九州大学学術情報リポジトリ Kyushu University Institutional Repository

低レイノルズ数翼特性に与える翼厚効果に関する研究

金川, 昌弘 九州大学総合理工学府環境エネルギー工学専攻

http://hdl.handle.net/2324/4372213

出版情報: Kyushu University, 2020, 修士, 修士

バージョン: 権利関係: 令和2年度

修士論文

低レイノルズ数翼特性に与える翼厚効果に関する研究

九州大学大学院総合理工学府 環境エネルギー工学専攻 エネルギー流体科学 研究室

金川 昌弘

指導教員 安養寺 正之 准教授

提出年月日 令和 3年 2月 9日

目次

第1章 究背景及び目的
1.1. JAXA で検討されている火星探査航空機
1.2. 低レイノルズ数翼型周りの流れ場と空力の特徴
1.3 火星探査航空機に用いられている翼型
1.4 残された課題
1.5 研究目的
第2章 実験方法及び実験条件
2.1 実験装置
2.1.1 低速低騒音風洞
2.1.2 風洞模型
2.2 実験セットアップ及び実験条件
2.2.1 空力計測試験 1
2.2.2 PIV 計測······ 1/2
第3章 解析モデルおよび数値解析手法
3.1 翼モデル
3.2 基礎方程式 1
3.3 計算スキーム 1
3.3.1 <i>k</i> - ε モデル····································
3.3.2 Transition k-ω SST モデル
3.4 空間の離散化手法
3.5 勾配と微分の評価法 2
3.6 壁関数
3.7 解析条件
第4章 実験結果と解析結果および考察
4.1 数値計算の妥当性の検証 2
4.1.1 空力特性
4.1.2 流れ場
4.2 翼厚変化が空力特性に与える影響3

	4.2.1 空力特性への影響	
	4.2.2 流れ場の比較	40
第5章	結論	44
会 老 老 士	献	16
多 句人i	HDC	TU
L I		
謝辞…		48

第1章 研究背景及び目的

1.1 JAXA で検討されている火星探査航空機

太陽系惑星の1つである火星の探査は、太陽系の起源や生命誕生における謎の解明につながる科学ミッションとして、我々を魅了し続けている. NASA(National Aeronautics and Space Administration)がこれまでに実施した火星探査ミッションでは、火星の周回軌道への人口衛星の投入、自走式ローバーの投入に成功している. これらの周回衛星による科学観測の結果、大規模で複雑な地形や様々な気象現象が発見されている. また、探査ローバーにより、地表の撮影や岩石の成分分析などの多数データ取得に成功している. しかし、周回衛星による観測では十分な空間解像度が得られず、また探査ローバーの移動速度は非常に低速かつ探査範囲が数百m~数kmに限られるというそれぞれの探査法に一長一短がある. これらの課題を克服するための新たな火星探査の手法としてFig.1.1 に示す火星探査航空機(1)が JAXA などを中心とした日本の研究グループで検討されている. 火星に存在する僅かな大気を利用して、航空機によって飛行探査することで、地形に依存することなく広範囲の領域を高解像度で観測することが可能という特徴を持つ.



Fig. 1.1 火星探査航空機⁽¹⁾

しかし、火星の大気密度は、地球の約 1/100 であることから、航空機にとっては十分な揚力を確保するための動圧を得にくい環境である.これに加えて、カプセルに入れられて輸送されるためサイズに制限があること⁽²⁾、そして、データ取得のために低速飛行であることから以

下の式で示される慣性力と粘性の比であるレイノルズ数が非常に小さくなる.

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu}$$

ここで、 ρ は流体の密度、U は平均流速、L は代表長さ、 μ は粘性係数である。一般的な旅客機の巡行 Re 数は $10^7 \sim 10^8$ オーダーであるのに対し、火星探査航空機の飛行条件により密度 ρ 、平均速度 U、代表長さ L が小さい値をとるため、巡行 Re 数は $Re=10^4 \sim 10^5$ の低 Re 数領域と呼ばれるオーダーになる。現在、JAXA で検討中の火星探査航空機の場合、巡行速度は 60 m/s、巡行 Re 数は 23,000 程度になる。この火星探査航空機は 1 号機が既に開発され、2016 年 6 月 12 日には実機を用いた高高度飛行実証試験が北海道大樹航空宇宙実験場にて行われた。Fig. 1.2 に機体寸法を示す。高度 30 km 以上の世界では、火星と同程度の大気密度・温度であることから、火星飛行とほぼ同じ Re 数・M 数での試験が可能となる。Fig. 1.3 で示すゴンドラに機体を搭載した状態で、Fig. 1.4 で示す大気球を用いて高度 36 km 付近まで上昇させた。また目標高度に到達後、機体をゴンドラから切り離して滑空飛行させることで飛行中の空力データを取得している。残念ながら、想定していた全ての時間での空力データは取得出来なかったものの、実機による飛行試験で空力データの取得に初めて成功した(3).

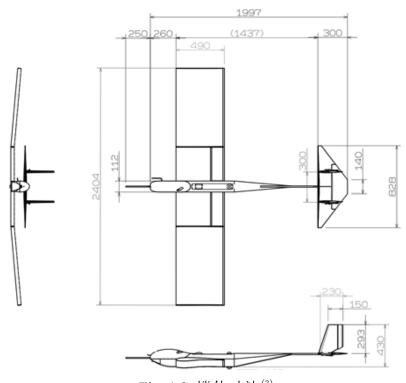


Fig. 1.2 機体寸法⁽³⁾



Fig. 1.3 機体が搭載されたゴンドラ⁽³⁾



Fig. 1.4 放球時の様子⁽³⁾

1.2 低 Re 数翼型周りの流れ場と空力の特性

低 Re 数領域の流体特性として早期の層流剥離と剥離泡の形成が挙げられる. 低 Re 数領域における層流剥離,剥離泡に関して李家らが多くの研究を行っている $^{(4,5)}$. 低 Re 数領域における翼面上の代表的な流れ場を Fig. 1.5 に示す. 一様流の中にある翼型が低迎角であるときは層流が保たれるが、迎角を上げていくと層流剥離を生じ、剥離剪断層を形成する. 低 Re 数領域では粘性力の影響が大きくなるため、高 Re 数領域に比べて早期に層流剥離が生じやすい. また層流剥離し、剥離剪断層を形成すると、 $Re = 10^4 \sim 10^5$ オーダーでは剥離剪断層内で Kelvin-Helmholtz 不安定が生じ、剥離剪断層が乱流遷移する. この乱流遷移により、層流剥離した流れが再付着することで剥離泡を形成する.

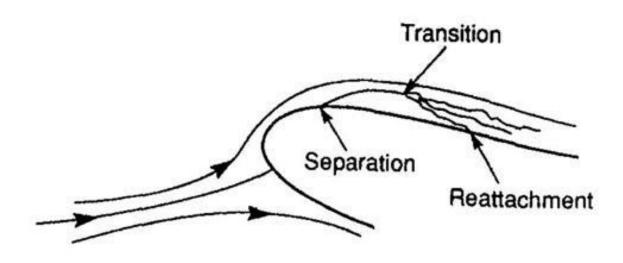


Fig. 1.5 翼上面で形成される剥離泡(6)

剥離泡は一般的に Short bubble と Long bubble と呼ばれる 2 種類が存在すると言われ, 以下の特徴を持つ⁽⁴⁾

Short bubble:迎角を上げるにつれて、剥離泡を短くしながら前縁方向に移動していく

Long bubble: 迎角を上げるにつれて再付着点が後方に移動し、剥離泡長さが増加するこの2種類は Fig. 1.6 の Short bubble と Long bubble が形成される翼面上の表面圧力分布からも異なるものと分かる. Short bubble の存在している迎角を大きくしていくと今まで再付着し、剥離泡を形成していた流れ場が突如再付着しなくなる現象が生じる. この現象は剥離泡の崩壊(burst)と呼ばれる. 通常 Long bubble は Short bubble が burst した後に生じる現象であると考えられている. しかし、崩壊後に Long bubble として翼面上に再付着せず、剥離後の翼上面の流れ場が剥離剪断層で覆われてしまう場合がある. 流れ場がこのような変化を起こしたとき、

揚力の急激な減少(翼型前縁失速)を引き起こす⁽⁴⁾. 低 Re 数であるほど剥離剪断層の乱流遷移が遅れ、崩壊した後は再付着せずに翼型前縁失速を引き起こす傾向がある. これが低 Re 数において高迎角で揚力が得にくい理由である. また、Fig. 1.6 より Short bubble、Long bubble のどちらでも、剥離泡が形成される領域は負圧が一定の領域(死水域)を作っている. 翼上面で負圧の大きい領域が得られるため、剥離泡が形成される流れ場では急激な揚力上昇が見られ、剥離泡は非線形揚力上昇の原因となる.

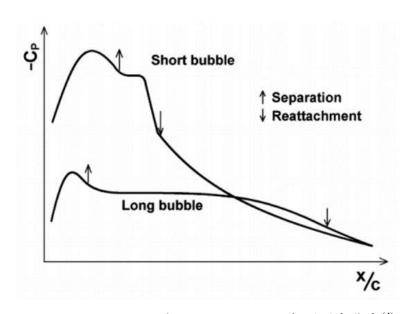


Fig. 1.6 Short Bubble と Long Bubble の表面圧力分布⁽⁴⁾

翼の性能を示す代表的な無次元数に揚抗比(Lift/Drag: L/D)がある。揚力性能が高く,なおかつ抗力が小さい,すなわち揚抗比を高めることが翼の高性能化に繋がる。しかし,高 Re 数で高い性能を示す翼型も低 Re 領域になると揚抗比が急激に落ちる。Fig.1.7 に表面荒さの異なる一般的な対象翼型の揚抗比に対する Re 数効果を示す。Fig.1.7 に示すように,一般的な航空機に用いられるような表面が滑らかな翼型は,レイノルズ数が $Re=10^5$ を下回り,低 Re 数領域になると,最大揚抗比が著しく低下する。その理由として,このような低 Re 数領域では粘性抵抗が増加すること,層流剥離が起こりやすくなるため,高揚力が得られないことが考えられる。このように,低 Re 数領域においては,翼性能が著しく低下するという問題を抱えている。

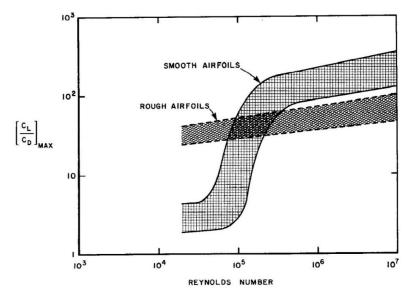


Fig.1.7 最大揚抗比に対する Re 数効果(7)

1.3 火星探査航空機に用いられている翼型

火星探査航空機のピッチングコントロールを行う水平尾翼には薄型の対称翼型である NACA0006 翼型が候補翼型となっている。過去の研究で、翼厚の異なる対象翼型の空力特性 と舵効き性能の違いについて評価している $^{(8)}$. ここでは、薄翼の揚力非線形性は小さいこと、 さらに Re=20,000 では NACA0006 翼型、NACA0012 翼型の舵角変化した場合の揚力変化の 感度が異なることを明らかにしている。Fig. 1.9(図中の δ_f は舵角を示す)で示すように、 NACA0012 翼型は舵角変化に対して非線形に変化する。特に低迎角では舵角変化に対する揚力変化が小さい。一方で NACA0006 翼型では、舵角変化に対する揚力変化の感度が高くなる。 このことから、巡航 Re 数付近では、尾翼翼型としては薄翼の方が舵効き性能が高くなるということが分かっている。

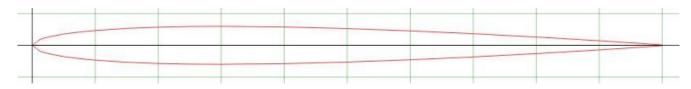


Fig.1.8 NACA0006 翼型

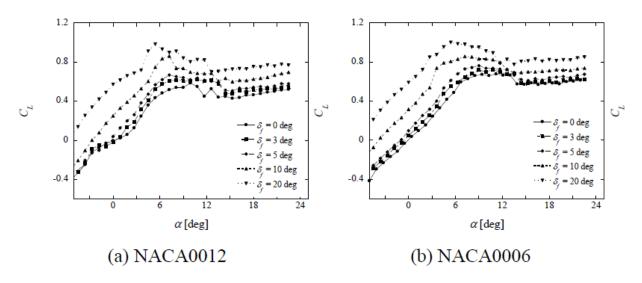


Fig.1.9 舵角変化による揚力係数の変化(Re = 20,000)⁽¹⁰⁾

1.4 残された課題

これまで、低 Re 数航空機では 2 次元翼型を中心とした空力・流体研究が実験、数値計算の両面から進められてきた $^{(8)}$. これらの研究により、巡航 Re 数付近では、尾翼翼型としては薄翼の方が舵効き性能が高くなるということが分かっている。(Fig 1.9).

