

PHỤ LỤC 6B

Đồng bộ sóng mang và đồng bộ ký hiệu trong truyền thông số

GIỚI THIỆU

Biết rằng, để khôi phục thông tin trong các hệ thống truyền thông số cần phải lấy mẫu định kỳ tín hiệu ra bộ giải điều chế (trên mỗi khoảng thời gian của một ký hiệu được lấy mẫu một lần). Do máy thu không thể biết chính xác được trễ truyền lan \Rightarrow cần phải khôi phục định thời ký hiệu từ tín hiệu thu để lấy mẫu một cách đồng bộ tín hiệu ra của bộ giải điều chế.

Vì trễ truyền lan cũng gây ra dịch pha sóng mang, nên cần phải ước tính nó tại máy thu nếu dùng bộ tách sóng pha nhất quán. Trong phụ lục này ta nghiên cứu các giải pháp để đồng bộ sóng mang và ký hiệu tại máy thu.

6.1- ƯỚC TÍNH THAM SỐ TÍN HIỆU

SIGNAL PARAMETER ESTIMATION

❖ Biểu thức tín hiệu thu

Giả sử kênh truyền gây trễ tín hiệu và gây lỗi tín hiệu ở dạng cộng tạp âm Gauss. Vì vậy, tín hiệu thu được biểu diễn là

$$r(t) = s(t - \tau) + n(t)$$

trong đó

$$s(t) = \text{Re} \left[s_I(t) e^{j2\pi f_c t} \right] \quad (6.1-1)$$

với trễ truyền lan τ và *tín hiệu thông thấp tương đương* $s_I(t)$.

\Rightarrow Tín hiệu thu được biểu diễn như sau

$$r(t) = \text{Re} \left\{ \left[s_I(t - \tau) e^{j\phi} + z(t) e^{j2\pi f_c t} \right] e^{j2\pi f_c t} \right\} \quad (6.1-2)$$

do trễ truyền lan τ , nên pha sóng mang $\phi = -2\pi f_c \tau$.

❖ Xác định tham số cần được ước tính

Từ $\phi = -2\pi f_c \tau$, thấy ngay chỉ cần ước tính trễ truyền lan τ , vì ϕ được xác định từ f_c và τ . Lưu ý hai vấn đề sau:

✓ Vấn đề 1

- Bộ dao động nội thu tạo sóng mang để giải điều chế thường không đồng bộ pha với sóng mang bộ dao động nội phát.
- Hai bộ dao động này có thể hơi lệch thời gian

\Rightarrow nên pha sóng mang thu không chỉ phụ thuộc vào trễ thời gian τ .

✓ Vấn đề 2

- Để giải điều chế tín hiệu thu phụ thuộc vào khoảng thời gian ký hiệu T , cần phải đồng bộ thời gian.
- Sai số ước tính τ phải nhỏ, thường là một phần tương đối nhỏ của T . Ví dụ: trong các ứng dụng thực tế là $T \pm 1\%$ (đối với T), tuy nhiên mức chính xác này lại không chấp nhận được đối với ước tính pha sóng mang thậm chí ϕ chỉ phụ thuộc vào τ , vì f_c thường lớn nên khi lỗi ước tính τ nhỏ cũng gây lên lỗi pha lớn.

⇒ Từ hai vấn đề trên cần phải ước tính cả hai tham số τ và ϕ để giải điều chế và tách tín hiệu thu nhất quán

⇒ Vì vậy, tín hiệu thu được biểu diễn như sau:

$$r(t) = s(t; \phi, \tau) + n(t) \quad (6.1-3)$$

trong đó ϕ và τ là các tham số cần được ước tính. Để đơn giản về ký hiệu, ta ký hiệu ψ cho véc tơ tham số $[\phi, \tau]$ nên $s(t; \phi, \tau)$ trở thành $s(t; \psi)$.

❖ Tiêu chuẩn ước tính tham số & lựa chọn

Tồn tại hai tiêu chuẩn cơ bản được dùng phổ biến để ước tính tham số tín hiệu là: (i) tiêu chuẩn khả năng giống cực đại **ML** (*Maximum-Likelihood*); (ii) tiêu chuẩn cực đại hoá xác suất hậu nghiệm **MAP** (*Maximum a Posteriori Probability*).

- Với tiêu chuẩn **MAP**, thì véc tơ tham số tín hiệu ψ được mô hình hoá như ngẫu nhiên và được đặc trưng hoá bởi hàm mật độ xác suất *tiền nghiệm* $p(\psi)$.
- Với tiêu chuẩn **ML**, thì véc tơ tham số tín hiệu ψ được xem như *tất định nhưng không được biết trước* (*is treated as deterministic but unknown*).

Dùng N hàm trực giao $\{f_n(t)\}$ để khai triển trực giao hoá $r(t) \Rightarrow$ biểu diễn $r(t)$ bởi véc tơ các hệ số $[r_1 \ r_2 \ \dots \ r_N] \equiv \mathbf{r}$. Biểu diễn hàm mật độ xác suất đồng thời pdf của các biến ngẫu nhiên $[r_1 \ r_2 \ \dots \ r_N]$ là $p(\mathbf{r}|\psi) \Rightarrow$ Vì vậy,

- ◆ Ước tính ψ theo tiêu chuẩn ML là giá trị sao cho hàm mật độ xác suất đồng thời $p(\mathbf{r}|\psi)$ đạt giá trị cực đại.
- ◆ Ước tính ψ theo tiêu chuẩn MAP là giá trị của ψ sao cho cực đại hoá hàm mật độ xác suất *hậu nghiệm*

$$p(\psi|\mathbf{r}) = \frac{p(\mathbf{r}|\psi)p(\psi)}{p(\mathbf{r})} \quad (6.1-4)$$

Lưu ý rằng: Nếu không biết trước véc tơ tham số ψ , thì giả thiết $p(\psi)$ *phân bố đều* (không đổi) trên dải các giá trị của các tham số. Khi này giá trị của ψ làm cực đại hoá $p(\mathbf{r}|\psi)$ cũng làm cực đại hoá $p(\psi|\mathbf{r})$. Vì vậy hai tiêu chuẩn MAP và ML là giống nhau.

Khi nghiên cứu ước tính các tham số dưới đây, ta coi tham số ϕ và τ không được biết trước nhưng tất định. Vì vậy, ta thực hiện ước tính chúng theo tiêu chuẩn ML

Khi ước tính các tham số tín hiệu theo tiêu chuẩn ML, cần có máy thu tách ước tính bằng cách quan trắc tín hiệu thu trong khoảng thời gian quan trắc $T_0 \geq T$ (T là khoảng thời gian ký hiệu). Kết quả ước tính nhận được từ một khoảng thời gian quan trắc đôi khi được gọi các ước tính một lần duy nhất. Tuy nhiên, thực tế ước tính được thực hiện **liên tục** bằng các vòng bám để liên tục cập nhật các ước tính. Song các ước tính một lần duy nhất cho ta hiểu biết sâu hoạt

động **vòng tám**. Hơn nữa, chúng thể hiện tính hữu hiệu trong việc phân tích hiệu năng của ước tính ML và hiệu năng của chúng có thể được liên hệ để có được vòng tám.

6.1.1 Hàm khả năng giống

The likelihood function

Mặc dù có thể nhận được các ước tính tham số dựa vào hàm mật độ xác suất đồng thời pdf của các biến ngẫu nhiên $[r_1 \ r_2 \ \dots \ r_N]$ từ việc khai triển $r(t)$, nhưng nó thích hợp cho việc khảo sát trực tiếp các dạng sóng tín hiệu khi ước tính các tham số của chúng. Vì vậy, sẽ triển khai giải pháp tương đương thời gian liên tục của cực đại hoá hàm mật độ xác suất đồng thời $p(\mathbf{r}|\psi)$.

Vì tập âm cộng $n(t)$ là trắng có phân bố Gauss trung bình không, nên pdf đồng thời $\mathbf{p}(\mathbf{r}|\psi)$ được biểu diễn

$$p(\mathbf{r}|\psi) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^N \exp \left\{ - \sum_{n=1}^N \frac{[r_n - s_n(\psi)]^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (6.1-5)$$

trong đó

$$r_n = \int_{T_0} r(t) f_n(t) dt$$

$$s_n(\psi) = \int_{T_0} s(t; \psi) f_n(t) dt \quad (6.1-6)$$

với T_0 là khoảng thời gian tích phân trong việc khai triển $\mathbf{r}(t)$ và $s(t; \psi)$.

Lưu ý rằng, đối số trong hàm mũ có thể được biểu diễn theo tín hiệu $r(t)$ và $s(t; \psi)$ bằng cách thế phương trình (6.1-6) vào (6.1-5). Nghĩa là

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N [r_n - s_n(\psi)]^2 = \frac{1}{N_0} \int_{T_0} [r(t) - s(t; \psi)]^2 dt \quad (6.1-7)$$

trong đó việc chứng minh dành cho bạn đọc. Việc cực đại hoá $p(\mathbf{r}|\psi)$ theo các tham số tín hiệu ψ tương đương với việc cực đại hoá hàm khả năng giống (*Likelihood Function*).

$$\Lambda(\psi) = \exp \left\{ - \frac{1}{N_0} \int_{T_0} [r(t) - s(t; \psi)]^2 dt \right\} \quad (6.1-8)$$

dưới đây ta xét ước tính tham số tín hiệu từ quan điểm cực đại hoá $\Lambda(\psi)$

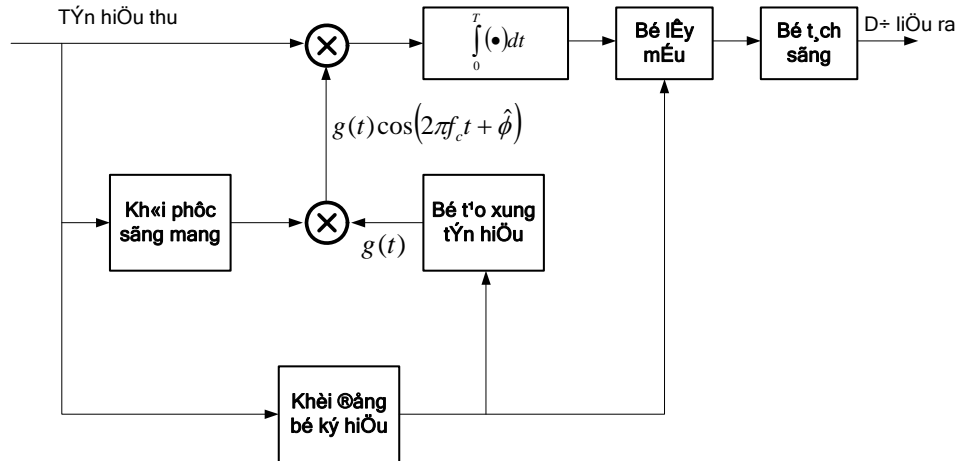
6.1.2. Khôi phục sóng mang và đồng bộ ký hiệu trong giải điều chế tín hiệu

Carrier Recovery and Symbol Synchronization in Signal Demodulation

Như đã biết sự cần thiết phải khôi phục sóng mang và đồng hồ trong các hệ thống truyền tin số đồng bộ dưới đây giới thiệu một số sơ đồ khối thường dùng.

❖ **Sơ đồ khối bộ tách sóng & giải điều chế tín hiệu BPSK (hay PAM nhị phân) được cho ở Hình 6.1-1**

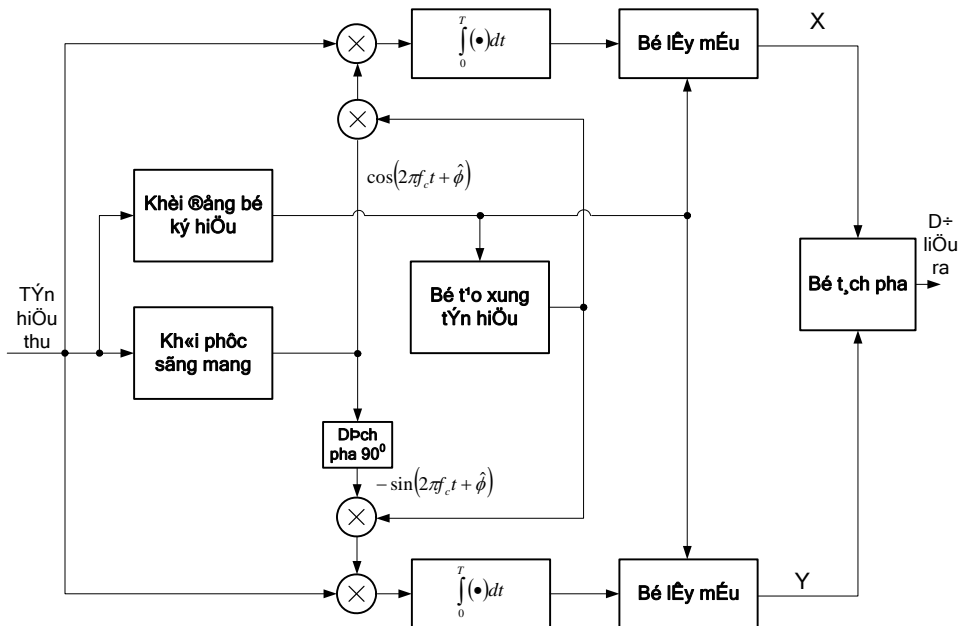
Thấy rõ ước tính pha sóng mang $\hat{\phi}$ được dùng để tạo tín hiệu chuẩn $g(t)\cos(2\pi f_c t + \hat{\phi})$ cho bộ tương quan. Khối đồng bộ ký hiệu điều khiển bộ lấy mẫu và bộ tạo xung tín hiệu. Nếu xung tín hiệu là xung chữ nhật, thì không cần đến bộ tạo xung tín hiệu.



Hình 6.1-1: Sơ đồ khối máy thu tín hiệu BPSK

❖ Sơ đồ khối bộ giải điều chế M-PSK được cho ở hình 6.1-2

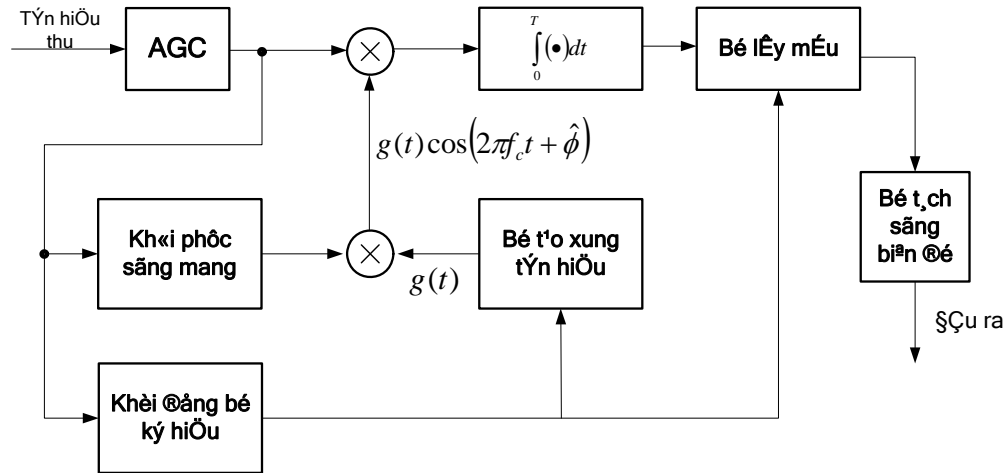
Trong trường hợp này cần có hai bộ tương quan (hay hai bộ lọc thích hợp) để tương quan tín hiệu thu với hai sóng mang vuông pha nhau $g(t)\cos(2\pi f_c t + \hat{\phi})$ và $g(t)\sin(2\pi f_c t + \hat{\phi})$ trong đó $\hat{\phi}$ là ước tính pha sóng mang. Bộ tách sóng là bộ tách sóng pha, thực hiện *so sánh các pha tín hiệu thu với các pha tín hiệu phát có thể có*.



Hình 6.1-2: Sơ đồ khối máy thu tín hiệu M-PSK

❖ Sơ đồ khối bộ giải điều chế tín hiệu PAM được cho hình 6.1-3

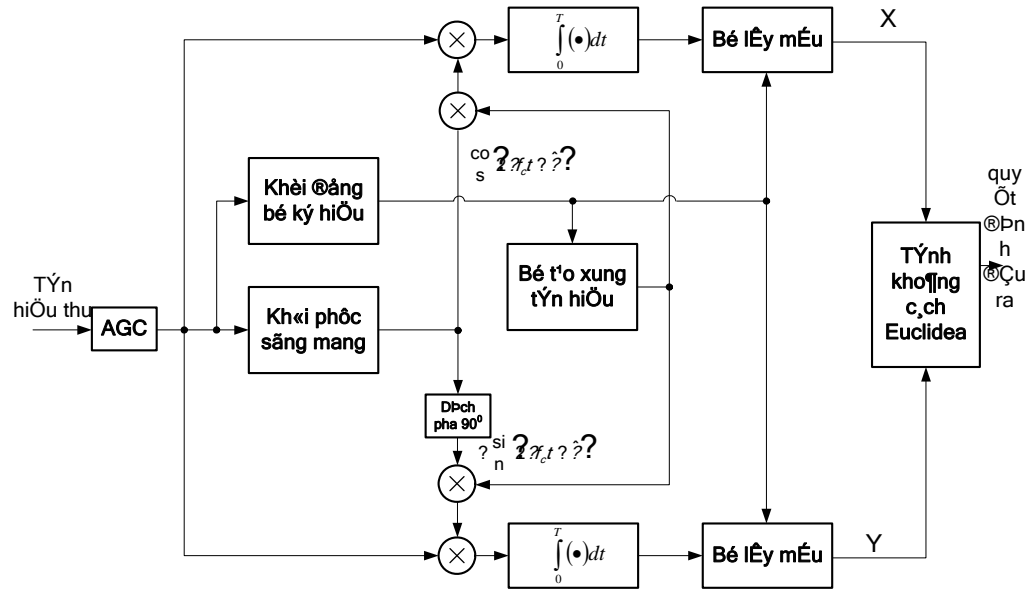
Trong trường hợp này, cần có một bộ tương quan và bộ tách sóng là bộ tách sóng biên độ thực hiện so sánh biên độ tín hiệu thu với các biên độ tín hiệu phát có thể có. Xét đến AGC đặt phía trước bộ giải điều chế để loại bỏ các thay đổi độ lợi kênh truyền. AGC có hệ số khuếch đại không đổi trong khoảng thời gian tương đối dài, vì vậy nó không thể đáp ứng được sự thay đổi biên độ tín hiệu trong khoảng thời gian ngắn (khoảng thời gian một ký hiệu). Thay vào đó, AGC duy trì được công suất (tín hiệu cộng với tạp âm) trung bình không đổi tại đầu vào bộ giải điều chế.



Hình 6.1-3: Sơ đồ khối máy thu tín hiệu M-PAM

❖ Hình 6.1-4 minh họa sơ đồ khối bộ giải điều chế QAM

Cũng giống như trường hợp của PAM, cần có AGC để duy trì công suất tín hiệu ổn định tại đầu vào bộ giải điều chế. Nhận thấy bộ giải điều chế giống với bộ giải điều chế PSK, vì chúng đều tạo các mẫu tín hiệu đồng pha và vuông pha (X,Y) cho bộ tách sóng. Trong trường hợp QAM, bộ tách sóng thực hiện tính khoảng cách Euclidean giữa điểm tín hiệu thu bị nhiễu tạp âm và M điểm tín hiệu phát có thể có, sau đó lựa chọn tín hiệu gần với điểm tín hiệu thu nhất.



Hình 6.1-4: Sơ đồ khối máy thu tín hiệu QAM

6.2. ƯỚC TÍNH PHA SÓNG MANG

CARRIER PHASE ESTIMATION

❖ Các phương pháp khôi phục sóng mang

Tồn tại hai phương pháp đồng bộ (khôi phục) sóng mang ở máy thu.

- ✓ **Phương pháp 1:** Là phương pháp dùng bộ ghép, thường dùng tín hiệu hoa tiêu (tín hiệu đặc biệt) nó cho phép máy thu trích ra và thực hiện đồng bộ bộ dao động nội của nó với tần số sóng mang và pha của tín hiệu thu. Khi này thành phần sóng mang không điều chế được truyền đi cùng (song song) với tín hiệu mang tin, máy thu dùng vòng khoá pha PLL để bắt và bám theo thành phần sóng mang này. *Thiết kế vòng khoá pha PLL có độ rộng băng hẹp để ít bị ảnh hưởng bởi các thành phần tần số từ tín hiệu mang tin ⇒ **Tốn công suất và băng thông hệ thống song thực hiện đơn giản.*** (không được đề cập ở đây)
- ✓ **Phương pháp 2:** Là phương pháp nhận được ước tính pha sóng mang trực tiếp từ tín hiệu điều chế và được dùng phổ biến hơn trong thực tế vì toàn bộ công suất phát được phân bổ để truyền tín hiệu mang tin ⇒ **Khắc phục nhược điểm phương pháp 1 song hệ thống phức tạp.**

Dưới đây tập trung nghiên cứu phương pháp thứ hai ⇒ vì vậy giả thiết tín hiệu được phát đi theo kiểu sóng mang bị khử (*Suppressed Carrier*).

❖ Ảnh hưởng lỗi pha sóng mang trong giải điều chế tín hiệu

Để nhấn mạnh tầm quan trọng của việc trích ước tính pha chính xác, ta xét ảnh hưởng của lỗi pha sóng mang trong một số phương pháp giải điều chế cụ thể

- ✓ **Giải điều chế tín hiệu khử sóng mang hai băng**
(*demodulation of a double-sideband suppressed carrier DSB/SC signal*)

Giả sử có tín hiệu điều chế biên độ

$$s(t) = A(t)\cos(2\pi f_c t + \phi) \quad (6.2-1)$$

Nếu giải điều chế tín hiệu này bằng cách nhân $s(t)$ với chuẩn sóng mang.

$$c(t) = \cos(2\pi f_c t + \hat{\phi}) \quad (6.2-2)$$

thì nhận được

$$c(t)s(t) = \frac{1}{2} A(t) \cos(\phi - \hat{\phi}) + \underbrace{\frac{1}{2} A(t) \cos(4\pi f_c t + \phi + \hat{\phi})}_{\text{thành phần tần số bội hai}}$$

loại bỏ thành phần tần số bội hai bằng cách cho tín hiệu tích $c(t)s(t)$ qua bộ lọc thông thấp. Sau khi qua bộ lọc nhận được tín hiệu mang tin

$$y(t) = \frac{1}{2} A(t) \cos(\phi - \hat{\phi}) \quad (6.2-3)$$

☞ **Nhân xét:** Vì $\cos(\phi - \hat{\phi}) \leq 1$ nên ảnh hưởng lỗi pha $\phi - \hat{\phi}$ làm giảm mức tín hiệu dưới dạng điện áp một hệ số $\cos(\phi - \hat{\phi})$ và ở dạng công suất một hệ số $\cos^2(\phi - \hat{\phi})$. Vì vậy, nếu lỗi pha 10° làm suy giảm 0,13 dB công suất tín hiệu điều chế biên độ và nếu lỗi pha 30° làm suy giảm 1,25 dB công suất tín hiệu điều chế biên độ.

