



عنوان درس:

روش‌های رسمی در مهندسی نرم‌افزار (Formal Methods in Software Engineering)

۲-۳- شبکه‌های پتری سطح بالا

دکتر محمد عبداللّهی آزگمی

دانشیار گروه نرم‌افزار

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه علم و صنعت ایران

azgomi@iust.ac.ir

فهرست مطالب

- مقدمه
- بسط‌های مبنایی شبکه‌های پتری
- شبکه‌های پتری زمانی (timed Petri nets)
- شبکه‌های پتری سطح بالا (high-level Petri nets)

مقدمه

- شبکه‌های پتری به دلیل آنکه تنها دارای دو مفهوم اولیه (مکان و گذر) هستند، بیش از حد ساده هستند.
- این سادگی گرچه باعث قابل فهم شدن مدل می‌شود، اما مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده را دشوار می‌کند.
- به این دلیل مدل‌سازی با شبکه‌های پتری سهل و ممتنع است.
- در نتیجه ساخت مدل (model construction) با شبکه‌های پتری در کاربردهای واقعی بیش از آنکه علم باشد، هنر است. یعنی کسی که هنر و تجربه بالاتری دارد، به راحتی می‌تواند مدل‌سازی کند.

مقدمه

- برای تقویت شبکه‌های پتری و فراهم‌سازی امکان مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده، افراد مختلف شروع به بسط شبکه‌های پتری نمودند. این بسط‌ها به سه دسته قابل تقسیم هستند:
- برای افزایش قدرت مدل‌سازی (modeling power): برای مثال با کمان بازدارنده (inhibitor arc) قدرت مدل‌سازی شبکه‌های پتری معادل ماشین تورینگ (Turing machine) گردیده است. همچنین، شبکه‌های پتری زمانی (times Petri nets)، مفهوم زمان را وارد شبکه‌های پتری نموده و امکان مدل‌سازی مفهوم زمان را فراهم نموده است.
- برای تسهیل امکان تحلیل مدل‌های ایجاد شده: برای مثال شبکه‌های پتری تصادفی (stochastic Petri nets) امکان حل مدل‌های ایجاد شده را با زنجیره‌های مارکوف فراهم نموده است.
- برای فراهم‌سازی انعطاف و امکانات سطح بالا مدل‌سازی: برای نمونه شبکه‌های پتری رنگی (coloured Petri nets) امکانات زبانه‌ای مدل‌سازی سطح بالا را به شبکه‌های پتری اضافه نمود.

مقدمه

■ در ادامه بسط‌های معروف شبکه‌های پتری معرفی می‌شود. این بسط‌ها عبارتند از:

□ بسط‌های مبنایی شبکه‌های پتری (extensions of PN)،

□ شبکه‌های پتری زمانی (Timed PN)،

□ شبکه‌های پتری سطح بالا (High-Level PN).

■ بسط‌های تصادفی شبکه‌های پتری که در ارزیابی کارایی مورد استفاده قرار می‌گیرند در اینجا مطرح نمی‌شوند:

□ شبکه‌های پتری تصادفی (SPN)، شبکه‌های پتری تصادفی تعمیم‌یافته (GSPN)، شبکه‌های فعالیت تصادفی (SAN).

بسط‌های مبنایی شبکه‌های پتری

■ در ابتدا بسط‌های مبنایی شبکه‌های پتری معرفی می‌شوند، که عبارتند از:

□ مضرب کمان (arc multiplicity) یا کمان چندگانه (multiple arc)،

□ کمان بازدارنده (inhibitor arc)،

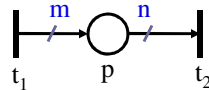
□ سطح اولویت (priority level)، و

□ تابع تواناسازی (enabling function) یا نگهبان (guard).

■ سه بسط آخر با هدف از بین بردن خصوصیت قابل تولید مجدد بی‌نهایت (infinitely reproducible property) معرفی شده‌اند. چون برای جلوگیری از بی‌کران شدن فضای حالت شبکه قابل استفاده هستند.

مضرب کمان

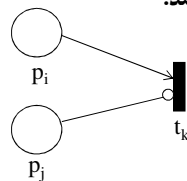
- مضرب یا عدد کمان (arc cardinality)، امکان ایجاد کمانهای چندگانه را فراهم می‌کند. این مضرب یا عدد، قابل انتساب به کمانهای ورودی و خروجی است.
- در تعریف صوری شبکه‌های پتری که در جلسه ۱۶ ارائه شد، این نوع کمان وجود داشت. ولی در تعریف اولیه شبکه‌های پتری، ارائه شده توسط خود پتری، چنین چیزی وجود نداشت.
- برای مثال مدل زیر را در نظر بگیرید:



□ وقتی گذر t_1 شلیک کند m نشانه را در مکان p قرار می‌دهد و گذر t_2 وقتی می‌تواند که n نشانه در مکان p قرار داشته باشد و پس از شلیک کردن t_2 ، n نشانه را از مکان p برمی‌دارد.

