

Chương 10

MÔ PHỎNG MONTE CARLO HỆ THỐNG TRUYỀN THÔNG

10.1. Mở đầu

Chương này ta mở rộng các kỹ thuật Monte Carlo (MC) cơ bản đã được đề cập ở chương 9. Ta sẽ mô phỏng hai hệ thống viễn thông điển hình: (i) Hệ thống truyền thông số khóa dịch pha (PSK), mặc dù rất đơn giản nhưng nó tạo ra các khối cơ bản để phát triển mô phỏng cho các hệ thống phức tạp; (ii) Hệ thống QPSK vi sai, trong đó ta sẽ xét đến các ảnh hưởng của lỗi đồng bộ ký hiệu và lỗi pha. Chương này ta cũng sẽ đề cập kỹ thuật bán phân tích (SA), là kỹ thuật kết hợp mô phỏng Monte Carlo và phân tích.

Hai phương pháp luận được đề cập trong chương này hơi khác. (i) Mô phỏng Monte Carlo yêu cầu phân tích toán học rất ít và có thể được áp dụng cho hệ thống truyền thông bất kỳ, trong đó cần có các thuật toán xử lý tín hiệu để biểu diễn mỗi khối chức năng. Theo đó, mô phỏng Monte Carlo là *công cụ tổng quát* nhưng thời gian mô phỏng rất lâu, vì vậy như đã thấy ở chương trước, cần phải dung hòa *giữa* tính chính xác và thời gian mô phỏng; (ii) Mô phỏng bán phân tích SA yêu cầu mức độ phân tích nhiều hơn, nhưng bù lại giảm được thời mô phỏng. Ngoài ra, khi thực hiện *một* mô phỏng MC đem lại ước tính BER tại *một* giá trị của E_b/N_0 , trong khi đó mô phỏng bán phân tích SA cho ta *một đường cong đầy đủ* của BER, nó là một hàm của E_b/N_0 . Tuy nhiên, ta sẽ thấy rằng mô phỏng bán phân tích SA không phải là phương pháp luận mà có thể được áp dụng phổ biến.

Để được tường minh quá trình thực thi hóa mô hình mô phỏng bằng chương trình Matlab như: quá trình tạo và biến đổi tín hiệu, tham số vào/ra của các khối chức năng cũng như việc phù hợp hóa các tham số tại các điểm liên kết các khối chức năng, các tham số đặc trưng của từng khối chức năng,... cần phải nghiên cứu kỹ mã chương trình Matlab đặc biệt tính modul của mã chương trình mô phỏng. Trên cơ sở đó có thể: (i) Khảo sát chi tiết các tín hiệu tại các điểm khác nhau của hệ thống trong các miền thời gian và tần số bằng các bộ FFT và IFFT kết hợp cùng với các bộ hậu xử lý như các hàm vẽ, các biểu đồ mắt, chòm sao tín hiệu, các biểu đồ tán xạ... muốn vậy cần phải biết cách lấy các dữ liệu của các tín hiệu tại các điểm khác nhau của chương trình mô phỏng (tương ứng với mô hình mô phỏng). (ii) Nghiên cứu khảo sát, quan sát các tín hiệu trong các miền thời gian và tần số cũng như hiệu năng của hệ thống dưới các ảnh hưởng khác nhau tham số kênh cũng như các tham số đặc trưng của từng khối chức năng. (iii) Cập nhật, nâng cấp mô hình thành mô hình riêng.

Cần phải xác định các rõ trong các chương trình mô phỏng: đâu là các hàm có sẵn trong thư viện Matlab và cách thức dùng vào ứng dụng cụ thể, đâu là các hàm được viết dành riêng

cho chương trình các hàm này được cho ở các phụ lục A của các chương được đánh số theo mã số của chương.

10.2. Hai mô phỏng Monte Carlo điển hình

Như đã thấy ở chương trước, dùng kỹ thuật MC để ước tính BER bằng cách truyền N ký hiệu dữ liệu qua mô hình mô phỏng hệ thống và đếm số lỗi. Giả sử, ta truyền N ký hiệu qua mô hình mô phỏng đếm được N_e lỗi thì ước tính của BER là:

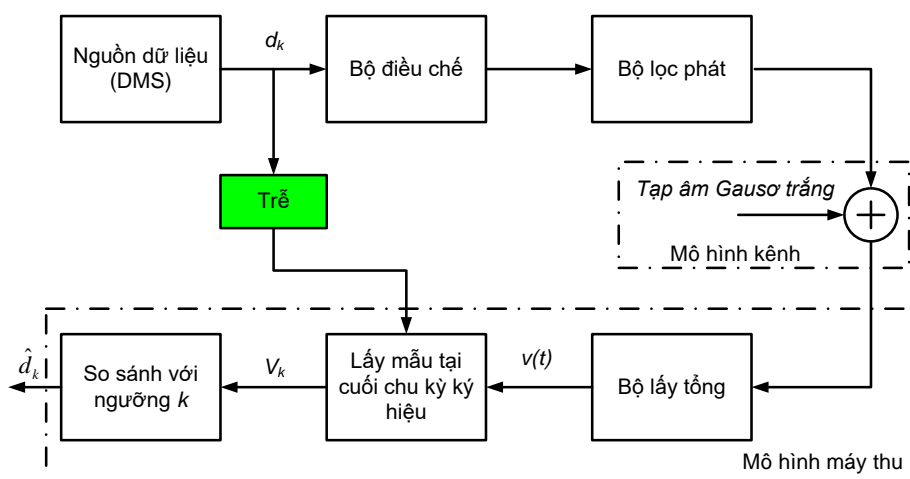
$$\hat{P}_E = \frac{N_e}{N} \quad (10.1)$$

Từ chương trước, \hat{P}_E là một biến ngẫu nhiên và ước tính chính xác của BER yêu cầu bộ ước tính \hat{P}_E là loại *không chệch* và có *phương sai nhỏ*. Để phương sai nhỏ thì N lớn dẫn đến thời gian chạy mô phỏng lâu. Dưới đây ta minh họa kỹ thuật Monte Carlo bởi hai mô phỏng điển hình.

10.2.1. Mô phỏng Monte carlo hệ thống truyền thông BPSK cơ bản

- **Mô hình mô phỏng:** Mô hình mô phỏng hệ thống truyền thông BPSK cơ bản được minh họa ở hình 10.1.

- **Các giả định:** (i) Điều chế BPSK, có hai điểm tín hiệu nằm trên kênh đồng pha (xem lại ví dụ 9.3). Vì vậy, ta loại bỏ kênh vuông pha ra khỏi mô phỏng; (ii) Bộ lọc tại đầu ra bộ điều chế là một bộ lọc Butterworth bậc 3 có độ rộng băng tần bằng tốc độ bit ($BW = r_b$) nhằm thể hiện việc gây ra giao thoa giữa các ký hiệu (ISI); (iii) Kênh là kênh AWGN.



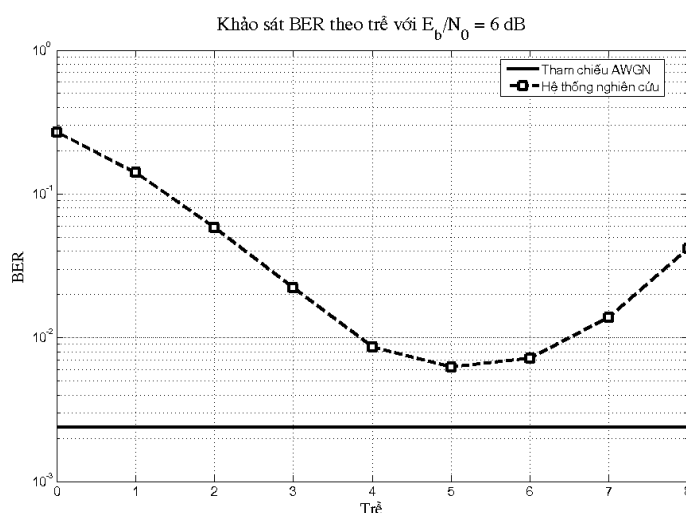
Hình 10.1: Hệ thống truyền thông cơ bản

- **Mục đích nghiên cứu - chương trình và quá trình mô phỏng:** Mục đích của mô phỏng này là xác định sự tăng lên của BER do ISI gây ra từ bộ lọc. Chương trình mô phỏng hệ thống được cho ở file **NVD10_MCBPSKber.m** trong Phụ lục 10A. Sử dụng giải pháp *chuỗi-khối*, trong đó các khối dài 1000 ký hiệu được xử lý lặp cho đến khi toàn bộ N ký hiệu được xử

lý. Nó được thực hiện đầu tiên để bộ lọc thường trình Matlab (là một hàm có sẵn trong thư viện Matlab) thực hiện tích chập miền thời gian. Khi dùng các hàm sẵn có trong thư viện Matlab, thì rất hiệu quả và giảm đáng kể thời gian chạy mô phỏng. Lưu ý rằng, phải đảm bảo đầu ra bộ lọc là liên tục từ khối tới khối, nó được thực hiện bằng cách dùng tham số khởi đầu được đưa ra trong bộ lọc.

