



تحلیل و طراحی الگوریتم‌ها

نیم‌سال دوم ۰۱-۰۰

استاد: دکتر ملکی مجد

زمان پاسخ‌گویی: ۹۰ دقیقه

آزمونک اول (برنامه‌نویسی پویا و الگوریتم حریمانه)

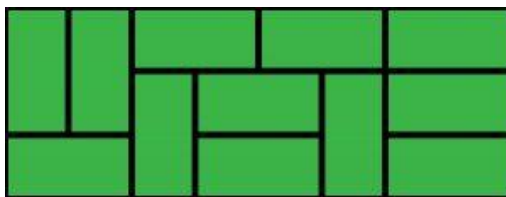
لطفاً به نکات زیر توجه فرمایید:

- پاسخ‌های خود را به‌صورت یک فایل ZIP یا PDF که نام آن به فرمت Name&LastName_StudentID می‌باشد، در کوئرا آپلود کنید.
- اگر برای جواب دادن به سوال نیاز به پیش‌فرضی دارید، فرض خود را صریحاً بنویسید و با فرض خود به ارائه جواب بپردازید.
- توجه کنید هرگونه عدم خوانایی و نامرتبی در برگه‌ی شما کسر نمره به همراه خواهد داشت.
- به هیچ وجه پاسخ خود را در اختیار کسی قرار ندهید. در صورت مشاهده تقلب، نمره هردو طرف صفر منظور خواهد شد.

سوال اول: [۲۵ نمره]

قصده داریم تعدادی دومینوی 1×2 را در یک جدول $3 \times n$ بچینیم. به طوری که جدول به طور کامل پوشش داده شود و دومینوها نیز با یکدیگر هم‌پوشانی نداشته باشند. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟

❖ در شکل زیر یک نمونه از پر کردن جدول برای $n = 8$ نشان داده شده است:



سوال دوم: [۲۵ نمره]

فرض کنید آرایه‌ای از اعداد به طول n داریم و قصد داریم طولانی‌ترین زیررشته‌ی اکیداً صعودی از این آرایه را بیابیم. الگوریتمی با زمان $O(n \log n)$ برای این عملیات ارائه دهید. (راهنمایی: می‌دانیم آخرین عنصر زیررشته‌ی کاندید شده با طول i ، حداقل به بزرگی آخرین عنصر زیررشته‌ی کاندید شده با طول $i-1$ است. زیررشته‌های کاندید شده را با متصل کردن آن‌ها به رشته ورودی، ذخیره کنید.) پیچیدگی محاسباتی و پیچیدگی حافظه‌ای الگوریتم خود را با توضیحات کافی به دست آورید.

سوال سوم: [۲۵ نمره]

الف) با توجه به تعداد تکرار هر کاراکتر، درخت دودویی هافمن مربوط را رسم نموده و کد هافمن بهینه را بیابید.

Character	g	d	c	b	E	a	h	f
Frequency	7	5	5	3	5	2	13	6

ب) با فرض اینکه در درخت دودویی رسم شده، طول یال‌هایی که به آن‌ها عدد صفر اختصاص داده‌اید برابر ۲ و طول یال‌هایی که به آن‌ها عدد یک اختصاص داده‌اید برابر ۳ باشد، فاصله‌ی راس درخت تا دورترین برگ آن چقدر است؟

ج) آیا پاسخ قسمت «ب» همواره یکتاست؟ چرا؟

سوال چهارم: [۲۵ نمره]

فرض کنید شما دارای ۱۰ سکه‌ی ۵ ریالی، ۱۰ سکه‌ی ۲ ریالی و ۱۰ سکه‌ی ۱ ریالی هستید. شرط استفاده از سکه‌ی ۵ ریالی در یک روز این است که شما در آن روز، از سکه‌هایتان به صورت n سکه‌ی ۵ ریالی، n سکه‌ی ۲ ریالی و n سکه‌ی ۱ ریالی خرج کنید. درغیراین صورت، مجاز به استفاده از سکه‌ی ۵ ریالی نمی‌باشید. با رعایت این شرط، در روز بعد به شما هزینه‌ی پرداختی بازگردانده می‌شود.

توجه کنید که مبلغ بازگشتی به صورت سکه‌های ۱ ریالی و ۲ ریالی است که با کمترین تعداد سکه‌ی ممکن به شما پرداخت می‌شود.

اگر هزینه‌ی روز اول ۲۴ ریال و هزینه‌ی روز دوم ۴۰ ریال باشد، هزینه‌ی روزهای سوم و چهارم را طوری تعیین کنید که در روز پنجم هیچ سکه‌ای نداشته باشید.

موفق باشید.