

Chương 13

MÔ HÌNH HÓA VÀ MÔ PHỎNG HỆ THỐNG THAY ĐỔI THEO THỜI GIAN

13.1 Mở đầu

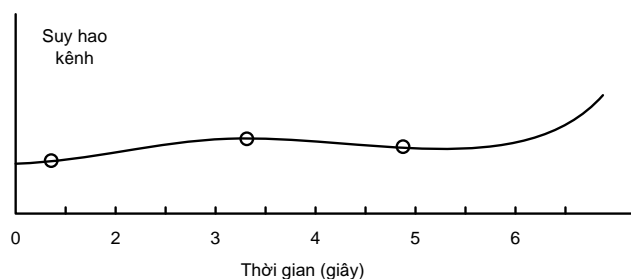
Tất cả các phần tử trong hệ thống và mô hình đã được nghiên cứu đều cố định hoặc không thay đổi theo thời gian. Trong các chương trước, ta đã thảo luận chi tiết về việc mô hình hóa và mô phỏng các mô hình tuyến tính bất biến LTIV. Chương này ta sẽ nghiên cứu các phần tử và hệ thống truyền thông ở mức cao hơn là: mô hình hóa và mô phỏng các hệ thống thay đổi theo thời gian LTV. Ta xét nhiều ví dụ để minh họa tính phụ thuộc vào thời gian của hệ thống, điển hình nhất là kênh thay đổi theo thời gian trong hệ thống thông tin di động.

Giả định tính bất biến theo thời gian được hiểu là các tính chất của hệ thống không thay đổi theo thời gian. Nếu ta mô hình hóa hệ thống bất biến theo thời gian bằng một hàm truyền đạt, thì tính bất biến theo thời gian xác định hàm truyền đạt (cả biên độ và pha) sẽ không đổi, nó là một hàm của thời gian. Chẳng hạn: xét mô hình bộ lọc Butterworth bậc 3 có độ rộng băng thông 3 dB là 1MHz. Tính bất biến theo thời gian nghĩa là cả bậc và độ rộng băng thông của bộ lọc đều không thay đổi, là một hàm thời gian. Bộ lọc chỉ không thay đổi theo thời gian nếu các giá trị của tất cả các phần tử vật lý, như điện trở, tụ điện, và các tham số của các phần tử tích cực như hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại, đều không thay đổi theo thời gian. Trong khi giả định bất biến theo thời gian có thể được duy trì trong một khoảng thời gian ngắn, thì khi xét trong các khoảng thời gian dài do sự lão hóa làm cho chúng trở nên thay đổi theo thời gian. Từ quan điểm thực tế, dù hệ thống được xét có bất biến theo thời gian hay không, nó không chỉ phụ thuộc vào hệ thống mà còn phụ thuộc vào bản chất của bài toán được giải quyết.

Dù có sử dụng mô hình hệ thống bất biến theo thời gian hay phụ thuộc vào thời gian đi chăng nữa thì chúng thường được xác định bởi tốc độ mà tại đó các đặc tính của hệ thống sẽ được mô hình hóa là thay đổi so với các thông số khác của hệ thống (chẳng hạn tốc độ ký hiệu). Ví dụ: nếu hằng số thời gian liên quan đến tính thay đổi thời gian là rất lớn so với tốc độ ký hiệu thì mô hình bất biến theo thời gian được hiệu chỉnh. Nói cách khác, nếu các tham số hệ thống thay đổi tại tốc độ gần với tốc độ ký hiệu thì mô hình thay đổi theo thời gian là hợp lệ. Vì vậy, dẫn đến khái niệm thay đổi "*nhANH*" hay "*chẬM*" so với tốc độ ký hiệu hoặc một số thuộc tính khác của hệ thống ảnh hưởng đến việc lựa chọn mô hình thay đổi theo thời gian hay không thay đổi theo thời gian. Để được tường minh, ta khảo sát bài toán này qua hai trường hợp điển hình.

13.1.1. Hệ thống thay đổi theo thời gian điển hình

Trường hợp 1: Xét hệ thống truyền thông vô tuyến viba trong đó các ăng ten phát và thu được đặt trên các tháp viba cố định, "kênh" giữa ăng ten phát thu là không khí và việc thay đổi các đặc tính kênh là do điều kiện không khí thay đổi, điển hình là có các hằng số thời gian phút hoặc giờ. Nếu tuyến thông tin đang hoạt động tại tốc độ ký hiệu 100 Mbit/s thì hằng số thời gian liên quan đến thay đổi của kênh là rất dài so với thời gian ký hiệu 10^{-8} s. Khi này, kênh sẽ gần như giữ nguyên trạng thái trong khi hàng triệu ký hiệu truyền qua tuyến. Nếu mục đích của mô phỏng là ước tính BER, thì kênh có thể được giả định là ở trạng thái "tĩnh" và có thể sử dụng mô hình bất biến theo thời gian trong mỗi lần ước tính BER. Tất nhiên, kết quả ước tính BER chỉ có giá trị duy nhất đối với trạng thái kênh cụ thể. Tính cách của kênh trong thời gian dài, và ảnh hưởng của nó lên hiệu năng hệ thống thời gian dài, có thể được ước lượng bằng cách phân tích hiệu năng hệ thống trên một chuỗi các "chớp ảnh" của các điều kiện kênh tĩnh, sử dụng một mô hình bất biến theo thời gian khác cho mỗi chớp ảnh. Điều này được minh họa trong hình 13.1, thể hiện 3 mô phỏng được triển khai cho 3 giá trị suy hao kênh. Từ những mô phỏng như vậy một khi có được những phép đo hiệu năng như "xác suất ngừng hoạt động", mô tả phần thời gian trong đó hiệu năng kênh có thể giảm dưới một số ngưỡng BER. Nếu mô phỏng 10000 chớp ảnh của kênh và 100 trong số các điều kiện kênh này tạo ra BER ứng với hiệu năng hệ thống không thỏa mãn, ví dụ $BER > 10^{-3}$ thì xác suất ngừng hoạt động là $(100/10000) = 0,01$ đối với ngưỡng BER cụ thể này.



Hình 13.1: Các chớp ảnh của kênh thay đổi chậm theo thời gian

Trường hợp 2: Xét một hệ thống thông tin di động gồm một trạm gốc cố định và một người dùng di động. Các đặc tính của kênh truyền thông giữa máy phát và máy thu sẽ thay đổi theo thời gian, vì các tham số của kênh như suy hao và trễ là thay đổi theo thời gian do sự chuyển động tương đối giữa trạm gốc và người dùng di động. Ngoài ra, sự thay đổi trong các điều kiện không khí cũng góp phần vào bản chất thay đổi theo thời gian của kênh. Nếu người dùng di động chuyển động nhanh và nếu tốc độ ký hiệu khoảng 10.000 ký hiệu/s, thì tốc độ (tại đó các điều kiện kênh thay đổi) có thể so sánh được với tốc độ ký hiệu. Trong trường hợp này dùng mô hình kênh thay đổi theo thời gian.

13.1.2. Mô hình hóa và giải pháp mô phỏng

Cũng như hệ thống tuyến tính bất biến LTIV, hệ thống tuyến tính thay đổi theo thời gian LTV cũng được mô hình hóa và mô phỏng trong cả miền thời gian và miền tần số. Giải pháp trong miền thời gian dẫn đến mô hình phải chứa cấu trúc đường trễ rẽ nhánh có các độ lợi

nhánh thay đổi theo thời gian. Mô hình này rất dễ để thực hiện cho các mục đích mô phỏng và tính toán hiệu quả nếu đáp ứng xung kim thay đổi theo thời gian là tương đối ngắn.

Nhiều khái niệm mô hình hóa và mô phỏng được đề cập ở các chương trước cho các hệ thống tuyến tính bất biến LTIV được áp dụng cho các hệ thống tuyến tính thay đổi theo thời gian LTV, nhưng có vài điểm khác biệt quan trọng. Cần phải đặc biệt lưu ý tốc độ lấy mẫu bởi lẽ cần phải tăng tốc độ lấy mẫu do sự nở rộng băng thông từ tính cách thay đổi theo thời gian. Nguồn gốc của sự nở rộng băng thông là do trải rộng "doppler" trong hệ thống thông tin di động. Ngoài ra, phải thận trọng khi đơn giản hóa sơ đồ khối hệ thống LTV, vì các khối LTV không tuân theo *tính chất giao hoán* do đó thứ tự thực hiện không thể đổi giữa các khối LTV với nhau được như khi xét cho các khối LTIV.

Tuy nhiên, nếu hệ thống thay đổi theo thời gian có tính tuyến tính, thì áp dụng xếp chồng, tích chập và có thể sử dụng một số kỹ thuật phân tích trong miền thời gian và miền tần số đã được triển khai cho hệ thống LTIV vào việc mô hình hóa và mô phỏng hệ thống LTV với những sửa đổi không đáng kể. Ta cũng sẽ dùng phương pháp biểu diễn tín hiệu và hệ thống thông thấp tương đương khi triển khai các mô hình mô phỏng và kỹ thuật mô phỏng cho các hệ thống thay đổi theo thời gian.

13.2. Các mô hình cho các hệ thống tuyến tính thay đổi theo thời gian LTV

Trong miền thời gian, hệ thống LTIV được mô tả bởi một đáp ứng xung kim đường bao phức $\tilde{h}(\tau)$, $\tilde{h}(\tau)$ được định nghĩa là đáp ứng của hệ thống ở thời điểm τ đối với một xung kim được đặt vào hệ thống ở thời điểm $t = 0$. Biến τ thể hiện "thời gian trôi qua", là hiệu số thời gian giữa thời điểm đo được đáp ứng xung kim và thời điểm đưa xung kim vào hệ thống. Quan hệ vào/ra đường bao phức đối với hệ thống LTIV được cho bởi tích chập quen thuộc.

