

۱. الف) زاویه بین دو بردار $x = \begin{bmatrix} \sqrt{3}j \\ 2 \\ -\sqrt{3} \end{bmatrix}$, $y = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ j \end{bmatrix}$ را محاسبه کنید. (۵)

ب) ضرایب تبدیل پایه‌های متعامد زیر را حساب کنید. (۵)

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} y \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} w \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} z \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

ج) با استفاده از پایه‌های متعامد و ضرایب تبدیل، $f(x,y)$ را بدست آورید (تبدیل دو بعدی). میانگین شدت روشنایی این تصویر چه مقداری است؟ (۵)

$$\begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix} = \begin{matrix} +0 & \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \\ +1 & \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ -0.5 & -0.5 \end{bmatrix} \end{matrix} + \begin{matrix} +2 & \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 \\ 0.5 & -0.5 \end{bmatrix} \\ -2 & \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 \\ -0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

د) برای فشرده‌سازی تصاویر استفاده از DFT مناسب‌تر است یا DCT؟ چرا؟ (۵)

ه) تابع زیر را در نظر بگیرید.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 < x \leq 0.5 \\ 2, & 0.5 < x \leq 1 \end{cases}$$

ضرایب d_1, d_0, c_0 برای موجک HAAR را محاسبه کنید. تخمین بدست آمده برای $f(x)$ با استفاده از این ضرایب را ترسیم کنید. (از روابط موجود در کتاب استفاده کنید). (۱۰)

۲. تصویر 1.bmp را در نظر بگیرید و با استفاده از توابع آماده، موارد زیر را محاسبه کنید. در نهایت با مقایسه دو نمودار نتیجه خود را ذکر کنید. (۲۵)

الف) DFT و DCT دو بعدی. نتایج را نمایش دهید.

ب) برای هرکدام از دو تصویر قدر مطلق ضرایب حاصل را از بزرگ به کوچک مرتب کنید.

پ) مجموع تجمعی توان ۲ این مقادیر را رسم کنید. (برای محاسبه مجموع تجمعی میتوانید از تابع `cumsum` استفاده کنید).

۳. با پیاده سازی فیلتر پایین گذر ایده آل نویز تصویر `2.jpg` را کاهش دهید. (۲۵)

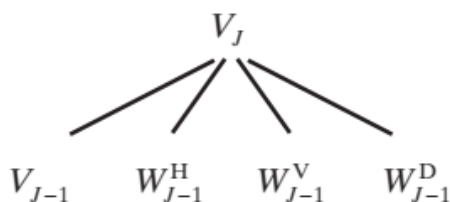
مراحل:

- ابتدا تابع فیلتر را با توجه به فرمول آن (صفحه ۲۷۳ کتاب) پیاده سازی کنید. مرکز فیلتر را نقطه (۰ و ۰) قرار دهید.
- DCT دو بعدی تصویر را بدست آورید.
- فیلتر ساخته شده را در خروجی مرحله قبل ضرب کنید.
- معکوس DCT را بدست آورید.

(از تابع آماده فیلتر ایده آل استفاده نکنید.)

۴. با استفاده از تابع تبدیل موجک، نویز تصویر `3.bmp` را به دو روش زیر کاهش دهید و با استفاده از معیار PSNR با تصویر بدون نویز `4.bmp` مقایسه کنید. (از توابع آماده می توانید استفاده کنید.)

الف) تجزیه ی یک مرحله ای تصویر و حذف کامل (صفر کردن) بخش های $W_{J-1}^H, W_{J-1}^V, W_{J-1}^D$. (۲۰)



ب) (این بخش اختیاری است و نمره تشویقی دارد) تجزیه ی n مرحله ای تصویر و استفاده از آستانه گذاری برای کاهش نویز بخش های W^H, W^V, W^D . تعداد مراحل تجزیه و فرمول آستانه گذاری را با توجه مقالات در این زمینه تعیین کنید. (۲۰)

توجه: کدهایی که برای هر بخش نوشته اید را حتما همراه با فایل گزارش در قالب یک فایل فشرده در سایت درس بارگذاری کنید. در فایل گزارش، نتایج و تصاویر بدست آمده را توضیح دهید