

# FOTONIKA

Martin ČOPIČ  
Mojca VILFAN

Recenzenti: \*\*\*

Lektor: \*\*\*

Risbe in diagrami: Mojca Vilfan in Andrej Petelin

Oblikovanje, postavitev in prelom: Mojca Vilfan

Naslovne slike poglavij: Mojca Vilfan, Martin Rigler (str. 120 in 176), Andrej Petelin (str. 37), ESO (str. 93), Irena Drevenšek (str. 140), in NASA (str. 238)

©Kopiranje in razmnoževanje besedila ali njegovih delov ter slik je dovoljeno samo z odobritvijo avtorjev knjige.

LJUBLJANA, 2019

# Kazalo

<b>1</b>	<b>Laser</b>	<b>7</b>
1.1	Laser	7
1.2	Zasedbene enačbe	9
1.3	Spektralna širina enega laserskega nihanja	12
1.4	Primerjava laserjev in navadnih svetil	14
1.5	Večfrekvenčni laser	15
1.6	Relaksacijske oscilacije	17
1.7	Sunkovni laserji	19
1.8	Delovanje v sunkih s preklopom dobrote	20
1.9	Uklepanje faz	22
1.10	*Stabilizacija frekvence laserja na nasičeno absorpcijo	25
1.11	*Absolutna meritev frekvence laserja in definicija metra	27
1.12	*Semiklasični model laserja	29
<b>2</b>	<b>Primeri laserjev</b>	<b>34</b>
2.1	Laserski sistemi	34
2.2	He-Ne laser	35
2.3	Argonov ionski laser	37
2.4	CO <sub>2</sub> laser	38
2.5	Ekscimerni laser	40
2.6	Neodimov laser	41
2.6.1	Nd:YAG	41
2.6.2	Nd:steklo	43
2.7	Ti:safir laser	43
2.8	Laserji na organska barvila	44
2.9	Vlakenski laserji	45
2.10	Polprevodniški laserji	47
2.10.1	Svetlobne diode - LED	54
<b>3</b>	<b>Detektorji svetlobe</b>	<b>56</b>
3.1	Osnovne karakteristike detektorjev	56
3.2	Termični detektorji	57

<b>3.3 Fotoefekt</b>	<b>61</b>
<b>3.4 Vakuumska fotodioda (fotocelica) in fotopomnoževalka</b>	<b>62</b>
<b>3.5 Fotoprevodni detektorji</b>	<b>64</b>
<b>3.6 Polprevodniške fotodiode</b>	<b>66</b>
<b>3.7 Plazovne fotodiode</b>	<b>71</b>
<b>3.8 CCD in CMOS detektorji</b>	<b>72</b>
<b>3.9 Šum pri optični detekciji</b>	<b>74</b>
<b>3.10 Heterodinska detekcija</b>	<b>80</b>

# Predgovor

Fotonika je veda o svetlobi. Obsega izredno široka področja nastanka svetlobe in svetlobnih virov, uporabe svetlobe v različne namene, širjenja optičnih signalov in njihovega spreminjanja ter zaznavanja svetlobe. V zadnjih desetletjih je zato fotonika doživela izreden razcvet v raziskavah in tehnološki uporabi.

V pričajoči knjigi bomo obravnavali osnove fotonike. Po kratki ponovitvi splošne optike bomo spoznali delovanje laserjev in lastnosti laserske svetlobe, nadaljevali z nelinearnimi optičnimi pojavni in modulacijo svetlobe ter zaključili s prenosom in detekcijo laserskih signalov. Knjiga je zato zelo primerna predvsem za študente II. stopnje fizike, ki že imajo znanje optike in zahtevanih matematičnih prijemov, ga pa priporočava vsakemu, ki ga področje fotonike zanima, naj bo to ljubiteljsko ali profesionalno. Bralcu v razmislek sva dodala nekaj nalog, zahtevnejša podoglavlja pa so označena z zvezdico.

Prvotno gradivo za to knjigo je nastalo po zapisih s predavanj pri predmetu Elektrooptika in kasneje Fotonika ter Fizika laserjev. Gradivo sva dopolnila, posodobila in prilagodila obravnavani snovi pri predmetih Fotonika I in Fotonika II. Za pomoč pri pripravi se najlepše zahvaljujeva prof. dr. Ireni Drevenšek Olenik, ki je kot dolgoletna predavateljica Fotonike znatno pripomogla k oblikovanju te knjige, in Andreju Petelinu za pomoč pri delu ter ostalim sodelavcem z Odseka za kompleksne snovi Instituta "Jožef Stefan" za sodelovanje pri pripravi.

Avtorja

## Priporočena dodatna literatura

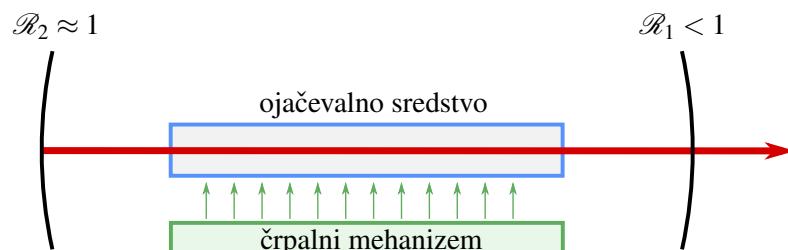
- A. Yariv in P. Yeh, Photonics, Sixth Edition, Oxford University Press, 2007.
- B. E. A. Saleh in M. C. Teich, Fundamentals of Photonics, 2nd Edition, Wiley, New Jersey, 2007.
- G. A. Reider, Photonics, An Introducion, Springer, Berlin, 2016.
- W. T. Silfvast, Laser Fundamentals, Second Edition, Cambridge University Press, 2008.
- C. C. Davis, Lasers and Electro-Optics, Cambridge University Press, 2006.
- O. Svelto, Principles of Lasers, Fifth Edition, Springer, New York, 2010
- K. F. Renk, Basics of Laser Physics, Second Edition, Springer, Berlin, 2017.
- J. W. Goodman, Statistical Optics, Second Edition, Wiley, New Jersey, 2015.
- W. Demtröder, Laser Spectroscopy, Fifth Edition, Springer, Berlin, 2014.
- G. New, Introduction to Nonlinear Optics, Cambridge University Press, 2011.
- R. W. Boyd, Nonlinear Optics, Third Edition, Academic Press, 2008.
- V. Degiorgio in I. Cristiani, Photonics, A Short Course, Springer International, 2016.

# 1. Laser

V prejšnjih poglavjih smo spoznali resonatorje, pojasnili ojačevanje svetlobe in opisali črpanje, ki je potrebno za ojačevanje optičnega signala. V tem poglavju bomo vsa ta spoznanja združili in komponenete sestavili v eno samo napravo – laser. Opisali bomo delovanje laserjev in spoznali njihove prednosti pred navadnimi svetili. Zapisali bomo zasedbene enačbe in razložili delovanje laserjev, spoznali zanimive spremljujoče pojave, opisali načine delovanja laserjev v sunkih in na koncu predstavili še semiklasični model laserja.

## 1.1 Laser

Spoznali smo, da se svetloba pri prehodu skozi sredstvo z obrnjeno zasedenostjo med dvema nivojem ojačuje. Postavimo tako sredstvo v optični resonator. Na začetku nastaja predvsem spontano izsevana svetloba, ki se med zrcalom resonatorja odbija in ob vsakem preletu skozi snov postopoma ojačuje. Vzbuja se nihanja resonatorja z nihajnimi frekvencami blizu frekvence atomskega prehoda, pri katerih snov ojačuje. Energija nihanj z dovolj majhnimi izgubami narašča, dokler se ojačenje ne izenači z izgubami. Sistem preide v stacionarno stanje in seva močno koherentno svetljivo. Tak izvor svetlobe imenujemo laser. Beseda laser je nastala iz kratice za *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* – ojačenje svetlobe s stimuliranim sevanjem.



Slika 1.1: Shema laserja s ključnimi deli: ojačevalno sredstvo, črpalni mehanizem in resonator



Kot klasično analogijo za laser vzemimo klarinet, ki je sestavljen iz cevi in ustnika. Cev deluje kot resonator, v katerem nastane stojni zvočni val, pri čemer je frekvenca stoječega vala določena z dolžino cevi in s številom vozlov. Naloga ustnika je dovajanje energije in s tem vzdrževanje konstantne amplitудe nihanja. To glasbenik doseže s pihanjem v ustnik in tresenjem prožnega jezička, ki s tresljaji proizvaja zvok. Tresenje jezička je približno periodično in vsebuje mnogo različnih frekvenc, tudi take, ki ustrezojo frekvenci stoječih valov v cevi. Ko amplituda tlaka v cevi naraste nad neko mejo, pride do zanimivega pojava. Nihanje tlaka v gornjem koncu cevi povratno deluje na ustnik in ga sila, da niha s frekvenco najmočneje vzbujenega stoječega vala v cevi, druge frekvence pa zamrejo. Moč pihanja gre le še v nihanje jezička s pravo frekvenco in ojačuje nihanje zračnega stolpca. Tako se s povratno zvezo med nihanjem jezička in stoječim valovanjem v cevi vzdržuje stoječe valovanje s konstantno amplitudo.

V grobem ima laser tri ključne sestavne dele: ojačevalno sredstvo, črpalni mehanizem in ukrivljeni zrcali, ki tvorita resonator (slika 1.1). Črpalni mehanizem vzdržuje obrnjeno zasedenost v ojačevalnem sredstvu, resonator pa omogoča, da se svetloba dovolj ojači in tako stimulirano sevanje prevlada nad spontanim. Odbojnostenost vsaj enega od zrcal mora biti manjša od 1, da skozenj lahko izhaja svetloba.

Pri osnovnem opisu delovanja laserja se omejimo na najpreprostejši model in privzemimo, da frekvenca le enega resonatorskega nihanja sovpada s frekvenco prehoda aktivne snovi. Ta privzeteck v večini laserjev ni avtomatično izpolnjen, vendar ga je pogosto mogoče doseči z dodatnimi elementi v resonatorju. Aktivno snov ozioroma ojačevalno sredstvo v laserju stalno črpamo in s tem vzdržujemo obrnjeno zasedenost.

Naj bo  $W$  energija svetlobnega valovanja v resonatorju. Zaradi izgub skozi zrcali in zaradi absorpcije ter sisanja v resonatorju se energija na en obhod resonatorja zmanjša za (enačba ??)

$$\Delta W_{\text{izgube}} = -\Lambda W = -(1 - \mathcal{R}_1 + 1 - \mathcal{R}_2 + 2\alpha L)W, \quad (1.1)$$

kjer so  $\Lambda$  celotne izgube,  $\alpha$  so izgube na enoto poti zaradi absoprcije in sisanja,  $L$  je dolžina resonatorja,  $\mathcal{R}_1$  in  $\mathcal{R}_2$  pa sta odbojnosti zrcal. V ojačevalnem sredstvu, v katerem vzdržujemo obrnjeno zasedenost, pride do ojačevanja s stimuliranim sevanjem. Energija nihanja resonatorja se tako na en obhod po enačbi (??) poveča za

$$\Delta W_{\text{ojačenje}} = \frac{G}{1 + W/W_s} W 2L'. \quad (1.2)$$

Namesto saturacijske gostote svetlobnega toka  $j_s$  smo vpeljali saturacijsko energijo  $W_s = V j_s/c$ ,  $L'$  pa označuje dolžino ojačevalnega sredstva. Račun pogosto poenostavimo, tako da vzamemo  $L' = L$ , tukaj pa zaradi jasnosti obdržimo ločen zapis. Privzeli smo tudi, da je ojačenje na en obhod dovolj majhno, da enačbe (??) ni treba integrirati.

V stacionarnem stanju se zmanjšanje energije zaradi izgub ravno izenači s povečanjem energije zaradi ojačenja. Zapišemo

$$|\Delta W_{\text{izgube}}| = |\Delta W_{\text{ojačenje}}|, \quad (1.3)$$

od koder sledi

$$\Lambda W = \frac{G 2L'}{1 + W/W_s} W. \quad (1.4)$$

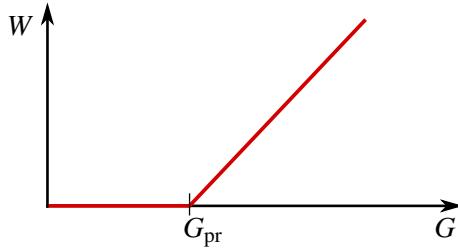
Ta enačba ima dve rešitvi za energijo svetlobnega nihanja. Prva je  $W = 0$ , druga pa

$$W = W_s \left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right), \quad (1.5)$$

pri čemer je

$$G_{\text{pr}} = \frac{\Lambda}{2L'}. \quad (1.6)$$

Združimo obe rešitvi: energija svetlobe v laserju je pod določeno vrednostjo ojačenja, imenujemo jo ojačenje na pragu delovanja  $G_{\text{pr}}$ , enaka nič, nad pragom pa linearno narašča z ojačenjem  $G$  (slika 1.2). Ojačenje je seveda odvisno od stopnje obrnjene zasedenosti, ta pa je povezana z močjo črpanja.



Slika 1.2: Odvisnost energije svetlobe v laserju od ojačenja

Izhodna moč laserja je enaka energiji, ki zapusti resonator skozi izhodno zrcalo, deljeni s časom obhoda resonatorja  $2L/c$

$$P = (1 - \mathcal{R}_1) \frac{c}{2L} W. \quad (1.7)$$

Ker so vsi predfaktorji v gornji enačbi konstantni, je izhodna moč kar sorazmerna z energijo svetlobe v resonatorju. Odvisnost izhodne moči laserja od črpanja je tako do konstante enaka, kot je prikazana na sliki (1.2).

**Naloga 1.1.1** Izračunaj izhodno moč iz laserja pri dani dolžini resonatorja  $L = L'$ , odbojnosti enega zrcala  $\mathcal{R}_2 = 1$ , notranjih izgubah na enoto dolžine  $\alpha$  in ojačenju  $G$ . Pokaži, da je izhodna moč največja pri odbojnosti izhodnega zrcala

$$\mathcal{R}_1 = 1 - 2\alpha L \left( \sqrt{\frac{G}{\alpha}} - 1 \right). \quad (1.8)$$

## 1.2 Zasedbene enačbe

Za podrobnejši opis delovanja laserja zapišimo zasedbene enačbe. Enačbam za zasedenosost atomskih nivojev v trinivojskem sistemu (enačbe ??–??) dodamo še enačbo za energijo lastnega valovanja v resonatorju. Še naprej obravnavajmo primer, ko je vzbujeno le eno resonatorsko stanje, opazujemo pa prehode med prvim in drugim vzbujenim stanjem (slika ?? b).

Preden zapišemo enačbe, napravimo še nekaj poenostavitev. Najprej privzamemo, da je razpadni čas spodnjega laserskega stanja  $|1\rangle$ , ki ga določa koeficient  $A_{10}$ , dosti krajši od razpadnega časa zgornjega stanja  $|2\rangle$ . Tedaj vsi atomi iz spodnjega stanja zelo hitro preidejo v osnovno stanje in  $N_1 \approx 0$ , če le ni preveč stimuliranega sevanja. Zanemarimo tudi spontano sevanje iz drugega vzbujenega nivoja  $A_{20} \approx 0$ . Celoten sistem potem opišemo z dvema spremenljivkama: prva je  $N_2$ , ki označuje zasedenosost drugega vzbujenega stanja in hkrati približno obrnjeno zasedenosost; druga je število fotonov  $n$ , ki opisuje energijo v izbranem stanju resonatorja. Gostota energije polja je  $w = n\hbar\omega/V$ , pri čemer je  $V$  volumen resonatorja.

Zasedbeni enačbi sta

$$\frac{dN_2}{dt} = rN - A_{21}N_2 - B_{21}gN_2 \frac{\hbar\omega}{V} n = rN - A_{21}N_2 - \frac{\sigma c}{V} N_2 n \quad (1.9)$$

in

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\sigma c}{V} N_2 (n+1) - \frac{2}{\tau} n. \quad (1.10)$$

Prva enačba sledi neposredno iz enačbe (??) ob upoštevanju zgoraj navedenih poenostavitev. Drugo pa dobimo s sledečim razmislekoma. Energija svetlobe oziroma število fotonov v resonatorju se povečuje predvsem zaradi stimuliranega sevanja, ki predstavlja zadnji člen v enačbi (1.9). Vemo pa, da je verjetnost za prehod atoma iz višjega v nižje stanje z izsevanjem fotona v izbrano stanje elektromagnetnega polja sorazmerna z  $n + 1$  (enačba ??), kjer je  $n$  število fotonov v izbranem stanju. Če torej namesto  $n$  v zadnjem členu enačbe (1.9) pišemo  $n + 1$ , opišemo poleg stimuliranega sevanja tudi prispevek spontanega sevanja. Dodamo še člen, s katerim popišemo zmanjševanje energije svetlobe v resonatorju zaradi izgub, kar opišemo z razpadnim časom  $\tau/2$  (enačba ??).

Gornji enačbi predstavljata sistem dveh sklopljenih diferencialnih enačb za časovni razvoj števila fotonov v resonatorskem stanju in za zasedenost gornjega atomskega stanja. Enačbi sta nelinearni in ju ne znamo analitično rešiti. Vseeno pa lahko nekaj povemo o takem sistemu.

Poglejmo najprej stacionarne rešitve, za katere velja  $\dot{N}_2 = 0$  in  $\dot{n} = 0$ . Iz enačbe (1.9) izrazimo  $N_2$  in ga vstavimo v enačbo (1.10). Sledi

$$\frac{2}{\tau}n(A_{21}V + \sigma cn) = \sigma crN(n+1). \quad (1.11)$$

Enačbo zapišemo še bolj pregledno, če vpeljemo koeficient ojačanja  $G$  (enačba ??) in ojačenje na pragu  $G_{\text{pr}}$  (enačbi ?? in 1.6)

$$G_{\text{pr}}n \left( 1 + \frac{\sigma c}{VA_{21}}n \right) = G(n+1). \quad (1.12)$$

Vpeljemo še brezdimenzijsko konstanto  $p$ , pri čemer upoštevamo zvezo med Einsteinovimi koeficienti (enačba ??)

$$p = \frac{VA_{21}}{\sigma c} = \frac{VA_{21}}{B_{21}\hbar\omega g} = \frac{V\omega^2}{\pi^2 c^3 g} \simeq \frac{V\omega^2}{\pi^2 c^3} \Delta\omega. \quad (1.13)$$

V zadnjem izrazu smo privzeli, da je  $g \simeq 1/\Delta\omega$ . Parameter  $p$  je torej približno enak produktu gostote stanj elektromagnetnega polja v resonatorju (enačba ??) in širine atomskega prehoda (ter volumna), torej kar številu vseh stanj v frekvenčnem intervalu atomskega prehoda. To število je navadno precej veliko  $p \sim 10^8\text{--}10^{10}$ .

 S primerjavo izraza za  $p$  (enačba 1.13) z izrazom za saturacijsko gostoto toka (enačba ??) vidimo, da  $p$  predstavlja število fotonov v resonatorju, pri katerem pride do nasičenja ojačanja, če je frekvenca nihanja resonatorja blizu centra atomske črte.

Enačbo (1.12) prepišemo

$$\frac{n^2}{p} - \left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right)n - \frac{G}{G_{\text{pr}}} = 0 \quad (1.14)$$

s pozitivno rešitvijo

$$n = \frac{p}{2} \left( \left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right) + \sqrt{\left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right)^2 + \frac{4G}{pG_{\text{pr}}}} \right). \quad (1.15)$$

Ker je  $p$  zelo veliko število, lahko koren razvijemo, če le ni ojačenje preveč blizu praga, ko je  $G/G_{\text{pr}} \simeq 1$ .

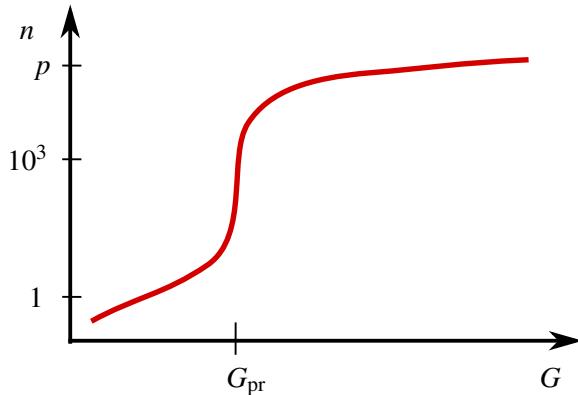
Pod pragom je  $G < G_{\text{pr}}$  in

$$n \approx \frac{p}{2} \left( \left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right) + \left( 1 - \frac{G}{G_{\text{pr}}} \right) + \frac{2G}{p(G_{\text{pr}} - G)} \right) = \frac{G}{G_{\text{pr}} - G}. \quad (1.16)$$

Pri razvoju korena smo upoštevali, da mora biti pozitiven. Nad pragom je število fotonov

$$n \approx p \left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right) = \frac{W_s}{\hbar\omega} \left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right). \quad (1.17)$$

Rezultat, ki je po pričakovanju skladen z enačbo (1.5), si oglejmo podrobneje. Pod pragom so izgube večje od črpanja in gre praktično vsa moč, ki jo dovedemo v sistem, preko spontanega sevanja v veliko število stanj elektromagnetskoga polja. Število fotonov v izbranem resonatorskem nihanju je tako okoli ena do neposredne bližine praga, kjer hitro naraste (slika 1.3), nad pragom je reda velikosti  $p$ . Nad pragom povsem prevlada stimulirano sevanje v eno samo izbrano nihanje resonatorja. Prehod preko praga je zaradi velikega  $p$  tako hiter, da ga ni mogoče izmeriti. Izjema so polprevodniški laserji, katerih volumen – in posledično tudi  $p$  – je tako majhen, da je mogoče opaziti zvezen prehod preko praga.



Slika 1.3: Odvisnost števila fotonov v resonatorju od ojačenja za  $p = 10^5$ .

Izračunjamo še stacionarno zasedenosť zgornjega atomskega nivoja. Iz enačbe (1.10) sledi

$$N_2 = \frac{2V}{\tau\sigma c} \frac{n}{n+1} \approx \frac{2V}{\tau\sigma c}. \quad (1.18)$$

Na pragu je po enačbi (1.15)  $n = \sqrt{p}$ . Sledi

$$N_{2\text{pr}} = \frac{2V}{\tau\sigma c} \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p} + 1}. \quad (1.19)$$

Ker je  $p$  zelo veliko število, iz gornjih enačb sledi, da zasedenosť višjega nivoja oziroma obrnjena zasedenosť narašča do bližine praga, nad pragom pa je praktično konstantna in skoraj natanko enaka kot na pragu. To ni težko razumeti. Nad pragom je število fotonov v resonatorju veliko in linearno narašča z močjo črpanja. S tem se povečuje hitrost praznjenja zgornjega atomskega stanja s stimuliranim sevanjem, kar ravno izniči učinek povečanja črpanja. V stacionarno delujočem laserju obrnjene zasedenosnosti torej ni mogoče povečati nad vrednost na pragu  $N_{2\text{pr}}$ . To ima pomembne praktične posledice, kot bomo videli v nadaljevanju.