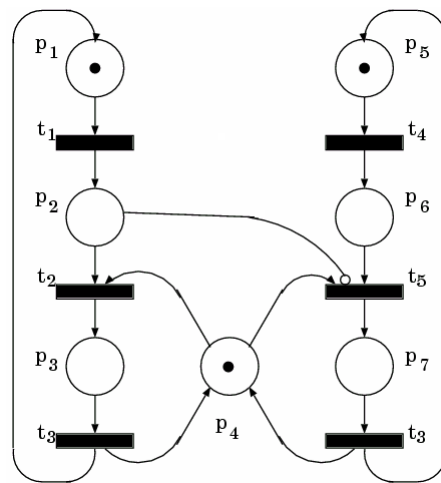
کمان بازدارنده

- کمانهای بازدارنده (inhibitor arcs) در نمایش گرافیکی با یک دایره کوچک در انتهای کمان متصل کننده مکان به گذر مشخص می‌شوند.
- وجود کمان بازدارنده به این معنی است که گذر توانا می‌شود، اگر و فقط اگر مکان حاوی نشانه نباشد.
- برای مثال در مدل زیر گذر t_k در صورتی توانا می‌شود که در مکان p_i حداقل یک نشانه وجود داشته باشد، اما در p_j نشانه‌ای نباشد.



- کمان بازدارنده نیز در تعریف صوری شبکه‌های پتری ارائه شده در جلسه ۱۶ وجود دارد. اما در تعریف اولیه ارائه شبکه‌های پتری، وجود نداشت.
- فایده اصلی کمان بازدارنده آن است که باعث می‌شود تا قدرت مدل‌سازی شبکه پتری معادل ماشین تورینگ شود. به این ترتیب می‌توان هر الگوریتمی را که با ماشین تورینگ قابل مدل‌سازی است، با شبکه‌های پتری هم بتوان مدل‌سازی نمود.

مثالی از کمان بازدارنده

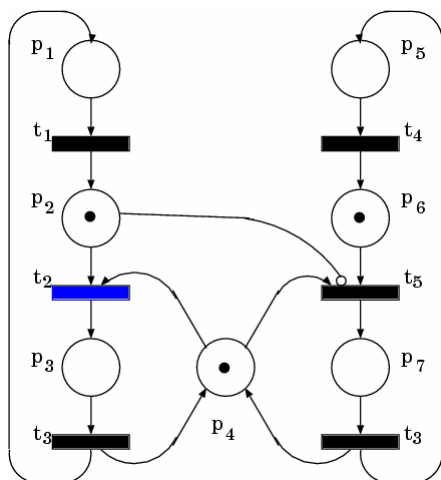


■ در شبکه پتری مقابل چه چیزی مدل سازی شده است؟

FMSE 2.3 - High-Level Petri Nets - By: M. A. Azgomi - IUST-CE

۹

مثالی از کمان بازدارنده



■ اولویت گذر t_2 نسبت به t_5 مدل سازی شده است:

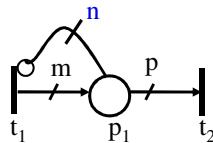
□ زیرا وقتی که t_1 و t_4 شلیک کنند، یک نشانه در هر کدام از مکانهای p_2 و p_6 قرار داده شود، در این صورت تنها گذر t_2 توانا خواهد شد و به دلیل کمان بازدارنده مابین مکان p_2 و گذر t_5 ، این گذر توانا نخواهد شد.

FMSE 2.3 - High-Level Petri Nets - By: M. A. Azgomi - IUST-CE

۱۰

کمان بازدارنده چندگانه

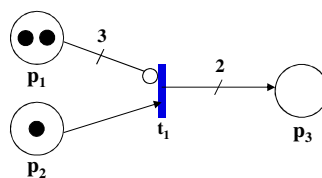
- کمان بازدارنده می‌تواند دارای یک مضرب نیز باشد. در این صورت گذر مرتبط، در صورتی که به تعدادی کمتر از مضرب در مکان متصل، نشانه وجود داشته باشد، آن گذر توانا خواهد شد.
- در شکل زیر مثالی از یک مکان بازدارنده چندگانه ارائه شده است:



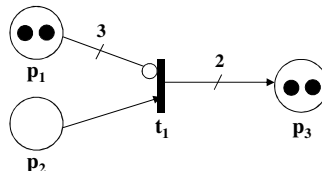
- در این مدل، t_1 در صورتی توانا می‌شود که در مکان p_1 کمتر از n نشانه وجود داشته باشد. در این صورت، شلیک نموده و m نشانه در مکان p_1 قرار می‌دهد.
- همچنین، گذر t_2 در صورتی توانا می‌شود که p نشانه در مکان p_1 وجود داشته باشد.
- کمان بازدارنده چندگانه نیز در تعریف صوری شبکه‌های پتری ارائه شده در جلسه ۱۶ وجود دارد.

