⑤ $\min_x \|Ax-b\| \Leftrightarrow \min \|Ax-b\|^2$ $\quad Cx = \vec{0}$

$\|Ax-b\| = \sqrt{(Ax-b, Ax-b)}$ $\quad \|Ax-b\|^2 = (Ax-b, Ax-b)$

$$L(x,\lambda) = (Ax-b, Ax-b) + \lambda^T C x$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2(A^TAx - A^Tb) + \lambda^T C x = 2A^T(Ax-b) + C^T\lambda = 0$$

$$2A^T(Ax-b) = -C^T\lambda$$

$$x = \frac{A^{-1}b - (A^TA)^{-1}C^T\lambda}{2} \rightarrow Cx = \vec{0} \rightarrow$$

$\rightarrow CA^{-1}b - C(A^TA)^{-1}C^T\lambda = 0$

переход возможен, если C - квадратная и $\det C \neq 0$

$$\lambda = (C(A^TA)^{-1}C^T)^{-1}CA^{-1}b \rightarrow \lambda = C^{-T}A^TAC^{-1}CA^{-1}b = C^{-T}A^Tb$$

$$x = \frac{A^{-1}b}{2} - \frac{(A^TA)^{-1}C^TC^{-T}A^Tb}{2} = \frac{A^{-1}b}{2} - \frac{A^{-1}\overbrace{A^{-T}A^T}^{\mathbb{1}}b}{2} = \vec{0}$$

$\exists$ C - не квадратная:

$$\lambda = C(A^TA^{-1}C^T)^{-1}CA^{-1}b$$

$$x = \frac{1}{2}\left[\mathbb{1} - (A^TA)^{-1}C^TC(A^TA^{-1}C^T)^{-1}C\right]A^{-1}b$$ ← обоб. ф-ла.