大域的最適化手法の開発が活発に行われるようになったが, その中でも多数の試行解を用いて解空間を同時探索し, 大域的最適解を求める方法として GA が注目を集めている.

しかし, 従来用いられてきたビット表記による GA は, 離散値しか取り扱うことができないため, そのままでは一般の工学問題に適用することができない. そこで本稿では, 多項式展開係数を用いて遺伝子のコード化を行う実数値表現の GA を提案する. これにより, ビット表記の GA に必要な 2 進数と 10 進数の間の変換や, スケーリングの必要なく, 連続的な時間制御問題を取り扱うことが可能となる.

本手法の応用例として, よく知られている線形レギュレータ問題をまず最初に取り上げ, 解析解と GA 解のよい一致を確かめた. また, 本手法に特有のパラメータである, 遺伝子座数 (多項式の項数) と初期世代の個体を与える際に用いる正規乱数の標準偏差を変化させたとき, 計算の収束値および収束世代数にどのような影響があるかについて検討を行った. 次に, もう

^{*1} 平成 7 年 7 月 20 日原稿受理

^{*2} 日本大学大学院

^{*3} 日本大学理工学部航空宇宙工学科

^{*4} 日本大学短期大学部一般教育教室

少し複雑で実用的な問題として、スペースプレーンの最大滑空距離問題を取り上げた。そして、(1)最急降下法のみを用いて得られた解と、(2)実数値表現のGAを単独に使用して得られた解、また、(3)最初の大域解探索に実数値表現のGAを用いた後、局所最適化に最急降下法を組み合わせたハイブリッド型計算によって得られた解の、3者について比較検討を行った。その結果、局所解の散在するこの問題において、本GAはよい精度の大域解を見つけたことがわかった。

2. 定 式 化

2.1 関数展開係数を用いた制御則のコード化
GAを用いるためには、最適化する対象を、染色体として何らかの数値で表現(コード化)する必要がある。我々は以下のようにして、最適制御問題にGAを適用できるよう工夫した。

最適制御問題を解くことは、評価関数値を最小にする制御入力決定することであり、一般に制御入力は時間に依存した関数である。関数を表現するには様々な方法があるが、ここでは関数展開による表現を考え、チェビシェフの多項式を用いるものとすれば、これは次のように与えられる。

$$g(t) = \frac{C_0}{2} + \sum_{i=1}^n c_i T_i(t) \quad (1)$$

ここに、 c_i は展開係数であり、 $T_i(t)$ は

$$\begin{aligned} T_0(t) &= 1 \\ T_1(t) &= t \\ T_2(t) &= 2t^2 - 1 \\ &\vdots \\ T_{i+1}(t) &= 2tT_i(t) - T_{i-1}(t) \quad i \geq 1 \end{aligned} \quad (2)$$

である。ここで、(1)式の関数 $g(t)$ を特徴付けているのは各項にかかる展開係数 c_i である。逆に c_i を与えれば何らかの関数を作ることができるから、数列

$$(C_0, C_1, C_2, \dots, C_n, \dots) \quad (3)$$

を用意すれば、この数列を関数の特徴を表す染色体であると見なすことができ、ここに実数値表現のGAを用いる枠組みができる。このコード化により、本来の関数空間での最適化問題を、展開係数によって張られる数値空間探索問題に変換したことになる。もっとも、数値計算の都合上有限な項数で関数を表現することを考えると、厳密な意味では問題を等価変換してはいない。しかし、近似解を捉えるという目的に関してもならば妥当であると思われる。また、関数展開係数のコード化を用いれば、じかに制御入力値を染色体の遺伝子とする方法よりも、制御則を少ない情報で表現することが可能になる利点がある。翻訳規則に相当する

関数展開には、フーリエ級数やルジャンドル多項式など様々なものが考えられるが、ここでは関数展開を行ったときに真の関数からの最大のずれが、同次数の関数展開中で最小となるチェビシェフの多項式を用いた。

2.2 GAのプロセス 次のようなプロセスのもとに計算を行った。

(a) 初期化: GAでは、多数の試行解を用いて評価関数空間を同時探索する。ただし探索開始時には、どのような個体が望ましいのか全く不明であるため、初期世代は正規乱数を用いてランダムに発生させる。乱数を用いて決定するのは個体を構成する遺伝子、すなわちチェビシェフの多項式の係数値である。