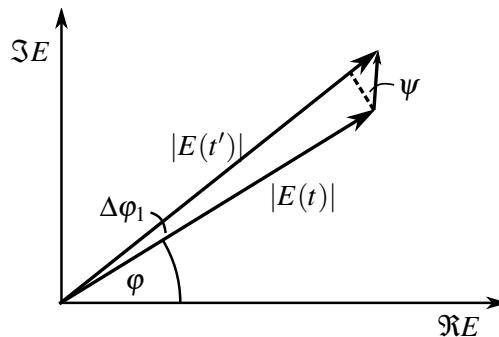
Obravnava laserja z zasedbenimi enačbami je seveda zelo groba. Nismo upoštevali, da je prostorska odvisnost polja v delajočem laserju drugačna od lastnega stanja praznega resonatorja. Poleg tega smo privzeli, da so atomi lahko le v lastnih energijskih stanjih, kar je res le v primeru stacionarnih stanj brez zunanjega, časovno odvisnega polja svetlobe. Bolj podroben pristop je semiklasični model, pri katerem za opis svetlobe uporabimo klasično valovno enačbo, za atome pa kvantno mehaniko (glej poglavje 1.12). Ta model zadošča za opis skoraj vseh pojavov v laserjih razen vpliva spontanega sevanja. Za dosledno obravnavo tega je treba svetlobo opisati s pomočjo kvantne elektrodinamike, kar presega okvir te knjige.

Povzemimo na kratko, kaj smo spoznali o delovanju enofrekvenčnega laserja. Pri dovolj velikem ojačenju, ki ravno pokriva izgube resonatorja, je v stacionarnem stanju energija in s tem amplituda izbranega lastnega nihanja resonatorja različna od nič. Frekvenca svetlobe je določena z izbranim lastnim stanjem resonatorja, ki določa tudi prostorsko odvisnost valovanja v resonatorju in obliko izhodnega snopa. V navadnem stabilnem resonatorju je polje po obliki zelo blizu Gaussovem snopu, zato je tak tudi izhodni snop. Gaussova prostorska odvisnost izhodnega snopa je morda najpomembnejša lastnost laserjev. Gaussov snop se, kot vemo, najmanj širi zaradi uklona in ga je mogoče zbrati v piko približne velikosti valovne dolžine. Laser se tako najbolj približa idealno točkastemu izvoru svetlobe.

### 1.3 Spektralna širina enega laserskega nihanja

Povejmo še nekaj o spektralni širini svetlobe enofrekvenčnega laserja. Če bi se lastno stanje elektromagnetnega polja v resonatorju obnašalo kot klasično harmonsko nihalo, bi bil spekter laserja neskončno ozek. Vendar imajo laserji končno spektralno širino – v idealnem primeru zaradi kvantizacije elektromagnetnega polja, v praksi pa zaradi zunanjih motenj. Poskusimo oceniti razširitev zaradi vpliva kvantizacije. Zaradi nje je poleg stimuliranega sevanja vedno prisotno tudi spontano sevanje. To predstavlja kvantni šum, ki vodi do razširitve spektra.

Predstavimo amplitudo nihanja  $E(t)$  na izbranem mestu v resonatorju kot kompleksno število, ki ga v kompleksni ravnini določata dolžina  $|E(t)|$  in faza  $\varphi$  (slika 1.4). Pri tem fazo določimo glede na neko začetno izbrano fazo. Ker je energija svetlobe sorazmerna s številom fotonov, je dolžina sorazmerna s korenem iz števila fotonov v izbranem nihanju. Stimulirano sevanje, ki ravno pokriva izgube resonatorja, vzdržuje dolžino  $|E(t)|$  praktično konstantno, nespremenjena ostaja tudi faza. Spontano sevanje velikosti amplitude nihanja ne spreminja dosti, vendar stohastična narava spontano izsevanih fotonov vpliva na njeno fazo. Majhen prispevek spontanega sevanja preko spremenjajoče se faze skrajša koherenčni čas in določa spodnjo mejo za širino spektralne krte.



Slika 1.4: Amplituda polja v resonatorju in njena sprememba zaradi spontanega sevanja

Pri spontani emisiji se izseva en foton s poljubno fazo. Prispevek h kompleksni amplitudi ima torej dolžino 1 in poljubno smer (slika 1.4). Zanima nas povprečje kvadrata spremembe faznega kota pri enem spontano izsevanem fotonu

$$\overline{\Delta\varphi_1^2} = \overline{\left(\frac{\cos\psi}{\sqrt{n}}\right)^2} = \frac{1}{2\bar{n}}, \quad (1.20)$$

kjer  $\psi$  označuje kot med fazo celotnega polja in spontano izsevanega fotona. Zaporedne spontane emisije so med seboj neodvisne, zato izračunamo povprečni kvadrat spremembe faze pri  $m$  emisijah tako, da seštejemo povprečne kvadrate za posamezne fotone

$$\overline{\Delta\varphi_m^2} = m\overline{\Delta\varphi_1^2} = \frac{m}{2\bar{n}}. \quad (1.21)$$

Ocenimo še število spontano izsevanih fotonov na časovno enoto. Vemo, da stimulirano sevanje ravno pokrije izgube resonatorja, zato je stimulirano izsevanih fotonov na časovno enoto  $2\bar{n}/\tau$ . Vemo tudi, da je razmerje med verjetnostjo za stimulirano in spontano sevanje enako številu fotonov v danem stanju polja (enačba ??), zato je število spontanih sevanj na časovno enoto kar  $2/\tau$ . Tako je število spontano izsevanih fotonov v času  $t$  enako  $m = 2t/\tau$  in

$$\overline{\Delta\varphi^2(t)} = \frac{t}{\bar{n}\tau}. \quad (1.22)$$

Čas  $t_p$ , v katerem se faza znatno spremeni, je torej velikostnega reda

$$t_p \sim \bar{n}\tau = \frac{W}{\hbar\omega} \tau = \frac{P}{\hbar\omega} \tau^2. \quad (1.23)$$

Ker je število fotonov v nihanju nad pragom zelo veliko ( $\sim 10^9$  v majhnem He-Ne laserju),  $\tau$  pa je  $\sim 10^{-7}$ , je karakteristični čas za fazno razširitev idealnega laserja  $t_p \sim 100$  s.

Iz enačbe (1.23) vidimo tudi, da je spektralna širina, ki je podana z  $1/t_p$ , obratno sorazmerna z izhodno močjo laserja. Spodnjo mejo za spektralno širino pri dani izhodni moči laserja podaja Schawlow-Townseva limita<sup>1</sup>

$$\Delta\nu_{\min} = \frac{\pi h\nu}{P} \Delta\nu_R^2, \quad (1.24)$$

pri čemer  $\Delta\nu_R$  predstavlja širino nihanja praznega resonatorja.<sup>2</sup> V neposredni bližini praga, kjer je  $\bar{n} \sim 1$ , je spektralna širina približno enaka širini nihanj praznega resonatorja.

Dejanski laserji seveda nimajo niti približno tako ozkega spektra, kot smo ga pravkar ocenili. Vemo, da je frekvanca laserja določena z dolžino resonatorja ( $\nu = nc/2L$ ), pri čemer je  $n$  zelo veliko celo število. Že majhna sprememba dolžine resonatorja povzroči spremembo frekvence laserja, pri znatnejši spremembi dolžine pa lahko pride tudi do preskoka vzbujenega stanja resonatorja, to je števila  $n$ . Dolžina resonatorja se spreminja predvsem zaradi zunanjih mehanskih motenj in zaradi spreminjanja temperature. Če se posebej ne potrudimo s konstrukcijo resonatorja, so fluktuacije frekvence kar reda velikosti razmika med sosednimi stanji resonatorja, to je reda velikosti  $\sim 100$  MHz. Fluktacije dolžine je mogoče zmanjšati s skrbno konstrukcijo, temperaturno stabilizacijo in uporabo materialov z majhnim topotnim raztezkom. Na tak način je mogoče dobiti laser z efektivno spektralno širino pod  $\sim 1$  MHz.

<sup>1</sup>Ameriška fizika in nobelovca Arthur Leonard Schawlow, 1921–1999, in Charles Hard Townes, 1915–2015.

<sup>2</sup>Natančnejši izračun odstopa od preprosto izpeljanega za faktor 2. V zapisanem izrazu je že upoštevan pravilen predfaktor.

 Zapisali smo, da lahko s posebno konstrukcijo laserjev dosežemo spektralno širino pod  $\sim 1\text{MHz}$ . Vendar najmanjša dosežena spektralna širina znaša  $\sim 10\text{ mHz}$ , kar je še 8 velikostnih redov manj! Gre za prav poseben laser iz monokristalov silicija, hlajenega na  $-150\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Fluktuacije dolžine resonatorja so pogojene s termičnimi fluktuacijami v odbojnih plasteh, ki znašajo okoli  $10^{-17}\text{m}$ . Koherenčna dolžina takega laserja je več milijonov kilometrov<sup>3</sup>.

Tu velja opozoriti, da je narava spektralne razširitve v laserju drugačna kot v navadnih svetilih. V drugem poglavju smo videli, da intenziteta svetlobe navadnega svetila fluktuirata na časovni skali koherenčnega časa, ki je obraten spektralni širini (poglavlje ??). Šum navadnih svetil je torej amplitudno moduliran šum. Pri enofrekvenčnem laserju je drugače. Amplituda in intenziteta izhodne svetlobe sta konstantni, fluktuirata le frekvence oziroma faza. Šum laserja je torej v obliki frekvenčne modulacije.

## 1.4 Primerjava laserjev in navadnih svetil

Povzemimo, kar smo se do zdaj naučili o laserjih in jih primerjajmo z navadnimi svetili. Primerjajmo enofrekvenčni laser, v katerem je vzbujeno le eno osnovno stanje resonatorja Gaussove oblike, z navadnim nekoherentnim izvorom svetlobe.

Svetlobni snop iz laserja ima dve takoj očitni odliki: je zelo usmerjen in zelo enobarven. Prva lastnost je posledica tega, da je lastno stanje stabilnega resonatorja Gaussove oblike in je zato tak tudi izhodni snop. Divergenca Gaussovega snopa je posledica uklona in je najmanjša možna. Valovne fronte izhodne svetlobe so gladke in na dani razdalji ves čas enake, zato je laserski snop prostorsko idealno koherenten. Koherenten Gaussov snop lahko z ustrezno optiko zberemo v piko velikosti valovne dolžine, s čimer dosežemo že pri razmeroma majhni izhodni moči zelo veliko gostoto svetobnega toka. To je zelo uporabno v tehnologiji, na primer za natančno in čisto obdelavo materialov, ter v medicini, kjer laserje uporabljajo za zahtevne kirurške posege.

Kako pa je z navadnimi svetili? V njih atomi sevajo neodvisno, zato izsevana svetloba ni prostorsko koherentna. Valovna fronta na danem mestu je nepravilna in se v koherenčnem času znatno spremeni. Vendar tudi iz svetlobe navadnega nekoherentnega svetila lahko pridobimo koherenten snop, če na dano razdaljo od svetila postavimo zaslонko, ki je manjša od koherenčne ploskve na tistem mestu (glej razdelek ??). Ocenimo moč tako dobljenega koherentnega snopa za zaslonko.

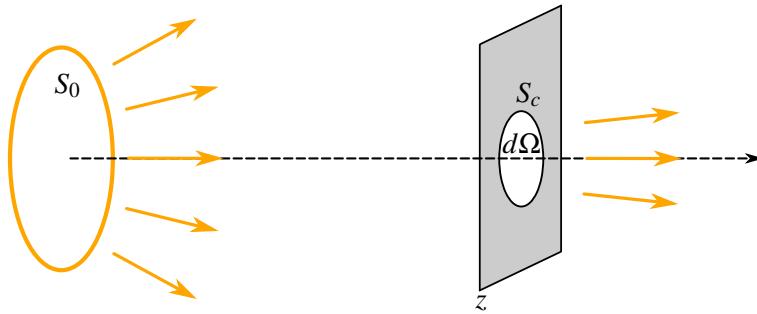
Svetilo naj ima svetlost  $B^4$ . Moč koherentnega snopa za zaslonko, ki prepušča svetlobo skozi prostorski kot  $\Delta\Omega$ , je (slika 1.5)

$$P = BS_0\Delta\Omega = \frac{BS_0S_c}{z^2} \sim \frac{BS_0}{z^2} \frac{\lambda^2 z^2}{S_0} = B\lambda^2. \quad (1.25)$$

Pri tem je  $S_0$  površina svetila,  $z$  oddaljenost zaslонke od svetila,  $S_c$  pa velikost koherenčne ploskve, za katero smo uporabili oceno (enačba ??). Da iz  $S_0 = 1\text{ mm}^2$  velikega svetila dosežemo koherenten snop svetlobe z valovno dolžino okoli  $550\text{ nm}$ , mora biti premer zaslonke, ki jo postavimo  $1\text{ m}$  od izvora, okoli  $0,6\text{ mm}$ . V tem primeru znaša moč, ki prehaja skozi zaslonko, pri svetlosti  $100\text{ W/cm}^2$  le približno  $3 \cdot 10^{-7}\text{ W}$ . Pri podobni divergenci žarka je močno navadno svetilo torej štiri reda velikosti šibkejše od zelo šibkih laserjev z močjo  $1\text{ mW}$ .

<sup>3</sup>Phys. Rev. Lett. **118**, 263202 (2017).

<sup>4</sup>Svetilnost je moč, izsevana v dan prostorski kot  $I = dP/d\Omega$ ; svetlost pa je svetilnost na enoto ploskve  $B = I/S = dP/Sd\Omega$ .



Slika 1.5: K izračunu moči koherentnega snopa svetlobe iz nekoherentnega svetila

Druga odlična lastnost svetlobe iz enofrekvenčnega laserja je njena zelo majhna spektralna širina. Z nekaj truda je ta lahko pod 1 kHz, emisijske črte v plinu pa so zaradi Dopplerjeve razširitve široke vsaj nekaj GHz, pa še to le v razmeroma redkem in hladnem plinu, kjer je svetlost majhna. Primerjajmo spektralno gostoto moči laserja in navadnih svetil. Majhen He-Ne laser seva 1 mW v približno 10<sup>7</sup> Hz in spektralna gostota moči je  $dP/dv \sim 10^{-10}$  W/Hz. Po drugi strani zelo svetla živosrebrna svetilka seva v močno razširjene spektralne črte s širino okoli 10 nm, kar ustreza  $\sim 10^{13}$  Hz. Spektralna gostota v koherentnem snopu, ki smo ga pripravili iz navadne svetilke, je tako le okoli  $3 \cdot 10^{-20}$  W/Hz. Šolski He-Ne laser torej prekaša najmočnejše nekoherentno svetilo za 10 velikostnih redov. Z laserji je seveda mogoče doseči znatno večje moči, v sunkih tipično do okoli 10<sup>12</sup> W, tako da po spektralni gostoti moči v koherentnem snopu laserji prekašajo običajna svetila 20–25 velikostnih redov. Verjetno v zgodovini težko najdemo še kak drug izum, ki je prinesel tolikšno izboljšavo v neki bistveni količini in tako ni nenavadno, da je prihod laserjev v začetku 60-ih let povzročil preporod optike.

## 1.5 Večfrekvenčni laser

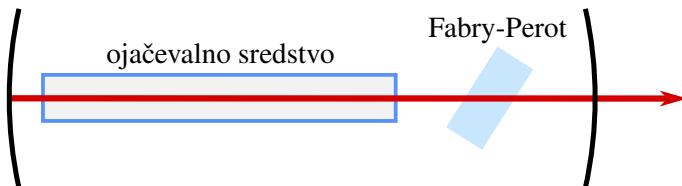
Do zdaj smo obravnavali laserje, v katerih je bilo vzbujeno eno samo valovanje. Vendar je ojačevalna širina večine aktivnih sredstev navadno večja od razlike med frekvencami posameznih stanj resonatorja. V plinih, na primer, je ojačevalna širina zaradi Dopplerjevega pojava vsaj nekaj GHz, lastne frekvence resonatorja pa so pri 30 cm dolgem resonatorju razmagnjene za 500 MHz. Tako se lahko zgodi, da ojačenje v laserju za več nihanj hkrati presega ojačenje na pragu in vzbujenih je več nihanj. Svetloba iz takega večfrekvenčnega laserja ni monokromatska, temveč je sestavljena iz množice ozkih črt znotraj ojačevalnega pasu. Izsevana svetloba tako ni bistveno bolj monokromatska od ustrezne spektralne komponente svetlečega plina. Ostaja pa seveda prostorsko koherentna.

Za holografijo, interferometrijo in nekatere spektroskopske uporabe potrebujemo ozko spektralno črto. Zato moramo poskrbeti, da je vzbujeno le eno samo nihanje resonatorja, najbolje tisto, ki je najbližje vrhu ojačanja aktivnega sredstva. To dosežemo tako, da za vsa ostala nihanja povečamo izgube, na primer s Fabry-Perotovim etalonom, ki ga vstavimo v laserski resonator (slika 1.6). Njegova prepustnost v odvisnosti od krožne frekvence  $\omega$ , debeline  $L$ , lomnega količnika  $n$ , odbojnost sten  $\mathcal{R}$  in nagiba glede na os resonatorja  $\phi$  je podana z enačbo (??)

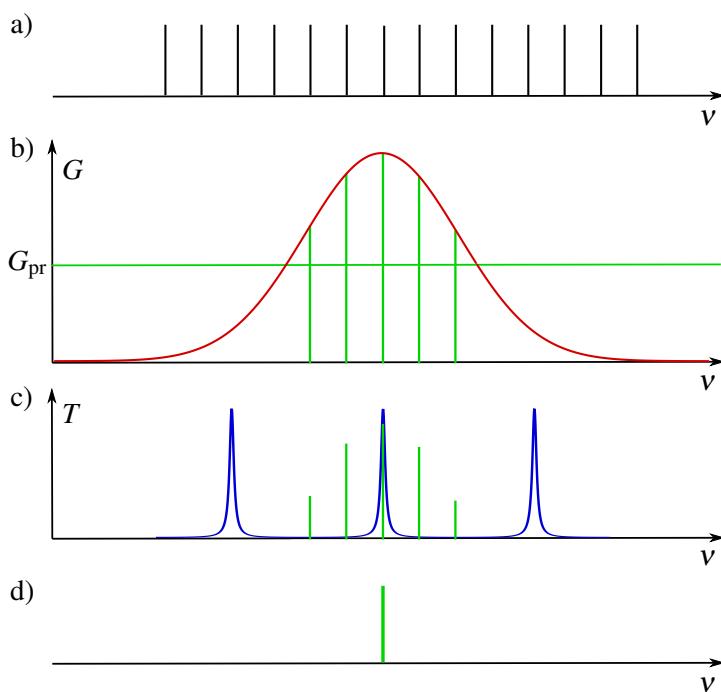
$$T = \frac{1}{1 + \frac{4\mathcal{R}}{(1-\mathcal{R})^2} \sin^2(\frac{n\omega}{c} L \cos \phi)} \quad (1.26)$$

in jo kaže slika (??).

Debelino etalona in njegov nagib izberemo tako, da vrh prepustnosti sovpada z izbranim stanjem resonatorja. Izgube za ostala nihanja, ki bi sicer bila ojačena, se tako povečajo in laser svetle pri eni sami izbrani frekvenci. Ta proces je shematsko prikazan na sliki (1.7): izmed vseh možnih stanj v resonatorju (a) svetijo le tista, za katere je ojačenje nad pragom (b). Ko v resonator dodamo Fabry-Perotov etalon z razmeroma velikim razmikom med sosednjimi vrhovi prepustnosti (c), je ojačeno eno samo nihanje (d). Ker zadošča že zmerno povečanje izgub, je odbojnost sten etalona navadno dokaj nizka, pod 0,5.



Slika 1.6: Shema laserja s Fabry-Perotovim etalonom



Slika 1.7: Lastne frekvence resonatorja (a) in frekvenčna odvisnost ojačenja z označenim pragom delovanja (b). Z zeleno so označene tiste lastne frekvence, ki se v laserju ojačujejo. Ko dodamo Fabry-Perotov etalon z dano prepustnostjo (c), povečamo izgube za vse načine, ki bi sicer bili ojačeni, razen za enega. Tako dosežemo delovanje laserja pri eni sami frekvenci (d).



Nagib etalona omogoča natančno spreminjanje izbrane frekvence, poleg tega pa je nujen, da se neprepuščena svetloba odbije ven iz smeri osi resonatorja. Če bi bila os etalona vzporedna z osjo resonatorja, bi se pojavile dodatne resonance, kar bi močno motilo delovanje laserja.

Opisali smo, kako v laserju dosežemo delovanje pri enem samem longitudinalnem nihanju. Poleg tega je treba omejiti tudi ojačenje višjih prečnih nihanj. To navadno dosežemo z zaslonkami, saj so snopi višjih redov bolj razširjeni od osnovnega.

## 1.6 Relaksacijske oscilacije

Stacionarno delovanje laserjev smo že dodobra spoznali. Za obravnavo nestacionarnega delovanja pa se moramo vrniti k obravnani zasedbenih enačb (1.9) in (1.10). Na splošno je treba zapisan sistem diferencialnih enačb reševati numerično, vseeno pa lahko nekaj povemo o obnašanju laserja v bližini stacionarnega delovanja.

Spet se omejimo na enofrekvenčni laser, v katerem zasedenost vzbujenega stanja in število fotonov v njem opišemo z enačbama (1.9) in (1.10). Najprej zaradi preglednosti vpeljemo brezdimnezijski čas  $t' = tA$  in  $\tau' = \tau A$ , kar pomeni, da merimo čas v enotah življenskega časa laserskega nivoja. Ponovno uporabimo parameter  $p = VA/(B\hbar\omega g)$  (enačba 1.13), ki pomeni število stanj elektromagnetnega polja v volumnu  $V$  in znotraj spektralne širine laserskega nivoja. Enačbi zapišemo

$$\frac{dN_2}{dt'} = -\frac{nN_2}{p} - N_2 + N_{20} \quad (1.27)$$

$$\frac{dn}{dt'} = \frac{nN_2}{p} - \frac{2}{\tau'} n. \quad (1.28)$$

Pri tem smo vpeljali konstanto  $N_{20} = rN/A$ , ki ima tudi nazornen pomen. Predstavlja zasedenost, ki bi jo dobili pri danem stacionarnem črpanju, če v izbranem stanju ne bi bilo fotonov in s tem ne stimuliranega sevanja. Meri torej moč črpanja. V enačbi za hitrost spremenjanja števila fotonov smo zanemarili prispevek spontanega sevanja, za katerega smo že ugotovili, da se pozna le do praga.

