



دانشکده مهندسی کامپیوتر

دکتر مرضیه ملکی مجد

بهار ۱۴۰۱

تحلیل و طراحی الگوریتم‌ها

تمرین سری ششم

تاریخ تحویل: ۱۰ خرداد ۱۴۰۱ ساعت ۲۳:۵۹:۵۹

سامان محمدی رئوف - پارسا کنگاوری

قوانین:

- سؤالات تئوری نیاز به **اثبات درستی** و **تحلیل زمان اجرا** دارد.
- برای سؤالات تئوری باید تصویر مناسبی از جواب سؤال در کوئرا آپلود کنید.
- پاسخ سؤالات تئوری باید با خودکار **آبی** (و یا رنگ‌های دیگری که در تصویر کم‌رنگ نباشند مانند **مشکی**) و ترجیحاً بر روی برگه‌ی **A4** باشد. (استفاده از برگه‌های خط‌دار که خط‌های آن از نوشته شما پررنگ‌تر نباشد و نوشته‌های پشت برگه بر روی برگه اثر نگذارد، مانعی ندارد.) همچنین امکان تحویل پاسخ سؤالات به صورت تایپ شده وجود دارد.
- بخش‌های مختلف سؤال را جداگانه بنویسید و مشخص کنید هر قسمت در راستای پاسخ به کدام قسمت است.
- راه حل خود را تمیز و با خط خوانا بنویسید، هرگونه مشکل که منجر به ناخوانا بودن جواب شود **کسر نمره** به همراه دارد.
- در سؤالات تئوری می‌توانید با استفاده از شبه کد، جواب خود را توضیح بدهید ولی نوشتن کد یا شبه کد به تنهایی نمره‌ای ندارد.
- در سؤالات عملی، توضیحات دقیق‌تر در مورد نحوه‌ی ورودی و خروجی داخل کوئرا داده شده است.
- برای پاسخ‌های خود اثبات قانع‌کننده ارائه دهید. (به طور مثال اگر مرتبه زمانی برای یک سؤال می‌نویسید، درستی آن را نیز اثبات نمایید.)
- هرگونه ایده گرفتن از تمرین دیگران و کدهای موجود در اینترنت که موجب تشابه بالای کد شما با دیگری شود، تقلب محسوب می‌شود و نمره‌ی منفی برای شما منظور خواهد شد.
- راه حل سؤال‌های تئوری را به طور مختصر و دقیق توضیح دهید. توضیحات بی مورد و همچنین عدم توضیح (برای یک قسمت از سؤال) هر دو کسر نمره دارد.
- برای ارسال هر سری تمرین با تاخیر **تا ۱۲۰ ساعت** فرصت دارید و پس از آن، کوئرا بسته خواهد شد و تمرینی از شما پذیرفته نخواهد شد.
- در طول ترم **تا ۲۴۰ ساعت (۱۰ روز کامل)** تاخیر مجاز خواهد بود که به صورت ساعتی محاسبه خواهد شد. در صورتی که تعداد ساعات مجاز تاخیر را رد کنید، **نمره‌ی صفر** برای تمرین شما منظور خواهد شد.
- با توجه به مکانیزم تاخیر در نظر گرفته شده و فشرده بودن برنامه ترم، **به هیچ عنوان امکان تمدید نخواهد بود.**

درمورد این سری تمرین به نکات زیر توجه داشته باشید:

مبحث اصلی این تمرین، محاسبه‌ی بیشینه جریان (Maximum Flow) می‌باشد و از شما انتظار می‌رود برای پاسخ به سوالات، راه‌حل‌های مرتبط با این مبحث را ارائه دهید.

توجه داشته باشید که در این سری تمرین باید، به سوالات اول و دوم تنها به صورت تئوری و به سوال سوم به صورت تئوری و عملی پاسخ دهید.

پیاده سازی الگوریتم سوال ۳ باید با یکی از زبان‌های مجاز در کوئرا باشد.

فایل پاسخ تئوری تمرین خود را به صورت **شماره‌ی دانشجویی_نام و نام خانوادگی_HW6** نام‌گذاری کرده و ارسال کنید. (برای مثال HW6_NameFamily_98000000). دقت کنید درغیراین صورت، تمرین شما تصحیح نخواهد شد.