(b) 適応度の計算: 各個体の環境に対する適応の度合いとして適応度を計算する。適応度は、個体の評価関数値の良し悪しをGAオペレーションに反映させる指標となる。適応度の高い個体ほど子孫を残しやすく、また低い個体ほど消滅(淘汰)されやすくなる。ここでは評価関数値が小さいほど良い制御を行っているとしているので、評価関数値の小さい制御入力を作る個体に高い適応度を与える。ただし、なまの評価関数を適応度として用いる代わりに、経験的に(4)式によって適応度 $f(i)$ を定義した²⁾ 扱う問題によって様々な値を取る評価関数値によるよりも汎用性が高い。また、評価関数値が他の個体に比べて極端に良い、いわゆる超個体の子孫が、生物集団を急速に支配してしまうのを避けるためでもある。すなわち

$$f(i) = (NI - i)^2 \quad (4)$$

ただし、 i は1つの個体の生物集団内での評価関数値の良さを表す順番であり、 NI は個体数である。適応度をこのように与えたので、毎世代評価順位が同じ個体は適応度が同じになる。

(c) GA オペレーション

c-1 交叉: 本稿で述べるGAでは、親となる個体の各遺伝子座上の遺伝子の値の平均をとり、これを子孫の個体の遺伝子として用いる平均交叉を採用する。つまり2体の親個体から1体の子個体が生み出される。これは、染色体上の各遺伝子が多項式の展開係数であるため、それぞれの係数の重みが下位になるほど小さくなっているからである。すなわち、親となる2個体の何点かを区切り、区切られた何列かのストリングを親同士で交換して2体の子個体をつくる通常の交叉オペレーションでは、下位項の交換は相対的に意味が薄れる。また、平均交叉の採用は世代交代による平均化が進むことで生物集団を収束させる機構を持たせるためでもある。

親の選択は、適応度に基づくルーレット式選択法に

より行う。具体的には、ある個体 i の親として選ばれ
る確率 $p(i)$ を、前述の適応度 $f(i)$ を用いて

$$p(i) = \frac{f(i)}{\sum_{j=1}^{NI} (NI-j+1)^2} \quad (5)$$

で与える。ただし、エリート保存戦略を採用している
ので自己複製は行わない

c-2 淘汰：淘汰は淘汰率によって決められ、適度
度の低い個体の下位何%かを、交叉によって作られた
子孫で置き換えることにより行う。適応度の高い個体
は何世代でも生きながらえることができるため、同一
の親からつくられる個体が生物集団を支配していき、
局所解に陥りやすくなることも考えられるが、今回扱
った問題は比較的容易な問題であるため、収束性を考
慮して、このように淘汰則を定めた。局所解が非常に
多い問題では、適応度の高い個体にも淘汰の可能性を
残すべきであろう。交叉により作られた個体数と同数
だけ淘汰するので、生物集団の個体数は一定に保たれ
る。今回の計算では淘汰率を全個体数の下位 2/3 に当
る 66.6%とした。

c-3 突然変異：突然変異率として定義される一定
の確率で、各染色体上の各遺伝子に対して、以下のよ
うな突然変異が起こるものとする。すなわち、各遺伝
子に対して 0 から 1 までの範囲の一樣乱数を発生さ
せ、その乱数値がある値 (突然変異率) よりも小さい
場合には、その遺伝子を、新たに発生された正規乱数
で決まる実数値で置き換える。ただし、最優秀個体
には、改悪の危険があるため、突然変異則は適用しな
い。

以上のプロセスが終了すると、1 世代の計算が終

る。次の世代からは、遺伝的操作と評価が繰り返さ
れ、収束条件を満たすまで世代交代を進める。

(d) 収束判定：生物集団の最優秀個体が規定回数
の世代交代を経ても同一なら、生物集団は安定したと
みなして計算を終了する。本計算ではこれを 50 世代
とした。

以上の計算の流れ図を、第 1 図に示す。

3. 具体的問題への適用

3.1 線形レギュレータ問題³⁾ 線形レギュレータ
は、航空機のダッチロールを防ぐためのヨーダンパの
モデルなどに用いられる。システム方程式は、(6)式
のように線形の微分方程式で記述され、評価関数は
(7)式のように状態変数 x と制御変数 u の 2 乗の和
からなっている。