Poščimo približne rešitve sistema sklopljenih diferencialnih enačb z linearizacijo. Naj laser najprej deluje stacionarno, v nekem trenutku pa se nekoliko izmakne iz stacionarnega stanja. To se lahko zgodi, na primer, če spremenimo moč črpanja. Trenutno zasedenost  $N_2$  in število fotonov  $n$  lahko zapišemo v obliki

$$N_2 = N_{2s} + x \quad \text{in} \quad n = n_s + y, \quad (1.29)$$

kjer sta  $N_{2s}$  in  $n_s$  vrednosti v stacionarnem stanju. Zanj velja

$$N_{2s} = \frac{2p}{\tau'} \quad (1.30)$$

in

$$n_s = p \frac{N_{20} - N_{2s}}{N_{2s}} = p(a - 1). \quad (1.31)$$

Enačba (1.30) je v skladu s tem, da je stacionarna zasedenost enaka zasedenosti na pragu, ta pa je odvisna od izgub resonatorja. Razmerje  $a = N_{20}/N_{2s}$  je mera za moč črpanja in mora biti v delajočem laserju večje od 1. V večini praktičnih primerov doseže vrednosti  $a \sim 5$ .

Vstavimo nastavka (enačbi 1.29) v enačbi (1.27) in (1.28). Dobimo sistem enačb

$$\frac{dx}{dt'} = -\frac{n_s N_{2s}}{p} - N_{2s} + N_{20} - \frac{1}{p}(n_s x + N_{2s} y + xy) - x \quad (1.32)$$

$$\frac{dy}{dt'} = \frac{n_s N_{2s}}{p} - \frac{2}{\tau'} n_s + \frac{1}{p}(n_s x + N_{2s} y + xy) - \frac{2}{\tau'} y. \quad (1.33)$$

Ker sta  $x$  in  $y$  majhna v primerjavi s stacionarnimi vrednostmi, lahko mešan produkt  $xy$  zanemarimo. Vsi členi, ki vsebujejo le stacionarne vrednosti, dajo ravno 0, saj smo jih tako določili.

Če upoštevamo še izraza za stacionarni vrednosti (enačbi 1.30 in 1.31), zapišemo linearizirani diferencialni enačbi za odmika od stacionarnih vrednosti

$$\frac{dx}{dt'} = -ax - \frac{2}{\tau'} y \quad \text{in} \quad \frac{dy}{dt'} = (a-1)x. \quad (1.34)$$

Zapisan linearni sistemi diferencialnih enačb s konstantnimi koeficienti rešimo tako, da poiščemo rešitev v obliki eksponentne funkcije

$$x = x_0 e^{\lambda t'} \quad \text{in} \quad y = y_0 e^{\lambda t'}. \quad (1.35)$$

Dobljeni homogeni sistem linearnih enačb

$$(a + \lambda)x_0 + \frac{2}{\tau'}y_0 = 0 \quad (1.36)$$

$$-(a-1)x_0 + \lambda y_0 = 0 \quad (1.37)$$

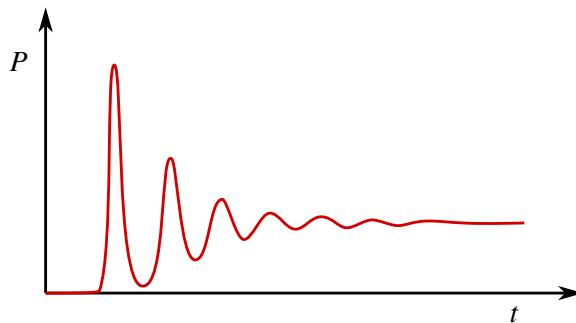
ima netrivialno rešitev le, če je njegova determinanta enaka nič

$$\lambda^2 + a\lambda + \frac{2}{\tau'}(a-1) = 0. \quad (1.38)$$

Rešitvi sta

$$\lambda = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{2}{\tau'}(a-1)}. \quad (1.39)$$

Obnašanje rešitve je odvisno od velikosti brezdimenzijskega relaksacijskega časa nihanja resonatorja  $\tau' = A\tau$ . Kratek račun pokaže, da je za  $\tau' > 2$  izraz pod korenom za vse vrednosti  $a$  pozitiven in laser se vrača v stacionarno stanje eksponentno. Za  $\tau' < 2$  pa je koren v določenem območju parametra  $a$  imaginaren in laser se vrača v stacionarno stanje z dušenim nihanjem, ki mu pravimo relaksacijske oscilacije. Primer takega nihanja pri vključitvi laserja kaže slika (1.8).



Slika 1.8: Relaksacijske oscilacije intenzitete laserja po vklopu

Poglejmo še primer. Vzemimo vrednost  $\tau \sim 10^{-7}$  s in razpadno konstanto laserskega nivoja  $A \sim 10^5$  /s. Tedaj je  $\tau' \sim 10^{-2}$  in relaksacijske oscilacije se pojavijo pri vseh dosegljivih vrednostih črpanja nad pragom, to je za  $a > 1$ . Ker  $a$  v praksi ni nikoli dosti večji od 3–5, je krožna frekvence oscilacij v brezdimenzijskih enotah približno enaka  $\omega_r' \sim 1/\sqrt{\tau'}$ . Ko preidemo nazaj na prave enote časa, dobimo  $\omega_r \sim \sqrt{A/\tau}$ . Krožna frekvence relaksacijskih oscilacij je v tem primeru velikostnega reda geometrijske sredine med razpadnima konstantama nihanja resonatorja in atomskega stanja. Tipične vrednosti frekvence relaksacijskih oscilacij so  $\sim 10^5$  Hz, karakteristični čas dušenja pa  $\sim 10^{-5}$  s.



Relaksacijske oscilacije so praktično pomembne, saj določajo gornjo mejo hitrosti, s katero lahko izhodna moč laserja sledi modulaciji črpanja. Poleg tega se pri tej frekvenci pojavi resonanca, pri kateri se šum črpanja ojačeno prenaša v šum izhodne moči.

## 1.7 Sunkovni laserji

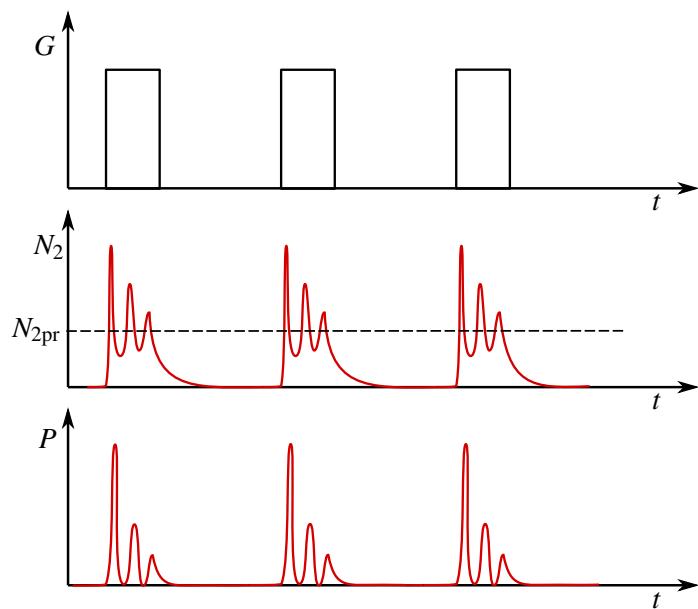
Kadar potrebujemo veliko izhodno moč laserja pri zmerni povprečni porabi energije, zvezno delajoči laserji, ki smo jih obravnavali do zdaj, niso primerni. Poslužiti se moramo sunkovnih laserjev, ki v kratkem časovnem intervalu delujejo z zelo veliko izhodno močjo.

Poglejmo primer. Močan zvezno delajoč laser ima izhodno moč 10 kW. Sunkovni laser pa naj oddaja svetlobo v 10 ns dolgih sunkih s povprečno energijo 1 J in s ponovitvijo 1000/s. Povprečna moč, s katero deluje tak laser, je 1 kW, moč, ki jo dosega v sunkih, pa je 100 MW. Tako pri nižji povprečni moči laserja dosežemo moči, ki so za 5–10 velikostnih redov večje od moči zvezno delajočih laserjev.

V grobem ločimo dva načina sunkovnega delovanja laserjev. V prvem primeru periodično spremojamo črpalno moč, v drugem pa periodično spremojamo izgube v resonatorju. V slednjo skupino uvrščamo laserje na preklop dobrote in laserje, ki uklepajo faze valovanj.

Obravnavajmo najprej najpreprostejši način, pri katerem moduliramo črpanje. To dosežemo na primer z bliskavko ali drugim sunkovnim laserjem. V intervalu črpanja je ojačenje večje od izgub in svetloba izhaja iz laserja, ko pa črpanja ni, so izgube prevelike in laser ne sveti. Tipična frekvenca modulacije črpanja je  $v \sim 20$  Hz. Najbolj pogosto se modulacija črpanja uporablja v polprevodniških laserjih, saj je zelo preprosto modulirati črpalni električni tok.

Vendar se pri modulaciji črpanja lahko pojavi težava. Ko ob močnem črpanju obrnjena zasedenost znatno preseže zasedenost praga (v nestacionarnem stanju je to mogoče), laser posveti in v kratkem času zasedenost pade nazaj pod prag. Če tedaj črpanje še traja, zasedenost naraste in laser ponovno posveti. To se lahko večkrat ponovi. Razmiki med zaporednimi sunki so reda velikosti periode relaksacijskih oscilacij, so pa lahko precej nepravilni (slika 1.9). Pri takem režimu delovanja v posameznem sunku ne dobimo razpoložljive energije črpanja v enem samem lepo oblikovanem sunku, kar močno omejuje uporabnost tega pristopa.



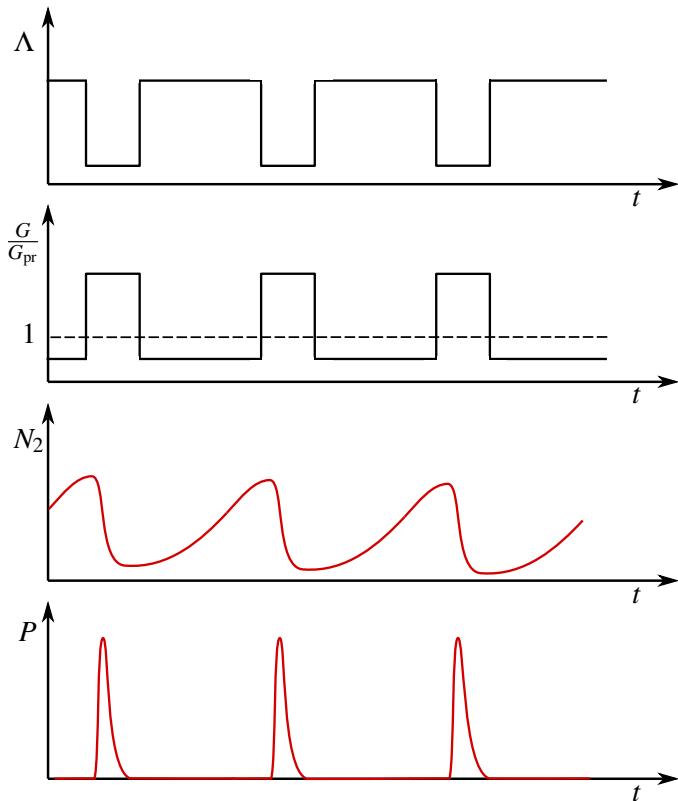
Slika 1.9: Delovanje sunkovnega laserja z periodično moduliranim črpanjem, pri katerem se pojavijo neželene oscilacije

## 1.8 Delovanje v sunkih s preklopom dobrote

Namesto modulacije črpanja lahko v sunkovnih laserjih periodično spremojemo izgube. Čim večje so namreč izgube, višji je prag za delovanje laserja in večja je lahko stopnja inverzije. Tako v sistemu atomov shranimo več energije, ki se lahko izseva iz sistema preko stimuliranega sevanja. Ko je enkrat ustvarjena velika obrnjena zasedenost, izgube zelo hitro zmanjšamo. Optično ojačenje je veliko in energija svetlobe v kratkem času močno naraste. S tem se tudi obrnjena zasedenost hitro zniža na vrednost močno pod pragom. Predstavljamo si lahko, da dobimo prvi nihaj relaksacijskih oscilacij, le da je začetno stanje daleč od stacionarnega in zato linearni približek ne drži več. Iz laserja dobimo kratek in zelo močan sunek svetlobe, pri čemer je energija sunka skoraj tolikšna kot je bila energija obrnjene zasedenosti. Tipične dolžine sunkov, ki jih dosežemo na ta način, so  $t \sim 10$  ns, sunki pa se ponavljajo s frekvenco  $v \sim 1\text{--}100$  kHz. Dogajanje v laserju kaže slika (1.10).



V elektrotehniki se izgube resonatorjev podajajo z dobroto  $Q$ , to je razmerjem frekvence lastnega stanja in njegove širine. Ker s povečanjem izgub spremenimo širino črte in z njo dobroto, opisano tehniko imenujemo preklop dobrote.



Slika 1.10: Izgube ( $\Lambda$ ), relativno ojačenje ( $G/G_p$ ), zasedenost višjega nivoja ( $N_2$ ) in izsevana moč laserja ( $P$ ) v odvisnosti od časa, kadar laser deluje v režimu preklopa dobrote.

Izgube resonatorja je mogoče spremojati na več načinov. Najpreprosteje je vrteti eno od ogledal. Tedaj je resonator uglašen le v kratkem trenutku, ko je ogledalo pravokotno na os. Metoda je dokaj uspešna, a zastarela. Boljši in danes najbolj razširjen način je z vgradnjijo elektro-optičnega ali akusto-optičnega modulatorja, o katerih bomo govorili v nadaljevanju (poglavlje ??). Na kratko povejmo, da lahko z njimi električno krmilimo izgube z visoko frekvenco.

Kot smo že povedali, nelinearnih laserskih enačb za zasedenost in število fotonov (enačbi 1.9) in (1.10) ne moremo analitično rešiti. Preden jih podrobneje pogledamo, napravimo nekaj ocen. Dolžina sunka je odvisna od hitrosti, s katero se izprazni zgornji laserski nivo. To se ne more zgoditi hitreje kot v nekaj preletih sunka skozi resonator. Trajanje sunka je torej vsaj nekajkrat  $2L/c$ , to je za 15 cm dolg resonator vsaj nekaj ns.

Ocenimo še hitrost naraščanja števila fotonov na začetku in njegovega upadanja na koncu sunka. Zapišimo najprej še enkrat enačbi za zasedenost in število fotonov, pri čemer upoštevajmo, da nas zanima le dogajanje v času sunka, ki je zeko kratek v primerjavi z atomskim razpadnim časom, zato ustrezni člen v enačbi (1.9) zanemarimo. Navadno je tudi črpanje prešibko, da bi med sunkom znatno vplivalo na zasedenost, zato lahko člen  $rN$  izpustimo. S črpanjem seveda ustvarimo začetno zasedenost  $N_{20}$ . Tako ostane

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{\sigma c}{V} n N_2 \quad (1.40)$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\sigma c}{V} n N_2 - \frac{2}{\tau} n. \quad (1.41)$$

Na začetku sunka je  $n$  majhen,  $N_2$  pa velik in njegova vrednost se ne razlikuje dosti od začetne vrednosti  $N_{20}$ . Število fotonov na začetku sunka tako narašča približno eksponentno

$$n(t) = n_0 e^{t N_{20} \sigma c / V} = n_0 e^{t / \tau_r}. \quad (1.42)$$

Začetnega števila fotonov ne poznamo, vemo pa, da je velikostnega reda 1, saj predstavlja spontano emisijo. Da  $n$  naraste na znatno vrednost, recimo več od  $10^{10}$  fotonov, je potreben čas blizu  $30 \tau_r$ .

Proti koncu sunka  $N_2$  pojema zaradi sevanja svetlobe in  $N_2 \rightarrow 0$ . Ostane samo še en člen, ki da preprosto rešitev

$$n(t) = \tilde{n}_0 e^{-2t/\tau}. \quad (1.43)$$

Eksponentno pojemanje števila fotonov na koncu sunka je torej določeno z izgubami resonatorja (enačba ??).

Dogajanja v vmesnih časih ne moremo enostavno popisati, lahko pa najdemo medsebojno zvezo med  $n$  in  $N_2$ , če iz enačb eliminiramo čas. Izrazimo  $dt$  iz enačbe (1.40) in ga vstavimo v enačbo (1.41). Sledi

$$dn = -dN_2 + \frac{\tilde{N}_2}{N_2} dN_2, \quad (1.44)$$

kjer smo zapisali  $\tilde{N}_2 = 2V/(\sigma c \tau)$ . Enačbo brez težav integriramo

$$n = N_{20} - N_2 + \tilde{N}_2 \ln \frac{N_2}{N_{20}}. \quad (1.45)$$

Pri tem smo privzeli, da je na začetku sunka  $n = 0$  in  $N_2 = N_{20}$ .

Iz dobljene zveze najprej izračunamo, kolikšna je končna zasedenost  $N_{2k}$ . Na koncu mora biti zopet  $n = 0$ , kar da transcendentno enačbo za  $N_{2k}$

$$\ln \frac{N_{2k}}{N_{20}} = \frac{N_{2k}}{N_{20}} - \frac{N_{20}}{\tilde{N}_2}. \quad (1.46)$$

Enačba ima obliko

$$\ln \frac{x}{a} = x - a, \quad (1.47)$$

kjer je  $x = N_{2k}/N_{20}$  in  $a = N_{20}/\tilde{N}_2$ , in jo lahko preprosto numerično rešimo. Izkaže se, da kadar je začetna zasedenost  $N_{20}$  le malo nad pragom, tudi končna zasedenost  $N_{2k}$  ne pade dosti pod prag, zato je izraba energije slabša. Pri večjih začetnih vrednostih  $N_{20}$  pa pade končna zasedenost praktično na nič. Za  $a = 2$ , na primer, je  $x = 0,41$ , medtem ko je pri  $a = 4$  vrednost  $x$  le še 0,08.

Ko poznamo začetno in končno vrednost zasedenosti, lahko izračunamo celotno energijo sunka  $W = \hbar\omega(N_{20} - N_{2k})$ . Če je začetna vrednost dovolj nad pragom, lahko končno zasedenost zanemarimo in je

$$W \approx \hbar\omega N_{20}. \quad (1.48)$$

Trenutna moč, ki izhaja iz laserja, je dana s  $P = (\hbar\omega/2\tau)n$ . Največja je v vrhu sunka, ki je določen z  $dn/dN_2 = 0$ . Ta enačba ima rešitev pri  $N_2 = \tilde{N}_2$ , vrh sunka je torej natanko tedaj, ko pade zasedenost  $N_2$  na prag  $\tilde{N}_2$ .

Izsevana moč je tedaj

$$P_{\max} = \frac{n_{\max}\hbar\omega}{2L/c}(1 - \mathcal{R}) = \frac{2n_{\max}\hbar\omega}{\tau}. \quad (1.49)$$

Ko vstavimo še vrednost za  $n_{\max}$ , dobimo

$$P_{\max} = \frac{2\hbar\omega}{\tau} \left( N_{20} - \tilde{N}_2 - \tilde{N}_2 \ln(N_{20}/\tilde{N}_2) \right). \quad (1.50)$$

Ker je navadno  $N_{20} \gg \tilde{N}_2$ , je  $n_{\max} \approx N_{20}$  in

$$P_{\max} \approx \frac{2\hbar\omega N_{20}}{\tau}. \quad (1.51)$$

Poglejmo primer. Naj bo presek za stimulirano sevanje  $\sigma = B\hbar\omega g/c$  okoli  $10^{-19}\text{cm}^2$  in začetna gostota zasedenosti  $N_{20}/V = 10^{19}\text{cm}^3$ , kar so tipični podatki za neodimov laser. Tedaj je  $\tau_r = 30\text{ ps}$  in čas naraščanja sunka okoli  $\sim 1\text{ ns}$ . Število fotonov se nato zmanjšuje s krakterističnim razpadnim časom resonatorja  $\tau/2 \sim 2L/(c(1 - \mathcal{R}))$ . Za dosego kratkih sunkov svetlobe je zato v laserjih s preklopom dobrote odbojnost izhodnega zrcala navadno dokaj nizka, recimo 0,5. Pri  $L = 15\text{ cm}$  je tako  $\tau = 4\text{ ns}$ . Celotno trajanje sunka je v izbranem primeru tako  $\sim 10\text{ ns}$ , pri čemer traja okoli 100 ns od preklopa dobrote, da sunek zraste iz šuma spontanega sevanja. Energija sunka je blizu  $N_{20}\hbar\omega$ , to je pri aktivnem volumnu  $0,5\text{ cm}^2$  nekaj desetink joula. Od tod lahko ocenimo, da je moč v vrhu sunka velikostnega več 10 MW.

## 1.9 Uklepanje faz

Krajše sunke kot s preklopom dobrote je mogoče dobiti z uklepanjem faz. Pri tem gre za povsem drugačen način, ki je prav presentljiva manifestacija koherentnosti laserske svetlobe. Spoznali smo že, da v laserju navadno niha več nihanj hkrati, pri čemer so njihove frekvence enakomerno razmagnjene za  $\Delta\omega = \pi c/L$  (enačba ??). Celotno električno polje v neki točki v laserju zapišemo kot vsoto

$$E(t) = \sum_{m=-N/2}^{N/2} A_m e^{i(\omega_0 + m\Delta\omega)t + i\phi_m(t)}, \quad (1.52)$$

pri čemer je  $N$  število vseh vzbujenih nihanj. Upoštevali smo, da ima vsako nihanje lahko poljubno fazo  $\varphi_m(t)$ , ki je na splošno predvsem zaradi zunanjih motenj slučajna funkcija časa. Zaradi tega se tudi celotno polje slučajno spreminja, kar močno zmanjšuje uporabnost takega laserja.

Denimo, da nekako dosežemo enake faze vseh nihanj. Poleg tega zaradi enostavnosti računa privzemimo, da so tudi vse amplitude  $A_m$  enake. Tedaj postane vsota (1.52) geometrijska in jo brez težav seštejemo

$$E(t) = A_0 e^{i\omega_0 t} \frac{\sin(N\Delta\omega t/2)}{\sin(\Delta\omega t/2)}. \quad (1.53)$$

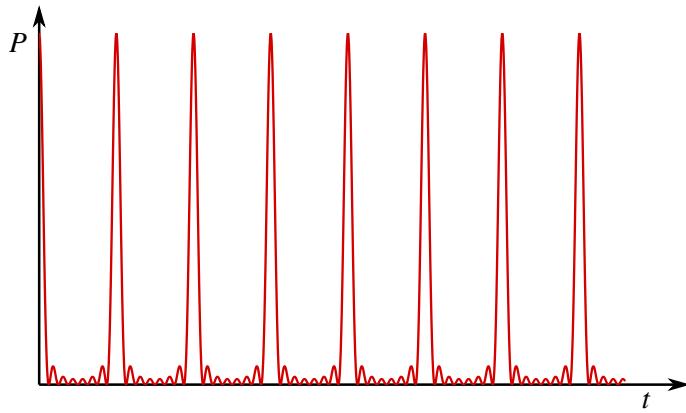
Moč izhodne svetlobe ima časovno odvisnost

$$P(t) = P_0 \frac{\sin^2(N\Delta\omega t/2)}{\sin^2(\Delta\omega t/2)}, \quad (1.54)$$

ki jo kaže slika (1.11). Predstavlja periodično zaporedje sunkov, ki si sledijo s periodom  $T = 2\pi/\Delta\omega = 2L/c$ , kar je enako času obhoda svetlobe v resonatorju. Konstanta  $P_0$  je moč posameznega nihanja. Moč v vrhu sunka je tako  $N^2 P_0$ , povprečna moč pa  $N P_0$ . Računsko je pojav enak kot uklon na mrežici in lahko rečemo, da imamo opravka z interferenco v času. Dolžina sunkov je

$$\tau_{ML} = \frac{T}{N} = \frac{2\pi}{N\Delta\omega} = \frac{2\pi}{\Delta\omega_G}, \quad (1.55)$$

ker je  $N$  ravno število nihanj znotraj širine ojačevanja  $\Delta\omega_G$ . Dolžina sunka je torej obratno sorazmerna s širino ojačevanja aktivnega sredstva.