سوال اول (۳۵ نمره)

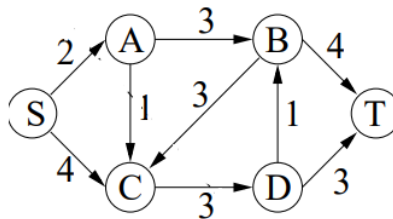
شرکتی تصمیم گرفته است برنامه‌ی حضور کارمندان خود را برای تعطیلات سال ۱۴۰۱ به گونه‌ای سازماندهی کند که در هر روز تعطیل، حداقل یک نفر در شرکت حضور داشته باشد. به تعداد k دوره‌ی تعطیلات در کل سال وجود دارد و هر دوره ممکن است یک یا چند روز طول بکشد. به عبارت بهتر، z امین دوره‌ی تعطیلات به میزان d_i روز طول می‌کشد.

هر کارمند می‌تواند مجموعه‌ای از روزهای تعطیل در شرکت حضور داشته باشد. اگر این تعداد برای i امین کارمند این مجموعه S_i نامیده شود، با استفاده از شبکه‌ی جریان، الگوریتمی ارائه دهید که برنامه‌ای برای چیدمان صحیح کارمندان به نمایش بگذارد؛ به طوری که شرایط زیر را برآورده سازد: (این مسئله را مدل کنید).

- (۱) به هر روز تعطیلی یک کارمند اختصاص داده شود.
- (۲) هر کارمند حداکثر c روز از کل تعطیلات را مسئول باشد.
- (۳) در هر دوره‌ی تعطیلی، هر کارمند حداکثر یک روز از آن را مسئول باشد.

سوال دوم (۳۵ نمره)

در شبکه‌ی جریان نشان داده شده در شکل زیر، هر یال جهت‌دار با ظرفیت خود برچسب گذاری شده است. برای یافتن حداکثر جریان از الگوریتم فورد-فالکرسون استفاده می‌کنیم. اگر اولین مسیر تقویتی $S-A-C-D-T$ و دومین مسیر تقویتی $S-A-B-C-D-T$ باشد، به سوالات زیر پاسخ دهید:



- (۱) پس از اینکه جریان را با استفاده از این دو مسیر افزایشی بروز کردیم، شبکه‌ی باقیمانده را ترسیم کنید.
- (۲) تمام مسیرهای تقویتی را که می‌توان برای مرحله سوم افزایش انتخاب کرد، فهرست کنید.
- (۳) مقدار عددی حداکثر جریان چقدر است؟ یک خط به گراف مربوطه جهت نشان دادن حداقل برش (cut) اضافه کنید.

سوال سوم (۳۰ نمره)

پلیس راه تصمیم دارد به دلیل افزایش آمار تصادفات، دوربین کنترل سرعت را در راه‌ها نصب کند. با توجه به آمار بالای مسیر تهران - مشهد، این مسیر در اولویت قرار گرفته است. پلیس در نظر دارد دوربین‌های مخفی را در میانه‌ی راه جاده‌ها (تمامی جاده‌ها دوطرفه هستند) قرار دهد تا هر ماشینی که از تهران به مشهد (و یا بالعکس) سفر می‌کند، حداقل از جاده‌ای شامل یک دوربین گذر کند.

پلیس تصمیم دارد برای کمینه کردن هزینه‌ی موردنیاز برای نصب دوربین‌ها، تعداد دوربین‌های موردنیاز را کمینه کند. شما باید حداقل تعداد دوربین‌های مورد نیاز و جاده‌هایی که دوربین‌ها در آن‌ها قرار می‌گیرند را گزارش دهید. (دقت کنید به ازای تعداد لاین‌های رانندگی یا همان ظرفیت جاده‌ها باید سنسور گذاشته شود).

الف) استدلال کنید هر برشی که انتخاب کنیم، جوابی (نه لزوماً جواب بهینه) برای این مسئله می‌باشد. هم‌چنین جواب بهینه را پیدا کنید.

ب) برنامه‌ای بنویسید تا با ورودی گرفتن گرافی که نشان‌دهنده‌ی نقشه‌ی راه‌های بین تهران و مشهد است، جواب بهینه را برگرداند. توضیحات بیشتر درمورد فرمت ورودی و خروجی داخل سایت کوئرا قرار گرفته است.

موفق باشید.