مثالی از کمان بازدارنده چندگانه

- مدل زیر را ملاحظه کنید:



- در این مدل چون دو نشانه (کمتر از ۳) در مکان بازدارنده p_1 قرار داشته و یک نشانه نیز در مکان ورودی p_2 وجود دارد، گذر t_1 توانا است.
- گذر t_1 پس از شلیک کردن یک نشانه از p_2 برداشته و دو نشانه در مکان خروجی p_3 قرار خواهد داد:



سطح اولویت

- **سطح اولویت (priority level)** عددی است که به گذرهای یک شبکه پتری متناسب می‌شود و تقدم آنها را نسبت به همدیگر در صورت توانا شدن همزمان برای شلیک کردن مشخص می‌کند.
- به شبکه پتری حاصله، **شبکه پتری اولویت‌دار (prioritized Petri net)** گفته می‌شود، که در آن یک گذر توانا، در صورت توانا شدن گذر دیگری که دارای اولویت بالاتر است، نخواهد توانست که شلیک نماید.
- به این ترتیب شلیک کردن گذرها از حالت غیرقطعی خارج می‌شود.
- ممکن است از هر سطح اولویت، چند گذر در مدل داشته باشیم که تشکیل یک گروه را می‌دهند.
- مثلاً چند گذر داشته باشیم که سطح اولویت آنها ۲ بوده (گروه ۲) و چند گذر دیگر داشته باشیم که سطح اولویت آنها ۳ باشد (گروه ۳). در صورت توانا شدن همزمان، عملاً همه گذرهای گروه ۲، ناتوان خواهند بود.
- در این صورت شلیک کردن گذرهای یک گروه دارای اولویت یکسان، به صورت غیرقطعی خواهد بود.
- لازم است که قواعد استاندارد اجرای شبکه‌های پتری برای پشتیبانی سطح اولویت اصلاح شوند.
- تنها تعداد کمی از ابزارهای شبکه‌های پتری که در پایگاه داده‌های مربوطه در نشانی وب زیر ثبت شده‌اند [1]، سطح اولویت را پشتیبانی می‌کنند:

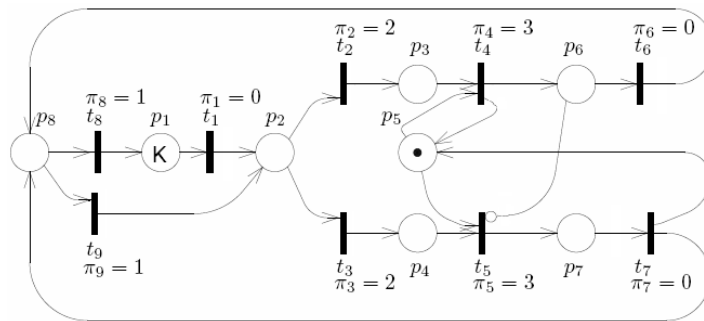
[1] http://www.informatik.uni-hamburg.de/TGI/PetriNets/tools/complete_db.html

تعریف صوری شبکه پتری اولویت‌دار

- **تعریف ۱:** شبکه پتری اولویت‌دار یک نه‌تایی $PPN = (P, T, I, O, H, \Pi, PAR, PRED, MP)$ است به نحوی که:
 - P : یک مجموعه متناهی از مکانها است.
 - T : یک مجموعه متناهی از گذرها است.
 - I, O, H : توابع ورودی، خروجی و بازدارنده هستند.
 - $\Pi: T \rightarrow N$: تابع اولویت (priority function) است که گذرها را به مجموعه اعداد صحیح (N) نگاشت می‌کند. این اعداد سطح اولویت گذرها را مشخص می‌کنند.
 - PAR : مجموعه‌ای از پارامترهای مدل است که برای مقداردهی اولیه مدل و تعیین تعداد نشانه‌های موجود در مکانها استفاده می‌شود.
 - $PRED$: مجموعه‌ای از **مسندها** (predicate) است که برای محدود کردن محدوده پارامترها استفاده می‌شود.
 - $MP: P \rightarrow N \cup PAR$: نشانه‌گذاری اولیه است.

مثالی از یک شبکه پتری اولویت دار

- در شکل زیر یک شبکه پتری اولویت دار نشان داده شده است، که مربوط به مساله خوانندگان و نویسندگان است.



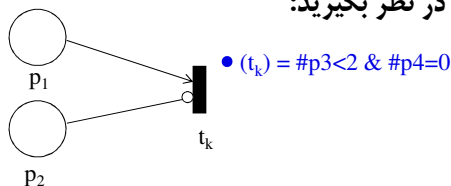
- در شکل فوق، اولویت گذرها بالای گذرها نشان داده شده است.
- همچنین، در مدل فوق مکان p_1 با استفاده از پارامتر k مقداردهی اولیه شده است. یعنی داریم: $PAR = \{K\}$
- مسند مربوط به پارامتر فوق هم $K \geq 1$ است. یعنی داریم: $PRED = \{K \geq 1\}$