しかし、これまでの研究では主に模型試験による空力の測定と、スモークワイヤ法による定性データ(Fig 1.10)に着目した評価に基づいて評価を行っており、巡航 Re 数領域における翼厚と性能の関係性に対する評価は不十分であるといった問題が残されている。そこで、尾翼に用いられている NACA0006 翼と同様にキャンバーが存在せず、かつ最大翼厚位置も同じである NACA0003 と NACA0009 翼型に本研究では焦点を当て、純粋な翼厚の違いによる空力性能への影響を CFD を用いる事で系統的に調べる.

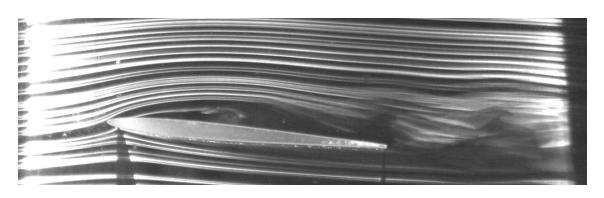


Fig 1.10 NACA0006 翼型周りの可視化画像

また、CFD において近年計算機の高速度化、大容量化が飛躍的に進み、しかも安価になってきたために多くの流れ場の計算に、普遍性の高いシミュレーション法の適応が盛んになってきている。中でも大規模乱れは直接計算し、小規模な乱れはモデル化する LES 法 (Large Eddy Simulation)の応用は特に急速に広まっている。一方これまでは計算負荷の少ない、RANS 法 (Reynolds-Averaged Navier-Stokes Simulation) を用いる方法が主であった。しかし、計算時間・予測精度の点から現在でも十分満足のできる非定常流れの計算解析手法は確立に至っていない(9)。特に、従来の CFD において使用されてきた RANS モデルを用いる場合、「定量的に時間スケールを定義できない」といった原理的な欠陥を無視して強引に利用することになり、どこまで解の正確性が保証されるのかを明らかにしてゆく必要がある。しかし、近年の計算機に適応するハードの飛躍的な発展をもってしても、 LES 法は計算負荷が大きく、様々な仕様を検討したい航空機設計においては RANS 法の方がより、計算格子・CPU 時間といった点で有利であり、多数の条件に柔軟に対応できると考えられる。したがって、定常 RANS による流れ場に対する検証を行うことにより、翼厚が空力に及ぼす影響について明らかにする必要がると考えられる。

1.5 研究目的

火星探査航空機のように特殊な環境下で運用する機体の評価では、緻密な性能評価やそれに伴う細かな仕様変更が必要不可欠である。しかし、上記の研究背景にあった実機試験を行うためには多大なコストがかかるといった問題点がある。そのため、模型による実験や数値計算により、事前に機体の性能について予測を立てる事は必要不可欠である。しかしながら、航空機の翼性能において、薄翼がより良い性能を発揮することは明らかになっているものの、空力性能以外は定性的にしか評価がなされていない。そのため、翼厚と性能の関係について、系統的かつ定量的に調べる事で、火星探査航空機の翼開発においての精度をより一層向上させられると考えられる。そこで、本研究では ANSYS 社の汎用流体解析ソフトウェアであるFluent ならびに可視化ソフトウェアである CFD Post を用いて火星探査航空機の尾翼として現在検討されている NACA0006 翼型周りの流れ場を RANS 法により評価し、その結果を実験結果と比較することで計算の妥当性を評価し、その手法を基にして、火星探査航空機に用いられる翼型の、前縁半径が空力にもたらす影響について系統的に評価することを研究目的とする。

第2章 実験方法及び実験条件

2.1 実験装置

2.1.1 低速低騒音風洞

本実験で使用した低速低騒音風洞の概略図を Fig. 2.1 に, 風洞仕様を Table 2.1 に示す. 本風 洞はゲッチンゲン型風洞であり、主に駆動部、ダクト、整流部、縮流部、測定部から構成され る. Fig. 2.1 に示すように測定部は開放型であり、縮流部入り口から測定部出口及び吸い込み 口までは無響室となっている. 駆動ファンは荏原製作所製の遠心多翼型 6LFU64 であり,回 転速度 3600 rpm, ダクト壁面に加わる圧力(PRESS)が 900 Pa, 最大排出空気量(CAP)が 131 m³/min となっている.ファンモーター(TOSHIBA, 小型低圧三相かご形誘導電動機 IKK-DBK21)の定格電力は 5.5 kW, 定格電圧 200 V, 定格回転速度が 2890 rpm である. 縮流部入口 及び出口の断面寸法はそれぞれ 720 mm × 720 mm, 180 mm × 360 mm であり, 縮流比は 1/8 である. 本風洞では通風時間に伴って、気流温度の上昇が徐々に上昇する. そのため、よ どみ室内の温度を空調機器で調整して冷却している. ただし, 本試験では高々10 m/s 程度の 通風試験であるため、駆動ファンの回転速度も低く、計測時の通風時間は2,3分程度である ため気流の温度上昇の影響はほとんど問題とならない. 測定部断面は 180 mm×360 mm であ り、縦横方向は計測に応じて縮流胴を90度回転させて調整する. 本試験では2次元翼模型を 対象としているため、測定部入り口から下流には四方をアクリル製の側壁を設置した測定部 内で2次元流れとしている. 通風可能な流速範囲は $2 \text{ m/s} \sim 33 \text{ m/s}$ であり、気流の乱れ強さは 約0.3% (流速 5 m/s 時) である.

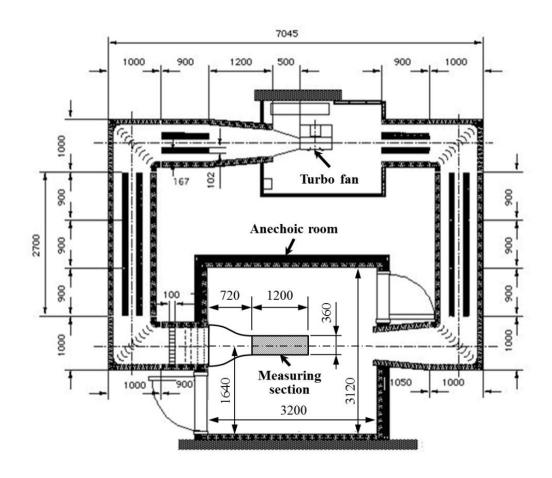


Fig. 2.1 低速低騒音風洞 概略図

Table 2.1 風洞仕様

風洞名称	ゲッチンゲン型低速低騒音風洞
駆動方式	送風機
流速範囲	$2 \text{ m/s} \sim 33 \text{ m/s}$
縮流比	8:1
測定部断面	$180 \text{ mm} \times 360 \text{ mm}$
乱れ強さ	0.3 %(流速 5 m/s 時)
一様流領域	4% ~ 96%

本研究では気流データと空力データの同期計測を行うため、 Labview によるプログラム計測を行なっている. Labview による計測システムのブロック線図を Fig. 2.2 に示す. 差圧計(Setra 社製 Model239、圧力レンジ: $0 \sim 124.5$ Pa、出力レンジ: $0 \sim 5$ V)から得られる動圧や後述の3分力天秤を用いた揚力、抗力の各出力を Data Acquisition (DAQ) システムに一括して取り込み、計測時の総圧、気温、風洞模型の代表長さなどを Labview に入力することにより、流速、Re 数等の計算値をプログラム内で演算処理し、各計測値、計算値のリアルタイム表示及び計測を行なっている.

測定部の流速 v の算出には式(2.1)のベルヌーイの式を用いている.

$$v = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}} \tag{2.1}$$

ここで縮流ノズル入口の圧力 P_1 と出口(測定部入口)の圧力 P_2 の差圧 (P_1 - P_2)を微差圧計で計測している. ρ は密度を示す. 密度は状態方程式を用いて総圧及び気流温度の計測値から算出した.

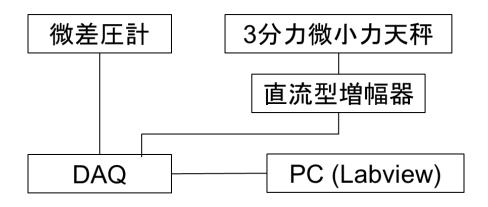


Fig. 2.2 Labview 同期計測システムのブロック線図

2.1.2 風洞模型

実験で使用した NACA0006 翼型の断面形状を Fig. 2.3 に示す. NACA0006 翼型の模型の写真を Fig. 2.4 に示す。本模型は,AGIRISTA-3100 の透明樹脂である AR-M2 を用いて作成されている。 NACA0006 翼型模型のコード長は 80 mm,スパン長は 180 mm であり,アスペクト比は約 3.7 である。本研究では模型の両端に側壁を設置した 2 次元計測である。しかし,側壁付近では模型と側壁との干渉により,翼面上の流れ場の 2 次元性が崩れる。模型のアスペクト比が小さい場合,側壁付近の流れの 3 次元性が空力計測に影響を与えることが懸念される。過去の多くの計測例から,低速流れではアスペクト比が 2 以上で風洞相関が得られていることから,本研究でもこれを踏襲し,翼型のアスペクト比は 2 以上に設定した。模型固定用のシャフトは風洞模型の前縁から x/c=0.25 の位置に取り付けている。

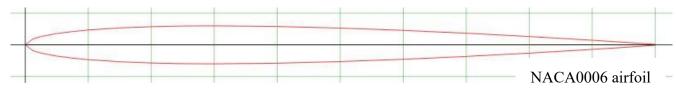
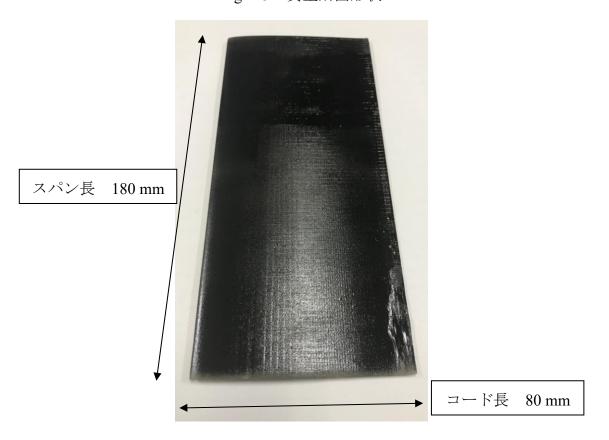


Fig. 2.3 翼型断面形状



NACA0006 翼型 Fig. 2.4 翼型模型写真

2.2 実験セットアップ及び実験条件

本試験の実験セットアップ図の模式図を Fig 2.5 に示す. トレーサー粒子はスモーク発生装置 (カトウ光研, PORTA SMOKE PS2006) により発生させた. スモークは植物性油を気化させたものであり, 粒形は $10\mu m$ 程度である. 光源は PIV Laser (COHERENT, VERDIG5)を使用し、出力は 5W とした. 光源から放出されたレーザーは点状であるが、パウエルレンズを使用することによりシート状に変換した. パウエルレンズにはファンアングルが $7\deg$ のものを使用した. レーザーは翼の上面側から照射した. 撮影にはハイスピードカメラ(Photron、FASTCAM Mini AX200)を使用し、翼の上側から撮影を行った. ハイスピードカメラには 24-85mm ズームレンズを取り付け、F値は 2.8 とした. 迎角変更にはステッピングモーターを用いた.