✓ Giải điều chế tín hiệu QAM và M-PSK

Tín hiệu QAM và M-PSK được biểu diễn

$$s(t) = A(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) - B(t) \sin(2\pi f_c t + \phi) \quad (6.2-4)$$

Tín hiệu này được giải điều chế bởi hai sóng mang vuông pha nhau

$$\begin{aligned} c_c(t) &= \cos(2\pi f_c t + \hat{\phi}) \\ c_s(t) &= -\sin(2\pi f_c t + \hat{\phi}) \end{aligned} \quad (6.2-5)$$

⇒ Nhân $s(t)$ với $c_c(t)$, cho qua bộ lọc thông thấp nhận được thành phần **đồng pha**

$$y_I(t) = \frac{1}{2} A(t) \cos(\phi - \hat{\phi}) - \frac{1}{2} B(t) \sin(\phi - \hat{\phi}) \quad (6.2-6)$$

⇒ Nhân $s(t)$ với $c_s(t)$, cho qua bộ lọc thông thấp nhận được thành phần **vuông pha**

$$y_Q(t) = \frac{1}{2} B(t) \cos(\phi - \hat{\phi}) + \frac{1}{2} A(t) \sin(\phi - \hat{\phi}) \quad (6.2-7)$$

☞ **Nhân xét:** Từ các phương trình (6.2-6) và (6.2-7) cho thấy lỗi pha trong giải điều chế QAM & M-PSK gây ảnh hưởng **ngghiêm trọng hơn nhiều** so với lỗi pha trong giải điều chế PAM. Vì không những làm suy giảm công suất tín hiệu một hệ số $\cos^2(\phi - \hat{\phi})$ mà còn gây nhiễu xuyên âm (*crosstalk*) từ các thành phần đồng pha và vuông pha. Do mức công suất trung bình của $A(t)$ và $B(t)$ là như nhau, song chỉ cần lỗi pha nhỏ cũng gây suy thoái lớn về hiệu năng ⇒ **Vì vậy, yêu cầu độ chính xác về pha đối với giải điều chế QAM và M-PSK nhất quán cao hơn nhiều so với giải điều chế tín hiệu DSB/SC PAM ⇔ BPSK.**

Câu hỏi bài tập:

Tại sao nói yêu cầu độ chính xác về pha đối với giải điều chế QAM và M-PSK nhất quán cao hơn nhiều so với giải điều chế tín hiệu DSB/SC PAM (BPSK) ?

6.2.1. Ước tính pha sóng mang theo phương pháp ML

Maximum-Likelihood Carrier Phase Estimation

❖ Xây dựng hàm khả năng giống cực đại ML- $\Lambda(\phi)$ để ước tính pha sóng mang

Trước hết ta bắt đầu từ việc ước tính pha sóng mang ML. Theo tiêu chuẩn ML, thì véc tơ tham số tín hiệu ψ được xử lý như tín hiệu tất định nhưng không được biết trước để đơn giản giả thiết đã biết trễ truyền lan τ và đặt $\tau = 0$, khi này hàm sẽ được cực đại hoá là hàm khả năng giống được cho ở phương trình (6.1-8) trong đó ψ được thay bởi $\phi \Rightarrow$ nên hàm này trở thành.

$$\begin{aligned} \Lambda(\phi) &= \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_{T_0} [r(t) - s(t; \phi)]^2 dt \right\} \\ &= \exp \left\{ \underbrace{-\frac{1}{N_0} \int_{T_0} r^2(t) dt}_{\text{Không chứa } \phi} + \underbrace{\frac{2}{N_0} \int_{T_0} r(t)s(t; \phi) dt}_{\substack{\text{Tương quan chéo giữa } r(t) \text{ và } s(t; \phi) \\ \Rightarrow \text{phụ thuộc vào cách chọn } \phi}} - \underbrace{\frac{1}{N_0} \int_{T_0} s^2(t; \phi) dt}_{\substack{\text{Năng lượng tín hiệu} \\ \text{không thay đổi}}} \right\} \end{aligned} \quad (6.2-8)$$

☞ **Nhận xét:** Thành phần đầu tiên của hàm mũ không chứa tham số tín hiệu ϕ . Thành phần thứ ba chứa tích phân của $s^2(t; \phi)$ là năng lượng tín hiệu trong khoảng thời gian quan trắc T_0 với bất kỳ giá trị ϕ nào và **không thay đổi**. Chỉ có thành phần thứ hai chứa tương quan chéo giữa tín hiệu thu $r(t)$ và tín hiệu $s(t; \phi)$ **phụ thuộc vào cách chọn ϕ** .

\Rightarrow Vì vậy, **hàm khả năng giống $\Lambda(\phi)$ có thể được biểu diễn**

$$\Lambda(\phi) = C \exp \left[\frac{2}{N_0} \int_{T_0} r(t)s(t; \phi) dt \right] \quad (6.2-9)$$

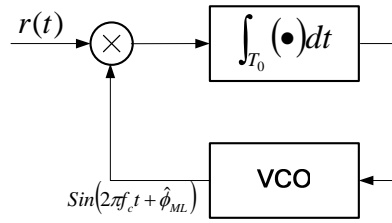
trong đó hằng số C không phụ thuộc vào ϕ .

\Rightarrow Ước tính pha theo tiêu chuẩn ML $\hat{\phi}_{ML}$ là giá trị của ϕ làm cực đại hoá hàm $\Lambda(\phi)$ (**nghĩa là, tại giá trị ước tính pha $\hat{\phi}_{ML}$ hàm $\Lambda(\phi)$ đạt giá trị cực đại**). Tương đương, giá trị $\hat{\phi}_{ML}$ cũng làm cực đại hoá logarith của hàm $\Lambda(\phi)$, nghĩa là

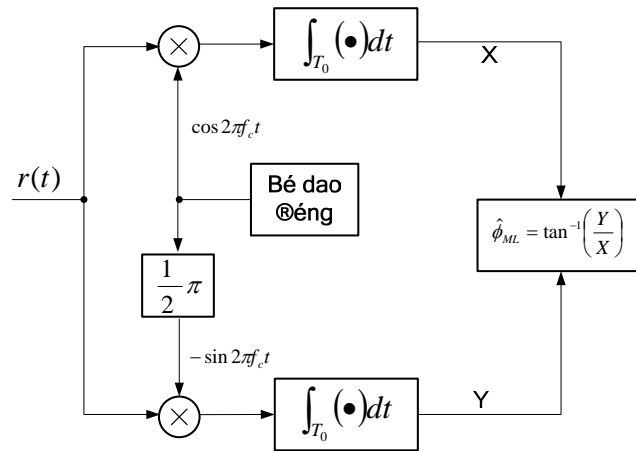
$$\Lambda_L(\phi) = \frac{2}{N_0} \int_{T_0} r(t)s(t; \phi) dt \quad (6.2-10)$$

lưu ý rằng khi định nghĩa hàm $\Lambda_L(\phi)$ đã bỏ qua hằng số C.

❖ Ước tính pha sóng mang từ tín hiệu sóng mang **không** điều chế



H×nh 6.2-1: D×ng v×ng kho, pha PLL để ước t×nh pha s×ng mang kh×ng điều ch× theo tiêu chuẩn ML



H×nh 6.2-2: ước t×nh pha s×ng mang kh×ng điều ch× theo tiêu chuẩn ML

Ví dụ 6.2-1: [Về vấn đề tối ưu hoá để xác định pha sóng mang cho tín hiệu không điều chế]✓ **Biểu thức tín hiệu vào:**

Để xác định pha sóng mang xét truyền sóng mang không điều chế $A\cos 2\pi f_c t$. Tín hiệu thu là

$$r(t) = A\cos(2\pi f_c t + \phi) + n(t)$$

trong đó ϕ là pha không được biết trước.

✓ **Biểu thức ước tính pha:**

Tìm giá trị ϕ , coi $\hat{\phi}_{ML}$ sao cho làm cực đại hoá hàm

$$\Lambda_L(\phi) = \frac{2A}{N_0} \int_{T_0} r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) dt$$

Điều kiện cần để cực đại hoá hàm trên là

$$\frac{d\Lambda_L(\phi)}{d\phi} = 0$$

Điều kiện này cho ta

$$\int_{T_0} r(t) \sin(2\pi f_c t + \hat{\phi}_{ML}) dt = 0 \quad (6.2-11)$$

Tương đương với

$$\hat{\phi}_{ML} = -\tan^{-1} \left[\frac{\int_{T_0} r(t) \sin(2\pi f_c t) dt}{\int_{T_0} r(t) \cos(2\pi f_c t) dt} \right] \quad (6.2-12)$$

✓ **Xây dựng sơ đồ khối từ biểu thức ước tính pha:**

Cho thấy điều kiện tối ưu hoá theo phương trình (6.2-11) cho biết việc dùng vòng để trích ước tính như được minh hoạ trong hình 6.2-1. Bộ lọc vòng là bộ tích phân mà **độ rộng băng thông của nó tỉ lệ nghịch với thời gian lấy tích phân T_0** . Mặt khác phương trình 6.2-12 cho ta thấy việc thực thi bằng cách dùng các sóng mang vuông pha nhau để tương quan chéo với $r(t)$. Vì vậy $\hat{\phi}_{ML}$ là hàm artang của tỉ số giữa hai đầu ra bộ tương quan được cho ở hình 6.2-2.

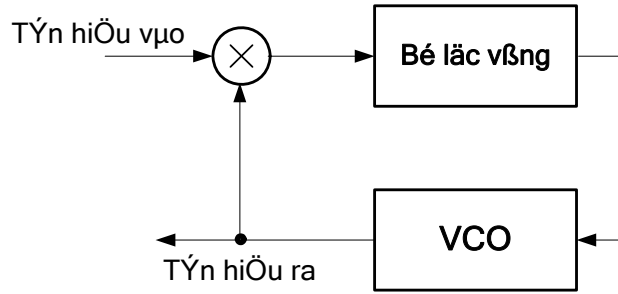
Ví dụ này cho thấy việc dùng PLL để **ước tính pha sóng mang không điều chế**.

6.2.2. Vòng khoá pha

Phase-Locked Loop

❖ **Cấu tạo**

Về cơ bản vòng khoá pha PLL gồm: một bộ nhân, một bộ lọc vòng, một bộ dao động điều khiển bằng điện áp VCO được cho ở hình 6.2-3.



Hình 6.2-3: Cấu trúc cơ bản của vòng khóa pha PLL

❖ Biểu thức lỗi pha

Nếu đầu vào PLL là $\cos(2\pi f_c t + \phi)$ và đầu ra của VCO là $\sin(2\pi f_c t + \hat{\phi})$, trong đó $\hat{\phi}$ là ước tính pha của ϕ , thì tích của hai tín hiệu này (các đầu ra bộ nhân) là

$$\begin{aligned} e(t) &= \cos(2\pi f_c t + \phi) \sin(2\pi f_c t + \hat{\phi}) \\ &= \frac{1}{2} \sin(\hat{\phi} - \phi) + \underbrace{\frac{1}{2} \sin(4\pi f_c t + \phi + \hat{\phi})}_{\text{Thành phần tần số bội hai } 2f_c} \end{aligned} \quad (6.2-13)$$

Bộ lọc vòng là **bộ lọc thông thấp** chỉ đáp ứng với thành phần tần số thấp $\frac{1}{2} \sin(\hat{\phi} - \phi)$ và khử thành phần tần số bội hai $2f_c$.

❖ Mô hình hoá vòng khoá pha PLL

✓ Hàm truyền đạt bộ lọc vòng

Thường chọn bộ lọc vòng có hàm truyền đạt tương đối đơn giản

$$G(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{1 + \tau_1 s} \quad (6.2-14)$$

trong đó τ_1 và τ_2 là các **tham số thiết kế** ($\tau_1 \gg \tau_2$) để điều khiển độ **rộng băng** của vòng. Muốn có đáp ứng vòng tốt thì cần chọn bộ lọc có bậc cao (**Bộ lọc có bậc càng cao thì càng nhiều điểm cực và đáp ứng vòng càng tốt**).

Điện áp đầu ra $v(t)$ bộ lọc vòng điều khiển bộ dao động VCO. Về cơ bản bộ dao động VCO là bộ tạo tín hiệu sin có pha tức thì được cho bởi

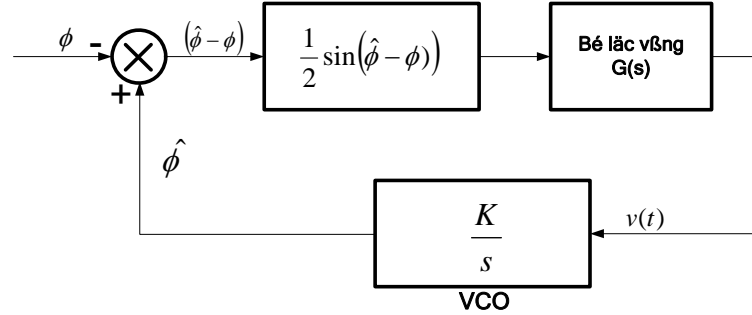
$$2\pi f_c t + \hat{\phi}(t) = 2\pi f_c t + K \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (6.2-15)$$

trong đó K là hằng số độ lợi đơn vị [rad/v]. Vì vậy

$$\hat{\phi}(t) = K \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (6.2-16)$$

✓ Mô hình vòng khoá pha PLL phi tuyến (tổng quát):

Bằng cách bỏ qua thành phần tần số bội hai $2f_c$ từ sau bộ nhân (nhân giữa tín hiệu vào với đầu ra VCO) có thể rút gọn PLL thành **mô hình hệ thống vòng kín tương đương** được cho ở hình 6.2-4. Hàm sin của độ lệch pha $\sin(\hat{\phi} - \phi)$ làm cho hệ thống **phi tuyến**.



H×nh 6.2-4: M« h×nh vñng kho, pha PLL

✓ **Mô hình vòng khoá pha PLL tuyến tính:**

Thấy rõ khi lỗi pha $(\hat{\phi} - \phi)$ nhỏ cho phép tuyến tính hoá vòng khoá pha PLL \Leftrightarrow Trường hợp vòng khoá pha PLL **đang bám pha** theo sóng mang đến \Leftrightarrow lỗi pha $(\hat{\phi} - \phi)$ nhỏ \Rightarrow vì vậy có thể lấy xấp xỉ

$$\sin(\hat{\phi} - \phi) \approx (\hat{\phi} - \phi) \quad (6.2-17)$$

Bằng cách lấy xấp xỉ, vòng khoá pha PLL trở nên **tuyến tính** và được đặc trưng bởi hàm truyền đạt kín như sau:

$$H(s) = \frac{K \frac{G(s)}{s}}{1 + K \frac{G(s)}{s}} \quad (6.2-18)$$

trong đó hệ số $1/2$ được quy vào tham số độ lợi K . Thế phương trình (6.2-14) vào (6.2-18) ta được.

$$H(s) = \frac{K \frac{G(s)}{s}}{1 + K \frac{G(s)}{s}} = \frac{1 + \tau_2 s}{1 + \left(\tau_2 + \frac{1}{K} \right) s + \frac{\tau_1}{K} s^2} \quad (6.2-19)$$

Vì vậy hệ thống vòng kín đối với PLL tuyến tính là hàm bậc hai khi đó $G(s)$ được cho bởi (6.2-14). Tham số τ_2 điều khiển vị trí điểm không trong khi đó K và τ_1 điều khiển vị trí điểm cực của hệ thống vòng kín. Thường biểu diễn mẫu số của $H(s)$ ở dạng chuẩn.

$$D(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \quad (6.2-20)$$

trong đó

ζ hệ số tắt dần (Loop Damping Factor)

ω_n tần số dao động tự do của vòng (tần số tự nhiên của vòng)

Dưới dạng các tham số vòng $\omega_n = \sqrt{K/\tau_1}$ và $\zeta = \frac{\omega_n(\tau_2 + 1/K)}{2}$ hàm truyền đạt hệ thống vòng kín trở thành.

$$H(s) = \frac{\left(2\zeta\omega_n - \frac{\omega_n^2}{K}\right)s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (6.2-21)$$

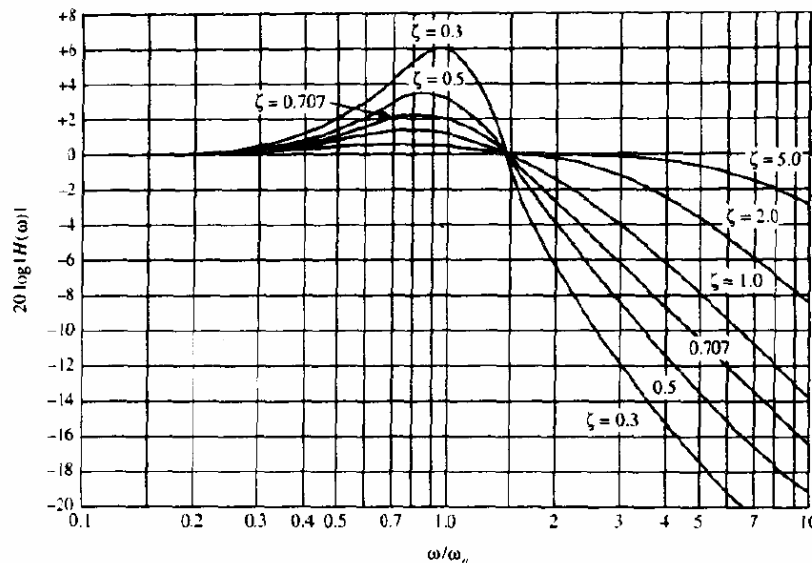
Độ rộng băng thông tương đương tạp âm (một phía) của vòng

$$B_{eq} = \frac{\tau_2^2 \left(\frac{1}{\tau_2^2} + \frac{K}{\tau_1} \right)}{4 \left(\tau_2 + \frac{1}{K} \right)} = \frac{1 + (\tau_2 \omega_n)^2}{8 \zeta / \omega_n} \quad (6.2-22)$$

Đáp ứng biên độ $20\log|H(\omega)|$ là hàm của tần số chuẩn hóa ω/ω_n được cho ở **hình 6.2-5** với hệ số giảm rung ζ là tham số và $\tau_1 \gg 1$. Lưu ý rằng $\zeta=1$ nhận được đáp ứng vòng giảm rung mạnh, $\zeta < 1$ tạo ra đáp ứng kém giảm rung (*underdamped*) và $\zeta > 1$ cho ta đáp ứng chống rung quá mức (*overdamped*).

Nhận xét:

- Thực tế, khi chọn độ rộng băng của vòng khoá pha PLL cần tính đến sự dung hoà giữa tốc độ đáp ứng và tạp âm trong việc ước tính pha được đề cập ở dưới đây. \Rightarrow Thấy rõ ta **cần** chọn độ rộng băng thông của vòng đủ rộng để bám bất kỳ sự thay đổi thời gian trong pha tín hiệu thu **nhưng** khi băng thông của PLL rộng thì nhiễu tạp âm có thể lọt vào vòng khoá pha \Rightarrow gây nhiễu trong ước tính pha. Dưới đây, đề cập các ảnh hưởng tạp âm lên chất lượng ước tính pha.
- Khi dùng PLL vào các mô hình khôi phục sóng mang cụ thể cần lưu ý: tín hiệu vào PLL là tín hiệu sóng mang không điều chế \Rightarrow phải khử sự điều chế sóng mang (phần sau cho thấy các giải pháp khử sự điều chế sóng mang).
- Khảo sát PLL bằng chương trình matlab được cho ở phụ lục 1



Hình 6.2-5: Đáp ứng tần số của vòng bậc hai

6.2.3. Ảnh hưởng của tạp âm cộng lên ước tính pha

Effect of Additive Noise on the Phase Estimate

Để ước lượng (*Evaluate*) các ảnh hưởng của tạp âm lên ước tính (*Estimate*) pha sóng mang, giả thiết (5 điều kiện):

- ♦ Tạp âm đầu vào PLL có đặc tính **băng hẹp**.
- ♦ Vòng khoá pha PLL **đang bám** tín hiệu sin có dạng.

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] \quad (6.2-23)$$

- ♦ Tín hiệu $s(t)$ bị nhiễu *corrupted* bởi **tạp âm băng hẹp cộng**.

$$n(t) = x(t)\cos(2\pi f_c t) - y(t)\sin(2\pi f_c t) \quad (6.2-24)$$

- ♦ Các thành phần đồng pha và vuông pha của tạp âm **độc lập thống kê**.
- ♦ Quá trình tạp âm Gausơ là quá trình **đừng** có mật độ phổ công suất hai biên $N_0/2$ [w/Hz].

Bằng cách đồng nhất lượng giác, thành phần tạp âm trong phương trình (6.2-24) được biểu diễn là

$$n(t) = n_c(t)\cos[2\pi f_c t + \phi(t)] - n_s(t)\sin[2\pi f_c t + \phi(t)] \quad (6.2-25)$$

trong đó

$$\begin{aligned} n_c(t) &= x(t)\cos[\phi(t)] + y(t)\sin[\phi(t)] \\ n_s(t) &= -x(t)\sin[\phi(t)] + y(t)\cos[\phi(t)] \end{aligned} \quad (6.2-26)$$

Ta lưu ý rằng

$$n_c(t) + jn_s(t) = [x(t) + jy(t)]e^{-j\phi(t)}$$

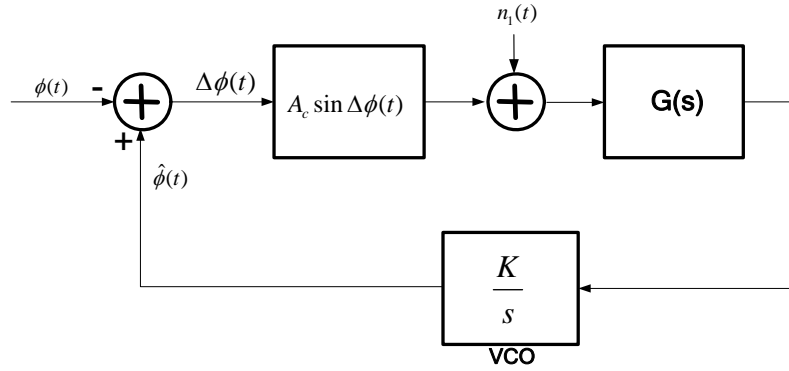
sao cho các thành phần vuông góc nhau $n_c(t)$ và $n_s(t)$ có các đặc tính thống kê giống như $x(t)$ và $y(t)$.