$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau) \cdot \tilde{x}(t - \tau) d\tau \quad (13.1)$$

Trong đó $\tilde{x}(t)$ và $\tilde{y}(t)$ trình bày các đường bao phức vào/ra của hệ thống.

Biến đổi Fourier ngược của (13.1) tạo ra quan hệ vào/ra hệ thống LTIV trong miền tần số.

$$\tilde{Y}(f) = \tilde{X}(f) \tilde{H}(f) \quad (13.2)$$

Trong đó $\tilde{H}(f)$ là hàm truyền đạt của hệ thống, và $\tilde{X}(f)$ và $\tilde{Y}(f)$ là biến đổi Fourier của đầu vào/ ra tương ứng. Tìm đầu ra $\tilde{y}(t)$ bằng cách biến đổi ngược của $\tilde{Y}(f)$.

$$\begin{aligned} \tilde{y}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{Y}(f) e^{j2\pi ft} df \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(f) \tilde{H}(f) e^{j2\pi ft} df \end{aligned} \quad (13.3)$$

Các biểu thức trên được dùng như điểm bắt đầu để rút ra các mô hình cho các hệ thống thay đổi thời gian.

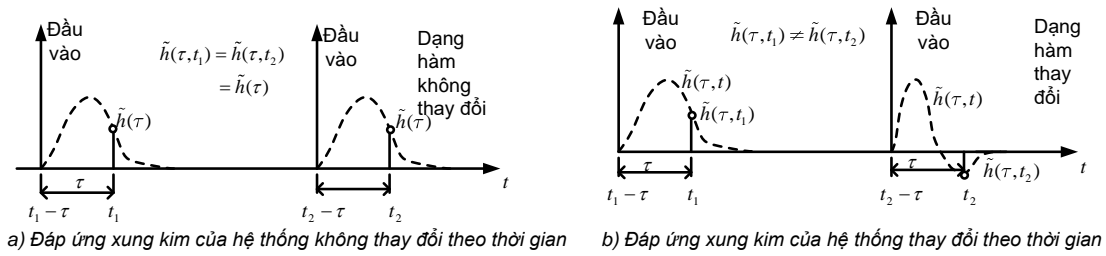
13.2.1. Mô tả hệ thống LTV trong miền thời gian

Các hệ thống thay đổi theo thời gian cũng được đặc điểm hóa trong miền thời gian bằng một đáp ứng xung kim.

Với hệ thống thay đổi theo thời gian, đáp ứng xung kim có dạng $\tilde{h}(\tau, t)$ được định nghĩa là đáp ứng của hệ thống được đo ở thời điểm t đối với một xung kim được đặt vào hệ thống ở thời điểm sớm hơn τ giây. Nói một cách khác, xung kim được đưa vào hệ thống tại thời điểm $t - \tau$ và đo được đáp ứng của hệ thống tại thời điểm t , sau một "thời gian trôi" là τ . Do tính thay đổi theo thời gian, nên đáp ứng xung kim sẽ thay đổi là một hàm hai biến ($t - \tau$ và t) trong đó $t - \tau$ là thời điểm xung kim được đặt vào hệ thống và t là thời điểm đo được ở đầu ra của hệ thống.

Với hệ thống bất biến theo thời gian, đáp ứng xung chỉ là một hàm của thời gian trôi τ được ký hiệu là $\tilde{h}(\tau)$.

Lưu ý rằng, đáp ứng xung của hệ thống thay đổi theo thời gian là một hàm của 2 đối số, trong khi đó đáp ứng xung của hệ thống bất biến theo thời gian chỉ có một đối số. Hình 13.2 phác họa đáp ứng xung của hệ thống thay đổi và không thay đổi theo thời gian.



Hình 13.2: Đáp ứng xung kim của hệ thống thay đổi và không thay đổi theo thời gian

Trong khi đáp ứng xung của hệ thống LTIV duy trì cùng dạng hàm không phụ thuộc vào thời điểm đưa xung kim vào đầu vào, thì đáp ứng xung của hệ thống LTV lại phụ thuộc vào thời điểm đưa xung kim hệ thống. Nói cách khác,

Với hệ thống LTIV, thì:

$$\tilde{h}(\tau, t_1) = \tilde{h}(\tau, t_2) = \tilde{h}(\tau) \quad (13.4)$$

Với hệ thống LTV, thì:

$$\tilde{h}(\tau, t_1) \neq \tilde{h}(\tau, t_2) \quad (13.5)$$

Ngoài ra, đáp ứng của hệ thống LTIV đối với một đầu vào tùy ý vẫn duy trì giống nhau bất chấp thời điểm đưa tín hiệu vào hệ thống ngoại trừ một trễ thời gian. Nếu ở thời điểm t nào đó, ta đưa tín hiệu $\tilde{x}(t)$ vào hệ thống bất biến nhận được đầu ra là $\tilde{y}(t)$, thì cùng đầu vào đó được đưa vào hệ thống ở thời điểm chậm hơn t_0 là $\tilde{x}(t - t_0)$, ta sẽ nhận được ở đầu ra của hệ thống đó một phiên bản bị trễ $\tilde{y}(t - t_0)$ của $\tilde{y}(t)$. Trong hệ thống thay đổi theo thời gian, các đáp ứng của hệ thống đối với các đầu vào giống nhau có thể hoàn toàn khác nhau nếu các đầu vào giống nhau đó được đặt vào hệ thống tại các thời điểm khác nhau.

Cần lưu ý rằng, sự khác biệt quan trọng giữa đáp ứng xung kim của hệ thống LTIV & LTV là: trong khi đáp ứng xung kim của hệ thống LTIV chỉ là một hàm của thời gian trôi τ và không phụ thuộc vào thời điểm đưa tín hiệu vào hệ thống, thì đáp ứng xung kim của hệ thống LTV là một hàm hai biến (thời gian trôi τ và thời điểm quan sát t).

Hai biến thời gian τ và t trong $\tilde{h}(\tau, t)$ đặc trưng hóa cho hai khía cạnh khác nhau của hệ thống. Biến τ có vai trò giống như biến τ trong đáp ứng xung kim $\tilde{h}(\tau)$ của hệ thống bất biến theo thời gian do đó biến đổi Fourier theo biến τ dẫn đến khái niệm hàm truyền đạt, đáp ứng tần số, độ rộng băng tần. Đối với hệ thống LTV, một khi triển khai khái niệm hàm truyền đạt bằng cách biến đổi Fourier hàm đáp ứng xung kim $\tilde{h}(\tau, t)$ theo biến τ nhận được hàm truyền đạt $\tilde{H}(f, t)$, là một hàm truyền đạt biến đổi theo thời gian:

$$\tilde{H}(f, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau, t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (13.6)$$

Nếu hệ thống “*thay đổi chậm theo thời gian*”, thì khái niệm đáp ứng tần số và độ rộng băng tần có thể được áp dụng cho $\tilde{H}(f, t)$. Trong khi hệ thống LTIV được đặc trưng hóa bởi một hàm đáp ứng xung kim và một hàm truyền đạt, thì hệ thống LTV được đặc trưng hóa bởi một họ các hàm đáp ứng xung và một họ các hàm truyền đạt, với mỗi hàm ứng với mỗi giá trị của t . Nếu $\tilde{h}(\tau, t) = \tilde{h}(\tau)$, hoặc tương ứng $\tilde{H}(f, t) = \tilde{H}(f)$, thì hệ thống là hệ thống bất biến theo thời gian.

Biến t trong $\tilde{h}(\tau, t)$ và $\tilde{H}(f, t)$ mô tả bản chất thay đổi theo thời gian của hệ thống. Sự phụ thuộc mạnh mẽ vào t , và sự thay đổi nhanh theo t , cho thấy hệ thống thay đổi nhanh theo thời gian. Thông thường, bản chất thay đổi theo thời gian của hệ thống được mô hình hóa là một hiện tượng ngẫu nhiên, và $\tilde{h}(\tau, t)$ được xử lý như một quá trình ngẫu nhiên theo t . Nếu quá trình là dừng, thì các thay đổi theo thời gian có thể được mô hình hóa bởi một hàm tự tương quan trong miền thời gian hoặc bởi một hàm mật độ phổ công suất PSD trong miền tần số. Hằng số thời gian của hàm tự tương quan hoặc độ rộng băng tần của hàm mật độ phổ công suất là các *thông số then chốt* mô tả hệ thống có đáp ứng xung kim $\tilde{h}(\tau, t)$ là thay đổi *nh nhanh* hay *chậm* theo thời gian.

Từ định nghĩa đáp ứng xung kim của hệ thống LTV, dễ dàng thấy rằng quan hệ vào/ra được biểu diễn bởi tích chập sau:

$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau, t) \tilde{x}(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(t - \tau) \tilde{x}(\tau) d\tau \quad (13.7)$$

Phiên bản miền tần số của quan hệ vào/ra có phần phức tạp hơn như sẽ thấy ở phần sau.