FMSE 2.3 - High-Level Petri Nets - By: M. A. Azgomi - IUST-CE

۱۵

تابع تواناسازی

- یک تابع تواناسازی (enabling function) که به آن نگهبان (guard) هم گفته می شود، یک عبارت بولی (Boolean expression)، متشکل از مفاهیم اولیه شبکه پتری (یعنی، مکانها، گذرها و نشانه ها) است که به گذرهای یک شبکه پتری منتسب می شود.
- قاعده تواناسازی باید به نحوی اصلاح شود که علاوه بر شرایط استاندارد، تابع تواناسازی را نیز لحاظ کنند.
- برای مثال زیرمدل زیر را در نظر بگیرید:



- در این مدل گذر t_k در صورتی توانا خواهد بود که داشته باشیم:

$$\#p1 > 0 \ \& \ \#p2 = 0 \ \& \ (\#p3 < 2 \ \& \ \#p4 = 0) = \text{True}$$

FMSE 2.3 - High-Level Petri Nets - By: M. A. Azgomi - IUST-CE

۱۶

شبکه‌های پتری زمانی

- زمان مفهوم مهمی در مدل‌سازی سیستم‌ها است و بدون امکان مدل‌سازی زمان، امکان ارزیابی جنبه‌های عملیاتی و وابسته به زمان سیستم‌ها وجود نخواهد داشت.
- از طرفی، شبکه‌های پتری اولیه بدون زمان (timeless) بودند.
- اما وارد نمودن زمان به شبکه‌های پتری امری بحث برانگیز بود و عده‌ای اعتقاد به آن نداشته و ندارند.
- دلایل مخالفت با در نظر گرفتن مفاهیم زمانی (temporal concepts) در شبکه‌های پتری عبارتند از:
 - اندازه‌گیری زمان در سیستم‌های توزیع شده نیازمند همگام‌سازی (synchronization) بر مبنای یک ساعت سراسری (global) است، که مساله بحث‌انگیزی است.
 - وابستگی‌های اتفاقی (casual dependencies) در یک شبکه پتری بیانگر مساوی بودن زمان است.
 - در مقابل، عدم وابستگی (independency)، شکلی از توازی (parallelism) یا همروندی (concurrency) را بیان می‌کند.

شبکه‌های پتری زمانی

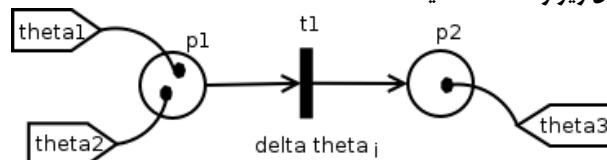
- حتی با وجودی که هنوز هم استدلال‌هایی علیه وارد نمودن زمان در شبکه‌های پتری وجود دارد، کاربردهای متعددی وجود دارند که نیازمند مفهوم زمان هستند.
- نخستین تلاش برای وارد نمودن مفهوم زمان به شبکه‌های پتری در سال ۱۹۷۴ توسط سی. رامچندانی (C. Ramchandani) در MIT انجام شد.
- از آن زمان تاکنون، رهیافتهای متعدد و متفاوتی برای بسط دادن شبکه‌های پتری با زمان ارائه شده است.
- اما آنچه که به عنوان یک **رهیافت عمومی** (general approach) باقی مانده، انتساب زمان به گذرها به عنوان مدت **تاخیر** (delay) مابین توانا شدن و شلیک کردن یا کامل شدن آن است.
 - مدت زمان این تاخیر می‌تواند قطعی (deterministic) (ثابت و از قبل تعیین شده) یا تصادفی (stochastic) (بر اساس یک مدل احتمالی) باشد.

رهیافتهای شبکه‌های پتری زمانی

- رهیافتهای مختلفی برای شبکه‌های پتری زمانی معرفی شده‌اند که زمان را به یکی از اجزاء شبکه پتری منتسب می‌کنند:
 - ☐ انتساب زمان به نشانه‌ها،
 - ☐ انتساب زمان به کمانها،
 - ☐ انتساب زمان به مکانها، و
 - ☐ انتساب زمان به گذرها (رهیافت عمومی).
- در ادامه رهیافتهای فوق پتری معرفی می‌شوند.

انتساب زمان به نشانه‌ها

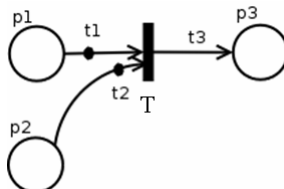
- در این رهیافت، به هر نشانه یک مهر زمانی (time-stamp) که با θ نشان داده می‌شود، منتسب می‌شود.
- این مهر زمانی مشخص می‌کند که نشانه چه موقع برای شلیک کردن قابل دسترس است.
- برای مثال مدل زیر را مشاهده کنید:



- ☐ دو نشانه در مکان $p1$ وجود دارند. نشانه بالایی وقتی قابل دسترس برای $t1$ است که ساعت سراسری برابر با θ_{theta1} شده و نشانه پایینی موقعی که ساعت برابر با θ_{theta2} بشود.
- ☐ گذر $t1$ پس از شلیک کردن یک نشانه را از مکان $p1$ برداشته و مهر زمانی آن را به اندازه $\delta\theta_i$ افزایش داده و در مکان خروجی $p2$ قرار می‌دهد.
- این نگرش در شبکه‌های پتری رنگی (coloured Petri nets) مورد استفاده قرار گرفته است.
- عیب این رهیافت آن است که برای ارزیابی کارایی مناسب نبوده و مدل‌های حاصله تنها امکان شبیه‌سازی را خواهند داشت.