Slika 1.11: Časovna odvisnost moči večfrekvenčnega laserja z enakimi (uklenjenimi) fazami

Premislimo še, kakšna je prostorska odvisnost električnega polja v resonatorju. Polje na danem mestu opisuje enačba 1.53. Še krajevno odvisnost dobimo, če v 1.53 zamenjamo  $t$  s  $(t - z/c)$ . To pa predstavlja svetlobni paket, ki potuje sem in tja med ogledali resonatorja. Na izhodnem ogledalu se ga vsakič nekaj odbije, nekaj pa gre ven iz resonatorja (slika ??). Razmik med sunki, ki izhajajo iz resonatorja, je  $2L$ , prostorska dolžina posameznega sunka pa  $\tau_{MLc} = 2L/N$ .

V našem računu predpostavka, da so vse amplitude  $A_m$  enake, ni prav nič bistvena za osnovne ugotovitve. Če vzamemo realističen primer, da so amplitude oblike  $A_m = A_0 \exp[(m\Delta\omega/\Delta\omega_G)^2]$ , vsote 1.52 ne znamo točno seštet, lahko pa jo približno pretvorimo v integral, ki je Fourierova transformiranka Gaussove funkcije (Pri prehodu z diskretne vsote na integral seveda izgubimo

Slika 1.12: Prostorska odvisnost fazno uklenjenih sunkov.

periodičnost zaporedja sunkov.). Ta je zopet Gaussova funkcija, katere širina je obratna vrednost širine prvotne funkcije, prav podobno, kot smo dobili zgoraj. Odvisnost amplitud nihanj od  $m$  vpliva torej le na točno obliko sunkov, osnovne ugotovitve pa se ne spremene. (Naloga).

Pač pa je predpostavka, da so vse faze  $\varphi_m$  enake, bistvena. V naši dosedanji sliki mnogofrekvenčnih laserjev so resonatorska stanja med seboj neodvisna, zato so faze poljubne in se zaradi motenj lahko še spreminja. Da dobijo za vsa nihanja isto vrednost, moramo poskrbeti posebej. Tako *uklepanje faz* je mogoče doseči na več načinov. Ena možnost je, da moduliramo izgube resonatorja s frekvenco, ki je ravno enaka razlike frekvenc med resonatorskimi stanji. To ni težko razložiti. Naj bo modulator tak, da je večino časa zaprt, le v razmikih  $T = 2L/c$  naj bo kratek čas odprt. Postavimo ga tik ob eno ogledalo. Tedaj se v resonatorju očitno lahko uspešno ojačuje le kratek sunek, kakršen je na sliki ???. Izgube za vsa nihanja bodo majhne le tedaj, kadar bodo vse faze enake. V praksi ni potrebno, da je modulacija tako izrazita. Običajno zadošča sinusna modulacija izgub, kjer je relativna prepustnost v minimumu za nekaj destink manjša od maksimalne.

Kako pri modulaciji pride do uklepanja faz, lahko uvidimo še drugače. Modulacija amplitude posameznega nihanja povzroči, da se v spektru nihanja pojavita še stranska pasova pri frekvencah  $\omega_m \pm \Delta\omega$ . Ta se ravno pokrivata z obema sosednjima nihanjem in se konstruktivno prištejeta, če imata enako fazo. S tem pa so tudi izgube manjše in ima delovanje laserja z uklenjenimi fazami najnižji prag. Zadnji razmislek tudi pove, da ni dobra le amplitudna modulacija, temveč tudi fazna (ali frekvenčna), saj se tudi tedaj pojavijo stranski pasovi.

Za modulacijo se najpogosteje uporabljam akustooptični modulatorji, pri katerih izkoriščamo uklon svetlobe na stoječih zvočnih valovih v primernem kristalu (Glej 7. poglavje). Frekvenca zvočnega vala mora biti enaka polovici zahtevane modulacijske frekvence, za 1,5 m dolg laser torej 50 MHz.

Poleg opisanega aktivnega postopka je mogoče faze ukleniti tudi tako, da v resonator postavimo plast barvila, ki močno absorbira svetlobo laserja pri majnhi gostoti toka, pri veliki gostoti toka pa pride do nasičenja absorpcije (glej razdelek 4.5), zato postane barvilo prozorno. Na začetku imamo v laserju predvsem spontano sevanje, ki se pri enem prehodu skozi aktivno snov deloma ojači. Barvilo najmanj absorbira največjo fluktuacijo. Pri dovolj velikem ojačenju bo ta rastla in spet dobimo fazno uklenjeni sunek. Ker mora po prehodu sunka absorpcija v barvili zopet hitro narasti, mora biti relaksacijski čas barvila zelo kratek, v območju pikosekund.

Z uklepanjem faz je danes mogoče dobiti sunke z dolžino pod 100 fs ( $10^{-13}$  s). Tak sunek traja le še nekaj deset optičnih period. S posebnimi prijemi jih lahko še skrajšajo na okoli 10 fs. Če je

potrebna večja energija sunkov, jih ojačijo, kar ne pokvari mnogo osnovnega sunka. Zelo kratke svetlobne sunke danes na široko uporablajo za študij hitre molekularne dinamike in kratkoživih vzbujenih elektronskih stanj v polvodnikih in mnogih drugih snoveh. Z njimi se je časovna ločljivost povečala za nekaj redov velikosti [?].

### 1.10 \*Stabilizacija frekvence laserja na nasičeno absorpcijo

Še ožjo lasersko črto lahko dobimo z aktivno stabilizacijo dolžine resonatorja. Ideja je tako: frekvenco svetlobe, ki izhaja iz laserja, primerjamo z nekim standardom in iz razlike ugotovimo spremembo dolžine resonatorja. Eno od obeh zrcal je nameščeno na piezoelektričnem nosilcu, ki mu z električno napetostjo lahko spremiščamo dolžino in tako popravimo dolžino resonatorja.

Pogalvitna težava je seveda, kako najti dovolj stabilen primerjalni standard za frekvenco. Ena možnost je, da izhodno svetlobo spustimo skozi konfokalni interferometer, ki je skoraj v resonanci z laserjem in ima dovolj ozek vrh prepustnosti. Majhen premik frekvence laserja bo povzročil, da se bo spremenil skozi interferometer prepuščeni svetlobni tok. Na prvi pogled je videti, da s tem nismo nič pridobili, saj bo resonančna frekvanca interferometra stabilna tudi le toliko, kot je stabilna njegova dolžina. Vendar je z izolacijo in temperaturno stabilizacijo možno držati dolžino praznega resonatorja - interferometra - mnogo natančneje kot dolžino laserja, v katerem imamo aktivno sredstvo, ki mu moramo dovajati energijo.

Druga možnost je stabilizirati laser na primerno molekularno absorpcijsko črto. Te so lahko zelo ozke, zato je tudi spekter laserja lahko izredno ozek, pod 1 kHz. Pri tem moti Dopplerjeva raziširitev absorpcijske črte, ki pa se ji je mogoče izogniti. Kako to napravimo in kako je bila s tem omogočena nova definicija metra, si bomo pogledali v razdelku ????

V drugem razdelku smo videli, da je efektivna spektralna širina enofrekvenčnega laserja odvisna od fluktuacij dolžine optične poti svetlobe pri preletu resonatorja. Na to lahko poleg spremicanja geometrijske dolžine vpliva še spremjanje lomnega količnika. Če se posebej ne potrudimo, laser sveti nekje blizu vrha ojačevalnega pasu, pri čemer frekvanca pleše za znaten del razmika med resonatorskimi stanji. V šolskem He-Ne laserju je to na primer nekaj deset MHz.

Bistveno manjšo širino lahko dosežemo z aktivno stabilizacijo dolžine resonatorja. Pri tem je pogalvitni problem, kako dobiti primerjalni standard. S stabilizacijo na pomožni interferometer, ki smo jo na kratko opisali v drugem razdelku, lahko dobimo zelo ozko črto, ki pa ima le toliko natančno določeno frekvenco, kot poznamo dolžino interferometra. Včasih, na primer za natančna interferometrična merjenja dolžin, s tem nismo zadovoljni in potrebujemo drug, absoluten standard.

Tak standard za frekvenco so ozki prehodi v primerenem razredčenem plinu. Vendar naletimo na težavo. Zaradi Dopplerjevega pojava so absorpcijske črte močno razširjene. Pomagamo si s pojavom nasičenja absorpcije, o katerem smo govorili v razdelku 4.9. Tam smo videli, da se pri dvakratnem prehodu monokromatskega snopa svetlobe skozi plin v nasprotnih smereh pojavi v sredini Dopplerjevo razširjene črte vdolbina, ki ima obliko homogeno razširjene črte. Homogena širina je lahko mnogo manjša od Dopplerjeve in je zato vdolbina uporabna kot frekvenčni standard.

V laserski resonator postavimo poleg aktivnega sredstva še celico s primernim plinom, ki ima absorpcijsko črto v bližini vrha ojačenja aktivnega sredstva. Za He-Ne laser pri 633 nm so to na primer pare ioda. Zaradi absorpcije se povečajo izgube v laserju in izhodna moč se zmanjša. Spreminjammo sedaj dolžino resonatorja in s tem frekvenco laserja. Ko se ta približa na homogeno širino centru absorpcijske črte pri  $\omega_0$ , se absorpcija zmanjša in s tem se moč laserja poveča.

Slika 1.13: Odvisnost moči laserja z nasičenim absorberjem od frekvence

Slika 1.14: Shema stabilizacije laserja na nasičeno absoprcijo

Odvisnost moči laserja z absorberjem od dolžine kaže slika ???. Povečanje moči v vrhu običajno ni prav veliko, manj od procenta.

Shema stabilizacije na nasičeno absorpcijo je prikazana na sliki ???. Eno od zrcal resonatorja je na piezoelektričnem nosilcu. Nanj vodimo izmenično napetost s frekvenco  $\Omega$  in s tem moduliramo frekvenco laserja, da se vozi preko absorpcijske vdolbine pri  $\omega_0$ . Zaradi tega se spreminja tudi izhodna moč laserja, ki jo opazujemo s fotodiodo. Kadar je srednja frekvenca laserja enaka  $\omega_0$ , se moč zmanjša simetrično pri odmikih navzgor in navzdol od  $\omega_0$  in se zato spreminja z dvojno frekvenco modulacije  $2\Omega$ . Kadar pa je srednja frekvenca laserja nekoliko odmaknjena od  $\omega_0$ , se izhodna moč pri odmiku v zrcala v eno stran spremeni drugače kot v drugo, kar pomeni, da je v signalu s fotodiode tudi komponenta s frekvenco  $\Omega$ . Da držimo srednjo frekvenco laserja enako  $\omega_0$ , moramo torej meriti komponento izhodne moči pri modulacijski frekvenci in s povratno zanko skrbeti, da je ta enaka nič.

Komponento signala s frekvenco  $\Omega$  zaznamo s faznim detektorjem, ki deluje tako, da signal množi z refenčno modulacijsko napetostjo. V produktu dobimo istosmerno komponento, ki je sorazmerna signalu pri frekvenci  $\Omega$  in ki jo izločimo z nizkopasovnim filtrom. Izhod iz faznega detektorja je tako sorazmeren odmiku srednje frekvence laserja od  $\omega_0$ . Preko primerjnega ojačevalnika ga vodimo na piezoelektrični nosilec zrcala in tako popravljamo dolžino laserja.

Napravimo kvantitativno oceno opisane stabilizacijske sheme. Odvisnost izhodne moči od frekvence laserja  $\omega$  lahko približno zapišemo v obliki

$$P(\omega) = P_0 + \frac{P_1 \gamma^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2} . \quad (1.56)$$

$P_0$  je moč laserja brez saturacijskega vrha pri  $\omega_0$ ,  $P_1$  pa povečanje moči pri  $\omega_0$ . Predpostavili smo, da se ojačenje laserja in nehomogeno razširjeni del absorpcije ne spremunjata mnogo preko homogene širine absorberja in je zato  $P_0$  približno konstantna. Frekvenco laserja moduliramo:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega + a \sin \Omega t . \quad (1.57)$$

Z  $\Delta\omega$  smo označili odstopanje srednje frekvence laserja od centra absorpcijske črte  $\omega_0$ . Če sta  $a$  in  $\Delta\omega$  majhna v primeri s homogeno širino  $\gamma$ , lahko imenovalec v enačbi 1.56 razvijemo:

$$P(\omega) = P_0 + P_1 \left[ 1 - \frac{1}{\gamma^2} \Delta\omega^2 + \frac{2}{\gamma^2} a \Delta\omega \sin \Omega t - \frac{a^2}{\gamma^2} \sin^2 \Omega t \right] . \quad (1.58)$$

Amplituda signala pri  $\Omega$  je  $2P_1 a \Delta\omega / \gamma^2$ . Najmanjša razlika, ki jo lahko zaznamo, je določena s šumom meritve. Kot bomo videli v poglavju o detekciji svetlobe, je osnovni izvor šuma fotodiode Poissonov šum števila parov elektron-vrzel, ki nastanejo zaradi fotoefekta v p-n spoju. Najmanjša sprememba svetlobne moči, ki jo lahko izmerimo, je (glej 10???. poglavje)

$$P_N \simeq \sqrt{\hbar \omega P \frac{1}{\tau}} , \quad (1.59)$$

kjer je  $P$  celotna svetlobna moč, ki vpada na diodo,  $\tau$  pa čas meritve, ki je v našem primeru določen s časovno konstanto nizkopasovnega filtra na izhodu faznega detektorja.

Vzemimo na primer He-Ne laser, stabiliziran na iodove pare. Povprečna moč laserja  $P_0$  naj je 10 mW in  $P_1 = 0.1$  mW. Širina absorpcijske črte  $\gamma = 10^6 \text{ s}^{-1}$ . Izberimo amplitudo modulacije  $a = 10^5 \text{ s}^{-1}$  in  $\tau = 10^{-4} \text{ s}$ . Časovna konstanta  $\tau$  ne sme biti prevelika, določa namreč, kako hitro popravljamo dolžino laserja. Gornje vrednosti dajo za najmanjšo zaznavno moč pri  $\Omega$   $P_N = 0.5 \times 10^{-8} \text{ W}$ . Najmanjše merljivo odstopanje frekvence laserja je tedaj

$$\Delta\omega_N = \frac{P_N \gamma^2}{2P_1 a} = 2.5 \times 10^3 \text{ s}^{-1} . \quad (1.60)$$

Takšno in še boljšo stabilnost frekvence tudi zares dosežejo. Pozoren bralec bo opazil, da je  $\Delta\omega_N < 0.01\gamma$ , to je, položaj absorpcijskega vrha je na opisan način mogoče določiti z natančnostjo nekaj tisočink celotne širine.

Na absorpcijsko črto stabiliziranega laserja navadno ne uporabljamo direktno, temveč z njim kontroliramo drug laser. Del izhodne svetlobe iz obeh laserjev zmešamo na detekcijski fotodiodi. V signalu dobimo utripanje, ki je enako razliki frekvenc obeh laserjev. S spremenjanjem dolžine drugega laserja skrbimo, da je frekvanca utripanja konstantna. Na ta način lahko v ozkem frekvenčnem intervalu še spremojamo frekvenco drugega laserja.

Z merjenjem utripanja med dvema stabiliziranimi laserjema ugotavljajo tudi njihovo stabilnost.

## 1.11 \*Absolutna meritev frekvence laserja in definicija metra

Najnatančnejša merljiva količina je čas odnosno frekvanca. Frekvence laserja, ki sveti v vidnem področju seveda ni mogoče direktno prešteti. Pač pa je v začetku sedemdesetih let uspelo s



Slika 1.15: Primerjalna veriga za meritev frekvence He-Ne laserja

heterodinsko tehniko, ki se v mikrovalovni tehniki pogosto uporablja, napraviti primerjavo stabiliziranega He-Ne laserja z osnovno cezijevo uro in tako določiti frekvenco absorpcijske črte metana pri  $3.39 \mu\text{m}$  z isto natan "nostjo, kot jo ima cezijeva ura.

S heterodinsko tehniko primerjamo frekvenci dveh ali več valovanj tako, da jih zmešamo na primerinem nelinearnem elementu, običajno neki diodi. Zaradi nelinearnosti dobimo v odzivu diode različne mnogokratnike vpadnih frekvenc, njihove vsote in razlike. Od teh je kaktera lahko dovolj nizka, da jo lahko direktno prestejemo.

Za primerjanje frekvenc nad mikrovalvnim področjem je potreben ustrezен mešalni element. Polvodniške diode nehajo biti uporabne pri približno 20 GHz. Za višje frekvence uporabijo diode kovina-izolator-kovina, ki jih sestavlja oksidirana površina niklja, ki se je dotika ostra volframska konica. Taka dioda deluje kot uporaben mešalni element do frekvenc okoli 200 THz, to je skoraj do vidnega področja.

Za primerjavo He-Ne laserja, stabiliziranega na metan pri  $3.39 \mu\text{m}$ , z osnovno cezijevo uro

je bilo potrebno zgraditi celo verigo vmesnih primerjav, ki jo kaže slika ???. Frekvenco CO<sub>2</sub> laserja dobimo na primer iz utripanja med frekvencama CO<sub>2</sub> laserja pri 10.2 μm in pri 9.3 μm, trikratnikom frekvence HCN laserja in še klistrona s frekvenco 20 GHz. Na ta način so izmerili, da je frekvanca CH<sub>4</sub> črte na katero je stabiliziran He-Ne laser, 88.376181627 THz.

Valovno dolžino laserja dobimo z interferometrično primerjavo z dolžinskim standardom, ki je bil do leta 1984 določen z neko kriptonovo črto. Iz znane frekvence in valovna dolžine določimo hitrost svetlobe. Zaradi relativno velike širine črte kriptonove svetilke je bil po starem meter definiran le z relativno natančnostjo 10<sup>-8</sup>, kar je pomenilo, da tudi hitrost svetlobe ne more biti določena bolj natančno. Meritev frekvence laserja pa je dosti natančnejša. Zato je bilo smiselno opustiti meter kot osnovno enoto in raje definirati hitrost svetlobe kot pretvornik med sekundo in metrom. Z njeno vrednost so vzeli, kar so dobili z naboljšo primerjavo stabiliziranega laserja in kriptonove črte:  $c = 299792458 \text{ m/s}$ . Na metan ali jod stabilizirani laser je postal sekundarni standard za dolžino. Laser je pravzaprav pri tem le pomožna naprava; standard je ustrezni molekularni prehod.

## 1.12 \*Semiklasični model laserja

Doslej smo laserje obravnavali le z modelom zasedbenih enačb. Ta je zelo grob, saj smo zanemarili nekaj pomembnih pojavov. Svetlobo v resonatorju smo opisali smo opisali le s celotno energijo ali številom fotonov in se za njeno valovno naravo nismo menili. Kar privzeli smo, da je frekvanca delujočega laserja in oblika polja v njem enaka kot za lastno stanje praznega resonatorja. Aktivno snov smo opisali le z zasedenostjo zgornjega in spodnjega laserskega stanja in smo s tem izpustili možnost, da se zaradi sodelovanja z elektromagnetnim poljem atomi nahajajo v nestacionarnem, mešanem stanju.

Gornje pomanjkljivosti odpravimo s tem, da elektromagnetno polje v resonatorju obravnavamo z valovno enačbo, za atome aktivne snovi pa upoštevamo, da se pokoravajo Schroedingerjevi enačbi. S tem dobimo *semiklasični model* laserja. Za še natančnejši opis pa moramo tudi svetlobo obravnavati kvantno, kar presega okvir te knjige.

Aktivna snov naj bo še naprej kar najenostavnnejša, to je množica enakih dvonivojskih atomov s stanji  $|1\rangle$  in  $|2\rangle$ , ki imata energiji  $W_1$  in  $W_2$ . Atomi s svetlobo sodelujejo preko dipolne interakcije oblike  $e\hat{x}E(t)$ , kjer je  $E(t)$  polje v resonatorju, ki naj bo zaradi preprostosti polarizirano v smeri osi  $x$ . Časovno odvisno stanje atomov zapišimo v obliki

$$|\psi\rangle = c_1(t)|1\rangle \exp(-iW_1t/\hbar) + c_2(t)|2\rangle \exp(-iW_2t/\hbar). \quad (1.61)$$

Iz Schroedingerjeve enačbe dobimo za koeficiente  $c_1(t)$  in  $c_2(t)$

$$\dot{c}_1 = \frac{1}{i\hbar} E(t) v_{12} e^{-i\omega_0 t} c_2 \dot{c}_2 = \frac{1}{i\hbar} E(t) v_{12} e^{i\omega_0 t} c_1, \quad (1.62)$$

kjer je  $\omega_0 = (W_2 - W_1)/\hbar$  in  $v_{12} = e\langle 1|\hat{x}|2\rangle$ .

Električni dipolni moment atoma v stanju *ket*  $\psi$  je

$$p = -e\langle \psi|\hat{x}|\psi\rangle = -(c_1^* c_2 e^{-i\omega_0 t} + c_1 c_2^* e^{i\omega_0 t}) v_{12}. \quad (1.63)$$

Razdelimo  $p$  na dva dela:

$$p = p^+ + p^- = v_{12}[\eta(t) + \eta^*(t)], \quad (1.64)$$

kjer smo vpeljali  $\eta(t) = c_1^* c_2 e^{-i\omega_0 t}$ .