13.2.2. Mô tả hệ thống LTV trong miền tần số

Như một điểm bắt đầu để mô tả hệ thống LTV trong miền tần số, ta định nghĩa biến đổi Fourier hai chiều của $\tilde{h}(\tau, t)$ là:

$$\tilde{H}(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau, t) e^{-j2\pi(f_1\tau + f_2t)} d\tau dt \quad (13.8)$$

Trong quá trình định nghĩa biến đổi Fourier hai chiều, thường giả định hàm đáp ứng xung kim có năng lượng hữu hạn nhằm đảm bảo sự tồn tại phép biến đổi Fourier. Tuy nhiên ta sẽ thấy rằng, để mô hình hóa kênh, thì $\tilde{h}(\tau, t)$ sẽ được coi là một quá trình ngẫu nhiên dừng theo t trong đó có thể không tồn tại biến đổi Fourier của $\tilde{h}(\tau, t)$ theo t . Tất nhiên, hàm tự tương quan sẽ tồn tại và thủ tục phù hợp để định nghĩa hàm tự tương quan của $\tilde{h}(\tau, t)$ theo biến t , và sau đó lấy biến đổi Fourier của hàm tự tương quan nhận được biểu diễn trong miền tần số. Kết quả ta có hàm mật độ phổ công suất của quá trình ngẫu nhiên đó. Cần phải lưu ý rằng, nếu hệ thống là bất biến theo thời gian, thì $\tilde{h}(\tau, t) = \tilde{h}(\tau)$ và $\tilde{H}(f_1, f_2) = \tilde{H}(f_1) \cdot \delta(f_2)$.

Lấy biến đổi Fourier ngược của $\tilde{H}(f_1, f_2)$ được:

$$\tilde{h}(\tau, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}(f_1, f_2) e^{j2\pi(f_1\tau + f_2t)} df_1 df_2 \quad (13.9)$$

Thay $\tilde{h}(\tau, t)$ vào (13.7) ta có:

$$\tilde{Y}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}(f_1, f - f_1) \cdot \tilde{X}(f_1) df_1 \quad (13.10)$$

$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{Y}(f) e^{j2\pi ft} df \quad (13.11)$$

Trong "hàm truyền đạt" hai chiều được định nghĩa ở (13.8), thì biến tần số f_1 liên quan với biến thời gian τ và được xét tương tự như biến tần số trong hàm truyền đạt $H(f)$ của các hệ thống LTIV. Tuy nhiên, quan hệ vào/ra của hệ thống LTV trong miền tần số được cho ở (13.10) chứa một phép tích chập trong miền tần số đối với biến thứ 2 của hàm truyền đạt $\tilde{H}(f_1, f_2)$. Phép tích chập này giải thích ảnh hưởng của bản chất thay đổi theo thời gian của hệ thống trong miền tần số.

Hệ thống LTIV

Nếu đưa vào hệ thống LTIV là một đơn mang tại $f_c + f_0$

$$x(t) = A \cos[2\pi(f_c + f_0)t] \quad (13.12)$$

có đường bao phức là

$$\tilde{x}(t) = A e^{j2\pi f_0 t} \quad (13.13)$$

thì quan hệ vào/ra trong miền tần số được cho bởi

$$\tilde{X}(f) = A \delta(f - f_0) \quad (13.14)$$

$$\tilde{Y}(f) = \tilde{H}(f) \cdot \tilde{X}(f) = \tilde{H}(f_0) \cdot A \delta(f - f_0) \quad (13.15)$$

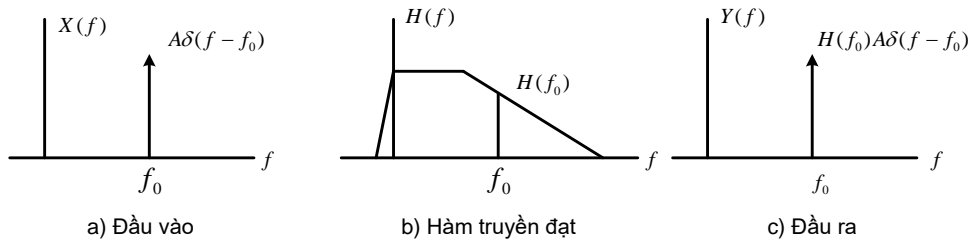
Đầu ra đường bao phức hệ thống trong miền thời gian được định nghĩa là:

$$\tilde{y}(t) = A|\tilde{H}(f_0)|e^{[j2\pi f_0 t + \angle \tilde{H}(f_0)]} \quad (13.16)$$

Và tín hiệu thông dải trong miền thời gian được cho bởi:

$$y(t) = A|\tilde{H}(f_0)|\cos[2\pi(f_c + f_0)t + \angle \tilde{H}(f_0)] \quad (13.17)$$

Quan hệ trong (13.13) và (13.16) đối với các hệ thống LTIV cho thấy rằng, khi đưa vào hệ thống một đơn mang phức tại tần số f_0 , thì hệ thống tạo ra một đơn mang đầu ra cũng tại tần số f_0 đó. Biên độ và pha của đơn mang đầu ra bị ảnh hưởng bởi đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của hệ thống cũng tại tần số f_0 . Điều này được minh họa ở hình 13.3.



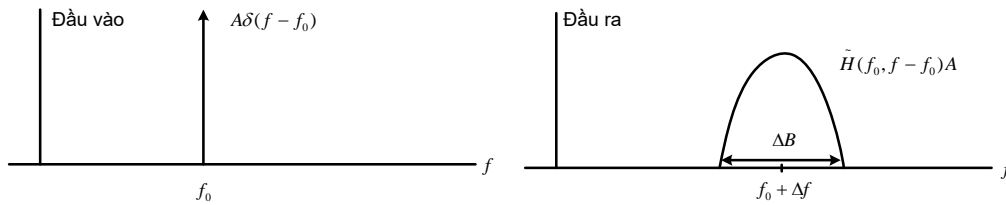
Hình 13.3: Đáp ứng của hệ thống LTIV đối với một đầu vào đơn mang

Hệ thống LTV

Ta xét cùng một trạng thái đối với hệ thống thay đổi theo thời gian. Với cùng đầu vào (13.13), thì đầu ra của hệ thống LTV trong miền tần số là:

$$\tilde{Y}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}(f_1, f - f_1) \cdot \tilde{X}(f_1) \cdot df_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}(f_1, f - f_1) \cdot A \delta(f_1 - f_0) \cdot df_1 = A \cdot \tilde{H}(f_0, f - f_0) \quad (13.18)$$

Phương trình trên cho thấy, đầu ra không chứa một đơn mang đơn mà có thể gồm một **dải tần số**. Một minh họa được cho trong hình 13.4. *Lưu ý rằng*, nếu hệ thống là bất biến theo thời gian, thì $\tilde{h}(\tau, t) = \tilde{h}(\tau)$, $\tilde{H}(f_1, f_2) = \tilde{H}(f_1) \cdot \delta(f_2)$ và (13.18) tạo ra $\tilde{Y}(f) = \tilde{H}(f_0) \cdot A \delta(f - f_0)$ giống như (13.15).



Hình 13.4: Đáp ứng của hệ thống LTV đối với một đầu vào đơn mang

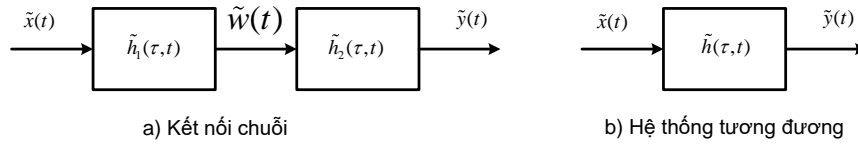
Tổng quát, đầu ra của hệ thống LTV tương ứng với một đơn mang đầu vào tại tần số f_0 có thể bị dịch tần số và cũng có thể bị trải rộng. Trong kịch bản kênh truyền thông di động, thì điều này được coi là *dịch Doppler* và *trải rộng Doppler* và được tạo ra bởi sự chuyển động tương đối giữa ăng ten phát và ăng ten thu, hoặc bởi những sự thay đổi khác trong kênh.

13.2.3. Các tính chất của hệ thống LTV

Một vài tính chất của hệ thống LTIV là hữu hiệu để đơn giản hoá mô hình mô phỏng các hệ thống truyền thông. Ví dụ việc kết hợp các hàm truyền đạt của các khối mắc song song, các khối mắc nối tiếp, kết hợp các khối nối tiếp và song song. Những phép toán này dựa trên các tính chất kết hợp, phân phối và giao hoán của các hệ thống LTIV. Những tính chất này được kiểm tra cho các hệ thống LTV.

Tính kết hợp

Để kiểm tra tính chất kết hợp một cách chi tiết, xét hệ thống được cho ở hình 13.5(a).



Hình 13.5: Kết nối nối tiếp và hệ thống tương đương

Đầu ra của khối đầu tiên trong hình 13.5(a) được cho bởi:

$$\tilde{w}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}_1(\tau_1, t) \cdot \tilde{x}(t - \tau_1) d\tau_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}_1(t - \tau_1, t) \cdot \tilde{x}(\tau_1) d\tau_1 \quad (13.19)$$

Đầu ra của khối thứ 2 là:

$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}_2(\tau_2, t) \cdot \tilde{w}(t - \tau_2) d\tau_2 \quad (13.20)$$

Thay $\tilde{w}(t)$ vào (13.20) ta được:

$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}_2(\tau_2, t) \left[\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}_1(t - \tau_2 - \tau_1, t - \tau_2) \cdot \tilde{x}(\tau_1) d\tau_1 \right] d\tau_2 \quad (13.21)$$

Có thể được viết là:

$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(\tau_1) \underbrace{\left[\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}_1(t - \tau_2 - \tau_1, t - \tau_2) \tilde{h}_2(\tau_2, t) d\tau_2 \right]}_{\tilde{h}(t - \tau_1, t): \text{Đáp ứng xung kim toàn bộ của hệ thống}} d\tau_1 \quad (13.22)$$

Đại lượng bên trong ngoặc vuông là đáp ứng xung kim toàn bộ của hệ thống $\tilde{h}(t - \tau_1, t)$.