انتساب زمان به کمانها

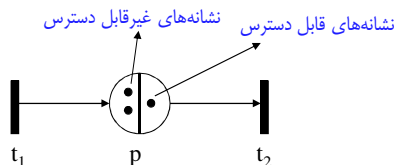
- در این رهیافت، به هر کمان یک **تاخیر سیر** (traveling delay) (t) منتسب می‌شود.
- نشانه‌ها هنگام برداشته شدن از مکان ورودی، پس از مدت تاخیر سیر به گذر رسیده و نشانه‌هایی که قرار است در یک مکان خروجی گذاشته شوند نیز پس از مدت تاخیر سیر مربوطه، داخل آن مکان قرار می‌گیرند.
- برای مثال مدل زیر را در نظر بگیرید:



- در مدل فوق برداشته شدن نشانه‌ها از مکانهای ورودی $p1$ و $p2$ پس از مدت زمان $\max(t1, t2)$ تکمیل شده و سپس بعد از مدت زمان $t3$ یک نشانه‌ها در مکان خروجی $p3$ گذاشته می‌شود. در نتیجه کل زمان شلیک کردن عبارت خواهد بود از: $\max(t1, t2) + t3$
- این رهیافت خیلی مرسوم نیست.

انتساب زمان به مکانها

- به هر مکان (p) یک **خاصیت تاخیر** (delay attribute) (t) منتسب می‌شود.
- نشانه‌های قرار داده شده در یک مکان پس از سپری شدن مدت زمانی به اندازه t قابل دسترس توسط گذر متصل به آن مکان خواهند بود.
- برای مثال مدل زیر را در نظر بگیرید:

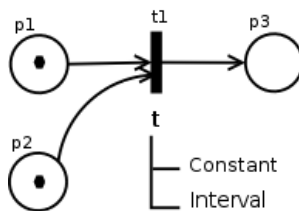


- در این مدل، دو تا از نشانه‌های موجود در p ، که مدت زمان t از زمان قرار داده شدن آنها در p سپری نشده، هنوز قابل دسترس توسط $t2$ نبوده و یکی از آنها که مدت زمان t از زمان قرار داده شدن در p سپری شدن، قابل دسترس است.

- این رهیافت نیز خیلی مرسوم نیست.

انتساب زمان به گذرها

- در این رهیافت که رهیافت عمومی و اصلی است، زمان به گذرها منتسب می‌شود.
- بر این اساس، هر گذر یک **فعالیت (activity)** را مدل‌سازی می‌کند:
 - ☐ توانا شدن گذر به منزله شروع فعالیت است.
 - ☐ شلیک کردن گذر به منزله خاتمه فعالیت است.
- زمان منتسب شده به گذرها ممکن است که ثابت بوده یا یک بازه باشد:



FMSE 2.3 - High-Level Petri Nets - By: M. A. Azgomi - IUST-CE

۲۳

انتساب زمان به گذرها

- دو رهیافت برای انتساب زمان به گذرها معرفی شده است:
 - ☐ رهیافت رامچندنی (Ramchandani's approach)
 - ☐ رهیافت مرلین (Merlin's approach)

FMSE 2.3 - High-Level Petri Nets - By: M. A. Azgomi - IUST-CE

۲۴

رهیافت رامچندنی

- توسط رامچندنی در سال ۱۹۷۴ معرفی شده است [1].
- در این روش یک مدت زمان شلیک کردن (firing duration) (t) به هر گذر شبکه پتری منتسب می‌شود.
- قاعده شلیک کردن هم به صورت زیر اصلاح می‌شود:
 - گذرها به محض آنکه توانا می‌شوند شروع به شلیک کردن می‌کنند.
 - شلیک کردن پس از مدت زمان (t) کامل می‌شود.

[1] Ramchandani, C.: *Analysis of Asynchronous Concurrent Systems by Timed Petri Nets*, Ph.D. Thesis, MIT, Department of Electrical Engineering (1974)

ارزیابی کارایی با شبکه‌های پتری زمانی

- روش رامچندنی در ارزیابی کارایی دارای کاربرد است.
- افراد دیگری غیر از رامچندنی نیز بسط‌های زمانی خاص خود را برای کاربرد در ارزیابی کارایی تعریف نموده‌اند. از جمله این افراد زوبرک (W. M. Zuberek) است [1].
- زوبرک استاد دانشگاه مموریال (Memorial) کانادا است و هم اکنون هم در این زمینه فعال است.



- مقاله زوبرک در زمینه کاربرد شبکه‌های پتری زمانی در ارزیابی کارایی جزء مراجع مهم بوده و ارجاعات فراوانی به آن انجام شده است.

