



دانشکده مهندسی کامپیوتر

دکتر مرضیه ملکی مجد

زمستان ۱۴۰۰

تحلیل و طراحی الگوریتم‌ها

تمرین سری اول

تاریخ تحویل: ۱۷ اسفند ۱۴۰۰ ساعت ۲۳:۵۹:۵۹

رضا علیدوست - آرمان حیدری

قوانین:

- سؤالات تئوری نیاز به اثبات درستی، تحلیل زمان اجرا، پیچیدگی زمانی و پیچیدگی حافظه‌ای دارند.
- برای سؤالات تئوری باید تصویر مناسبی از جواب سؤال در کوئرا آپلود کنید.
- پاسخ سؤالات تئوری باید با خودکار آبی (و یا رنگ‌های دیگری که در تصویر کم‌رنگ نباشند مانند مشکی) و ترجیحاً بر روی برگه‌ی A4 باشد. (استفاده از برگه‌های خط‌دار که خط‌های آن از نوشته شما پررنگ‌تر نباشد و نوشته‌های پشت برگه بر روی برگه اثر نگذارد، مانعی ندارد.) همچنین امکان تحویل پاسخ سؤالات به صورت تایپ شده وجود دارد.
- بخش‌های مختلف سؤال را جداگانه بنویسید و مشخص کنید هر قسمت در راستای پاسخ به کدام قسمت است.
- راه حل خود را تمیز و با خط خوانا بنویسید، هرگونه مشکل که منجر به ناخوانا بودن جواب شود **کسر نمره** به همراه دارد.
- در سؤالات تئوری می‌توانید با استفاده از شبه کد، جواب خود را توضیح بدهید ولی نوشتن کد یا شبه کد به تنهایی نمره‌ای ندارد.
- در سؤالات عملی، توضیحات دقیق‌تر در مورد نحوه‌ی ورودی و خروجی داخل کوئرا داده شده است.
- برای پاسخ‌های خود اثبات قانع‌کننده ارائه دهید. (به طور مثال اگر مرتبه زمانی برای یک سؤال می‌نویسید، درستی آن را نیز اثبات نمایید.)
- هرگونه ایده گرفتن از تمرین دیگران و کدهای موجود در اینترنت که موجب تشابه بالای کد شما با دیگری شود، تقلب محسوب می‌شود و نمره‌ی منفی برای شما منظور خواهد شد.
- راه حل سؤال‌های تئوری را به طور مختصر و دقیق توضیح دهید. توضیحات بی مورد و همچنین عدم توضیح (برای یک قسمت از سؤال) هر دو کسر نمره دارد.
- تأخیر در ارسال تمرین‌ها براساس نمودار زیر محاسبه خواهد شد. محور افقی نمودار، مقدار تأخیر به ثانیه و محور عمودی، ضریب اعمالی در نمره تمرین است.
- برای ارسال هر سری تمرین با تأخیر **تا ۷۲ ساعت** فرصت دارید و پس از آن، کوئرا بسته خواهد شد و تمرینی از شما پذیرفته نخواهد شد.
- در طول ترم **تا ۱۶۸ ساعت (۷ روز کامل)** تأخیر مجاز خواهد بود که به صورت ساعتی محاسبه خواهد شد. در صورتی که تعداد ساعات مجاز تأخیر را رد کنید، **نمره‌ی صفر** برای تمرین شما منظور خواهد شد.
- با توجه به مکانیزم تأخیر در نظر گرفته شده و فشرده بودن برنامه ترم، **به هیچ عنوان امکان تمدید نخواهد بود.**

درمورد این سری تمرین به نکات زیر توجه داشته باشید:

مبحث اصلی این تمرین، برنامه‌نویسی پویا (Dynamic Programming) می‌باشد و از شما انتظار می‌رود برای پاسخ به سوالات، راه‌حل‌های مرتبط با این مبحث را ارائه دهید.

توجه داشته باشید که در این سری تمرین باید، به سوالات اول تا سوم تنها به صورت تئوری و به سوالات چهارم تا ششم به صورت تئوری و عملی پاسخ دهید. درواقع برای سوالات ۴ تا ۶ توضیحات کامل مربوط به راه حل و الگوریتم خود را داخل قسمت تئوری آپلود می‌کنید و کد مربوط هر سوال را نیز در قسمت مشخص شده در کوئرا بارگزاری می‌کنید و نمره به صورت خودکار محاسبه می‌شود.

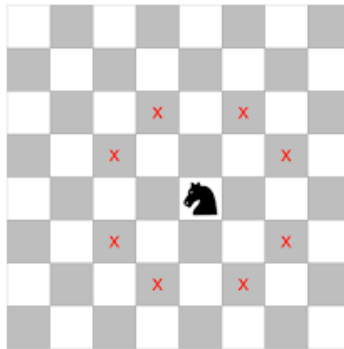
این تمرین شامل یک سوال امتیازی می‌باشد (سوال ششم) و نمره تمرین از ۱۲۰ محاسبه می‌شود.

پیاده‌سازی الگوریتم سوال‌های ۴ تا ۶ باید با یکی از زبان‌های مجاز در کوئرا باشد.