Zanima nas, kako se dipolni moment spreminja s časom. Zato s pomočjo enačb 1.62 izrazimo

$$\dot{\eta} = -i\omega_0 \eta - \frac{1}{i\hbar} E(t) v_{12} (|c_2|^2 - |c_1|^2). \quad (1.65)$$

$|c_i|^2$  je verjetnost za zasedenost stanja  $|i\rangle$ . Izraz v oklepaju na desni strani gornje enačbe torej meri razliko zasednosti obeh stanj; označimo ga z  $\zeta$ . Podobno kot zgoraj izrazimo časovni odvod

$$\dot{\zeta} = \frac{2v_{12}}{i\hbar} E(t) (\eta^* - \eta). \quad (1.66)$$

S tem smo iz Schroedingerjeve enačbe dobili enačbe za časovni razvoj diponega momenta in obrnjene zasedenosti, ki pa jih moramo še dopolniti. Naj bo atom na začetku v stanju  $|2\rangle$  in naj bo  $E(t) = 0$ . Začetna vrednost  $\zeta(0) = 1$  in po enačbi 1.66 naj bi bila  $\zeta(t)$  konstantna. Vemo pa, da se atom, ki je v vzbujenem stanju, sčasoma vrne v osnovno stanje. Verjetnost za prehod na časovno enoto smo označili z  $A$ . Poleg tega moramo na nek način upoštevati še črpanje, s katerim vzdržujemo obrnjeno zasedenost in s tem lasersko delovanje. Za podroben opis črpanja bi morali v Hamiltonov operator dodati ustreerne člene in morda upoštevati še druga stanja atomov, vendar nas take podrobnosti na tem mestu ne zanimajo. Zaradi črpanja stacionarna vrednost  $\zeta$  v odsotnosti laserskega polja  $E(t)$  ni -1, temveč zavzame neko vrednost  $\zeta_0$  med -1 in 1, odvisno od moči črpanja. Tako lahko enačbo 1.66 popravimo:

$$\dot{\zeta} = A(\zeta_0 - \zeta) + \frac{2v_{12}}{i\hbar} E(t) (\eta^* - \eta), \quad (1.67)$$

kjer prvi člen popisuje spontane prehode v nižje stanje in vpliv črpanja.

Podobno dopolnimo še enačbo 1.65. Pri  $E(t) = 0$  da časovno odvisnost  $\eta$  oblike  $e^{-i\omega_0 t}$ , to je brez dušenja. Vema pa, da polarizacija v mešanem stanju razpada vsaj zaradi spontanega sevanja, lahko pa še zaradi drugih vplivov, na primer trkov z drugimi atomi. Označimo koeficient dušenja polarizacije z  $\gamma$ , ki meri tudi spektralno širino svetlobe, ki jo sevajo atomi pri prehodu  $2 \rightarrow 1$ . Tako imamo

$$\dot{\eta} = -(i\omega_0 \eta + \gamma) - \frac{1}{i\hbar} E(t) v_{12} \zeta. \quad (1.68)$$

Tej enačbi moramo dodati še konjugirano kompleksno enačbo. Enačbe 1.67 in 1.68 pogosto imenujejo Blochove enačbe. Najprej so jih uporabili za obravnavo jedrske magnetne rezonance.

Potrebujemo še enačbo za polje  $E(t)$ . Zanj dobimo iz Maxwellovih enačb valovno enačbo, kjer moramo upoštevati, da imamo tudi od nič različno polarizacijo snovi, ki je v primeru, da so vsi atomi enakovredni, podana z

$$P = \frac{N}{V} v_{12} (\eta + \eta^*) = P^+ + P^-. \quad (1.69)$$

Valovna enačba je tedaj [?]

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \ddot{E} = \mu_0 \ddot{P}. \quad (1.70)$$

Namesto mikroskopske količine  $\zeta$  lahko uvedemo še gostoto obrnjene zasedenosti  $Z = (N/V)\zeta$ , pa lahko enačbi 1.67 in 1.68 prepišemo v obliko

$$\dot{P}^\pm = (\mp i\omega_0 - \gamma) P^\pm + \frac{v_{12}^2}{i\hbar} E Z \quad (1.71)$$

$$\dot{Z} = A(Z_0 - Z) - \frac{2}{i\hbar} E (P^- - P^+). \quad (1.72)$$

Prehod od enačb 1.67 in 1.68 na ?? je mogoč le, kadar so vsi atomi enakovredni, to je, kadar ni nehomogene razširitve. Kako je v primeru nehomogene razširitve, si bralec lahko ogleda v [?].

Enačbe 1.67, 1.68 ali ??, skupaj z 1.70 dajejo semiklasični opis sodelovanja svetlobe in snovi. Iz izpeljave je vidno, da je v njem spontano sevanje obravnavano pomankljivo, le s fenomenološkim nastavkom, kar je moč popraviti tako, da tudi elektromagnetno polje kvantiziramo. Kljub tej pomanjkljivosti je s semiklasičnim modelom mogoče zelo podrobno obravnavati večino pojavov v laserjih in tudi druge probleme širjenja svetlobe po snovi. Reševanje zapisanega sistema nelinearnih parcialnih diferencialnih enačb pa je na splošno zelo težavno.

Da bomo semiklasične enačbe le nekoliko pobliže spoznali, na kratko poglejmo najenostavnejši primer, to je laser, v katerem je vzbujeno le eno resonatorsko stanje. Polje ima tedaj obliko

$$E(\vec{r}, t) = E_\lambda(t) u_\lambda(\vec{r}), \quad (1.73)$$

kjer je  $u_\lambda(\vec{r})$  krajevni del lastnega stanja resonatorja, ki zadošča enačbi

$$\nabla^2 u_\lambda - \frac{\omega_\lambda^2}{c^2} u_\lambda = 0. \quad (1.74)$$

$E_\lambda(t)$  opisuje časovno odvisnost, ki je za laser v stacionarnem delovanju periodična, vendar frekvenca ni nujno kar enaka lastni frekvenci praznega resonatorja  $\omega_\lambda$ , temveč jo moramo še izračunati.

Tudi polarizacijo lahko razvijemo po lastnih funkcijah  $u_\lambda(\vec{r})$ . Ker so te med seboj ortogonalne, preide valovna enačba 1.70 v

$$\omega_\lambda^2 E_\lambda - \ddot{E}_\lambda = \frac{1}{\epsilon_0} \ddot{P}_\lambda. \quad (1.75)$$

Razstavimo  $E_\lambda(t)$  na dva dela:

$$E_\lambda(t) = E_\lambda^+(t) + E_\lambda^-(t) = A^+(t) e^{-i\omega_\lambda t} + A^-(t) e^{i\omega_\lambda t}. \quad (1.76)$$

Dejanska frekvenca laserja je blizu  $\omega_\lambda$ , zato pričakujemo, da bosta amplitudi  $A^\pm(t)$  v primerjavi z  $e^{-i\omega_\lambda t}$  le počasni funkciji časa. Izračunajmo

$$\begin{aligned} \ddot{E}_\lambda^+ &= -\omega_\lambda^2 E_\lambda^+ - 2i\omega_\lambda \dot{A}^+ e^{-i\omega_\lambda t} + \ddot{A}^+ e^{-i\omega_\lambda t} \\ &\simeq -\omega_\lambda^2 E_\lambda^+ - 2i\omega_\lambda (\dot{E}_\lambda^+ + i\omega_\lambda E_\lambda^+) \end{aligned} \quad (1.77)$$

V drugi vrstici smo izpustili člen z  $\ddot{A}^+$ , ker pričakujemo, da je majhen. S tem smo napravili približek *počasne amplitude*.

Polarizacija snovi je približno periodična s frekvenco  $\omega_0$ , z amplitudo, ki je tudi počasna funkcija časa. Zato je  $\ddot{P}_\lambda^+ \simeq -\omega_0^2 P_\lambda^+$ . Pri drugem odvodu polja po času smo potrebovali en člen več, ker se člen  $-\omega_\lambda^2 E_\lambda^+$  na levi strani enačbe 1.70 odšteje. Z uporabo tega približka in enačb 1.74 in 1.77 preide valovna enačba 1.70 za eno nihanje v

$$\dot{E}_\lambda^+ = -i\omega_\lambda E_\lambda^+ + \frac{i\omega_0}{2\epsilon_0} P_\lambda^+. \quad (1.78)$$

Doslej nismo upoštevali, da je polje v praznem resonatorju dušeno, zato moramo gornjo enačbo še popraviti:

$$\dot{E}_\lambda^+ = (-i\omega_\lambda - \frac{1}{\tau}) E_\lambda^+ + \frac{i\omega_0}{2\epsilon_0} P_\lambda^+. \quad (1.79)$$

Kadar v reosnatorju ni snovi, je dobljena enačba enaka kot enačba ??.

Enačbi ?? in 1.71 sta nelinearni, zato ju n moč kar tako prepisati za primer razvoja po lastnih stanjih resonatorja. Pri enačbi za razvoj polarizacije ?? imamo v zadnjem členu na desni produkt komponente polja  $E_\lambda$  in obrnjene zasedenosti  $Z$ , od katere bistveno prispeva le krajevno povprečje  $\bar{Z}$ , ki se tudi s časom le počasi spreminja. Seveda vsebuje  $Z$  tudi krajevno odvisne komponente, ki pa so pomembne predvsem zato, ker sklapajo različna lastna stanja resonatorja, kar presega našo trenutno obravnavo. Tako imamo

$$\dot{P}_\lambda^+ = (-i\omega_0 - \gamma)P_\lambda^+ + \frac{v_{12}^2}{i\hbar} E_\lambda^+ \bar{Z}. \quad (1.80)$$

Enačbo za  $\bar{Z}$  dobimo iz 1.71. V zadnjem členu imamo produkte  $E^\pm P^\pm = E_\lambda^\pm P_\lambda^\pm u_\lambda^2(\vec{r})$ , kar moramo prostorsko povprečiti. Funkcije  $u_\lambda(\vec{r})$  so normirane, tako da je  $\int u_\lambda^2(\vec{r}) dV = V$ . Tako imamo  $\overline{u_\lambda^2(\vec{r})} = 1$  in

$$\dot{\bar{Z}} = A(\bar{Z}_0 - \bar{Z}) - \frac{2}{i\hbar}(E_\lambda^+ + E_\lambda^-)(P_\lambda^- - P_\lambda^+), \quad (1.81)$$

kjer je  $\bar{Z}_0$  povprečje nenasičene zasedenosti  $Z_0$ . V zadnjem členu nastopajo produkti, ki nihajo s frekvencami  $\omega_\lambda - \omega_0$  in  $\omega_\lambda + \omega_0$ . Obe frekvenci sta si zelo blizu, zato je njuna vsota mnogo večja od razlike. Členi  $E_\lambda^+ P_\lambda^+$  in  $E_\lambda^- P_\lambda^-$  se torej zelo hitro spreminja in skoraj nič ne vplivajo na valovanje blizu  $\omega_\lambda$ , zato jih izpustimo. S tem je časovna odvisnost  $\bar{Z}$  podana z

$$\dot{\bar{Z}} = A(\bar{Z}_0 - \bar{Z}) - \frac{2}{i\hbar}(E_\lambda^+ P_\lambda^- - E_\lambda^- P_\lambda^+). \quad (1.82)$$

Enačbe 1.79, 1.80 in 1.82, skupaj s konjugirano kompleksnimi enačbami za  $E_\lambda^-$  in  $P_\lambda^-$ , so zaključen sistem, ki opisuje delovanje enofrekvenčnega laserja. Uporabimo jih za izračun frekvence izhodne svetlobe.

Naj bo stanje stacionarno. Tedaj lahko polje zapišemo v obliki  $E_\lambda^+ = E_0 e^{-i\Omega t}$ , kjer je  $E_0$  realna konstanta, frekvenca svetlobe  $\omega$  pa je blizu  $\omega_0$  in  $\omega_\lambda$ . V stacionarnem stanju mora imeti polarizacija enako časovno odvisnost:  $P_\lambda^+ = P_0 e^{-i\Omega t}$ . Tedaj je v enačbi 1.82 drugi oklepaj konstanten in mora biti tudi  $\bar{Z}$  v stacionarnem stanju od časa neodvisna. Sistem enačb 1.79, 1.80 in 1.82 tako da

$$\begin{aligned} -[i(\omega_\lambda - \Omega) + \frac{1}{\tau}]E_0 - \frac{i\omega_0}{2\epsilon_0}P_0 &= 0 \\ -[i(\omega_0 - \Omega) + \gamma]P_0 + \frac{v_{12}^2}{i\hbar}E_0\bar{Z} &= 0 \\ A(\bar{Z}_0 - \bar{Z}) - \frac{2}{i\hbar}E_0(P_0^* - P_0) &= 0. \end{aligned} \quad (1.83)$$

Najprej izračunamo  $P_0$  iz druge enačbe, ga postavimo v tretjo in izračunamo  $\bar{Z}$ :

$$\bar{Z} = \bar{Z}_0 \left[ 1 + \frac{v_{12}^2}{\hbar^2 A} E_0^2 \frac{2\gamma}{(\omega_0 - \Omega)^2 + \gamma^2} \right]^{-1} \quad (1.84)$$

Ta izraz že poznamo.  $\pi v_{12}^2 / (\epsilon_0 \hbar^2)$  je Einsteinov koeficient  $B$ .  $E_0^2$  je sorazmern gostoti energije polja v resonatorju, zadnji ulomek v oklepaju pa podaja obliko homogeno razširjene atomske črte:

$$\bar{Z} = \bar{Z}_0 \left[ 1 + \frac{2B}{A} g(\omega_0 - \Omega) w \right]^{-1} \quad (1.85)$$

To je natanko enako izrazu za nasičenje zasedenosti stanj, ki smo ga izpeljali iz zasedbenih enačb v četrtem poglavju.

Postavimo  $P_0$  iz prve enačbe sistema 1.83 v drugo:

$$E_0[i(\Omega - \omega_\lambda) + \frac{1}{\tau}][i(\Omega - \omega_0) + \gamma] = -\frac{\nu_{12}^2 \omega_0}{2\hbar\epsilon_0} E_0 \bar{Z}. \quad (1.86)$$

V delajočem laserju je  $E_0 \neq 0$ , zato lahko krajšamo.  $\bar{Z}$  je realen, tako da mora biti imaginarni del leve strani enak nič:

$$(\Omega - \omega_\lambda)\gamma + (\Omega - \omega_0)\frac{1}{\tau} = 0. \quad (1.87)$$

Od tod lahko izračunamo frekvenco laserja

$$\Omega = \frac{\omega_\lambda \gamma + \omega_0 \frac{1}{\tau}}{\gamma + \frac{1}{\tau}}. \quad (1.88)$$

Frekvanca torej ni enaka frekvenci praznega resonatorja  $\omega_\lambda$ , temveč je premaknjena proti centru atomske črte  $\omega_0$ . Premik je odvisen od razmerja širine atomske črte in izgub resonatorja.

Bralec lahko sam iz enačbe 1.86 izračuna še energijo svetlobe v resonatorju in rezultat primerja s tistim, ki smo ga dobili z uporabo zasedbenih enačb.

Gornji primer uporabe polklasičnih enačb je zelo preprost. Prava moč modela se pokaže pri obravnavi mnogofrekvenčnega laserja, na primer pri računu uklepanja faz laserskih nihanj, kar pa presega okvir te knjige. Več bo bralec našel v [?].

## 2. Primeri laserjev

V tem poglavju bomo spoznali nekaj najpomembnejših vrst laserjev. V grobem laserje razlikujemo po aktivnem sredstvu (plin, trdna snov, organsko barvilo, polprevodnik), pri čemer tudi pri izbranem sredstvu obstaja veliko različnih izvedb in načinov delovanja. Za vsak obravnavani primer bomo navedli osnovne karakteristike, v podrobnosti izvedbe pa se ne bomo spuščali.

### 2.1 Laserski sistemi

Laser je lahko dokaj preprosta naprava, z malo sestavnimi deli, lahko pa je zelo velik in zapleten sistem. Večina laserskih sistemov je sestavljena iz osnovnega laserja, ki ni posebno močan, a daje kvaliteten snop svetlobe, in iz enega ali več ojačevalnikov. V njih se svetloba ojačuje v sredstvu, ki je enako kot v osnovnem laserju in ki je v kolikor mogoče visokem stanju obrnjene zasedenosti. V več ojačevalnih korakih se tako doseže zelo velika svetlobna moč.

Pri velikih laserskih močeh nastopi vrsta novih težav. Da gostota svetlobnega toka ne povzroča poškodb optičnih komponent, mora premer ojačevanega snopa (in s tem premer vseh vmesnih ojačevalnih stopenj) naraščati. Na zadnjih stopnjah največjih laserskih sistemov je premer snopa lahko večji od pol metra, kar seveda pomeni, da morajo imeti tolikšno odprtino tudi vse ostale optične komponente. Poleg tega je treba skrbno paziti, da se odbita svetloba ne vrača v prejšnji ojačevalnik ali v osnovni laser in s tem moti njegovo delovanje. Med posamezne ojačevalne stopnje zato damo optične izolatorje, ki temeljijo na Faradayevem pojavu vrtenja polarizacije v snovi z magnetnim poljem.



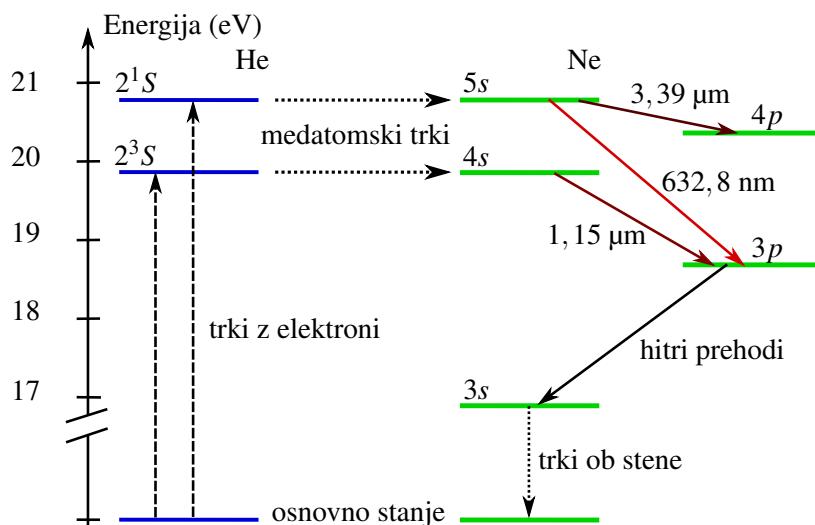
Slika 2.1: Eden najmočnejših laserskih sistemov na svetu, ki doseže 500 TW moči v sunku.  
Vir: National Ignition Facility, Livermore, Kalifornija.

Moči svetlobe, ki jih oddajajo najmočnejši laserski sistemi, imajo zelo velike vrednosti. Najmočnejši zvezno delujoči laserji dosegajo moč prek  $\sim 100$  kW. Še bistveno večje moči dosegajo sunkovni laserji, saj lahko v sunku dosežejo moč tudi  $\sim 10^{15}$  W. Vendar so sunki s tako veliko svetlobno močjo izredno kratki, tipično reda pikosekunde, tako da znaša celotna energija v sunku "le"  $\sim$  kJ. Pomemben parameter pri sunkovnih laserjih je tudi čas, ki poteče med dvema zaporednima sunkoma (repeticijo). Najmočnejši laserski sistemi lahko izsevajo največ nekaj sunkov dnevno.

## 2.2 He-Ne laser

Najprej si oglejmo helij-neon (He-Ne) laser, ki je bil prvi zvezno delujoči laser in je še danes zelo razširjen. Najpogosteje deluje pri valovni dolžini 632,8 nm v rdečem delu spektra, lahko pa tudi pri infrardečih 1,15  $\mu\text{m}$  in 3,39  $\mu\text{m}$  ter nekaterih drugih valovnih dolžinah v oranžnem in zelenem delu spektra. Laser deluje v zveznem načinu delovanja s tipičnimi močmi 0,5–100 mW.

Ojačevalno sredstvo je plin, mešanica helija in neonja, katerih relevantni energijski nivoji so prikazani na sliki (2.2). Atome helija s trki z elektroni vzbudimo v eno izmed dveh dolgoživih metastabilnih stanj  $2^3S$  ali  $2^1S$  z razpadnima časoma 0,1 ms in 5  $\mu\text{s}$ . Ti dve stanji slučajno praktično sovpadata z dvema stanjem neonja ( $4s$  in  $5s$ ). Ko heliju dodamo neon, se energija s trki prenese z vzbujenih helijevih atomov na atome neonja, ki s tem preidejo v že omenjeni vzbujeni stanji. Helijevi atomi se po trku vrnejo v osnovno stanje, od koder jih lahko ponovno vzbudimo. Prenos energije z atomov helija na atome neonja s trki je zelo učinkovit, zato zasedenost vzbujenih neonovih stanj hitro naraste. Ko preseže zasedenost nižjih vzbujenih stanj, pride do obrnjene zasedenosti.

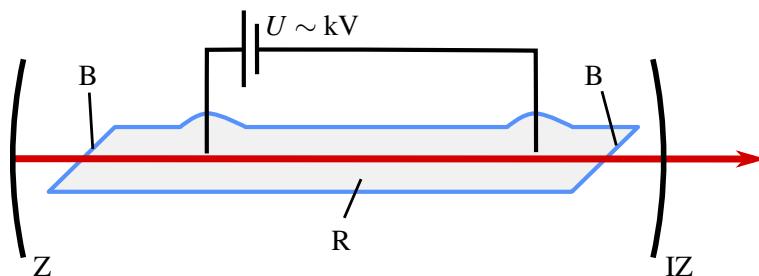


Slika 2.2: Shema energijskih nivojev v He-Ne laserju. Nivoji helija so označeni z modro in nivoji neonja z zeleno, laserski prehodi pa z rdečimi barvami in pripisano ustrezno valovno dolžino.

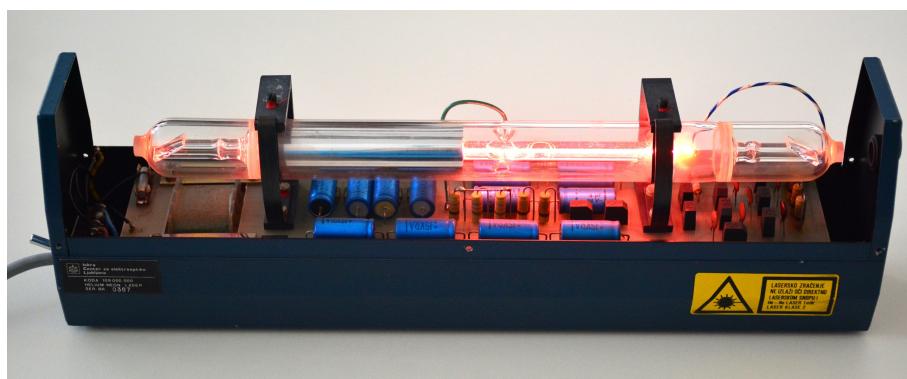
Znano rdečo svetlobo He-Ne laserja z valovno dolžino 632,8 nm dobimo pri prehodu iz stanja  $5s$  v eno od stanj  $3p$ . Pri tem je življenjski čas stanja  $5s$  okoli 100 ns, stanja  $3p$  pa okoli 10 ns, zato se spodnji nivo s spontano emisijo hitro prazni v metastabilno stanje  $3s$ . V njem se atomi nabirajo, saj so dipolni sevalni prehodi v osnovno stanje prepovedani, in atomi le s trki ob steno cevi prehajajo v osnovno stanje. Da pospešimo praznjenje nivoja  $3s$  in omogočimo večjo obrnjeno zasedenost, moramo torej zmanjšati premer razelektritvene cevi. Zaradi gibanja atomov je spektralna črta Dopplerjevo razširjena ( $\Delta\nu = 1,5$  GHz).