Thay $\tau = t - \tau_1$, ta được đáp ứng xung kim chung của 2 khối nối tiếp là:

$$\tilde{h}(\tau, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}_1(\tau - \tau_2, t - \tau_2) \cdot \tilde{h}_2(\tau_2, t) d\tau_2 \quad (13.23)$$

Ở dạng đơn giản hơn ta có:

$$\tilde{h}(\tau, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}_1(\tau - \alpha, t - \alpha) \tilde{h}_2(\alpha, t) d\alpha \quad (13.24)$$

Sử dụng phương trình trước có thể định nghĩa tính chất kết hợp cho hệ thống LTV là:

$$\tilde{x}(\tau) \otimes \tilde{h}_1(\tau) \otimes \tilde{h}_2(\tau) = [\tilde{x}(\tau) \otimes \tilde{h}_1(\tau)] \otimes \tilde{h}_2(\tau) = \tilde{x}(\tau) \otimes [\tilde{h}_1(\tau) \otimes \tilde{h}_2(\tau)] \quad (13.25)$$

Đáp ứng xung kim toàn bộ là:

$$\tilde{h}(\tau, t) = \tilde{h}_1(\tau, t) \otimes \tilde{h}_2(\tau, t) \quad (13.26)$$

$$\tilde{h}(\tau, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}_1(\tau - \alpha, t - \alpha) \tilde{h}_2(\alpha, t) d\alpha \quad (13.27)$$

Như được thấy ở hình 13.5(b).

Tính giao hoán

Trong khi có thể kết hợp đáp ứng của hai khối LTV nối tiếp theo (13.27) thì không thể thay đổi thứ tự các khối LTV cho nhau được. Việc đổi chỗ hai khối cho nhau tạo ra đáp ứng xung kim tổng thể là tích chập của các đáp ứng xung kim riêng biệt. Vì vậy,

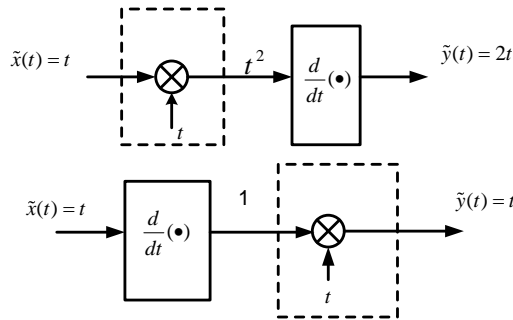
$$\tilde{g}(\tau, t) = \tilde{h}_2(\tau, t) \otimes \tilde{h}_1(\tau, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}_2(\tau - \alpha, t - \alpha) \tilde{h}_1(\alpha, t) d\alpha \quad (13.28)$$

Tổng quát, $\tilde{h}(\tau, t) \neq \tilde{g}(\tau, t)$. Vì vậy ở dạng tổng quát, việc thay đổi thứ tự của LTV không phải là phép toán hợp lệ. Ví dụ được cho ở hình 13.6, cho ta một minh chứng về tính chất giao hoán không dùng được đối với các khối LTV, nghĩa là với các hệ thống LTV thì:

$$\tilde{h}_1(\tau, t) \otimes \tilde{h}_2(\tau, t) \neq \tilde{h}_2(\tau, t) \otimes \tilde{h}_1(\tau, t) \quad (13.29)$$

Tuy nhiên, tính chất giao hoán áp dụng được cho các khối LTIV, nghĩa là:

$$\tilde{h}_1(\tau) \otimes \tilde{h}_2(\tau) = \tilde{h}_2(\tau) \otimes \tilde{h}_1(\tau) \quad (13.30)$$



Hình 13.6: Ví dụ đổi thứ tự các khối LTV
(tính giao hoán không áp dụng được đối với hệ thống LTV)

Tính phân phối

Ta có thể kiểm lại tính chất phân phối:

$$\tilde{x}(\tau) \otimes [\tilde{h}_1(\tau, t) + \tilde{h}_2(\tau, t)] = \tilde{x}(\tau) \otimes \tilde{h}_1(\tau, t) + \tilde{x}(\tau) \otimes \tilde{h}_2(\tau, t) \quad (13.31)$$

Tương đương với:

$$\tilde{h}_1(\tau, t) \otimes [\tilde{h}_2(\tau, t) + \tilde{h}_3(\tau, t)] = \tilde{h}_1(\tau, t) \otimes \tilde{h}_2(\tau, t) + \tilde{h}_1(\tau, t) \otimes \tilde{h}_3(\tau, t) \quad (13.32)$$

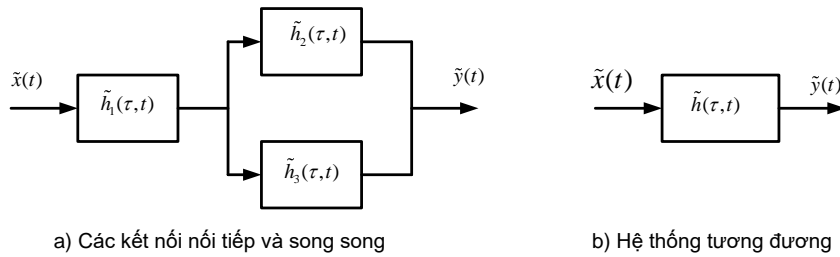
Đối với các hệ thống LTV.

Một ví dụ về việc đơn giản hoá các sơ đồ khối mô phỏng của các hệ thống LTV từ tính chất kết hợp và tính chất phân phối được cho ở hình 13.7, trong đó:

$$\tilde{h}(\tau, t) = \tilde{h}_1(\tau, t) \otimes \tilde{h}_2(\tau, t) + \tilde{h}_1(\tau, t) \otimes \tilde{h}_3(\tau, t) \quad (13.33)$$

Trong hình 13.7(b).

Đáng tiếc, việc đơn giản hoá dẫn đến hiệu quả tính toán trong các khối LTIV lại không áp dụng trực tiếp được cho các khối LTV. Sơ đồ khối có chứa hồi tiếp không thể đơn giản hoá được.



Hình 13.7: Các kết nối song song/nối tiếp và hệ thống tương đương

Ví dụ 13.1: Giả sử đầu vào của hệ thống LTV là một hàm mũ phức biên độ đơn vị có tần số là 1kHz. Nói cách khác:

$$\tilde{x}(t) = e^{j2000\pi t} \quad (13.34)$$

Tương ứng trong miền tần số là:

$$\tilde{X}(f) = \delta(f - 1000) \quad (13.35)$$

Hệ thống được định nghĩa bởi $\tilde{h}(\tau, t)$, được giả thiết là có một đáp ứng xung kim thay đổi theo thời gian.

$$\tilde{h}(\tau, t) = a_1(t) \cdot \delta(\tau) + a_2(t) \cdot \delta(\tau - T) + a_3(t) \cdot \delta(\tau - 2T) \quad (13.36)$$

Trong đó T là 1ms và các suy hao thay đổi theo thời gian $a_i(t)$ được cho bởi:

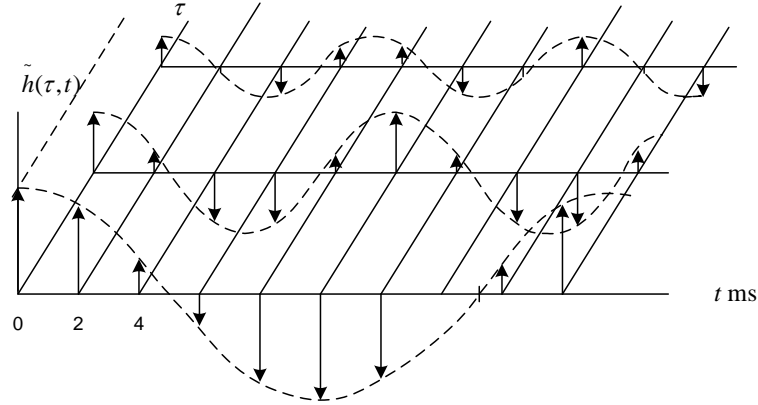
$$a_1(t) = 1 \times \cos(100\pi t) \quad (13.37)$$

$$a_2(t) = 0,7 \times \cos(200\pi t) \quad (13.38)$$

$$a_3(t) = 0,3 \times \cos(300\pi t) \quad (13.39)$$

Hình 13.8 minh họa 10 “**chớp ảnh**” của đáp ứng xung kim $\tilde{h}(\tau, t)$ cách nhau 2 ms bắt đầu tại $t = 0$ s. Ta có thể thấy rằng, hệ thống này là một hàm của cả thời gian trôi τ và thời điểm quan sát t . Biểu đồ loại này thường được sử dụng để mô tả loại kênh thay đổi theo thời gian của hệ thống truyền thông vô tuyến.