Trước hết, ta phải xác định giá trị của **trễ**. Có nhiều cách, cách được dùng nhiều nhất là lấy tương quan chéo giữa đầu ra bộ điều chế và đầu ra máy thu, như đã được thực hiện ở chương 8 khi ta ước tính SNR. Phương pháp này sẽ được dùng khi xét mô phỏng bán phân tích SA. Để minh họa tầm quan trọng việc chọn chính xác giá trị của **trễ**, trong trường hợp này ta sử dụng kỹ thuật khác. Cụ thể, ta chọn một giá trị E_b/N_0 , ta mô phỏng hệ thống với các giá trị trễ khác nhau và quan sát kết quả. Chương trình Matlab tương ứng được cho ở file **NVD10_MCBPSKdelay.m** (có trong Phụ lục 10A).

Lưu ý rằng, chương trình Matlab **NVD10_MCBPSKdelay.m** là sự kết hợp giữa bộ tiền xử lý và bộ hậu xử lý. (cần phải nghiên cứu kỹ hàm **NVD10_MCBPSKrun.m** trong phụ lục 10A). Giá trị giả định của E_b/N_0 là 6dB và **trễ** được lặp từ 0 đến 8 mẫu. Vì tần số lấy mẫu là 10 mẫu/1 ký hiệu, nên kích cỡ bước của trễ là $0,1T_s$, với T_s là thời gian ký hiệu. Giá trị của N được lựa chọn sao cho số lỗi xảy ra phù hợp để đảm bảo phương sai bộ ước tính đủ nhỏ. Trong trường hợp này, ta đặt $N = 100/P_T$ với P_T là xác suất lỗi lý thuyết (tính toán) trong môi trường kênh AWGN. Tất nhiên, khi có ISI và những nhiễu loạn khác sẽ làm gia tăng lỗi đối với một giá trị của E_b/N_0 . Lưu ý rằng, với mỗi giá trị của **trễ**, thì cả giá trị của BER và số lỗi để tính toán BER đều được hiển thị. Điều này cho phép kiểm tra giả định về “*giá trị thích hợp của lỗi để tạo ra trong một ước tính BER khả tin*”.



Hình 10.2: Mô phỏng khởi đầu để xác định **trễ** đối với hệ thống BPSK

Kết quả mô phỏng được minh họa ở hình 10.2. Các kết quả mô phỏng được minh họa bằng hình quả trám, hiệu năng hệ thống lý tưởng (không có ISI, khi hệ thống hoạt động trong môi trường kênh AWGN với $E_b/N_0 = 6 \text{ dB}$) được cho bởi đường liền nét. Thấy rõ rằng, việc

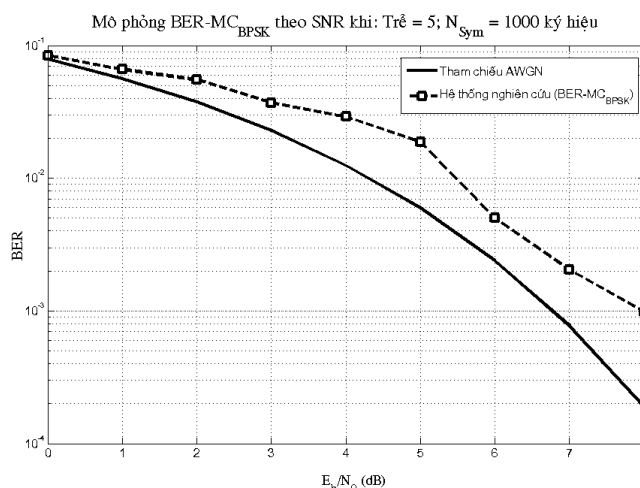
chọn giá trị của *trễ* không đúng sẽ làm giá trị của BER quá lớn. Vì giá trị của BER nhỏ nhất tại giá trị của *trễ* là 5 mẫu, nên có thể lấy 5 mẫu làm giá trị thích hợp của *trễ*. Tuy nhiên, vì *trễ* là số nguyên lần chu kỳ lấy mẫu, nên giá trị 5 có thể không là chính xác hoàn toàn. Quan sát hình 10.2 cho thấy rằng giá trị *trễ* chính xác là khoảng giữa 5 và 6 chu kỳ lấy mẫu. Việc ước tính giá trị đúng của *trễ* được bằng mô phỏng *càng chính xác* thì tần số lấy mẫu *càng lớn hơn* (chu kỳ lấy mẫu nhỏ hơn). Cần lưu ý rằng, bộ ước tính được định nghĩa bởi công thức (10.1) là biến ngẫu nhiên, vì vậy bất kỳ giá trị cho trước của BER đều có thể quá lớn hoặc quá nhỏ. Bộ lọc phát gây ra ISI, và ảnh hưởng của ISI lên hiệu năng BER từ điểm giới hạn ISI = 0 đối với mỗi giá trị của *trễ*. Nếu bộ lọc phát được loại bỏ (bằng cách đặt tham số trong chương trình mô phỏng FilterSwitch = 0), thì ISI = 0.

Tiếp đó, sau khi biết giá trị của *trễ*, ta thực hiện mô phỏng và xác định giá trị của \hat{P}_E , nó là một hàm của E_b/N_0 (nghĩa là khảo sát BER theo SNR). Chương trình Matlab tương ứng được cho ở file **NVD10_MCBPSKber.m** (có trong Phụ lục 10A).

Lưu ý rằng, E_b/N_0 được tăng từng 1 dB, 0 dB đến 8 dB.

Khi thực hiện một mô phỏng Monte Carlo trên dải giá trị của E_b/N_0 , thì với *cùng* một giá trị của N khi E_b/N_0 tăng sẽ đếm được ít lỗi hơn. Kết quả là, ước tính BER tại giá trị E_b/N_0 lớn sẽ kém tin cậy hơn so với ước tính BER tại giá trị E_b/N_0 nhỏ. Có thể giải quyết vấn đề này một cách từng phần bằng cách đặt $N = K/P_T$ (N là số mẫu được xử lý, P_T là xác suất lỗi cho trường hợp kênh AWGN). Do sự suy thoái của hệ thống (ISI, lỗi đồng bộ) dẫn đến các giá trị được mô phỏng của $\hat{P}_E > P_T$, có nhiều hơn K lỗi quan sát được trong chạy mô phỏng. Mã chương trình Matlab **NVD10_MCBPSKber.m** sử dụng $K = 20$. Vì mô phỏng dựa trên việc xử lý tuần tự các khối mẫu, với kích cỡ khối 1000 ký hiệu (10.000 mẫu), nên phải đảm bảo $N > 1000$ để ít nhất có một khối được xử lý. Nếu $N < 1000$ sẽ xảy ra kết quả không chính xác.

Kết quả chạy chương trình mô phỏng **NVD10_MCBPSKber.m** được minh họa ở hình 10.3. Các kết quả mô phỏng được biểu thị bằng các hình vuông, và BER lý tưởng (ISI = 0) được biểu thị bằng đường liền nét. BER tăng do ISI sinh ra bởi bộ lọc là hiển nhiên.

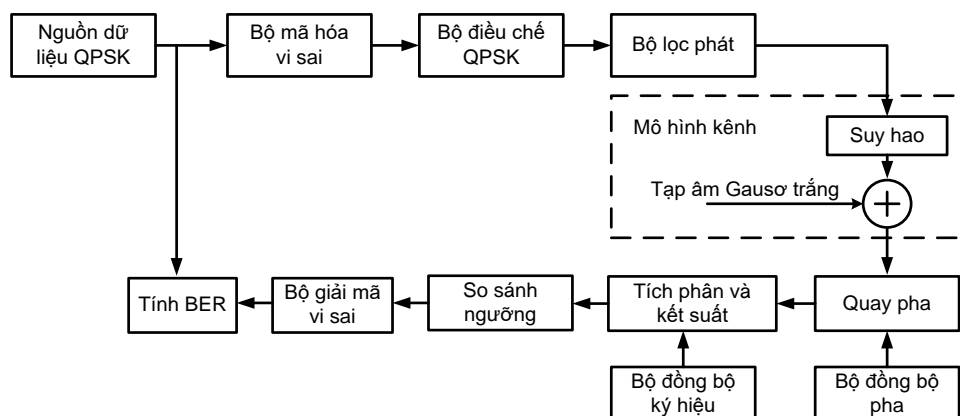


Hình 10.3: Mô phỏng BPSK đối với hệ thống có ISI

Kỹ thuật *chuỗi-khối* được dùng trong trường hợp này sẽ được sử dụng lại ở chương 18 khi đơn giản hóa mô phỏng hệ thống CDMA. Mô phỏng này, tuy đơn giản nhưng rất ý nghĩa ở chỗ, nó tạo ra các khối chức năng căn bản cho mô phỏng.