Lasersko delovanje dobimo tudi pri prehodu iz  $5s$  v stanje  $4p$ , pri katerem ima izsevana svetloba valovno dolžino  $3,39 \mu\text{m}$ . Ojačenje je za ta prehod celo precej večje kot za prehod pri  $632,8 \text{ nm}$ , deloma zaradi nižje frekvence (glej zvezo med Einsteinovima koeficientoma  $A$  in  $B$ , enačba ??), deloma pa zaradi kratke življenske dobe spodnjega laserskega nivoja  $4p$ . Zato bi pričakovali, da bo He-Ne laser svetil v infrardečem delu in ne vidnem. To delno prepreči absorpcija v steklu, delno pa izgube namerno povečamo s selektivno odbojnostjo resonatorskih zrcal, ki dvigne prag delovanja za  $3,39 \mu\text{m}$  nad prag za  $632,8 \text{ nm}$ . V laser lahko dodamo tudi celico metana, ki infrardeč del svetlobe močno absorbira, vidnega pa ne. Omenimo še prehode iz stanja  $4s$ , ki ga dosežejo neonovi atomi s trki z vzbujenimi helijevimi atomi iz nivoja  $2^3S$ . Prehod  $4s$  v  $3p$ , ki da svetlobo pri  $1,15 \mu\text{m}$ , je bil prvi opaženi prehod v He-Ne laserjih.

Tipičen He-Ne laser je razmeroma preprosto zgrajen (sliki 2.3 in 2.4). V razelektritveni cevi (napetost  $\sim 1 \text{ kV}$ ), skozi katero teče električni tok ( $\sim 10 \text{ mA}$ ), se nahaja mešanica helija in neona v razmerju  $5 : 1$ – $10 : 1$ . Skupni tlak v cevi je nizek, le okoli  $3 \text{ mbar}$ , cev pa je tipično dolga okoli  $0,5 \text{ m}$  s premerom  $1$ – $2 \text{ mm}$ . Cev na obeh straneh zapirata okni, ki sta nagnjeni za Brewstrov kot (glej enačbo ??), tako da so izgube pri odboju za eno polarizacijo kar se da majhne. Izhodna svetloba iz laserja je zato seveda polarizirana. V manjših laserjih so namesto Brewstrovih oken na razelektritveno cev privarjena kar resonatorska zrcala, zaradi česar so taki laserji nepolarizirani. Navadno je razelektritvena cev obdana z dvema ukrivljenima zrcalomoma, ki imata zelo veliko odbojnost za izbrano valovno dolžino. Nekaj tipičnih podatkov za He-Ne laser je zbranih v tabeli (2.1).



Slika 2.3: Shema He-Ne laserja: R – razelektritvena cev, IZ – izhodno zrcalo, Z – zrcalo z veliko odbojnostjo, B – Brewstrov okni



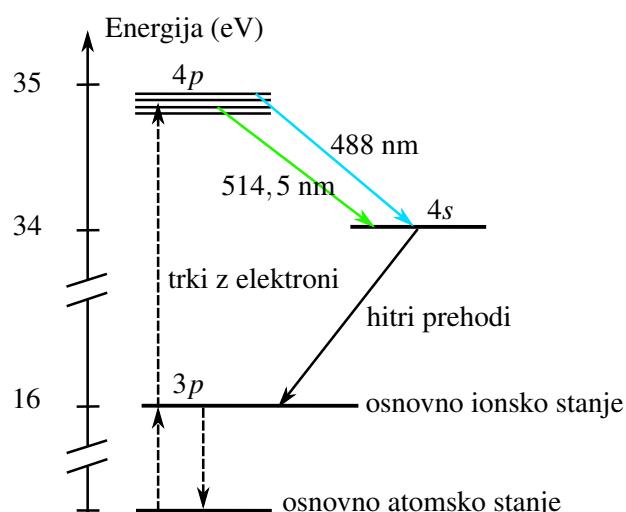
Slika 2.4: Primer starejšega He-Ne laserja, izdelanega v Sloveniji

He-Ne laserji so preprosti, stabilni, zanesljivi, poceni, imajo visoko kvalitetno žarka in dolgo služijo (do 50 000 ur). Danes jih sicer izrivajo polprevodniški laserji, vendar so še vedno v uporabi v merilnih napravah, v optičnih čitalnih sistemih, v šolah, v raziskovalnih laboratorijih za interferometrijo, holografijo itd. Na njem je osnovan tudi standard za meter.

### 2.3 Argonov ionski laser

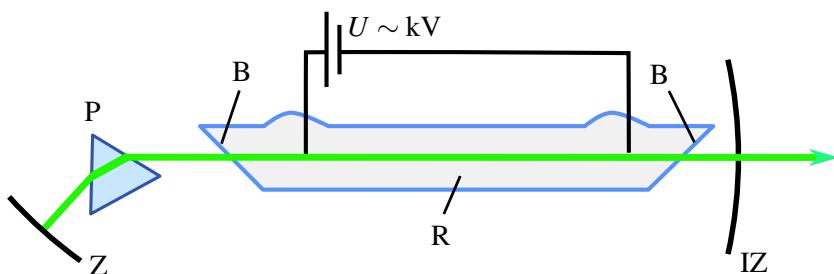
Kot drugi primer plinskega laserja obravnavajmo argonov ionski ( $\text{Ar}^+$ ) laser, ki je najbolj poznan po zveznem delovanju v modrem in zelenem delu spektra pri valovnih dolžinah 488,0 nm in 514,5 nm, deluje pa tudi v bližnjem ultravijoličnem delu spektra. Tipične moči delovanja argonovega laserja so 100 mW–50 W.

Kot večino plinskih laserjev tudi tega črpamo z električnim tokom. Atome argona vzbudimo s trki z elektronimi vione argona, ti pa z nadaljnji trki preidejo v vzbujena stanja. Obrnjeno zasedenost dosežemo med nivojema  $4p$  in  $4s$  (slika 2.5). Ta dva nivoja vsebujejo veliko podnivojev, zato je tudi prehodov med njima zelo veliko. Argonov laser tako seva pri več kot tridesetih različnih valovnih dolžinah, najznačilnejši sta že omenjeni 488 nm in 514,5 nm. Življenski čas zgornjega nivoja je okoli 10 ns, kar je približno desetkrat več od življenskega časa spodnjega nivoja, od koder se ionizira z rekombinacijo z elektronimi vrnejo v osnovno stanje atoma. Tudi pri tem laserju je poglavitni vzrok za razširitev črte Dopplerjev pojav ( $\Delta\nu = 3,5 \text{ GHz}$ ).



Slika 2.5: Shema energijskih nivojev v  $\text{Ar}^+$  laserju

Argonov laser je v osnovi zgrajen podobno kot He-Ne laser. V razelektritveni cevi (tipična dolžina 1 m in premer 1–2 mm) se nahaja argon pri pritisku okoli 10 mbar. Ker gre pri vzbujanju atomov argona za dvostopenjski proces, mora biti električni tok, s katerim dosežemo obrnjeno zasedenost, precej velik, lahko tudi nekaj deset amperov. Pri tipični napetosti nekaj kV to pomeni, da so potrebne velike električne moči, pogosto več deset kW, in močnejši argonovi laserji so zato zaradi velike količine odvečne toplotne najpogosteje vodno hlajeni.



Slika 2.6: Poenostavljena shema  $\text{Ar}^+$  laserja s prizmo: R – razelektritvena cev, IZ – izhodno zrcalo, Z – zrcalo z veliko odbojnostjo, B – Brewstrovi okni, P – prizma



V argonovih laserjih pogosto ustvarimo vzdolžno magnetno polje, ki preprečuje elektronom, da bi predčasno zapustili ojačevalno območje in trčili v steno. S tem se poveča izhodno moč laserja, hkrati pa preprečuje poškodbe na stenah, ki bi jih lahko povzročili visokoenergijski elektroni. Iz istega razloga so pri močnejših laserjih zrcala izven plinske cevi.

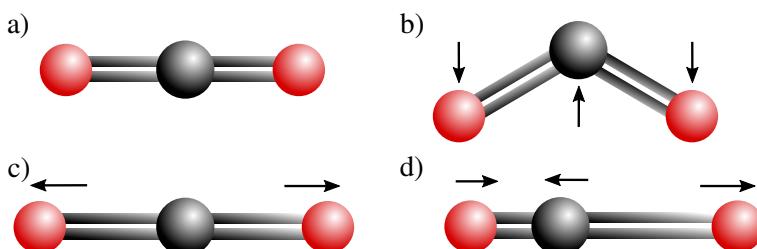
V resonator argonovega laserja moramo vgraditi še element, ki omogoči izbiro ene same spektralne črte. Najpogosteje za ta frekvenčno selektiven element uporabimo kar majhno prizmo pred enim od obeh zrcal (slika 2.6). Zaradi disperzije v prizmi se snopi različnih valovnih dolžin lomijo pod različnimi koti in le tisti snop, ki vpada pravokotno na zrcalo, se ojačuje. Z vrtenjem prizme ali zrcala lahko tako izbiramo valovno dolžino izhodne svetlobe. Nekaj tipičnih podatkov za argonov laser je zbranih v tabeli (2.1).

Argonovi laserji so zanesljivi in dajejo zelo kvalitetni Gaussov snop pri eni sami frekvenci. Zato se dosti uporablajo v optični spektroskopiji, interferometriji, holografiji in meritni tehniki. Delujejo v zveznem načinu, zaradi razmeroma široke črte ojačenja pa jih uporabljamo tudi za fazno uklenjene sunkovne laserje z dolžino sunkov okoli 150 ps. V kombinaciji s kriptonovimi laserji, ki so zelo podobni argonovim, le da delujejo v rdečem in oranžnem delu spektra, se uporablajo tudi v zabavni industriji. V zadnjem času jih vse bolj izrivajo polprevodniški laserji ali pa frekvenčno podvojeni Nd:YAG.

## 2.4 CO<sub>2</sub> laser

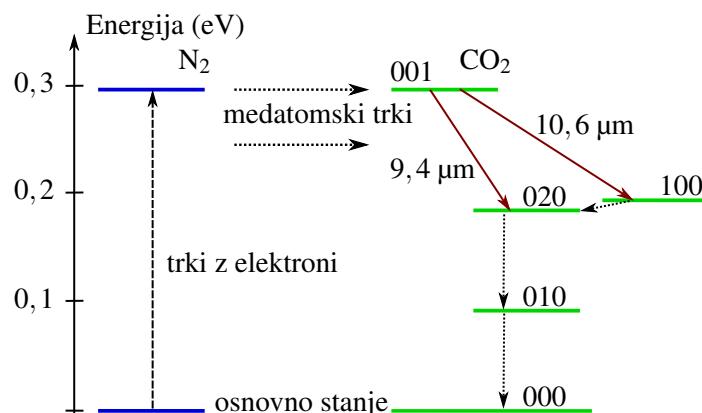
Do zdaj opisani laserji so delovali na elektronskih prehodih v atomih oziroma ionih. Laser na ogljikov dioksid pa deluje na prehode med vibracijskimi stanji molekul CO<sub>2</sub>, pri čemer elektroni ostanejo v osnovnem stanju. Zaradi majhnih energijskih razlik med vibracijskimi stanji deluje tak laser v infrardečem delu spektra, najpogosteje pri 9,6 μm in 10,6 μm. Laser deluje v zveznem in v sunkovnem načinu, odlikuje ga pa zelo velik izkoristek (~ 30 %) in posledično zelo velike moči, 1 W–10 kW.

Preden opišemo delovanje laserja, si na kratko oglejmo še nihajna stanja molekule ogljikovega dioksida. Molekula CO<sub>2</sub> je v osnovnem stanju linearna molekula (slika 2.7 a). Za molekule take oblike obstajajo trije osnovni načini nihanja atomov glede na težišče: atomi nihajo v smeri pravokotno na os (upogib, slika 2.7 b), atoma kisika nihata simetrično vzdolž osi molekule, ogljik pa pri tem miruje (simetrični razteg, slika 2.7 c) in atoma kisika se gibljeta v isti smeri vzdolž osi, ogljik pa v nasprotni smeri (asimetrični razteg, slika 2.7 d). Pri tem ima najvišjo frekvenco asimetrični razteg, najnižjo pa upogib. Vsako vibracijsko stanje lahko razstavimo na osnovne nihajne načine in ga opišemo s številom energijskih kvantov v posameznem osnovnem nihanju, torej s trojico celih števil ( $n_1, n_2, n_3$ ). Po dogovoru stanje 100 opisuje osnovni simetrični razteg, stanje 010 osnovni upogib, stanje 001 pa osnovni asimetrični razteg.



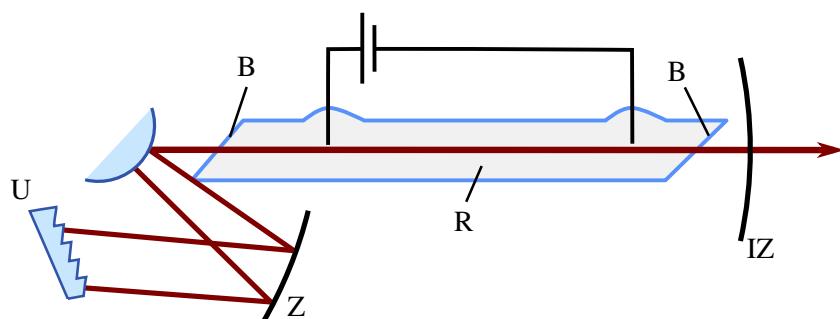
Slika 2.7: Molekula CO<sub>2</sub> (a) in trije osnovni načini nihanja molekule: upogib (b), simetrični razteg (c) in asimetrični razteg (d)

Vibracijska stanja molekule vzbudimo z električnim tokom skozi plin. Pri tem v razelektritveno cev dodamo dušik (N<sub>2</sub>) in podobno kot pri He-Ne laserju se tudi CO<sub>2</sub> črpa predvsem preko trkov z dušikovimi molekulami. Dušikova molekula je dvoatomna in ima zato zgolj eno vibracijsko stanje, ki po energiji praktično sovpada z energijo stanja 001 (slika 2.8). Iz tega zgornjega stanja prehajajo molekule v stanje 100 (10,6 μm) ali v stanje 020 (9,4 μm). Da pospešimo prehod nazaj v osnovno stanje, plinski mešanici dodamo še helij, s katerim trkajo molekule. Razmerje parcialnih tlakov je navadno 1:1:8 za CO<sub>2</sub>:N<sub>2</sub>:He pri tlaku 1 mbar. Pri tako nizkih tlakih je poglavitna razširitev spektralne črte Dopplerjeva, ki pa je v primerjavi z ostalimi plinskimi laserji zaradi nizkih frekvenc zelo majhna, le okoli 70 MHz. V laserskih sistemih, kjer je tlak višji, prevlada razširitev zaradi medmolekulskih trkov. Pri tlakih okoli 20 bar znaša razširitev že okoli 500 GHz, kar omogoča izdelavo fazno uklenjenih sunkovnih laserjev s sunki dolžine ~ 1 ps. Nekaj tipičnih podatkov za laser na ogljikov dioksid je zbranih v tabeli (2.1).



Slika 2.8: Shema vibracijskih nivojev v CO<sub>2</sub> laserju

Najpreprostejši laser na ogljikov dioksid je po svoji zgradbi podoben drugim plinskim laserjem. Razelektritvena cev (polmer ~ 1 cm in dolžina 0,5–2 m) je na obeh koncih zaključena z Brewstrovima oknoma in zrcaloma. Vsi optični elementi v laserju morajo biti seveda prepustni oziroma odbojni za infrardeč del svetlobe. Ker lahko deluje laser pri zelo veliko različnih valovnih dolžinah, dodamo frekvenčno selektiven člen, na primer uklonsko mrežico (slika 2.9).



Slika 2.9: Poenostavljena shema najpreprostejšega CO<sub>2</sub> laserja: R – razelektritvena cev, IZ – izhodno zrcalo, Z – zrcalo z veliko odbojnostjo, B – Brewstrovi okni, U – uklonska mrežica

Laserji na ogljikov dioksid se največ uporabljajo v industriji za zahtevne obdelave materialov, na primer za rezanje kovin, vrtanje, ablacijo, varjenje, pa tudi za vojaške in medicinske namene. Obdelava z laserji omogoča veliko natančnost, čistočo in je zelo fleksibilna.

Laser	He-Ne	$\text{Ar}^+$	$\text{CO}_2$	ekscimer
Valovna dolžina $\lambda$	632,8 nm	488 in 514,5 nm	9,6 in 10,6 $\mu\text{m}$	UV
Verjetnost za spontani prehod $A$	$3,4 \times 10^6/\text{s}$	$7,8 \times 10^7/\text{s}$	0,25/s	$\sim 10^8/\text{s}$
Presek za stimulirano emisijo $\sigma$	$3 \times 10^{-17} \text{ m}^2$	$2,6 \times 10^{-16} \text{ m}^2$	$3 \times 10^{-22} \text{ m}^2$	$10^{-20} \text{ m}^2$
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$1,5 \times 10^9 \text{ Hz}$	$3,5 \times 10^9 \text{ Hz}$	$7 \times 10^7 \text{ Hz}$	$10^{13} \text{ Hz}$
Obrnjena zasedenost $\Delta N/V$	$5 \times 10^{15}/\text{m}^3$	$2 \times 10^{15}/\text{m}^3$	$3 \times 10^{21}/\text{m}^3$	$10^{20}/\text{m}^3$

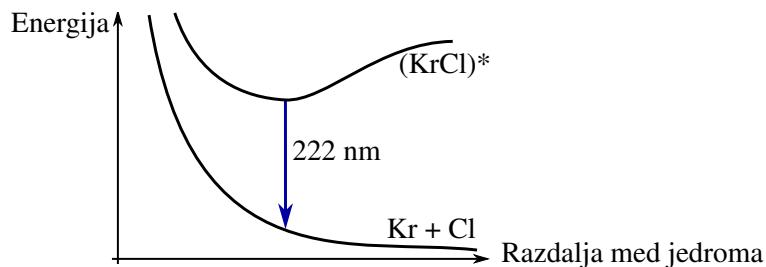
Tabela 2.1: Izbrani podatki za He-Ne,  $\text{Ar}^+$ ,  $\text{CO}_2$  in tipičen ekscimerni laser

## 2.5 Ekscimerni laser

Ekscimerji (*excited dimer, excimer*) so vzbujena vezana stanja dveh atomov, ki bi se v osnovnem stanju ne vezala. Za laserje so zanimivi predvsem ekscimerji težkih žlahtnih plinov in halogenov, na primer  $\text{Ar}_2^*$  (126 nm),  $\text{Kr}_2^*$  (146 nm),  $\text{Xe}_2^*$  (172 nm),  $\text{ArF}$  (193 nm),  $\text{KrF}$  (248 nm),  $\text{XeCl}$  (308 nm),  $\text{ArBr}$  (161 nm),  $\text{NeF}$  (108 nm) ... Te molekule obstajajo samo v vzbujenem stanju, v osnovnem stanju pa je odbojna sila med atomoma prevelika in molekula neobstojna. Vsi našteti primeri oddajajo lasersko svetlobo v ultravijoličnem delu, ki ga drugi laserski sistemi le težko pokrivajo. Ekscimerni laserji delujejo v sunkih, pri čemer je tipična oddana energija v sunku  $\sim 1 \text{ J}$ , dolžina sunka 10–100 ns pri repeticiji  $\sim 100 \text{ Hz}$ .

Vezano stanje dveh atomov dobimo, kadar je ionizacijska energija prvega atoma manjša od vsote elektronske afinitete drugega atoma in elektrostaticne energije vezave obeh ionov. Vzemimo za primer klor in kripton. Ionizacijska energija kriptona v osnovnem stanju je 14 eV, v vzbujenem pa 5 eV. Elektronska afiniteta klorja je 3,75 eV in elektrostaticna vezavna energija  $\text{KrCl}$  okoli 7 eV. Tako je za nastanek molekule  $\text{KrCl}$  v osnovnem stanju potrebno dodati okoli 4 eV, pri tvorbi molekule v vzbujenem stanju pa se sprosti okoli 6 eV. Približno obliko celotne potencialne energije molekule  $\text{KrCl}$  v osnovnem in vzbujenem stanju kaže slika (2.10). Molekula, ki je vezana v vzbujenem stanju, po sevalnem prehodu v osnovno stanje takoj razpade, zato je zelo lahko doseči obrnjeno zasedenost. Pri tem je razpadni čas vezanega stanja  $\sim 10 \text{ ns}$ , spodnjega nevezanega pa okoli 0,1 ps. Da nastanejo ekscimeri, vzbujamo mešanico plinov (žlahtnega plina ali mešanice žlahtnega in halogenega plina) v heliju. Pritisak je razmeroma velik ( $\sim 3 \text{ bar}$ ), zato plin v cevi vzbujamo prečno. Velika je tudi spektralna širina prehoda ( $\Delta\nu = 10^{13} \text{ Hz}$ ). Nekaj tipičnih podatkov za ekscimerne laserje je zbranih v tabeli (2.1).

Ekscimerni laserji delujejo v sunkih s precej veliko energijo in se uporabljajo v industriji materialov, mikroprocesorjev, fotolitografiji in medicini, predvsem oftalmologiji in kirurgiji.



Slika 2.10: Shema energije v odvisnosti od razdalje med jedromi atomov. V vzbujenem stanju se atoma povežeta v molekulo, po prehodu v nižji nivo pa atoma disociirata.

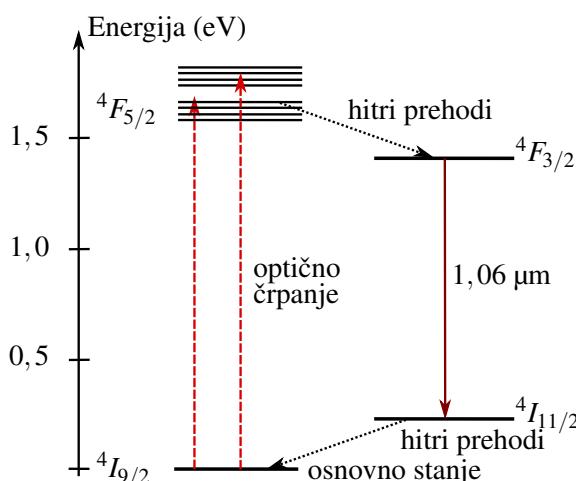
## 2.6 Neodimov laser

Druga skupina laserjev, ki jo bomo obravnavali, so trdninski laserji. Taki laserji temeljijo na elektronskih prehodih v ionih primesi, ki jih dodamo v kristal ali steklo, črpamo pa jih optično. Primesi so navadno redke zemlje ali prehodne kovine, kristali pa oksidi ali fluoridi. Izdelava ojačevalnih sredstev na osnovi stekla je bistveno bolj preprosta in poceni, vendar ima steklo precej nižjo topotno prevodnost od kristalov in se zato bolj greje. Začeli bomo z opisom dveh primerov neodimovega laserja, Nd:YAG in Nd:steklo. Podobne laserje dobimo, če v YAG kristalu namesto z neodimom itrijeve ione nadomestimo z iterbijem (1030 nm) ali erbijem (2940 nm).

