Projekt A

Christian Hohlmann Enevoldsen, MRB852, Hold 2

3. december 2013

Opgave 1.

a)

Totalmatricen:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 11 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 5 & -1 & a & 36 \end{array}\right] r_1 - 2r_2 \to r_1 \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 5 & -1 & a & 36 \end{array}\right] r_3 - 5r_2 \to r_3 \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -6 & a-5 & 6 \end{array}\right]$$

$$r_3 + 6r_1 \to r_3 \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & a-11 & 0 \end{array}\right] r_1 \leftrightarrow r_2 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & a-11 & 0 \end{array}\right]$$

Matricen er på rækkeechelonform, da alle omdrejningspunkterne (eng.: pivots) er stærkt til højre for omdrejningspunkterne i rækken ovenfor og alle elementer under omdrejningspunket i kolonerne er nuller. Det er ikke på reduceret rækkeechelonform, fordi omdrejningspunkterne ikke er de eneste ikke nuller i deres kolonne.

b)

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] r_1 - r_2 \to r_1 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Det kan ses at x_3 må være en fri variable.
$x_3 = t$
Løsningen er således: $(x_1, x_2, x_3) = (7 - 2t, t - 1, t)$

c)

Koefficientmatrix: $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & 12 \end{bmatrix}$

Totalmatricen opskrives

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & 12 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$r_1 \leftrightarrow r_2$ -> for at sortere

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & -1 & 12 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$r_2 - 2r_1 \rightarrow r_2$$

$$r_3 - 5r_1 \rightarrow r_3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -6 & 7 & 0 & -5 & 1 \end{array}\right]$$

$$r_2 - r_3 \rightarrow r_2$$

$$r_1 - r_3 \rightarrow r_1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & -6 & 18 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -19 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & -17 & 1 \end{array}\right]$$

$$r_1 - r_2 \rightarrow r_1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -13 & 37 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -19 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & -17 & 1 \end{array}\right]$$

Opgave 2.

a)

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \; E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \; E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \; E_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b)

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0,5\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\end{bmatrix} \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\-3 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}1 & 0 & -0,5\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 0,5\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\-3 & 0 & 1\end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix}1 & -0,5 & 0\\0 & 0 & 1\\0 & 0,5 & 0\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\-3 & 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & -0,5 & 0\\-3 & 0 & 1\\0 & 0,5 & 0\end{bmatrix}$$

$$E_1^{-1} = r_3 + 3r_1 \to r_3 = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\3 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$E_2^{-1} = r_3 \leftrightarrow r_2 = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$E_3^{-1} = 2r_3 \to r_3 = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 2\end{bmatrix}$$

$$E_4^{-1} = r_1 + r_3 \to r_1 = \begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\3 & 0 & 1\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 2\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\\3 & 1 & 0\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 2\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 0 & 2\\3 & 1 & 0\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\0 & 0 & 2\\3 & 1 & 3\end{bmatrix}$$

c)

$AF = I_m \leftrightarrow A = F^{-1} I_m$

Vi finder F^{-1}

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -0,5 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$r_3 \leftrightarrow r_2$$

$$r_3 + 3r_1$$

$$r_3 + 3r_2$$

$$2r_2 \to r_2$$

$$r_1 + 0,5r_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 3 \end{array}\right]$$

Det ses således at $F^{-1} = G = A$ fordi identitetsmatrixen gange invers er lig med sig selv.

Opgave 3.

a)

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Det er let at se i det givet at der er 13 veje, da der i N_{15} står 13.

b)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

c)

For at finde x sættes ligningssystemet op i en totalmatrix

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & x_1 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & x_2 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & x_3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & x_4 \end{array}\right]$$

Det kan omskrives til totalmatricen $Ax - x = 0$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} -1 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{3} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 & -1 & 0 \end{array}\right]$$

System løses med rækkeoperationer og vi får:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2t \\ \frac{2}{3}t \\ \frac{3}{2}t \\ t \end{bmatrix}$$

rangordningen må således være: x_1, x_3, x_4, x_2 hvor x_1 er vigtigst.

Opgave 4.

a)

Opgave4a.java løser opgaven.
Ved at lave et en løkke der kører fra 1 til og med 3 inde i en ækvivalent løkke er det let at gennemløbe koordinaterne i matrix A. Det væsentlige er variablen c, som bliver klargjort i første løkke og gennemløbende bliver forøget med 1 i hver iteration i den indlejrede løkke.

Samme teknik bruges til at lave matrix B. Her starter vi dog med at initialisere variablen d med 9 og derefter formindskes d med 1 i den indlejrede løkke. Dog vil den ved uligetegn tildele d værdien $-d+1$ så den forøges i stedet. Dette er ikke en fejl, da vi så skifter fortegn inden d bruges.
For at ændre eller tildele værdier i matrix bruges funktionen
set($int\ m$, $int\ n$)

Add metoden bruges med en instans. f.eks. A.add(matrix:B), og returnerer en ny matrix. Derfor er det vigtigt at man ikke regner med at A ændres.

matrix.mul(matrix:B) implementerede jeg ved at bruge B.transpose() så jeg udelukkende kunne arbejde med søjler eller rækker uden forvirring. Dernæst har jeg via 3 for løkker formået at multiplicere B's søjler med A's rækker, samtidig med jeg bruger jeg indekset for det element som bliver brugt i det øjeblik til at bestemme indekset for summen af regnestykket.
Opgave4c.java viser hvordan man bruger mul(matrix:B).

Eksempel på kørsel af Opgave4ajava

Printer Matrix A.
[1,000000 2,000000 3,000000]
[4,000000 5,000000 6,000000]
[7,000000 8,000000 9,000000]

Printer Matrix B.
[-9,000000 8,000000 -7,000000]
[6,000000 -5,000000 4,000000]
[-3,000000 2,000000 -1,000000]

Ændrer a_{12} til 4

PrinterA_{12}.

A_{12}: 4,000000

Prøver at sætte $A_{44} = 5$. Fejl printes

Elements outside the matrix cannot be assigned values

Printer A + B
[-8,000000 12,000000 -4,000000]
[10,000000 0,000000 10,000000]
[4,000000 10,000000 8,000000]

Eksempel på kørsel af Opgave4c.java

Udskriver AB
[-6,000000 4,000000 -2,000000]
[-24,000000 19,000000 -14,000000]
[-42,000000 34,000000 -26,000000]

Udskriver BA
[-26,000000 -34,000000 -42,000000]
[14,000000 19,000000 24,000000]
[-2,000000 -4,000000 -6,000000]