10.2.2. Mô phỏng Monte carlo hệ thống truyền thông QPSK cơ bản

Ở hệ thống đơn giản trên, ta đã mô phỏng hệ thống điều chế BPSK với nhiều giả định đơn giản. Trường hợp hệ thống QPSK, ta mô hình hóa một vài nguồn lỗi mới, một số tham số mới, với mục đích liên hệ các kết quả mô phỏng với các kết quả hệ thống truyền thông vật lý. Lưu ý rằng, trường hợp này suy hao kênh (suy hao truyền lan sóng giữa máy phát và máy thu) được đưa vào chương trình mô phỏng ở dạng tham số mô phỏng. Tốc độ ký hiệu và tần số lấy mẫu cũng được tính đến trong mô phỏng. Sơ đồ khối hệ thống được cho ở hình 10.4, và mã chương trình mô phỏng được cho ở file **NVD10_MCQPSKber.m** (trong Phụ lục 10A). Lưu ý rằng, bộ lọc phát, mặc dù có trong hình 10.4 nhưng không được dùng trong trường hợp mô phỏng này nhằm giảm thời gian mô phỏng. Bộ lọc phát được xét đến trong mã mô phỏng được cho ở phụ lục 10A.



Hình 10.4: Hệ thống truyền thông QPSK

Trong các hệ thống vô tuyến nhất quán, máy thu phải có khả năng đồng bộ ký hiệu và sóng mang. Tạp âm và méo kênh làm cho việc định thời và khôi phục sóng mang không hoàn hảo. Đồng bộ sóng mang không chính xác gây ra lỗi pha, làm xoay pha tín hiệu thu so với tín hiệu phát. Mô phỏng trong trường hợp này cho phép ta mô phỏng lỗi pha như là một quá trình stochastic. Lỗi đồng bộ ký hiệu làm cho bộ tách sóng tích phân và kết xuất (*integrate-and-dump*) xử lý tín hiệu thu trên một khoảng thời gian không chính xác. Vì vậy, chương trình mô phỏng cũng cho phép nghiên cứu lỗi từ ảnh hưởng này.

Từ lý thuyết truyền thông cơ bản cho thấy, các hệ thống QPSK bị ảnh hưởng từ sự không rõ ràng về pha. Do kênh tạo ra trễ ngẫu nhiên lên tín hiệu, nên máy thu không thể xác định được giá trị pha tuyệt đối của tín hiệu phát. Ví dụ, máy phát có thể gửi chuỗi pha 45° , 135° , 45° và -45° . Giả sử kênh gây ra một lượng trễ là 100,75 chu kỳ sóng mang RF. Thì máy thu sẽ tách

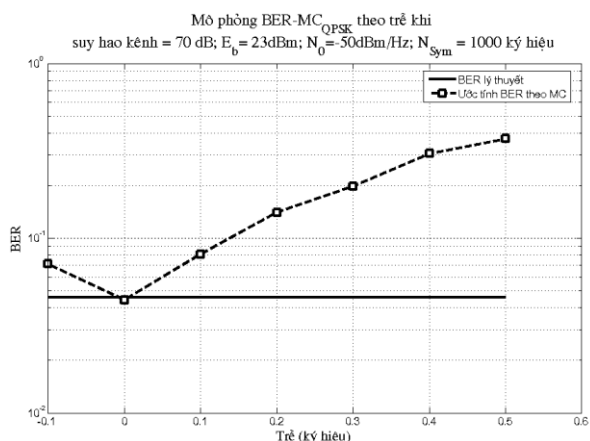
tín hiệu gốc 45° thành -45° và gây lỗi lên các ký hiệu còn lại, tạo ra chuỗi thu là $-450, -135^\circ$ và 135° . Nếu các bit tin được truyền đi ở dạng pha tuyệt đối của tín hiệu phát, thì máy thu sẽ tạo ra số lượng lỗi lớn (nguồn gốc lỗi có thể do kênh). Giải pháp cho vấn đề này là mã hóa thông tin trước khi được truyền đi, thay bit tin được truyền đi ở dạng pha tuyệt đối của tín hiệu phát thì dùng sự sai khác pha giữa các ký hiệu. Ví dụ, nếu pha tín hiệu phát tăng 90° từ 45° đến 135° giữa ký hiệu thứ nhất và ký hiệu thứ hai, thì máy thu sẽ tách hai tín hiệu đó tại -135° và 45° , mà nó vẫn cho thấy tăng pha là 90° . Mã hóa vi sai được thực hiện trong mã chương trình Matlab được cho trong phụ lục 10A, là mã mô phỏng chính cho hệ thống QPSK.

Cũng như hệ thống BPSK, trễ thời gian qua hệ thống phải được xác định. Chương trình Matlab **NVD10_MCQPSKdelay.m**, dưới đây ta xác định trễ thời gian tối ưu tại máy thu để giải thích cho trễ truyền tín hiệu qua hệ thống.

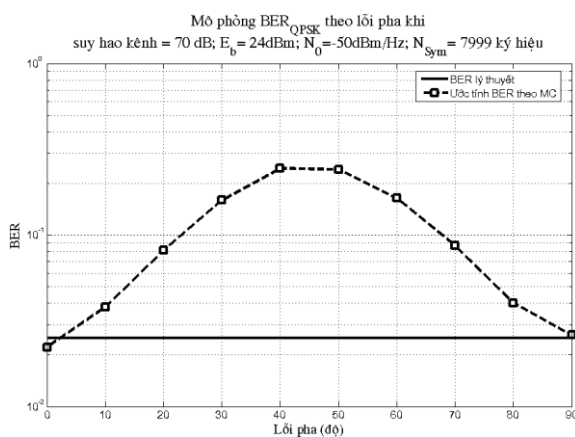
Vì không dùng bộ lọc kênh, nên trễ tối ưu là những ký hiệu 0, như được thấy trong hình 10.5. Lưu ý rằng, ta đã đo trễ theo chu kỳ ký hiệu chứ không phải là theo các mẫu như trường hợp trước.

Tại đây, biết được trễ, ta sẽ đánh giá mức độ nhạy cảm của BER đối với lỗi pha đồng bộ tĩnh. Lỗi pha được đo từ 0 đến 90° (tăng dần từng 10°). Mã chương trình Matlab được cho ở **NVD10_MCQPSKphasesync.m** (có trong Phụ lục 10A).

Kết quả chạy chương trình mô phỏng **NVD10_MCQPSKphasesync.m** cho phép khảo sát tính nhạy cảm của BER đối với các lỗi pha tĩnh, được minh họa ở hình 10.6, kết quả cho thấy BER có giá trị lớn nhất tại lỗi pha 45° và giảm dần tới giá trị tối ưu (không có lỗi pha) là 0 hoặc 90° . Tính cách này có được do bộ mã hóa vi sai đem lại.



Hình 10.5: Mô phỏng khởi đầu để xác định trễ đối với hệ thống QPSK

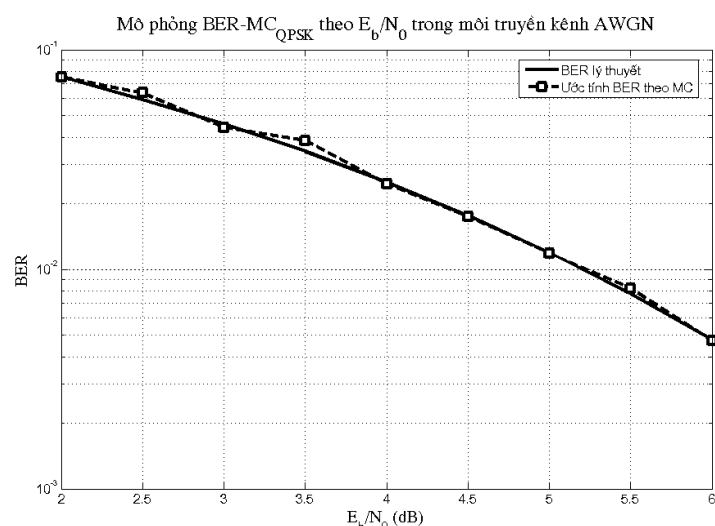


Hình 10.6: Minh họa tính nhạy của BER đối với lỗi pha tĩnh

Tại đây, ta biết được thời gian trễ và sự dịch pha tối ưu đối với kênh, ta tiến hành đo BER là một hàm của SNR (mô phỏng hiệu năng BER theo SNR). Mã chương trình Matlab được cho ở file **NVD10_MCQPSKber.m** (có trong Phụ lục 10A).

