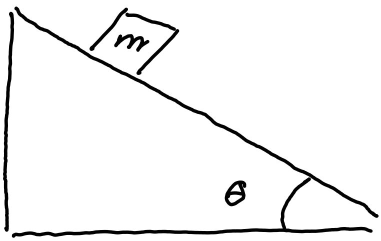
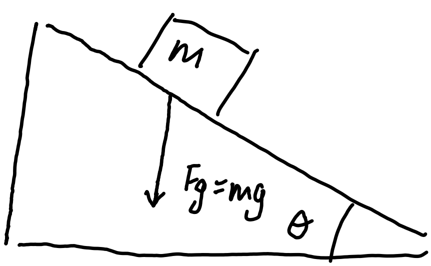
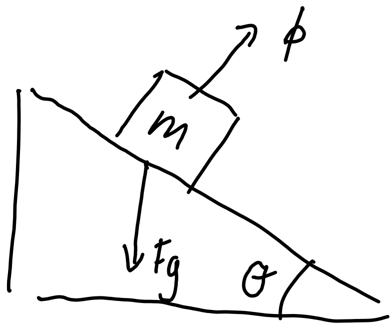


Hvaða kraftar verka á kassann?

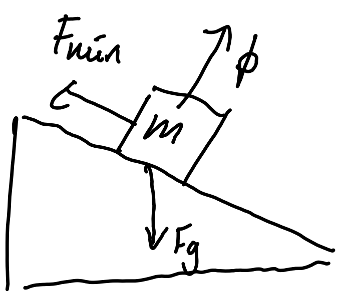
- Þyngdarkrafturinn, F_g, sem er alltaf í stefnuna beint niður.



• Þverkraftinn, Þ, frá borðinu á kubbinn.

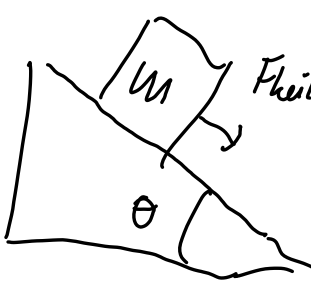


• Núningskraftinn, Fnún, sem verkar gagnstætt á hreyfingarstefnu kassans.

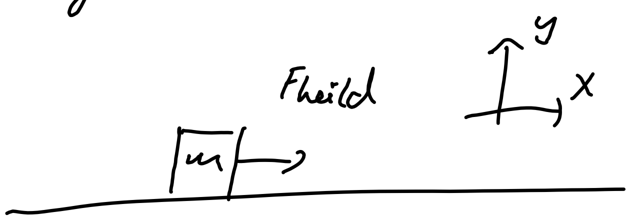


Samkvæmt 2. lögmáli Newtons er heildarkrafturinn sem verkar á hlutinn þá summan af þessum kröftunum (talið eftir að þetta er í raun vigursumma)

Við vitum að kassinn rennur niður skábrettið (hann fer nú varla upp skábrettið) svo að heildarkrafturinn hlýtur að vera niður samsíða skábrettinu



Nú komum við að mikilvægu atriði! Til þess að finna hröðun kubbsins niður skábrettið er sniðugt að endurskilgreina hnitakerfið okkar þannig að x-ásinn sé niður skábrettið og y-ásinn sé þvert á skábrettið. Það má líka hugsa sér að við snúum hnitakerfinu þannig að veröldin líti svona út:



Við sjáum þá að kassinn er bara að hreyfast í einni vídd, en ekki tveim.

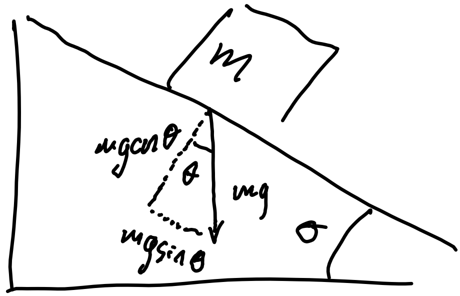
Þannig er miklu auðveldara að reikna dæmið! Við skrifum þá kraftajöfnuna í þessu nýja hnitakerfi

$$\vec{F}_{heild} = \vec{F}_g + \vec{p} + \vec{F}_{nún}$$

þ.e.

$$\begin{pmatrix} ma \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} mg\sin\theta \\ -mg\cos\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\mu p \\ 0 \end{pmatrix}$$

þar sem við höfum liðað þyngdarkraftinn til þess að hann passi við nýja hnitakerfið okkar og notað skilgreininguna á núningskraftinum, þ.e. $F_{nún} = \mu p$.



við sjáum þá af neðri jöfnunni að

$$\text{þ} = mg\cos\theta$$

en þar með gefur efri jafnan

að
$$\begin{aligned} ma &= mg\sin\theta - \mu \text{þ} \\ &= mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta \\ &= mg(\sin\theta - \mu\cos\theta) \end{aligned}$$

svo við ályktum að $a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$.

Við getum núna spurt allskyns athyglisverðra spurninga, t.d.

(1) Ef skábrettið er af lengd l, hve lengi er kassinn að renna niður brettið?

(2) Hver er hraði kassans þegar hann kemur niður skábrettið?

(1) Skoðum það: Við notum þá stöðujöfnur og athugum að:

$$l = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2l}{g(\sin\theta - \mu\cos\theta)}}$$

Hér gerum við ráð fyrir að upphafshraði kassans sé núll.

(2) þá er

$$v = at = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)t$$

Önnur, kannski athyglisverðri spurning sem við getum spurt er

(3) Er til horn, θ, þannig að kassinn renni ekki af stað?

Svarið er, já! Við höfðum séð að hröðun kassans var $a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$. En þá er $a = 0$ ef $g(\sin\theta - \mu\cos\theta) = 0$ þ.e. ef $\sin\theta = \mu\cos\theta$ þ.e. ef $\mu = \tan\theta$ þ.e. ef $\theta = \arctan(\mu)$.

Ef við skoðum þetta nánar þá sjáum við reyndar að kubburinn rennur ekki ef $a \leq 0$ þ.e. ef

$$g(\sin\theta - \mu\cos\theta) \leq 0$$

þ.e. ef $\sin\theta \leq \mu\cos\theta$

þ.e. $\tan\theta \leq \mu$

þ.e. $\theta \leq \arctan(\mu)$.

Skoðum það í manin

Þetta er hægt að nota til þess að ákvarða núningsstuðulinn milli tveggja hluta!

Þá leitum við að minnsta horninu þannig að kubburinn byrjar að renna, þá höfum við það að

$$\mu = \tan\theta.$$