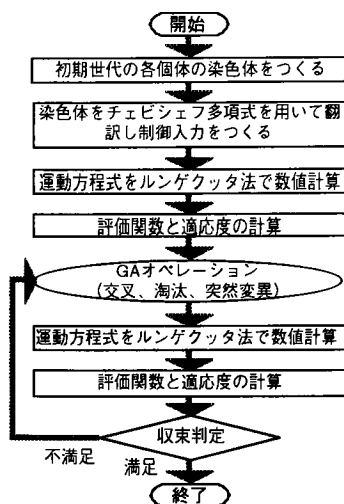
$$\dot{x} = ax + bu \quad (6)$$

$$J = \int_{t_0}^{\infty} (x^2 + ru^2) dt \quad (7)$$

評価関数は、制御入力 $u(t)$ の履歴によって決まるコ
スト J を低く抑え、かつできるだけ早く状態量 x を
収束させたいという設計者の意図を反映したものであ
り、これが小さな値であるほど良い制御を行っている
ことを示す。ここに、 a 、 b は定数、 r は制御入力の
重みである。評価関数を最小にする制御入力 u は、リッ
カティ型の微分方程式を解くことにより解析解が得ら
れる。

$a = -1$ 、 $b = 1$ 、 $r = 1$ とした場合の計算結果は第 2
図のようになり、実線で示された GA 解は、破線の
解析解をよく近似している。評価関数値も理論値
0.385 に対し GA のそれは 0.386 であり、ほぼ理論値
に近いものが得られている。ただし、図中に示された
パラメータは、それぞれ NI ：個体数、 NL ：遺伝子
座数、 MR ：突然変異率、 SR ：淘汰率、 SD ：乱数の
標準偏差などである。また、制御時間 $\|t_f - t_0\|$ は 1 に
標準化されており、この間を 200 分割して計算を行っ
た。

本 GA に特有のパラメータである遺伝子座数すな
わち多項式の項数と、個体の初期世代を与える正規乱
数の標準偏差を変化させた場合の、収束値および収束
世代数への影響を調べた結果が第 3 図および第 4 図で
ある。ただし、ここで言う収束値とは、上述の収束条
件を満たした生物集団の中で最も評価関数値の高い個体
の評価関数値のことである。ここでは、時間に対して
より急激な変化を示す解を、GA 解によってどの程度
模擬することができるかを調べるため、制御入力の重
み r を 1/1000 に設定した。GA は本質的には確率的
探索手法であるため、計算結果にばらつきが出ること



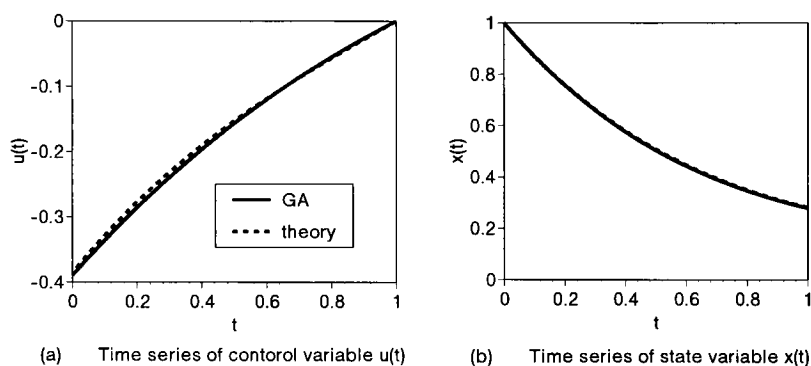
第 1 図 GA 計算の流れ図

がある。よって計算を50回繰り返し、その結果の収束値および収束世代数の平均をとった。解析解の評価関数値は0.0306である。

第3図(a)のように、遺伝子座数(染色体長)が増すに従い、収束値は改善されているが、座数10以上では飽和してしまっている。展開多項式は高次の項になるほど重みが小さくなるため、これ以上遺伝子座数を増しても、精度への寄与が低下するからであると考えられる。また、第3図(b)では、遺伝子座数が多くなるほど、収束に要する世代数が増える傾向にある。12座数を境に収束世代数の平均値は下がっているように見えるが、サンプルのばらつきが非常に大きくなりそれだけ多くの計算をしなければ、計算の妥当性ははかれなくなると考えられる。したがって、計算効率