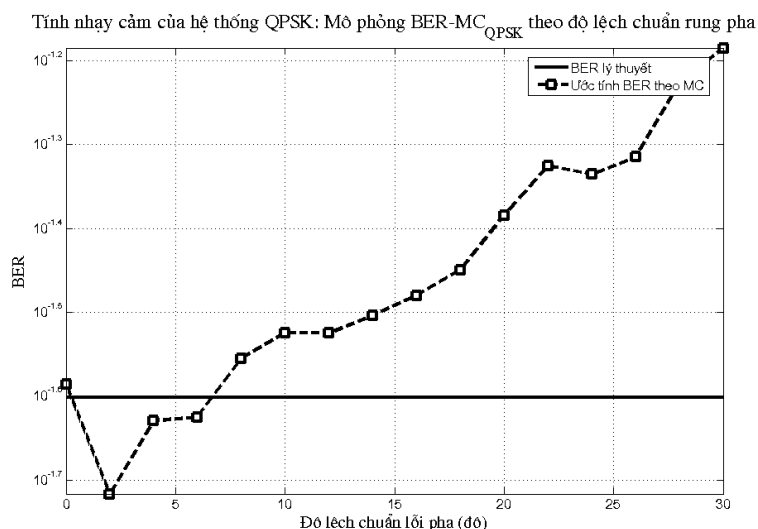
Kết quả chạy chương trình mô phỏng **NVD10_MCQPSKber.m** cho phép khảo và so sánh BER lý thuyết và mô phỏng theo SNR trong môi trường kênh AWGN được minh họa ở hình 10.7. Cho thấy kết quả mô phỏng là rất gần với kết quả AWGN lý thuyết.

Tiếp theo, ta nghiên cứu ảnh hưởng của rung pha (jitter) lên hiệu năng BER hệ thống. Quá trình lỗi pha được mô hình hóa là tạp âm Gausơ trắng. Mã chương trình Matlab mô phỏng tương ứng được ở file **NVD10_MCQPSKPhasejitter.m** trong Phụ lục 10A.



Hình 10.7: Các kết quả mô phỏng và lý thuyết cho một hệ thống QPSK hoạt động trong môi trường kênh AWGN

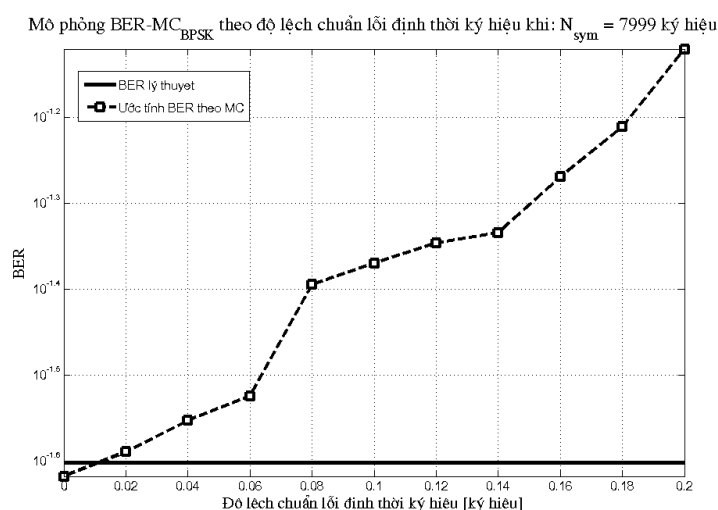
Kết quả mô phỏng tính nhạy cảm của hệ thống QPSK đối với rung pha (phase jitter) được minh họa ở hình 10.8. Như được mong đợi, BER tăng theo sự tăng của độ lệch chuẩn rung pha. Trong nhiều mô phỏng hệ thống, việc mô hình hóa rung pha là một quá trình tạp âm trắng là không phù hợp. Ta nên giải quyết vấn đề này theo cách, thiết kế bộ lọc FIR để thực thi hóa mật độ phổ công suất PSD của quá trình rung pha.



Hình 10.8: Mô phỏng minh họa tính nhạy cảm của hệ thống QPSK đối với rung pha

Chương trình mô phỏng cuối cùng là khảo sát mức độ nhạy cảm của BER đối với lỗi định thời ký hiệu. Chương trình Matlab tương ứng được cho ở file **NVD10_MCQPSKSymjitte.m** (có trong Phụ lục 10A) như sau.

Kết quả chạy chương trình mô phỏng **NVD10_MCQPSKSymjitte.m** được cho ở hình 10.9. Cũng như trong trường hợp rung pha, lỗi đồng bộ ký hiệu được mô hình hóa là quá trình *stochastic* Gauss trắng. Một lần nữa, nếu có tính nhớ ảnh hưởng lên quá trình rung ký hiệu, thì phải được mô hình hóa chính xác, ta có thể thiết kế một bộ lọc FIR để thực thi PSD.



Hình 10.9: Kết quả mô phỏng minh họa ảnh hưởng của rung ký hiệu

Ngoài ra, trong mô phỏng này các ký hiệu phát được tương quan chéo nhau (lưu ý việc sử dụng hàm **vxcorr**) nhằm đảm bảo các ký hiệu phát và thu được đồng chỉnh chính xác vì vậy BER được xác định chính xác. Trong những mô phỏng tiếp theo, bao gồm các hệ thống minh họa ở phần 10.3.3 và 10.3.4 dưới đây, ta dùng các kỹ thuật tương quan chéo để tính toán giá trị trễ và không cần phải mô phỏng riêng biệt để xác định tham số này. Ở đây ta dùng chương trình mô phỏng riêng biệt để minh họa mức độ nhạy cảm của các kết quả mô phỏng đối với các tham số quan trọng này. Mô phỏng này lại được dùng trong chương 16 khi ta xét lấy mẫu qua trọng.

10.3. Kỹ thuật bán phân tích

Như ta đã thấy, phương pháp mô phỏng Monte Carlo là phương pháp hoàn toàn tổng quát và có thể áp dụng cho hệ thống bất kỳ, trong đó các mô hình mô phỏng của các khối chức năng được định nghĩa, hoặc ít nhất là được xấp xỉ ở dạng một giải thuật (xử lý tín hiệu số DSP). Giá phải trả khi sử dụng các phương pháp Monte Carlo là thời gian chạy chương trình mô phỏng. Nếu các mô hình hệ thống và kênh bị phức tạp hóa và BER thấp thì yêu cầu thời gian chạy mô phỏng quá lâu vì vậy việc sử dụng các kỹ thuật Monte Carlo trở nên không thực tế nhưng vẫn là các mô phỏng quan trọng nhất.

Dưới đây, ta nhấn mạnh vào việc mô phỏng BER, vì BER là phép đo chung nhất để ước lượng hiệu năng hệ thống truyền thông số. Trong quá trình thực hiện mô phỏng, để ước tính BER thì thông tin được tập hợp để từ đó các mục khác được xác định. Các mục này bao gồm: dạng sóng, biểu đồ mắt, chòm sao tín hiệu, và ước tính mật độ phổ công suất PSD tại các điểm khác nhau của hệ thống.

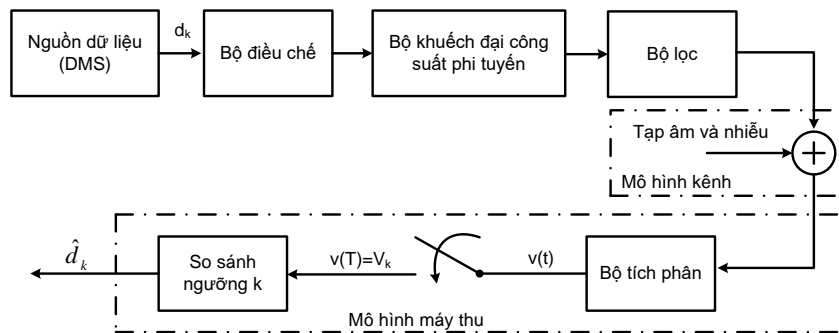
May thay, có sự lựa chọn khác cho phương pháp Monte Carlo. Phương pháp mạnh mẽ nhất là phương pháp bán phân tích SA (*Semianalytic*), trong đó sử dụng đồng thời kỹ thuật mô phỏng và phân tích để có được ước tính BER rất nhanh. Phương pháp mô phỏng bán giải tích phù hợp với mọi kỹ thuật mô phỏng nhanh, nó cho phép tận dụng các kiến thức về giải tích để dung hòa với thời gian chạy mô phỏng.

Sơ đồ khối hệ thống đơn giản cho kỹ thuật mô phỏng SA khả dụng được minh họa ở hình 10.10. Ký hiệu phát thứ k là d_k và tương ứng ở đầu ra máy thu là \hat{d}_k . Ký hiệu phát được thu chính xác nếu $\hat{d}_k = d_k$ và tạo ra lỗi nếu $\hat{d}_k \neq d_k$. Từ lý thuyết truyền thông cơ bản cho thấy, đại lượng V_k là con số quyết định đối với ký hiệu phát thứ k , và máy thu thực hiện quyết định bằng cách so sánh giá trị của V_k với ngưỡng T .

Con số quyết định V_k được cho ở hình 10.10 là một hàm của ba thành phần:

$$V_k = f(S_k, D_k, N_k) \quad (10.2)$$

Trong đó, S_k thể hiện cho tín hiệu phát, D_k thể hiện cho méo hệ thống (ISI do lọc hoặc đa đường), N_k thể hiện cho các nhiễu loạn kênh (tạp âm và nhiễu). Khi ứng dụng SA, ta kết hợp S_k và D_k với nhau, nó được xác định bởi mô phỏng Monte Carlo, các ảnh hưởng của tạp âm N_k được xử lý theo cách giải tích. Kỹ thuật mô phỏng bán giải tích SA có thể ứng dụng cho hệ thống bất kỳ, trong đó hàm mật độ xác suất thành phần tạp âm của V_k được xác định theo cách giải tích. Trường hợp đơn giản, kênh tạp âm Gausơ cộng trong đó hệ thống được xem là tuyến tính so với điểm tạp âm được chèn vào (điểm mà ở đó con số quyết định V_k được xác định). Từ hình 10.10 cho thấy, nếu tạp âm kênh phân bố Gausơ, thì con số quyết định V_k là biến ngẫu nhiên Gausơ có trung bình được xác định bởi S_k và D_k . Vì vậy mô phỏng bán phân tích là kết hợp của mô phỏng Monte Carlo và phân tích.



