

زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

آزمونک دوم (الگوریتم‌های مقدماتی گراف و MST)

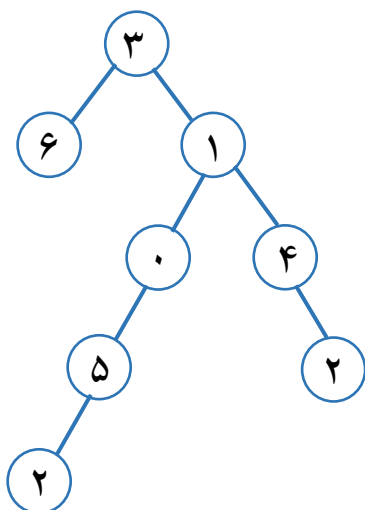
لطفاً به نکات زیر توجه فرمایید:

- پاسخ‌های خود را به‌صورت یک فایل ZIP یا PDF که نام آن به فرمت **Name&LastName_StudentID** می‌باشد، در کوئرا آپلود کنید.
- در تمامی سوالات طراحی الگوریتم، تحلیل پیچیدگی زمانی و مکانی الزامی است.
- اگر برای جواب دادن به سوال نیاز به پیش‌فرضی دارید، فرض خود را صریحاً بنویسید و با فرض خود به ارائه جواب بپردازید.
- توجه کنید هرگونه عدم خوانایی و نامرتبی در برگه‌ی شما کسر نمره به همراه خواهد داشت.
- به هیچ وجه پاسخ خود را در اختیار کسی قرار ندهید. در صورت مشاهده تقلب، نمره هردو طرف صفر منظور خواهد شد.

سوال اول: [۲۵ نمره]

یک گراف فاقد دور را در نظر بگیرید که دارای V راس و E یال می‌باشد. راس S را راس ابتدایی این گراف قرارداد می‌کنیم. با بهره‌گیری از الگوریتم‌های پیمایش گرافی که تاکنون آموخته‌اید، الگوریتمی ارائه دهید که مجموع کمینه‌ی مقدار عناصر (اعداد روی رئوس گراف) را برای هر عمق دلخواه محاسبه کند. پیچیدگی زمانی و مکانی الگوریتم خود را توضیح دهید.

❖ به عنوان مثال، در گراف روبرو با شروع از گره ۳ و در عمق صفر، مقدار کمینه‌ی به‌دست‌آمده، مقدار خود گره یعنی ۳ می‌باشد. در عمق ۲، این مقدار برابر با ۴ و در عمق ۳ برابر با ۷ می‌باشد.



Input-node(S): 1

Depth: 0

Min-Element -> 1

Depth: 1

Min-Element -> 0

Depth: 2

Min-Element -> 2

Sum-of-mins-at-depth-2 = 3

Input-node(S): 0

Depth: 0

Min-Element -> 0

Depth: 1

Min-Element -> 1

Depth: 2

Min-Element -> 2

Depth: 3

Min-Element -> 2

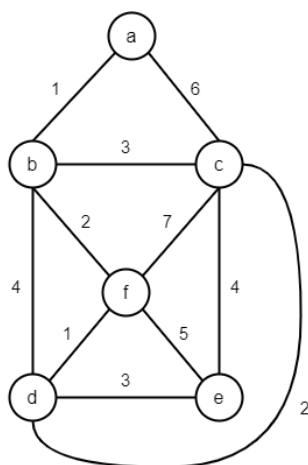
Sum-of-mins-at-depth-3 = 5

سوال دوم: [۲۵ نمره]

سه رقم سمت راست شماره دانشجویی خود را جمع بزنید؛ اگر حاصل جمع دو رقمی بود، مجدداً دو رقم را با همدیگر جمع بزنید. اگر حاصل از ۳ کوچکتر بود، عدد به دست آمده را دو برابر کنید. عدد نهایی به دست آمده را V بنامید. یک گراف جهت دار و همبند با V راس و $2V$ یال رسم کنید. هریک از الگوریتم‌های BFS و DFS را روی این گراف اجرا کنید و روند اجرای الگوریتم را مرحله به مرحله نمایش دهید. (در صورتی که مقدار به دست آمده برای V منطقی نیست، V را برابر با ۹ در نظر بگیرید).

سوال سوم: [۲۵ نمره]

گراف مقابل را در نظر بگیرید.



یکی از الگوریتم‌های Prim و یا Kruskal را به دلخواه روی این گراف اجرا کنید. روند اجرای الگوریتم را مرحله به مرحله نشان دهید و در هر مرحله موارد زیر را مشخص کنید:

- یال انتخاب شده در هر مرحله
- دلیل انتخاب این یال در هر مرحله

سوال چهارم: [۲۵ نمره]

نشان دهید اگر یک یال (u, v) در درخت پوشای کمینه‌ی گرافی وجود داشته باشد، آنگاه آن یال light edge ای است که از برخی از برش‌های (cut) گراف عبور می‌کند.

موفق باشید.