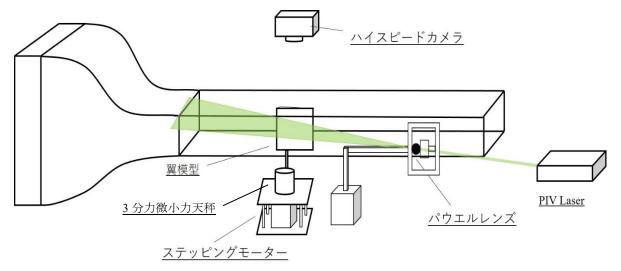


Fig.2.5 実験セットアップ図

2.2.1 空力計測試験

風洞模型は地面に対して垂直に設置し、シャフト及びフランジ部分を介して Fig. 2.5 に示す 3 分力微小力天秤(日章電機, LMC-3531-5N)に接続をしている。 3 分力微小力天秤では模型に負荷される揚力、抗力の 2 方向の力を計測している。 揚力、抗力の各計測レンジは共に $5\ N$ である.

空力計測では側壁と模型の間にわずかな隙間を設けて、側壁と模型の間で摩擦力が生じないよう、両者を離して計測する必要がある。空力計測に影響を及ぼさない程度の適切な隙間は Muller らの研究例 $^{(9)}$ を参考にして、本研究では側壁との間にスパン長の 0.5%である 0.9 mm の隙間を設けた。

2.2.2 PIV 計測

PIV 計測とは,流れに微細なトレーサー粒子を混入させ,撮影した連続画像により粒子の動きを追跡して移動ベクトルを算出するという手法である.このとき,流れ空間のトレーサー粒子は局所の流速で流れとともに移動すると仮定する⁽¹⁰⁾.以下に実際の PIV 処理の手順⁽³⁾を記す.

- ① 2枚の連続する粒子画像に格子点を設定する.
- ② 同じ格子点から、1時刻目の画像から検査領域、2時刻目の画像から探査領域を切り出す.
- ③ 探査領域から検査領域と同じサイズの領域を切り出し、検査領域との相関係数を求める.
- ④ 探査領域から切り出す領域の位置を1ピクセル移動させ、再度相関係数を求める. さらに 移動を繰り返し、探査領域内で移動可能なすべての領域に対して網羅的に実行する.
- ⑤ 相関係数が最も大きい領域が検査領域の移動先であるとして格子点の移動ベクトルを算出する.
- ⑥ ② ~ ⑤まで過程をすべての格子点について行う
- 以上が、PIV 計測の計算アルゴリズムの中で一般的な直接的相関法と呼ばれる手法となる. 本実験では、PIV 計測の計算アルゴリズムのなかでも、再帰的相関法と呼ばれるものを使用した. その解析手法(9)を以下に記し、そのイメージ図を Fig 2.6 に示した.
- ① 1段目として、大きな検査領域を用いて解析し、移動量ベクトルの候補を算出する.
- ② 2段目として、検査領域を小さくするとともに、探査領域を1段目で求められたベクトル 候補の周囲に限定する
- ③ 任意の段数について②を繰り返し、最終的に算出されたベクトルを移動ベクトルとする. 再帰的相関法を用いることにより、検査領域を小さくしながら誤ベクトルの現象を抑えることが可能になる。そのため高い空間解像度を持つ結果を得ることができる.

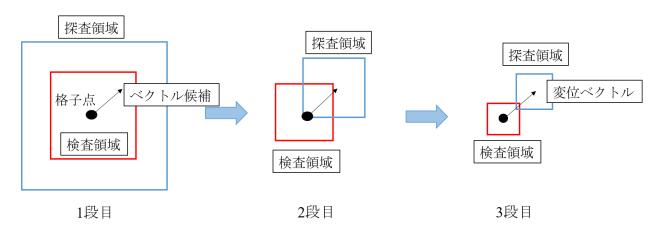


Fig. 2.6 再帰的相関法イメージ図

第3章 解析モデル及び数値解析手法

3.1 翼モデル

一般によく挙げられる翼の断面形状は、前縁が丸く後縁が尖った形状をしている.これは「効率よく揚力を発生させるため」である.単純な板状でも揚力を発生させられるが、抗力が非常に大きくなるため航空機などの実用には耐えない.抗力を大きくせずに揚力を高める、つまり揚抗比を高めるために最適な翼型を設計する必要がある.翼型は航空機の飛行速度・大きさ・使用方法などの違いによりそれぞれに最適な形状があり、ミリ単位(あるいはより細かい単位)で非常に厳密に翼型を再現しなければきちんとした性能の翼にならないほど繊細なものである.またその表面の滑らかさも大変重要で、低い翼型再現度では簡単に境界層剥離が起こり、効力および失速性能が著しく低下する可能性がある.操縦性や安定性にも大きな影響を与えるため、翼型の選定は航空機の安全性においても重要な項目である.

本研究では NACA4 桁系と呼ばれる翼型を用いて研究を行う. NACA (Narional Advisory Committee for Aeronautics) とは、現在の NASA の前身である組織であり、そこが 1933 年に発表した翼型である (11). 翼型名称の数字 4 桁は、キャンバーの大きさや位置、翼厚比を表すパラメータになっている。最大翼厚位置は一般的にコード長の 30%付近に位置している。4 桁番号の数字が示す意味については、Fig 3.1 に示すように初めの 2 桁はキャンバーの傾きを、続く 2 桁は厚さを表すものである。火星探査航空機の尾翼に用いられている NACA0006 翼型は上 2 桁がどちらもゼロであるため、翼のキャンバーが存在しない "対称翼"に分類されるものであり、中心線が翼弦と一致し、迎角がゼロの時に揚力係数もゼロを示す特徴がある。揚力係数をプラスにするためにある程度の迎角が必要になるため、一般的な翼型に比べ抗力が大きい。そこで、本研究では Fig 3.2 と Table 3.1 に示した NACA0006 翼と同じ対称翼であるNACA0003 翼型とNACA0009 翼型を対称に数値計算を用いる事で空力特性を解明し、比較することで翼厚の違いが空力性能に及ぼす影響について研究をすすめる.



Fig3.1 翼型の各パラメータ

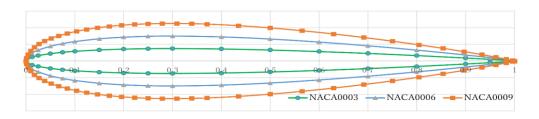


Fig3.2 翼型の形状比較

Table3.1 検証翼型概要

	前縁半径(%)	コード長(m)	最大翼厚(%)	キャンバー (%)	最大翼厚位置(%)
NACA0003	0.096	0.08	3	0	29.03
NACA0006	0.397	0.08	6	0	29.03
NACA0009	0.893	0.08	9	0	29.03

3.2 基礎方程式

流体の流れは、質量と運動量の平衡方程式を含む Navier-Stokes 方程式で表される⁽¹²⁾. それぞれ直交座標形式の質量保存則と運動量方程式は、次のように書くことができる.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]$$
(3.2)

計算領域での質量と運動量の保存は、圧縮性乱流 Newton 流体の連続の式と Navier-Stokes 方程式を解くことによって成り立つ. ANSYS Fluent 内で翼型周りの流れ場をそのまま計算することは負荷が大きいため、現実的な計算時間と満足する計算結果を得るために適切な計算スキームを選択する必要がある.

3.3 計算スキーム

近年の計算機と数値計算法の飛躍的な進歩によって、多くの流れを直接数値計算することが可能となったが、乱流に関しては、散逸領域まで含んだ計算を行うことは特別な流れ(周期流など)を除けば今でもほとんど不可能である。そこで、乱流の効果を疑似的に繰り込んで計算するための乱流モデルが考案されてきた⁽¹³⁾。

3.3.1 *k*-ε モデル

はじめに、乱流モデルの中でも代表的なモデルである k- ϵ モデル⁽¹⁴⁾について説明する. k- ϵ モデルは解析精度と解析時間、安定性のバランスが良いことや、幅広い使用実績があることから広く利用されているモデルである。このモデルでは乱流エネルギーk とエネルギー散逸率 ϵ の輸送式を解くことで局所的な k, ϵ を取得し、ここから乱流粘性を算出する手法である.乱流粘性は式(3.3)によって導出される.

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{3.3}$$

ここで、 C_μ は無次元のモデル定数であり、通常 $C_\mu=0.09$ であることから $^{(15)(16)}$ 本解析でもそれに倣い $C_\mu=0.09$ とした。乱流運動エネルギーである $k[m^2/s^2]$ は式(3.4)のように定義される。

$$k = \frac{1}{2}\overline{u_i^2} \left(= \frac{1}{2} \left(\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2} \right) \right)$$
 (3.4)

また,エネルギー散逸率 ε [m^2/s^3] は式(3.5)にて定義され,k が粘性摩擦で散逸する割合を示す.

$$\varepsilon = \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tag{3.5}$$

k- ε モデルの k, ε に関する輸送式をそれぞれ式(3.6),式(3.7)に示す.

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{U}_l k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right\} + P_k - \rho \varepsilon \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\overline{U}_{l}\varepsilon)}{\partial x_{i}} = \frac{\partial}{\partial x_{i}} \left\{ \left(\mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{\varepsilon}}\right) \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_{i}} \right\} + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^{2}}{k} \rho$$
(3.7)

両式とも左辺第1項は時間項,第2項は移流項,右辺第1項は拡散項,第2項は生成項,第3項は散逸項である.ここで,標準 k- ϵ モデルに用いられている σ_k = 1.0, $C_{\epsilon 1}$ = 1.44, $C_{\epsilon 2}$ = 1.92, σ_{ϵ} = 1.3をそれぞれ定数として設定した.時間変化,移流,拡散などは通常の輸送式と類似しており,これに乱れの生成項や散逸項が付け加えられている.k の方程式は比較的単純であり,生成項は流れのひずみに応じて生成,散逸項は散逸を表す ϵ を使用している. ϵ の方程式の生成項および散逸項に関しては,定数などもあり,これらは半経験的に求められている.

3.3.2 Transient k-ω SST モデル

Menter のモデル $^{(17)}$ は、k- ω SST (Shear Stress Transport) モデルとも呼ばれ、機械工学分野で多用される k- ε モデルと同様に、k, ω という 2 つの乱流量を導入する 2 次方程式モデルである.ここで、 ω は時間の逆次元量である.乱流の時間スケール $\tau_E = k/\varepsilon$ の逆数に対応する k- ω モデルの範疇 dr は、Wilcox (17) により提案されたものが知られている.Wilcox モデルは壁乱流や逆圧力勾配流に対しては、k- ε モデルよりは良い結果を与える一方、自由流れに適応した場合に、一様流の ω の値に対して結果が敏感であるという欠点が指摘されていた (11). 一方、k- ε モデルではそのようなことはない.そこで、自由流れ部分では ε 方程式から導出した ω 方程式をスイッチ関数で切り替えて用いるようにしたのが k- ω ベースラインモデル (18)である.k- ε モデルにおける ε 方程式

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) + \nabla \cdot \left(\left(v + \frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \nabla \varepsilon \right)$$
 (3.8)

に対して、 $\varepsilon = k\omega$ を代入すると.

$$\frac{D\omega}{Dt} = (C_{\varepsilon 1} - 1)\frac{\omega}{k}P_k + (C_{\varepsilon 2} - 1)\omega^2 + \nabla \cdot \left(\left(v + \frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}}\right)\nabla\varepsilon\right) + \frac{2}{k}\left(v + \frac{v_t}{\sigma_{\varepsilon}}\right)\nabla k \cdot \nabla\omega \tag{3.9}$$

となって右辺最終項が現れる.最終項をスイッチ関数で呼応慮すれば実質的には ε 方程式を解いているのと同じになる.k- ω SST モデルでは,前述のように基本的な乱流量として

$$k, \omega \left(=\frac{\varepsilon}{k}\right) \tag{3.10}$$

を用いる. 表現 (2.20) をもとに, 乱流粘性ν, は

$$v_{\tau} = \frac{a_1 k}{\max\left(a_1 \omega_1 \Omega F_2\right)} \tag{3.11}$$

と表され、 F_2 は計算点と壁面までの距離 dを用い

$$F_2 = \tanh(arg_2), arg_2 = \max(\frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500v}{d^2\omega})$$
 (3.12)

と定義される. Ω は渦度の大きさで、定数 $a_1=0.31$ である. 2つの乱流量は

$$\frac{Dk}{Dt} = P - \beta \omega k + \nabla \cdot ((v + \sigma_k v_\tau) \nabla k)$$
(3.13)

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\gamma}{\nu_{\tau}} P - \beta \omega^{2} + \nabla \cdot \left((\nu + \sigma_{\omega} \nu_{\tau}) \nabla \omega \right) + 2(1 - F_{1}) \frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega \tag{3.14}$$

を解くことで決定される. ただし, $P = 1/2 \nu_{\tau} s^2_{ii}$ である.

