

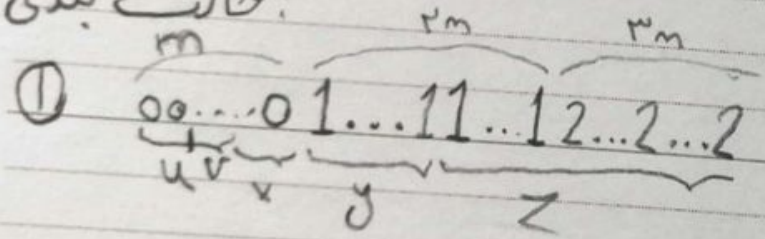
(ب)  $L = \{w: n_0(w) < n_1(w) < n_2(w)\}$

حداقل مثال با طول  $m$  در نظر می گیریم.

$0^m 1^m 2^m \in L$

$|w| > m, 0^m 1^m 2^m = uvxyz, |vxy| \leq m, |vy| \geq 1$

حالت بندی:



$uv^i xy^i z \in L ??$

$uv^i xy^i z \in L \xrightarrow{\text{مثال}} 0^{m+ki} 1^{m+ki} 2^m$

$|vy| \geq 1 \Rightarrow k_0, k_1 = 0$

حالت ۱:  $\overbrace{0 \dots 0}^m \overbrace{1 \dots 1}^{2m} \overbrace{2 \dots 2}^{2m} z$

$uv^rxy^r \in L$  فرض  $m, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7, k_8, k_9, k_{10}$

$w = uvxyz \rightarrow k_1, k_2, k_3 = 0$

چون  $1^{k_1}$  نمی تواند با  $0$  ها همپوشانی داشته باشد.

حالت ۲:  $\overbrace{0 \dots 0}^m \overbrace{1 \dots 1}^{2m} \overbrace{2 \dots 2}^{2m} z$

$uv^rxy^r \in L$  فرض  $m+k_1, 2m, 2m \Rightarrow k_1 = 0$

$|vy| \geq 1 \Rightarrow *$

(الف)

$L = \{x^a y^b z^c w^d \mid a, b \geq 0\}$

با حداقل مقدار  $|A| > m, A = uvxyz \mid |vx| \leq m, |vy| \geq 1$   
 $\Rightarrow x^m y^m z^m w^m \in L$

حالات:

حالت ۱:  $\overbrace{x \dots x}^m \overbrace{y \dots y}^{2m} \overbrace{z \dots z}^{2m} w \dots w$   
 $uv^rxy^r z = x^{m+k_1} y^{2m} z^{2m} w^m$

$m+k_1 = m \rightarrow k_1 = 0$

چون  $|vy| \geq 1$  تناقض دارد (همه  $vy$  در  $y$  یا  $z$  یا  $w$  باشد)

حالت ۲:

$\overbrace{x \dots x}^m \overbrace{y \dots y}^{2m} \overbrace{z \dots z}^{2m} w \dots w$   
 $uv^rxy^r z = x^m y^{2m+k_1} x^{k_2} y^{m+k_3} z^{2m} w^m$

$|vy| \geq 1 \Rightarrow k_1 = k_2 = k_3 = 0 \Rightarrow$  تناقض دارد

حالات مشابه

مقادیر  $k_1, k_2, k_3$  که جلوی بریم مانند حالت اول است  
 روش حل آن ها هم همین

- $v$  در  $x$  یا  $y$  یا  $z$  یا  $w$  باشد
- $v$  در  $x$  و  $y$  باشد
- $v$  در  $y$  و  $z$  باشد
- $v$  در  $x$  و  $z$  باشد
- $v$  در  $x$  و  $w$  باشد
- $v$  در  $y$  و  $w$  باشد
- $v$  در  $z$  و  $w$  باشد

$$\textcircled{3} \text{ حالت: } \overset{\epsilon}{x} \dots \overset{\$}{x} y \dots y z \dots z w \dots w$$

$$uv^r xy^r z \in L \rightarrow x^{m+k_1+k_r} y^{n+k_r} z^m w^m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m+k_1+k_r=m \\ m+k_r=m \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} k_1+k_r=0 \\ k_r=0 \end{matrix} \cdot \ddot{x} \cdot |v_y| \neq 1$$