

Presek dveh implicitno danih premic

Janez Novak

9. april 2017

1 Naloga

Poiskati želimo presek dveh premic v ravnini, ki sta dani z enačbama

$$ax + by + c = 0 \quad \text{in} \quad dx + ey + f = 0.$$

2 Rešitev

2.1 Postopek reševanja

Presek dveh nevzporednih premic je točka $T(x_0, y_0)$, kjer x_0 in y_0 rešita sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned} ax + by + c &= 0, \\ dx + ey + f &= 0, \end{aligned}$$

ki predstavljata enačbi obeh premic. Če zapišemo

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \mathbf{b} = - \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix},$$

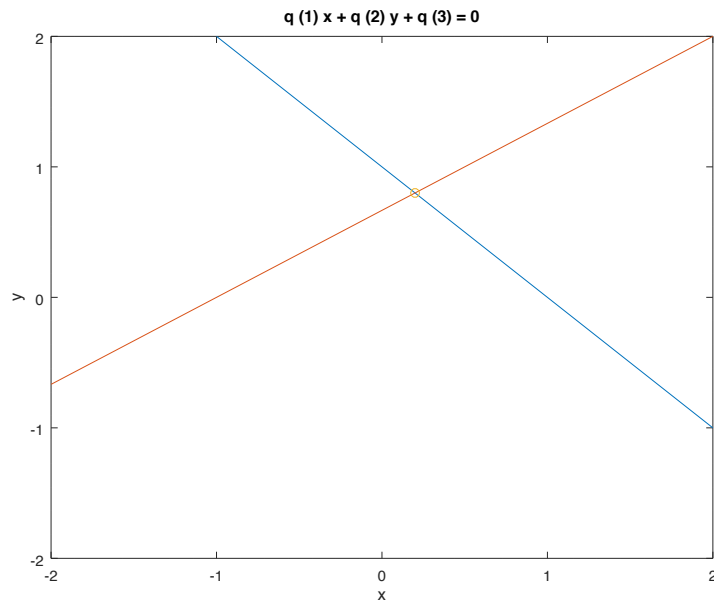
potem iščemo rešitev $\mathbf{x} = [x_0, y_0]^T$ sistema

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}.$$

Premici se sekata v točki, če ima ta sistem eno samo rešitev, kar se zgodi natanko takrat, ko je A polnega ranga oziroma $\det(A) \neq 0$. Ko A ni polnega ranga, sta premici ali vzporedni ali pa naši podatki niso smiselni.

2.2 Implementacija v octave

V octave-u bomo rešitev poiskali z uporabo operatorja `\`. Vhodne podatke shranimo v matriko A in vektor \mathbf{b} kot zgoraj, nato pa poiščemo presečišče s klicem $\mathbf{x} = A \backslash \mathbf{b}$. Posebej moramo obravnavati primer, ko A ni polnega ranga, saj nam sicer operator `\` vrne rešitev po metodi najmanjših kvadratov. Zadostoval bo



Slika 1: Presek premic $p : x + y - 1 = 0$ in $q : 2x - 3y + 2 = 0$.

en pogojni stavek: V primeru, da je $\det(A)$ primerljiva s strojno natančnostjo, izpišemo napako.

Koda funkcije `presecisce.m` brez testov je na koncu poročila. Oglejmo si primer uporabe. Za premici $p : x + y - 1 = 0$ in $q : 2x - 3y + 2 = 0$ vnesemo:

```
octave:1> p = [1, 1, -1];
octave:2> q = [2, -3, 2];
```

V T shranimo koordinate presečišča:

```
octave:3> T = presecisce(p, q);
```

in vse skupaj narišemo:

```
octave:4> ezplot(@(x, y) p(1)*x + p(2)*y + p(3), [-2, 2])
octave:5> hold on
octave:6> ezplot(@(x, y) q(1)*x + q(2)*y + q(3), [-2, 2])
octave:7> plot(T(1), T(2), 'o')
```

in sliko shranimo v datoteko:

```
octave:8> print -dpdf slika.pdf
```

Dobimo izris kot na sliki 1.

```
% Funkcija T = presecisce(p, q)
%
```

```

% Izračuna koordinate presečišča T dveh premic p in q,
% ki sta podani s koeficienti a,b,c implicitne enačbe
%
%  $ax + by + c = 0$ 
%
% Autor: Martin Vuk <martin.vuk@fri.uni-lj.si>

function T = presecisce(p,q)
    A = [p(1:2);q(1:2)]; % matrika sistema
    b = -[p(3);q(3)]; % desne strani
    if abs(det(A)) < eps
        error("premicima sta vzporedni")
    end
    T = A\b; % reši sistem
endfunction

```