✓ Mô hình PLL cùng với tạp âm cộng:

Nếu nhân $s(t) + n(t)$ với đầu ra VCO và bỏ qua thành phần tần số bội hai, thì đầu vào bộ lọc vòng là tín hiệu bị nhiễu tạp âm

$$\begin{aligned} e(t) &= A_c \sin \Delta\phi + \underbrace{n_c(t)\sin \Delta\phi - n_s(t)\cos \Delta\phi}_{n_1(t)} \\ &= A_c \sin \Delta\phi + n_1(t) \end{aligned} \quad (6.2-27)$$

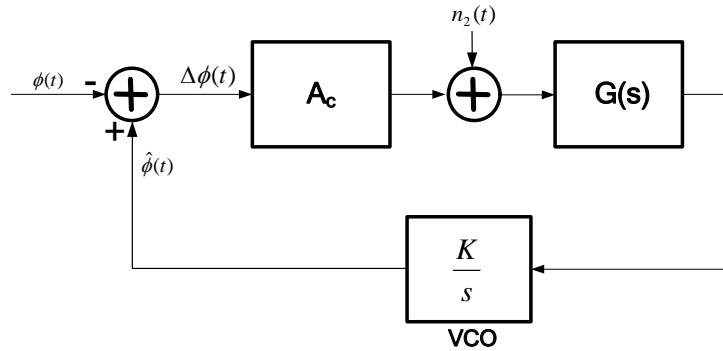
trong đó định nghĩa lỗi pha $\Delta\phi = \hat{\phi} - \phi$. Vì vậy nhận được mô hình tương đương cho PLL có tạp âm cộng ở hình 6.2-6.



Hình 6.2-6: Mô hình PLL tương đương cũng với tập âm cộng

✓ **Mô hình PLL tuyến tính có chứa tạp âm cộng:**

Khi công suất tín hiệu đến (tín hiệu sóng mang không điều chế) $P_c = A_c^2/2$ **lớn hơn nhiều** công suất tạp âm, có thể **tuyến tính hoá** vòng khoá pha PLL vì vậy dễ xác định ảnh hưởng tạp âm cộng lên chất lượng ước tính pha $\hat{\phi}$. Khi này, mô hình đối với PLL tuyến tính cùng với tạp âm cộng được cho ở hình 6.2-7.



Hình 6.2-7: Mô hình PLL tuyến tính cả tập âm cộng

Lưu ý rằng, tham số khuếch đại A_c có thể được chuẩn hoá bằng 1, giả thiết thành phần tạp âm được tỉ lệ bởi $1/A_c$, nghĩa là các thành phần tạp âm trở thành

$$n_2(t) = \frac{n_c(t)}{A_c} \sin \Delta\phi - \frac{n_s(t)}{A_c} \cos \Delta\phi(t) \quad (6.2-28)$$

thành phần tạp âm $n_2(t)$ là quá trình Gauss trung bình không có mật độ phổ công suất $N_0/2A_c^2$.

Vì tạp âm $n_2(t)$ cộng tại đầu vào vòng, nên phương sai lỗi pha $\Delta\phi = \hat{\phi} - \phi$ cũng là phương sai pha đầu ra VCO là

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{\phi}}^2 &= \frac{N_0}{2A_c^2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df = \frac{N_0}{A_c^2} \int_0^{\infty} |H(f)|^2 df \\ &= \frac{N_0 B_{eq}}{A_c^2} = \frac{\text{Công suất tạp âm trong băng của vòng}}{\text{Công suất tín hiệu}} \end{aligned} \quad (6.2-29)$$

trong đó B_{eq} là độ rộng băng tạp âm tương đương một phía của vòng, được cho ở phương trình 6.2-22. Thấy rõ $\sigma_{\hat{\phi}}^2$ chỉ là tỉ số giữa toàn bộ công suất tạp âm trong băng thông của PLL trên công suất tín hiệu. Vì vậy

$$\sigma_{\phi}^2 = \frac{1}{\gamma_L} \quad (6.2-30)$$

trong đó γ_L là tỉ số tín hiệu trên tạp âm SNR

$$SNR \equiv \gamma_L = \frac{A_c^2}{N_0 B_{eq}} \quad (6.2-31)$$

Biểu thức phương sai lỗi pha VCO σ_{ϕ}^2 áp dụng vào trường hợp SNR đủ lớn sao cho có thể áp dụng mô hình tuyến tính cho PLL.

✓ **So sánh phương sai pha giữa PLL bậc một chính xác và PLL bậc một xấp xỉ hoá (mô hình tuyến tính):**

Việc phân tích chính xác được dựa trên **PLL phi tuyến** có thể xử lý về mặt toán **khi $G(s)=1$** , dẫn đến nhận được vòng bậc một. Khi này, tìm được hàm mật độ xác suất đối với lỗi pha (theo Viterbi) và có dạng

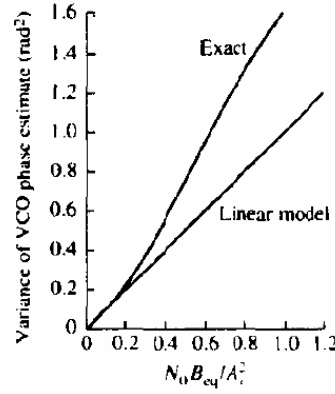
$$p(\Delta\phi) = \frac{\exp(\gamma_L \cos \Delta\phi)}{2\pi \times I_0(\gamma_L)} \quad (6.2-32)$$

trong đó γ_L là SNR được cho bởi phương trình (6.2-31) có B_{eq} sẽ là độ rộng băng thông tạp âm thích hợp của vòng khoá pha PLL bậc một và $I_0(.)$ là hàm Bessel cải tiến bậc 0.

Từ biểu thức $p(\Delta\phi)$, có thể tìm được giá trị chính xác phương sai lỗi pha đối với PLL bậc một. Hình 6.2-8 cho thấy mối quan hệ phương sai ước tính pha VCO là hàm của $(1/\gamma_L)$. Cũng cho thấy sự so sánh là kết quả đạt được với mô hình PLL tuyến tính. Lưu ý rằng phương sai đối với mô hình tuyến tính gần giống với phương sai thực tế (chính xác) khi $\gamma_L > 3$. **Vì vậy, mô hình tuyến tính thích hợp với mục đích thực tế.**

Phân tích gần đúng các đặc tính thống kê của lỗi pha đối với PLL phi tuyến cũng được thực hiện. **Đặc biệt quan tâm đến tính cách tạm thời (transient behavior) của PLL trong quá trình bắt pha ban đầu.** Một vấn đề quan trọng nữa là tính cách của PLL tại SNR thấp. Chẳng hạn khi SNR tại đầu vào PLL giảm xuống bên dưới một giá trị nào đó, thì làm suy giảm nhanh về hiệu năng của PLL. Vòng bắt đầu chuyển sang khoá và loại xung tạp âm được đặc tính hoá như hiện tượng **Click** gây suy thoái hiệu năng vòng khoá pha. Các kết quả về vấn đề này có thể tham khảo các tài liệu của Viterbi (1966), Lindsey(1972), Lindsey&Simon (1973) và Gardner(1979)...

Trên đây ta đã xét ước tính pha sóng mang trong trường hợp tín hiệu **sóng mang không điều chế**. Dưới đây ta xét quá trình khôi phục sóng mang trong trường hợp tín hiệu mang thông tin.



Hình 6.2-8: So sánh phương sai pha VCO đối với vòng khoá pha PLL bậc một (mô hình tuyến tính) giữa xấp xỉ và chính xác

6.2.4. Các vòng trực tiếp quyết định

Decision-Directed Loops

❖ Điều kiện xét và các giả định

Nảy sinh vấn đề khi cực đại hoá phương trình (6.2-9) hoặc (6.2-10) nếu tín hiệu $s(t; \phi)$ mang chuỗi thông tin $\{I_n\}$. Khi này có thể thực hiện theo một trong giả định sau:

- Giả thiết chuỗi tin $\{I_n\}$ được biết
- Giả thiết chuỗi tin $\{I_n\}$ là chuỗi ngẫu nhiên và lấy trung bình trên các thống kê của nó

Trong phương pháp ước tính tham số trực tiếp quyết định, giả thiết ước tính chuỗi tin $\{I_n\}$ trong khoảng thời gian quan trắc với điều kiện không có lỗi giải điều chế $\tilde{I}_n = I_n$ trong đó \tilde{I}_n là giá trị tin I_n được tách ra. Trong trường hợp này, $s(t; \phi)$ hoàn toàn được biết ngoại trừ pha sóng mang.

❖ Biểu thức ước tính pha

Xét ước tính pha trực tiếp quyết định cho lớp các kỹ thuật điều chế tuyến tính trong đó tín hiệu thông thấp tương đương được biểu diễn

$$\begin{aligned} r_l(t) &= e^{-j\phi} \sum_n I_n g(t - nT) + z(t) \\ &= s_l(t) e^{-j\phi} + z(t) \end{aligned} \quad (6.2-33)$$

trong đó $s_l(t)$ là tín hiệu đã biết trước nếu giả thiết chuỗi $\{I_n\}$ đã biết. Hàm Likelihood và hàm logarit của nó đối với tín hiệu thông thấp tương đương là.

$$\Lambda(\phi) = C \exp \left\{ \operatorname{Re} \left[\frac{1}{N_0} \int_{T_0} r_l(t) s_l^*(t) e^{j\phi} dt \right] \right\} \quad (6.2-34)$$

$$\Lambda_L(\phi) = \operatorname{Re} \left\{ \left[\frac{1}{N_0} \int_{T_0} r_l(t) s_l^*(t) dt \right] e^{j\phi} \right\} \quad (6.2-35)$$

Nếu thay $s_l(t)$ vào phương trình (6.2-35) và giả thiết khoảng thời gian quan sát $T_0 = KT$, trong đó K là số nguyên dương, thì nhận được

$$\begin{aligned}\Lambda_L(\phi) &= \operatorname{Re} \left\{ e^{j\phi} \frac{1}{N_0} \sum_{n=0}^{K-1} I_n^* \underbrace{\int_{nT}^{(n+1)T} r_l(t) g^*(t-nT) dt}_{y_n} \right\} \\ &= \operatorname{Re} \left\{ e^{j\phi} \frac{1}{N_0} \sum_{n=0}^{K-1} I_n^* y_n \right\}\end{aligned}\quad (6.2-36)$$

trong đó

$$y_n = \int_{nT}^{(n+1)T} r_l(t) g^*(t-nT) dt \quad (6.2-37)$$

Lưu ý, y_n là đầu ra của bộ lọc thích hợp (*matched filter*) trong khoảng thời gian của tín hiệu thứ n . Dễ dàng tìm được ước tính ML của ϕ từ phương trình (6.2-36) bằng cách vi phân hàm Log-Likelihood.

$$\Lambda_L(\phi) = \operatorname{Re} \left(\frac{1}{N_0} \sum_{n=0}^{K-1} I_n^* y_n \right) \cos \phi - \operatorname{Im} \left(\frac{1}{N_0} \sum_{n=0}^{K-1} I_n^* y_n \right) \sin \phi$$

theo ϕ và cho phương trình bằng không.

⇒ Vì vậy nhận được biểu thức ước tính pha

$$\hat{\phi}_{ML} = -\tan^{-1} \left[\frac{\operatorname{Im} \left(\sum_{n=0}^{K-1} I_n^* y_n \right)}{\operatorname{Re} \left(\sum_{n=0}^{K-1} I_n^* y_n \right)} \right] \quad (6.2-38)$$

Gọi $\hat{\phi}_{ML}$ trong phương trình (6.2-38) là ước tính pha sóng mang trực tiếp quyết định hay hồi tiếp quyết định (*decision-directed 'or decision-feedback' carrier phase estimate*). Thấy rõ giá trị trung bình của $\hat{\phi}_{ML}$ là ϕ , để cho ước tính không **bị chệch** (*unbiased*). Hơn nữa, có thể tìm được hàm mật độ xác suất pdf của $\hat{\phi}_{ML}$.

❖ Áp dụng biểu thức ước tính pha sóng mang trong một số trường hợp cụ thể

✓ **Ước tính pha sóng mang cho tín hiệu BPSK (hay PAM):** Xét hai giải pháp thực thi sau:

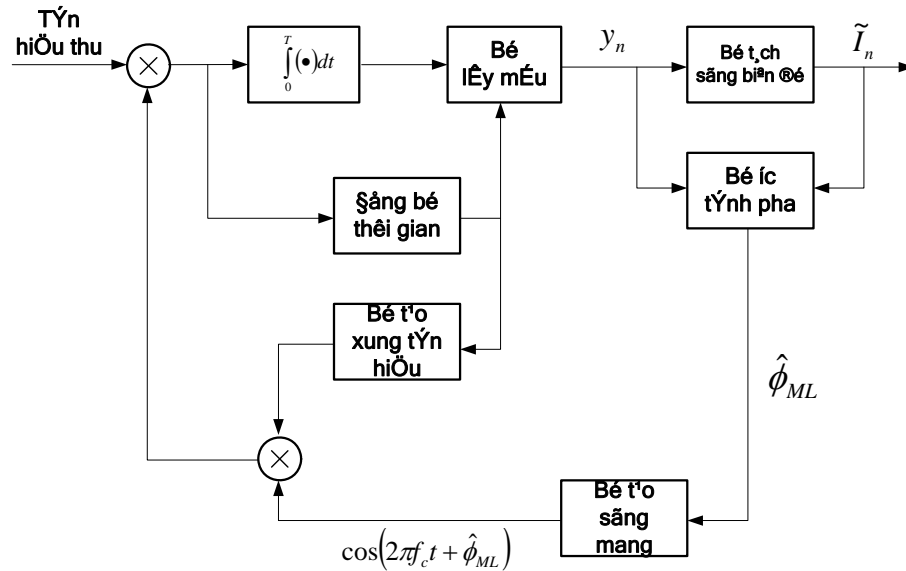
Sơ đồ khối máy thu tín hiệu PAM hai băng kết hợp với ước tính pha sóng mang trực tiếp quyết định theo phương trình (6.2-38) được cho ở hình 6.2.9.

Giải pháp khác máy thu tín hiệu PAM (BPSK) dùng PLL hồi tiếp quyết định DFPLL để ước tính pha sóng mang được cho ở hình 6.2.10. Tín hiệu PAM hai băng thu (tín hiệu BPSK thu) được cho bởi $A(t)\cos(2\pi f_c t + \phi)$ trong đó $A(t) = A_m g(t)$ và giả thiết $g(t)$ là xung chữ nhật trong khoảng thời gian T nghĩa là $g(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{nếu khác} \end{cases}$. Tín hiệu thu này nhân với các sóng mang vuông góc nhau $c_c(t)$ và $c_s(t)$ được cho ở phương trình (6.2-5) lấy từ VCO. Tín hiệu tích

$$r(t) \cos(2\pi f_c t + \hat{\phi}) = \frac{1}{2} [A(t) + n_c(t)] \cos \Delta\phi - \frac{1}{2} n_s(t) \sin \Delta\phi + \text{các thành phần tần số bội hai} \quad (6.2-39)$$

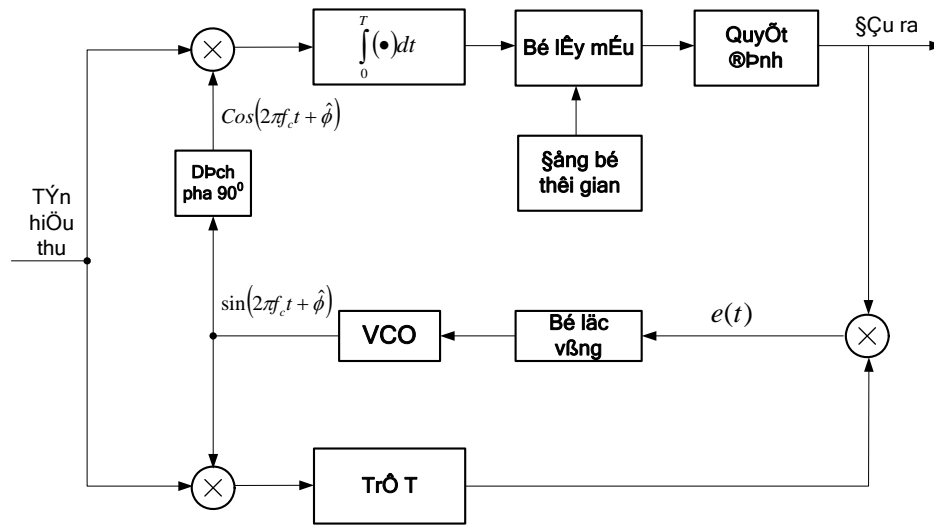
được dùng để khôi phục thông tin được mang bởi $A(t)$. Bộ tách sóng thực hiện quyết định trên mỗi ký hiệu thu trong các khoảng thời gian T giây. Vì vậy, trường hợp không có lỗi quyết định, nó khôi phục $A(t)$ không có tạp âm. Tín hiệu được khôi phục này nhân với tín hiệu ra của bộ trễ T giây (là tín hiệu tích $r(t) \sin(2\pi f_c t + \hat{\phi})$ sau khi bị trễ T giây). Vì vậy, đầu vào bộ lọc vòng khi không có lỗi quyết định là tín hiệu lỗi.

$$\begin{aligned} e(t) &= \frac{1}{2} A(t) \{ [A(t) + n_c(t)] \sin \Delta\phi - n_s(t) \cos \Delta\phi \} \\ &\quad + \text{các thành phần tần số bội hai} \\ &= \frac{1}{2} A^2(t) \sin \Delta\phi + \frac{1}{2} A(t) [n_c(t) \sin \Delta\phi - n_s(t) \cos \Delta\phi] \\ &\quad + \text{các thành phần tần số bội hai} \end{aligned} \quad (6.2-40)$$



Hình 6.2-9: Sơ đồ khôi phục tín hiệu thu tín hiệu PAM hai bên (BPSK) cũng với lọc tần số pha sóng mang trực tiếp quyết định

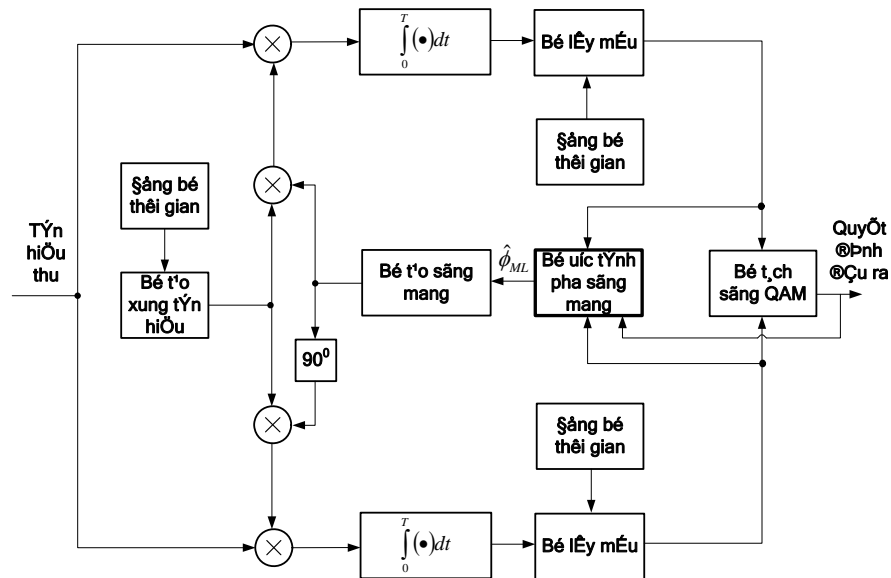
Bộ lọc vòng là bộ lọc thông thấp để loại bỏ thành phần tần số bội hai trong $e(t)$. Thành phần tín hiệu mong muốn là $A^2(t) \sin \Delta\phi$ chứa lỗi pha để điều khiển vòng.



Hình 6.2-10: Khái phục sóng mang bằng vòng khóa pha PLL hai tiếp quyết định

✓ Ước tính pha sóng mang cho tín hiệu QAM

Ước tính pha ML trong phương trình (6.2-38) cũng phù hợp với QAM. Sơ đồ khối máy thu QAM kết hợp với ước tính pha sóng mang trực tiếp quyết định được cho ở hình 6.2-11.