モデル定数に関しては、領域を境界層内と外に分け、それぞれに対応する 2 通りの定数系が設定される. (ここでは、内層に対しては 1、外層に対しては 2 の添字を付す). 内層の定数系を

$$\varphi_1 = \left(\sigma_{k1}, \sigma_{\omega 1}, \beta_1, \beta, \gamma_1\right) \tag{3.15}$$

とし

$$\sigma_{k1} = 0.85, \ \sigma_{\omega 1} = 0.5, \ \beta_I = 0.075, \ \beta = 0.09 \ \gamma_1 = \frac{\beta_I}{\beta} - \frac{\sigma_{\omega 1} k^2}{\sqrt{\beta}}$$
 (3.16)

と選ぶ. ここで、k はカルマン定数. 外層では

$$\varphi_2 = (\sigma_{k2}, \sigma_{\omega 2}, \beta_2, \beta, \gamma_2) \tag{3.17}$$

に対して

$$\sigma_{k2} = 1.0, \ \sigma_{\omega 2} = 0.856, \ \beta_2 = 0.0828, \ \beta = 0.09 \ \gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta} - \frac{\sigma_{\omega 2} k^2}{\sqrt{\beta}}$$
 (3.18)

とする.

3.4 空間の離散化手法

流れの数値解析において、移流項を中心差分法を用いて離散化すると、移流の効果が支配的な場合、数値解に振動が生ずる。この振動を抑えるために被移流変数に関して上流(風上)側の離散点の値を用いる一種の上流化スキーム法を適応し補間をおこなう必要がある。特に指定がない場合、Fluentではスカラー量 φ の離散値をセル中心において格納する。しかし、対流項では φ_f のフェース値が必要であるため、格納されたセル中心値から補間する必要がある。補間は、風上差分法により行う。

風上差分とは、フェース値 φ_f を、式(3.27)における垂直速度 v_n の方向を基準にした「風上」側、つまりセル上流の量から算出するということである。Fluentでは、一次精度風上差分、二次精度風上差分、べき乗測、QUICK スキームと、複数の風上差分法が用意されている。式(3.18)

の拡散項は中心差分であり、常に二次精度となる.

二次精度風上差分法では、セルフェース値における変数値は、多次元線形再構築法により 算出する.この手法では、セル中心における値をセル重心まわりでテイラー級数展開するこ とにより、フェースにおける高次精度の値を得る.つまり、二次精度風上差分を選択すると、 フェース値 φ_f は次式を用いて算出される.

$$\varphi_{fSOU} = \varphi + \nabla \varphi \cdot \vec{r} \tag{3.19}$$

ここで、 φ と $\nabla \varphi$ は上流セルにおけるセル中心値とその勾配であり、 \vec{r} は上流セルの重心からフェース重心への変位ベクトルである。この場合、勾配 $\nabla \varphi$ を各セルについて、3.5 項で示す勾配と微分の評価の検討に従って求める必要がある。また、最大値や最小値がオーバーシュートしないように、勾配 $\nabla \varphi$ の値には制限がかけられる。

3.5 勾配と微分の評価法

数値計算には誤差をできる限り小さく見積もる事が必要であり、勾配評価と呼ばれる手法を用いて計算値の評価を行う。勾配はセルフェースでスカラー値を構築する場合だけではなく、二次の拡散項や速度微分を計算する場合にも必要である。流れ保存方程式の対流項と拡散項は、所定の変数 φ の勾配 $\nabla \varphi$ で離散化している。本研究では、最小二乗セルベース法と呼ばれる手法に従って計算している。

この手法は解の線形変化を仮定している. セル c_0 からセル c_i に至るセル値の変化は, セル c_0 の中心からセル c_i の中心に向いたベクトル δr_i に沿って, 以下のように表現できる.

$$[\nabla \varphi]_{c0} \cdot \Delta r_i = (\varphi_{ci} - \varphi_{c0}) \tag{3.20}$$

セル c_0 を囲むセルごとに類似の式を書くと、以下の簡潔な形で書かれた方程式系が得られる。

$$[J][\nabla \varphi]_{c0} = \Delta \varphi \tag{3.21}$$

ここで,[J]は係数行列で,幾何形状の関数である.ここでの目標は,最小二乗法を利用して,非平方行列の方程式系についての最小化問題を解き,セル勾配 $(\nabla \varphi_0 = \varphi_x \hat{\imath} + \varphi_y \hat{\jmath} + \varphi_z \hat{k})$ を決定することにある.

上記の線型方程式系は過剰決定状態にあり、Gram-Schmidt プロセスで係数行列を分解すれば計算が可能である。この分解により、重み行列がセルごとにできる。したがって、最小二乗セルベース法の場合は、3 成分の重み(W^{α}_{i0} , W^{β}_{i0} , W^{β}_{i0})がセル c_0 のフェースごとに生成することになる。

したがって、セル中心における勾配はこの時、重み係数に差分ベクトル $\Delta \varphi = (\varphi_{c1} - \varphi_{c0})$ を掛けた次式で算出できる.

$$[\varphi_x]_{c0} = \sum_{i=1}^n w^x{}_{i0} \cdot (\varphi_{ci} - \varphi_{c0})$$
(3.22)

$$[\varphi_y]_{c0} = \sum_{i=1}^n w^y{}_{i0} \cdot (\varphi_{ci} - \varphi_{c0})$$
 (3.23)

$$[\varphi_z]_{c0} = \sum_{i=1}^n w^z_{i0} \cdot (\varphi_{ci} - \varphi_{c0})$$
 (3.24)

不規則な(反りや歪みがある)メッシュにおいては、最小二乗法による勾配法の精度がノードベースの勾配法に匹敵する. しかし、最小二乗法による勾配法の方がノードベースの勾配法より計算負荷が軽い.

3.5 壁関数

物体表面では流速が0になるため、壁近傍では速度が急激に変化する.数値解析を考えた時、それを解像できるほどの格子を適応するには多大な計算コストがかかる.また、高レイノルズ数流れを想定している標準 \mathbf{k} - $\mathbf{\epsilon}$ モデルで壁近傍の低レイノルズ数流れを解くのは適切ではない. それらの問題を避けるため、その部分を直接解く代わりに、壁近傍の流れ(境界層)の普遍的性質を用いて条件を考慮することが考えられる.

流れは粘性により物体表面に付着・静止するが、レイノルズ数が大きい流れの場合、その影響は物体表面の薄い層の中に限られる。この薄い層を境界層(boundary layer)という。

境界層は、はじめは層流として発生する。境界層はだんだんと厚みを増し、あるところで乱流になる。主流のレイノルズ数が $10^3 \sim 10^5$ 程度の場合、物体は層流境界層に覆われる。

翼の上面等に見られる、主流に沿って圧力上昇が起こる場合、境界層が壁面からはがれるという事が起こる。これを境界層の剥離という。

乱流境界層内の速度分布を導くことを考える.壁面からの距離をyとする.壁に沿う方向の平均速度と変動速度をそれぞれ \bar{u} , u', 壁に垂直な方向の変動速度をv'とする.実測によると, $\overline{u'v'}$ は壁近傍ではほぼ一定になるため,壁面せん断応力はレイノルズ数応力で表す事が出来る.壁面せん断応力を τ_w として,プラントルの混合長の仮説 $^{(9)}$ を用いると

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \ell^2 m \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y}\right)^2 \tag{3.25}$$

摩擦速度を $u_{\tau} = \sqrt{\tau_w}/\rho$ で定義すると

$$u_{\tau} = \ell \ m \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{3.26}$$

渦粒子は、壁近傍では壁による制約を受け、壁から離れるにつれ自由になると考えられる. したがって混合長は壁からの距離y に比例すると仮定できる.

$$\ell m = ky \tag{3.27}$$

ここでk はカルマン定数と呼ばれ、値は $0.40\sim0.45$ とされる (0.41 が一般的 $^{(2)}$) これを用いて、摩擦速度は次式のように表される.

$$\frac{u_{\tau}}{y} = k \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{3.28}$$

 $y = y_0$ でu = 0 として、両辺をy で y_0 からy まで積分すると

$$u_{\tau} \ln \frac{y}{y_0} = k\bar{u} \tag{3.29}$$

速度の無次元数を $u^+ = \bar{u}/u_t$ で定義すると

$$u^{+} = \frac{1}{k} In \frac{y}{y_0} \tag{3.30}$$

乱流境界層においても壁近傍には薄い層流の層がある. これは粘性低層(viscous sublayer)と呼ばれる. y_0 は粘性低層の厚み δ_1 に比例すると考えられる. y_0 = δ_1 における速度を u_1 とすると、平均速度の勾配は次式で表される

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\mathbf{u}_1}{\delta_1} \tag{3.31}$$

一方, 粘性低層における壁面せん断応力τωは, 次式で表される.

$$\tau_w = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{3.32}$$

 $\tau_w/\rho = u_t^2$ なので

$$u_t^2 = v \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{3.33}$$

これに式(3.31)を代入すると,次式が得られる.

$$u_1 = \frac{u_t^2}{v} \delta_t \tag{3.34}$$

粘性低層のレイノルズ数 $\mathbf{u}_1\delta_1/v=(\mathbf{u}_\tau\delta_1/v)^2$ には一定の値があると考えられるから、 $\mathbf{u}_\tau\delta_1/v$ は定数であり、 δ_1 は v/u_t に比例する.つまり、 y_0 は v/u_t に比例する.

 $y_0 = \beta v/u_t$ とすると

$$u^{+} = \frac{1}{k} InE \frac{u_t y}{\beta v} \tag{3.35}$$

壁からの距離の無次元数を $y^+ = u_t y/v$ で定義すると

$$u^+ = \frac{1}{k} InE \frac{y^+}{\beta} \tag{3.36}$$

 $B = -(1/k)In\beta$ とすると

$$u^{+} = \frac{1}{k} InEy^{+} + B \tag{3.37}$$

実測により、滑らかな壁ではB = 5.5とされる。あるいは $E = 1/\beta$ として

$$u^+ = \frac{1}{k} InEy^+ \tag{3.38}$$

滑らかな壁ではE = 9.8とされる.

粘性低層については、y=0で $\bar{u}=0$ として、式(3.33)の両辺をyで積分すると

$$u_t^2 = v\bar{u} \tag{3.39}$$

これより

$$\frac{\bar{u}}{u_t} = \frac{u_t y}{v} \tag{3.40}$$

したがって

$$u^+ = y^+ (3.41)$$

つまり、粘性低層では、速度が壁からの距離に比例する、これを線形則(linear law)と呼ぶ.

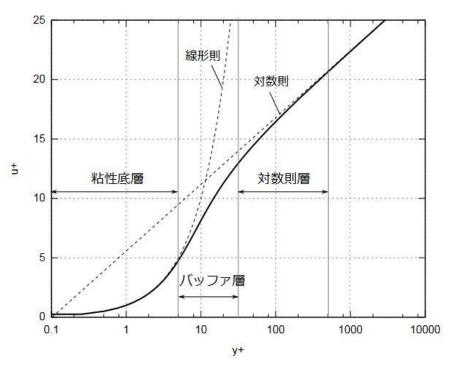


Fig3.3 無次元距離と速度の関係

以上の様に、境界層内の流れは主流のレイノルズ数とは無関係で、密度、粘性係数、壁面せん断応力、壁からの距離によって支配される.

