۹۸۴۱۱۴۳۲

Subject

Date

محمد عرفان زارع زردینی

کوئیز:

ساختار فرمولی

$T(n)=aT(\frac{n}{b})+f(n)$

$n^{\log_b^a}$ compare $f(n)$

۱) $T(n)=3T(\frac{n}{2})+n^2$ $a=3$ $b=2$ $f(n)=n^2$

$n^{\log_2^3}<n^2=f(n)$ $3\times(\frac{n}{2})^2\leq cn^2$ $c=\frac{3}{4}$ ✓✓

$\Rightarrow T(n)=\Theta(n^2)$ $n^{1.58+\varepsilon}=n^2$ $\Rightarrow \varepsilon=0.42$

$\log_2^3\simeq 1.58$

۲) $T(n)=4T(\frac{n}{2})+n^2$ $a=4,\ b=2$ $f(n)=n^2$

$n^{\log_2^4}=n^2=f(n)$ $T(n)=\Theta(n^2\log n)$

۳) $T(n)=T(\frac{n}{2})+2^n$ $a=1,\ b=2,\ f(n)=2^n$

$\underbrace{n^{\log_2^1}}_{1}<2^n=f(n)$ $2^{\frac{n}{2}}\leq c2^n \Rightarrow 2^{-\frac{n}{2}}\leq c$ $c<1$ ✗✗

در نتیجه با توجه به اینکه می‌شود به این رسید که $c<1$ باشد با master method به جواب می‌رسیم

۴) $T(n)=2^nT(\frac{n}{2})+n^n$ $a=2^n$ $b=2$ $f(n)=n^n$

$n^{\log_2^{2^n}}=n^n=f(n)$ $T(n)=\Theta(n^n\log n)$

۵) $T(n)=16T(\frac{n}{4})+n$ $a=16$ $b=4$ $f(n)=n$

$\underbrace{n^{\log_4^{16}}}_{n^2}>n=f(n)$ $T(n)=\Theta(n^2)$

$n^{2-\varepsilon}=n^1 \Rightarrow \varepsilon=1$

Date

۶) $T(n) = ۲T(\frac{n}{۲}) + n\log n$ $a=۲, b=۲$ $f(n) = n\log n$

$n^{\log_2 ۲} < n\log n = f(n)$ $\cancel{۲\times \frac{n}{۲}}\log\frac{n}{۲} < c\,\cancel{n}\log n \Rightarrow \log\frac{n}{۲} \leqslant c\log n$

$\Rightarrow \log n - \log ۲ \leqslant c\log n$

$1 - \frac{\log ۲}{\log n} \leqslant c$ $\begin{cases} c < ۱ \times\times \\ c > ۱ \Rightarrow \end{cases}$ شرط برقرار نبوده و با این روش نمی‌شود

۷) $T(n) = ۲T(\frac{n}{۲}) + \frac{n}{\log n}$ $a=۲$ $b=۲$ $f(n) = \frac{n}{\log n}$

$n^{\log_2 ۲} > \frac{n}{\log n} = f(n)$ $T(n) = \Theta(n)$

$n^{1-\varepsilon} = \frac{n}{\log n}$ $\varepsilon < ۱$ می‌شود

محاسبه سخت داره کوچیکتر از 1 است.

۸) $T(n) = ۲T(\frac{n}{۴}) + n^{0.01}$ $a=۲$ $b=۴$ $f(n) = n^{0.01}$

$\underbrace{n^{\log_4 ۲}}_{n^{0.5}} < n^{0.01} = f(n)$ $۲(\frac{n}{۴})^{0.01} < c\,n^{0.01}$ $\frac{۲\times \cancel{n^{0.01}}}{۲۰۵۲۸} \leqslant c\,\cancel{n^{0.01}}$

$c < ۱ ✓✓$

$T(n) = \Theta(n^{0.01})$

۹) $T(n) = 0.5\,T(\frac{n}{۲}) + \frac{1}{n}$ $a = 0.5$ $b=۲$ $f(n) = \frac{1}{n}$

$\underbrace{n^{\log_2 0.5}}_{1/n} = 1/n = f(n) \Rightarrow T(n) = \Theta(\frac{\log n}{n})$

۱۰) $T(n) = ۱۶T(\frac{n}{۴}) + n!$ $a=۱۶$ $b=۴$ $f(n) = n!$

$\underbrace{n^{\log_4 ۱۶}}_{n^۲} < n! = f(n)$ $۱۶\times(\frac{n}{۴}!) < c\,n!$ $\begin{cases} c > ۱ \Rightarrow \\ c < ۱\times ۴ \end{cases}$ با این روش

می‌توان بدست آوردش

۱۱) $T(n) = \sqrt{۲}\, T(\frac{n}{۲}) + \log n$ $a = \sqrt{۲}$ $b = ۲$ $f(n) = \log n$

$\underbrace{n^{\log_{۲}^{\sqrt{۲}}}}_{n^{\frac{۱}{۲}}} < \log n = f(n)$ $\sqrt{۲} \log \frac{n}{۲} < c \log n \Rightarrow \sqrt{۲}(\log n - \log ۲) < c \log n$

$\Rightarrow \underset{c > ۱ \times x}{c} > ۱$ ⟵ برای این عم ها این رو با [illegible] درست

$\log ۲ \simeq ۰/۱۴۹$ 8 8 $\log ۲ \times \sqrt{۲} < ۱$ ①

۱۲) $T(n) = ۳T(\frac{n}{۲}) + n$ $a = ۳$ $b = ۲$ $f(n) = n$

$\underbrace{n^{\log_{۲}^{۳}}}_{n^{۱.۵۸}} > n =$ $T(n) = \Theta(n^{۱.۵۸} \log n)$ $n^{۱.۵۸ - \epsilon} = n^{۱}$

$\epsilon = ۰/۵۸$