TÍNH GẦN ĐÚNG ĐẠO HÀM TÍCH PHÂN XÁC ĐỊNH

Hà Thị Ngọc Yến

TÍNH GẦN ĐÚNG ĐẠO HÀM

- Công thức 2 điểm:
  - Cận trái: $$y'(x_k) = \frac{y_{k+1} - y_k}{h}$$
  - Cân phải: $$y'(x_k) = \frac{y_k - y_{k-1}}{h}$$
- Công thức 3 điểm:
  - Cận trái: $$y'(x_k) \approx \frac{1}{2h}\left[-3y_k + 4y_{k+1} - y_{k+2}\right]$$
  - Trung tâm: $$y'(x_{k+1}) \approx \frac{1}{2h}\left[y_{k+2} - y_k\right]$$
  - Cận phải: $$y'(x_{k+2}) \approx \frac{1}{2h}\left[y_k - 4y_{k+1} + 3y_{k+2}\right]$$

Ví dụ

Tính gần đúng đạo hàm tại 1; 1.2; 2.

x_i	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
y_i	- 0.641	- 0.498	- 0.34	-0.165	0.028	0.241	0.477	0.737	1.025	1.343	1.695

$$y'(1) \approx \frac{1}{2h}\left[-3y(1) + 4y(1.1) - y(1.2)\right] =$$

$$y'(1.2) \approx \frac{1}{2h}\left[y(1.3) - y(1.1)\right] =$$

$$y'(2) \approx \frac{1}{2h}\left[y(1.8) - 4y(1.9) + 3y(2)\right] =$$

Ý tưởng

$$f(x) \approx P_n(x)$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b P_n(x)\,dx$$

PP HÌNH THANG

- Chia đoạn lấy tích phân thành n phần bằng nhau

$$[a,b]=[x_0,x_1]\cup[x_1,x_2]\cup\cdots\cup[x_{n-1},x_n]$$

PP HÌNH THANG

- Trên mỗi đoạn $\left[x_i, x_{i+1}\right]$ ta có:

$$f\left(x\right) \approx P_{1i}\left(x\right) = y_i + f\left[x_i, x_{i+1}\right]\left(x - x_i\right)$$

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f\left(x\right)dx \approx \int_{x_i}^{x_{i+1}} P_{1i}\left(x\right)dx = \frac{h}{2}\left(y_i + y_{i+1}\right).$$

PP HÌNH THANG

- Công thức tính:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left(y_0 + 2y_1 + \cdots + 2y_{n-1} + y_n\right)$$

- Sai số:

$$\left|I_i - I_i^*\right| \le \frac{M_2}{12}h^3$$

$$\left|I - I^*\right| \le \frac{M_2}{12}(b-a)h^2$$

PP SIMPSON (PARABOL)

- Chia đoạn lấy tích phân thành 2n phần bằng nhau

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_{2n} = b$$

$$x_k = x_0 + kh$$

PP SIMPSON

- Trên mỗi đoạn $\left[x_{2i}, x_{2i+2}\right]$ ta có:

$$f\left(x\right) \approx P_{2i}\left(x_{2i} + th\right) = y_{2i} + \Delta y_{2i} t + \frac{\Delta^2 y_{2i}}{2!} t\left(t - 1\right)$$

$$\int_{x_{2i}}^{x_{2i+2}} f\left(x\right) dx \approx \int_0^2 P_{2i}\left(x_{2i} + th\right) h dt = \frac{h}{3}\left(y_{2i} + 4y_{2i+1} + y_{2i+2}\right).$$

PP SIMPSON

- Công thức tính:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{3}\left(y_0 + 4\sigma_1 + 2\sigma_2 + y_{2n}\right)$$

$$\sigma_1 = y_1 + y_3 + \cdots + y_{2n-1}$$

$$\sigma_2 = y_2 + y_4 + \cdots + y_{2n-2}$$

PP SIMPSON

- Sai số

$$\left|I_i - I_i^*\right| \le \frac{M_4}{90} h^5$$

$$\left|I - I^*\right| \le \frac{M_4}{180}(b-a)h^4$$

Phương pháp Newton Cotez

$$x_0 < x_1 < ... < x_n,\ x_k = x_0 + kh$$

$$P_n\left(x_0 + th\right) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{k \neq i} \frac{t-k}{i-k}$$

$$\int_{x_0}^{x_n} P_n\left(x\right)dx = h\sum_{i=0}^{n} y_i \int_0^n \prod_{k \neq i} \frac{t-k}{i-k}dt$$

Phương pháp Newton Cotez

$$H_i := \int_0^n \prod_{k\neq i} \frac{t-k}{i-k}\,dt, \qquad \sum_{i=0}^n H_i = n$$

$$H_{n-i} = \int_0^n \prod_{k\neq i} \frac{t-k}{n-i-k}\,dt \overset{t=n-u}{=} \int_n^0 \prod_{k\neq i} \frac{n-u-k}{n-i-k}\,d(-u)$$

$$= \int_0^n \prod_{k\neq i} \frac{u-(n-k)}{i-(n-k)}\,du = H_i$$