数値解析を考えた場合、速度が狭い範囲で急激に変化する境界層を解像しようとすると、 壁際に細かい格子を設定する必要があり、格子幅は小さく、格子数は膨大になってしまう. この問題を避けるため、格子の第一層を対数測層に入れ、壁法則により境界条件を与える方 法があり、これを壁関数(wall fluction)による方法と呼ばれている.

境界層内の流れが、主流特性に関わらない発達した乱流である場合、対数測層において乱 流エネルギーの生成とエネルギー散逸率との平衡性を仮定できる

$$\frac{\partial k}{\partial t} = P_k - \varepsilon = 0 \tag{3.42}$$

これより

$$\varepsilon = v_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^2 \tag{3.43}$$

壁面せん断応力 τ_w を次式で表す.

$$\tau_w = \mu_t \frac{\partial \overline{u}}{\partial v} \tag{3.44}$$

ここで $\mu_t = \rho v_t$ は乱流粘性係数である. $\tau_w/\rho = u_t^2$ より

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{u_t^2}{v_t} \tag{3.45}$$

上式より式(3.43)は

$$\varepsilon = v_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^2 = \frac{u_t^4}{v_t} = \frac{u_t^4}{C_u} \frac{\varepsilon}{k^2}$$
 (3.46)

これより、摩擦係数 u_t は次式で表される.

$$u_t = C_\mu^{1/4} k^{1/2} (3.47)$$

式(3.27)より

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{u_t}{ky} \tag{3.48}$$

上式及び式(3.43)から、式(3.41)は

$$\varepsilon = v_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^2 = \frac{u_t^3}{ky} \tag{3.49}$$

これに式(3.47)を代入して

$$\varepsilon = \frac{C_{\mu}^{3/4} k^{3/2}}{ky} \tag{3.50}$$

壁面粘性係数を v_w とすると、壁面せん断応力は

$$v_w \frac{\partial \bar{u}}{\partial v} = u_t^2 \tag{3.51}$$

両辺を y で積分して

$$v_w \overline{u} = u_t^2 y \quad v_w = v \frac{u_t}{u_t} \frac{u_t y}{v}$$
(3.52)

したがって

$$v_w = v \frac{y^+}{u^+} \tag{3.53}$$

壁の第一層格子点が粘性低層内に入るときのことを考えて、 y^+ の値を粘性低層内に収まるように設定する.この場合、粘性係数は $v_w=v$ 、 $v_t=0$ となる.この時

$$y^+ = \frac{1}{k} InE y^+ \tag{3.54}$$

を満たすy+を設定することが求められる.

3.7 解析条件

本節では、本研究で使用した解析格子および境界条件、初期条件について説明している。得られた解析結果については第4章でまとめている。

Fig.3.4 に示したように、境界条件として赤線の部分を流入口(Velocity inlet)とした. 気体の流入角度を調整できるよう、計算領域の上下面も同様に流入口に設定をしてある. 青の点線部分を圧力出口(Pressure Outlet)と設定した. また、翼型表面を wall 条件とした. 流入気体の角度設定については、速度成分 V を水平成分 V と垂直成分 V に分解し、V に分解し、V と表し、合成し直す事で再現を施した.

計算領域の設定については数値計算の結果の正確性を担保するために主流方向と鉛直方向に どちらもコード長さの 20 倍を設定し、十分な領域広さを確保している $^{(20)}$. コード長は 3.1 項で述べた通り、C=0.08mを設定した.

格子の概形については翼型の前縁部の形状に合わせるために C 型メッシュを採用している. C 型を採用することにより翼近傍で綺麗な構造格子を切ることが容易になっている. また, 翼近傍の最小格子幅については第 3.5 項で述べた壁関数を用いると, 粘性低層部の翼近傍の流体現象を十分に捉えるのに必要な第一層厚さが $y1=1.55*10^{-5}(m)$ であると判る. また, 2 層目以降の厚みについては数値計算の収束に必要な成長率 $\gamma=1.03$ に設定(20)し, 計算格子の品質を確保した. 流入気体は空気と設定し、温度は 300K に設定している.

本研究では火星大気環境下での NACA4 桁系翼の空力特性を細かく捉える事を目的としている。そのためには、低レイノルズ数での迎角変化に伴う翼面近くの流れを詳細に捉える必要がある。そのために、第 3.3 項で述べた Transition $k-\omega$ SST モデルを乱流モデルとして適応する。また、本研究で使用した解析条件の詳細について Table.3.2 に示す。

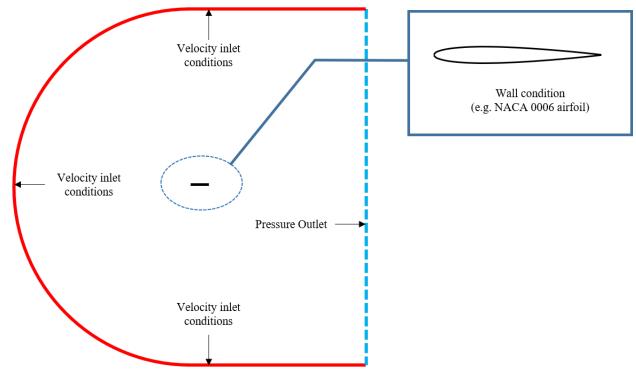


Fig3.4 解析領域概略図及び境界条件

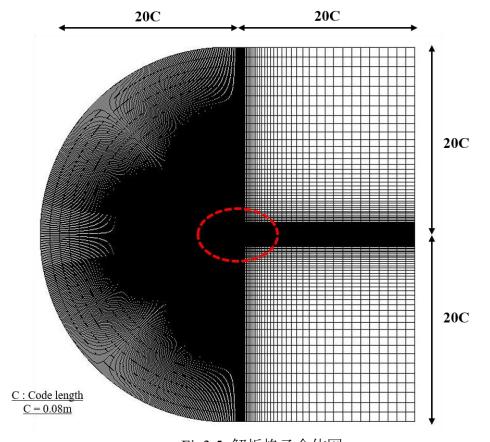


Fig3.5 解析格子全体図

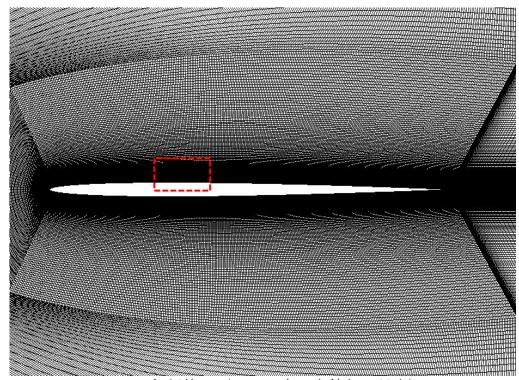


Fig3.6 解析格子(Fig.3.5 内の点線部に対応)

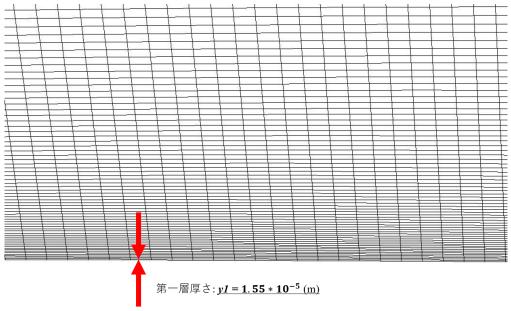


Fig3.7 解析格子 (Fig.3.6 内の点線部に対応)

Table.3.2 解析条件

解析方法 解析ソフトウェア 数値解法 空間の離散化 勾配の評価 乱流モデル 2 次元定常解析
ANSYS Fluent 18.1
圧力ベースソルバー (連成型アルゴリズム)
二次精度風上差分
最小二乗セルベース法
Transient-SST モデル

第4章 実験結果と解析結果および考察

本章では、本研究に用いた実験と数値解析の結果について述べる. 初めに、本研究に用いた 乱流モデルと計算格子について、空力性能と流れ場を過去の文献と比較する形で妥当性を検 証し、結果について 4.1 節で述べる. 妥当性を検証した後、用いた手法を NACA0003 翼型、 NACA0009 翼型モデルに適応する. 最後に、数値計算で得られた結果を基に翼厚ごとの流速 分布と圧力分布、また、翼表面の剪断応力分布などから各迎角の流れ場の特徴について比較 し、翼厚が空力性能にもたらす影響について検証する.

4.1 数値計算の妥当性の検討

本研究において数値計算を導入するにあたり、まず計測結果の妥当性を確認するために、使用した乱流モデルの解析結果と実験結果 EFD (Experimental Fluid Dynamics) の比較を行った。比較対象には CFD (Computational Fluid Dynamics) により得られた、Re=20,000 での迎角 $\alpha=0~9$ deg の計算結果を用いた。

4.1.1 空力特性

Fig. 4.1 に火星探査航空機の巡行 Re 数 20,000 における NACA0006 翼型の実験結果と解析結果の空力特性の比較を示す.

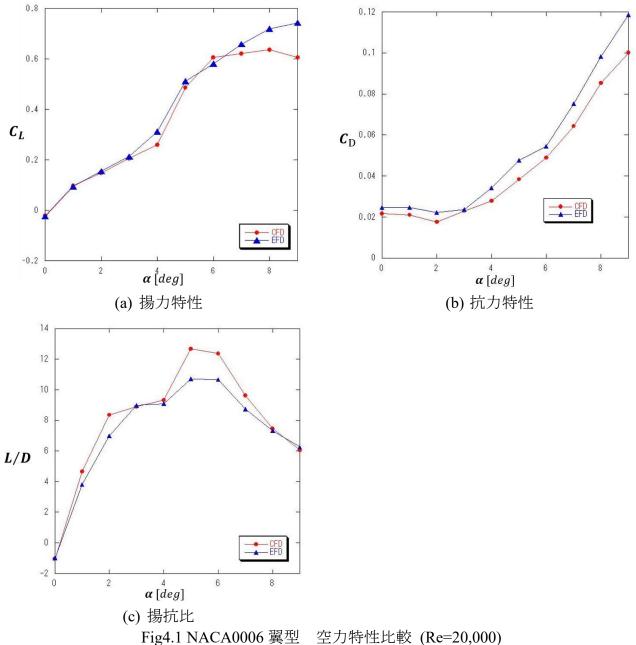
Fig. 4.1(a) に示す揚力係数では、計算値と実験値共に低迎角では揚力傾斜は一定であるが、 $\alpha = 5 \deg$ で非線形に揚力上昇していることが分かる. しかし、迎角を上げていくと $\alpha = 7 \deg$ で計算値の揚力上昇が穏やかになり、実験値よりも低い迎角で失速に近い傾向が見てとれる.

Fig. 4.1(b) に示す抗力特性では、低迎角においては実験値、計算値共に傾斜が小さいのに対し、 $\alpha=5$ deg 付近から抗力係数の傾斜が急激に大きくなり、 迎角が上がるにつれて抗力が大きくなっていることが分かる

Fig. 4.1(c) に示す揚抗比特性では, $\alpha = 5 \deg$ にて,どちらも最大揚抗比をとり, L/D_{max} は実験値で 10.7,計算値で 12.7 であると分かった. $\alpha = 7 \deg$ 以降の空力に対する信憑性は確保

できていないが、実験値においても最大揚抗比は α= 5~6deg で最大値を示すため、 計算値の結果を最大値と見なしてよいと考えられる.また、ここに示す揚抗比特性とは、揚力 特性を抗力特性で除したものであり、この値の善し悪しが翼の空力性能に直結する.

以上の結果より、各特性において僅かな差はあるが、実験値と同様の迎角で空力の特徴的 な傾向を捉えられており、誤差の範囲内と考えられるため、迎角 α= 6 deg までの範囲で適応 した乱流モデルと、作成した計算格子を利用して実験を行う事とする.



前項では定常計算の結果を実験値と比較する形で妥当性を比較した.しかし,高迎角時に 誤差が生じてしまったため,同条件で非定常計算を用いて計算をおこない改善を試みた.