[1] Zuberek, W.M.: *Timed Petri Nets and Preliminary Performance Evaluation*, Proc. 7th Annual Symposium on Computer Architecture, La Baule, France, pp. 89-96 (1980)

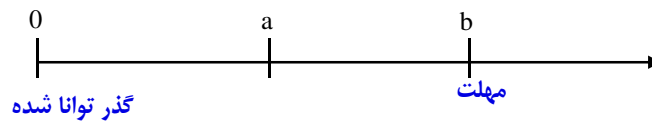
رهیافت مرلین

■ این رویافت توسط مرلین (P. M. Merlin) در سال ۱۹۷۴ معرفی شده است [1].

■ در این روش دو عدد a و b به هر گذر شبکه پتری متناسب می‌شود به نحوی که: $0 \leq a \leq b \leq \infty$

□ **a:** مدت زمانی را مشخص می‌کند که باید بین توانا شدن تا شروع شلیک کردن گذر باید سپری شود.
□ **b:** حداکثر زمانی است که در طی آن گذر می‌تواند توانا باقی بماند بدون آنکه شلیک کند. در حقیقت مدت زمان b ، مهلت (deadline) گذر محسوب می‌شود.

■ مطالب فوق در شکل زیر نشان داده شده‌اند:



[1] P. M. Merlin and D. J. Farber, "Recoverability of Communication Protocols: Implications of a Theoretical Study," *IEEE Transactions on Communications*, 24(9), pp.1036-1043 (1976)

رهیافت مرلین

■ روش مرلین برای مدل‌سازی گردش کار (workflow modeling) مناسب است.

■ کارهای فان هی (K. van Hee) فان در آلت (W. van der Aalst) در همین زمینه است، که هر دو هم اکنون استاد دانشگاه آیندهون هلند هستند.



□ بسط‌هایی با نام شبکه‌های گردش کار (workflow nets) و YAWL (yet another workflow language) در اصل مبتنی بر روش مرلین هستند.

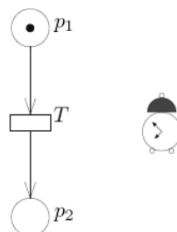
شبکه‌های پتری زمانی

- در اینجا ما شبکه‌های پتری زمانی را که مبتنی بر رهیافت عمومی بوده و به آن صورتی که در [1] معرفی شده و بعداً هم برای تعریف بسط‌های تصادفی شبکه‌های پتری از آن استفاده خواهیم کرد، ارائه می‌کنیم.
- تعریف شبکه‌های پتری زمانی به نحوی ارائه می‌شود که رفتار مدل‌های پتری بدون زمان (یعنی با حذف پارامترهای زمانی گذرها)، بدون تغییر باقی بماند. دلیل این امر آن است که هنوز بتوان مثل سابق از شبکه‌های پتری در مطالعات تحلیل رفتاری در کنار تحلیل کارایی استفاده نمود.

[1] Ajmone Marsan, M., Balbo, G., Conte, G., Donatelli, S. and Franceschinis, G.: *Modelling with Generalized Stochastic Petri Nets*, John Wiley & Sons (1995)

شبکه‌های پتری زمانی

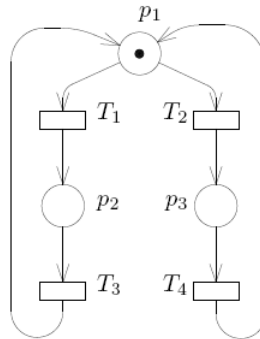
- در شبکه‌های پتری زمانی برای مدل‌سازی رخدادهایی که اجرای آنها برای یک مدت زمان مشخصی طول می‌کشد، از **گذر زمانی** (timed transition) استفاده می‌شود.
- در نمایش گرافیکی، گذرهای زمانی با مستطیل‌های توخالی نشان داده می‌شوند:



- در این شکل وقتی یک نشانه در مکان p_1 قرار گیرد، گذر T توانا شده و بلافاصله یک زمان‌سنج (timer) به مقداری مثل θ ، مقداری اولیه می‌شود. این زمان‌سنج، شروع به کاهش می‌کند تا صفر شود. در این صورت، گذر شلیک نموده و یک نشانه از مکان p_1 برداشته شده و یک نشانه به مکان p_2 اضافه می‌شود.

مثالی از یک شبکه پتری زمانی

■ در شکل زیر یک شبکه پتری زمانی ارائه شده است:



□ مدل فوق دارای سه مکان p_1 ، p_2 و p_3 و گذرهای زمانی T_1 ، T_2 ، T_3 و T_4 ، که هر کدام به ترتیب دارای پارامترهای زمانی θ_1 ، θ_2 ، θ_3 و θ_4 هستند.