Hình 6.2-11: Sơ đồ khối máy thu tín hiệu QAM cả ước tính pha trực tiếp quyết định

✓ Ước tính pha sóng mang cho tín hiệu M-PSK

Trường hợp tín hiệu M-PSK, vòng khóa pha hồi tiếp quyết định DFPLL có cấu hình được cho ở hình 6.2-12. Tín hiệu thu được giải điều chế để nhận được ước tính pha.

$$\hat{\theta}_m = \frac{2\pi}{M}(m-1)$$

khi không có lỗi quyết định, thì nó là pha tín hiệu phát θ_m . Hai đầu ra các bộ nhân được trễ đi khoảng thời gian ký hiệu T và nhân với $\cos \theta_m$ và $\sin \theta_m$ để được

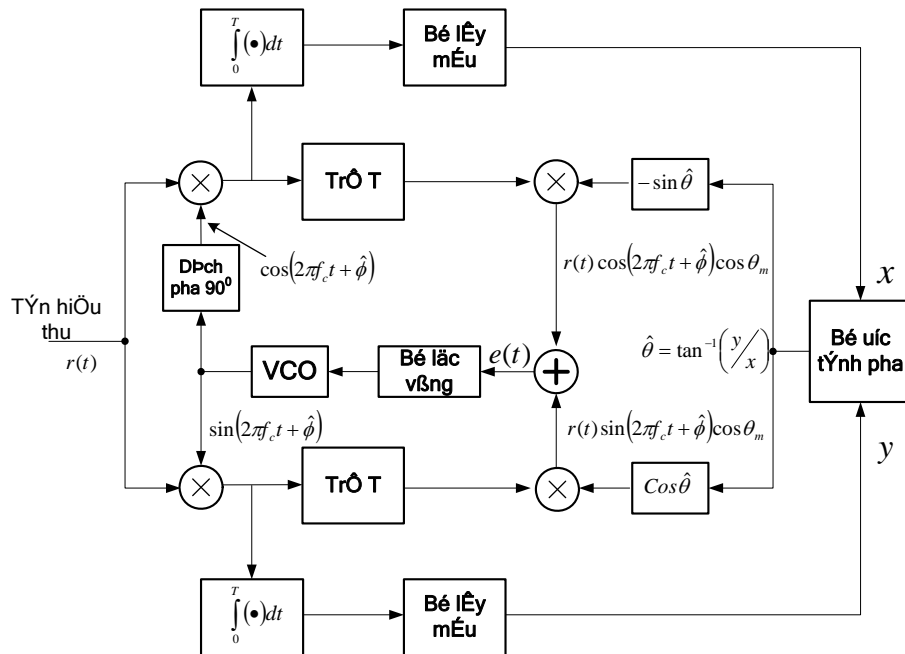
$$\begin{aligned}
 r(t) \cos(2\pi f_c t + \hat{\phi}) \sin \theta_m &= \frac{1}{2} [A \cos \theta_m + n_c(t)] \sin \theta_m \cos(\phi - \hat{\phi}) \\
 &\quad - \frac{1}{2} [A \sin \theta_m + n_s(t)] \sin \theta_m \sin(\phi - \hat{\phi}) \\
 &\quad + \text{các thành phần tần số bội hai} \\
 r(t) \sin(2\pi f_c t + \hat{\phi}) \cos \theta_m &= \frac{1}{2} [A \cos \theta_m + n_c(t)] \cos \theta_m \sin(\phi - \hat{\phi}) \\
 &\quad - \frac{1}{2} [A \sin \theta_m + n_s(t)] \cos \theta_m \cos(\phi - \hat{\phi}) \\
 &\quad + \text{các thành phần tần số bội hai}
 \end{aligned} \tag{6.2-41}$$

Cộng hai tín hiệu này với nhau tạo ra tín hiệu lỗi.

$$\begin{aligned}
 e(t) &= -\frac{1}{2} A \sin(\phi - \hat{\phi}) + \frac{1}{2} n_c(t) \sin(\phi - \hat{\phi} - \theta_m) \\
 &\quad + \frac{1}{2} n_s(t) \cos(\phi - \hat{\phi} - \theta_m) + \text{các thành phần tần số bội hai}
 \end{aligned} \tag{6.2-42}$$

Tín hiệu lỗi $e(t)$ sau khi qua bộ lọc vòng, tạo ra tín hiệu điều khiển VCO.

Thấy rõ hai thành phần tạp âm vuông pha nhau trong phương trình (6.2-42) thể hiện các thành phần cộng. Không có thành phần nào chứa tích hai thành phần tạp âm như trường hợp vòng bội pha bậc M được đề cập trong phần tiếp theo. **Vì vậy, không có suy hao công suất phụ đối với PLL hồi tiếp quyết định.**



Hình 6.2-12: Khai phục sóng mang cho tín hiệu M-PSK dùng PLL hồi tiếp quyết định
©PNH

Vòng bám M-pha này có sự không **rõ ràng về pha là $360^\circ/M \Rightarrow$** cần phải mã **hoá vi sai** chuỗi tín trước khi truyền ở phía phát và giải mã vi sai sau chuỗi thu sau khi giải điều chế ở phía thu.

Ước tính pha trong phương trình (6.2-38) cũng phù hợp đối với QAM. Dễ dàng tìm được ước tính ML đối với tín hiệu OQPSK bằng cách làm cực đại hoá hàm log-likelihood trong phương trình (6.2-35) với $s_I(t)$ được cho bởi.

$$s_I(t) = \sum_n I_n g(t - nT) + j \sum_n J_n g\left(t - nT - \frac{1}{2}T\right) \quad (6.2-43)$$

trong đó $I_n = \pm I$ và $J_n = \pm I$.

Cuối cùng, ta nên xét khôi phục pha sóng mang cho các tín hiệu CPM thực hiện theo cách trực tiếp quyết định sử dụng PLL. Từ bộ giải điều chế tối ưu cho các tín hiệu CPM đã được đề cập ở nhiều tài liệu. Có thể tạo ra tín hiệu lỗi và được lọc trong bộ lọc vòng sau đó điều khiển PLL. Lợi dụng cách biểu diễn tuyến tính tín hiệu CPM vì thế sử dụng tạo tín hiệu của bộ ước tính pha được cho bởi phương trình (6.2-38), trong đó tương quan chéo tín hiệu thu được thực hiện với mỗi xung trong cách biểu diễn tuyến tính. Nghiên cứu sâu về các kỹ thuật khôi phục pha sóng mang cho tín hiệu CPM được cho bởi tác giả Mengail & D'Andrea.

6.2.5. Các vòng không trực tiếp quyết định

Non-Decision-Directed Loops

Thay vì dùng phương pháp trực tiếp quyết định để ước tính pha, có thể **xử lý dữ liệu như các biến ngẫu nhiên** và thực hiện lấy trung bình hàm $\Lambda(\phi)$ trên các biến ngẫu nhiên này **trước khi** thực hiện cực đại hoá (\Leftrightarrow **không trực tiếp**). Để thực hiện tích phân này ta có thể sử dụng hàm phân bố xác suất của dữ liệu thực tế, nếu đã biết **hoặc** giả định một số phân bố xác suất nào đó để lấy xấp xỉ khả thực tương ứng với phân bố chính xác của nó. Ví dụ sau minh hoạ phương pháp này.

❖ **Ví dụ 6.2-2:** Giả sử tín hiệu thực $s(t)$ mang điều chế cơ hai. Vì vậy trong khoảng thời gian tín hiệu ta có.

$$s(t) = A \cos(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T$$

trong đó $A = \pm 1$ có đặc tính đồng xác suất. Vì vậy hàm mật độ xác suất pdf của A được cho như sau:

$$p(A) = \frac{1}{2} \delta(A - 1) + \frac{1}{2} \delta(A + 1)$$

\Rightarrow hàm khả năng giống $\Lambda(\phi)$ được cho bởi phương trình (6.2-9) là xác suất có điều kiện trên biến ngẫu nhiên A và phải được lấy trung bình trên hai giá trị. Vì vậy

$$\begin{aligned} \bar{\Lambda}(\phi) &= \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda(\phi) p(A) dA \\ &= \frac{1}{2} \exp \left[\frac{2}{N_0} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) dt \right] + \frac{1}{2} \exp \left[-\frac{2}{N_0} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) dt \right] \\ &= \cosh \left[\frac{2}{N_0} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) dt \right] \end{aligned}$$

⇔ hàm Log-Likelihood là

$$\bar{\Lambda}_L(\phi) = \ln \cosh \left[\frac{2}{N_0} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) dt \right] \quad (6.2-44)$$

Nếu lấy vi phân hàm $\bar{\Lambda}(\phi)$ và cho đạo hàm bằng không, thì nhận được ước tính ML đối với ước tính không trực tiếp quyết định (Non-Decision-Directed). Đáng tiếc, quan hệ hàm trong phương trình (6.2-44) là **phi tuyến** ⇒ khó tìm được nghiệm chính xác. Mặt khác có thể lấy xấp xỉ được. Thực tế

$$\ln \cosh x = \begin{cases} \frac{1}{2} x^2 & (|x| \ll 1) \\ |x| & (|x| \gg 1) \end{cases} \quad (6.2-45)$$

bằng cách lấy xấp xỉ, lời giải cho ϕ trở nên dễ tìm.

Trong ví dụ này thực hiện lấy trung bình trên **hai** giá trị có thể có của ký hiệu tin. **Khi** các ký hiệu tin có M giá trị với M **lớn**, thì phép lấy trung bình làm cho các hàm của tham số **càng phi tuyến**. Khi này, có thể đơn giản hoá vấn đề bằng cách giả định các ký hiệu tin là các biến ngẫu nhiên liên tục. Chẳng hạn, giả định các ký hiệu phân bố Gauss trung bình không. Ví dụ dưới đây minh hoạ phép lấy xấp xỉ này và nhận được từ hàm Likelihood trung bình.

❖ Ví dụ 6.2-3

✓ Tín hiệu vào

Xét tín hiệu được cho trong ví dụ 6.2-2, nhưng giả thiết biên độ A là biến ngẫu nhiên phân bố Gauss trung bình không và phương sai bằng 1 ⇒ Vì vậy

$$p(A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-A^2/2}$$

✓ Hàm $\Lambda(\phi)$ và $\Lambda L(\phi)$ để ước tính pha

Nếu lấy trung bình hàm $\Lambda(\phi)$ trên hàm mật độ xác suất pdf được giả định của A, thì nhận được hàm $\bar{\Lambda}(\phi)$ ở dạng

$$\bar{\Lambda}(\phi) = C \exp \left\{ \left[\frac{2}{N_0} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) dt \right]^2 \right\} \quad (6.2-46)$$

⇒ tương ứng với hàm Log-Likelihood là

$$\bar{\Lambda}_L(\phi) = \left[\underbrace{\frac{2}{N_0} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) dt}_{\text{Cross Correlation of } r(t) \text{ with } s(t; \phi)} \right]^2 \quad (6.2-47)$$

Tìm ước tính ML của ϕ bằng cách lấy vi phân hàm $\bar{\Lambda}(\phi)$ và cho đạo hàm bằng không.

Đáng lưu ý rằng, hàm Log-Likelihood là hàm bậc hai trong điều kiện xét giả định được phân bố Gauss, như đã thấy phương trình (6.2-45) lấy xấp xỉ bậc hai khi **tương quan chéo giữa $r(t)$ & $s(t; \phi)$ nhỏ**. Nói cách khác, nếu tương quan chéo trên một khoảng thời gian là nhỏ,

thì giả định phân bố Gausơ cho các ký hiệu tin đạt được phép lấy xấp xỉ chính xác cho hàm Log-Likelihood.

Xét thấy, có thể lấy xấp xỉ phân bố Gausơ cho tất cả các ký hiệu trong khoảng thời gian quan sát $T_0 = KT$. Đặc biệt, khi giả thiết K ký hiệu tin độc lập thống kê và phân bố giống nhau. Bằng cách lấy trung bình hàm Likelihood $\Lambda(\phi)$ trên hàm mật độ xác suất pdf phân bố Gausơ đối với mỗi tập K ký hiệu trong khoảng thời gian quan sát $T_0 = KT \Rightarrow$ nhận được kết quả.

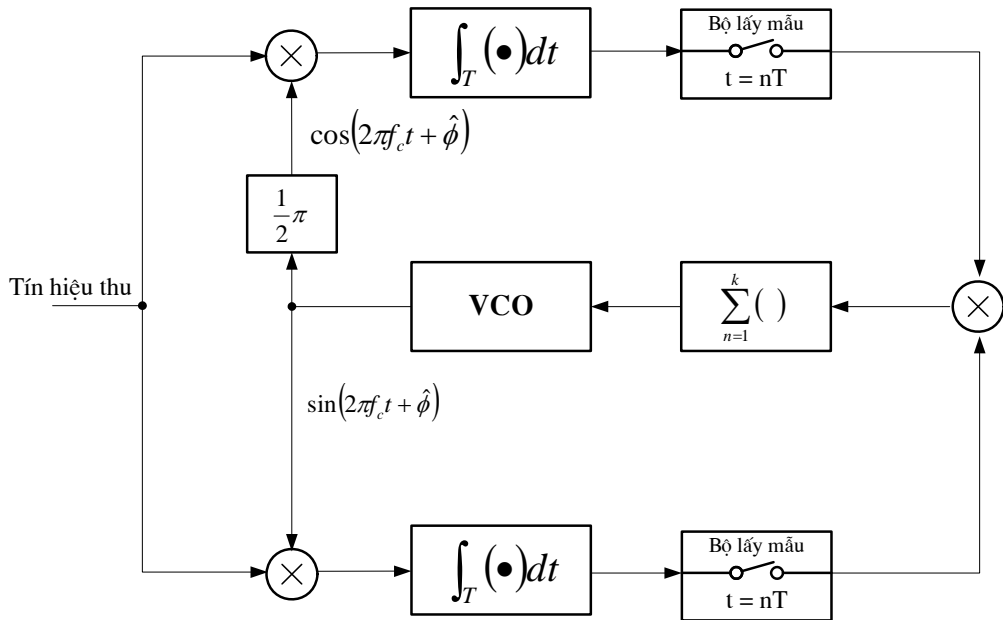
$$\bar{\Lambda}(\phi) = C \exp \left\{ \sum_{n=0}^{K-1} \left[\frac{2}{N_0} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) dt \right]^2 \right\} \quad (6.2-48)$$

Nếu lần lượt thực hiện: lấy logarith phương trình (6.2-48), lấy vi phân và cho đạo hàm bằng không \Rightarrow tìm được điều kiện ước tính pha là

$$\sum_{n=0}^{K-1} \int_{nT}^{(n+1)T} r(t) \cos(2\pi f_c t + \hat{\phi}) dt \int_{nT}^{(n+1)T} r(t) \sin(2\pi f_c t + \hat{\phi}) dt = 0 \quad (6.2-49)$$

✓ Xây dựng sơ đồ khối ước tính pha từ biểu thức ước tính pha

Phương trình thể hiện cấu hình vòng bám được minh họa ở hình 6.2-13. Vòng này giống với vòng Costas được đề cập dưới đây. Lưu ý rằng, do nhân hai tín hiệu từ các bộ tích phân làm mất dấu (\pm) chứa trong các ký hiệu tin. Bộ lấy tổng đóng vai trò bộ lọc vòng. Trong cấu hình vòng **đang bám**, thì bộ lấy tổng có thể được thực hiện bằng bộ lọc số của sổ trượt *sliding-window digital filter* **hay** bằng bộ lọc số thông thấp với việc lấy trọng số theo quy luật mũ của dữ liệu quá khứ.



Hình 6.2-13: Vòng khoá pha PLL không trực tiếp quyết định để ước tính pha sóng mang của các tín hiệu PAM hay BPSK

Tương tự, có thể tìm ước tính pha ML không trực tiếp quyết định cho các tín hiệu QAM và M-PSK. Điểm bắt đầu là lấy trung bình hàm Likelihood được cho bởi (6.2-9) trên các đặc tính thống kê của dữ liệu. Ở đây lại sử dụng xấp xỉ hoá phân bố Gausơ (phân bố Gausơ hai chiều

đối với các ký hiệu tin giá trị phức (*two-dimensional Gausser for complex-valued information symbols*) trong quá trình lấy trung bình hoá chuỗi tin.

❖ Vòng nhân pha

Squaring Loop

Vòng nhân pha là vòng không trực tiếp quyết định (*non-decision-directed loop* ⇔ *xét chuỗi tin là biến ngẫu nhiên*) được dùng phổ biến trong thực tế để khôi phục pha sóng mang từ tín hiệu sóng mang bị khử hai băng (*double-sideband suppressed carrier signals*) như tín hiệu PAM (hay BPSK).

✓ Biểu thức tín hiệu vào

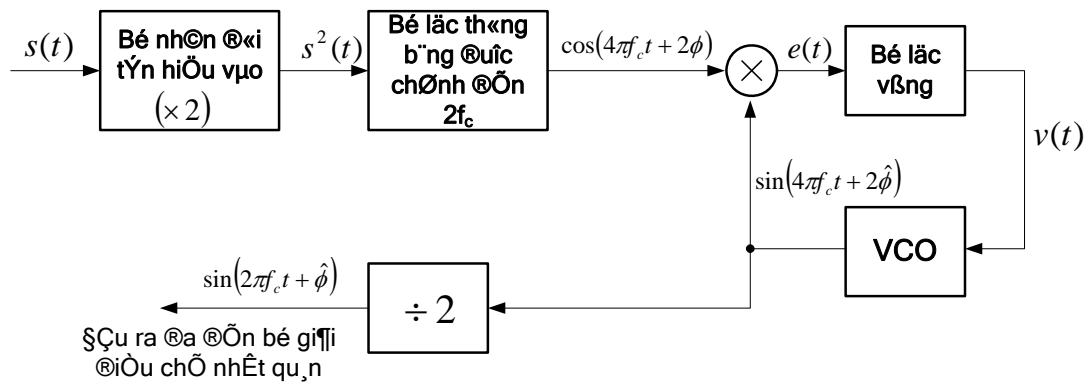
Để mô tả hoạt động của nó, ta xét ước tính pha sóng mang cho tín hiệu PAM điều chế số có dạng

$$s(t) = A(t) \cos(2\pi f_c t + \phi) \quad (6.2-50)$$

trong đó $A(t)$ mang thông tin số. Lưu ý rằng $E[s(t)] = E[A(t)] = 0$ khi các mức tín hiệu **đối xứng** qua không. **Vì vậy, giá trị trung bình của $s(t)$ không tạo ra bất kỳ thành phần tần số nhất quán pha nào tại bất kỳ tần số nào kể cả sóng mang** ⇒ cần phải tạo thành phần sóng mang.

✓ Tạo thành phần sóng mang không điều chế từ tín hiệu thu

Phương pháp tạo sóng mang từ tín hiệu thu là lấy bình phương tín hiệu tạo tần số $2f_c$, sau đó dùng để điều khiển PLL (PLL được điều chỉnh theo $2f_c$). Sơ đồ khối minh hoạ cho phương pháp này được cho ở hình 6.2-14.



Hình 6.2-14: Khôi phục sóng mang đồng bộ hai

Tín hiệu ra bộ lấy bình phương là

$$\begin{aligned} s^2(t) &= A^2(t) \cos^2(2\pi f_c t + \phi) \\ &= \frac{1}{2} A^2(t) + \frac{1}{2} A^2(t) \cos(4\pi f_c t + 2\phi) \end{aligned} \quad (6.2-51)$$

Vì điều chế là quá trình ngẫu nhiên dừng tuần hoàn (*cyclostationary stochastic process*) nên giá trị kỳ vọng của $s^2(t)$ là

$$E[s^2(t)] = \frac{1}{2} E[A^2(t)] + \frac{1}{2} E[A^2(t)] \cos(4\pi f_c t + 2\phi) \quad (6.2-52)$$

⇒ **Vì vậy tạo công suất tại tần số $2f_c$.**

Nếu tín hiệu ra bộ nhân pha cho qua bộ lọc **thông băng** được chỉnh theo thành phần tần số bội hai trong phương trình (6.2-51), thì giá trị trung bình tín hiệu ra bộ lọc là tín hiệu sin có tần số $2f_c$, pha 2ϕ và biên độ $\frac{1}{2}E[A^2(t)]H(2f_c)$ trong đó $H(2f_c)$ là độ lợi bộ lọc tại tần số $f=2f_c$. ⇒ Vì vậy, bộ lấy bình phương tín hiệu vào tạo ra thành phần tuần hoàn từ tín hiệu vào $s(t)$. Kết quả, do lấy bình phương tín hiệu $s(t)$ đã khử dấu tin (\pm) trong $A(t)$ ⇒ nhận được thành phần tần số nhất quán pha tại tần số bội hai. Thành phần tần số tại $2f_c$ được dùng để điều khiển PLL.

✓ **Ước tính phương sai lỗi pha**

Hoạt động lấy bình phương dẫn đến làm gia tăng tạp âm nghĩa là tăng mức công suất tạp âm tại đầu vào PLL và làm tăng phương sai lỗi. Chi tiết thêm hãy coi tín hiệu vào bộ lấy bình phương là $s(t) + n(t)$, trong đó $s(t)$ được cho bởi (6.2-50) và $n(t)$ thể hiện cho quá trình tạp âm Gauss cộng thông băng. Lấy bình phương tín hiệu $s(t) + n(t)$, nhận được

$$y(t) = s^2(t) + 2s(t)n(t) + n^2(t) \quad (6.2-53)$$

trong đó $s^2(t)$ là thành phần tín hiệu mong muốn và hai thành phần còn lại là tích của tín hiệu nhân với tạp âm và tạp âm nhân với tạp âm. Bằng cách tính hàm tự tương quan và mật độ phổ công suất của hai thành phần tạp âm này, cho thấy chúng đều có phổ công suất nằm trong băng tần được trung tâm tại $2f_c$. Nên, tín hiệu ra bộ lọc thông băng có băng thông B_{bp} được trung tâm tại $2f_c$ gồm thành phần tín hiệu sin mong muốn để điều khiển PLL và thành phần tạp.

Vì băng thông của vòng được thiết kế nhỏ hơn đáng kể so với băng thông B_{bp} của bộ lọc thông băng, nên toàn bộ phổ tạp âm tín hiệu vào PLL có thể được lấy xấp xỉ bằng hằng số trong độ rộng băng thông vòng. Nhờ việc lấy xấp xỉ cho phép biểu diễn đơn giản phương sai lỗi pha là

$$\sigma_\phi^2 = \frac{1}{\gamma_L S_L} \quad (6.2-54)$$

trong đó S_L được gọi là tổn thất nhân pha (*squaring loss*) và được cho bởi

$$S_L = \left(1 + \frac{B_{bp}/2B_{eq}}{\gamma_L} \right)^{-1} \quad (6.2-55)$$

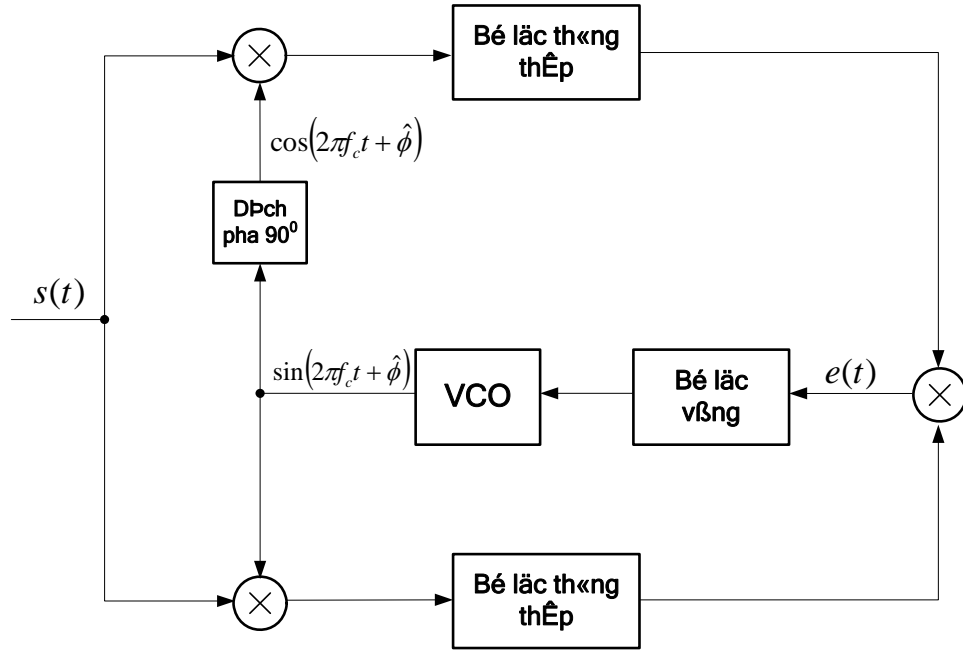
vì $S_L < 1$, nên $(S_L)^{-1}$ làm tăng phương sai lỗi pha do tạp âm cộng (các thành phần tạp âm \times tạp âm) từ bộ nhân pha. Ví dụ khi $\gamma_L = B_{bp}/2B_{eq} \Rightarrow$ tổn thất 3 dB.

