

## BÀI TẬP PHƯƠNG PHÁP SỐ MI3042

### TUẦN 1.

#### Câu 1.

Tính định thức Vandermon trong định lý về sự tồn tại duy nhất nghiệm của đa thức nội suy.

#### Câu 2.

a) Chứng minh công thức truy hồi của đa thức Chebysev:

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x)$$

b) Chứng minh rằng  $T_n(x)$  là đa thức đại số bậc  $n$  với hệ số cả  $a_n = 2^{n-1}$ .

#### Câu 3.

- a) Xây dựng công thức xác định  $n$  mốc nội suy tối ưu trên đoạn  $[-1,1]$  và trên đoạn  $[a,b]$  bất kỳ.
- b) Viết thuật toán xác định  $n$  mốc nội suy tối ưu sắp theo thứ tự tăng dần trong đoạn  $[a,b]$  bất kỳ.
- c) Áp dụng với  $n=9$ ,  $a=-1$ ,  $b=1$ ; và với  $n=12$ ,  $a=3$ ,  $b=6$ .

### TUẦN 2.

#### Câu 4.

- a) Viết thuật toán tính giá trị đa thức bằng sơ đồ Horner tại một điểm  $x=c$ .
- b) Viết thuật toán tính phép chia đa thức  $P_n(x)$  cho đa thức bậc nhất dạng  $x-c$  bằng sơ đồ Horner.
- c) Viết thuật toán tính đạo hàm cấp  $k$  của  $P_n(x)$  tại  $x=c$  bằng sơ đồ Horner.
- d) Sử dụng các thuật toán đã thiết lập trong các ý a), b), c) cho đầu vào là  $P(x) = 3x^3 - 2x - 1$  và  $c=0$  và  $c=2.15$  để tính giá trị đa thức, tính thương và phần dư của phép chia đa thức và tính đạo hàm các cấp của đa thức tại  $c$ .

#### Câu 5.

- a) Viết thuật toán tính phép nhân đa thức  $P_n(x)$  với đa thức bậc nhất dạng  $x-c$ .
- b) Viết thuật toán xác định hệ số của đa thức tích  $w_{n+1}(x) = \prod_{k=0}^n (x - x_k)$ .

- c) Áp dụng thuật toán trong ý b) để xác định dạng chính tắc của đa thức tích với các giá trị đầu vào  $x_k$  lần lượt là 2; 2.4; 2.7; 3; 3.1; 3.4.

Câu 6.

Viết thuật toán xây dựng đa thức nội suy Lagrange tương ứng với bộ điểm  $S = \{(x_i, y_i), i = \overline{0, n}\}$  cho trước.

Câu 7.

Tìm đa thức nội suy Lagrange tương ứng với bảng dữ liệu dưới đây:

$x$	1.2	1.5	1.7	1.8	2.1	2.3
$y$	0.892	1.179	1.358	1.445	1.688	1.839

### TUẦN 3

Câu 8. Cho bảng dữ liệu:

$x$	1.2	1.5	1.7	1.9	2.1	2.4
$y$	0.7247	0.1415	-0.2577	-0.6466	-1.0097	-1.4748

- Tìm đa thức nội suy Newton tiến tương ứng với bảng dữ liệu trên.
- Sử dụng đa thức tìm được trong câu a) tính gần đúng  $f(x)$ ,  $f^{(3)}(x)$  tại  $x = 1.8$

Câu 9. Cho bảng dữ liệu:

$x$	2.2	2.3	2.6	2.7	3	3.2
$y$	1.617	1.4914	1.031	0.8548	0.2822	-0.1167

- Tìm đa thức nội suy Newton lùi tương ứng với bảng dữ liệu trên.
- Sử dụng đa thức tìm được trong câu a) tính gần đúng  $f(x)$ ,  $f^{(4)}(x)$  tại  $x = 2.4$

Câu 10.

- Viết thuật toán xác định đa thức nội suy Newton tiến (trường hợp mốc bất kỳ/ mốc cách đều)

- b) Viết thuật toán xác định đa thức nội suy Newton lùi (trường hợp mốc bất kỳ/ mốc cách đều)

Câu 11.

- a) Viết thuật toán trích xuất  $k$  điểm nội từ một danh sách các điểm nội suy cách đều cho trước phù hợp cho bài toán tính gần đúng giá trị hàm số tại điểm  $\bar{x}$ .  
b) Áp dụng thuật toán trên trích xuất 9 điểm nội suy phù hợp tính giá trị hàm số tại  $\bar{x} = 3.52$  từ file data kèm theo.  
c) Xác định đa thức nội suy Newton tiến ( hoặc lùi) tương ứng với tập các điểm nội suy đã trích xuất được, tính gần đúng  $f(\bar{x})$ ,  $f'(\bar{x})$ .

TUẦN 4 + TUẦN 5.

Câu 12.

Cho tập các điểm nội suy trong bảng dữ liệu dưới đây.