Đáp ứng tần số thay đổi theo thời gian của kênh này có được bằng cách thực hiện biến đổi Fourier 2 chiều được định nghĩa bởi (13.8). Thế đáp ứng xung kim được định nghĩa bởi (13.36) vào (13.8) ta được:



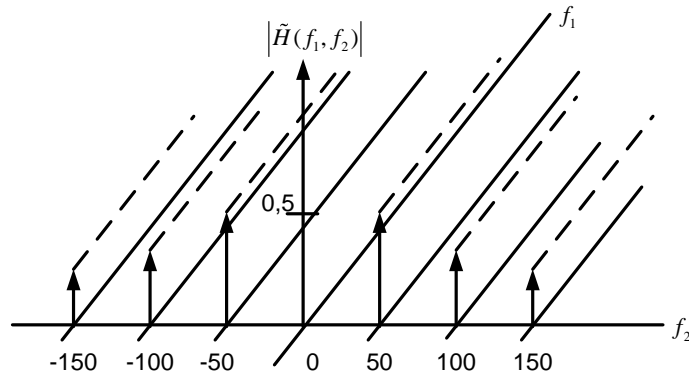
Hình 13.8: Minh họa $\tilde{h}(\tau, t)$ là một hàm của cả τ và t

$$\begin{aligned} \tilde{H}(f_1, f_2) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cos(100\pi t) \times \delta(\tau) \times e^{-j2\pi f_1 \tau} \times e^{-j2\pi f_2 t} d\tau dt \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} 0,7 \times \cos(200\pi t) \times \delta(\tau - T) \times e^{-j2\pi f_1 \tau} \times e^{-j2\pi f_2 t} d\tau dt \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} 0,3 \times \cos(300\pi t) \times \delta(\tau - 2T) \times e^{-j2\pi f_1 \tau} \times e^{-j2\pi f_2 t} d\tau dt \end{aligned} \quad (13.40)$$

Sau đó áp dụng tính chất chọn lọc và điều chế của biến đổi Fourier, tìm được hàm truyền đạt:

$$\begin{aligned} \tilde{H}(f_1, f_2) &= \frac{1}{2} \delta(f_2 \pm 50) + \frac{0,7}{2} \delta(f_2 \pm 100) e^{-j2\pi f_1 T} \\ &+ \frac{0,3}{2} \delta(f_2 \pm 150) e^{-j4\pi f_1 T} \end{aligned} \quad (13.41)$$

Đáp ứng độ lớn của nó được cho ở hình 13.9. Lưu ý rằng, khác với hệ thống LTIV, hàm truyền đạt của hệ thống LTV phụ thuộc vào cả hai tần số f_1 và f_2 .



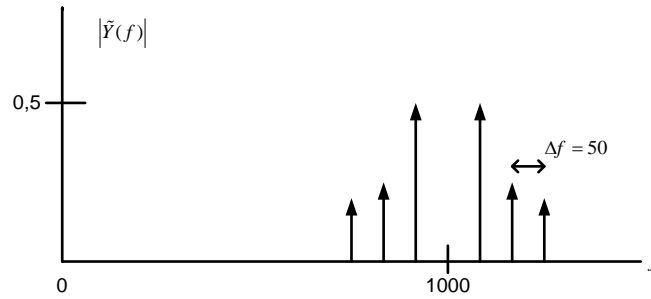
Hình 13.9: Biến đổi Fourier của đáp ứng xung kim thay đổi theo thời gian

Đầu ra của hệ thống được định nghĩa bởi (13.10). Thay (13.35) và (13.41) vào (13.10) ta được:

$$\begin{aligned}\tilde{Y}(f) = & \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \delta[(f - f_l) \pm 50] \cdot \delta(f_l - 1000) df_l \\ & + \frac{0,7}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \delta[(f - f_l) \pm 100] \cdot \delta(f_l - 1000) e^{-j2\pi f_l T} df_l \\ & + \frac{0,3}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \delta[(f - f_l) \pm 150] \delta(f_l - 1000) e^{-j4\pi f_l T} df_l\end{aligned}\quad (13.42)$$

Đã sử dụng tính chất dịch của hàm delta, lấy tích phân ta được:

$$\begin{aligned}\tilde{Y}(f) = & \frac{1}{2} \delta(f - 1000 \pm 50) + \frac{0,7}{2} \delta(f - 1000 \pm 100) e^{-j2000\pi T} \\ & + \frac{0,3}{2} \delta(f - 1000 \pm 150) e^{-j4000\pi T}\end{aligned}\quad (13.43)$$



Hình 13.10: Đầu ra hệ thống

Đáp ứng của hệ thống thay đổi theo thời gian đối với đầu vào đã được giả định được minh họa ở hình 13.10. Ta thấy rằng, đầu vào là một đơn mang tại tần số 1000 Hz bị dịch tần và bị trải rộng ra trong miền tần số do đáp ứng xung kim kênh biến đổi theo thời gian gây ra. Ảnh hưởng của việc mở rộng phổ (trải phổ) sẽ được sáng tỏ ở phần sau.

13.3. Mô hình quá trình ngẫu nhiên

Trong nhiều hệ thống thay đổi theo thời gian, các đặc tính của hệ thống thay đổi một cách ngẫu nhiên là một hàm của thời gian. Ví dụ thay đổi trong các đặc tính phần cứng (do linh kiện bị lão hóa), và các thay đổi trong các đặc tính của kênh vô tuyến (chẳng hạn do các thay đổi trong các điều kiện môi trường khí quyển). Những thay đổi theo thời gian này thường được mô hình hóa bởi các quá trình ngẫu nhiên. Nếu mô hình cơ bản là tuyến tính, thì thay đổi ngẫu nhiên của đặc tính hệ thống là một hàm của thời gian có thể được xử lý bằng cách coi đáp ứng xung kim $\tilde{h}(\tau, t)$ là một quá trình ngẫu nhiên theo thời gian t . Giải pháp như vậy được sử dụng mở rộng để mô hình hóa cho các kênh vô tuyến di động. Chi tiết hóa cho các loại mô hình kênh khác nhau sẽ được đề cập ở các chương sau, tại đây giới thiệu vắn tắt nhằm triển khai mô hình mô phỏng chung cho các hệ thống thay đổi ngẫu nhiên theo thời gian. (trong phần này, ta

sử dụng các hàm chữ nhỏ của thời gian để biểu thị cho các quá trình ngẫu nhiên mặc dù theo lệ thường các chữ hoa được dùng để biểu thị các biến ngẫu nhiên và các quá trình ngẫu nhiên. Các chữ cái hoa được sử dụng để biểu thị các biến đổi Fourier).

Ví dụ đơn giản: Xét một hệ thống có đầu ra là một phiên bản của đầu vào bị suy hao và bị trễ, trong đó suy hao thay đổi ngẫu nhiên là một hàm của thời gian. Hệ thống được đặc trưng hóa bởi một đáp ứng xung kim:

$$\tilde{h}(\tau, t) = a(t)\delta(\tau - t_0) \quad (13.44)$$

Trong đó $a(t)$ là suy hao thay đổi theo thời gian và t_0 là trễ. Quan hệ vào/ra được cho bởi:

$$\tilde{y}(\tau, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau, t) \tilde{x}(t - \tau) d\tau = a(t) \tilde{x}(t - t_0) \quad (13.45)$$

Suy hao $a(t)$ được mô hình hóa là một quá trình ngẫu nhiên *dừng* hoặc *không dừng*. Mô hình thích hợp hơn cả là một quá trình ngẫu nhiên *dừng*, vì mô hình này dẫn đến hàm tự tương quan và mật độ phổ công suất. Việc mô hình hóa $a(t)$ là một quá trình *dừng* vẫn cho phép thể hiện được mô hình đáp ứng xung kim thay đổi theo thời gian.

Nếu đưa $\tilde{x}(t)$ vào hệ thống là một quá trình ngẫu nhiên *dừng*, thì hàm tự tương quan và mật độ phổ công suất của đầu ra là:

$$R_{\tilde{y}\tilde{y}}(\alpha) = E\{\tilde{y}^*(t) \tilde{y}(t + \alpha)\} \quad (13.46)$$

$$R_{\tilde{y}\tilde{y}}(\alpha) = E\{\tilde{a}^*(t) \tilde{x}^*(t - t_0) \tilde{a}(t + \alpha) \tilde{x}(t - t_0 + \alpha)\} \quad (13.47)$$

Giả sử quá trình đầu vào $\tilde{x}(t)$ và suy hao $\tilde{a}(t)$ là *không tương quan nhau*, thì hàm tự tương quan đầu ra rút gọn về dạng đơn giản:

$$R_{\tilde{y}\tilde{y}}(\alpha) = R_{\tilde{a}\tilde{a}}(\alpha) R_{\tilde{x}\tilde{x}}(\alpha) \quad (13.48)$$

Bằng cách biến đổi Fourier của hàm tự tương quan trên, ta được mật độ phổ công suất PSD của đầu ra là:

$$S_{\tilde{y}\tilde{y}}(f) = S_{\tilde{a}\tilde{a}}(f) \otimes S_{\tilde{x}\tilde{x}}(f) \quad (13.49)$$

Phép tích chập trong phương trình trên dẫn đến dịch phổ và trải phổ.

Nếu đầu vào là hàm số mũ phức pha ngẫu nhiên:

$$\tilde{x}(t) = Ae^{j(2\pi f_0 t + \theta)}, \quad \theta \text{ được phân bố đều trên khoảng } [-\pi, \pi]$$

thì tự tương quan đầu vào là:

$$R_{\tilde{x}\tilde{x}}(\alpha) = A^2 e^{j2\pi f_0 \alpha} \quad (13.50)$$

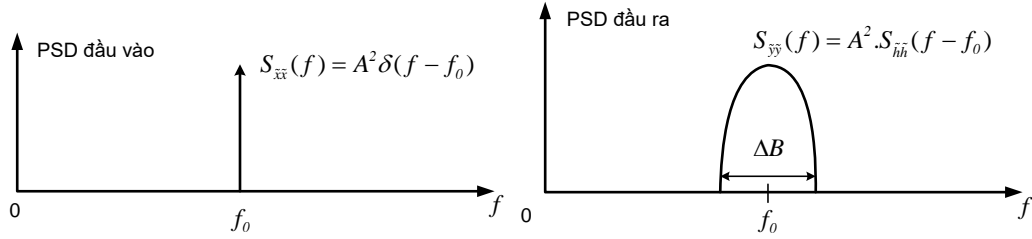
Từ đó mật độ phổ công suất PSD đầu vào là:

$$S_{\tilde{x}\tilde{x}}(f) = A^2 \delta(f - f_0) \quad (13.51)$$

Mật độ phổ công suất PSD đầu ra là:

$$S_{yy}(f) = A^2 S_{hh}(f - f_0) \quad (13.52)$$

Như được minh họa trong hình 13.11.