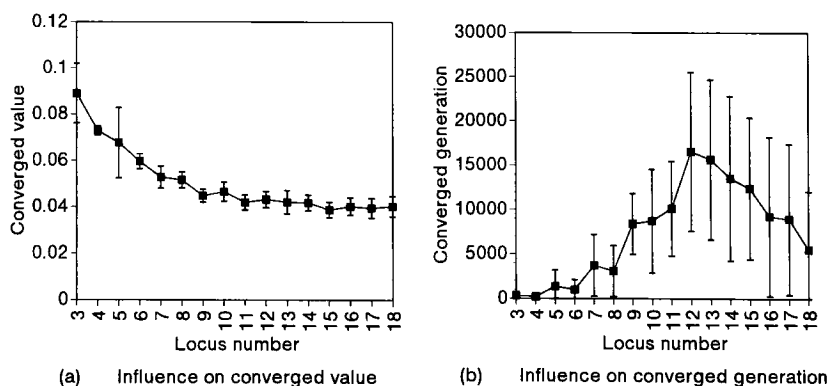
と精度の両面を考慮すると遺伝子座数は、10辺りが妥当であると考えられる。第4図(a)にあるように、初期世代を与えるための乱数の標準偏差が増えるに従い、収束値が少しずつ悪化している。解析解の制御入力 $-30 \sim 0$ の範囲にあり、展開係数に与える乱数の標準偏差がそれに対して大きすぎると、解の探索範囲が広くなり過ぎ、その結果としてよい収束値が得られにくくなるためである。第4図(b)の収束世代数に関しては、平均値が標準偏差に従って減少しているものの、分散の幅が大きいため詳細な議論はできない。

以上の結果を基に各種パラメータを適切に取った場合の、制御変数と状態変数の結果が第5図である。重みが1の場合の第2図と比較して、GAによる計算結果と解析解の一致の程度は良くない。本GAでは制



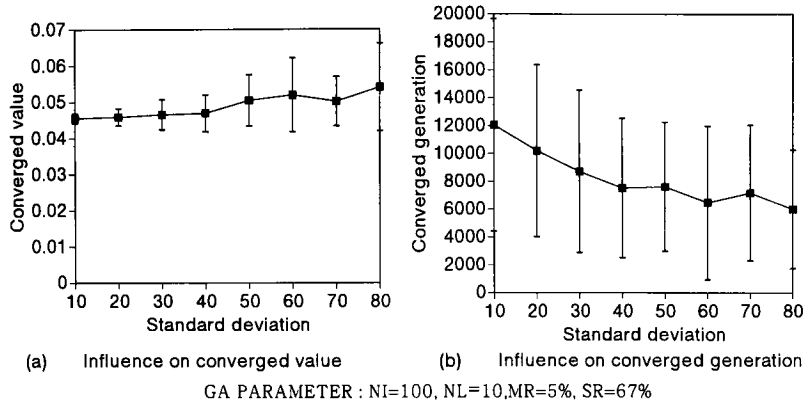
GA PARAMETER: NI(Number of Individual)=100, NL(Number of Locus)=10,
MR(Mutation Rate)=5%, SR(Selection Rate)=67%, SD(Standard Deviation)=0.4
COST: 0.385(analytical), 0.386(GA)

第2図 線形最適レギュレータ問題の解 ($a=-1$, $b=1$,
 $r=1$, $x(0)=1$)

