

Opgave 1

Det oplyses, at den reducerede rækkeechelonform for \mathbf{A} er

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Da vi kender den reducerede rækkeechelonform for \mathbf{A} kan vi let udregne $\text{null } \mathbf{A}$ ved at finde løsningssættet for ligningen.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + x_4 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

vi ser at det er en lineær transformation så det kan omskrives til

$$\text{null } \mathbf{A} = \text{span} \left(\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

- (b) En basis for søjlerummet $\text{col } \mathbf{A}$ er blot pivot rækkerne i den originale matrix \mathbf{A} .

$$\text{col } \mathbf{A} = \left\{ \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$$

- (c) Bestem dimensionerne af underrummene $\ker T$ (kernen af T) og $\text{ran } T$ (billedet af T).

$$\dim(\ker T) = \dim(\text{null}(A)) = 2. \rightarrow \text{fordi der er 2 elementer i basisen for } \text{null}(A)$$

$$\dim(\text{ran } T) = \dim(\text{col } A) = \text{rank } A = 2 \rightarrow \text{fordi, der er 2 pivot søjler i } A.$$

Opgave 4

Se kode i "src"