Hình 13.11: Trải phổ trong hệ thống thay đổi theo thời gian

Hệ thống LTIV sẽ tạo ra một mật độ phổ công suất đầu ra dạng:

$$S_{yy}(f) = A^2 . \delta(f - f_0) |H(f_0)|^2 \quad (13.53)$$

Sự khác nhau căn bản giữa hệ thống LTV và hệ thống LTIV là trải phổ ở hệ thống LTV.

Đối với hệ thống LTV, trong mô phỏng phải đặc biệt lưu ý tốc độ lấy mẫu, phải tăng ít nhất là bằng hai lần độ rộng băng tần giãn độ rộng băng do trải phổ gây ra.

Phiên bản tổng quát hơn của mô hình thay đổi theo thời gian coi $\tilde{h}(\tau, t)$ là một quá trình ngẫu nhiên dừng theo t có hàm tự tương quan:

$$R_{\tilde{h}\tilde{h}}(\tau_1, \tau_2, \alpha) = E \left\{ \tilde{h}^*(\tau_1, t) \tilde{h}(\tau_2, t + \alpha) \right\} \quad (13.54)$$

Mô hình được sử dụng phổ biến nhất cho $\tilde{h}(\tau, t)$ là quá trình Gauss dừng trung bình không dẫn đến hàm mật độ xác suất Rayleigh cho $|\tilde{h}(\tau, t)|$. Trong mô hình này thường giả sử rằng $\tilde{h}(\tau_1, t)$ và $\tilde{h}(\tau_2, t)$ không tương quan nhau khi $\tau_1 \neq \tau_2$, nói cách khác:

$$R_{\tilde{h}\tilde{h}}(\tau_1, \tau_2, \alpha) = E \left\{ \tilde{h}^*(\tau_1, t) \tilde{h}(\tau_2, t + \alpha) \right\} = R_{\tilde{h}\tilde{h}}(\tau_1, \alpha) . \delta(\tau_1 - \tau_2) \quad (13.55)$$

Khi này, hàm tự tương quan đầu ra hệ thống là:

$$R_{yy}(\alpha) = E \left\{ \tilde{y}^*(t) \tilde{y}(t + \alpha) \right\} \quad (13.56)$$

Thay $\tilde{y}(t)$ vào ta được:

$$R_{yy}(\alpha) = E \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}^*(\tau_1, t) \tilde{x}^*(t - \tau_1) d\tau_1 \times \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau_2, t + \alpha) \tilde{x}(t + \alpha - \tau_2) d\tau_2 \right\} \quad (13.57)$$

Đổi thứ tự phép lấy kỳ vọng và tích phân dẫn đến:

$$R_{yy}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E \left\{ \tilde{h}^*(\tau_1, t) \tilde{h}(\tau_2, t + \alpha) \times \tilde{x}^*(t - \tau_1) \tilde{x}(t + \alpha - \tau_2) \right\} d\tau_1 d\tau_2 \quad (13.58)$$

Giả sử $\tilde{x}(t)$ và $\tilde{h}(t)$ độc lập, đạt được:

$$R_{\tilde{y}\tilde{y}}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ E \left[\tilde{h}^*(\tau_1, t) \tilde{h}(\tau_2, t + \alpha) \right] E \left[\tilde{x}^*(t - \tau_1) \tilde{x}(t + \alpha - \tau_2) \right] \right\} d\tau_1 d\tau_2 \quad (13.59)$$

Thừa nhận rằng 2 phép kỳ vọng là các hàm tự tương quan và dựa vào (13.55) cho ta dạng đơn giản:

$$R_{\tilde{y}\tilde{y}}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\tilde{h}\tilde{h}}(\tau_1, \alpha) \delta(\tau_1 - \tau_2) R_{\tilde{x}\tilde{x}}(\alpha + \tau_1 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (13.60)$$

Thực hiện lấy tích phân theo τ_2 và dùng tính chất chọn lọc ta được:

$$R_{\tilde{y}\tilde{y}}(\alpha) = R_{\tilde{x}\tilde{x}}(\alpha) \int_{-\infty}^{\infty} R_{\tilde{h}\tilde{h}}(\tau_1, \alpha) d\tau_1 \quad (13.61)$$

Có thể được biểu diễn bởi:

$$R_{\tilde{y}\tilde{y}}(\alpha) = R_{\tilde{x}\tilde{x}}(\alpha) \overline{R_{\tilde{h}\tilde{h}}}(\alpha) \quad (13.62)$$

Trong đó:

$$\overline{R_{\tilde{h}\tilde{h}}}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\tilde{h}\tilde{h}}(\tau_1, \alpha) d\tau_1 \quad (13.63)$$

Mật độ phổ công suất đầu ra có thể tìm được bằng cách biến đổi Fourier của (13.62) dẫn đến tích chập:

$$S_{\tilde{y}\tilde{y}}(f) = S_{\tilde{x}\tilde{x}}(f) \otimes \overline{S_{\tilde{h}\tilde{h}}}(f) \quad (13.64)$$

Trong đó \otimes là tích chập. Lưu ý rằng $\overline{S_{\tilde{h}\tilde{h}}}(f)$ là mật độ phổ công suất "được trung bình hóa" và là biến đổi Fourier của hàm tự tương quan "được trung bình hóa" được định nghĩa trong (13.63).

Lưu ý rằng, mật độ phổ công suất đầu ra là tích chập của mật độ phổ công suất đầu vào và mật độ phổ công suất "được trung bình hóa" của quá trình ngẫu nhiên mà nó mô hình hóa cho các thay đổi theo thời gian. Ngược lại, quan hệ về mật độ phổ công suất của một hệ thống LTIV được cho bởi:

$$S_{\tilde{y}\tilde{y}}(f) = S_{\tilde{x}\tilde{x}}(f) |H(f)|^2 \quad (13.65)$$

Một lần nữa khi đầu vào là một đơn mang, thì hệ thống LTIV tạo ra đầu ra đơn mang tại cùng tần số đầu vào, trong khi đó đầu ra của hệ thống LTV có thể bị dịch phổ tần và trải rộng phổ tần.

13.4. Mô hình mô phỏng cho hệ thống LTV

Cho trước một mô tả một hệ thống LTV ở dạng của đáp ứng xung kim $\tilde{h}(\tau, t)$, thì ta có thể rút ra mô hình mô phỏng bằng cách sử dụng định lý lấy mẫu với giả thiết tín hiệu đưa vào kênh có băng tần giới hạn. Ta bắt đầu từ quan hệ vào/ra được cho bởi tích chập:

$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau, t) \tilde{x}(t - \tau) d\tau$$

Và sử dụng định lý lấy mẫu để biểu diễn đầu vào theo các giá trị mẫu của nó.

Từ định lý lấy mẫu cho thấy, một tín hiệu thông thấp $\tilde{w}(\tau)$ có băng tần được giới hạn B Hz được biểu diễn theo các giá trị mẫu của nó là:

$$\tilde{w}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{w}(nT) \frac{\sin(2\pi B(\tau - nT))}{2\pi B(\tau - nT)} \quad (13.66)$$

Trong đó $1/T$ là tốc độ lấy mẫu bằng với tốc độ Nyquist $2B$. Chọn tốc độ lấy mẫu nhỏ nhất là $2B$ để giảm thiểu tải tính toán cho mô hình mô phỏng. Sử dụng cách biểu diễn trên, với $\tilde{x}(t - \tau) = \tilde{w}(\tau)$, ta có thể thay $\tilde{x}(t - \tau)$ trong tích chập bằng

$$\tilde{x}(t - \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{x}(t - nT) \frac{\sin(2\pi B(\tau - nT))}{2\pi B(\tau - nT)} \quad (13.67)$$

Dẫn đến:

$$\begin{aligned} \tilde{y}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau, t) \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{x}(t - nT) \frac{\sin(2\pi B(\tau - nT))}{2\pi B(\tau - nT)} \right\} d\tau \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{x}(t - nT) \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau, t) \left\{ \frac{\sin(2\pi B(\tau - nT))}{2\pi B(\tau - nT)} \right\} d\tau \end{aligned} \quad (13.68)$$

Vì vậy, ta có thể viết:

$$\tilde{y}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{x}(t - nT) \tilde{g}_n(t) \quad (13.69)$$

Trong đó:

$$\tilde{g}_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau, t) \left\{ \frac{\sin(2\pi B(\tau - nT))}{2\pi B(\tau - nT)} \right\} d\tau \quad (13.70)$$

Các phương trình (13.69) và (13.70) định nghĩa mô hình mô phỏng cho các hệ thống thay đổi theo thời gian.

Mô hình đường trễ nhánh TDL

Mô hình được cho trong (13.69) có thể được thực hiện ở dạng đường trễ nhánh TDL như được cho ở hình 13.12, với các hàm độ lợi nhánh được định rõ bởi (13.70). Ở dạng tổng quát, các hàm độ lợi nhánh là các quá trình ngẫu nhiên và chúng sẽ bị tương quan nhau, nghĩa là $\tilde{g}_n(t)$ và $\tilde{g}_m(t)$ sẽ bị tương quan nhau.