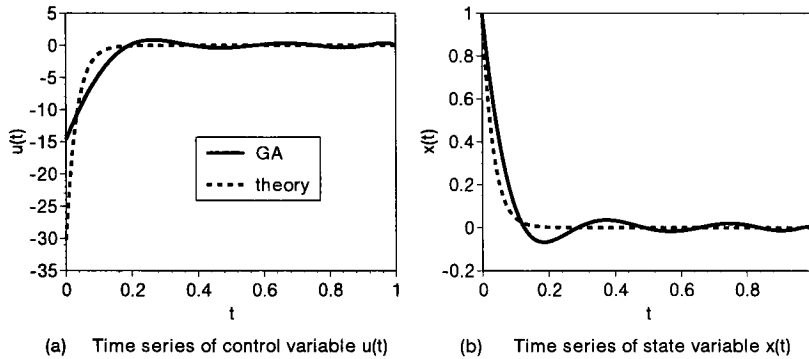


GA PARAMETER: NI=100, MR=5%, SR=67%, SD=30

第3図 遺伝子座数が計算結果に及ぼす影響 ($a=-1$,
 $b=1$, $r=1/1000$, $x(0)=1$, 50回の計算結果の
平均値および標準偏差)



第4図 初期世代の個体を作るための正規乱数標準偏差が計算結果に及ぼす影響 ($a=-1$, $b=1$, $r=1/1000$, $x(0)=1$, 50回の計算結果の平均値および標準偏差)



第5図 線形最適レギュレータ問題の解 ($a=-1$, $b=1$, $r=1/1000$, $x(0)=1$)

御入力を有限の多項式で表しているため、この問題のように解が急激な変化を行う場合には、どうしても立ち上がり部分が鈍くなる傾向は避けられない。しかし、第1次近似解としては十分であると思われる。

3.2 スペースプレーンの最大滑空距離問題 次に、もう少し複雑な制御問題として、スペースプレーンの飛行制御問題を考える。問題設定は帰還ミッションの一部を考え、「ある初期条件のもとでスペースプレーンを滑空させた場合に、規定時間内で滑空距離を最大にする飛行制御を求めよ」というものである。

運動方程式は、問題を垂直面内の質点系の運動と考えると、(8)～(11)式のように与えられる。

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dh}{dt} = V \sin \gamma \quad (8)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = V \frac{\cos \gamma}{r} \quad (9)$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{D}{m} - \frac{\mu \sin \gamma}{r^2} \quad (10)$$

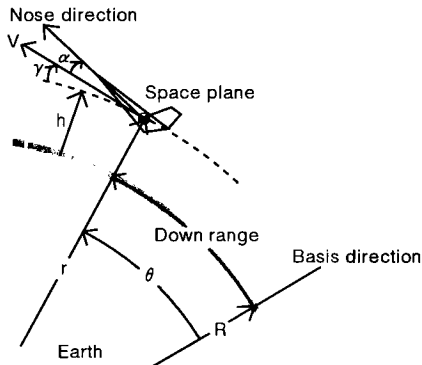
$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{L}{Vm} - \frac{\mu \cos \gamma}{Vr^2} + \frac{V \cos \gamma}{r} \quad (11)$$

ここに、 V :速度、 γ :経路角、 θ :中心角、 h :高度、 m :質量、 $L=(1/2)\rho V^2 AC_L$:揚力、 $D=(1/2)\rho V^2 AC_D$:抗力、 A :主翼面積、 r :地球中心からの距離、 $\mu=g_0 R^2$:重力定数、 g_0 :海面上の重力加速度、 R :地球半径である。主な記号を第6図に示す。

評価関数は、滑空距離を最大にする問題なので、

$$J = -\int_{t_0}^{t_f} d\theta \quad (12)$$

と置く スペースプレーンの空力特性、大気モデル、



第6図 主な記号

第1表 スペースプレーンの滑空問題の数値計算パラメータ

機体	
C_L	$0.84687\alpha - 2.956 \times 10^{-3}$ [-]
C_D	$0.883\alpha^2 + 7.6865 \times 10^{-3}$ [-] (α の単位は rad)
$m_0 g_0 / A$	3568.9 [N/m ²]
m_0	40000 [kg]
g_0	9.80665 [m/s ²]
R	6378 [km]
ρ	$\rho_0 \exp(-0.15 \times 10^{-3} h)$ $\rho_0 = 1.225$ [kg/m ³]
初期条件	
h_0	50 [km]
θ_0	0 [-]
V_0	15 [Mach]
γ_0	0 [-]
制御変数(迎え角)の拘束条件	
α	$-10 \leq \alpha \leq 10$ [deg]