□ نشانه‌گذاری اولیه مدل نیز در شکل فوق آمده است: $M_1 = (1, 0, 0)$

تحلیل رفتاری مثال شبکه پتری زمانی

■ در نشانه‌گذاری اولیه مدل، هم گذر T_1 و هم T_2 توانا هستند. اینکه کدام یک شلیک می‌کنند، با پارامترهای زمانی آنها مشخص می‌شود:

□ اگر $\theta_1 < \theta_2$ ، آنگاه گذر T_1 شلیک می‌کند،

□ و اگر نه گذر T_2 شلیک خواهد نمود.

■ فرض می‌کنیم که $\theta_1 < \theta_2$ باشد:

□ آنگاه گذر زمان‌سنج‌های هر دو گذر مقداردهی شده و شروع به کسر شدن می‌کنند.

□ زمان‌سنج T_1 زودتر صفر شده و این گذر شلیک می‌کند.

□ در این صورت، یک نشانه از مکان p_1 برداشته شده و یک نشانه در مکان p_2 گذاشته می‌شود و نشانه‌گذاری جدید $M_2 = (0, 1, 0)$ ظاهر می‌شود.

□ در نتیجه، گذر T_2 ناتوان (disable) می‌شود.

تحلیل رفتاری مثال شبکه پتری زمانی

- در نشانه‌گذاری M_2 ، گذر T_3 توانا می‌شود و پس از مدت زمان θ_3 ، شلیک می‌کند. در این صورت دوباره همان نشانه‌گذاری اولیه M_1 ظاهر می‌شود.
- در نتیجه، دوباره گذرهای T_1 و T_2 توانا می‌شوند. در این شرایط، اینکه زمان سنج دو گذر چگونه دوباره مقداردهی اولیه می‌شوند وابسته به سیستم مدل‌سازی شده است:
 - ممکن است هر دو زمان سنج دوباره مقداردهی اولیه شود. در این صورت، هیچ وقت گذر T_2 شلیک نخواهد کرد.
 - اما ممکن است که زمان سنج T_1 به θ_1 مقداردهی اولیه شود، ولی زمان سنج گذر T_2 مقداردهی اولیه نشده و از مقدار باقیمانده $\theta_1 - \theta_2$ شروع به کسر شدن کند و در نتیجه ممکن است که این دفعه T_2 شلیک کند.

ارزیابی شبکه‌های پتری زمانی

- شبکه‌های پتری زمانی که دارای پارامترهای زمانی عمومی باشند، دارای مشکل ارزیابی با روشهای حل عددی هستند. در نتیجه کاربرد آنها در ارزیابی کارایی با مشکلاتی مواجه است.
- گرچه تلاشی برای یافتن روشهای تحلیلی شبکه‌های پتری زمانی شده است، اما راه حل اصلی برای ارزیابی آنها، همانا شبیه‌سازی گسسته-رخداد است.
- برای سهولت ارزیابی شبکه‌های پتری زمانی، شبکه پتری تصادفی (SPN: stochastic Petri nets) معرفی شده است که در ادامه با آن آشنا خواهیم شد.

شبکه‌های پتری سطح بالا

- شبکه‌های پتری سطح بالا (high-level Petri nets)، با افزودن زمان، رنگ و سلسله‌مراتب به شبکه‌های پتری بدست می‌آیند:

□ $HLPNs = PNs + Colour + Hierarchy$

- رنگی بودن: یعنی نشانه‌ها از هم متمایز هستند. نشانه‌های رنگی، قابلیت پردازش داده‌ها را به مدل اضافه می‌کنند.

- مقایسه شبکه‌های پتری اولیه با شبکه‌های پتری سطح بالا، همانند مقایسه زبان اسمبلی با زبانهای برنامه‌سازی سطح بالا است:

- در تئوری، هر دو نوع زبان دارای قدرت محاسباتی (computational power) یکسانی هستند.
- اما در عمل، زبانهای سطح بالا دارای قدرت مدل‌سازی (modeling power) بالاتری هستند. زیرا قابلیت‌های ساختاردهی و توصیف بهتری را با استفاده از انواع داده‌ای، پیمانه‌ها و غیره فراهم می‌کنند.

برخی از شبکه‌های پتری سطح بالا

- شبکه‌های گزاره-گذر (Pr/T-nets: predicate/transition nets)

- سال ۱۹۷۸ توسط Genrich & Lautenbach معرفی شده است.

- شبکه‌های پتری رنگی (CPNs: coloured Petri nets)

- سال ۱۹۸۰ توسط K. Jensen معرفی شده است.

- شبکه‌های خوش‌شکل (WNs: well-formed nets):

- $WNs = simple\ CPNs$

- استاندارد HLPN:

- سال ۲۰۰۳ توسط ISO/IEC معرفی شده است.

شبکه‌های پتری رنگی



- شبکه‌های پتری رنگی در سال ۱۹۸۰ توسط کورت ینسن (K. Jensen) معرفی شده است.
- ینسن استاد دانشگاه آرهوس (Aarhus) دانمارک بوده و سرپرست گروه شبکه‌های پتری رنگی [1] است.
- در این گروه ابزارهای معروفی نظیر Design/CPN و CPN Tools برای مدل‌سازی با این مدل‌ها طراحی و ساخته شده است.
- در ادامه مدل‌های CPNs را به اختصار معرفی می‌کنیم.