Đơn giản hóa mô hình đường trễ nhánh TDL

Mô hình được cho ở trên có thể được đơn giản hóa theo nhiều cách sử dụng các giả định và các phép tính xấp xỉ.

Thứ nhất, thường giả định quá trình độ lợi nhánh là *không tương quan*. Chúng cũng được xấp xỉ bởi:

$$\tilde{g}_n(t) \approx T\tilde{h}(nT, t) \quad (13.71)$$

Trong phép tính gần đúng này, các hàm độ lợi nhánh biểu diễn các giá trị mẫu của đáp ứng xung kim thay đổi theo thời gian $\tilde{h}(\tau, t)$, trong đó việc lấy mẫu được thực hiện trong biến đáp ứng xung kim.

Thứ hai, phép tính gần đúng thứ 2 bao gồm việc *cắt đáp ứng xung kim*. Nếu:

$$E\left\{\left|\tilde{h}(\tau, t)\right|^2\right\} \rightarrow 0, \quad |\tau| \geq mT$$

Thì phép lấy tổng trong (13.69) được cắt giảm còn $2m+1$ số hạng như sau:

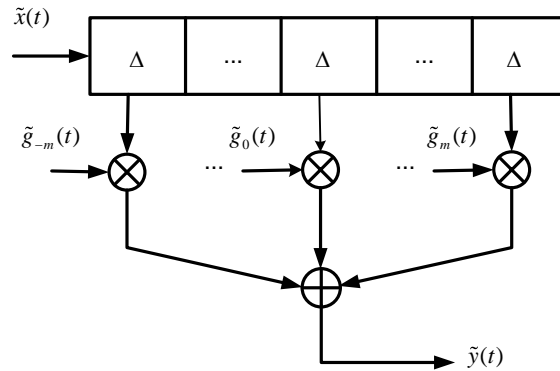
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{x}(t-nT)\tilde{g}_n(t) \approx \sum_{n=-m}^m \tilde{x}(t-nT)\tilde{g}_n(t) \quad (13.72)$$

Và mô hình đường trễ rẽ nhánh chỉ có hữu hạn các nhánh như được thấy trong hình 13.12. Tổng số nhánh nên được giữ ở mức nhỏ nhất để tối đa hóa hiệu quả tính toán của mô hình.

Cuối cùng, nếu hệ thống là bất biến, thì $\tilde{h}(\tau, t) = \tilde{h}(\tau)$, và các *độ lợi nhánh trở thành hằng số*:

$$\tilde{g}_n(t) = \tilde{g}_n \approx T\tilde{h}(nT)$$

Nói cách khác, các độ lợi nhánh chỉ là các giá trị mẫu của đáp ứng xung kim của hệ thống LTIV, và mô hình đường trễ rẽ nhánh rút gọn thành một mô hình bất biến xung kim, hoặc bộ lọc FIR thực hiện tích chập trong miền thời gian (xem hình 5.4 chương 5).



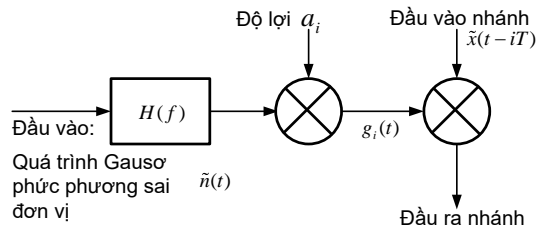
Hình 13.12: Mô hình đường trễ rẽ nhánh TDL

Theo một khía cạnh khác của TDL cũng đáng được quan tâm. Mô hình TDL được cho ở hình 13.12 có tín hiệu vào/ra $\tilde{x}(t)/\tilde{y}(t)$ liên tục theo thời gian. Tuy nhiên, trong mô phỏng ta phải dùng các giá trị mẫu của $\tilde{x}(t)$ và $\tilde{y}(t)$. Việc lấy mẫu thường được thực hiện với tốc độ lấy mẫu từ 8 đến 16 lần độ rộng băng tần, trong đó độ rộng băng tần phải tính đến ảnh hưởng của trải phổ do bản chất thay đổi theo thời gian của hệ thống gây ra. Các ảnh hưởng này được thấy trong biểu thức (13.52) và (13.64). Lưu ý rằng, tốc độ Nyquist là 2B đã được sử dụng để rút ra

mô hình đường trễ rẽ nhánh TDL và khoảng cách nhánh là $T = 1/2B$, nó sẽ $\gg T_s$, trong đó T_s là chu kỳ lấy mẫu cho các tín hiệu vào/ra. Tất nhiên, có thể rút ra mô hình đường trễ rẽ nhánh TDL có khoảng cách nhánh nhỏ hơn T_s , nhưng một mô hình như vậy không mang lại hiệu quả tính toán và không cần thiết để cải thiện độ chính xác.

Tạo các quá trình độ lợi nhánh

Các quá trình độ lợi nhánh là các quá trình ngẫu nhiên dừng có một hàm mật độ xác suất và mật độ phổ công suất cho trước. Mô hình đơn giản nhất cho các quá trình độ lợi nhánh là coi chúng là các quá trình Gauss phức trung bình không, không tương quan có các phương sai khác nhau nhưng các mật độ phổ công suất như nhau. Trong trường hợp này, các quá trình độ lợi nhánh có thể được tạo ra bằng cách lọc các quá trình Gauss trắng như được cho ở hình 13.13.



Hình 13.13: Tạo các quá trình độ lợi nhánh thứ i , $t = kT_s$

Hàm truyền đạt bộ lọc được chọn sao cho tạo ra mật độ phổ công suất mong muốn nghĩa là $H(f)$ được chọn sao cho:

$$S_{gg}(f) = S_{nn}(f) \cdot |\tilde{H}(f)|^2 = |\tilde{H}(f)|^2 \quad (13.73)$$

Trong đó $S_{nn}(f)$ là mật độ phổ công suất của quá trình tạp âm đầu vào, được đặt bằng 1, và $S_{gg}(f)$ là mật độ phổ công suất cụ thể của các quá trình độ lợi nhánh. Độ lợi không đổi (tĩnh) a_i trong hình 13.13 giải thích cho các mức công suất khác nhau hoặc các phương sai của các nhánh khác nhau (lưu ý đến quan hệ giữa phương sai và công suất của quá trình ngẫu nhiên). Nếu mật độ phổ công suất của các độ lợi nhánh là khác nhau, thì dùng các bộ lọc khác nhau cho các nhánh khác nhau.

Có một số cách thực hiện bộ lọc định dạng phổ (cũng được xem là bộ lọc doppler trong các mô hình kênh). Bộ lọc FIR trong miền thời gian là cách phổ biến nhất vì các mật độ phổ công suất (doppler) làm chính nó phân tán phổ và thực hiện ở dạng lặp.

Khi tạo các quá trình độ lợi nhánh, cần lưu ý độ rộng băng tần của các quá trình độ lợi nhánh của các hệ thống thay đổi chậm theo thời gian sẽ nhỏ so với độ rộng băng tần hệ thống và độ rộng băng tần tín hiệu truyền qua hệ thống đó. Trong trường hợp này, bộ lọc độ lợi nhánh nên được thiết kế và thực hiện ở một tốc độ lấy mẫu thấp hơn. Phép nội suy có thể được dùng ở đầu ra bộ lọc để tạo các mẫu dày đặc hơn tại tốc độ phù hợp với tốc độ lấy mẫu của tín hiệu đến nhánh đó. Việc thiết kế bộ lọc ở tốc độ lấy mẫu cao hơn sẽ dẫn đến không hiệu quả tính toán cũng như tính ổn định.

13.5. Thực hiện mô phỏng trên Matlab

Ta kết thúc chương bằng 2 chương trình Matlab diễn hình minh họa khái niệm được trình bày trong chương này.

13.5.1. Mô phỏng hiện tượng trải rộng Doppler

Trường hợp này minh họa trải phổ (trải rộng Doppler) xảy ra trong hệ thống thay đổi theo thời gian như được cho trong (13.64). Hệ thống được mô phỏng là một hệ thống đơn giản, đầu vào là một "đơn mang" thông dải dạng $x(t) = \cos[2\pi(f_0 + f_1)t]$ tương ứng với tín hiệu tương đương thông thấp là:

$$\tilde{x}(t) = e^{j2\pi f_1 t} \quad (13.74)$$

Đáp ứng xung kim tương đương thông thấp của hệ thống được giả định có dạng:

$$\tilde{h}(\tau, t) = \tilde{a}(t) \cdot \delta(t - \tau_0) \quad (13.75)$$

Là một kênh toàn thông có trễ τ_0 và một suy hao phức thay đổi theo thời gian $\tilde{a}(t)$. Suy hao được mô hình hóa là một quá trình ngẫu nhiên Gausơ trung bình không có mật độ phổ công suất là:

$$S_{\tilde{a}\tilde{a}}(f) = \frac{I}{(j2\pi f)^2 + B^2} \quad (13.76)$$

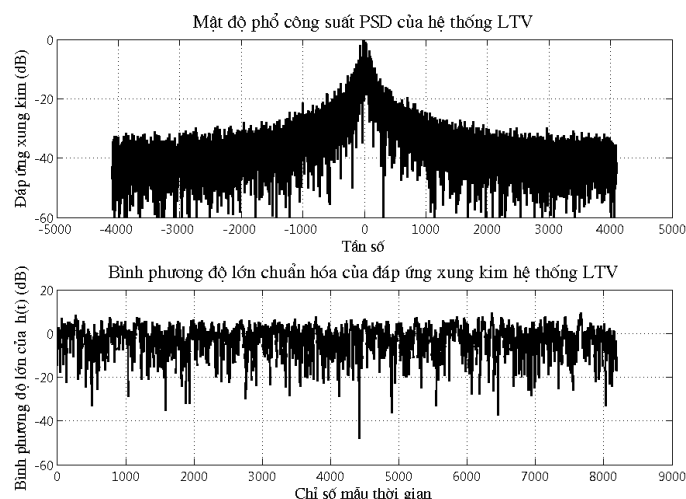
Trong đó B là độ rộng băng tần doppler. Đường bao phức đầu ra hệ thống thay đổi theo thời gian là :

$$\tilde{y}(t) = \tilde{a}(t) \cdot \tilde{x}(t - \tau_0) \quad (13.77)$$

Mô phỏng mô hình này bao gồm việc tạo ra các giá trị mẫu của đơn mang đầu vào và nhân với một quá trình Gausơ phức được lọc, trong đó bộ lọc được chọn để có được một hàm truyền đạt cho ta mật độ phổ công suất theo (13.76). Thấy rõ, phải có bộ lọc có hàm truyền đạt:

