

成都理工大学 2019—2020 学年
第二学期《高等数学 I、II》(下) 考试试卷 (A 卷)

大题	一	二	三	四	总分
得分					

一、填空题 (每题 3 分, 共 30 分)

得分

1、函数 $z = x^y$ 在点 $P(1, 2)$ 处的方向导数 $\frac{\partial z}{\partial l}$ 的最大值是 _____。

2、将 xOz 坐标面上的抛物线 $z = 3x^2$ 绕 z 轴旋转一周所得的旋转曲面方程为 _____。

3、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n} x^n$ 的收敛域为 _____。

4、设函数 $f(x) = \begin{cases} e^x & -\pi \leq x < 0 \\ x-3 & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$ 的傅里叶级数的和函数为 $S(x)$, 则 $S(0) =$ _____。

5、设函数 $F(x, y) = \int_0^{xy} \frac{\cos t}{1+t^2} dt$, 则 $\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{(0,2)} =$ _____。

6、二重积分 $\int_0^\pi dx \int_x^\pi \frac{\sin y}{y} dy =$ _____。

7、设 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, 则 $\iint_{\Sigma} (x+y+z)^2 dS =$ _____。

8、 L 为上半圆周 $x^2 + y^2 = 1, y \geq 0$ 沿逆时针方向的

积分 $\int_L (xy^2 + 1)dx + x^2 y dy =$ _____。

9、已知 $(axy^2 - y \cos x)dx + (x^2 y - \sin x)dy$ 是某一函数 $u(x, y)$ 的全微分, 则 $a =$ _____。

10、 L 为上半圆周 $x^2 + y^2 = 1$ 及 x 轴所围成的整个边界,

$$\text{则 } \oint_L (e^{\sqrt{x^2+y^2}} - xy) ds = \underline{\hspace{2cm}}.$$

二、单项选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

得 分	
-----	--

11、设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$, 则 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处 ().

- (A) 不连续, 偏导数存在; (B) 不连续, 偏导数不存在;
(C) 连续, 偏导数不存在; (D) 连续, 偏导数存在;

12、设函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处存在对 x, y 的偏导数, 则 $f'_x(x_0, y_0) = ()$

- (A) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0) - f(x_0 - \Delta x, y_0)}{\Delta x}$
(B) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - 2\Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta x}$
(C) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)}{\Delta x}$
(D) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x, y) - f(x_0, y_0)}{x - x_0}$

13、设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则下列级数中必收敛的级数为 ().

- (A) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + u_{n+1})$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + \frac{1}{n})$

14、极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{\sin(x^2+2xy-3y^2)}{x^2-y^2} = ()$.

- (A) 1 (B) 2
(C) 0 (D) ∞

15、 $z = f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 取得极小值, 那么在点 (x_0, y_0) 必有 ()。

(A) $f'_x = f'_y = 0$

(B) $f''_{xy} - f''_{yx} < 0$ 且 $f''_{xx} > 0$

(C) $f(x, y_0)$ 在 x_0 取得极小值 (D) 以上答案都不对

16、已知函数 $f(xy, x+y) = x^2 + y^2 + xy$, 则 $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$ 分别为 ()。

(A) $2y, -1$

(B) $2x, -1$

(C) $-1, 2y$

(D) $2x + y, 2y + x$

17、设 $f(x, y)$ 为连续函数, 则 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^1 f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \rho d\rho$ 等于 ()。

(A) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_x^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$

(B) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$

(C) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_y^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

(D) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

18、已知函数 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 和某个邻域内连续, 且

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{f(x, y)}{1 - \cos(x^2 + y^2)} = 1, \text{ 则 ()。}$$

(A) 点 $(0, 0)$ 不是 $f(x, y)$ 的极值点;

(B) 点 $(0, 0)$ 是 $f(x, y)$ 的极小值点;

(C) 无法判断点 $(0, 0)$ 是否是 $f(x, y)$ 的极值点;

(D) 点 $(0, 0)$ 是 $f(x, y)$ 的极大值点;

19、 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 的和函数是 ()。

- (A) e^{-x^2} (B) e^{x^2} (C) $-e^{x^2}$ (D) $-e^{-x^2}$

20、设区域 Ω 由曲面 $z = x^2 + y^2$ 和 $z^2 = x^2 + y^2$ 所围成，三重积分 $\iiint_{\Omega} f(x^2 + y^2 + z^2) dv$ 在柱面坐标系下可化为 ()。

- (A) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 d\rho \int_{\rho^2}^{\rho^2} f(\rho^2 + z^2) dz$ (B) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho d\rho \int_{\rho^2}^{\rho} f(\rho^2 + z^2) dz$
 (C) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho d\rho \int_{\rho}^{\rho^2} f(\rho^2 + z^2) dz$ D、 $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 d\rho \int_{\rho^2}^{\rho} f(\rho^2 + z^2) dz$ L 为

三、计算题（每题 8 分，共 16 分）

得 分	
-----	--

21、求曲线 $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = z \\ y = x \end{cases}$ 在 原点处的切线和法平面方程。

22、设函数 $z = f(x - y, x^2 + y^2)$ ，且 $f(u, v)$ 具有连续的二阶偏导数，

求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

四、解答题（每题 8 分，共 24 分）

得 分	
-----	--

23. 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} (x + y + z) dS$ ，其中曲面 Σ 以 A (1, 0, 0)，B (0, 1, 0)，C (0, 0, 1) 为顶点的三角形平面区域。

24. 求 $\iint_{\Sigma} x dy dz - y dz dx + (z + 1) dx dy$ ，其中， Σ 为半球面

$x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0$ 的上侧即曲面的方向与 z 轴的正向夹角为锐角。

25. 将函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 展开为 $(x - 3)$ 的幂级数。