### 2.6.1 Nd:YAG

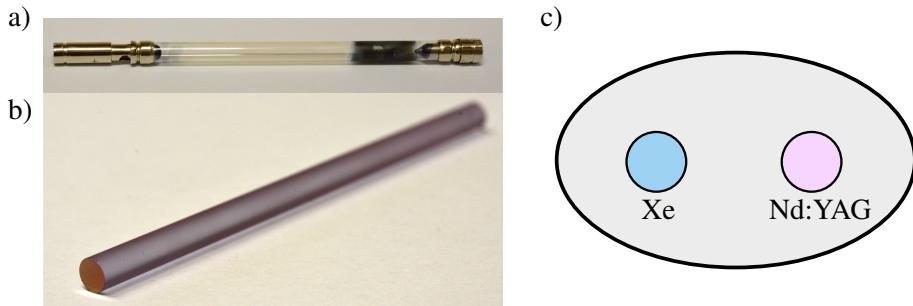
V Nd:YAG laserju je ojačevalno sredstvo itrij-aluminijev granat ( $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ , YAG) s primesmi neodimovih ionov  $\text{Nd}^{3+}$ . Neodimov laser deluje pri valovni dolžini 1,064 μm ali frekvenčno podvojeni 532 nm. Laser deluje v zveznem načinu pri močeh do 5 kW ali sunkovnem z dolžino sunkov okoli 100 ns in energijo sunka ~ 1 J.

Neodimov laser je primer štirinivojskega laserskega sistema, pri čemer je laserski prehod med stanjem  $^4F_{5/2}$  in  $^4I_{11/2}$  iona neodima (slika 2.11). S svetlogo višje frekvence (tipično okoli 800 nm) črpamo elektrone v višje nivoje, ki hitro preidejo v zgornji laserski nivo. Življenski čas zgornjega nivoja je okoli 230 μs, spodnjega pa precej krajši, zato je lahko doseči veliko obrnjeno zasedenost. Spodnje stanje je dovolj visoko nad osnovnim, da pri sobni temperaturi v ravnovesju ni znatno zasedeno. Razširitev črte je homogena in je predvsem posledica termičnega nihanja kristalne mreže ( $\Delta\nu = 130 \text{ GHz}$ ). Prag neodimovega laserja za zvezno delovanje je nizek in ga je lahko doseči, prav tako dobro neodimov laser deluje v sunkih, predvsem s preklopom dobrte.



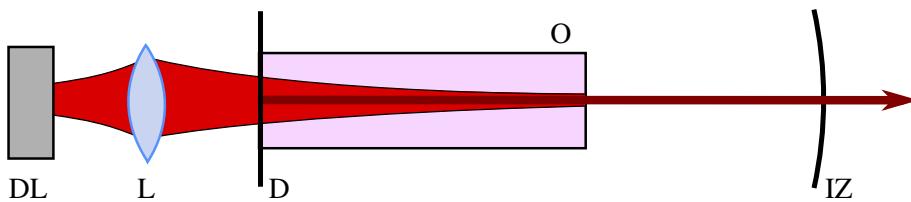
Slika 2.11: Shema energijskih nivojev v  $\text{Nd}^{3+}$  laserju

Laser črpamo z diodnimi laserji ali močnimi ksenonovimi svetilkami za zvezno delovanje ter podobnimi bliskovnimi lučmi za sunkovno delovanje (slika 2.12 a). Aktivna snov v laserju je v obliki paličice dolžine od nekaj cm do dobrih 10 cm in širine ~ 1 cm. V kristalu YAG neodimovi ioni nadomestijo približno 1 % itrijevih, zato ojačevalno sredstvo na videz ni prozorno, temveč rahlo rožnato (slika 2.12 b). Aktivna paličica in svetilka sta vgrajeni v cilindrično ali eliptično votlino z zrcalnimi ali belimi stenami, tako da se čim večji del črpalne svetlobe absorbira v laserski paličici (slika 2.12 c).



Slika 2.12: Ksenonova bliskovna svetilka (a), ojačevalno sredstvo v Nd:YAG laserju (b) in shema eliptične črpalne votline (c)

Pri črpanju s ksenonovo svetilkjo je le manjši del izsevane svetlobe v absorpcijskih pasovih, zato je izkoristek črpanja razmeroma slab, tipično pod 1 %. Za izhodno moč zvezno delajočega Nd:YAG laserja  $\sim 10$  W je tako potrebna električna moč  $\sim \text{kW}$ . Velika večina porabljene moči gre v gretje, zato je v laserjih z nekoliko večjo povprečno močjo potrebno vodno hlajenje. Gretje povzroča tudi topotne deformacije laserske paličice, kar lahko močno spremeni lastnosti resonatorja. Topotni učinki so ena poglavitnih praktičnih težav pri izdelavi neodimovih laserjev s klasičnimi svetilkami. Danes zato zvezno delajoče neodimove laserje črpamo z diodnimi laserji, ki svetijo v območju največje absorpcije  $\text{Nd}^{3+}$ . Črpanje je lahko prečno ali vzdolžno (slika 2.13). Pri diodnem črpanju je izkoristek dosti večji in je manj gretja, kar omogoča bolj kompaktno konstrukcijo in boljšo stabilnost izhodne moči.



Slika 2.13: Shema vzdolžnega diodnega črpanja Nd:YAG laserja. O – ojačevalno sredstvo, IZ – izhodno zrcalo, D – dikroično zrcalo, prepustno za črpalno svetlobo in odbojno za lasersko, DL – diodni laser za črpanje, L – leča

Neodimovi laserji so zelo razširjeni, tako v osnovni kot tudi v frekvenčno podvojeni različici. Najbolj uporabni so za obdelavo materialov (vrtanje, varjenje, litografija) ter v medicini (dermatologija in endoskopska kirurgija). Pomemben proizvajalec sunkovnih Nd:YAG laserjev za medicinske namene je podjetje Fotona d.o.o. iz Ljubljane.

Laser	Nd:YAG	Nd:steklo	Ti:safir
Valovna dolžina	1064 nm	1050 nm	660 – 1180 nm
Verjetnost za spontani prehod $A$	$4 \times 10^3 / \text{s}$	$3 \times 10^3 / \text{s}$	$3 \times 10^5 / \text{s}$
Presek za stimulirano emisijo $\sigma$	$3 \times 10^{-23} \text{ m}^2$	$3 \times 10^{-24} \text{ m}^2$	$3 \times 10^{-23} \text{ m}^2$
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$1,3 \times 10^{11} \text{ Hz}$	$7 \times 10^{12} \text{ Hz}$	$1 \times 10^{14} \text{ Hz}$
Gostota obrnjene zasedenosti $\Delta N/V$	$1,6 \times 10^{23} / \text{m}^3$	$8 \times 10^{23} / \text{m}^3$	$6 \times 10^{23} / \text{m}^3$

Tabela 2.2: Tipični podatki za Nd:YAG, Nd:steklo in Ti:safirni laser

### 2.6.2 Nd:steklo

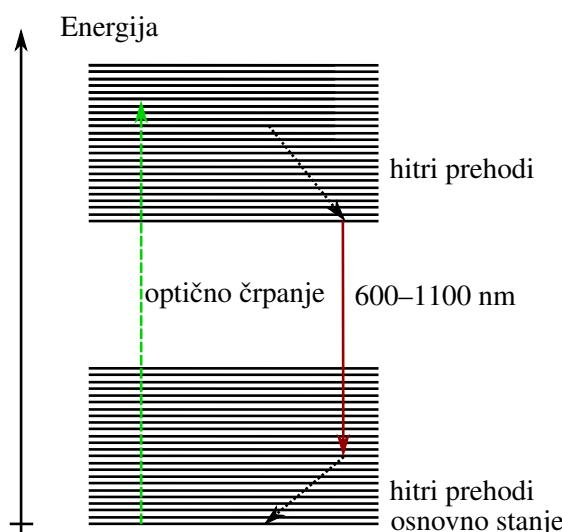
Namesto v kristal lahko neodimove ione  $\text{Nd}^{3+}$  vgradimo tudi v steklo. Laser z Nd:steklo ojačevalnim sredstvom deluje pri valovni dolžini 1,050 μm v sunkovnem načinu s preklopom dobrote ali z uklepanjem faz z energijami sunkov  $\sim 1 \text{ J}$ . Zaradi amorfne strukture stekla in posledično nehomogenega lokalnega polja je laserska črta nehomogeno razširjena ( $\Delta\nu = 7 \text{ THz}$ ). Ojačenje je manjše kot v Nd:YAG in za prag laserskega delovanja je potrebna precej večja črpalna moč. Laserji Nd:steklo se zato uporabljajo le v sunkovnem načinu in za tako delovanje so celo primernejši od Nd:YAG laserjev. Zaradi manjšega ojačenja pri dani obrnjeni zasedenosti je v laserju s preklopom dobrote mogoče doseči večjo načrpanost preden pride do praznjenja zaradi ojačevanja spontanega sevanja v enem preletu paličice. Problem teh laserjev predstavlja nizka topotna prevodnost stekla, ki omejuje repeticijo sunkov. Velika širina spektralne črte je zelo primerna za delovanje v načinu uklepanja faz, s katerim dosegamo ultrakratke sunke ( $\sim 100 \text{ fs}$ ).



Energie izsevanih sunkov je mogoče še povečati z ojačevalniki. Med največjimi je laserski sistem Nd:steklo v Ročestru (New York), ki ga uporabljajo za raziskave fuzije. Okoli 1 ns dolg sunek iz osnovnega laserja razdelijo na deset ojačevalnih vej, ki so dolge po 180 m. Končna energija sunka je nad  $\sim 1 \text{ MJ}$ . Z njim z vseh strani posvetijo na kroglico iz devterija in tritija, ki se dovolj segreje in stisne, da pride do njunega zlivanja. Vršna moč laserskega sunka je okoli  $10^{15} \text{ W}$ . Če laserski snop zberemo na površino  $1 \text{ mm}^2$ , dobimo električno poljsko jakost okoli  $5 \times 10^{11} \text{ V/m}$ , kar je približno enako električnemu polju v vodikovem atomu.

## 2.7 Ti:safir laser

Titan-safirni laser je trdninski laser, pri katerem so v kristal safirja  $\text{Al}_2\text{O}_3$  primešani ioni titana  $\text{Ti}^{3+}$ . Njegova najpomembnejša značilnost je zvezna nastavljivost valovne dolžine v zelo širokem frekvenčnem pasu (600–1180 nm) z največjo učinkovitostjo pri okoli 800 nm. Deluje v zveznem načinu z močmi do 50 W in sunkovno v fazno uklenjenem načinu z dolžino sunkov do 10 fs z vršnimi močmi nad  $10^{12} \text{ W}$ .



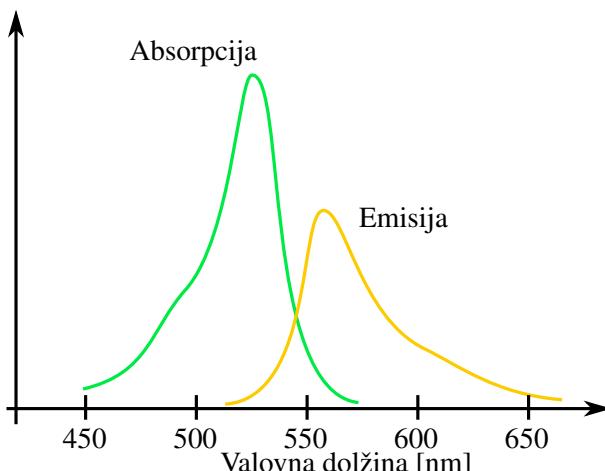
Slika 2.14: Energijski nivoji v Ti:safir laserju. Dva nivoja sta zaradi vibracij razcepljena na veliko število podnivojev, ki pa se med seboj deloma prekrivajo. Zelo podobna je tudi shema energijskih nivojev organskih barvil.

Ojačevalno sredstvo v Ti:safir laserju je aluminijev oksid, v katerem približno 0,2 % aluminijevih ionov nadomestimo s titanovimi. Titanovi ioni imajo v taki konfiguraciji zgolj eno vzbujeno stanje, vendar se zaradi sklopitve s fononi vibracijski nivoji posameznega stanja med seboj prekrivajo in prehod je močno razširjen. Z optičnim črpanjem vzbudimo titanov ion iz osnovnega stanja v eno izmed vibracijskih stanj vzbujenega stanja. Ion nato hitro preide v najnižje vzbujeno stanje. Laserski prehod poteka med nižjem vzbujenim stanjem in enim od vibracijskih nivojev osnovnega stanja (slika 2.14). Življenjski čas vzbujenega stanja je kratek ( $3,2 \mu\text{s}$ ), širina črte pa največja med vsemi trdninskimi laserji ( $\Delta\nu = 100 \text{ THz}$ ). Ker je vrh absorpcijskega pasu blizu 500 nm, laser črpamo z zeleno svetlobo (argonov laser za zvezno delovanje oziroma frekvenčno podvojen neodimov laser za sunkovno). Najpomembnejša uporaba Ti:safir laserjev je v raziskovalnih laboratorijih za ustvarjanje zelo kratkih sunkov svetlobe z dolžino  $\sim 10 \text{ fs}$ . Prevedeno v dolžino, ki jo svetloba v tem času prepotuje, je to le nekaj valovnih dolžin svetlobe.

## 2.8 Laserji na organska barvila

Naslednja skupina laserjev so laserji na organska barvila, v katerih je organsko barvilo raztopljeno v tekočini, praviloma vodi ali alkoholu. To so bili prvi laserji z veliko spektralno širino in nastavljivo valovno dolžino delovanja. Delujejo lahko kot zvezni laserji in z izbiro barvila lahko dosežemo delovanje v območju  $300\text{--}1500 \mu\text{m}$  pri močeh do  $\sim 2 \text{ W}$ , široka spektralna širina pa omogoča sunkovno delovanje z uklepanjem faz z nekaj femtosekundnimi sunki pri energiji sunka nekaj 100 J.

Shema energijskih nivojev molekule tipičnega organskega barvila je zelo podobna shemi energijskih nivojev titan-safirnega laserja (slika 2.14). Vsi elektronski nivoji so razcepljeni v vibracijske in rotacijske podnivoje. V topotnem ravnovesju je molekula na dnu osnovnega elektronskega stanja  $S_0$ . Z absorpcijo vidne svetlobe primerne frekvence preide v neko vzbujeno singletno stanje  $S_1$ . Preko trkov z molekulami topila vzbujena barvilna molekula zelo hitro, v času okoli pikosekunde, preide na dno vzbujenega stanja, od koder s sevanjem preide nekam v osnovno stanje  $S_0$ , od tam pa s trki hitro nazaj na dno osnovnega stanja. Ker sta obe elektronski stanji zaradi vibracij in rotacij razširjeni, sta absorpcijska in emisijska fluorescenčna črta široki ( $\Delta\nu = 30 \text{ THz}$ ). Energija izsevane svetlobe je zmanjšana za energijo prehodov s trki, zato je emisijska črta premaknjena k nižjim frekvencam od absorpcijske. Absorpcijski in fluorescenčni spekter prehoda  $S_0 - S_1$  za barvilo rodamin 6G kaže slika (2.15).



Slika 2.15: Absorpcijski in emisijski spekter barvila rodamin 6G, ki se uporablja v laserjih

Valovna dolžina	300–1500 $\mu\text{m}$
Verjetnost za spontani prehod $A$	$\sim 10^8/\text{s}$
Presek za stimulirano emisijo $\sigma$	$3 \times 10^{-20} \text{ m}^2$
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$3 \times 10^{13} \text{ Hz}$
Gostota obrnjene zasedenosti $\Delta N/V$	$\sim 10^{22}/\text{m}^3$

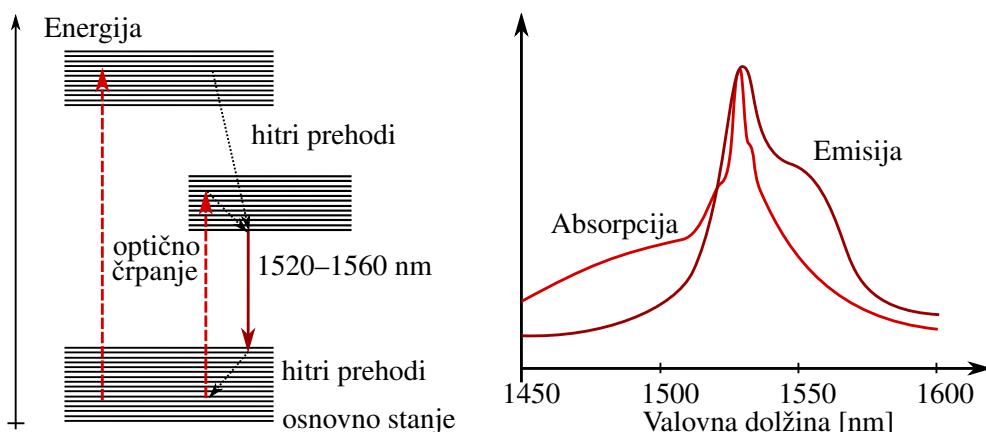
Tabela 2.3: Tipični podatki za laserje na organska barvila

Laser na organska barvila lahko deluje pri vseh frekvencah znotraj široke fluorescenčne črte. Zato moramo v resonator vgraditi frekvenčno selektiven element, s katerim nastavljamo frekvenco izhodne svetlobe. Uporabna je prizma, kot v primeru argonovega laserja, ali pa eno od zrcal nadomestimo z uklonsko mrežico, ki je zasukana pod takim kotom, da se po osi resonatorja odbije svetloba izbrane valovne dolžine. Barvilne laserje črpamo ali z bliskovno svetilko ali z drugim laserjem primerne valovne dolžine, na primer argonovim ali eksimernim laserjem.

Slabost laserjev na organska barvila je njihova degradacija. Barvila v laserjih je treba pogosto menjati (tipično na 100 ur delovanja), poleg tega je ravnanje z njimi zahtevno, saj je veliko barvil in topil strupenih in korozivnih. Laserji na organska barvila so uporabni v spektroskopiji, za ločevanje izotopov, v medicini (dermatologija, odstranjevanje ledvičnih kamnov) ...

## 2.9 Vlakenski laserji

Posebna vrsta laserjev so vlakenski laserji, v katerih predstavlja aktivno sredstvo optično vlakno, dopirano z ioni redkih zemelj. (Za podroben opis optičnih vlaken glej poglavje ??) Valovna dolžina, pri kateri oddajajo svetlobo, je odvisna od snovi, s katerimi je vlakno dopirano. Najpogosteje je to erbij (1550 nm), iterbij ( $\sim 1100$  nm) ali neodim (1064 nm). Vlakenske laserje odlikuje izredno velik izkoristek (tipično okoli 70–80 %, lahko tudi več) in posledično zelo velika moč (do 20 kW). Za njih sta značilni tudi izredno velika kakovost žarka (faktor  $M^2 < 1,1$ , glej enačbo ??) in razmeroma majhna občutljivost na zunanje motnje. Delujejo lahko v zveznem ali sunkovnem načinu.

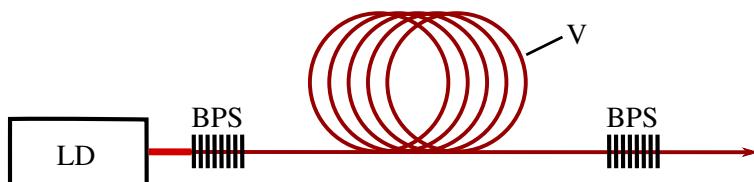


Slika 2.16: Energijski nivoji v erbijevem vlakenskem laserju (levo) in absorpcijski ter emisijski spekter za erbij (desno). Dodaten vrh pri 980 nm ni prikazan.

Oglejmo si vlakenski laser, katerega vlakno je dopirano z ioni erbija (masni delež  $\sim 1\%$ ). Vlakna so pogosto dodatno dopirana z iterbijem, kar poveča absorpcijo črpalne svetlobe in s tem izkoristek laserja. Laser črpamo optično z lasersko diodo pri 980 nm ali 1480 nm, laserski prehodi pa se zgodijo ob povratku v osnovno stanje. Osnovno stanje je razcepljeno v več podnivojev (slika 2.16), zato je valovna dolžina oddane svetlobe v razmeroma širokem intervalu 1520–1560 nm. Velika spektralna širina omogoča delovanje z uklepanjem faz.

Zgradba vlakenskih laserjev se razlikuje od do zdaj opisanih. Glavna razlika je seveda v resonatorju, ki je v tem primeru kar optično vlakno. Tipičen premer je  $\sim 5 \mu\text{m}$  in dolžina več metrov. Na koncih vlakna lahko postavimo dikroični zrcali, ki omogočata longitudinalno sklopitev črpalnega žarka v vlakno. Namesto navadnih zrcal se pogosto uporabi periodične strukture na koncih vlakna, na katerih se valovanje izbrane valovne dolžine Braggovo odbija (slika 2.17). S selektivnim odbojem se širina spektra izhodnega valovanja bistveno zmanjša.

Navadno uporabljamo vlakna, ki so sestavljena iz sredice in dveh plaščev. Laserska svetloba ostaja ujeta v sredici vlakna, črpalno pa vodimo po notranjem plašču. To omogoča bistveno lažjo sklopitev črpalnega žarka v vlakno, poleg tega povečanje efektivnega polmera žarka vodi do manjših vršnih intenzitet in manjše verjetnosti pojava neželenih nelinearnih pojavov (poglavlje ??).



Slika 2.17: Shema vlakenskega laserja: LD – črpalna laserska dioda, BPS – Braggova periodična struktura, V – optično vlakno

Vlakenski laserji se uporabljajo v telekomunikacijah, saj oddajajo svetlobo valovnih dolžin, pri katerih je v vlaknih najmanjša disperzija (poglavlje ??). Velika intenziteta svetlobe omogoča obdelavo, varjenje, vrtanje in rezanje kovin. Zaradi svojih mehanskih lastnosti so primerni tudi za premično lasersko obdelavo snovi.

Valovna dolžina	1550 nm
Verjetnost za spontani prehod $A$	$\sim 90/\text{s}$
Presek za stimulirano emisijo $\sigma$	$7 \times 10^{-25} \text{ m}^2$
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$3 \times 10^{12} \text{ Hz}$
Gostota obrnjene zasedenosti $\Delta N/V$	$\sim 10^{24}/\text{m}^3$

Tabela 2.4: Tipični podatki za erbijev vlakenski laser



Namesto vlaken, dopiranih z ioni redkih zemelj, lahko za izdelavo vlakenskih laserjev izkoristimo pojav stimuliranega Ramanovega sipanja (glej poglavje ??). Pri tem pojavu se črpalni žarek svetlobe neelastično siplje, ojači pa se žarek pri nižji frekvenci. Razlika frekvenc ustreza vibracijskim prehodom molekul, ki prevzamejo preostanek energije. Signal, ki se pri prehodu ojačuje, ostaja pretežno ujet v vlakno z Braggovimi periodičnimi strukturami na koncih. Zavedati se moramo razlike med navadnim laserjem, ki deluje zaradi vzpostavljene obrnjene zasedenosti, in Ramanskim laserjem, v katerem pride do ojačenja sipane svetlobe.