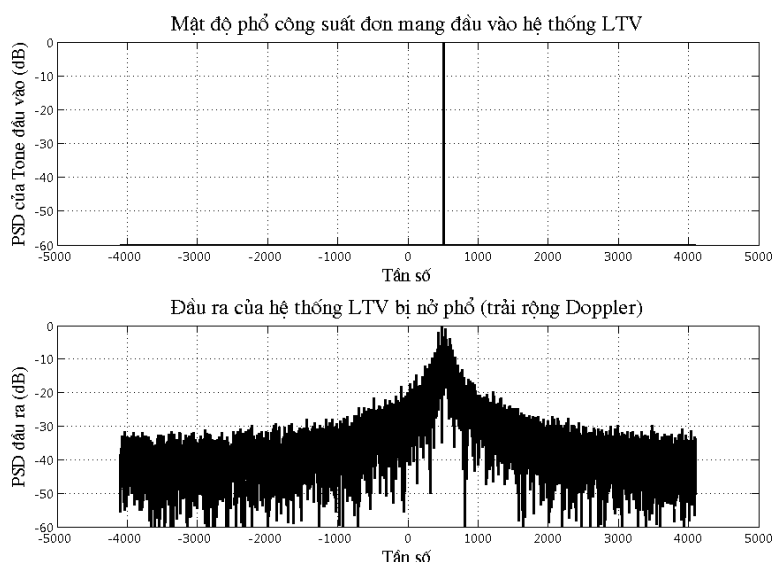
$$H(s) = \frac{I}{s + B} \quad (13.78)$$

Kết quả mô phỏng được minh họa với các giá trị tham số $f_l = 512$ Hz; $B = 64$ Hz; $\tau_0 = 0$; $f_s = 8.192$ mẫu /s và độ dài mô phỏng = 8.192 mẫu.



Hình 13.14 : Trình bày các quá trình Gausơ được lọc trong miền tần số (trên) và miền thời gian (dưới)

Các kết quả mô phỏng được cho ở hình 13.14 và 13.15. Mật độ phổ công suất của quá trình Gausơ được lọc và các giá trị của chuỗi Gausơ tương quan trong miền thời gian được tạo ra bởi bộ lọc hình 13.14. Đơn mang đầu vào được biểu diễn theo (13.74) và đầu ra của hệ thống thay đổi theo thời gian trong miền tần số được cho ở hình 13.15. Trải phổ do tính chất thay đổi theo thời gian của hệ thống được thấy ở khung dưới của hình 13.5. Mã chương trình Matlab thực hiện bài toán này được cho ở **NVD13_tiv1.m** trong phụ lục 13A.



Hình 13.15: PSD của đơn mang đầu vào và đầu ra của hệ thống bị trải rộng

13.5.2. Mô phỏng tính chọn lọc tần số và tính thay đổi theo thời gian

Trường hợp này ta minh họa 2 khía cạnh của kênh thay đổi theo thời gian: tính chọn lọc tần số và thay đổi theo thời gian. Trong trường hợp trên kênh là *toàn băng (allpass)* hay kênh

không chọn lọc tần số (đôi khi được gọi là kênh phẳng). Tại đây, ta biến đổi mô hình hệ thống sao cho đáp ứng xung kim tương đương thông thấp phức có dạng :

$$\tilde{h}(\tau, t) = \tilde{a}_1(t) \cdot \delta(\tau - \tau_1) + \tilde{a}_2(t) \cdot \delta(\tau - \tau_2) \quad (13.79)$$

Thấy rõ, mô hình này là mô hình chọn lọc tần số bằng cách xét một phiên bản bất biến theo thời gian với :

$$\tilde{h}(\tau, t) \Big|_{\substack{\tilde{a}_1(t) = \tilde{a}_1 \\ \tilde{a}_2(t) = \tilde{a}_2}} = \underbrace{\tilde{a}_1 \cdot \delta(\tau - \tau_1) + \tilde{a}_2 \cdot \delta(\tau - \tau_2)}_{\tilde{h}(\tau)} \quad (13.80)$$

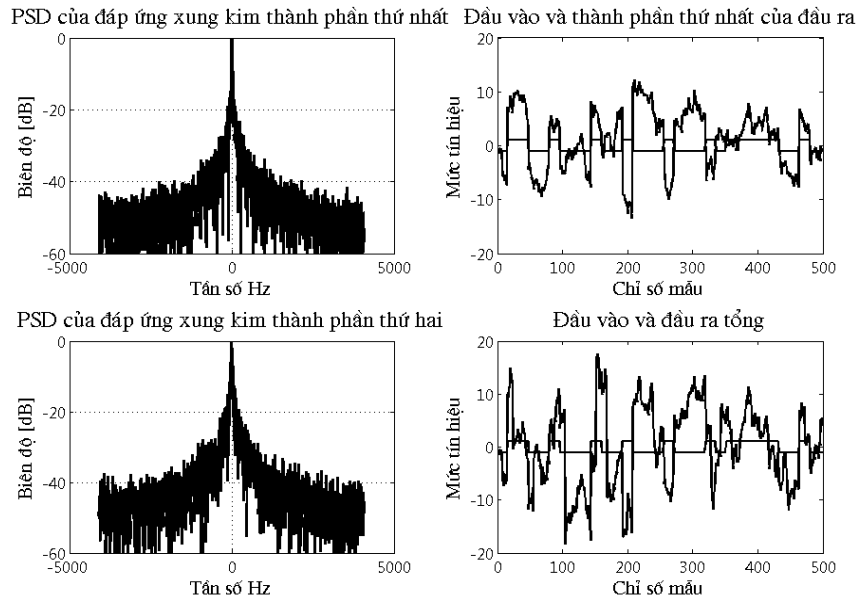
Dẫn đến hàm truyền đạt với giả thiết $\tau_1 = 0$, ta được :

$$H(f) = \tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 e^{-j2\pi f \tau_2} \quad (13.81)$$

Tính chọn lọc tần số được thể hiện ở chỗ hàm truyền đạt này có các giá trị khác nhau tại các tần số khác nhau.

Đầu ra tương đương thông thấp phức của hệ thống thay đổi theo thời gian được cho bởi (13.79) là :

$$\tilde{y}(t) = \tilde{a}_1(t) \cdot \tilde{x}(t - \tau_1) + \tilde{a}_2(t - \tau_2) \cdot \tilde{x}(t - \tau_2) \quad (13.82)$$



Hình 13.16: Ảnh hưởng của một thành phần và hai thành phần thay đổi theo thời gian

Nếu đưa vào hệ thống là tín hiệu BPSK, thì tính thay đổi theo thời gian của hệ thống làm suy hao và xoay pha tín hiệu BPSK là một hàm của thời gian. Bản chất chọn lọc tần số của kênh là do 2 thành phần bị trễ của đầu ra [phương trình (13.79) và (13.81)], biểu lộ ở dạng ISI. Cả hai ảnh hưởng này đều được tường minh trong các kết quả mô phỏng được cho ở hình 13.16. Các kết quả mô phỏng có được bằng cách chạy chương trình Matlab **NVD13_tiv2.m** trong phụ lục 13A với các tham số: tốc độ ký hiệu BPSK = 512 bit/s, tốc độ lấy mẫu = 16

mẫu/bit, độ rộng băng tần Doppler cho $\tilde{a}_1(t), \tilde{a}_2(t) = 16\text{Hz}$, $\tau_1 = 0$ và $\tau_2 = 8$ mẫu (một nửa khoảng thời gian bit). Trong hình 13.16, nửa trên minh họa ảnh hưởng của một thành phần thay đổi theo thời gian và nửa dưới minh họa ảnh hưởng của 2 thành phần. Chỉ 500 mẫu đầu tiên được chỉ ra. (Lưu ý rằng: chương trình được cho trong phụ lục 13A cũng tạo ra và hiển thị PSD của đáp ứng xung kim thành phần đầu tiên. Như trong ví dụ trước, mã chương trình Matlab được cho trong phụ lục 13A tạo ra 4 đồ thị khác nhau. Để được rõ hơn, cần phải chạy chương trình nhiều lần với các giá trị khác nhau của tham số mô phỏng và quan sát, so sánh kết quả mô phỏng tương ứng với việc thay đổi giá trị tham số.