Fig.4.2 に定常計算と非定常計算の空力特性の比較,Fig.4.3 に $\alpha = 6deg$ 以降の翼面上の圧力分布の比較をそれぞれ載せている.

Fig.4.2 より空力特性は定常と非定常で大きな差は見られなかった。しかし、Fig.4.3 から揚力係数 Cp が急激に上昇する遷移点 T の位置は定常と比べて少し遅れているものの、大きな差は生じていないことが分かる。一方で、負圧レベルに関して非定常の方が低く出力されていることが見て取れる。負圧レベルとは翼表面に見られる圧力が負の値になった部分の事であり、その部分で流れの剥離が起こっている。 $\alpha=8,9deg$ の翼後縁付近では、定常では0に近い値となっているが、非定常では負圧となっている。また、過去の論文 $^{(21)}$ と比較すると僅かながら定常計算の方が実験値に近い値を算出できている。しかし Fig.4.3 の $\alpha=6deg$ と $\alpha=9deg$ の圧力分布を観察すると、 $\alpha=6deg$ は定常計算で実験値とほぼ等しい圧力分布を示している一方、高迎角の $\alpha=9deg$ では定常と非定常ともに実験値との誤差が生じている。この圧力分布の誤差により、Fig.4.1 や Fig.4.2 の揚力特性に見られる数値計算での空力性能の低下を招いていると考えられる。 $\alpha=7deg$ の実験値との比較は行っていないが、揚力特性の傾向から圧力分布も誤差が生じ始めていると予測できる。また、Fig.4.2(c)から揚抗比が最も大きくなる点も誤差が出始める迎角より低い所で見受けられるため、最大揚抗比の観点からも $\alpha=6deg$ 迄の迎角範囲であれば信憑性があり、影響を与えないと考えられる。

以上の結果から本研究においては定常計算を $\alpha = 6 deg$ までの迎角範囲に適応し研究を進めていく.

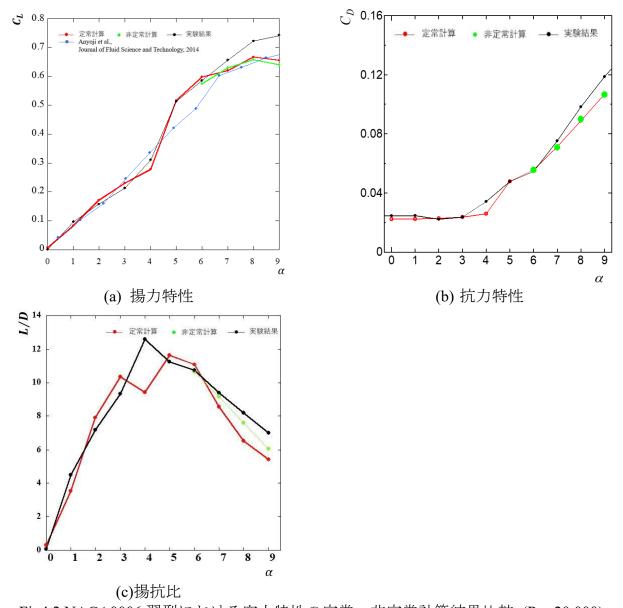


Fig4.2 NACA0006 翼型における空力特性の定常・非定常計算結果比較 (Re=20,000)

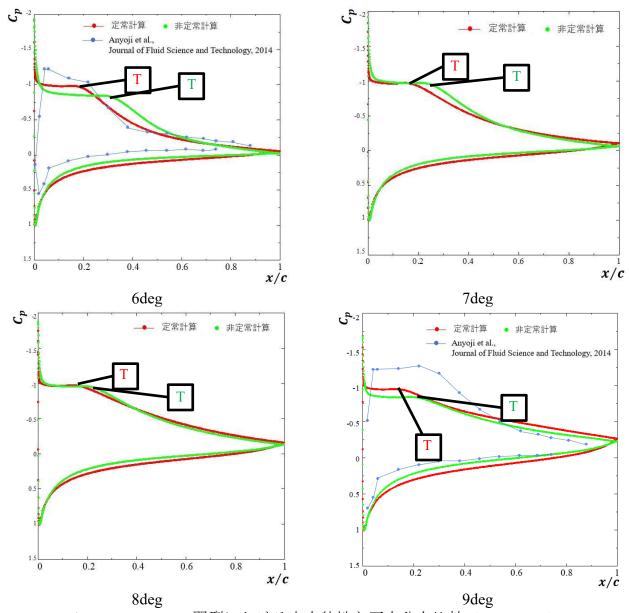


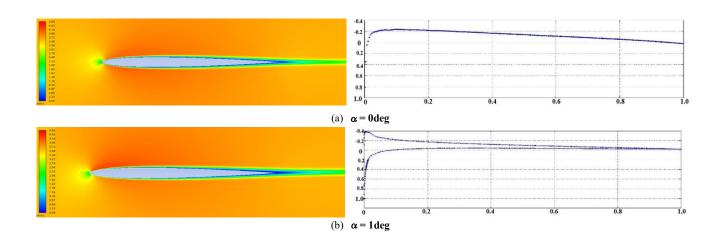
Fig4.3 NACA0006 翼型における空力特性と圧力分布比較 (Re=20,000)

4.1.2 流れ場

Fig.4.4 に、NACA0006 翼型周り流れ場の速度分布を示す。流入させる機体速度は、火星大気環境下の無次元数である Re 数を基準として風速 3.65[m/s]と設定した。 また、計算の収束の是非を確認するため、空力計測をおこなった $\alpha=0$ deg~9deg の範囲での測定結果を載せている.

Re=20,000 における NACA0006 翼型まわりの流れ場速度分布の可視化画像と対応した翼上面の圧力分布のグラフを Fig. 4.4 右側に示す.横軸は剥離点及び再付着点の前縁からの位置 xをコード長 x で除し,無次元化したものである.図中の x 及び x はそれぞれ剥離点及び再付着点を示す.また可視化画像から判別した上面における迎角変化に対する剥離点及び再付着点の位置を整理したものを Fig. 4.5 に示す.グラフの縦軸は迎角 x 横軸は剥離点及び再付着点の前縁からの位置 x をコード長 x で除し,無次元化したものである.

Fig. 4.4 に示すように, $\alpha=0$ ~4 deg の範囲では,翼面上を剥離することなく流れる付着流れとなる.しかし, $\alpha=5$ deg では,前縁で剥離した流れが,すぐに再付着し前縁付近で剥離泡を形成する.この時,再付着の位置は x/c=0.3 付近と比較的に小さい剥離泡となっている. $\alpha=5$ deg,6 deg と迎角が上昇すると,再付着点位置が後縁方向に移動していることがわかる. $\alpha=7$ deg では,再付着点の位置は,x/c=0.7 であり,はっきりと剥離泡の形成が見られる. $\alpha=8$ deg 以降では,前縁で剥離した流れは,再付着せず,剥離泡が崩壊し.前縁剥離流れとなる.本研究では定常計算を用いて計算を行ったため,翼回り流れの平均場が出力された. $\alpha=0$ deg~9 deg の迎角範囲において,計算が収束し,流れ場が出力できたこと,また,低 Re 数領域内での対称翼型の特徴⁽²⁾である剥離泡の挙動を捉える事に成功したため,流れ場の観点において数値計算手法は妥当であると判断できる.



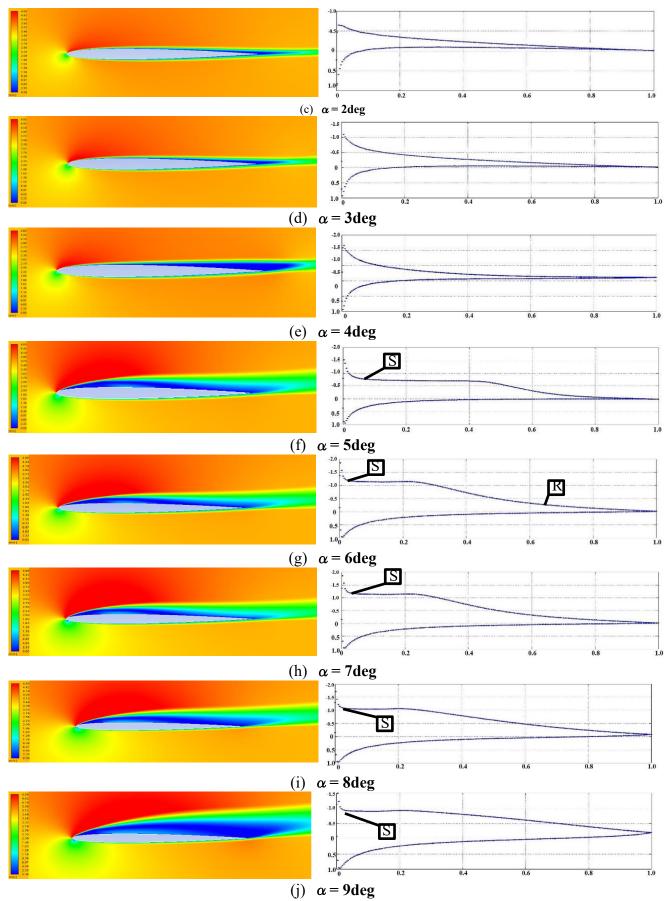


Fig4.4 NACA0006 翼型 (左)速度分布 (右)圧力分布 (Re=20,000)

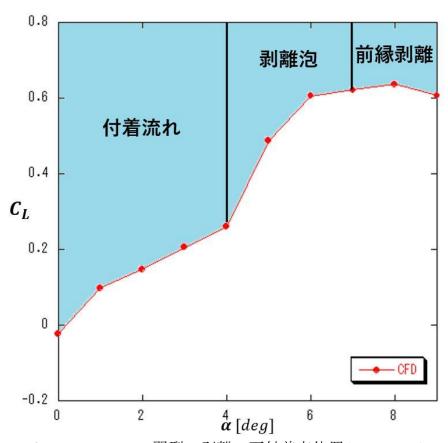


Fig4.5 NACA0006 翼型 剥離・再付着点位置(Re=20,000)

4.2 翼厚変化が空力に与える影響

本節では、本研究に用いた NACA4 桁系翼型の数値解析の結果について述べる. 初めに、本研究に用いた厚みの違う翼型同士の空力性能を比較する. また、その際に最大揚抗比を比較することで、翼の空力性能について明らかにする. 最後に迎角変化に伴う揚力特性の変化量に着目する形で、翼の非線形性について算出した結果について第 4.2.1 項で述べる.

第 4.2.2 項では速度分布と圧力分布を用いた翼回りの流れ場の評価をおこなうことにより、前項の空力性能についての見識をより深める.

4.2.1 空力特性への影響

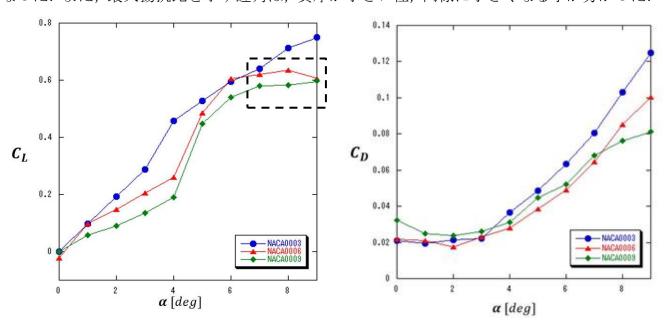
Fig.4.6 に, 巡行レイノルズ数における, NACA4 桁翼型の空力特性の数値計測の結果を示す. この計算結果より, 翼型の前縁半径の大小によって, 空力特性の差異が生じた理由について 考察を行う.

Fig.4.6(a)で示すように、 α =0~3 deg の低迎角では、どの翼型でも一定の揚力傾斜を示しているが、NACA0003 翼型は迎角 α =4 deg において非線形揚力上昇していることがわかる.迎角を上げていくと NACA0006 翼型と NACA0009 翼型も迎角 α =5 deg で非線形揚力上昇を起こしている.また、測定範囲全体にわたって NACA0003 翼型の揚力特性が高くなっていることがわかる.

