



## تمرین سری ۳ - سیگنال ها و سیستم ها - دکتر عبدالله امیرخانی

۱- اطلاعات زیر در مورد سیگنال  $x[n]$  داده شده است:

$x[n]$  حقیقی و زوج است

دوره تناوب  $x[n]$ ،  $N = 10$  و ضرایب سری فوریه آن  $a_k$  می باشد. همچنین  $a_{11} = 5$  است

$$\frac{1}{10} \sum_{n=0}^9 |x[n]|^2 = 50$$

نشان دهید که  $x[n] = A \cos(Bn + C)$  بوده و مقادیر عددی ثابت های  $A$ ,  $B$ ,  $C$  را بدست آورید.

۲- یک سیستم LTI پیوسته در زمان با پاسخ فرکانسی زیر را در نظر بگیرید

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt = \frac{\sin(4\omega)}{\omega}$$

ورودی این سیستم، سیگنال متناوب زیر با دوره تناوب  $T = 8$  می باشد:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & ; 0 \leq t < 4 \\ -1 & ; 4 \leq t < 8 \end{cases}$$

ضرایب سری فوریه خروجی سیستم  $y(t)$  را بیابید

۳- قطار ضربه  $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - 4k]$  ورودی یک سیستم LTI با پاسخ فرکانسی  $H(e^{j\omega})$  است، و خروجی سیستم عبارت است از  $y[n] = \cos(\frac{5\pi}{2}n + \frac{\pi}{4})$ . مقادیر  $H(e^{j\frac{k\pi}{2}})$  را به ازای  $k = 0, 1, 2, 3$  بیابید.

۴-  $x(t)$  را یک سیگنال متناوب با تناوب پایه  $T$  و ضرایب سری فوریه  $a_k$  فرض کنید. ضرایب سری فوریه سیگنال های زیر را برحسب  $a_k$  بیان کنید.

$$A) x(t - t_0) + x(t + t_0), \quad B) \text{Ev}\{x(t)\}, \quad C) \text{Re}\{x(t)\}, \quad D) \frac{d^2 x(t)}{dt^2}, \quad E) x(3t - 1)$$

۵- یک سیستم LTI گسسته در زمان با پاسخ ضربه  $h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$  را در نظر بگیرید. نمایش سری فوریه خروجی  $y[n]$  را به ازای ورودی‌های زیر بیابید. (سوال امتیازی)

$$A) x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(n - 4k)$$

$$B) x[n] = \begin{cases} 1 & ; n = 0, \pm 1 \\ 0 & ; n = \pm 2, \pm 3 \end{cases}, \quad x[n] \text{ is periodic with } N = 6$$

۶- فرض کنید یک سیگنال متناوب پیوسته در زمان به ورودی یک سیستم LTI اعمال شده است. نمایش سری فوریه سیگنال به صورت زیر است: (سوال امتیازی)

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \alpha^{|k|} e^{jk\left(\frac{\pi}{4}\right)t}$$

که در آن  $\alpha$  یک عدد حقیقی بین صفر و یک است. پاسخ فرکانسی سیستم عبارت است از:

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 & ; |\omega| \leq W \\ 0 & ; |\omega| > W \end{cases}$$

$W$  باید حداقل چقدر باشد تا انرژی متوسط در هر دوره تناوب خروجی سیستم حداقل 90% انرژی متوسط در هر دوره تناوب  $x(t)$  باشد.