Hình 10.10: Hệ thống để minh họa kỹ thuật mô phỏng bán giải tích SA

10.3.1. Khái niệm cơ bản

Ta xét hệ thống BPSK hoạt động trong môi trường kênh AWGN. Ta bỏ qua bộ lọc phát và nhận tín hiệu đáp ứng đầy đủ. Hàm mật độ xác suất pdf của V_k với điều kiện đã phát bit 1 hoặc 0 là phân bố Gauss được minh họa ở hình 10.11.

Vì vậy, pdf của con số quyết định V_k với điều kiện đã phát $d_k = 1$ và $d_k = 0$ được cho bởi:

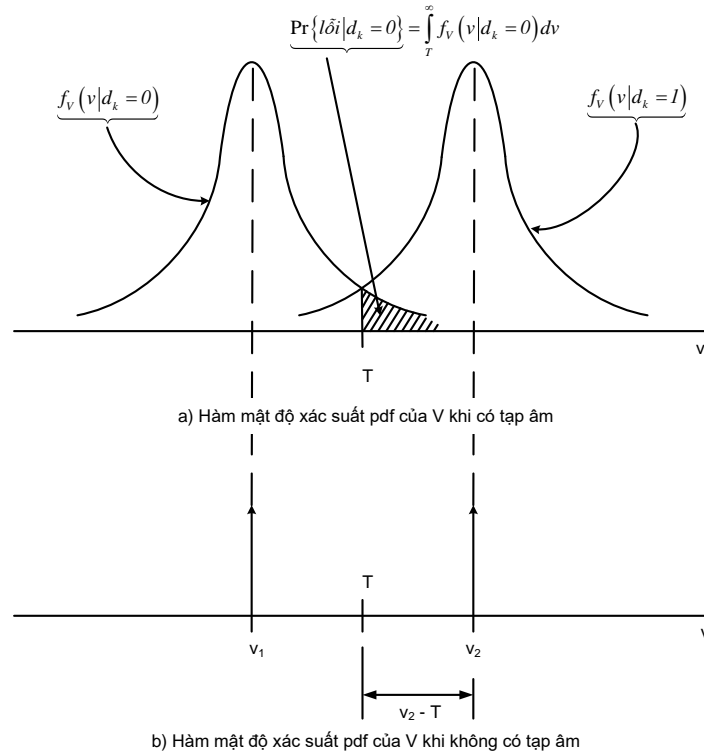
$$f_V(v|d_k=0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} e^{-\frac{(v-v_1)^2}{2\sigma_v^2}} \quad (10.3)$$

$$f_V(v|d_k=1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} e^{-\frac{(v-v_2)^2}{2\sigma_v^2}} \quad (10.4)$$

Trong đó v_1 và v_2 là các giá trị trung bình của biến ngẫu nhiên V_k với điều kiện đã phát $d_k = 0$ và $d_k = 1$, và với T là ngưỡng quyết định thì: (i) Xác suất lỗi với điều kiện đã phát $d_k = 0$; (ii) Xác suất lỗi với điều kiện đã phát $d_k = 1$ là:

$$\Pr\{lỗi|d_k=0\} = \int_T^{\infty} f_V(v|d_k=0) dv \quad (10.5)$$

$$\Pr\{lỗi|d_k=1\} = \int_{-\infty}^T f_V(v|d_k=1) dv \quad (10.6)$$



Hình 10.11: Quá trình quyết định nhị phân

Nếu việc phát ký hiệu $d_k = 0$ và $d_k = 1$ là đồng xác suất, thì ngưỡng quyết định tối ưu là điểm tại đó hai hàm mật độ xác suất lỗi có điều kiện pdf bằng nhau (nghĩa là, $\Pr\{lỗi|d_k=1\} =$

$\Pr(l\tilde{o}i|d_k = 0)$). Trong trường hợp này, các xác suất lỗi có điều kiện bằng nhau và xác suất lỗi tổng là

$$P_E = \underbrace{\Pr\{d_k = 0\}}_{\text{xác suất phát bit 0}} \cdot \underbrace{\Pr\{I|d_k = 0\}}_{\text{xác suất quyết định bit 1 với điều kiện bit 0 đã được phát đi}} + \underbrace{\Pr\{d_k = I\}}_{\text{xác suất phát bit 1}} \cdot \underbrace{\Pr\{0|d_k = I\}}_{\text{xác suất quyết định bit 0 với điều kiện bit 1 đã được phát đi}}$$

$$\underbrace{\Pr\{d_k = 0\} = \Pr\{d_k = I\} = \frac{1}{2}}_{(10.7)}$$

$$= \frac{1}{2} \Pr\{l\tilde{o}i|d_k = 0\} + \frac{1}{2} \Pr\{l\tilde{o}i|d_k = I\}$$

Nó là:

$$P_E = \Pr\{l\tilde{o}i|d_k = 0\} = \int_{-\infty}^{\infty} f_v(v|d_k = 0) dv$$

$$= \Pr\{l\tilde{o}i|d_k = I\} = \int_{-\infty}^{\infty} f_v(v|d_k = I) dv$$

(10.8)

Xác suất đối với môi trường kênh AWGN thường được biểu diễn theo hàm Q, ta có:

$$P_E = Q\left(\frac{v_I}{\sigma_v}\right)$$

(10.9)

Trong đó hàm Q(.) Gauss được định nghĩa như sau:

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

(10.10)

Lưu ý rằng, khi này các tín hiệu năng lượng bằng nhau, dẫn đến ngưỡng $T = 0$ và $v_2 = -v_1$. Vì vậy, khi xác định được v_I và σ_n ta hoàn toàn xác định được BER hệ thống. Để xác định xác suất lỗi, ta chỉ cần triển khai một mô phỏng để ước tính v_I và σ_n . Không cần đến kỹ thuật đếm lỗi Monte Carlo.

Giá trị của v_I được xác định bằng cách mô phỏng không tạp âm. Nếu tạp âm kênh bị khử, thì hai hàm mật độ xác suất có điều kiện pdf được cho ở hình 10.11 (a) xẹp thành các hàm xung kim ($\sigma_n = 0$) như được thấy ở hình 10.11(b). Mỗi hàm xung kim đều có vùng diện tích bằng 1 và các vị trí của các hàm xung kim xác định v_I và v_2 .

Giá trị của σ_n được xác định bằng cách mô phỏng phần của hệ thống mà tạp âm đi qua. Với hệ thống đang được xét, mô hình hóa máy thu là bộ tách sóng tích phân-và-kết suất (Integrate-And-Dump Detector). Giả sử phần hệ thống này có hàm truyền đạt H(f). Nếu tạp âm trắng (tương quan là hàm Delta) có mật độ phổ công suất hai phía là $N_0/2$ được đặt vào máy thu bộ lọc thích hợp, thì phương sai của biến ngẫu nhiên V_k là:

$$\sigma_v = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df = N_0 \int_0^{\infty} |H(f)|^2 df \quad (10.11)$$

Như đã thấy ở chương 7, độ rộng băng tần tương đương, cũng là độ rộng băng tần tập âm tương đương của máy thu được định nghĩa là:

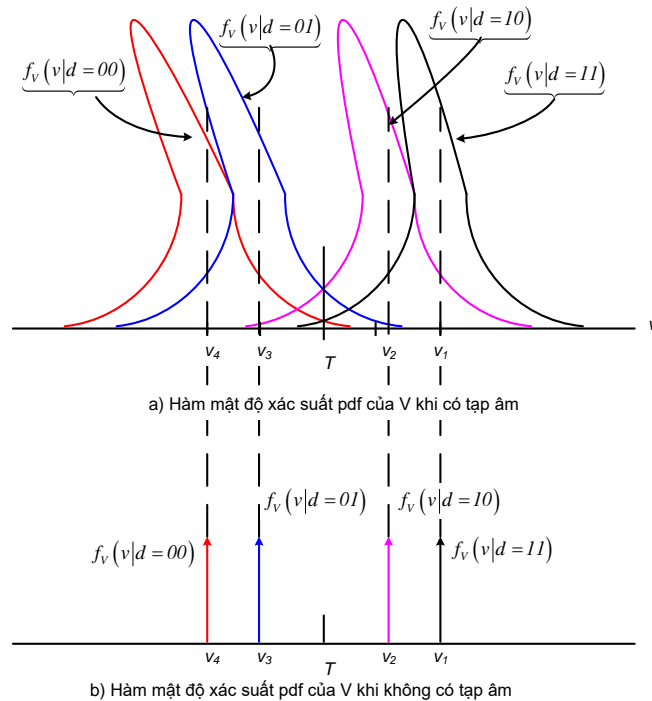
$$B_N = \int_0^{\infty} |H(f)|^2 df \quad (10.12)$$

Theo đó, xác suất lỗi được cho bởi :

$$P_E = Q\left(\frac{v_I}{\sqrt{N_0 B_N}}\right) \quad (10.13)$$

Lưu ý rằng, mặc dù hệ thống được xét trong môi trường kênh AWGN, nhưng bộ khuếch đại phi tuyến có thể ảnh hưởng đến hiệu năng hệ thống vì bộ khuếch đại phi tuyến sẽ ảnh hưởng lên dạng của các tín hiệu phát và làm ảnh hưởng đến giá trị của v_I .