Tín hiệu ra VCO được chỉ đôi tần số để tạo sóng mang được khoá pha cho giải điều chế. **Lưu ý rằng, sóng mang khôi phục này có sự không rõ ràng về pha là 180° tương ứng với pha tín hiệu thu. Vì lý do này mà dữ liệu cơ hai phải được mã hoá vì sai ở phía phát đồng thườn được giải mã vì sai ở phía thu**

❖ **Vòng Costas**

Costas Loop

Phương pháp khôi phục sóng mang khoá pha bằng vòng Costas cho tín hiệu sóng mang bị khử hai băng được cho ở hình 6.2-15.



Hình 6.2-15: Sơ đồ khối vñng Costas

Tín hiệu thu được nhân với $\cos(2\pi f_c t + \hat{\phi})$ và $\sin(2\pi f_c t + \hat{\phi})$ lấy từ đầu ra VCO. Hai tín hiệu tích này là

$$\begin{aligned}
 y_c(t) &= [s(t) + n(t)] \cos(2\pi f_c t + \hat{\phi}) \\
 &= \frac{1}{2} [A(t) + n_c(t)] \cos \Delta\phi + \frac{1}{2} n_s(t) \sin \Delta\phi \\
 &\quad + \text{các thành phần tần số bội hai} \\
 y_s(t) &= [s(t) + n(t)] \sin(2\pi f_c t + \hat{\phi}) \\
 &= \frac{1}{2} [A(t) + n_c(t)] \sin \Delta\phi - \frac{1}{2} n_s(t) \cos \Delta\phi \\
 &\quad + \text{các thành phần tần số bội hai}
 \end{aligned} \tag{6.2-56}$$

trong đó lỗi pha $\Delta\phi = \hat{\phi} - \phi$. Loại bỏ tần số bội hai bằng các bộ lọc thông thấp.

Tín hiệu lỗi được tạo ra bằng cách nhân hai tín hiệu ra của các bộ lọc thông thấp. Vì vậy ta có

$$\begin{aligned}
 e(t) &= \frac{1}{8} \left\{ [s(t) + n(t)]^2 - n_s^2(t) \right\} \cdot \sin(2\Delta\phi) \\
 &\quad - \frac{1}{4} n_s(t) [A(t) + n_c(t)] \cos(2\Delta\phi)
 \end{aligned} \tag{6.2-57}$$

Tín hiệu lỗi này được lọc bởi bộ lọc vòng, sau đó điều khiển VCO. Bạn đọc nên lưu ý đến điểm giống nhau của vòng Costas với PLL được cho ở hình 6.2-13.

Cần lưu ý tín hiệu lỗi trong bộ lọc vòng gồm thành phần tín hiệu mong muốn $A^2(t) \sin 2(\hat{\phi} - \phi)$ cộng với các thành phần (tín hiệu \times tạp âm) & (tạp âm \times tạp âm). Các thành phần này giống như hai thành phần tạp âm ở đầu vào PLL đối với phương pháp nhân pha. Thực tế, nếu bộ lọc vòng trong vòng Costas giống như bộ lọc vòng được dùng trong vòng nhân pha, thì hai vòng là tương đương. Trong trường hợp này, hàm mật độ xác suất lỗi pha và hiệu năng của hai vòng là như nhau.

Đáng lưu ý rằng, bộ lọc thông thấp tối ưu để khử các thành phần tần số bội hai trong vòng Costas là bộ lọc được thích hợp (*matched to*) với xung tín hiệu trong tín hiệu mang tin. Nếu dùng bộ lọc thích hợp làm bộ lọc thông thấp, thì tín hiệu ra của nó được lấy mẫu tại tốc độ bit và tại thời điểm cuối của khoảng thời gian tín hiệu, sau đó các mẫu tín hiệu rời rạc được dùng để điều khiển vòng. **Dùng bộ lọc thích hợp mang lại lợi ích ít tập âm hơn trong vòng.**

Cuối cùng, lưu ý rằng trong PLL nhân pha, tín hiệu ra VCO chứa sự không dứt khoát pha là 180° , vì thế cần phải mã hoá vì sai luồng dữ liệu đến trước khi điều chế sóng mang, và thực hiện giải mã vì sai ở phía thu.

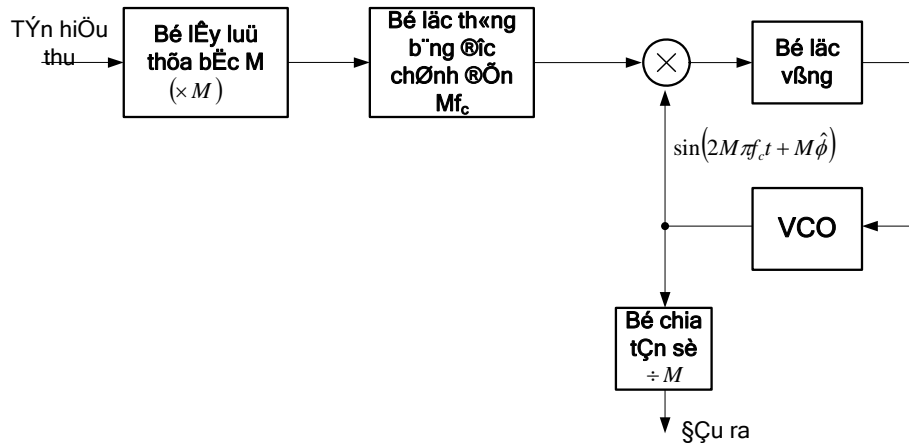
❖ Ước tính pha cho các tín hiệu nhiều pha

Carrier estimation for multiple phase signals

Khi thông tin số được truyền đi bằng cách điều chế M trạng thái pha sóng mang, thì có thể tổng quát hoá các phương pháp được đề cập ở trên để tạo ra sóng mang có pha phù hợp cho giải điều chế. Tín hiệu thu M trạng thái pha không chứa tạp âm cộng được biểu diễn:

$$s(t) = A \cos \left[2\pi f_c t + \phi + \frac{2\pi}{M}(m-1) \right], \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (6.2-58)$$

trong đó $\frac{2\pi(m-1)}{M}$ thể hiện cho thành phần mang tin của pha tín hiệu. Vấn đề trong quá trình khôi phục sóng mang là **khử thành phần mang tin để nhận được sóng mang không điều chế $\cos(2\pi f_c t + \phi)$** , có thể dùng phương pháp được minh hoạ ở hình 6.2-16, thể hiện tính tổng quát hoá của vòng nhân pha.



Hình 6.2-16: Khôi phục sóng mang bằng thuật toán nhân M lần tín hiệu thu vào để với tín hiệu thu M-PSK

Tín hiệu thu được cho qua bộ lấy mẫu thừa bậc M tạo ra nhiều hài của tần số sóng mang f_c . Sau đó dùng bộ lọc **thông băng** để chọn hài $\cos(2\pi M f_c t + M \phi)$ đưa đến điều khiển vòng khoá pha PLL. Thành phần

$$\frac{2\pi}{M}(m-1)M = 2\pi(m-1) \equiv 0 \pmod{2\pi}, \quad m = 1, 2, \dots, M$$

Vì vậy, loại được thông tin. Đầu ra VCO là $\sin(2\pi M f_c t + M\hat{\phi})$ được chia M, ta nhận được sóng mang khôi phục $\sin(2\pi f_c t + \hat{\phi})$, đồng thời cho nó qua bộ dịch pha 90° tạo sóng mang vuông pha $\cos(2\pi f_c t + \hat{\phi})$ các sóng mang này được đưa đến bộ giải điều chế. Tồn tại sự mập mờ về pha trong sóng mang khôi phục này là $360^\circ/M$, khắc phục bằng cách mã hoá vì sai luồng dữ liệu trước khi điều chế sóng mang ở phía phát, phải giải mã vì sai sau khi giải điều chế ở phía thu.

Như đã thấy ở vòng khoá pha PLL nhân pha, PLL bội M hoạt động trong trường hợp có tạp âm được nhấn mạnh bộ lấy lấy thừa bậc M kết quả được.

$$y(t) = [s(t) + n(t)]^M$$

Phương sai lỗi pha trong PLL do tạp âm cộng được biểu diễn ở dạng đơn giản

$$\sigma_{\hat{\phi}}^2 = \frac{S_{ML}^{-1}}{\gamma_L} \quad (6.2-59)$$

trong đó γ_L là SNR và $(S_{ML})^{-1}$ là tổn hao công suất do M pha. S_{ML} đã được Lindsey và Simon (1973) đối với $M=4$ & $M=8$.

Một giải pháp khác để khôi phục sóng mang trong tín hiệu M-PSK dựa trên sự tổng quát hoá vòng Costas. Phương pháp này yêu cầu phải nhân tín hiệu thu với M sóng mang được dịch pha có dạng.

$$\sin\left[2\pi f_c t + \hat{\phi} + \frac{\pi}{M}(k-1)\right], \quad k = 1, 2, \dots, M$$

lọc thông thấp cho mỗi tín hiệu tích, sau đó nhân các đầu ra của các bộ lọc thông thấp với nhau để tạo tín hiệu lỗi. Tín hiệu lỗi kích thích bộ lọc vòng, điều chỉnh và tạo ra tín hiệu điều khiển cho VCO. ***Giải pháp này thực hiện tương đối phức tạp nói chung không được dùng trong thực tế.***

❖ So sánh các vòng trực tiếp quyết định và không trực tiếp quyết định

comparision of decision-directed with non- decision-directed loops

Lưu ý rằng, vòng khoá pha hồi tiếp quyết định (*Decision-Feedback Phase-Locked Loop DFPLL* \Leftrightarrow *Decision-directed PLL*) chỉ khác với vòng Costas là $A(t)$ được tách ra để khử sự điều chế. Trong vòng Costas **mỗi** tín hiệu vuông pha đều được dùng để **tách** $A(t)$ bị nhiễu bởi tạp âm. Trong DFPLL, chỉ có một trong số các tín hiệu được dùng để **tách** $A(t)$ bị nhiễu bởi tạp âm.

Nói cách khác, vòng nhân pha giống với vòng Costas dưới dạng ảnh hưởng tạp âm lên ước tính pha $\hat{\phi}$. Vì vậy, DFPLL có hiệu năng tốt hơn so với vòng nhân pha và vòng Costas **với giả thiết** bộ giải điều chế đang làm việc tại tỉ số lỗi $< 10^{-2}$ trong đó lỗi quyết định có ảnh hưởng không đáng kể (bỏ qua) đối với ước tính pha $\hat{\phi}$.

Các tác giả Lindsey & Simon (1973) đã so sánh định lượng phương sai lỗi pha trong vòng Costas so với phương sai lỗi pha trong DFPLL, đã chỉ ra rằng phương sai lỗi pha của DFPLL là nhỏ hơn từ 4 đến 10 lần khi SNR trên bit lớn hơn 0 dB.

Các vòng trực tiếp quyết định (DFPLL)	Các vòng không trực tiếp quyết định	
	Vòng Costas	Vòng nhân
Chỉ có một trong số các tín hiệu được dùng để tách $A(t)$ bị nhiễu bởi tạp âm.	Mỗi tín hiệu vuông pha đều được dùng để tách $A(t)$ bị nhiễu bởi tạp âm.	
	Vòng nhân pha giống với vòng Costas dưới dạng ảnh hưởng tạp âm lên ước tính pha $\hat{\phi}$	
DFPLL có hiệu năng tốt hơn so với vòng nhân pha và vòng Costas <i>với giả thiết</i> bộ giải điều chế đang làm việc tại tỉ lệ lỗi $< 10^{-2}$ (trường hợp lỗi quyết định có ảnh hưởng không đáng kể (bỏ qua) đối với ước tính pha $\hat{\phi}$)		
Các tác giả Lindsey & Simon so sánh định lượng phương sai lỗi pha trong vòng Costas so với phương sai lỗi pha trong DFPLL đã chỉ ra rằng: Phương sai lỗi pha của DFPLL là nhỏ hơn từ 4 đến 10 lần khi SNR trên bit lớn hơn 0 dB.		

6.3. ƯỚC TÍNH ĐỊNH THỜI KÝ HIỆU

SYMBOL TIMING ESTIMATION

❖ Khái niệm và sự cần thiết phải khôi phục định thời

- ✓ **Sự cần thiết phải khôi phục định thời:** Để khôi phục thông tin trong các hệ thống truyền thông số cần phải định kỳ lấy mẫu tín hiệu ra bộ giải điều chế tại tốc độ ký hiệu (mỗi khoảng thời gian của một ký hiệu được lấy mẫu một lần) các thời điểm lấy mẫu chính xác $t_m = mT + \tau$, T là khoảng thời gian ký hiệu & τ là thời gian trễ chuẩn hóa (thời gian truyền lan tín hiệu từ máy phát đến máy thu). Máy thu *không những* phải biết tần số ($1/T$) tại đầu ra của các bộ lọc thích hợp hay bộ tương quan *mà còn* phải thực hiện lấy mẫu trong mỗi khoảng thời gian ký hiệu \Rightarrow Khôi phục định thời là một trong các chức năng quan trọng nhất phải được thực hiện ở máy thu trong các hệ thống truyền thông số đồng bộ.
- ✓ **Khái niệm:** Quá trình tách đồng hồ tại máy thu được gọi là khôi phục định thời (*timing recovery*) hay đồng bộ ký hiệu (*symbol synchronization*). Việc chọn thời điểm lấy mẫu trong khoảng thời gian ký hiệu T được gọi là pha định thời *timing phase*.

❖ Các phương pháp khôi phục định thời

- ✓ **Đồng bộ theo đồng hồ chủ (master clock):** Đồng hồ máy phát và máy thu được đồng bộ theo đồng hồ chủ, đồng hồ chủ cung cấp tín hiệu định thời rất chính xác. Khi này, máy thu phải ước tính và bù trễ truyền lan tương đối giữa các tín hiệu phát và thu. Trong các hệ thống vô tuyến làm việc tại băng tần rất thấp VLF (dưới 30 KHz), khi đó tín hiệu đồng hồ chính xác được truyền đi từ trạm vô tuyến chủ.
- ✓ **Phát đồng thời tín hiệu đồng hồ và tín hiệu mang tin:** Máy phát phát đồng thời cả tín hiệu đồng hồ và tín hiệu mang tin. Máy thu chỉ việc sử dụng *bộ lọc băng hẹp* được chỉnh đến tần số đồng hồ phát, sau đó tách tín hiệu đồng hồ ra để lấy mẫu. Giải pháp này có ưu điểm thực hiện đơn giản. Tuy nhiên có một số bất lợi là: *Tốn công suất* (do phải phân bổ một phần công suất phát để truyền tín hiệu đồng hồ). *Chiếm phổ* (do phải dành riêng băng thông để truyền tín hiệu đồng hồ).

- ✓ **Khôi phục đồng hồ sau giải điều chế:** Tín hiệu đồng hồ được tách ra từ tín hiệu dữ liệu thu, tồn tại nhiều giải pháp được dùng ở máy thu để tự đồng bộ. Dưới đây đề cập hai giải pháp trực tiếp quyết định và không trực tiếp quyết định.

6.3.1. Ước tính định thời theo phương pháp khả năng giống cực đại ML

Maximum-Likelihood Timing Estimation

Để tìm ước tính thời gian trễ τ theo phương pháp ML ta thực hiện như sau: trước hết xét cho tín hiệu PAM băng tần cơ sở (*Baseband*) sau đó tổng quát hoá cho các khuôn dạng tín hiệu điều chế sóng mang (*Passband*).

✓ *Xác định tín hiệu vào*

Nếu tín hiệu là dạng sóng PAM **băng tần cơ sở**, thì được biểu diễn

$$r(t) = s(t; \tau) + n(t) \quad (6.3-1)$$

trong đó

$$s(t; \tau) = \sum_n I_n g(t - nT - \tau) \quad (6.3-2)$$

✓ *Xác định hàm log-likelihood*

Để tìm hàm log-likelihood cần lưu ý rằng tương tự với ước tính pha theo phương pháp ML cần phân biệt các bộ ước tính định thời trực tiếp quyết định ***decision-directed timing estimators*** và các bộ ước tính định thời không trực tiếp quyết định ***Non-decision-directed timing estimators***.

Khi các ký hiệu tin từ đầu ra bộ giải điều chế được xem như ***chuỗi phát đã biết***. Trong trường hợp này hàm log-likelihood có dạng

$$\Lambda_L(\tau) = C_L \int_{T_0} r(t) s(t; \tau) dt \quad (6.3-3)$$

Nếu thế phương trình (6.3-2) vào (6.3-3) nhận được.

$$\begin{aligned} \Lambda_L(\tau) &= C_L \sum_n I_n \int_{T_0} r(t) g(t - nT - \tau) dt \\ &= C_L \sum_n I_n y_n(\tau) \end{aligned} \quad (6.3-4)$$

trong đó $y_n(\tau)$ được xác định

$$y_n(\tau) = \int_{T_0} r(t) g(t - nT - \tau) dt \quad (6.3-5)$$

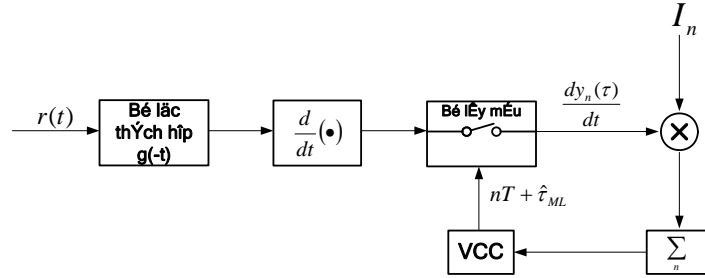
Điều kiện cần để $\hat{\tau}$ là ước tính của τ là

$$\begin{aligned} \frac{d\Lambda_L(\tau)}{d\tau} &= \sum_n I_n \frac{d}{d\tau} \int_{T_0} r(t) g(t - nT - \tau) dt \\ &= \sum_n I_n \frac{d}{d\tau} [y_n(\tau)] = 0 \end{aligned} \quad (6.3-6)$$

✓ *Xây dựng sơ đồ vòng bảm từ hàm log-likelihood*

Từ phương trình (6.3-6) gọi cho cách thực thi vòng bảm được cho ở hình 6.3-1. Cho thấy bộ lấy **tổng** trong vòng dùng làm bộ lọc vòng mà băng thông của nó được điều khiển bởi độ dài của cửa sổ trượt ***sliding window*** trong phép lấy tổng. Đầu ra bộ lọc vòng điều khiển

VCC (*Voltage-Controlled Clock*: đồng hồ điều khiển bằng điện áp) hoặc **VCO** đầu ra VCC điều khiển các thời điểm lấy mẫu tín hiệu vào của vòng. Vì chuỗi tin sau khi tách $\{I_n\}$ được dùng để ước tính τ , nên **ước tính thuộc loại trực tiếp quyết định**.



Hình 6.3-1: ước tính định thời theo phương pháp ML trực tiếp quyết định cho tín hiệu PAM băng tần cơ sở

✓ Tổng quát hoá cho các khuôn dạng tín hiệu điều chế sóng mang

Các kỹ thuật được đề cập trên để ước tính định thời tín hiệu PAM băng tần cơ sở có thể được mở rộng cho các khuôn dạng tín hiệu điều chế sóng mang như QAM và PSK bằng cách liên hệ với **dạng tín hiệu thông thấp tương đương**. Vì vậy ước tính định thời ký hiệu theo phương pháp ML đối với các tín hiệu sóng mang rất giống với trường hợp tín hiệu PAM băng tần cơ sở.

📖 Nhân xét:

- Các ký hiệu tin từ đầu ra bộ giải điều chế được xem như **chuỗi phát đã biết**. Nên hàm log-likelihood được cho bởi (6.3-3) và tín hiệu vào là tín hiệu PAM băng tần cơ sở **baseband**.
- Chuỗi tin sau khi được tách ra $\{I_n\}$ dùng để ước tính τ , nên **ước tính thuộc loại trực tiếp quyết định**.
- Chưa chi tiết hoá cho các tín hiệu thông băng **passband** mới chỉ đưa ra cách thực hiện.

6.3.2. Ước tính định thời không trực tiếp quyết định

Non-Decision-Directed Timing Estimation

❖ Tìm ước tính định thời không trực tiếp quyết định được thực hiện như sau

- Lấy trung bình tỉ lệ *Likelihood* $\Lambda(\tau)$ trên pdf của các ký hiệu tin, để tìm $\bar{\Lambda}(\tau)$
- Lấy vi phân hàm $\bar{\Lambda}(\tau)$ hoặc $\ln \bar{\Lambda}(\tau) = \bar{\Lambda}_L(\tau)$ để tìm điều kiện ước tính ML $\hat{\tau}_{ML}$.