機体諸元, および初期条件は, 第1表のように定めた. 終端時間は

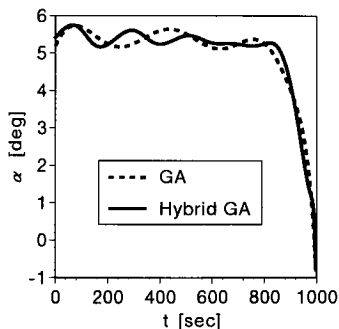
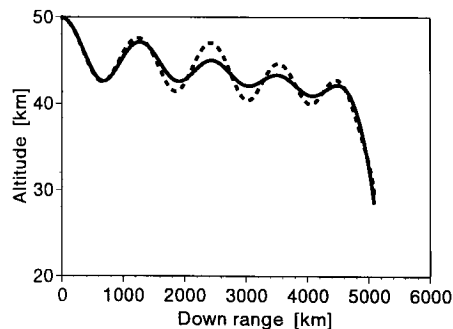
$$t_f = 1,000 \text{ [sec]} \quad (13)$$

と仮定する.

この問題には制御入力である迎え角 α に, 失速角 ($\|\alpha\| < 10$ [deg]) という不等式拘束条件をつけた. もしもこれを越える染色体が作られた場合には, 制限内に制御入力収まるように染色体の各遺伝子に規格化を施す

GA によって得られた解は誤差を伴った大域最適解と考えられるので, これによって得られた解を初期制御入力として, 最急降下法の一様である Bryson らの Generalized Gradient Algorithm⁵⁾を用いてさらに局所的最適化を行い, 解の精度を上げることを考える. これをハイブリッド GA と呼ぶことにする. また, この問題は解析解を得ることが困難であるので, GA およびハイブリッド GA の解と比べるべき解を求めるため, 試行錯誤的に初期制御入力を与えて最急降下法による最適化計算を行った.

GA およびハイブリッド GA により得られた, 機体迎え角の時間履歴が第7図(a)であるが, これを見ると $\alpha = 5.5$ 度付近を中心に細かく制御が行われている. 迎え角 5.5 度は本計算で用いられたスペースプレーンモデルの最大滑空迎え角であり, この角度で飛行すべく迎え角が制御されていることがわかる. また, 飛行時間終了間際に最後の振動が終了した後で, 機首を下げて増速することにより飛行距離を伸ばそうとしている様子がうかがえる. 第7図(b)は飛行経路を表している. 高度による空気密度の大きな変化を利用してなるべく遠くまで飛行するため, スキッピングを行っている様子がわかる. この種の長周期振動は, スペ

(a) Time series of angle of attack α 

(b) Flight path of space plane

GA PARAMETER : NI=100, NL=14, MR=5%, SR=67%, SD=0.175
COST : -0.799396(GA), -0.799502(hybrid GA)

第7図 スペースプレーンの最大滑空距離問題の解 (GA およびハイブリッド GA による解の比較)

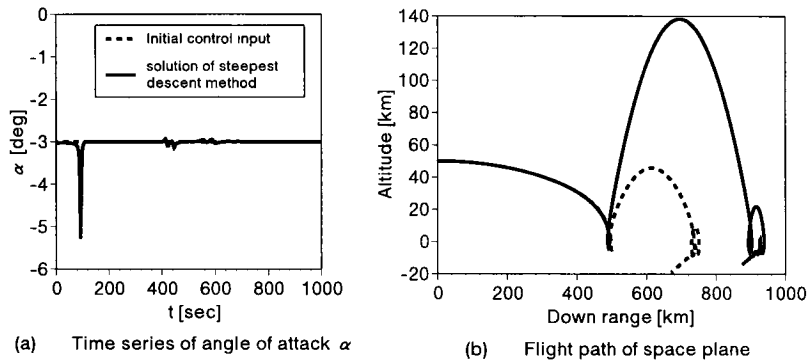
スプレイン特有のものであることが知られている。GA およびハイブリッド GA の計算結果を比較してみると、GA により得られた解はハイブリッド GA によって得られた解に近いものであることがわかる。このときの評価関数値は、GA 解では -0.799396 、またハイブリッド GA 解では -0.799502 であった。