Đến đây, ta xét ảnh hưởng của bộ lọc phát. Ảnh hưởng của bộ lọc phát làm tán thời các ký hiệu phát, nó gây ra ISI. Nếu độ dài nhớ của bộ lọc này là hai ký hiệu thì xác suất lỗi truyền ký hiệu sẽ không chỉ phụ thuộc vào ký hiệu phát mà còn phụ thuộc vào ký hiệu được phát đi trước đó. Hậu quả, việc tính toán xác suất lỗi sẽ bao gồm *bốn* hàm mật độ xác suất có điều kiện chứ không phải là *hai* hàm mật độ xác suất có điều kiện như được cho ở hình 10.11. Điều này được minh họa ở hình 10.12 (a).



Hình 10.12: Các hàm mật độ xác suất pdf có điều kiện khi độ dài nhớ của bộ lọc phát là hai ký hiệu

Giống như trên, thực hiện mô phỏng không tập âm sẽ cho ta các giá trị của v_1, v_2, v_3, v_4 . Xác suất lỗi hệ thống khi này là:

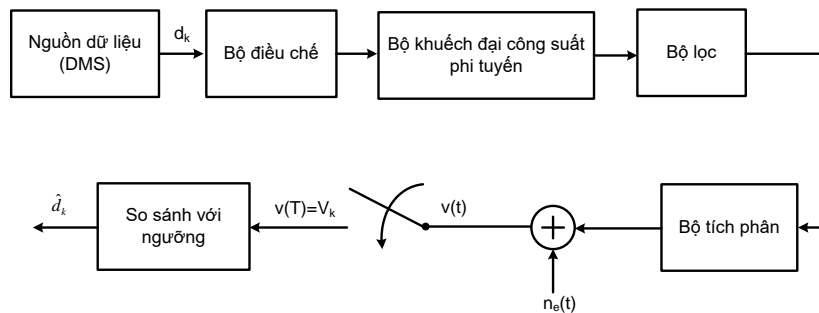
$$P_E = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 Q\left(\frac{v_i}{\sigma_v}\right) \quad (10.14)$$

10.3.2. Nguồn tạp âm tương đương

Trong quá trình ứng dụng kỹ thuật bán giải tích SA ta đã dùng ý tưởng về một nguồn tạp âm tương đương. Ta đã biết rằng, con số quyết định V_k là một hàm của ba thành phần, $V_k = f(S_k, D_k, N_k)$, trong đó S_k thể hiện cho tín hiệu; D_k thể hiện cho méo hệ thống (ISI) và N_k thể hiện cho tạp âm. Ảnh hưởng của S_k và D_k được xác định bởi mô phỏng Monte Carlo, và ảnh hưởng của tạp âm N_k được xử lý theo cách giải tích. Nếu thực hiện mô phỏng phi tạp âm, thì con số thích hợp (ký hiệu là $V_{k,nf}$) sẽ chỉ là một hàm của S_k và D_k . Để con số này được cộng với một biến ngẫu nhiên N_k có phương sai được định nghĩa bởi (10.11), thì:

$$V_k = V_{k,nf} + N_k \quad (10.15)$$

Biến ngẫu nhiên N_k được xem là lấy mẫu từ một nguồn tạp âm $n_e(t)$ như được thấy ở hình 10.13. Nguồn tạp âm tương đương này gồm các ảnh hưởng của tạp âm nhiệt, nhiễu, và các suy thoái kênh, chúng được phản ánh tại đầu ra bộ tích phân. Nếu tạp âm kênh là trắng, thì đáp ứng xung (hay hàm truyền đạt được định nghĩa bởi (10.11)) được dùng để truyền tạp âm kênh tới đầu ra bộ lấy tích phân.



Hình 10.13: Nguồn tạp âm tương đương đối với mô phỏng bán giải tích SA

10.3.3. Ước tính BER bán giải tích cho PSK

Tại đây, ta khai triển giải thuật để xác định BER cho hệ thống BPSK bằng mô phỏng bán giải tích, và ta thực hiện theo cách để có thể dễ dàng mở rộng cho QPSK. Xét chòm sao tín hiệu được minh họa ở hình 10.14, nó cho thấy các điểm tín hiệu phát S_1 và S_2 tương ứng với các vùng quyết định D_1 và D_2 . Một quyết định chính xác ở máy thu, nếu S_i được phát đi và tín hiệu thu rơi vào vùng D_i ; nếu ngược lại thì xảy ra lỗi. Trong hình 10.14, ta coi rằng S_1 được

phát và thu được \tilde{S}_I . Như đã đề cập, do ISI, méo phi tuyến, suy thoái kênh... làm cho $S_I \neq \tilde{S}_I$. Sự khác nhau giữa S_I và \tilde{S}_I được ký hiệu là d_x . Xác suất lỗi với điều kiện S_I đã được phát đi là:

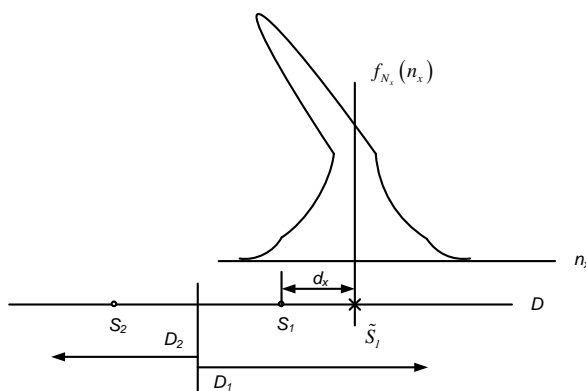
$$\Pr\{\hat{I}\hat{o}i|S_I\} = \int_{\tilde{S}_I + n \notin D} \frac{I}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{(n-\tilde{S}_I)^2}{2\sigma_n^2}} dn \quad (10.16)$$

$$\Leftrightarrow \Pr\{l\hat{\sigma}_l|S_l\} = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{(n-\tilde{S}_l)^2}{2\sigma_n^2}} dn \quad (10.17)$$

Dưới dạng hàm Q Gauss, phương trình trên trở thành:

$$\Pr\{\tilde{l}\tilde{o}i|S_l\} = Q\left(\frac{\tilde{S}_l}{\sigma_n}\right) \quad (10.18)$$

Như vậy, nếu biết \tilde{S}_l (được xác định bằng cách dùng mô phỏng Monte Carlo) và σ_n cho phép ta xác định được BER có điều kiện. Để xác định σ_n , cần phải xác định giá trị của B_N từ đáp ứng xung được mô phỏng $h[n]$.



Hình 10.14: Ước tính BER bán phân tích cho PSK

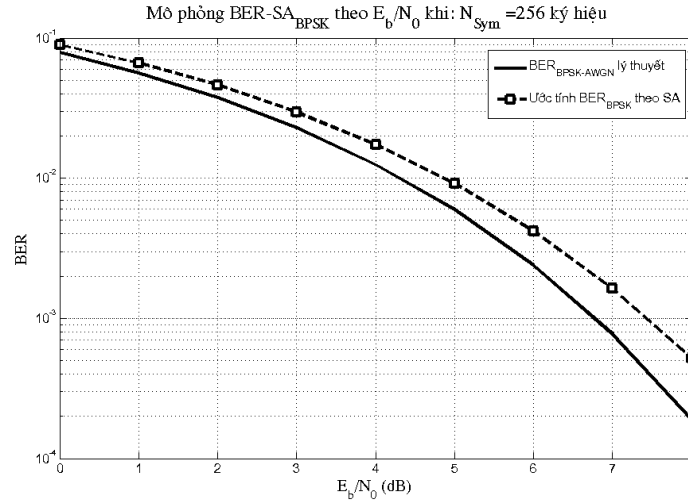
Giả sử S_k là bit phát thứ k trong chuỗi N bit được mô phỏng. Với mỗi giá trị của k , $1 \leq k \leq N$, thì S_k sẽ là S_1 hoặc S_2 . BER có điều kiện là:

$$\Pr\{l\tilde{\delta}i|S_k\} = Q\left(\frac{\tilde{S}_k}{\sigma_n}\right) \quad (10.19)$$

BER tổng đạt được bằng cách lấy trung bình trên toàn bộ chuỗi N bit như sau:

$$P_E = \frac{1}{N} \sum_{k=l}^N \mathcal{Q} \left(\frac{\tilde{S}_k}{\sigma_n} \right) \quad (10.20)$$