[1] "CPN Group at the University of Aarhus," <http://www.daimi.au.dk/CPnets/>

شبکه‌های پتری رنگی

- یک بسط سطح بالا برای شبکه‌های پتری بوده و ترکیبی از شبکه‌های پتری و قابلیت‌های زبانهای برنامه‌سازی سطح بالا است.
- در CPNs نشانه‌ها دارای خصوصیت‌هایی هستند که به آن رنگ نشانه گفته می‌شود.
- رنگ نشانه‌ها در حقیقت نشان‌دهنده تعلق داشتن نشانه‌ها به گروه‌های متفاوت و تمایز رفتارشان در شبکه است.
- مفهوم رنگ برای نشانه‌ها مشابه مفهوم زنجیره‌ها (chains) یا رده‌ها (classes) در شبکه‌های صف است.
- هر مکان، یک مجموعه چندگانه (multiset) (یا کیسه) از نشانه‌ها را نگهداری می‌کند.
- هر نشانه یک شیء داده‌ای از یک نوع اتمی (atomic) (مثل integer، char و غیره) یا یک ساختار داده‌ای تعریف شده توسط کاربر است.

شبکه‌های پتری رنگی

- گذرها با توجه به رنگ نشانه‌های در دسترس در ورودی به صورت متفاوت رخ می‌دهند.
- از عبارتهای **کمان** (arc expressions) و **نگهبان‌ها** (guards) برای تعیین شروط تواناسازی و اثرات رخداد گذرها استفاده می‌شود.
- از زبان ML استاندارد (که یک زبان برنامه‌سازی تابعی است) برای تعریف داده‌ها و عبارتهای شرطی و غیره استفاده می‌شود.
- به دلیل تسهیل مدل‌سازی سیستم‌های واقعی این بسط شبکه‌های پتری بسیار مورد توجه قرار گرفته است.

شبکه‌های پتری شیء‌گرا

- فقدان **قابلیت‌های ساختاردهی** (structuring capabilities) یکی از مهمترین انتقادات از شبکه‌های پتری سطح بالا بوده است. یعنی زیرمدل‌های آنها فاقد ساختار مناسبی برای **ترکیب** (composition) هستند.
- از اینرو محققان اقدام به تقویت شبکه‌های پتری سطح بالا با مفاهیم شیء‌گرایی نمودند و شبکه‌های پتری شیء‌گرا (object-oriented Petri nets) معرفی شدند:

$$\square \text{ OOPNs} = \text{CPNs} + \text{OO}$$



- از جمله این محققین، چارلز لاکاس (C. Lakos) است که استاد دانشگاه آدلاید استرالیا است.
- در ادامه به اختصار شبکه‌های پتری شیء‌گرا معرفی می‌شود.

شبکه‌های پتری شیء‌گرا

- در OPNs مفاهیم شیء‌گرایی با مفاهیم شبکه‌های پتری ترکیب یا جایگزین شده است.
- برای مثال مفهوم مکان با ساختار **فیلد داده‌ای** (data fields) یا **خصوصیت‌های** (attributes) شیء و گذرها با مفهوم **متد** یا **تابع** جایگزین شده‌اند.
- نخستین بسط مهم OPNs نسبت به CPNs این است که امکان تعریف مدل به صورت **رده** (class) در آن وجود دارد:
 - این رده‌ها قابل **نمونه‌سازی** (instantiation) خواهند بود.
 - هر رده مدل می‌تواند تعدادی فیلد داده‌ای و تابع داشته باشد.
 - OPNs **توارث** (inheritance) را برای رده‌ها پشتیبانی می‌کند.
- یک فیلد داده‌ای می‌تواند یک نوع ساده (مثل Integer، Real، Boolean، و غیره)، نوع رده یا از نوع یک مجموعه چندگانه از این انواع باشد.

شبکه‌های پتری شیء‌گرا

- امکان تعریف توابع با قابلیت دسترسی **فقط خواندنی** (read-only) به حالت جاری زیرشبکه یکی دیگر از تفاوت‌های OPNs با CPNs است.
- این مساله باعث افزایش قابلیت **بسته‌بندی** (encapsulation) در OPNs می‌شود.
- مدل‌های OPNs از نظر رفتاری معادل مدل‌های CPNs هستند. یعنی برای تحلیل می‌توان OPNs را به CPNs تبدیل نمود.
- این مدل‌ها برای طراحی شیء‌گرای سیستم‌های نرم‌افزاری مناسب هستند و شاید بتوان از برخی جهات و در بعضی کاربردها آنها را به عنوان یک آلترناتیو UML مورد استفاده قرار داد.
- از مزایای OPNs آن است که قابلیت **ترکیب** (compositionality) مدل‌ها و مدل‌سازی **تدریجی** (incremental) و **سلسله‌مراتبی** (hierarchical) را فراهم می‌کنند.

نمودار گسترش و تکامل بسط‌های شبکه‌های پتری

