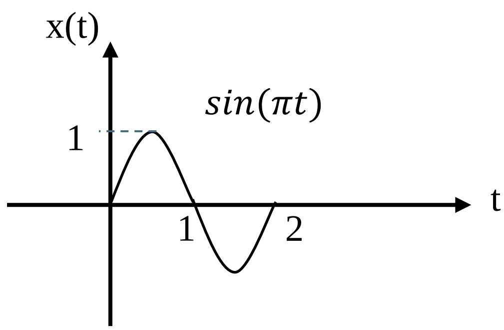
۱-سیگنال‌های زیر پاسخ ضربه‌های سیستم‌های LTI هستند. آیا این سیستم‌ها پایدار و علی هستند؟ (با راه حل)

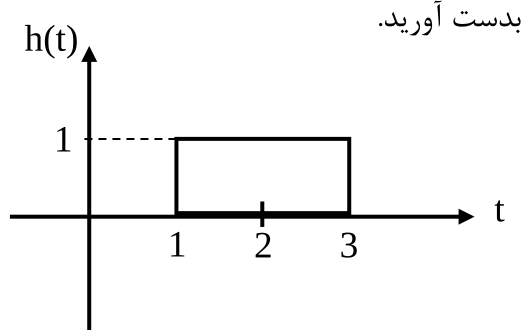
A) $h[n] = \left(\frac{1}{5}\right)^n u[n]$, B) h[n] = $(0.8)^n\, u[n+2]$

C) $h[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n] + (1.01)^n u[n-1]$, $D)\ h(t) = e^{-6|t|}$

۲- حاصل کانولوشن‌های زیر را بدست آورید.

A)





B) x[n] = u[n] – u[-n] , $h[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n & n \geq 0 \\ 4^n & n < 0 \end{cases}$

C) $x(t) = \begin{cases} t+1 & ; \quad 0 \leq t \leq 1 \\ 2-t & ; \quad 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & ; \quad O.w \end{cases}$, $h(t) = \delta(t+2) + 2\delta(t+1)$

D) $x[n] = 3^n u[-n-1] + \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$, h[n] = $\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n+3]$ **(امتیازی)**

۳-یک سیستم LTI علی S با ورودی x(t) و خروجی y(t) را در نظر بگیرید:

$$a_2 \frac{d^2y(t)}{d^2t} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_2 \frac{d^2x(t)}{d^2t}$$

نشان دهید که

$$y(t) = A\int_{-\infty}^{t} y(\tau)d\tau + B\int_{-\infty}^{t}\left(\int_{-\infty}^{\tau} y(\sigma)d\sigma\right)d\tau + Cx(t) + D\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau + E\int_{-\infty}^{t}\left(\int_{-\infty}^{\tau} x(\sigma)d\sigma\right)d\tau$$

و ثابت‌های A, B, C, D, E را بر حسب $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$ بیان کنید. در ادامه در نظر داشته باشید که S را می‌توان حاصل اتصال سری دو سیستم LTI مقابل دانست:

$$S_1: y_1(t) = Cx_1(t) + D\int_{-\infty}^{t} x_1(\tau)d\tau + E\int_{-\infty}^{t}\left(\int_{-\infty}^{\tau} x_1(\sigma)d\sigma\right)d\tau$$

$$S_2: y_2(t) = A\int_{-\infty}^{t} y_2(\tau)d\tau + B\int_{-\infty}^{t}\left(\int_{-\infty}^{\tau} y_2(\sigma)d\sigma\right)d\tau + x_2(t)$$

که در آن به دلیل اتصال سری می‌توان گفت $x_2(t) = y_1(t)$ است. نمودار جعبه‌ای S را به صورت اتصال سری نمودار جعبه‌ای S_1 و S_2 به صورت Direct Form I, II رسم کنید.

۴- معادله تفاضلی زیر را حل کنید. (با فرض شرایط استراحت اولیه)

$$y[n] - \frac{1}{2}y[n-1] = x[n] \quad , \quad x[n] = k\cos(\Omega_0 n)\,u[n]$$