NACA0006 翼型と NACA0009 翼型の非線形揚力上昇の迎角,上昇量ともに似通っていることがわかる.また,NACA0003 翼型は前者に比べて揚力の上昇量が穏やかであり,非線形が小さいとわかる.

Fig.4.6(c)で示すように、揚抗比の変動について着目すると、非線形揚力上昇が起こる迎角の違いにより、NACA0003 翼型が低い迎角 $\alpha=3$ deg で最大揚抗比を示していることが見て取れる。一方で、他の二つの翼型についてはNACA0006 翼型が迎角 $\alpha=5$ deg、NACA0009 翼型が迎角 $\alpha=6$ deg で最大揚抗比を示した。また、Fig.4.7 で示した最大揚抗比の値に関して、NACA0003 翼型と NACA0006 翼型はどちらも 12~14 の間の値を示しているのに対し、NACA0009 翼型は 10 前後と、他の翼型よりも低い値を示した。

以上の結果から、低 Re 数環境下では翼の厚みが大きいと、高迎角時に揚力特性の上昇が止まってしまい、Fig.4.6(a)の点線部に示すように、失速の様な現象が見て取れることが明らかになった。また、最大揚抗比を示す迎角は、翼厚が小さい程、同様に小さくなる事が分かった。



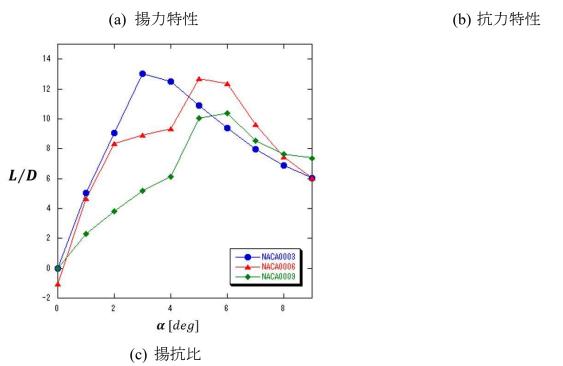


Fig4.6 翼厚毎の空力特性比較 (Re=20,000)

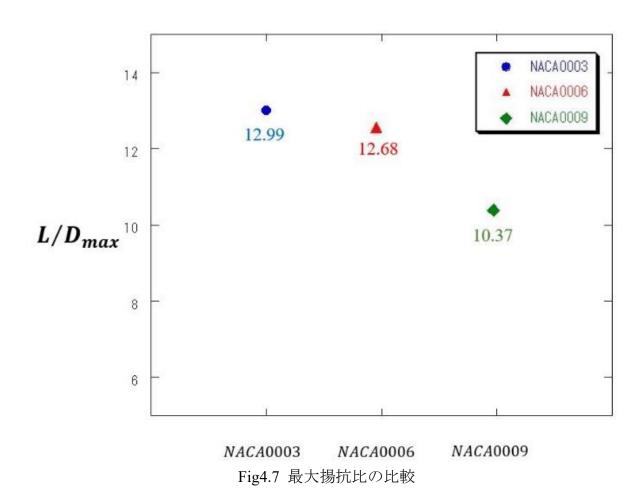


Fig.4.8 に、各翼型の揚力勾配の変化をグラフに示した.

NACA0006 翼型の揚力変化については、非線形揚力上昇を起こす $\alpha=5[\deg]\deg$ よりも低い迎角では、一迎角あたり揚力が約 0.05 上昇を続けている。また、 $\alpha=5[\deg]\deg$ 以降は上昇量が迎角上昇とともに落ち着いていく様子が捉えられた。

NACA0009 翼型の迎角毎の揚力変化については、非線形揚力上昇を起こす $\alpha = 5[\deg]\deg$ よりも低い迎角では、一迎角あたり揚力が約 0.05 上昇を続けている。 $\alpha = 5[\deg]\deg$ 以降は上昇量が迎角上昇とともに落ち着いていく様子が捉えられた。

NACA0006 翼型と NACA0009 翼型の揚力変化は非常に似通っていることがグラフから読み 取れた.

Fig.4.8 を見ると NACA0003 翼型が最も揚力の変化量が小さく, 安定した変化を続けている 事が分かる. 一方で NACA0009 翼型が最も揚力の変化量が大きいことが分かった.

このことから、キャンバの存在しない NACA4 桁系翼型においては、前縁半径の小さい翼型の方が迎角変化に対する空力性能が安定しており、空力性能が優れていると考えられる.

以上の結果から、翼厚が小さい程迎角変化に対する揚力変化を抑える働きがあるとわかる. そのため、薄翼の方が揚力の非線形性が小さく、航空機に用いる事に適していると考察できる.

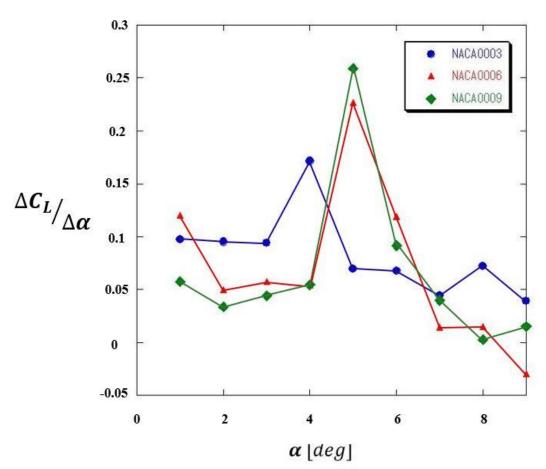


Fig4.8 翼厚毎の揚力勾配の変化量

4.2.2 流れ場への影響

4.2.1 項の結果から、翼型の前縁半径が性能に及ぼす影響について、薄翼の方が迎角変化に対する揚力変化が小さく、安定した飛行に適している事が明らかになった.

本項では、翼厚の及ぼす影響についてさらに細かく掘り下げるために、NACA4 桁系翼型周りの流れ場について CFD による速度場分布と翼上面の圧力分布を対象にして考察を進める.

Fig.4.9 に、NACA4 桁系翼型周り流れ場の速度分布を一覧で示した。また、Fig.4.10 に、同様の条件下での翼上面の圧力分布図を示した。流入させる機体速度は、火星大気環境下の無次元数である Re 数を基準として風速 3.65[m/s]と設定した。

Re=20,000 における翼型まわりの流れ場速度分布の可視化画像と対応した翼上面の圧力分布の画像を Fig. 4.10 に示す。横軸は剥離点及び再付着点の前縁からの位置 x をコード長 c で除し,無次元化したものである。図中の S,R 及び T はそれぞれ剥離点,再付着点及び遷移点を示す。これら 3 点は速度分布図において全迎角で示す。また Fig. 4.10 に示す圧力分布図においては流れが特徴的に移り変わる 4deg 以降の図中で記す。また速度分布の可視化画像と圧力分布図から読み取った上面における迎角変化に対する剥離点及び再付着点の位置を整理したものを Fig. 4.11 に示した。グラフの縦軸は迎角 α ,横軸は剥離点及び再付着点の前縁からの位置 x をコード長 c で除し,無次元化したものである。今回は干渉に大きく関係していると考えられている上面の流れ場に着目している。

Fig. 4.9 と Fig. 4.10 に示すように、NACA0003 翼型周りの流れ場において α =0~3 deg の範囲では、翼面上を剥離することなく流れる付着流れとなる。しかし、NACA0006 翼型と異なり、 α =4 deg では、前縁で剥離した流れが、すぐに再付着し前縁付近で剥離泡を形成する。この時、再付着の位置は x/c=0.5 付近となっている。 α =6 deg と迎角が上昇すると、再付着点位置が後縁方向に移動していることがわかる。 α =6 deg での再付着点の位置は、x/c=0.62 の位置で流れの再付着が起こり、剥離泡の形成が見られる。 α =7 deg の範囲では、再付着せず、剥離泡が崩壊し、前縁剥離流れとなる。

Fig. 4.9 と Fig. 4.10 に示すように、NACA0009 翼型周りの流れ場において $\alpha = 0 \sim 4 \deg n$ 範囲では、翼面上を剥離することなく流れる付着流れとなる。また、NACA0006 翼型と同様に、 $\alpha = 6 \deg n$ では、前縁で剥離した流れが、すぐに再付着し前縁付近で剥離泡を形成する。この時、再付着の位置は x/c = 0.75 付近となっている。

これらの結果から、前縁半径に付随した翼上下面の起伏が流れ場の変化を引き起こす原因になっていると考察できる。 Fig. 4.9 の可視化画像における $\alpha=2,3$ deg 近辺が特に翼厚の違いによる流れ場の変化が顕著にみられる。

 α =4 deg では NACA0003 翼型の流れ場が大きく遷移し、剥離泡がはっきり見て取れる. 一方で、NACA0006 翼型と NACA0009 翼型の流れ場は後縁剥離のままになっている.

 $\alpha = 5 \deg$ で後者の翼型も遷移が始まる様子が見受けられた.

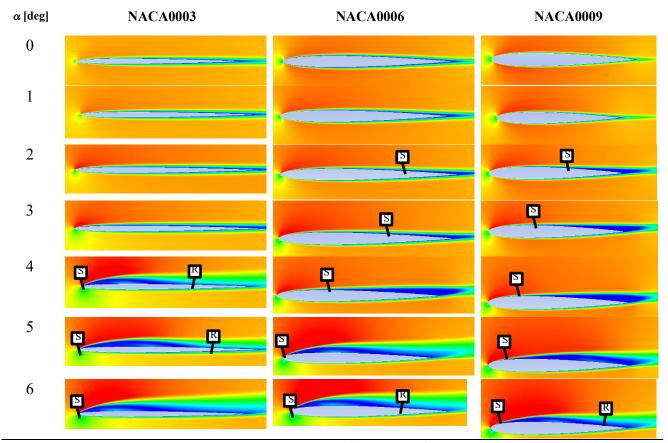


Fig4.9 NACA4 桁系翼型の速度分布一覧(Re=20,000)

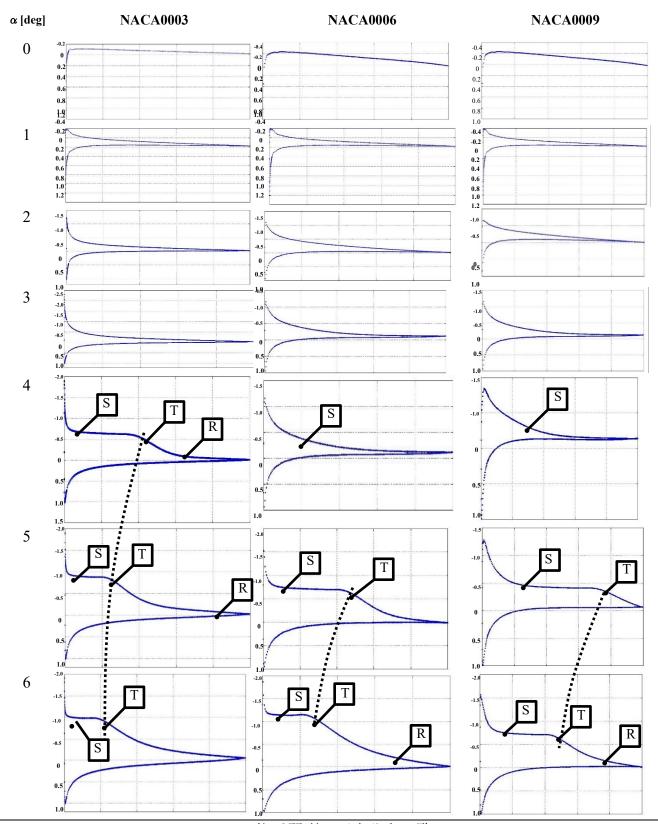


Fig4.10 NACA4 桁系翼型の圧力分布一覧(Re=20,000)

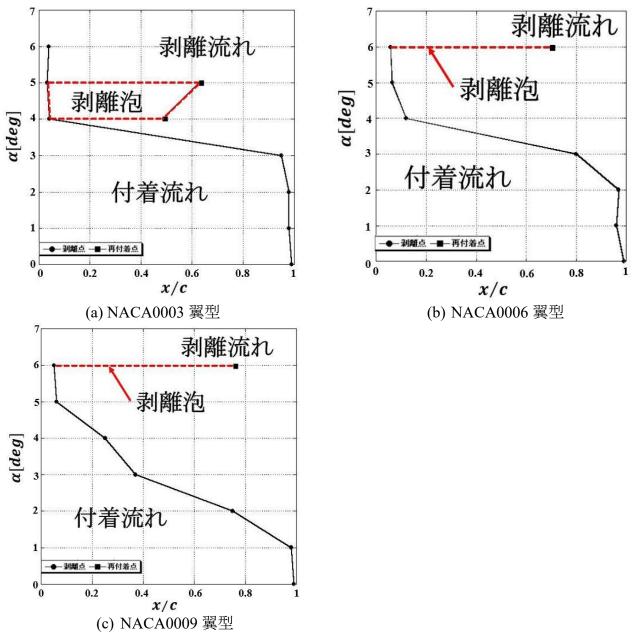


Fig4.11 剥離・再付着点位置比較(Re=20,000)

第5章 結論

本研究は、低 Re 数領域における翼型周りの流れ場評価に定常 RANS を適応することで翼の前縁半径が空力特性に及ぼす影響について系統的に評価する事を目的とした. 実験に用いたセットアップを基に NACA0003, 0006, 0009 それぞれの翼型周りの流れ場の評価をおこなった. 得られた結果は以下のとおりである.