$x$	9.2	9.3	9.4	9.5	9.6	9.7	9.8	9.9	10
$y$	9.4341319	9.4307764	9.4261142	9.421191	9.4170553	9.4147476	9.41529	9.4196762	9.4288617

- a) Lập đa thức nội suy Gauss 1 (hoặc Gauss 2) tương ứng với bảng dữ liệu trên  
b) Tính gần đúng giá trị hàm số tại  $\bar{x} = 9.68$

Câu 13.

Cho tập các điểm nội suy trong bảng dữ liệu dưới đây.

$x$	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2
$y$	2.4347052	2.5473627	2.6495552	2.741261	2.8225627	2.8936474	2.9548	3.0064203	3.0489801

- a) Lập đa thức nội suy Stirlin tương ứng với bảng dữ liệu trên  
b) Tính gần đúng giá trị hàm số và đạo hàm của nó tại  $\bar{x} = 1.63$ .

Câu 14

Cho tập các điểm nội suy trong bảng dữ liệu dưới đây.

$x$	5	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	5.7
$y$	3.9931011	4.1278568	4.2723258	4.426064	4.5885338	4.7591118	4.93709	5.1216967

- a) Lập đa thức nội suy Bessel tương ứng với bảng dữ liệu trên
- b) Tính gần đúng giá trị hàm số và đạo hàm của nó tại  $\bar{x} = 1.63$ .

Câu 15

- a) Viết thuật toán thiết lập đa thức nội suy Gauss 1 (Gauss 2)
- b) Viết thuật toán thiết lập đa thức nội suy Stirlin
- c) Viết thuật toán thiết lập đa thức nội suy Bessel

Câu 16.

- a) Trích xuất 9 điểm nội suy phù hợp tính giá trị hàm số tại  $\bar{x} = 7.83$  từ file data kèm theo câu 11.
- b) Xác định đa thức nội suy Stirlin tương ứng với tập các điểm nội suy đã trích xuất được, tính gần đúng  $f(\bar{x})$ ,  $f'(\bar{x})$ .

Câu 17.

- a) Trích xuất 8 điểm nội suy phù hợp tính giá trị hàm số tại  $\bar{x} = 7.83$  từ file data kèm theo câu 11.
- b) Xác định đa thức nội suy Bessel tương ứng với tập các điểm nội suy đã trích xuất được, tính gần đúng  $f(\bar{x})$ ,  $f'(\bar{x})$ .

TUẦN 6 + TUẦN 7

Câu 18.

- a) Viết thuật toán xác định tất cả các khoảng cách ly của phương trình  $f(x) = \bar{y}$  từ tập dữ liệu cho trước.
- b) Viết thuật toán xác định các khoảng đơn điệu của hàm số từ tập dữ liệu cho trước.
- c) Viết thuật toán nội suy cho phương pháp hàm ngược giải bài toán nội suy ngược.
- d) Viết thuật toán nội suy cho phương pháp lặp giải bài toán nội suy ngược.

Câu 19.

Cho file dữ liệu kèm theo. Giải phương trình  $f(x) = \bar{y}$

- a) Bằng phương pháp hàm ngược với  $\bar{y} = 2.5$ .
- b) Bằng phương pháp lặp với  $\bar{y} = 3.15$ .

Câu 20.

- a) Xây dựng công thức xác định hàm ghép tron cấp 3, cấp 4 với tập dữ liệu cho trước.
- b) Viết thuật toán cho hàm ghép tron cấp  $p, p \leq 4$  với tập dữ liệu cho trước.

Câu 21

Cho bảng dữ liệu

$x$	0	0.5236	1.5708	1.0472	3.1416
$y$	1	0.866	0	-0.866	-1

- a) Xác định hàm ghép tron cấp 2 với điều kiện biên  $S'(0) = 0$ .
- b) Xác định hàm ghép tron cấp 3 với điều kiện biên  $S''(0) = -1, S''(0) = 1$ .
- c) Xác định hàm ghép tron cấp 3 với điều kiện biên  $S'(0) = S'(3.1416) = 0$ .

Câu 22

- a) Viết thuật toán xác định hàm thực nghiệm bằng phương pháp bình phương tối thiểu biết tập cơ sở  $\{\varphi_i(x)\}_{i=1,m}$  và tập dữ liệu  $\{(x_i, y_i)\}_{i=1,n}$  đồng thời xác định sai số trung bình phương của hàm tìm được.
- b) Viết thuật toán xác định hàm thực nghiệm theo các dạng dưới đây bằng phương pháp bình phương tối thiểu biết tập cơ sở  $\{\varphi_i(x)\}_{i=1,m}$  và tập dữ liệu  $\{(x_i, y_i)\}_{i=1,n}$ .
  - a.  $y = ae^{b_1\varphi_1(x)+b_2\varphi_2(x)}$  trong đó, các hàm cơ sở không phải hàm đồng nhất
  - b.  $y = ax^b$

Câu 23. Cho file dữ liệu kèm theo.

- a) Xác định hàm thực nghiệm dạng  $y = ax + \frac{b}{x}$ .
- b) Xác định hàm thực nghiệm dạng  $y = ax^2 + b \cos x + c$
- c) Xác định hàm thực nghiệm dạng  $y = ae^{bx+cx^2}$
- d) Xác định hàm thực nghiệm dạng  $y = ax^b$