Chương trình mô phỏng hiệu năng BER hệ thống BPSK theo phương pháp bán phân tích



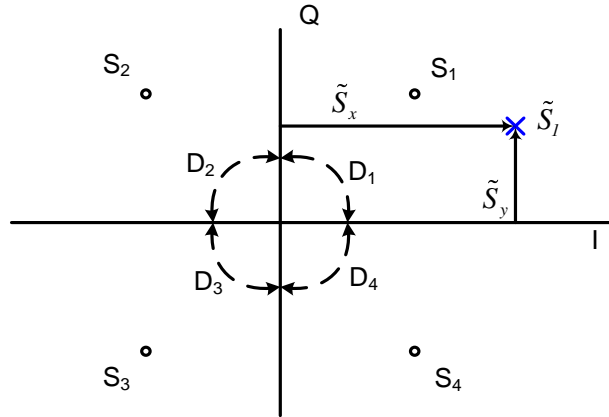
Hình 10.15: Ước tính BER bán phân tích đối với BPSK

Mã chương trình Matlab thực hiện mô phỏng bán giải tích cho hệ thống PSK được cho ở file **NVD10_PSKSA.m** (có trong Phụ lục 10A). Phương pháp luận được dùng để trình bày giống như trên. Do tính đối xứng, nên tín hiệu thu bị quay theo các giá trị dương. Độ rộng băng tần của bộ lọc phát gây ra ISI bằng với tốc độ bit. Thấy rõ từ hình 10.15, ảnh hưởng của ISI lên hiệu năng BER.

10.3.4. Ước tính BER bán phân tích cho QPSK

Ta xét bộ mô phỏng bán phân tích cho xác suất lỗi ký hiệu P_S trong hệ thống QPSK. Vì một chòm sao tín hiệu QPSK có 4 điểm tín hiệu chứ không phải là hai, và vì không gian tín hiệu có hai chiều chứ không phải là một như trường hợp BPSK, nên bộ ước tính bán phân tích cho QPSK khác với BPSK, trong đó phải thêm một chiều nữa để tạo kênh vuông pha.

Ta xét chòm sao tín hiệu được minh họa ở hình 10.16. Các điểm tín hiệu phát S_i , $i = 1, 2, 3, 4$ tương ứng các vùng quyết định D_i , $i = 1, 2, 3, 4$. Giống như phần trước, quyết định đúng ở máy thu nếu S_i được phát đi và tín hiệu thu rơi vào vùng quyết định D_i ; nếu ngược lại thì xảy ra lỗi. Cụ thể trong hình 10.16, ta giả sử S_1 được phát đi và tín hiệu thu không có tạp âm được ký hiệu là \tilde{S}_1 . Hậu quả của ISI và méo làm cho $\tilde{S}_1 \neq S_1$. Nó là \tilde{S}_1 chứ không phải là S_1 (được xác định bởi mô phỏng bán phân tích) bởi vì mô phỏng sẽ làm sáng tỏ các ảnh hưởng của ISI chứ không làm sáng tỏ các ảnh hưởng của tạp âm. Các thành phần đồng pha và vuông pha của \tilde{S}_1 được ký hiệu là \tilde{S}_x và \tilde{S}_y trong đó $\tilde{S}_x = \text{Re}(\tilde{S}_1)$ và $\tilde{S}_y = \text{Im}(\tilde{S}_1)$. Một khi xét đến tạp âm bằng cách cộng n_x và n_y với \tilde{S}_x và \tilde{S}_y , thì một quyết định đúng được thực hiện với điều kiện S_1 đã được phát đi nếu nếu $(\tilde{S}_x + n_x, \tilde{S}_y + n_y) \in D_1$. Thực hiện quyết định sai nếu $(\tilde{S}_x + n_x, \tilde{S}_y + n_y) \notin D_1$. Cần phải lưu ý rằng, do ta đang triển khai một bộ ước tính bán phân tích, nên ảnh hưởng của tạp âm được xử lý theo cách phân tích và không xuất hiện trong hình 10.16.



Hình 10.16: Ước tính BER bán phân tích cho QPSK

Vấn đề ở chỗ, xác định các thành phần tạp âm n_x và n_y mà sẽ dẫn đến một lỗi cho điểm tín hiệu thu (không có tạp âm) trong không gian tín hiệu \tilde{S}_I . Vấn đề này rất giống với trường hợp BPSK đã xét nhưng có sự khác biệt căn bản là không gian tín hiệu. Ta giả thiết rằng, các thành phần tạp âm cộng đồng pha và vuông pha là không tương quan nhau và đều là phân bố Gauss. Theo đó, giả sử S_I được phát đi và thu được \tilde{S}_I , thì xảy ra một lỗi nếu:

$$\Pr\{\text{lỗi}|S_I\} = \iint_{(\tilde{S}_x+n_x, \tilde{S}_y+n_y) \notin D_I} \frac{I}{2\pi\sigma_n\sigma_n} e^{-\left(\frac{(n_x-\tilde{S}_x)^2}{2\sigma_n^2} - \frac{(n_y-\tilde{S}_y)^2}{2\sigma_n^2}\right)} dn_x dn_y \quad (10.21)$$

Trong đó n_x và n_y là các thành phần tạp âm đồng pha và vuông pha và σ_n thể hiện cho phương sai. Để đơn giản hóa ký hiệu, ta đặt:

$$f_{N_x}(n_x|\tilde{S}_x, \sigma_n) = \frac{I}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{(n_x-\tilde{S}_x)^2}{2\sigma_n^2}} \quad (10.22)$$

$$f_{N_y}(n_y|\tilde{S}_y, \sigma_n) = \frac{I}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{(n_y-\tilde{S}_y)^2}{2\sigma_n^2}} \quad (10.23)$$

Khi này (10.21) trở thành:

$$\Pr\{\text{lỗi}|S_I\} = \iint_{(\tilde{S}_x+n_x, \tilde{S}_y+n_y) \notin D_I} f_{N_x}(n_x|\tilde{S}_x, \sigma_n) \cdot f_{N_y}(n_y|\tilde{S}_y, \sigma_n) dn_x dn_y \quad (10.24)$$

Xác suất lỗi này có thể được giới hạn bởi biểu thức:

$$\begin{aligned} \Pr\{lỗi|S_l\} < \iint_{(\tilde{S}_x+n_x, \tilde{S}_y+n_y) \in (D_2 \cup D_3)} f_{N_x}(n_x|\tilde{S}_x, \sigma_n) \cdot f_{N_y}(n_y|\tilde{S}_y, \sigma_n) dn_x dn_y \\ + \iint_{(\tilde{S}_x+n_x, \tilde{S}_y+n_y) \in (D_3 \cup D_4)} f_{N_x}(n_x) \cdot f_{N_y}(n_y) dn_x dn_y \end{aligned} \quad (10.25)$$

Trong đó xuất hiện ranh giới vì vùng quyết định D_3 xảy ra hai lần trong (10.25). Từ định nghĩa về các vùng quyết định ta có thể viết:

$$\begin{aligned} \Pr\{lỗi|S_l\} < \int_{-\infty}^0 f_{N_x}(n_x|\tilde{S}_x, \sigma_n) dx \int_{-\infty}^{\infty} f_{N_y}(n_y|\tilde{S}_y, \sigma_n) dy \\ + \int_{-\infty}^{\infty} f_{N_x}(n_x|\tilde{S}_x, \sigma_n) dn_x \int_{-\infty}^0 f_{N_y}(n_y|\tilde{S}_y, \sigma_n) dn_y \end{aligned} \quad (10.26)$$

Thừa nhận rằng, hai trong bốn tích phân trong (10.26) là bằng 1, nhận được:

$$\Pr\{lỗi|S_l\} < \int_{-\infty}^0 f_{N_x}(n_x|\tilde{S}_x, \sigma_n) dn_x + \int_{-\infty}^0 f_{N_y}(n_y|\tilde{S}_y, \sigma_n) dn_y \quad (10.27)$$

Thế (10.22) và (10.23) vào biểu thức trên và dùng các định nghĩa về \tilde{S}_x và \tilde{S}_y nhận được giới hạn cho xác suất lỗi có điều kiện. Giới hạn xác suất lỗi có điều kiện này là:

$$\Pr\{lỗi|S_l\} < Q\left(\frac{\text{Re}(\tilde{S}_l)}{\sigma_n}\right) + Q\left(\frac{\text{Im}(\tilde{S}_l)}{\sigma_n}\right) \quad (10.28)$$

Trong đó, hàm $Q(\cdot)$ là hàm Q Gauss. Do tính đối xứng xác suất có điều kiện là như nhau đối với bốn ký hiệu phát có thể có.