فایل پاسخ تئوری تمرین خود را به صورت **شماره ی دانشجویی_نام و نام خانوادگی_HW1** نام‌گذاری کرده و ارسال کنید. (برای مثال HW1_NameFamily_99000000). دقت کنید درغیراین صورت، تمرین شما تصحیح نخواهد شد.

سوال اول (۱۵ نمره)

یک اسب را در صفحه‌ی شطرنج $n \times n$ در نظر بگیرید. خانه‌هایی که اسب مجاز است به آن خانه‌ها حرکت کند، در تصویر زیر قابل مشاهده است. یک الگوریتم مبتنی بر برنامه‌نویسی پویا برای محاسبه‌ی تعداد حالت‌هایی که اسب می‌تواند با $m \geq 0$ حرکت از خانه‌ی (k_x, k_y) به (t_x, t_y) برود، طراحی کنید. پیچیدگی محاسباتی و حافظه‌ای الگوریتم خود را نیز مشخص کنید.



سوال دوم (۱۵ نمره)

فرض کنید مجموعه‌ای از شمش‌های طلا را به شما داده‌ایم و شما باید تا جایی که ممکن است شمش‌های طلا را داخل کیفتان قرار دهید. تنها یک نسخه از هر شمش وجود دارد و شما آن شمش را می‌توانید بردارید یا نه. (شما نمی‌توانید کسری از یک شمش را بردارید).

اگر n شمش طلا داشته باشیم، الگوریتمی مبتنی بر برنامه‌نویسی پویا ارائه دهید که بتوان بیشترین وزن طلایی که با استفاده از کیفی با ظرفیت w قابل جمع‌آوری است را به دست آورد.

❖ فرض کنید ظرفیت کیف برابر با ۱۹۰ کیلو باشد و شمش‌های طلا به ترتیب با وزن‌های ۵۶، ۵۹، ۸۰، ۶۴، ۷۵ و ۱۷ کیلوگرم را داریم. الگوریتم ارائه‌شده را برای این مثال اجرا کنید و بیشترین وزن طلایی که در این کیف جا می‌شود را بدست آورید.

سوال سوم (۲۰ نمره)

برای یک ماتریس $m \times n$ که از مقادیر باینری تشکیل شده است، بزرگ‌ترین زیرماتریس مربعی را پیدا کنید؛ بطوری که تمام مقادیر آن ۱ باشد. الگوریتم شما باید در دسته‌ی الگوریتم‌های برنامه‌نویسی پویا قرار گیرد. الگوریتم خود را با ذکر مراحل آن بر روی ماتریس نمونه زیر اجرا کنید.

0	1	1	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	1	1

سوال چهارم (۳۰ نمره)

فراگی (Froggie) امروز حین جمع‌آوری سنگ‌های زیبا برای کلکسیون خود انرژی زیادی مصرف کرده و گرسنه شده است؛ اما هنوز راه زیادی تا خانه مانده است. او برای رسیدن به خانه دو مسیر پیش روی خود دارد. در هر یک از این دو مسیر n تا از دوستان فراگی سکونت دارند که فراگی می‌تواند در خانه‌ی آن‌ها غذا بخورد. هم‌چنین فراگی می‌تواند در بین راه از یک مسیر به مسیر دیگری بپرد؛ اما این کار به اندازه‌ی p واحد غذا از فراگی انرژی کم می‌کند.

از آنجا که فراگی برای رسیدن به خانه عجله دارد، هیچ‌وقت به عقب باز نمی‌گردد. شما باید به فراگی کمک کنید بیشترین غذا را در راه خانه بخورد و کمترین انرژی را مصرف کند.

تعداد واحد غذا در خانه‌ی هریک از دوستان فراگی به صورت دو آرایه به طول n (هر آرایه برای یکی از مسیرها) از اعداد طبیعی داده می‌شود. فراگی می‌تواند در هر خانه از آرایه‌ها به خانه‌ی جلویی حرکت کند یا مسیرش را عوض کند و به خانه‌ی جلویی متناظر در آرایه‌ی دیگر برود.

سوال پنجم (۲۰ نمره)

با استفاده از برنامه‌نویسی پویا، برنامه‌ای بنویسید که با گرفتن عدد طبیعی n به عنوان ورودی، مقدار رقم یکان حاصل جمع $fib(0) + fib(1) + fib(2) + \dots + fib(n)$ را محاسبه کند. منظور از $fib(n)$ ، n امین عدد دنباله‌ی فیبوناچی است. با فرض $fib(0) = 1$ و $fib(1) = 1$ مسئله را حل کنید.

سوال ششم (امتیازی) (۲۰ نمره)

با استفاده از برنامه‌نویسی پویا، برنامه‌ای بنویسید که از ورودی عبارت ریاضی را دریافت کند که شامل اعداد یک رقمی و عملگرهای $+$ ، $-$ و \times بین آن‌ها باشد. سپس حداکثر مقدار ممکن برای آن عبارت که با اضافه کردن پرانتز به آن به دست می‌آید را محاسبه کند.

❖ برای مثال، به ازای ورودی " $4 \times 5 - 6 \times 9$ " باید عدد ۱۲۶ به عنوان خروجی نمایش داده شود که حداکثر مقدار این عبارت است و به صورت $9 \times (4 \times 5 - 6)$ محاسبه می‌شود.

موفق باشید.