



دانشکده مهندسی کامپیوتر

دکتر مرضیه ملکی مجد

زمستان ۱۴۰۰

تحلیل و طراحی الگوریتم‌ها

تمرین سری دوم

تاریخ تحویل: ۱۲ فروردین ۱۴۰۰ ساعت ۱۴:۵۹:۵۹

محمد مسعود حبیبی - نیکی مجیدی فرد

قوانین:

- ✚ سوالات تئوری نیاز به **اثبات درستی** و **تحلیل زمان اجرا** دارد.
- ✚ برای سوالات تئوری باید تصویر مناسبی از جواب سؤال در کوئرا آپلود کنید.
- ✚ پاسخ سوالات تئوری باید با خودکار **آبی** (و یا رنگ‌های دیگری که در تصویر کم‌رنگ نباشند مانند **مشکی**) و ترجیحاً بر روی برگه‌ی **A4** باشد. (استفاده از برگه‌های خط‌دار که خط‌های آن از نوشته شما پررنگ‌تر نباشد و نوشته‌های پشت برگه بر روی برگه اثر نگذارد، مانعی ندارد.) همچنین امکان تحویل پاسخ سوالات به صورت تایپ شده وجود دارد.
- ✚ بخش‌های مختلف سؤال را جداگانه بنویسید و مشخص کنید هر قسمت در راستای پاسخ به کدام قسمت است.
- ✚ راه حل خود را تمیز و با خط خوانا بنویسید، هرگونه مشکل که منجر به ناخوانا بودن جواب شود **کسر نمره** به همراه دارد.
- ✚ در سوالات تئوری می‌توانید با استفاده از شبه کد، جواب خود را توضیح بدهید ولی نوشتن کد یا شبه کد به تنهایی نمره‌ای ندارد.
- ✚ در سوالات عملی، توضیحات دقیق‌تر در مورد نحوه‌ی ورودی و خروجی داخل کوئرا داده شده است.
- ✚ برای پاسخ‌های خود اثبات قانع‌کننده ارائه دهید. (به طور مثال اگر مرتبه زمانی برای یک سؤال می‌نویسید، درستی آن را نیز اثبات نمایید.)
- ✚ هرگونه ایده گرفتن از تمرین دیگران و کدهای موجود در اینترنت که موجب تشابه بالای کد شما با دیگری شود، تقلب محسوب می‌شود و نمره‌ی منفی برای شما منظور خواهد شد.
- ✚ راه حل سؤال‌های تئوری را به طور مختصر و دقیق توضیح دهید. توضیحات بی مورد و همچنین عدم توضیح (برای یک قسمت از سؤال) هر دو کسر نمره دارد.
- ✚ تأخیر در ارسال تمرین‌ها براساس نمودار زیر محاسبه خواهد شد. محور افقی نمودار، مقدار تأخیر به ثانیه و محور عمودی، ضریب اعمالی در نمره تمرین است.
- ✚ برای ارسال هر سری تمرین با تأخیر **تا ۷۲ ساعت** فرصت دارید و پس از آن، کوئرا بسته خواهد شد و تمرینی از شما پذیرفته نخواهد شد.
- ✚ در طول ترم **تا ۱۶۸ ساعت (۷ روز کامل)** تأخیر مجاز خواهد بود که به صورت ساعتی محاسبه خواهد شد. در صورتی که تعداد ساعات مجاز تأخیر را رد کنید، **نمره‌ی صفر** برای تمرین شما منظور خواهد شد.
- ✚ با توجه به مکانیزم تأخیر در نظر گرفته شده و فشرده بودن برنامه ترم، **به هیچ عنوان امکان تمدید نخواهد بود.**

درمورد این سری تمرین به نکات زیر توجه داشته باشید:

مبحث اصلی این تمرین، الگوریتم حریصانه (Greedy) می باشد و از شما انتظار می رود برای پاسخ به سوالات، راه حل های مرتبط با این مبحث را ارائه دهید.

توجه داشته باشید که در این سری تمرین باید، به سوالات اول تا سوم تنها به صورت تئوری و به سوالات چهارم و پنجم به صورت تئوری و عملی پاسخ دهید. درواقع برای سوالات ۴ و ۵ توضیحات کامل مربوط به راه حل و الگوریتم خود را داخل قسمت تئوری آپلود می کنید و کد مربوط هر سوال را نیز در قسمت مشخص شده در کوئرا بارگزاری می کنید و نمره به صورت خودکار محاسبه می شود.

پیاده سازی الگوریتم سوال های ۴ و ۵ باید با یکی از زبان های مجاز در کوئرا باشد.

فایل پاسخ تئوری تمرین خود را به صورت **شماره ی دانشجویی_نام و نام خانوادگی_HW2** نام گذاری کرده و ارسال کنید. (برای مثال HW2_NameFamily_99000000). دقت کنید درغیراین صورت، تمرین شما تصحیح نخواهد شد.

سوال اول (۱۵ نمره)

یک شعبه‌ی بانکی با ۵ باجه را در نظر بگیرید. فرض کنید به طور متوسط کارمند باجه‌ی اول در ۶ دقیقه، کارمند باجه‌ی دوم در ۱۵ دقیقه، کارمند باجه‌ی سوم در ۱۰ دقیقه، کارمند باجه‌ی چهارم در ۷ دقیقه و کارمند باجه‌ی پنجم در ۹ دقیقه به امور مشتریان رسیدگی می‌کنند. اگر بدانیم ۲۰ مشتری به طور هم‌زمان وارد این شعبه‌ی بانکی می‌شوند.