❖ Xét tín hiệu PAM băng tần cơ sở

✓ Tín hiệu PAM băng tần cơ sở nhị phân \Leftrightarrow BPSK băng tần cơ sở

Trong trường hợp PAM (băng tần cơ sở) nhị phân trong đó $I_n = \pm 1$ đồng xác suất, trung bình trên dữ liệu được.

$$\bar{\Lambda}_L(\tau) = \sum_n \ln \cosh \underbrace{C y_n(\tau)}_{\Leftrightarrow x} \quad (6.3-7)$$

tương tự với trường hợp bộ ước tính pha, vì $\ln \cosh x \approx \frac{1}{2} x^2$ khi x nhỏ \Rightarrow khi $\underbrace{Cy_n(\tau)}_{\Leftrightarrow x}$ nhỏ cho phép lấy xấp xỉ

$$\bar{\Lambda}_L(\tau) \approx \frac{1}{2} C^2 \sum_n y_n^2(\tau) \quad (6.3-8)$$

thích hợp với các giá trị SNR nhỏ.

✓ Tín hiệu PAM bằng tần cơ sở nhiều mức

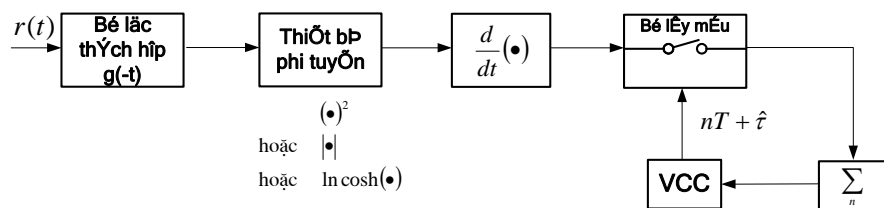
Đối với PAM nhiều mức, có thể lấy xấp xỉ các đặc tính thống kê của các ký hiệu tin $\{I_n\}$ bởi hàm mật độ xác suất pdf phân bố Gauss có trung bình bằng không và phương sai bằng 1. Khi lấy trung bình $\Lambda(\tau)$ trên pdf phân bố Gauss, thì logarit của hàm $\bar{\Lambda}(\tau)$ bằng $\bar{\Lambda}_L(\tau)$ được cho ở phương trình (6.3-8). Vì vậy, có thể nhận được ước tính không trực tiếp quyết định τ bằng cách lấy vi phân phương trình (6.3-8). Kết quả là lấy xấp xỉ với ước tính ML thời gian trễ. Đạo hàm phương trình (6.3-8) theo τ được

$$\frac{d}{d\tau} \sum_n y_n^2(\tau) = 2 \sum_n y_n(\tau) \frac{dy_n(\tau)}{d\tau} = 0 \quad (6.3-9)$$

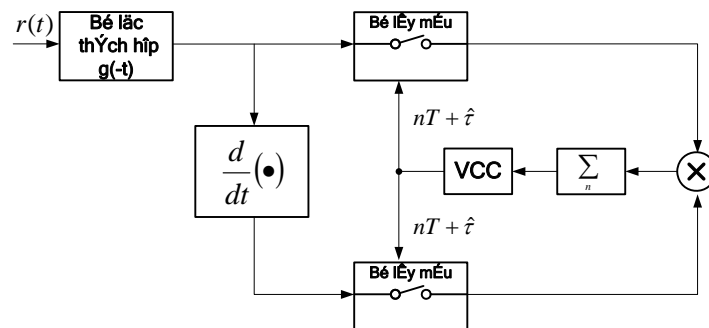
trong đó $y_n(\tau)$ được cho bởi phương trình (6.3-5).

❖ Xây dựng sơ đồ khối ước tính định thời ML theo kiểu không trực tiếp quyết định trên cơ sở các biểu thức toán tìm được

✓ Sơ đồ khối ước tính pha ML kiểu không trực tiếp quyết định đối với tín hiệu PAM nhị phân bằng tần cơ sở khi $Cy_n(\tau)$ lớn dựa vào đạo hàm hàm $\bar{\Lambda}_L(\tau)$ theo phương trình (6.3-7).



Hình 6.3-2: ước tính thời gian trễ theo kiểu không trực tiếp quyết định cho tín hiệu PAM bằng tần cơ sở nhị phân



Hình 6.3-3: ước tính thời gian trễ theo kiểu không trực tiếp quyết định cho tín hiệu PAM bằng tần cơ sở

- ✓ **Sơ đồ khối ước tính pha ML kiểu không trực tiếp quyết định cho tín hiệu PAM nhị phân băng tần cơ sở khí $C_{y_n}(\tau)$ nhỏ và PAM nhiều mức dựa vào đạo hàm phương trình (6.3-8) \Leftrightarrow (6.3-9) .**

📖 **Nhân xét:**

- Ước tính định thời ML theo kiểu không trực tiếp quyết định cho tín hiệu PAM hai mức khi $C_{y_n}(\tau)$ nhỏ và PAM nhiều mức cùng sử dụng chung phương trình (6.3-9). Khi $C_{y_n}(\tau)$ lớn thì ước tính pha ML theo kiểu không trực tiếp quyết định cho tín hiệu PAM hai mức băng tần cơ sở bằng cách đạo hàm phương trình (6.3-7).
- Cả hai sơ đồ đều dùng bộ lấy tổng thay cho bộ lọc vòng để điều khiển VCC. Lưu ý đến sự tương đồng của vòng định thời trong hình 6.3-3 với vòng Costas trong ước tính pha.
- Cả hai sơ đồ đều xét cho trường hợp vòng bám.

❖ **Bộ đồng bộ ký hiệu mở cổng sớm - muộn**

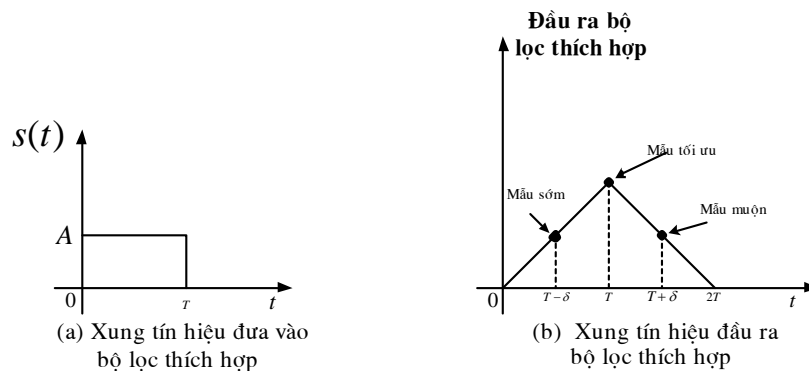
(Early-Late Gate Synchronizer)

- ✓ **Cơ sở xây dựng bộ đồng bộ ký hiệu mở cổng sớm-muộn**

Đồng bộ ký hiệu mở cổng sớm-muộn thuộc loại ước tính định thời không trực tiếp quyết định (chứng minh được cho phần sau) **khai thác các thuộc tính đối xứng của tín hiệu** tại đầu ra bộ tương quan hay bộ lọc thích hợp.

- ✓ **Xây dựng sơ đồ khối và nguyên tắc hoạt động**

Để mô tả phương pháp này xét mối quan hệ tín hiệu vào ra bộ tương quan (hay bộ lọc thích hợp) được cho ở hình 6.3-4 trong đó tín hiệu vào là xung chữ nhật $s(t)$, $0 \leq t \leq T$ (hình 6.3-4a) tín hiệu ra bộ tương quan đối với xung $s(t)$ (hình 6.3-4b). Thấy rõ, tín hiệu ra bộ tương quan đạt giá trị cực đại tại thời điểm $t = T \Rightarrow$ vì vậy, tín hiệu ra bộ lọc thích hợp là hàm tự tương quan của xung $s(t)$. Tất nhiên, nó cũng đúng cho dạng xung tùy ý \Rightarrow thời điểm lấy mẫu tối ưu đối với tín hiệu ra bộ tương quan là $t = T \Leftrightarrow$ nghĩa là, tại giá trị lớn nhất của hàm tự tương quan.

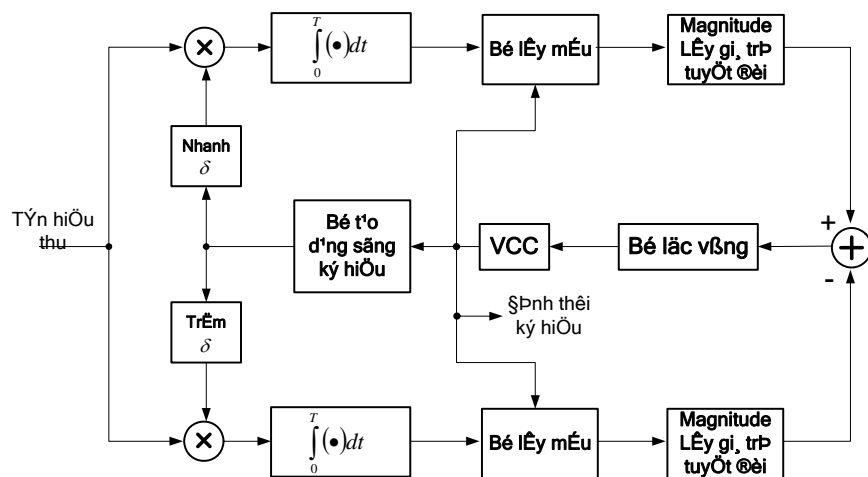


Hình 6.3-4: Mối quan hệ tín hiệu vào ra bộ lọc thích hợp

(hay bộ tương quan)

Thay vì lấy mẫu tín hiệu tại giá trị đỉnh, giả sử ta lấy mẫu sớm hơn tại $t = T - \delta$ và muộn hơn tại $t = T + \delta$. Các giá trị tuyệt đối của các mẫu sớm $|y[m(T - \delta)]|$ và mẫu muộn $|y[m(T + \delta)]|$ sẽ nhỏ hơn các mẫu giá trị đỉnh $|y[m(T)]|$. Vì hàm tự tương quan là hàm chẵn đối với thời điểm lấy mẫu tối ưu $t = T$, nên các giá trị tuyệt đối của hàm tự tương quan tại

$t=T-\delta$ và $t=T+\delta$ là bằng nhau \Rightarrow khi này thời điểm lấy mẫu thích hợp nhất là điểm giữa của hai thời điểm $t=T-\delta$ và $t=T+\delta \Rightarrow$ cho phép xây dựng bộ đồng bộ ký hiệu mở cổng sớm muộn (*Early-Late Gate Symbol Synchronizer*) được minh họa hình 6.3-5. Trong hình này, các bộ tương quan được dùng thay cho các bộ lọc thích hợp. Hai bộ tương quan đều thực hiện lấy tích phân trong khoảng thời gian ký hiệu T , nhưng một bộ bắt đầu lấy tích phân sớm δ giây so với thời điểm lấy mẫu tối ưu và bộ tương quan kia bắt đầu lấy tích phân chậm hơn δ giây so với thời điểm lấy mẫu tối ưu. Tín hiệu lỗi được tạo ra bằng cách lấy hiệu hai giá trị tuyệt đối của hai đầu ra bộ tương quan. Để làm mịn tạp âm gây nhiễu các mẫu tín hiệu, tín hiệu lỗi được cho qua bộ lọc thông thấp. Nếu định thời lệch khỏi thời điểm lấy mẫu tối ưu, thì tín hiệu lỗi trung bình tại đầu ra bộ lọc thông thấp khác không, và tín hiệu đồng hồ khôi phục hoặc bị muộn hoặc bị sớm, phụ thuộc vào dấu của lỗi. Vì vậy tín hiệu lỗi sau khi được làm mịn được dùng để điều khiển VCC, đầu ra VCC là đồng hồ dùng để lấy mẫu. Đầu ra VCC cũng dùng làm tín hiệu đồng hồ cho bộ tạo dạng sóng ký hiệu để tạo dạng xung cơ bản cho bộ lọc phát. Xung ra bộ tạo dạng sóng ký hiệu này được làm trệch và sớm sau đó được cấp cho hai bộ tương quan như được thấy ở hình 6.3-5. Lưu ý rằng, nếu các xung tín hiệu là các xung chữ nhật, thì không cần đến bộ tạo xung tín hiệu trong vòng bám.




Hình 6.3-5: Sơ đồ khối bộ đồng bộ mở cổng sớm muộn

Nhận xét: Thấy rõ bộ đồng bộ mở cổng sớm-muộn về cơ bản là một hệ thống điều khiển vòng kín có băng thông tương đối hẹp so với tốc độ ký hiệu $1/T$. Băng thông của vòng xác định chất lượng ước tính định thời.

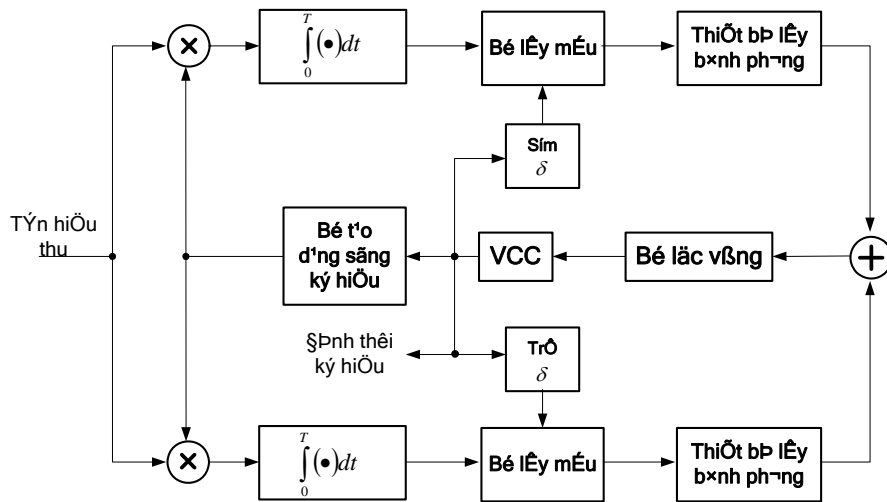
- Nếu trễ truyền lan kênh không đổi và bộ dao động đồng hồ phát không trôi theo thời gian (*drifting with time*) hoặc trôi rất chậm theo thời gian, thì dùng vòng băng hẹp để dễ lấy trung bình trên tạp âm cộng \Rightarrow cải thiện chất lượng thời điểm lấy mẫu được.
- Nếu trễ truyền lan kênh thay đổi theo thời gian và/hoặc đồng hồ phát cũng trôi theo thời gian, thì cần phải tăng băng thông của vòng để tạo sự bám nhanh (đáp ứng nhanh) về sự thay đổi thời gian trong định thời ký hiệu.
- Trong chế độ bám, hai bộ tương quan bị ảnh hưởng bởi các ký hiệu lân cận. Tuy nhiên, nếu chuỗi ký hiệu tin có trung bình không như PAM hoặc một số khuôn dạng điều chế tín hiệu khác, thì ảnh hưởng của các ký hiệu lân cận đến đầu ra các bộ tương quan được lấy trung bình về không trong bộ lọc thông thấp.

Một giải pháp có phần dễ thực thi hơn cho bộ đồng bộ cổng sớm muộn được cho ở hình 6.3-6. Khi này, tín hiệu đồng hồ từ đầu ra VCC được nhanh và trậm đi 0 giây và các tín hiệu đồng hồ này được dùng để lấy mẫu các đầu ra của hai bộ tương quan.

 **Chứng minh:** Bộ đồng bộ ký hiệu mở cổng sớm-muộn thuộc loại ước tính định thời không trực tiếp quyết định.

Bộ đồng bộ cổng sớm muộn được đề cập ở trên là bộ ước tính định thời ký hiệu không trực tiếp quyết định sao cho gần đúng với bộ ước tính ML. Sự khẳng định này được chứng minh bằng cách xấp xỉ hoá đạo hàm của hàm log-likelihood bằng **sai phân** hữu hạn nghĩa là.

$$\frac{d}{d\tau} \bar{\Lambda}_L(\tau) \approx \frac{\bar{\Lambda}_L(\tau + \delta) - \bar{\Lambda}_L(\tau - \delta)}{2\delta} \quad (6.3-10)$$



Hình 6.3-6: Sơ đồ khai thác luồn phía n - bề rộng bề căng sim uốn

Nếu thay $\bar{\Lambda}_L(\tau)$ từ phương trình (6.3-8) vào phương trình (6.3-10), nhận được gần đúng đối với đạo hàm là

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \bar{\Lambda}_L(\tau) &= \frac{C^2}{4\delta} \sum [y_n^2(\tau + \delta) - y_n^2(\tau - \delta)] \\ &\approx \frac{C^2}{4\delta} \sum_n \left\{ \left[\int_{T_0} r(t) g(t - nT - \tau - \delta) dt \right]^2 - \left[\int_{T_0} r(t) g(t - nT - \tau + \delta) dt \right]^2 \right\} \quad (6.3-11) \end{aligned}$$

Nhưng biểu thức trong phương trình (6.3-11) về cơ bản mô tả các hàm được thực hiện bởi bộ đồng bộ cổng sớm muộn được minh họa ở hình 6.3-5 và 6.3-6.

6.4. ƯỚC TÍNH ĐỒNG THỜI PHA SÓNG MANG VÀ ĐỊNH THỜI KÝ HIỆU

Việc ước tính pha sóng mang và định thời ký hiệu có thể được thực hiện một cách riêng biệt như đề cập ở trên hoặc đồng thời với nhau. ước tính ML đồng thời của hai hay nhiều tham số cho ta các ước tính sao cho kết quả chính xác hơn so với ước tính riêng biệt. Nói cách khác, phương sai của các tham số tín hiệu nhận được từ việc tối ưu hoá đồng thời là nhỏ hơn hoặc bằng phương sai của các ước tính tham số nhận được từ việc tối ưu hoá hàm Likelihood riêng biệt

Xét ước tính đồng thời pha sóng mang và định thời ký hiệu. Hàm log-Likelihood đối với hai tham số này có thể được biểu diễn dưới dạng các tín hiệu thông thấp tương đương.

$$\Lambda_L(\phi, \tau) = \text{Re} \left[\frac{1}{N_0} \int_{T_0} r(t) s_l^*(t; \phi, \tau) dt \right] \quad (6.4-1)$$

trong đó $s_l(t; \phi, \tau)$ là tín hiệu thông thấp tương đương có dạng.

$$s_l(t; \phi, \tau) = e^{-j\phi} \left[\sum_n I_n g(t - nT - \tau) + j \sum_n J_n w(t - nT - \tau) \right] \quad (6.4-2)$$

trong đó $\{I_n\}$ và $\{J_n\}$ là hai chuỗi tín.

Lưu ý rằng, với PAM ta có thể đặt $J_n = 0$ với mọi n , và chuỗi $\{I_n\}$ là giá trị thực. Đối với QAM và PSK ta đặt $J_n = 0$ với mọi n , và chuỗi $\{I_n\}$ là giá trị phức. Đối với OQPSK, thì cả hai chuỗi $\{I_n\}$ và $\{J_n\}$ đều khác không và $w(t) = g(t - \frac{1}{2}T)$.

Đối với ước tính ML quyết định trực tiếp của ϕ và τ , thì hàm log-Likelihood trở thành.

$$\Lambda_L(\phi, \tau) = \text{Re} \left\{ \frac{e^{-j\phi}}{N_0} \sum_n [I_n^* y_n(\tau) + j J_n^* x_n(\tau)] \right\} \quad (6.4-3)$$

trong đó

$$\begin{aligned} y_n(\tau) &= \int_{T_0} r(t) g^*(t - nT - \tau) dt \\ x_n(\tau) &= \int_{T_0} r(t) w^*(t - nT - \tau) dt \end{aligned} \quad (6.4-4)$$

Điều kiện cần để các ước tính cho ϕ & τ là các ước tính ML là

$$\frac{\partial \Lambda_L(\phi, \tau)}{\partial \phi} = 0, \quad \frac{\partial \Lambda_L(\phi, \tau)}{\partial \tau} = 0 \quad (6.4-5)$$

Để tiện ta định nghĩa

$$A(\tau) + jB(\tau) = \frac{1}{N_0} \sum_n [I_n^* y_n(\tau) + j J_n^* x_n(\tau)] \quad (6.4-6)$$

theo đó phương trình (6.4-3) có thể được biểu diễn dưới dạng đơn giản.

$$\Lambda_L(\phi, \tau) = A(\tau) \cos \phi - B(\tau) \sin \phi \quad (6.4-7)$$

\Rightarrow các điều kiện trong (6.4-5) cho các ước tính ML đồng thời trở thành.

$$\frac{\partial \Lambda(\phi, \tau)}{\partial \phi} = -A(\tau) \sin \phi - B(\tau) \cos \phi = 0 \quad (6.4-8)$$

$$\frac{\partial \Lambda(\phi, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial A(\tau)}{\partial \tau} \cos \phi - \frac{\partial B(\tau)}{\partial \tau} \sin \phi = 0 \quad (6.4-9)$$

từ (6.4-8) ta được

$$\hat{\phi}_{ML} = -\tan^{-1} \left[\frac{B(\hat{\tau}_{ML})}{A(\hat{\tau}_{ML})} \right] \quad (6.4-10)$$

thay vào phương trình 6.4-9 mà kết hợp với (6.4-10) là

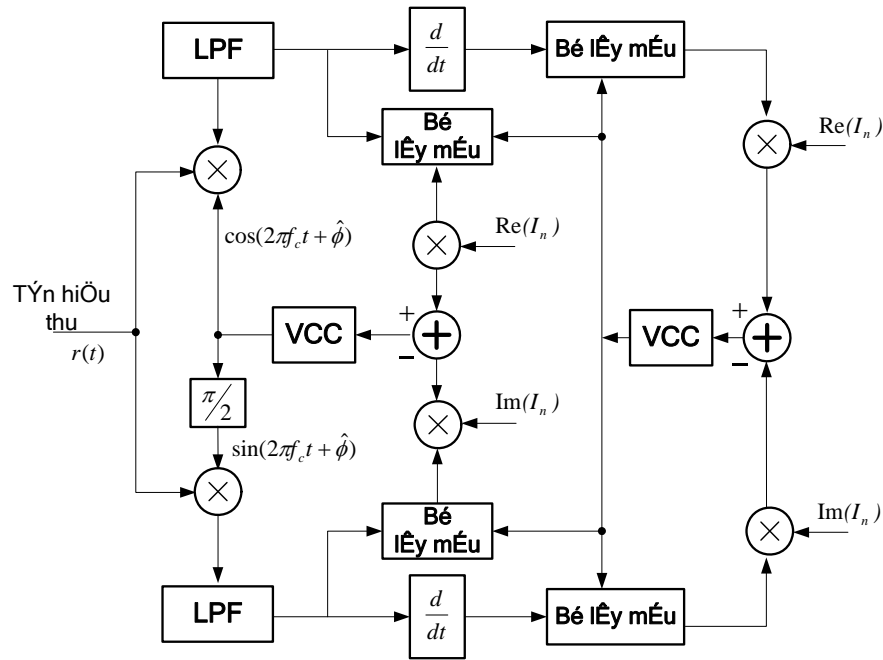
$$\left[A(\tau) \frac{\partial A(\tau)}{\partial \tau} + B(\tau) \frac{\partial B(\tau)}{\partial \tau} \right]_{\tau=\hat{\tau}_{ML}} = 0 \quad (6.4-11)$$

Vòng bám trực tiếp quyết định đối với QAM (hay PSK) nhận được từ các phương trình này được minh họa ở hình 6.4-1.