任意の初期制御入力を与えて、最急降下法により最適化計算した結果を第 8 図～第 11 図に示す。まず第 8 図は、初期制御入力として $\alpha(t)=-3.0$ 度(一定)を与えた場合の解である。得られた飛行経路(図(b))を見る限り、ほとんど意味の無い解である。事実、図(a)からわかるように、局所的にしか制御が行われていない。このときの評価関数値は -0.137148 であった。

次に第 9 図(b)を見ると、一見それらしい飛行経路が得られている。しかし、図(a)の制御はいぜん局所的であり、かつ急激である。評価関数値は -0.343357 と前の例よりは改善されているものの、GA およびハイブリッド GA の結果(第 7 図)と比べるといぜんよくない。

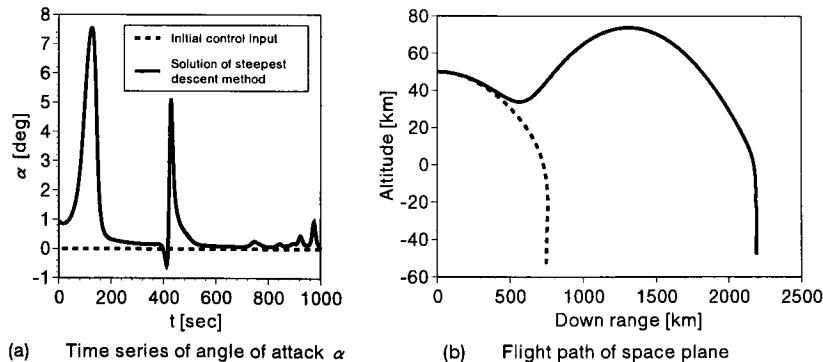
これらは、初期値の設定が適切でなかったために解の探索がうまく行われず、いわゆる局所的な解が得られている例である。他方、第 10 図および第 11 図では、ハイブリッド GA の解(第 7 図)とほぼ同じ最適解が得られている。

その他にも、初期制御入力をいろいろと変えて、最急降下法を用いて最適な解を求める努力をしてみたが、ハイブリッド GA の解以上により制御則を得る



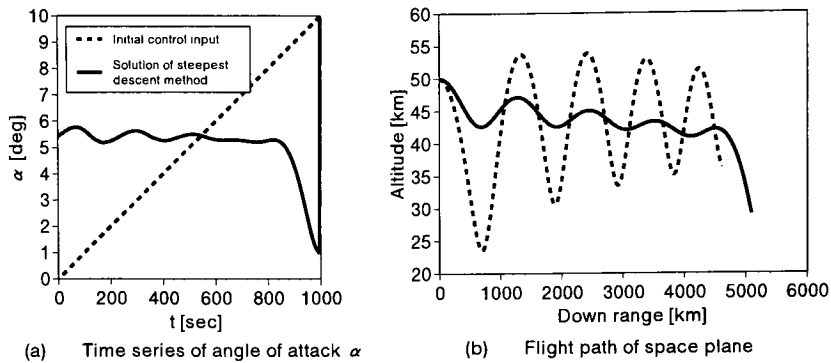
COST : -0.105241 (initial input value), -0.137148 (steepest descent method)

第 8 図 スプレインの最大滑空距離問題の解(初期制御入力 $\alpha(t)=-3$ [deg]のもとに最急降下法で最適化)



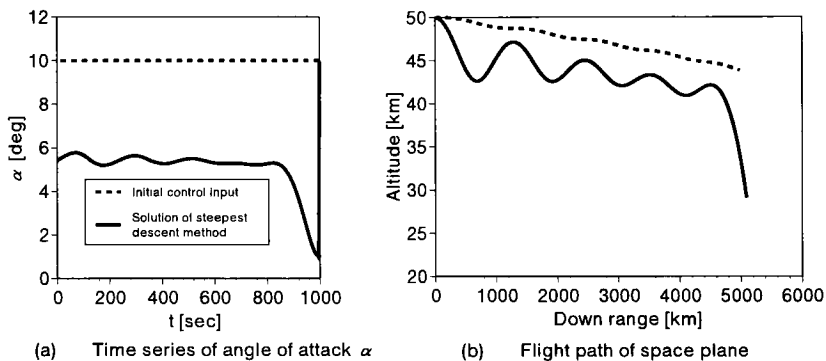
COST : -0.116713 (initial input value), -0.343357 (steepest descent method)