(1) 低 Re 数領域内で飛行する翼の性能評価に用いる二次元定常計算の妥当性 NACA0006 翼型に 2 次元定常数値計算を行い,以下の知見を得た.

空力特性

- ・ 揚力特性において $\alpha = 7 deg$ 以降の高迎角時では、計算値と実験値での乖離が起こった。
- ・ 抗力特性において、全体的に実験値よりも低く算出されているが、迎角が上がると抗力も 上昇するといった特徴を充分捉えられていた.
- ・ 揚抗比においては 抗力特性が実験値よりも小さく算出される都合上,計算値は大きく出力されてしまった. しかし, $\alpha = 4 \sim 5 \ deg$ で最大値を示すといった特性は捉えられていた上,実験値でも最大揚抗比は同迎角で示されるため,高迎角で誤差が出ていても数値計算で求められた翼性能について信憑性があると考えられる.

<u>流れ場</u>

- ・ 速度分布図から求められた流れ場の挙動については、翼型の迎角が変わるにつれて剥離泡を形成し、完全剥離流れに移行する様子が捉えられていた.
- ・ 翼面上の圧力分布から求められた流れ場の挙動については,翼型の迎角が変わるにつれて 剥離泡を形成し,完全剥離流れに移行する様子が捉えられていた.
- 遷移点の位置は定常がやや早くなっているものの大きな差は生じていない。
- ・ 翼面の圧力分布では定常と非定常の結果で大きな差はないが、迎角α = 9degでの翼面上の圧力分布では計算値が小さく算出される結果を得た.この負圧領域の誤差により.高迎角での空力上昇の失速が起こっていると考られる.

以上の結果から低 Re 数領域内で飛行する翼の評価に二次元数値計算を用いる場合,定常計算と非定常計算を比較すると,空力では高迎角時に非定常計算の高迎角時に若干の改善が見られたが,一方で圧力分布を用いた流れ場の評価については定常と非定常ともに,高迎角での再現性が低く出力された.しかし,誤差の生じる迎角よりも前に,最大揚抗比が示される結果になった.そのため,二次元定常計算を $\alpha = 6deg$ までの迎角に用いる事に対して妥当性が確保できていると考えられる.

(2) 翼の前縁半径が空力性能に与える影響について

前縁半径の異なる翼型について前項と同様の条件で計算を行い, 以下の結果を得た.

空力特性

- ・ 揚力特性において $\alpha=0$ deg 付近の低迎角においては、翼厚は流れにほぼ関与していないため、空力特性への影響は極めて小さい。また、 $\alpha=3$ deg まではすべての翼型で一定の揚力傾斜を示し上昇を続けた。NACA0006 翼型と NACA0009 翼型は $\alpha=5$ deg で非線形揚力上昇を起こした。しかし、NACA0003 翼型では $\alpha=4$ deg で非線形揚力上昇が見られ、遷移が早まっている。また、同翼型では非線形性が軽減され、高い線形性を維持しながら揚力上昇をしている。
- ・ NACA0003 翼型において非線形揚力上昇が他の翼型よりも早く発生したため、最大揚抗 比が見られる迎角についても同様に、低い迎角で最大の値を示した。また、揚抗比の最大 値についても薄翼である NACA0003 が最も高い値を出す事ができるとわかった。

流れ場

- ・ NACA0003 翼型における Re=20,000 の流れ場は, $\alpha=0~3$ degで付着流れ, $\alpha=4$ degで 剥離泡ができ始め, $\alpha=5~6$ degで剥離泡, $\alpha=7$ deg 以上では前縁剥離流れとなった. NACA0003 の様な薄翼では,低迎角で付着流れであることに変わりはないのだが, $\alpha=4$ deg といった小さい迎角で剥離が起こり,剥離点が前縁に固定され,前縁剥離から遷移を起こし再付着流れ場となる.その際,剥離泡は迎角に伴い長く成長していき,最終的に崩壊することが見て取れた.
- ・ NACA0006 翼型における Re=20,000 の流れ場は, $\alpha=0$ degで付着流れ, $\alpha=1\sim4$ degで 後縁剥離,その後遷移を起こし, $\alpha=5\sim7$ degで剥離泡, $\alpha=8$ deg 以上では剥離流れとなった.
- ・ NACA0009 翼型も NACA0006 翼型と同様に Re = 20,000 の流れ場は, $\alpha = 0$ degで付着流れ, $\alpha = 1~4$ degで後縁剥離, $\alpha = 5~7$ degで剥離泡, $\alpha = 8$ deg 以上では剥離流れとなった.NACA0003 翼型に比べて,翼厚の大きな NACA0006 翼型や,NACA0009 翼型では,低迎角で後縁剥離,迎角を上げていくと剥離点が徐々に前に移動し,前縁剥離から遷移,再付着といった流れになることがわかった.

以上より、本研究の結果から得た知見は以下のとおりである.

- ・ 低レイノルズ数領域において翼厚が揚力特性に与える影響に関して,前縁半径が小さい翼型は揚力の非線形性が小さく,最大揚抗比も大きいため,同レイノルズ数環境下でより良い性能を示す.
- ・ 各翼型において低迎角から中迎角における遷移や剥離泡といった特徴的な流れ場を二次元の定常数値計算で捉えられたと考えられる. しかし, $\alpha = 7 \deg$ 以降の高迎角では圧力分布の値が小さく出てしまい、それが原因で揚力特性が実験値と乖離してしまった.

本研究を通じて、低レイノルズ数領域内において翼の前縁半径が空力性能に及ぼす影響についての定量的な見地を深める事が出来た.この領域での翼特性の定量的評価に関しては系統的な評価が成されていない部分も多く今後の研究課題である.

参考文献

- (1) JAXA 宇宙科学研究所 大山研究室 Web 資料より (http://www.isas.jaxa.jp/j/researchers/symp/sss13/paper/S6-003.pdf)
- (2) 大山聖,他 "火星探査飛行機の多目的設計探査", 2G01,第 55 回宇宙科学技術連合会,2011.
- (3) 大山聖,他 "火星飛行機の高高度飛行試験(MABE-1)の概要",年会講演会講演集 48, 2017
- (4) 李家賢一, "翼型上に生ずる層流剥離泡", 日本流体学会誌, 第22巻, pp. 15-22, 2003.
- (5) 李家賢一, "層流剥離泡制御による翼型失速抑制の可能性について",日本航空宇宙 学会誌,第61巻,第1号,pp.8-13,2013.
- (6) F. W. Schmitz, "Aerodynamics of the model airplane part 1 airfoil measurement", RSIC-721, p. 203, 1967.
- (7) F. W. Schmitz, "The aerodynamics of small Reynolds numbers", NASA technical memorandum, p. 51, 1980.
- (8) M. Anyoji, et al, "Computational and Experimental Analysis of a High-Performance Airfoil Under Low-Reynolds-Number Flow Condition", *Journal of Aircraft*, Vol. 51, No. 6, pp. 1864-1872, 2014.
- (9) 野々村,他 "LES による石井翼(Re = 23,000)の空力特性解析",第 43 回流体力学講演会,2011.
- (10) Mueller, T. J., and Burns, T. F., "Experimental Studies of the Eppler 61 Airfoil at Low Reynolds Numbers," 20th Aerospace Sciences Meeting, AIAA Paper 1982-0598, Jan. 1982.
- (11) John Henry, et al. Orders of Magnitude: A History of the NACA and NASA, 1915-1990.
- (12) ANSYS® Academic Research CFD, Release18.1, Help System, No.FL01534, ANSYS, Inc.
- (13) 吉澤徹,松尾裕一,溝渕奉寛:衝撃波乱流干渉とレイノルズ平均モデリングの模索,第47回流体力学講演会/第33回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 講演集(2015),1D02,
- (14) Turbulemce Modeling Resource, NASA Langley Research Center, http://turbmodels. Larc.nasa.gov

- (15) 大路通雄:乱流の計算,谷一郎(編),乱流(丸善,1979)129.
- (16) J. L. Lumley: Second—order modeling of turbulent flows, Prediction Methods for Turbulent Flows (ed. W. Kollmann, Hemisphere, Washington, 1980) 1.
- (17) Wilcox, D. C.: Formulation of the k-ω Turbulence Model Revisited, AIAA Journal 46,(2008), 2823-2838
- (18) Baldwin, B. S., and Barth, T. J. A one equation turbulence transport model for high Reynolds number wall-bounded Paper 95-0863
- (19) 乱流の化学-構造と制御 日野幹雄(著) (2020)
- (20) H. Aono, T. Nonomura, M. Anyoji, A. Oyama and K. Fujii Institute of Space and Astronautical Science Japan Aerospace Exploration Agency Sagamihara, Kanagawa, Japan
- (21) H. Aono, T. Nonomura, M. Anyoji, A. Oyama and K. Fujii Institute of Space and Astronautical Science Japan Aerospace Exploration Agency Sagamihara, Kanagawa, Japan
- (22) 二次元対称翼から発生する空力騒音に関する研究(J13-4 3724 A Study on Aerodynamic Sound Generated from Two-Dimensional Symmetric Airfoils

謝辞

本研究の遂行にあたり、多くの方々に多大なるご指導を頂きました。お世話になった方々へ、ここに感謝の意を表します。

青木俊之 教授には、指導教員として 2 年間大変お世話になりました。講義を通じて基本的な知識をご教授頂きました。

安養寺正之 准教授には、実験に関する様々なこと、データ整理や論文の書き方のご指導など、未熟な私の為に多くの時間を割いていただきました。ここに心からお礼申し上げます。3 年間本当にお世話になりました。ありがとうございました。

大和裕里 秘書には、研究室備品の整備や事務的な手続きなど、研究以外の面で支えて頂きました。ありがとうございました。

本研究室で共に研究に励んだ修士 2 年の大野晴之 君, 梶原克弥 君, 小林亮太 君, 土黒聖 斗 君, 平松修一 君, 王文才 君, 皆様のおかげで有意義な研究生活を送ることが出来ました. 心より感謝申し上げます.

同研究室の青木拓未 君, 宇佐美一輝 君, 向原大貴 君, 宮武京右 君, には同じ研究室内で研究に対して試行錯誤を重ねながら, 共に取り組めたことに感謝致します. 特に, 向原君には研究において非常にお世話になりました. 就職後の皆の活躍を期待しています.

最後に、大学院生活を経済的、精神的な面から支えて頂いた両親、家族に深く感謝申し上げます。 日頃よりたくさんの支援をしてくださり、十分に学業や研究に打ち込める環境を与えてくださったことに深く感謝申し上げます。

多くの方々のお力添えにより、この論文を完成する事が出来ました.この場をお借りして 御礼申し上げます.

> 令和3年2月8日 金川 昌弘