OQPSK cần có cấu trúc phức tạp hơn để ước tính đồng thời của ϕ và τ . Cấu trúc đề dăng nhận được từ các phương trình (6.4-6) đến (6.4-11).

Ngoài các ước tính đồng thời được đề cập ở trên, cũng có thể tìm được các ước tính không trực tiếp quyết định cho định thời ký hiệu và pha sóng mang, mặc dù không khảo sát ở đây.

Ta cũng nên đề cập đến việc kết hợp vấn đề ước tính tham số với việc giải điều chế chuỗi tín $\{I_n\}$. Vì vậy, khi đó đề cập đến ước tính ML đồng thời của $\{I_n\}$, pha sóng mang ϕ và tham số định thời ký hiệu τ . Các kết quả về các vấn đề ước tính đồng thời này đã được công bố xuất bản trong các tài liệu kỹ thuật chẳng hạn Kobayshi (1971)..



Hình 6.4-1: Vòng bám liên hợp trực tiếp tối ưu quyết định đối với pha sóng mang và định thời ký hiệu trong QAM & PSK

6.5. CÁC ĐẶC TÍNH HIỆU NĂNG CỦA CÁC BỘ ƯỚC TÍNH ML

Performance characteristics of ML Estimators

Chất lượng ước tính tham số tín hiệu thường được đánh giá ở dạng phương sai và độ chệch của nó. Để xác định các thành phần này, giả sử có chuỗi quan sát $[x_1 x_2 x_3 \dots x_n] = \mathbf{x}$, có pdf $p(\mathbf{x}/\phi)$, từ đó có thể tách ước tính tham số ϕ . Độ chệch ước tính của $\hat{\phi}(x)$ được xác định là

$$\text{Độ lệch} = E[\hat{\phi}(x)] - \phi \quad (6.5-1)$$

trong đó ϕ là giá trị của tham số chính xác (true). Khi $E[\hat{\phi}(x)] = \phi$, ta nói rằng ước tính không bị chệch unbiased. Phương sai của ước tính $\hat{\phi}(x)$ được xác định là

$$\sigma_{\hat{\phi}}^2 = E \left\{ \left[\hat{\phi}(x) \right]^2 \right\} - \left\{ E \left[\hat{\phi}(x) \right] \right\}^2 \quad (6.5-2)$$

Ở dạng tổng quát, khó tính được $\sigma_{\hat{\phi}}^2$. Tuy nhiên, kết quả ước tính tham số chính xác là giới hạn dưới Cramer-Rao về sai số trung bình bình phương được xác định là

$$E \left\{ \left[\hat{\phi}(x) - \phi \right]^2 \right\} \geq \frac{\left\{ \frac{\partial}{\partial \phi} E \left[\hat{\phi}(x) \right] \right\}^2}{E \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial \phi} \ln p(x | \phi) \right]^2 \right\}} \quad (6.5-3)$$

Lưu ý rằng, khi ước tính không bị chệch, thì tử số của phương trình (6.5-3) là bằng 1 và biên trở thành giới hạn dưới phương sai $\sigma_{\hat{\phi}}^2$ ước tính $\hat{\phi}(x)$ nghĩa là.

$$\sigma_{\hat{\phi}}^2 \geq \frac{1}{E \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial \phi} \ln p(x | \phi) \right]^2 \right\}} \quad (6.5-4)$$

Vì $\ln [p(X | \phi)]$ khác với hàm log-likelihood bởi hằng số độc lập với ϕ , theo đó

$$\begin{aligned} E \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial \phi} \ln p(x | \phi) \right]^2 \right\} &= E \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial \phi} \ln \Lambda(\phi) \right]^2 \right\} \\ &= -E \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \ln \Lambda(\phi) \right\} \end{aligned} \quad (6.5-5)$$

Vì vậy, giới hạn dưới về phương sai là

$$\sigma_{\hat{\phi}}^2 \geq \frac{1}{E \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial \phi} \ln \Lambda(\phi) \right]^2 \right\}} = \frac{-1}{E \left[\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \ln \Lambda(\phi) \right]} \quad (6.5-6)$$

Giới hạn dưới này là một kết quả rất hữu hiệu. Cho ta điểm chuẩn (benchmark) để so sánh phương sai ước tính thực tế nào đó với giới hạn dưới. Một ước tính nào đó không chệch và phương sai của nó tiến đến giới hạn dưới được gọi là ước tính hiệu quả *efficient estimate*.

Nói chung, hiếm có các ước tính hiệu quả. Khi chúng tồn tại, thì chúng là các ước tính ML. Về lý thuyết kết quả ước tính chính xác thì bất kỳ ước tính tham số ML đều tiệm cận (số lần quan sát lớn tùy ý) không chệch và hiệu quả. Đối với phạm vi rộng, các thuộc tính mong muốn này thiết lập các thuộc tính quan trọng của ước tính tham số ML. Nó cho thấy rằng ước tính ML được phân bố tiệm cận đến phân bố Gausơ (có trung bình ϕ và phương sai bằng giới hạn dưới được cho bởi phương trình 6.5-6).

Các ước tính ML được đề cập ở đây cho hai tham số tín hiệu, thì phương sai của chúng nói chung tỉ lệ nghịch với SNR hay tỉ lệ nghịch với công suất tín hiệu nhân với khoảng thời gian quan sát T_0 . Hơn nữa, phương sai các ước tính trực tiếp quyết định đối với ϕ và τ tiến đến giới hạn dưới. Ví dụ dưới đây đề cập ước lượng giới hạn dưới Cramer-Rao cho ước tính ML pha sóng mang.

Ví dụ 6.5-1: Ước tính ML pha sóng mang không điều chế được cho ở phương trình (6.2-11) thoả mãn điều kiện

$$\int_{T_0} r(t) \sin(2\pi f_c t + \hat{\phi}_{ML}) dt = 0 \quad (6.5-7)$$

trong đó

$$\begin{aligned} r(t) &= s(t; \phi) + n(t) \\ &= A \cos(2\pi f_c t + \phi) + n(t) \end{aligned} \quad (6.5-8)$$

điều kiện trong phương trình (6.5-7) được suy ra bằng cách cực đại hoá hàm log-likelihood

$$\Lambda_L(\phi) = \frac{2}{N_0} \int_{T_0} r(t) s(t; \phi) dt \quad (6.5-9)$$

phương sai của $\hat{\phi}_{ML}$ được giới hạn dưới là

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{\phi}_{ML}}^2 &\geq \left\{ \frac{2A}{N_0} \int_{T_0} E[r(t)] \cos(2\pi f_c t + \phi) dt \right\}^{-1} \\ &\geq \left\{ \frac{A^2}{N_0} \int_{T_0} dt \right\}^{-1} = \frac{N_0}{A^2 T_0} \\ &\geq \frac{N_0/2T_0}{\frac{1}{2} A^2} = \frac{N_0 B_{eq}}{\frac{1}{2} A^2} \end{aligned} \quad (6.5-10)$$

Hệ số $1/(2T_0)$ là băng thông tập âm tương đương một phía của bộ tích phân lý tưởng. $A^2/2$ là công suất trong tín hiệu sin và $N_0 B_{eq}$ là toàn bộ công suất tập âm.

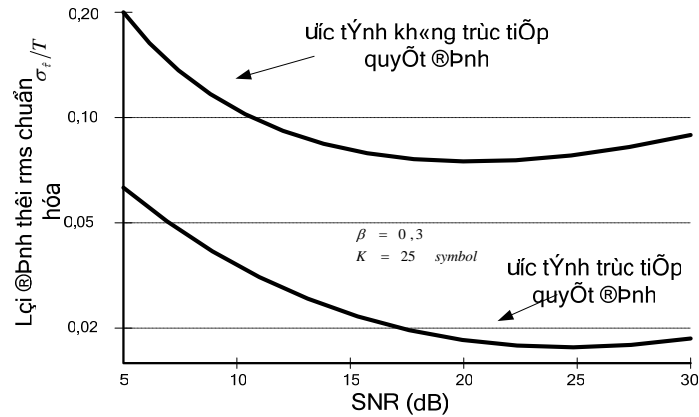
Từ ví dụ này, ta thấy rằng phương sai của ước tính ML pha được giới hạn dưới là

$$\sigma_{\hat{\phi}_{ML}}^2 \geq \frac{1}{\gamma_L} \quad (6.5-11)$$

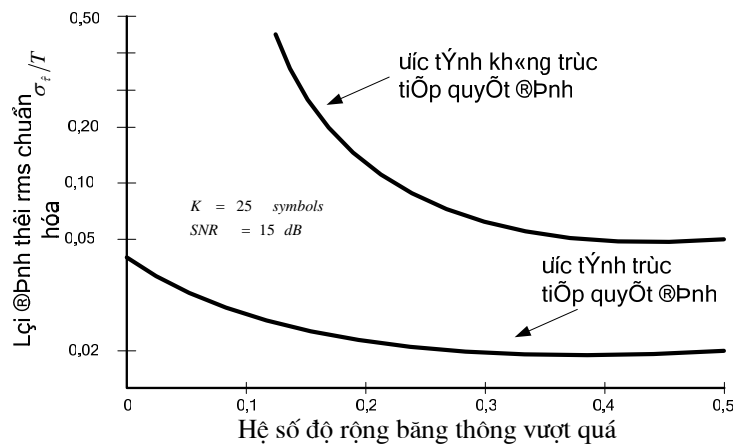
trong đó γ_L là SNR của vòng. Đây cũng là phương sai nhận được đối ước tính pha từ PLL với ước tính trực tiếp quyết định. Như đã thấy, các ước tính không trực tiếp quyết định không thể thực hiện tốt được do tổn thất trong tính phi tuyến (do việc khử sự điều chế) chẳng hạn tổn thất do lấy bình phương tín hiệu hay tổn thất do lấy lũy thừa bậc M.

Có thể nhận được các kết quả tương tự trên phương diện chất lượng ước tính định thời ký hiệu phân trên. Ngoài sự phụ thuộc của chúng vào SNR, chất lượng ước tính định thời ký hiệu là hàm của dạng xung tín hiệu. Ví dụ: dạng xung được dùng phổ biến trong thực tế là xung mà phổ của nó có dạng hàm cosine tăng. Với xung như vậy, thì lỗi định thời trung bình quân phương **rms** $\sigma_{\hat{\tau}}$ là hàm SNR được minh hoạ hình 6.5-1 cho cả hai kiểu ước tính trực tiếp quyết định và không trực tiếp quyết định. Lưu ý rằng sự cải thiện đáng kể về hiệu năng của phương pháp ước tính trực tiếp quyết định so với phương pháp ước tính không trực tiếp quyết định. Nếu băng thông của xung bị thay đổi, thì dạng xung bị thay đổi và vì vậy giá trị trung bình quân phương **rms** của lỗi định thời cũng thay đổi. Ví dụ: khi băng thông của xung có phổ dạng cosine tăng bị thay đổi, thì lỗi định thời rms thay đổi như được thấy trong hình 6.5-2. Lưu ý rằng lỗi giảm khi băng thông của xung tăng lên.

KẾT LUẬN: Ta đã nghiên cứu phương pháp ML để ước tính tham số tín hiệu và đã áp dụng để ước tính pha sóng mang và định thời ký hiệu. Ta cũng đã đề cập đến các đặc tính hiệu năng của chúng.



Hình 6.5-1: Hiệu năng ước tính tần số ký hiệu bằng tần số sóng mang với các băng thông vượt quá



Hình 6.5-2: Hiệu năng ước tính tần số ký hiệu bằng tần số sóng mang với băng thông vượt quá

BÀI TẬP: ĐỒNG BỘ SÓNG MANG

Carrier Synchronization

Khôi phục sóng mang gồm: Bộ dao động nội dùng vòng khoá pha PLL để thực hiện đồng bộ sóng mang sao cho pha sóng mang khôi phục được điều khiển để nằm trong trạng thái đồng bộ với tín hiệu sóng mang. Vòng khoá pha là một hệ thống điều khiển hồi tiếp phi tuyến (**Nonlinear Feedback - Control System**) điều khiển pha bộ dao động nội thu.

Để đơn giản, ta chỉ xét hệ thống điều chế BPSK. Vòng khoá pha PLL được điều khiển bởi tín hiệu sin tại tần số sóng mang (hoặc bội số của nó). Để có được tín hiệu sin điều khiển vòng khoá pha PLL, thì tín hiệu điều chế hai băng DSB.

$$u(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t - \phi(t)) \quad (\text{PL1.1})$$

Trong đó $m(t) = \pm 1$ lấy bình phương $u(t)$ ta được

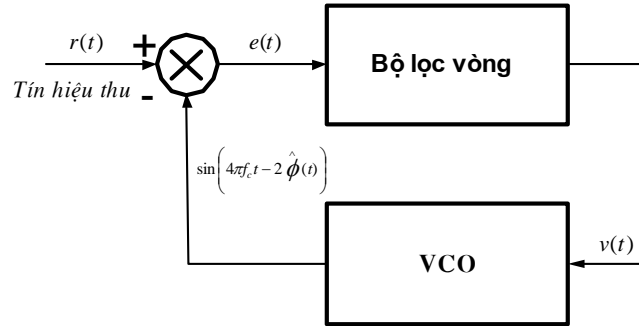
$$\begin{aligned}
u^2(t) &= A_c^2 m^2(t) \cos^2(2\pi f_c t - \phi(t)) \\
&= \frac{A_c^2}{2} m^2(t) + \frac{A_c^2}{2} m^2(t) \cos(4\pi f_c t - 2\phi(t)) \\
&= \frac{A_c^2}{2} + \frac{A_c^2}{2} \cos(4\pi f_c t - 2\phi(t))
\end{aligned} \tag{PL1.2}$$

Thấy rõ tín hiệu này có thành phần tần số $2f_c$. Lý do không khảo sát trực tiếp $u(t)$ vì thường quá trình $m(t)$ là quá trình ngẫu nhiên có trung bình không (± 1 đồng xác suất) \Rightarrow vì vậy không có công suất của $u(t)$ tại f_c . Nếu cho tín hiệu $u^2(t)$ qua bộ lọc thông băng được điều chỉnh đến $2f_c$, thì đầu ra bộ lọc sẽ là tín hiệu sin có tần số trung tâm $2f_c$, pha $-2\phi(t)$ và biên độ $\frac{1}{2} A_c^2 H(2f_c)$. Bỏ qua suy hao, giả thiết biên độ bằng 1, nghĩa là tín hiệu đầu vào vòng khoá pha PLL là.

$$r(t) = \cos(4\pi f_c t - 2\phi(t)) \tag{PL1.3}$$

Vòng khoá pha gồm bộ nhân, bộ lọc vòng, bộ dao động điều khiển bằng điện áp VCO được cho ở hình PL1. Nếu giả thiết đầu ra của VCO là $\sin(4\pi f_c t - 2\hat{\phi}(t))$ thì tại đầu vào bộ lọc vòng ta có.

$$\begin{aligned}
e(t) &= \cos[4\pi f_c t - 2\phi(t)] \times \sin[4\pi f_c t - 2\hat{\phi}(t)] \\
&= \frac{1}{2} \sin[2\phi(t) - 2\hat{\phi}(t)] + \frac{1}{2} \sin[8\pi f_c t - 2\phi(t) - 2\hat{\phi}(t)]
\end{aligned} \tag{PL1.4}$$



Hình PL1: Vòng khoá pha PLL

Lưu ý rằng, $e(t)$ chứa thành phần tần số thấp và tần số cao. Bộ lọc vòng sẽ khử thành phần tần số cao và đảm bảo $\hat{\phi}(t)$ bám theo sự thay đổi của $\phi(t)$. Bộ lọc vòng đơn giản là bộ lọc thông thấp bậc 1 có hàm truyền đạt.

$$G(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s} \tag{PL1.5}$$

Trong đó $\tau_2 \gg \tau_1$. Nếu ký hiệu đầu vào VCO là $v(t)$, thì đầu ra VCO sẽ là sin mà độ lệch tần tức thì của nó so với $2f_c$ tỉ lệ với $v(t)$. Nhưng tần số tức thời đầu ra VCO là.

$$2f_c + \frac{1}{\pi} \frac{d}{dt} \hat{\phi}(t)$$

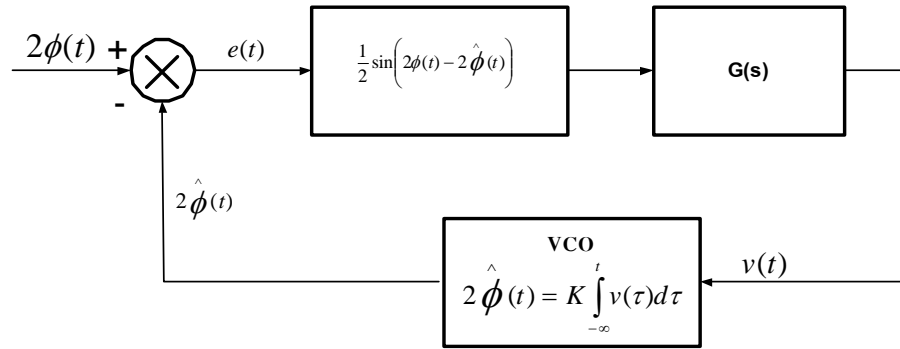
vì vậy

$$\frac{d}{dt} \hat{\phi}(t) = \frac{K}{2} v(t) \quad (\text{PL1.6})$$

hoặc tương đương.

$$2\hat{\phi}(t) = K \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (\text{PL1.7})$$

trong đó K là hằng số tỉ lệ. Sau khi khử các hài bậc 2 và bậc 4, vòng khoá pha PLL quy về hình PL2.

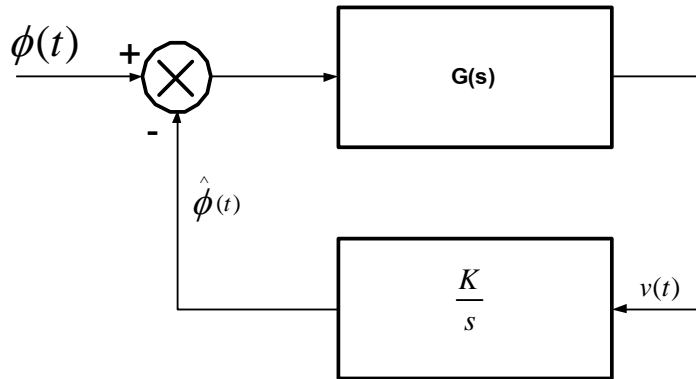


Hình PL2: Vòng khoá pha PLL sau khi khử các thành phần tần số cao

Giả sử $\hat{\phi}(t)$ bám theo $\phi(t)$, thì lệch pha $2\phi(t) - 2\hat{\phi}(t)$ là rất nhỏ \Rightarrow có thể xấp xỉ hoá thành.

$$\frac{1}{2} \sin[2\phi(t) - 2\hat{\phi}(t)] \approx \phi(t) - \hat{\phi}(t) \quad (\text{PL1.8})$$

Bằng cách xấp xỉ hoá này, thành phần **phi tuyến** ở hình PL2 được thay bởi thành phần **tuyến tính**, kết quả ta được mô hình vòng khoá pha **PLL tuyến tính** được cho ở hình PL3. Lưu ý rằng, mô hình này được biểu diễn trong miền Laplace s , bộ tích phân được thay bằng $1/s$.



Hình PL3: Mô hình tuyến tính hoá cho Vòng khoá pha PLL

Mô hình được cho ở hình PL3 là **hệ thống điều khiển tuyến tính** có hệ số khuếch đại thuận là $G(s)$ và hệ số khuếch đại hồi tiếp là $K/s \Rightarrow$ vì vậy hàm truyền đạt của hệ thống được cho bởi.

$$H(s) = \frac{\hat{\Phi}(s)}{\Phi(s)} = \frac{K \frac{G(s)}{s}}{1 + K \frac{G(s)}{s}} \quad (\text{PL1.9})$$

với mô hình bậc 1 đối với $G(s)$ được giả thiết ở trên là

$$G(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s} \quad (\text{PL1.10})$$

thì hàm truyền đạt $H(s)$ được cho như sau.

$$H(s) = \frac{\hat{\Phi}(s)}{\Phi(s)} = \frac{K \frac{G(s)}{s}}{1 + K \frac{G(s)}{s}} = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \left(\tau_1 + \frac{1}{K} \right) s + \frac{\tau_2}{K} s^2} \quad (\text{PL1.11})$$

Nếu đầu vào vòng khoá pha PLL là $\Phi(s)$ thì **lỗi** sẽ là.

$$\begin{aligned} \Delta\Phi(s) &= \Phi(s) - \hat{\Phi}(s) \\ &= \Phi(s) - \Phi(s)H(s) \\ &= [1 - H(s)]\Phi(s) \\ &= \frac{(1 + \tau_2 s)s}{K + (1 + K\tau_1)s + \tau_2 s^2} \Phi(s) \end{aligned} \quad (\text{PL1.12})$$

\Rightarrow Giả thiết tại thời điểm nào đó $\phi(t) \approx \hat{\phi}(t)$ sao cho $\Delta\phi(t) \approx 0$. Tại thời điểm này, một số thay đổi đột biến gây ra sự **nhảy** trong $\phi(t)$ để có thể được mô hình hoá như là bước (step), nghĩa là $\Phi(s) = K_1/s$. Với thay đổi này, ta có

$$\begin{aligned} \Delta\Phi(s) &= \frac{(1 + \tau_2 s)s}{K + (1 + K\tau_1)s + \tau_2 s^2} \times \frac{K_1}{s} \\ &= \frac{K_1(1 + \tau_2 s)}{K + (1 + K\tau_1)s + \tau_2 s^2} \end{aligned} \quad (\text{PL1.13})$$

Bằng cách dùng định lý biến đổi Laplace

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \quad (\text{PL1.14})$$

chỉ cần tất cả các điểm cực của $sF(s)$ có các phần thực âm, thì kết luận được

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta\phi(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s\Phi(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_1(1 + \tau_2 s)}{K + (1 + K\tau_1)s + \tau_2 s^2} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{PL1.15})$$

Nói cách khác, bộ lọc vòng bậc 1 làm cho vòng khoá pha PLL có thể bám các bước nhảy trong pha đầu vào.