第 9 図 スプレインの最大滑空距離問題の解(初期制御入力 $\alpha(t)=0$ [deg]のもとに最急降下法で最適化)



COST : -0.723111 (initial input value), -0.799495 (steepest descent method)

第10図 スペースプレーンの最大滑空距離問題の解 (初期制御入力 $\alpha(t)=10 \times t/t_f$ [deg] のもとに最急降下法で最適化)



COST : -0.780716 (initial input value), -0.799495 (steepest descent method)

第11図 スペースプレーンの最大滑空距離問題の解 (初期制御入力 $\alpha(t)=10$ [deg] のもとに最急降下法で最適化)

ことはできなかった。結果的にではあるが、GA およびハイブリッド GA が見いだした解が大域最適解に限りなく近いものであると判断した。

ところで、今回 GA を具体的な問題に適用するに当たっては、その GA パラメータは次のように設定された。

(1) NI について：個体数が多くなると言うことは、それだけ解空間の試行点が多くなることであり、より少ない世代数で最適解を見つけたことが可能となるが、個体数が増えるとそれだけ1つの世代を終了するのに要する計算時間が増加する。そこで、どの程度の個体数が妥当であるか線形レギュレータ問題に関して統計を取ったところ、個体数 100 程度が妥当であることがわかった。そのため今回の計算では全て

$NI=100$ とした。個体数 50 では最適解を見つけたす前に収束しやすく、200 以上では計算上のメリットはなかった。

(2) NL について：線形レギュレータ問題、スペースプレーンの滑空問題ともに、遺伝子座数が 10 以上 15 以下が妥当な値であった。それ以下だとつくられる制御入力の評価関数値はあまり良くない。逆に遺伝子座数が大きすぎる場合も、各遺伝子座数の標準偏差を同一にとっているため、多項式の下位項の悪影響で評価関数が悪化する傾向がみられた。

(3) MR について： MR の極端な値、つまり 0 % や 50 % あるいは 100 % などでない限りそう大きな影響はみられなかった。そこで全ての計算を通じて 5 % に設定した。

（４）*SR* について：*MR* と同様、極端な値でない限り大きな影響がないことがわかったので、全計算で $2/3$ すなわち 67% とした。

（５）*SD* について：工学的な問題は、制御入力の範囲が決まっているのでその限界値を *SD* とした。

なお最大滑空問題を解くのに要した計算時間についてであるが、本 GA を単独に使用した場合には、時間分割数を 400 としたとき、C 言語によるプログラムを組み、標準的なワークステーション（28.5 MIPS 相当の処理能力）を使用して 2～3 時間を要した。これに対して、ステップ幅の最適化をほどこした最急降下法では、初期値の与え方で変化するものの、ほぼ 5 分から 20 分程度の時間であった。ハイブリッド GA の最急降下法フェーズでの所要時間はさらに短く、1 分程度であった。

4. ま と め

本論文の内容を、以下のように要約する。

（１）遺伝子のコード化に実数値表現の多項式展開係数を用いることにより、GA を時間連続的な制御問題に適用することを可能にした。

（２）スペースプレーンの最大滑空距離問題に対して、最急降下法、本 GA、およびハイブリッド GA（本 GA プラス最急降下法）を適用して、それぞれの解の比較・評価を行った。

（３）その結果、ハイブリッド GA を用いれば、局所解を避けつつ、高精度の大域最適解を探索することが可能であることがわかった。

今後は、より現実的な最適制御問題に適用可能な GA オペレーションを検討し、計算ツールとしての充実化を図ってゆく予定である。

最後に、本研究を行う上での議論に参加され、常に有益な助言を下された山形大学教育学部の中村純先生に感謝の言葉を捧げる。

参 考 文 献

- 1) 北野宏明：遺伝的アルゴリズム，産業図書，1993.
- 2) L. デービス：遺伝アルゴリズムハンドブック，森北出版，1994.
- 3) 加藤寛一郎：最適制御入門，東京大学出版会，1987，pp. 39-54.
- 4) 加藤寛一郎：スペースプレーン，東京大学出版会，1989.
- 5) Zhao, Y., Bryson, A. E. and Slaterry, R.: A Generalized Gradient Algorithm for Dynamic Optimization, AIAA 89-3618, 1989.