# 成都理工大学 2019-2020 学年第二学期
# 《数学物理方程》期末考试试题（A 卷）

考试时间：120 分钟　　　　考试形式：闭卷

班级________ 姓名________ 学号________ 成绩________

密 封 线

## 一、 选择题（24 分）

1、均匀、柔软、弹性细弦在外力密度 $F(x,t)$ 作用下作微小横振动的振动方程为（　　）（4 分）

（A） $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2\nabla^2 u$　　　　（B） $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2\nabla^2 u + \dfrac{1}{\rho}F(x,t)$

（C） $\dfrac{\partial u}{\partial t} = a^2\nabla^2 u$　　　　（D） $\dfrac{\partial u}{\partial t} = a^2\nabla^2 u + \dfrac{1}{\rho}F(x,t)$

2、 热传导方程中表征传导区域物理属性的系数 $a^2$ 是密度和比热的函数，其解析表达式为（　　）（4 分）

（A） $\dfrac{ck}{\rho^2}$　　　　（B） $\dfrac{ck}{\rho}$

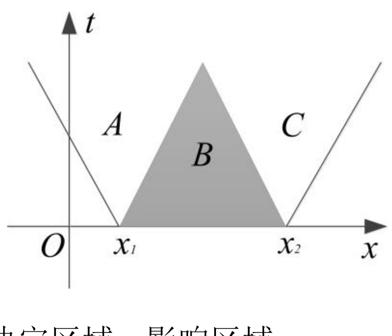
（C） $\dfrac{\rho}{ck}$　　　　（D） $\dfrac{k}{c\rho}$

3、 下列选项中，（　　）为泊松方程的表达式（4 分）

（A） $\nabla^2 u = -\dfrac{\rho}{\varepsilon}$　　　　（B） $\nabla^2 u = 0$

（C） $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2\nabla^2 u$　　　　（D） $\dfrac{\partial u}{\partial t} = a^2\nabla^2 u$

4、在讨论行波法的物理意义时，下图中的 A、B、C 区域依次称为依赖区间 $(x_1, x_2)$ 的（　　）（4 分）




（A） 依赖区域、决定区域、影响区域

（B）影响区域、决定区域、影响区域

（C）决定区域、依赖区域、决定区域

（D）决定区域、影响区域、决定区域

5、 狄氏问题（狄里克莱问题）和牛曼问题（诺伊曼问题）是针对下述哪一类偏微分方程提出的？（　　）（4 分）

（A） 波动方程　　（B）热传导方程

（C） 泊松方程　　（D）拉普拉斯方程

6、 二阶线性齐次偏微分方程 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial u}{\partial x\partial y}-3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+6\frac{\partial u}{\partial x}+7\frac{\partial u}{\partial y}-4u=0$ 的特征方程为（　　）（4 分）

（A）$(dy)^2-2dxdy-3(dx)^2=0$　　（B）$(dy)^2-2dxdy-3(dx)^2+6dy+7dx-4=0$

（C）$(dy)^2+2dxdy-3(dx)^2=0$　　（D）$(dy)^2+2dxdy-3(dx)^2+6dy+7dx-4=0$

二、简答题（20 分）

1、试举例描述热传导问题对应的三类边界条件（定义及数学表达式）（6 分）

2、任何一个二阶线性偏微分方程，根据其特征方程的系数计算 $B^2$-AC，可以把方程分为哪三种类型？（6 分）

3、试写出第一类贝塞尔函数的数学表达式。（4 分）

4、试写出调和函数的积分表达式。（4 分）

三、综合计算题（56 分）

1、求下述问题的的形式解：（10 分）

$$\begin{cases}\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},0<x<1,t>0;\\ u\big|_{x=0}=0,\quad \frac{\partial u}{\partial \mathrm{x}}\Big|_{x=1}=0;\\ u\big|_{t=0}=\mathrm{x}+1;\end{cases}$$

2、利用分离变量法和特征函数法求下述问题的形式解：（12 分）

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 10^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x^2 + 1; \quad 0 < x < 10, \quad t > 0; \\ u\big|_{x=0} = 10, \quad u\big|_{x=10} = 10; \\ u\big|_{t=0} = 2x, \quad \dfrac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0; \end{cases}$$

3、用行波法求解以下柯西问题：（12 分）

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 2\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0; \\ u\big|_{y=0} = 2x, \quad \dfrac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} = 0 \end{cases}$$

4、一条半无限长的杆，端点温度变化已知为$u\big|_{x=0} = \sin 2t$，杆的初始温度为 0° C，建立相应的定解问题，并求任意时刻任意位置杆上温度的分布规律。（注：$L(\sin kt) = \dfrac{k}{p^2 + k^2}$，$L^{-1}(\dfrac{1}{p} e^{-\frac{x}{a}\sqrt{p}}) = \dfrac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x}{2a\sqrt{t}}}^{\infty} e^{-y^2} dy$ 注，其 $L$ 中为拉氏变换，$L^{-1}$ 为拉氏逆变换）（12 分）

5、利用格林函数法，求解半空间的狄氏问题：$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \quad z > 0; \\ u\big|_{z=0} = 2\pi \end{cases}$

关于点 $M_0(1,1,1)$的特解。（10 分）