Hàm truyền đạt (PL1.11) có thể được viết lại dưới dạng chuẩn hoá

$$H(s) = \frac{\left(2\zeta\omega_n - \frac{\omega_n^2}{K}\right)s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (\text{PL1.16})$$

ở đây: $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{\tau_2}}$

$$\zeta = \frac{\omega_n(\tau_1 + 1/K)}{2}$$

trong đó ω_n là tần số tự nhiên và ζ là hệ số tắt dần (**damping factor**: hệ số suy giảm, hệ số giảm sóc)

Minh họa: [Vòng khoá pha PLL bậc 1]

Giả sử, cho

$$G(s) = \frac{1 + 0,01s}{1 + s}$$

và $K=1$, xác định và vẽ đáp ứng của PLL đối với sự thay đổi đột biến bằng 1 đối với pha đầu vào.

Giải:

Ở đây $\tau_1 = 0,01$ và $\tau_2 = 1$, vì vậy $\omega_n = 1$, $\zeta = 0,505$

Kết quả nhận được

$$H(s) = \frac{0,01s + 1}{s^2 + 1,01s + 1}$$

\Rightarrow Đáp ứng với $\phi(t) = u(t)$, nghĩa là $\Phi(s) = 1/s$ được cho bởi.

$$\hat{\Phi}(s) = \frac{0,01s + 1}{s^3 + 1,01s^2 + s + 1}$$

Để xác định và vẽ được đáp ứng theo gian $\hat{\phi}(t)$ đối với đầu vào là xung đơn vị $u(t)$, phải xác định đầu ra hệ thống có hàm truyền đạt $H(s)$ đối với đầu vào $u(t)$. Thực hiện một cách đơn giản nhất bằng cách dùng các **kỹ thuật không gian trạng thái**. Dùng hàm Matlab **tf2ss.m**, nhận được mô hình không gian trạng thái hệ thống được mô tả bởi hàm truyền đạt của nó. Sau khi tìm được cách biểu diễn không gian trạng thái hệ thống đó, tìm được đáp ứng từng bước một.

Hàm **tf2ss.m** thực hiện lấy tử và mẫu số của hàm truyền đạt $H(s)$ và trả lại các giá trị A, B, C, D , biểu diễn không gian trạng thái của nó dưới dạng.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

Sự biểu diễn này có thể được xấp xỉ bởi

$$\begin{cases} x(t + \Delta t) = x(t) + Ax(t)\Delta t + Bu(t)\Delta t \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

Hoặc tương đương với.

$$\begin{cases} x(i + 1) = x(i) + Ax(i)\Delta t + Bu(i)\Delta t \\ y(i) = Cx(i) + Du(i) \end{cases}$$

Trong bài toán này, nó phù hợp với việc chọn $u(t)$ là hàm bước nhảy (step function) và các véc tơ tử số & mẫu số của $H(s)$ là $[0,01 \ 1]$ và $[1 \ 1,01 \ 1]$ tương ứng. Với cách chọn các véc tơ tử số và mẫu số này, thì các tham số không gian trạng thái của hệ thống sẽ là.

$$A = \begin{bmatrix} -1,01 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0,01 \ 1], \quad D = 0$$

Vẽ đầu ra của PLL được cho ở hình PL4 (kết quả chạy chương trình Matlab).

Như được thấy ở hình PL4, đầu ra của PLL cuối cùng bám theo đầu vào, tuy nhiên tốc độ bám của nó phụ thuộc vào các tham số của bộ lọc vòng và tham số K, các hằng số tỉ lệ VCO.

Chương trình Matlab:
Chương trình chính

```
function [K] = CS79
num = [0.01 1];
den = [1 1.01 1];
[a,b,c,d] = tf2ss(num,den);
dt = 0.01;
u=ones(1,2000);
x=zeros(2,2001);
for i=1:2000
    x(:,i+1)=x(:,i)+dt.*a*x(:,i)+dt.*b*u(i);
    y(i)=c*x(:,i);
end
t=[0:dt:20];
plot(t(1:2000),y);
title('Đáp ứng của PLL theo sự thay đổi tức thì về pha','FontName','.VnTime','color','b','FontSize',12);
xlabel('Trục thời gian t','FontName','.VnTime','color','b','FontSize',12);
ylabel('Đáp ứng ra y','FontName','.VnTime','color','b','FontSize',12);
grid on;
```

Chương trình con

```
function [a,b,c,d] = tf2ss(num, den)
%TF2SS Transfer function to state-space conversion.
% [A,B,C,D] = TF2SS(NUM,DEN) calculates the state-space
% representation:
% .
% x = Ax + Bu
% y = Cx + Du
%
% of the system:
% NUM(s)
% H(s) = -----
% DEN(s)
%
% from a single input. Vector DEN must contain the coefficients of
% the denominator in descending powers of s. Matrix NUM must
% contain the numerator coefficients with as many rows as there are
% outputs y. The A,B,C,D matrices are returned in controller
% canonical form. This calculation also works for discrete systems.
%
```

```

% For discrete-time transfer functions, it is highly recommended to
% make the length of the numerator and denominator equal to ensure
% correct results. You can do this using the function EQTFLENGTH in
% the Signal Processing Toolbox. However, this function only handles
% single-input single-output systems.
%
% See also TF2ZP, SS2TF, ZP2SS, ZP2TF.

% J.N. Little 3-24-85
% Copyright 1984-2000 The MathWorks, Inc.
% $Revision: 1.20 $ $Date: 2000/01/31 04:12:11 $
% Latest revision 4-29-89 JNL, 7-29-96 PG

[mnum,nnum] = size(num);
[mden,n] = size(den);
% Check for null systems
if (n == 0 & nnum == 0), a=[]; b=[]; c=[]; d=[]; return, end

if min(mden,n)>1,
    % Error out if DEN is an array
    error('Denominator must be a row vector. ');
elseif mden>1,
    % Transpose DEN when a column vector
    den = den.';
end

% Strip leading zeros from denominator
inz = find(den ~= 0);
den = den(inz(1):end);
[mden,n] = size(den);

% Check for proper numerator
if nnum > n
    % Try to strip leading zeros to make proper
    if (all(all(num(:,1:(nnum-n)) == 0)))
        num = num(:,(nnum-n+1):nnum);
        [mnum,nnum] = size(num);
    else
        error(['Order of denominator must be greater than or equal to ',...
            'order of numerator.']);
    end
end

% Pad numerator with leading zeros, to make it have the same number of
% columns as the denominator, and normalize it to den(1)
num = [zeros(mnum,n-nnum) num]./den(1);

% Do the D-matrix first
if length(num)
    d = num(:,1);
else
    d = [];
end

% Handle special constant case:
if n == 1
    a = [];
    b = [];
    c = [];
    return
end

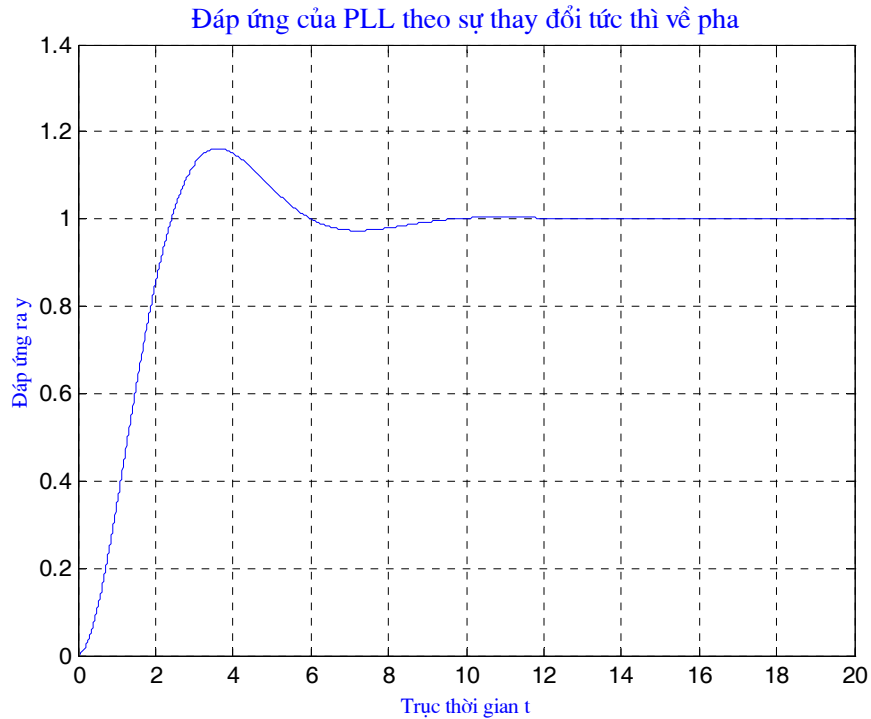
% Now do the rest, starting by normalizing den to den(1),
den = den(2:n) ./ den(1);

```

```

a = [-den; eye(n-2,n-1)];
b = eye(n-1,1);
if mnum > 0
    c = num(:,2:n) - num(:,1) * den;
else
    c = [];
end

```



Hình PL4: Đáp ứng của PLL đối với sự thay đổi tức thì về pha.

BÀI TẬP: ĐỒNG BỘ ĐỒNG HỒ

Clock Synchronization

Máy thu tối ưu dùng các bộ lọc thích hợp và các bộ lấy mẫu tại đầu ra các bộ lọc thích hợp để quyết định tín hiệu thu. Trong mọi trường hợp thường giả thiết, máy thu hoàn toàn biết trước thời điểm lấy mẫu và thực hiện lấy mẫu chính xác tại thời điểm đó. Các hệ thống mà đạt được sự đồng bộ giữa máy thu và máy phát được gọi là khôi phục định thời, đồng bộ đồng hồ hay đồng bộ ký hiệu.

Việc thực hiện đơn giản về đồng bộ đồng hồ dùng cổng sớm muộn “**Early-Late Gate**”. Hoạt động của cổng sớm muộn này dựa trên cơ sở hệ thống truyền thông PAM, đầu ra của bộ lọc thích hợp là hàm tự tương quan của tín hiệu xung cơ bản được dùng trong hệ thống PAM đó (có thể bị dịch thời). Hàm tự tương quan được cực đại hoá tại thời điểm lấy mẫu tối ưu (giá trị hàm tự tương quan lớn nhất tại thời điểm lấy mẫu tối ưu) và có tính đối xứng (đối xứng qua giá trị cực đại). Nghĩa là, khi không có tạp âm, thì đầu ra của bộ lấy mẫu tại các thời điểm lấy mẫu $T^+ = T + \delta$ và $T^- = T - \delta$ có giá trị bằng nhau, nghĩa là.

$$y(T^+) = y(T^-) \quad (7.6.17)$$

Khi này, thấy rõ thời điểm lấy mẫu tối ưu $t=T$ là thời điểm giữa của hai thời điểm lấy mẫu sớm và muộn, tức là

$$T = \frac{T^+ + T^-}{2} \quad (7.6.18)$$

Giả sử, không lấy mẫu tại thời điểm lấy mẫu tối ưu $t=T$ nhưng lấy mẫu tại thời điểm T_I nào đó. Nếu lấy hai mẫu tại $T^+ = T_I + \delta$ và $T^- = T_I - \delta$, thì các mẫu này không đối xứng đối nhau qua thời điểm lấy mẫu tối ưu $t=T \Rightarrow$ vì vậy chúng không bằng nhau.

Hàm tự tương quan điển hình đối với các xung đến âm và dương và ba mẫu được cho ở hình PL2.1.

ở đây

$$\begin{aligned} T^- &= T - \delta_1 \\ T^+ &= T + \delta_2 \end{aligned}$$

trong đó.

$$\delta_1 < \delta_2 \quad (7.6.19)$$

và từ hình vẽ cho thấy

$$|y(T^-)| > |y(T^+)| \quad (7.6.20)$$

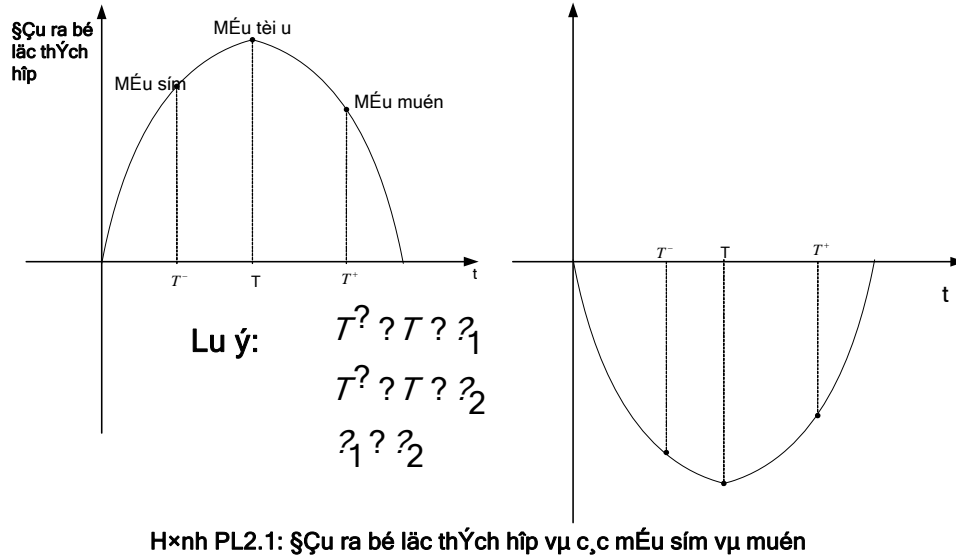
Trong trường hợp này.

$$T < T_I = \frac{T^+ + T^-}{2} \quad (7.6.21).$$

Kết luận: Dựa vào tính chất đối xứng tín hiệu ra của bộ tương quan (lọc thích hợp) ta có:

- ✓ *Khi $|y(T^-)| > |y(T^+)|$, thì thời điểm lấy mẫu chính xác là thời điểm lấy mẫu sớm hơn thời điểm lấy mẫu được giả định \Rightarrow lấy mẫu nên được thực hiện sớm hơn.*
- ✓ *Khi $|y(T^-)| < |y(T^+)|$, thì thời điểm lấy mẫu chính xác là thời điểm lấy mẫu muộn hơn thời điểm lấy mẫu được giả định \Rightarrow thời điểm lấy mẫu nên được trễ đi.*
- ✓ *Khi $|y(T^-)| = |y(T^+)|$, thì thời điểm lấy mẫu là chính xác \Rightarrow không cần hiệu chỉnh.*

Vì vậy: Nguyên tắc hoạt động hệ thống đồng bộ định thời **mở cổng sớm-muộn**: Thực hiện lấy ba mẫu tín hiệu ra của bộ tương quan tại các thời điểm T_I , $T^- = T_I - \delta$ và $T^+ = T_I + \delta$, sau đó so sánh giá trị $|y(T^-)|$ và $|y(T^+)|$, tùy thuộc vào các giá trị tương đối của chúng, tạo ra tín hiệu điều khiển để hiệu chuẩn thời điểm lấy mẫu.



Minh họa: Đồng bộ đồng hồ

Hệ thống truyền thông PAM cơ hai sử dụng dạng sóng Cosine tăng có hệ số dốc (Roll-off) là 0,4. Tốc độ truyền dẫn hệ thống là 4800bit/s. Viết chương trình Matlab mô phỏng hoạt động **mở cổng sóng-muón** cho hệ thống này.

Giải:

Vì tốc độ truyền dẫn là 4800bit/s nên.

$$T = \frac{1}{R_b} = \frac{1}{4800}$$

Với hệ số Roll-off $\alpha = 0,4$ khai triển sóng Cosine tăng trở thành.

$$\begin{aligned} x(t) &= \text{SinC}(4800t) \frac{\text{Cos}(4800 \times 0,4 \times \pi \times t)}{1 - 4 \times 0,16 \times 4800^2 \times t^2} \\ &= \text{SinC}(4800t) \frac{\text{Cos}(1920\pi)}{1 - 1,4746 \times 10^7 \times t^2} \end{aligned}$$

Rõ ràng tín hiệu này được mở rộng từ $-\infty$ đến $+\infty$ được cho ở hình 6 (kết quả chạy chương trình). Từ hình vẽ ta thấy rằng, với \forall mục đích thực tế là đủ để ta xét trong khoảng $|t| \leq 0,6 \times 10^{-3}$, một cách xấp xỉ $[-3T, 3T]$. Việc xử lý cắt xén (truncating) xung cosine tăng này trong khoảng này và tính hàm tự tương quan mang lại kết quả dạng sóng được cho ở hình 7 (kết quả chạy chương trình).

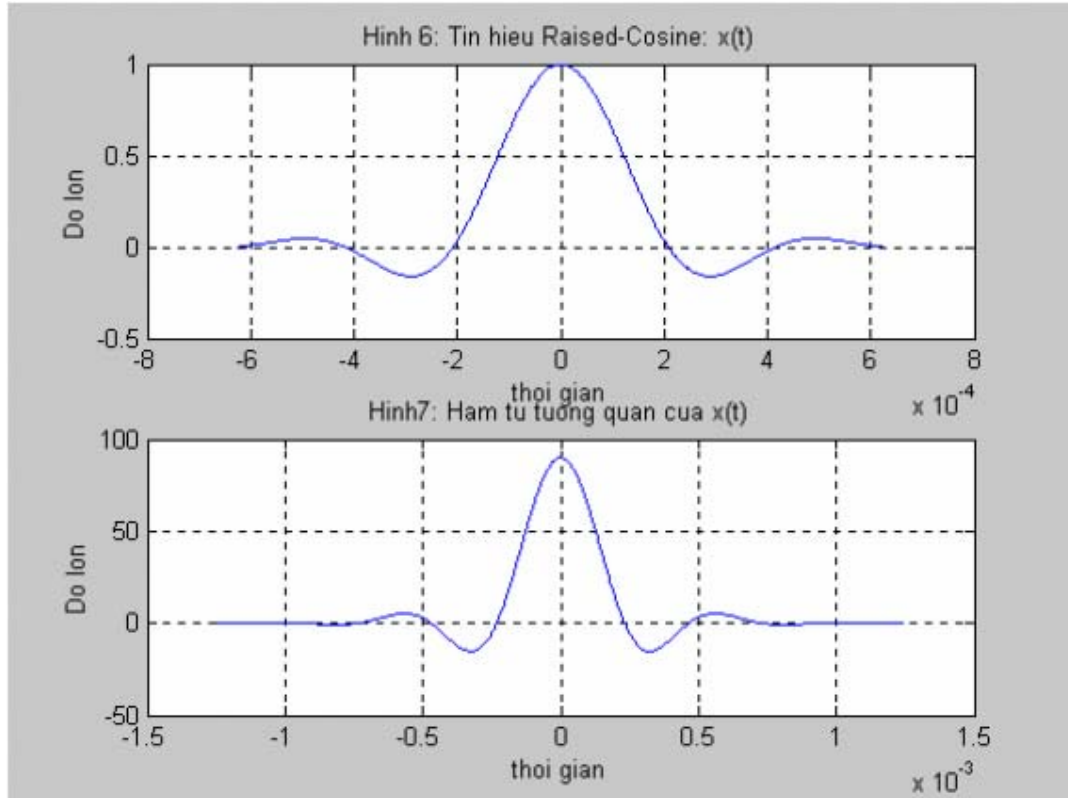
Chương trình Matlab được viết để tính và vẽ hàm tự tương quan và dạng sóng cosine tăng được thực hiện dưới đây (dạng tổng quát). đối với ví dụ cụ thể ta truyền tham biến cho hàm cụ thể.

Độ dài của hàm tự tương quan là: 1201 giá trị cực đại (tức là: thời điểm lấy mẫu tối ưu) xuất hiện ở tại thành phần thứ 600.

Hãy kiểm tra cho hai trường hợp:

- + Khi thời điểm lấy mẫu không đúng tại: 700.
- + Khi thời điểm lấy mẫu không đúng tại: 500.

Trong cả hai trường hợp thì cổng "sớm muộn" thực hiện hiệu chỉnh thời điểm lấy mẫu về thời điểm lấy mẫu tối ưu 600.



CHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT ĐƯỢC VIẾT TRÊN MATLAB:

function [K] = CS710

echo on;

% Nhập các tham số cho trường hợp 1 và véc tơ hoá các giá trị biến

alpha=0.4;

T=1/4800;

*t=[-3*T:1.001*T/100:3*T];*

x=sinc(t./T).(cos(pi*alpha*t./T)./(1-4*alpha^2*t.^2/T^2));*

pause; *ấn phím bất kỳ để vẽ hàm x(t).*

subplot(2,1,2);

plot(t,x);

title('Tín hiệu Raised-Cosine: x(t)');

xlabel('thời gian');

ylabel('Do lớn');

grid on;

y=xcorr(x);

*ty=[t-3*T,t(2:length(t))+3*T];*

pause; *ấn phím bất kỳ để vẽ hàm tự tương quan của x(t).*

subplot(2,1,2);

plot(ty,y);

title('Hàm tự tương quan của x(t)');

xlabel('thời gian');

ylabel('Do lớn');

grid on;

d=60; Sớm và trễ pha ⇔ sớm muộn

ec=0.01; Độ chính xác

e=1; Kích thước của bước

n=700; Thời điểm lấy mẫu sai.

```
while abs(abs(y(n+d))-abs(y(n-d))) >= ee
    if abs(y(n+d))-abs(y(n-d)) > 0
        n=n+e;
    elseif abs(y(n+d))-abs(y(n-d)) < 0
        n=n-e;
    end
    echo off;
end
echo on;
pause;  ấn phím bất kỳ để xem thời điểm lấy mẫu đúng
n
n=500;  Thời điểm lấy mẫu sai khác
while abs(abs(y(n+d))-abs(y(n-d))) >= ee
    if abs(y(n+d))-abs(y(n-d)) > 0
        n=n+e;
    elseif abs(y(n+d))-abs(y(n-d)) < 0
        n=n-e;
    end
    echo off;
end
echo on;
```