Giống như trường hợp PSK ta đã giả thiết S_k là ký hiệu phát thứ k trong chuỗi N ký hiệu được mô phỏng. Với mỗi giá trị của k , $1 \leq k \leq N$, thì S_k sẽ là S_1 , S_2 , S_3 , hoặc S_4 . Ranh giới cho tỉ số lỗi ký hiệu có điều kiện là, từ (10.28):

$$\Pr\{lỗi|S_k\} < Q\left(\frac{\text{Re}(\tilde{S}_k)}{\sigma_n}\right) + Q\left(\frac{\text{Im}(\tilde{S}_k)}{\sigma_n}\right) \quad (10.29)$$

Tỉ số lỗi ký hiệu tổng đạt được bằng cách lấy trung bình xác suất lỗi ký hiệu có điều kiện trên toàn bộ chuỗi N ký hiệu được cho bởi:

$$\Pr\{lỗi|S_l\} < \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[Q\left(\frac{\text{Re}(\tilde{S}_k)}{\sigma_n}\right) + Q\left(\frac{\text{Im}(\tilde{S}_k)}{\sigma_n}\right) \right] \quad (10.30)$$

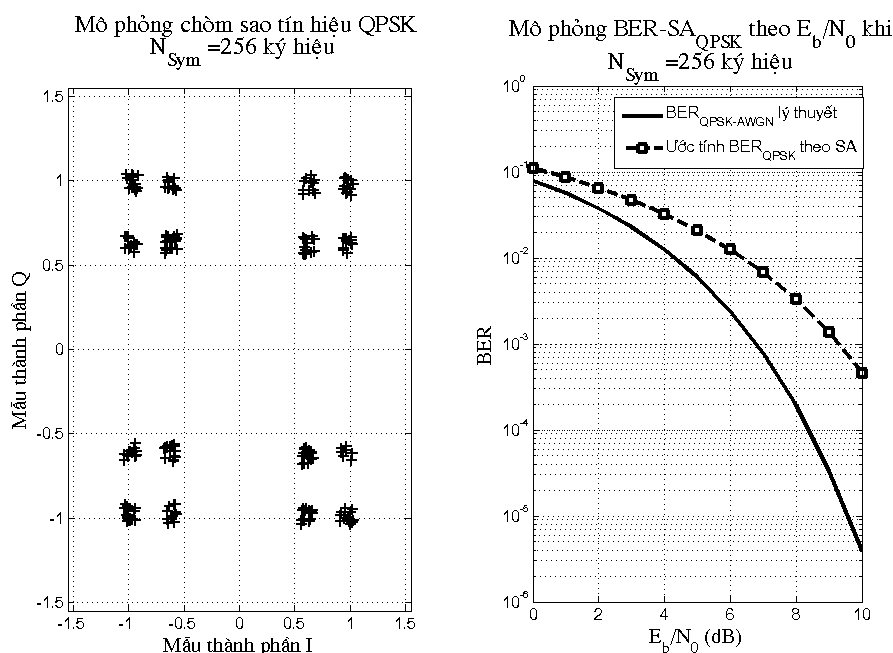
Tỉ số lỗi bit $P_E = \frac{P_S}{2}$. Lưu ý rằng, trong trường hợp PSK ta đạt được một nghiệm chính xác, trong khi đó với QPSK ta có một giới hạn (ranh giới). Kỹ thuật được dùng ở đây để phát triển bộ ước tính bán giải tích dễ dàng được mở rộng cho MPSK và QAM.

Bộ ước tính được triển khai ở đây sẽ được dùng thông suốt các phần còn lại của tài liệu nhằm ước lượng hiệu năng của một số hệ thống. Quy tụ lại sẽ là các ví dụ để minh họa ảnh hưởng của đa đường và phađinh trong hệ thống vô tuyến và ảnh hưởng của méo phi tuyến trong hệ thống truyền thông vệ tinh ghép kênh theo tần số.

Chương trình mô phỏng hiệu năng BER hệ thống QPSK theo phương pháp bán giải tích

Mã chương trình Matlab thực hiện mô phỏng bán giải tích hệ thống QPSK được cho ở file **NVD10_QPSKSA.m** dưới đây (có trong phụ lục 10A). Thực hiện mô phỏng cho phép nghiên cứu các ảnh hưởng của ISI do lọc phát gây ra. Độ rộng băng tần được đặt bằng tốc độ ký hiệu (là một nửa tốc độ bit nghĩa là $BW = r_b/2$). Vì chòm sao tín hiệu là đối xứng, nên tất cả các điểm tín hiệu thu bị quay đến cung phần tư thứ nhất như đã được đề cập ở trên.

Thực hiện mô phỏng, ta được chòm sao tín hiệu và BER được minh họa ở hình 10.17. Lưu ý rằng, chòm sao tín hiệu thu không còn chứa 4 điểm như trường hợp QPSK lý tưởng nữa mà bây giờ nó gồm 16 điểm. Để làm rõ vấn đề này, ta giả sử rằng điểm tín hiệu thu trong cung phần tư thứ nhất trình bày cho bit dữ liệu 00 và do tính có nhớ của hệ thống gây ra ISI là hai ký hiệu (các ký hiệu phát hiện tại và ký hiệu phát trước đó). Hậu quả là tạo ra 4 điểm tín hiệu từ việc truyền cặp bit 00. Bốn điểm tín hiệu này tương ứng với 00|00, 00|01, 00|10, 00|11, trong đó thanh thẳng đứng phác họa cho ký hiệu hiện thời và các ký hiệu được phát trước đó. Cũng cần lưu ý rằng mỗi điểm trong số 4 điểm ở cung phần tư thứ nhất được bao gồm các điểm mà hơi bị tán xạ. Hiện tượng tán xạ này do hệ thống thể hiện tính chất nhớ với độ lâu lớn hơn hai ký hiệu, mặc dù ảnh hưởng của tính có nhớ này là nhỏ. Mặt phẳng phía bên phải của hình 10.17 minh họa cho BER của hệ thống khi có lọc phát. Kết quả mô phỏng cho kênh AWGN cũng được đưa ra nhằm so sánh và tham khảo. Thấy rõ BER tăng lên do ISI.



Hình 10.17: Kết quả mô phỏng bán giải tích QPSK

10.3.5. Chọn chuỗi dữ liệu

Khi ứng dụng kỹ thuật bán giải tích vào hệ thống có nhớ, một điều rất quan trọng là dùng nguồn dữ liệu để tạo ra các chuỗi thể hiện tất cả các kết hợp có thể có của các ký hiệu dữ liệu đối với độ dài nhớ cho trước của hệ thống. Ví dụ, nếu độ dài nhớ là 3 (gồm ký hiệu hiện tại cộng với 2 ký hiệu trước đó), thì xác suất lỗi ký hiệu được cho bởi:

$$P_S < \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \Pr\{\text{lỗi} | S_k, S_{k-1}, S_{k-2}\} \quad (10.31)$$

Ở dạng tổng quát, xác suất lỗi sẽ khác nhau đối với mỗi chuỗi (S_k, S_{k-1}, S_{k-2}) . Theo đó, tất cả các kết hợp của (S_k, S_{k-1}, S_{k-2}) phải xảy ra bằng số lần để làm sáng tỏ ảnh hưởng nhớ. Nói chung, nếu một hệ thống nhị phân thể hiện tính có nhớ kéo dài tới B ký hiệu, thì tất cả các chuỗi nhị phân độ dài N nên được tạo ra bởi nguồn dữ liệu bằng số lần mô phỏng (mỗi lần mô phỏng cho một tổ hợp của kết hợp đó). Với hệ thống nhị phân có 2^N chuỗi độ dài N. Có ba cách thực hiện vấn đề này, hoặc ít nhất là lấy xấp xỉ như sau:

1. Nếu N đủ lớn, một khi muốn dùng chuỗi PN làm nguồn dữ liệu. Như đã được đề cập ở chương 7, số chuỗi được tạo ra sẽ không phải là 2^N như mong đợi mà sẽ là $L = 2^N - 1$ vì sẽ không bao giờ xuất hiện chuỗi N số 0 liên tiếp. Kết quả sẽ là một chuỗi không cân bằng có $\frac{L}{2}$ số 1 và $\frac{L}{2} - 1$ số 0. Nếu N lớn, thì ảnh hưởng này có thể bỏ qua được. Lưu ý rằng một khi được tự do lựa chọn N lớn hơn độ dài tính có nhớ của hệ thống để giảm nhẹ ảnh hưởng này. Tuy nhiên, chọn N lớn hơn mức cần thiết dẫn đến thời gian thực hiện mô phỏng lâu hơn.

2. Nếu muốn có chuỗi hoàn toàn cân bằng, thì có thể dùng chuỗi deBruijn. Như đã được đề cập vắn tắt ở chương 7, chuỗi deBruijn được tạo ra bằng cách thêm số 0 vào vị trí N-1 số 0 trong đầu ra của bộ tạo chuỗi PN.

3. Tất nhiên, khi muốn đơn giản hóa việc thực hiện chuỗi bán giải tích thì nên dùng dữ liệu ngẫu nhiên. Nếu chuỗi này đủ dài, thì mọi kết hợp ký hiệu dữ liệu sẽ xuất hiện xấp xỉ bằng số lần. Đây là giải pháp đã được dùng trong các hai trường hợp mô phỏng cuối cùng.