Izpit iz Numerične matematike

24. 6. 2013

Če ni drugače določeno, vse vrednosti določite na 5 decimalnih mest natančno.

1. Poiščite kubični polinom p_3 , ki interpolira podatke

- (a) Zapišite polinom p_3 v Newtonovi obliki.
- (b) Pokažite, da ima p_3 ničlo na (-2,0) in jo poiščite s katero od metod za reševanje nelinearnih enačb.
- (c) Poiščite še polinom stopnje 4, ki zadošča dodatnemu pogoju, da je $p_4^\prime(1)=0.$
- 2. Izpeljite formulo za računanje integrala oblike

$$\int_{0}^{4h} f(x)dx = Af(h) + Bf(2h) + Cf(3h) + R(f), \tag{1}$$

kjer so A, B, C realna števila in R(f) napaka odvisna od funkcije f.

- (a) Konstante A, B in C določite tako, da bo formula (1) točna za polinome čim višjih stopenj.
- (b) S formulo (1) izračunajte integral

$$\int_0^2 \cos x \, \mathrm{dx}.\tag{2}$$

Kolikšna je relativna in absolutna napaka?

(c) Na podlagi formule (1) izpeljite sestavljeno integracijsko pravilo in z njim izračunajte integral (2) na 5 decimalnih mest. Upoštevate lahko, da je napaka formule (1) enaka

$$R(f) = \frac{14}{45} f^{(4)}(\xi) h^5 \quad \xi \in (0, 4h).$$