

Subject

Date

۶۸۴۱۱۴۳۲

به نام خدا

محمد عرفان زارع زردی

مسئله ۱

برای اثبات عبارت $|x+y| \leq |x|+|y|$ مورد نیاز داریم:

برای اثبات عبارت $|x+y|$ را به توان دو می‌رسانیم و از این که توان یک عدد همیشه استفاده می‌کنیم.

$$|x+y|^2 = (x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = |x|^2 + |y|^2 + 2xy \quad (1)$$

حال با توجه به این که ممکن است x یا y منفی باشد، پس از نامعادله داریم:

$$x^2 + y^2 + 2xy \leq x^2 + y^2 + 2|x||y| = (|x|+|y|)^2 \quad (2)$$

در نتیجه از (1) و (2) داریم:

$$|x+y|^2$$

$$|x+y|^2 \leq (|x|+|y|)^2$$

حال با توجه به مثبت بودن دو طرف، از دو طرف را بیگانه می‌کنیم و توان را حذف می‌کنیم و داریم:

$$|x+y| \leq |x|+|y|$$