الف) اگر با الگوریتم حریصانه به امور این مشتریان رسیدگی شود، کل فرآیند چند دقیقه طول خواهد کشید؟ الگوریتم خود را با تشریح توضیح دهید.

ب) پیچیدگی زمانی و حافظه‌ای الگوریتم را شرح دهید.

سوال دوم (۲۰ نمره)

با توجه به الگوریتم هافمن به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) چرا این الگوریتم در دسته‌ی الگوریتم‌های حریصانه قرار می‌گیرد؟

ب) جمله‌ی زیر را با استفاده از این الگوریتم کدگذاری کنید. (به بزرگی و کوچکی حروف و علائم نگارشی دقت کنید).

I am bored of being bored, since being bored is so boring

ج) آیا در این الگوریتم برای کدگذاری عبارت، به کاراکتر جداکننده نیاز داریم؟ چرا؟

سوال سوم (۲۰ نمره)

هایکو (Heiko) به تازگی به درس «ریاضیات گسسته» علاقه‌مند شده است. او روزهای خود را با دنباله‌ای متشکل از صفرها (روزهایی که در آن گسسته نخوانده) و یک‌ها (روزهایی که در آن گسسته خوانده) نشان می‌دهد. هایکو به دنباله‌ای از روزهای خود «سیاه و سفید» می‌گوید اگر اولین و آخرین روز را گسسته نخوانده باشد و بین این دو روز را یکی در میان گسسته خوانده باشد. برای مثال دنباله‌های ۰، ۱۰، ۰۱۰۱۰، ۱۰۱۰۱۰ روزهای سیاه و سفید هستند و ۰۱۰۰ و ۰۱۱۰ روزهای سیاه و سفید نیستند.

او مشتاق است ببیند آیا می‌تواند دنباله‌ی روزهایش را به تعدادی زیردنباله‌ی «سیاه و سفید» افراز کند یا خیر. (هر روز دقیقاً متعلق به یکی از این زیردنباله‌های سیاه و سفید است.) اگر تعداد روزهای دنباله n باشد، الگوریتمی حریصانه ارائه دهید که به او در این موضوع کمک کند.

زیردنباله: به دنباله‌ای که از حذف صفر یا تعدادی از عناصر دنباله به وجود می‌آید، زیردنباله می‌گویند. در زیردنباله‌ها، روزها لزوماً متوالی نیستند اما دارای ترتیب زمانی هستند.

❖ به عنوان مثال دنباله‌ی ۰۰۰۱۱۰۱۱۰۰۰ قابل افراز به زیردنباله‌های سیاه و سفید زیر است:

ایندکس هر روز در دنباله اصلی	زیردنباله
۱-۴-۸	۰۱۰
۲-۶-۹	۰۱۰
۰-۳-۵-۷-۱۰	۰۱۰۱۰

(این یکی از حالت‌های ممکن برای ایندکس روزها در زیردنباله‌ها است.)

همانطور که مشخص است، در هر زیردنباله ترتیب زمانی روزها رعایت شده است و همچنین هر روز از دنباله اصلی، دقیقاً متعلق به یکی از زیردنباله‌های نوشته شده است. بنابراین دنباله‌ی ۰۰۰۱۱۰۱۱۰۰۰ قابل افراز به زیردنباله‌های سیاه و سفید بالاست و پاسخ مثبت است.

سوال چهارم (۲۰ نمره)

فرض کنید شما مسئول سازماندهی یک مسابقه‌ی عجیب هستید. این مسابقه به این صورت است که جایزه‌ی نقدی به مقدار n ، به ترتیب بین افرادی که در مکان‌های ۱ تا p هستند، اهدا می‌شود به گونه‌ای که رتبه‌های بالاتر، مقدار جایزه‌ی بیشتری دریافت می‌کنند و هم‌چنین می‌خواهیم نفر اول بیشترین مقدار جایزه‌ی ممکن را دریافت کند.

الگوریتمی ارائه دهید که عدد p را به گونه‌ای بیابد که تا حد امکان تعداد بیشتری از افراد جایزه بگیرند. در واقع هدف اصلی مسئله این است که عدد صحیح مثبت n را به صورت جمعی از اعداد صحیح مثبت متمایز بنویسیم به طوری که تعداد این اعداد بیشترین مقدار ممکن باشد.

سوال پنجم (۲۵ نمره)

آریا و لئو قصد دارند یک بازی جالب انجام دهند. آنها n جعبه دارند که از ۱ تا n شماره گذاری شده‌اند و هر جعبه‌ی i دارای تعداد b_i توپ است. بازی به این صورت است که در هر حرکت، بازیکن باید یک عدد مثبت k را انتخاب کند ($2k + 1 \leq n$) و باید یک توپ از جعبه‌ها با شماره‌های $2k, k$ و $2k + 1$ بردارد. هم‌چنین در حالتی که جعبه خالی باشد، بازیکن از آن جعبه توپی بر نمی‌دارد. بازی زمانی به اتمام می‌رسد که تمامی جعبه‌ها خالی شده باشند. (دقت کنید که روش بازی آریا و لئو با همدیگر هیچ تفاوتی ندارد).

با توجه به توضیحات فوق، به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) آیا به ازای تمام مقادیر n ، رسیدن به پایان بازی ممکن است؟ توضیح دهید.

ب) الگوریتمی ارائه دهید که در صورت پایان پذیر بودن بازی، کمترین تعداد حرکت را برای اتمام بازی محاسبه کند.

موفق باشید.