## 2.10 Polprevodniški laserji

Danes so nedvomno najpomembnejši polprevodniški oziroma diodni laserji. Njihove glavne značilnosti so veliko ojačanje in zato majhna dimenzija ( $\sim 10\text{--}100 \mu\text{m}$ ), utečena izdelava in nizka cena, velik izkoristek ( $\sim 50\%$ ), predvsem pa neposredno črpanje z električnim tokom. Za črpanje zadoščajo že majhni tokovi (tipično  $\sim 100 \text{ mA}$ ), kar omogoča zelo hitro modulacijo (GHz) svetlobne moči s spreminjačim se črpanjem. Slabost polprevodniških laserjev je razmeroma širok spekter in posledično majhna koherenca. Polprevodniški laserji delujejo v območju valovnih dolžin od  $\sim 375 \text{ nm}$  do več  $\mu\text{m}$ . Izhodne moči so zelo odvisne od valovne dolžine: v UV območju so razmeroma nizke ( $\sim 100 \text{ mW}$ ), sicer pa dosegajo vrednosti  $\sim 3 \text{ W}$ .

Na hitro lahko rečemo, da delovanje diodnih laserjev temelji na rekombinaciji elektronov iz prevodnega pasu z vrzelmi v valenčnem pasu, pri čemer se izseva foton. Ta proces je lahko spontan, kot v svetlečih diodah, lahko pa tudi stimuliran, kar vodi do ojačanja svetlobe in laserkega delovanja. Za podrobnejšo razlago ojačanja v polprevodniških laserjih moramo poznati osnove polprevodniške fizike, zato jo na kratko ponovimo.

### Energijski pasovi v polprevodnikih

V trdnih snoveh elektroni niso lokalizirani in zaradi interakcij med sosednjimi atomi se sicer ostra elektronska stanja razširijo v elektronske pasove. Pasovi se lahko prekrivajo (kovine), lahko pa se med najvišjim polno zasedenim (valenčnim) pasom in najnižjim nezasedenim (prevodnim) pasom pojavi energijska reža. Če je velikost energijske reže  $E_g$  nekaj  $kT$ , je snov polprevodnik (tabela 2.5), sicer je izolator.

Snov	InSb	InAs	Ge	Si	GaAs	GaP
$E_g \text{ [eV]}$	0,17	0,36	0,67	1,124	1,43	2,26

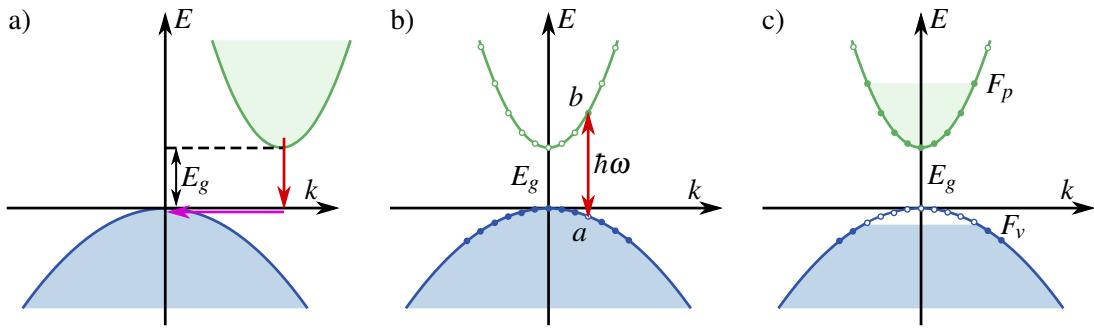
Tabela 2.5: Širina energijske reže v nekaterih polprevodnikih

Ko na polprevodnik vpade foton z energijo  $\hbar\omega > E_g$ , se foton absorbira, elektron iz valenčnega pasu preide v prevodni pas, v valenčnem pasu pa ostane vrzel. Pričakovali bi, da se tak elektron, ki je medtem hitro prešel v dno prevodnega pasu, spontano vrne v valenčni pas, pri čemer se svetloba izseva. Vendar je pri prehodu treba upoštevati tudi ohranitev gibalne količine. Pri najobičajnejših polprevodnikih, siliciju in germaniju, leži vrh valenčnega pasu pri valovnem vektorju  $\mathbf{k} = 0$ , dno prevodnega pasu pa pri  $\mathbf{k} \neq 0$  (slika 2.18 a). Prehod elektrona preko take indirektne reže je malo verjeten, saj mora zaradi ohranitve gibalne količine priti še do interakcije s fononom. Prehod je veliko bolj verjeten v snoveh z direktno režo, pri katerih ležita tako dno prevodnega kot vrh valenčnega pasu pri  $\mathbf{k} = 0$  (slika 2.18 b). Snovi z direktno režo so na primer GaAs in druge spojine elementov tretje in pete skupine, ki so najbolj uporabni za izdelavo diodnih laserjev.

V najpreprostejši sliki obliko prevodnega pasu v bližini minimuma opišemo s parabolično odvisnostjo od velikosti valovnega vektorja  $\mathbf{k}$

$$E_p = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p}. \quad (2.1)$$

Pri tem  $m_e$  označuje efektivno maso elektrona v prevodnem pasu, ki upošteva interakcije z mrežo in se zato razlikuje od mase prostega elektrona  $m_0$ .



Slika 2.18: Energijski pasovi v polprevodniku, kjer modra označuje valenčni pas, zelena pa prevođnega. Reža je indirektna (a) ali direktna (b). V vzbujenem stanju (c) so najnižja mesta v prevođnem pasu zasedena in najvišja mesta valenčnega pasu izpraznjena.

Podobno z efektivno maso zapišemo energijo vrzeli v valenčnem pasu

$$E_v = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_v}. \quad (2.2)$$

Zapišimo še gostoti stanj na energijski interval za prevodni in valenčni pas. Izhajamo iz zveze  $\rho(k)dk = k^2 dk / \pi^2$  (enačba ??) in z upoštevanjem gornjih zvez dobimo

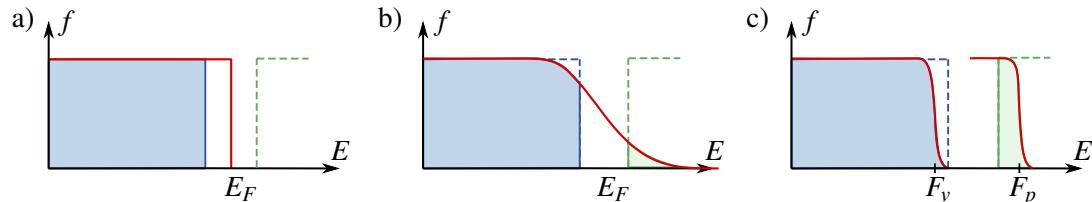
$$\rho_p(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_p}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E - E_g} \quad \text{in} \quad \rho_v(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{-E}. \quad (2.3)$$

Pri tem sta ključna parametra efektivna masa elektronov in vrzeli. Ti dve masi sta značilni za posamezen polprevodnik in znašata, na primer v GaAs,  $m_e = 0,067 m_0$  in  $m_v = 0,5 m_0$ . Gostota stanj za vrzeli je v GaAs zato približno dvajsetkrat večja od gostote stanj za elektrone.

Verjetnost za zasedenost stanj je podana s Fermi-Diracovo funkcijo

$$f_p(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1}, \quad (2.4)$$

kjer  $E_F$  označuje Fermijevo energijo. Pri  $T = 0$  so vsa stanja pod Fermijevo energijo zasedena, nad njo pa prazna in Fermijeva energija leži v energijski reži (slika 2.19 a). Pri končni temperaturi se na dnu prevodnega pasu nahajajo termično vzbujeni elektroni, na vrhu valenčnega pasu pa vrzeli (slika 2.19 b). Verjetnost za pojav vrzeli v valenčnem pasu je  $f_v = 1 - f_p$ .



Slika 2.19: Verjetnost za zasedenost stanj. Pri  $T = 0$  je valenčni pas poln, prevodni pa prazen (a). Pri končni temperaturi termično vzbujeni elektroni preidejo v prevodni pas (b). Za opis neravnovesnega stanja uporabimo dve Fermijevi energiji  $F_v$  in  $F_p$ , za vsak pas svojo (c).



$E_F$  se določi iz pogoja, da je število elektronov v prevodnem pasu enako številu vrzeli v valenčnem pasu in  $N_{p0} = N_{v0}$ . Fermijeva energija leži na sredini energijske reže le v primeru, da sta efektivni masi za elektrone in vrzeli enaki. Sicer pride do premika Fermijeve energije proti pasu z manjšo efektivno maso.

Število elektronov v prevodnem pasu na prostorninsko enoto izračunamo kot produkt gostote stanj in verjetnost, da je stanje zasedeno, integrirano po celotnem energijskem pasu

$$N_{p0} = \int_{E_g}^{\infty} \rho_p(E) f_p(E) dE. \quad (2.5)$$

Število vrzeli v valenčnem pasu je

$$N_{v0} = \int_{-\infty}^{0} \rho_v(E) f_v(E) dE. \quad (2.6)$$

Število elektronov v prevodnem pasu (in vrzeli v valenčnem) je pri  $T = 0$  enako nič in tudi pri končnih temperaturah ostaja razmeroma nizko. Znatno ga lahko povečamo, če polprevodnik dopiramo in s tem povišamo Fermijevo energijo.

Dopiranje polprevodnika pomeni nadzorovano dodajanje ustreznih nečistoč. Če dodamo donorske primesi, ki povečajo število elektronov v snovi, govorimo o polprevodniku tipa  $n$ , če pa dodajamo akceptorske snovi, ki elektrone sprejemajo, govorimo o polprevodniku tipa  $p$ . Primeri donorjev za GaAs so žveplo, selen ali telur, primer akceptorjev pa cink in kadmij.

Zaradi primesi se v energijski reži pojavi dodatni energijski nivo, pri čemer je donorski nivo navadno tik pod prevodnim pasom, akceptorski pa tik nad valenčnim. V tipu  $n$  se Fermijeva energija premakne navzgor, pri močnem dopiranju lahko tudi v prevodni pas. V tem primeru so zasedena vsa stanja v valenčnem pasu in vsa stanja do Fermijeve energije v prevodnem. Podobno je v močno dopiranju tipu  $p$ , v katerem se Fermijeva energija pomakne navzdol in število vrzeli v valenčnem pasu močno naraste. Prosta so tako vsa stanja v prevodnem pasu in stanja do Fermijeve energije v valenčnem pasu.

 Zgolj z dopiranjem se verjetnost za prehod in izsevanje fotona ne spremeni. V  $n$  tipu, na primer, se število elektronov v prevodnem pasu sicer znatno poveča, vendar v prevodnem pasu ni dovolj ustreznih vrzeli, s katerimi bi se elektroni lahko rekombinirali.

Ko elektrone vzbudimo iz valenčnega v prevodni pas, se v valenčnem pasu pojavijo vrzeli. Dokler ne pride do rekombinacije (tipično nekaj ns), vlada v prevodnem pasu kvazi-termično ravnovesje, saj je relaksacija elektronov znotraj pasu bistveno hitrejša (tipično ps). Za veliko populacijo elektronov v prevodnem in veliko populacijo vrzeli v valenčnem pasu Fermijeva funkcija ni več dobra za opis zasedenosti stanj (sliki 2.18 c in 2.19 c). Uporabimo koncept kvazi-Fermijevih nivojev  $F_p$  in  $F_v$ , s katerima opišemo porazdelitvi v vsakem pasu posebej, za prevodni in valenčni pas

$$f_p(E) = \frac{1}{e^{(E-F_p)/k_B T} + 1} \quad \text{in} \quad f_v(E) = \frac{1}{e^{(E-F_v)/k_B T} + 1}. \quad (2.7)$$

V termičnem ravnovesju je razlika med kvazi-Fermijevima energijama  $F_p - F_v$  enaka nič, z naraščajočim vzbujanjem pa se razlika povečuje.

### Ojačenje svetlobe v polprevodnikih

Posvetimo na polprevodnik v vzbujenem stanju s svetlobo s frekvenco  $\omega$ . Vpadna svetloba povzroča prehode med stanji z energijo  $E_a$  v valenčnem in med stanji z energijo  $E_b$  v prevodnem pasu (slika 2.18 b). Če je prehodov iz prevodnega pasu v valenčnega več kot prehodov v obratni smeri, pride do ojačanja svetlobe.

Za zapis verjetnosti za prehod med dvema stanjema v časovni enoti uporabimo Fermijevo zlato pravilo. Verjetnost, da je zgornje stanje zasedeno, je  $f_p(E_b)$ , verjetnost za zasedenost spodnjega stanja pa je  $1 - f_v(E_a)$ . Verjetnost za prehod pri določenem valovnem vektorju je

$$w_s(k) = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{pv}|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) f_p(E_b) [1 - f_v(E_a)], \quad (2.8)$$

kjer je  $H_{pv} = \langle p|\hat{x}|v\rangle E$  matrični element za dipolni prehod v svetlobnem polju  $E$  med prevodnim in valenčnim pasom. Podobno je verjetnost za absorpcijo

$$w_a(k) = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{pv}|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) f_v(E_a) [1 - f_p(E_b)]. \quad (2.9)$$

Upoštevamo enačbi (2.1) in (2.2) in zapišemo razliko energij

$$E_b - E_a = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2} \left( \frac{1}{m_p} + \frac{1}{m_v} \right) = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r}, \quad (2.10)$$

kjer smo z  $m_r = m_v m_p / (m_v + m_p)$  označili reducirano maso elektrona in vrzeli.

Število spontanih emisij oziroma absorpcij na enoto volumna v danem času izračunamo tako, da verjetnosti za prehod integriramo po vseh  $\mathbf{k}$ . Razliko med številom spontanih emisij in absorpcij na enoto volumna je

$$\begin{aligned} N_{pv} - N_{vp} &= \int (w_s - w_a) \rho(k) dk \\ &= \frac{2}{\pi\hbar} \int |H_{pv}|^2 (f_p(E_b) - f_v(E_a)) \delta\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + E_g - \hbar\omega\right) k^2 dk. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Upoštevali smo, da je gostota stanj  $\rho(k) = k^2 dk / \pi^2$ . Vpeljemo novo spremenljivko

$$X = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + E_g - \hbar\omega \quad (2.12)$$

in zapišemo integral

$$N_{pv} - N_{vp} = \frac{1}{\pi\hbar} \left( \frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int |H_{pv}|^2 (f_p(E_b) - f_v(E_a)) \sqrt{(X - E_g + \hbar\omega)} \delta(X) dX. \quad (2.13)$$

Z upoštevanjem lastnosti funkcije  $\delta$  lahko zapišemo

$$N_{pv} - N_{vp} = \frac{1}{\pi\hbar} \left( \frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\hbar\omega - E_g} (f_p(E_b) - f_v(E_a)). \quad (2.14)$$

Poglejmo rezultat podrobneje. Da je število prehodov iz prevodnega v valenčni pas večje od števila prehodov v obratno smer in torej pride do ojačanja vpadne svetlobe in ne njene absorpcije, mora biti  $N_{pv} - N_{vp} > 0$ . Sledi pogoj

$$\frac{1}{e^{(E_b - F_p)} + 1} > \frac{1}{e^{(E_a - F_v)} + 1}. \quad (2.15)$$

Upoštevamo, da je  $E_b - E_a = \hbar\omega$  in da mora biti število prehodov realno, in dobimo pogoj za ojačevanje

$$E_g \leq \hbar\omega < F_p - F_v. \quad (2.16)$$

Energija fotonov, ki naj se v snovi ojačujejo, mora biti po pričakovanjih večja od energije reže, sicer ne pride niti do absoprcije niti do ojačenja. Gornja zveza pa pove tudi, da za ojačenje svetlobe ne zadošča le nekaj vzbujenih elektronov in nekaj ustreznih vrzeli. V prevodnem pasu mora biti toliko elektronov, da pri neki energiji zasedejo vsaj polovico stanj, hkrati pa mora biti v valenčnem pasu toliko vrzeli, da je vsaj polovica stanj nezasedena. Svetloba se bo ojačala torej le v primeru, da je začetna energija manjša od  $F_p$  in končna večja od  $F_v$ .

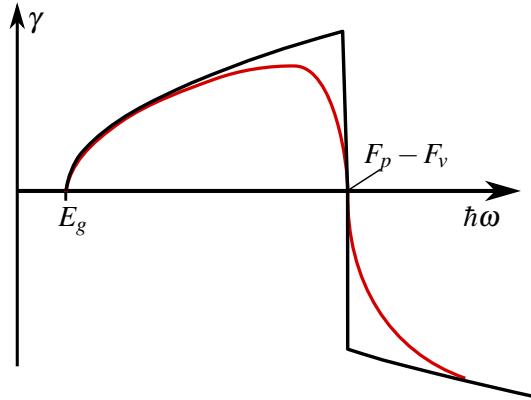
Koefficient ojačenja vpadne svetlobe pri dani frekvenci  $\omega$  je

$$\gamma(\omega) = K \sqrt{\hbar\omega - E_g} (f_p(E_b) - f_v(E_a)), \quad (2.17)$$

pri čemer za ojačenje velja

$$dj = \gamma(\omega) j dz. \quad (2.18)$$

Z naraščajočo stopnjo vzbujenosti koeficient ojačenja razumljivo narašča, manjša pa se z naraščajočo temperaturo. Njegovo odvisnost od energije vpadnih fotonov kaže slika (2.20).

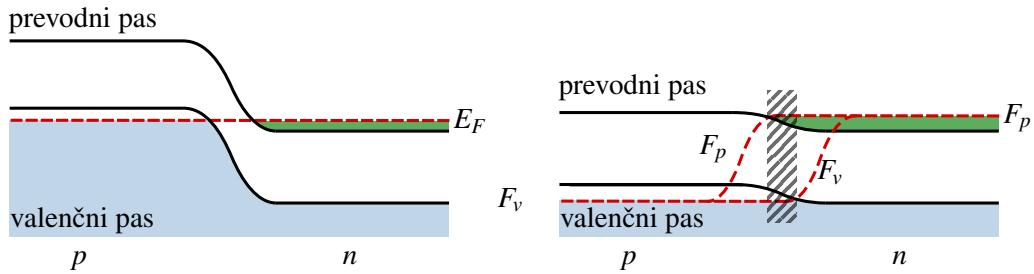


Slika 2.20: Ojačenje v polprevodniku kot funkcija frekvence svetlobe. Črna krivulja velja pri  $T = 0$  in rdeča pri  $T > 0$ . Pri frekvencah, večjih od  $(F_p - F_v)/\hbar$ , pride do absorpcije svetlobe.

### Spoj $p$ - $n$

Svetloba se v polprevodniku ojačuje le, če je na istem mestu v prevodnem pasu dovolj veliko število elektronov, v valenčnem pasu pa zadostti vrzeli. Za delovanje polprevodniškega laserja moramo torej s črpanjem vzdrževati neravovesno stanje, podobno kot smo pri navadnih laserjih vzdrževali obrnjeno zasedenost.

Neravovesno stanje dosežemo tako, da v degeneriran polprevodnik tipa  $p$  z veliko vrzeli dovolj hitro dodajamo elektrone v prevodni pas. To lahko storimo preko spoja  $p$ - $n$ , na katerega priključimo napetost v prevodni smeri. Najpreprostejši primer spoja  $p$ - $n$  je spoj dveh kosov iste snovi, ki je na eni strani dopirana z akceptorji ( $p$ ) in na drugi z donorji ( $n$ ). Ko staknemo območji  $p$  in  $n$ , elektroni iz območja z višjo koncentracijo difundirajo v območje z nižjo koncentracijo, vrzeli pa ravno obratno. Ob spoju nastane v stacionarnem stanju ozek pas, tako imenovani izpraznjeni sloj, v katerem ni prostih nosilcev naboja. Na strani  $n$  ostanejo pozitivni donorski ioni, na strani  $p$  pa negativni akceptorski ioni, ki ustvarjajo električno polje. Nastalo polje preprečuje nadaljnjo difuzijo nosilcev naboja. V ravovesju se Fermijeva energija na obeh straneh izenači, prevodni in valenčni pas pa se ukrivita.



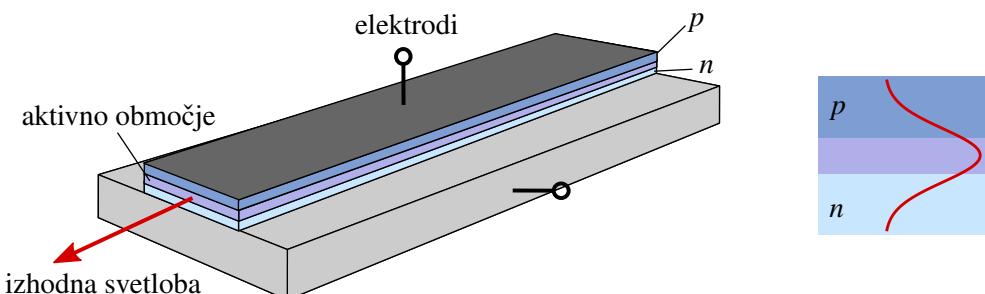
Slika 2.21: Energijska pasova v močno dopiranem spoju  $p$ - $n$  (levo) in ista pasova ob priključeni napetosti  $U$  v prevodni smeri (desno).  $F_p$  in  $F_v$  označujeta kvazi-Fermijevi energiji, senčen del pa aktivno območje, v katerem pride do rekombinacije elektronov in vrzeli.

Ko na spoj priključimo napetost v prevodni smeri (torej pozitivno napetost na stran  $p$ ), se potencialni skok zmanjša. Pri tem je potencialna razlika kar sorazmerna s priključeno napetostjo  $U$ . Fermijevi energiji na  $p$  in  $n$  strani se razmakneta in v ozkem območju v bližini spoja pride do hkratne zasedenosti elektronov v prevodnem pasu in vrzeli v valenčnem pasu (slika 2.21). To imenujemo aktivno območje, saj v njem prihaja do rekombinacij in do nastanka fotonov.

Pri nizkih priključenih napetostih oziroma nizkih tokovih skozi spoj  $p$ - $n$  prihaja do spontane rekombinacije in nizke izsevane moči svetlobe. Pri večjih napetostih, ko je  $e_0 U \approx E_g$ , pride do velikih koncentracijah nosilcev naboja in stimuliranih rekombinacij, ki omogočajo optično ojačenje. Takrat presežemo prag delovanja diodnega laserja. Ojačenje v polprevodniških laserjih je precej veliko, lahko več od  $100 \text{ A/cm}^2$ , zato je mogoče dobiti delujoč laser že v zelo majhnem aktivnem območju, lahko tudi le nekaj mikronov. Običajni polprevodniški laserji so tako dolgi okoli do 0,25 mm.

### Zgradba laserja

Prvi polprevodniški laser (1962) je bil narejen iz GaAs in je oddajal svetlobo pri 850 nm. Shema takega laserja je na sliki (2.22). Svetloba se ojačuje v tanki aktivni plasti in iz laserja izhaja v smeri vzdolžno z laserjem. Vidimo, da polprevodniški laser nima navadnega resonatorja iz dveh odbojnih zrcal, ampak se svetloba odbija kar na gladko odklaniah stranskih ploskvah kristala. Zaradi velikega lomnega količnika (npr.  $n = 3,5$  za GaAs) je odbojnosc dovolj velika za učinkovito delovanje.



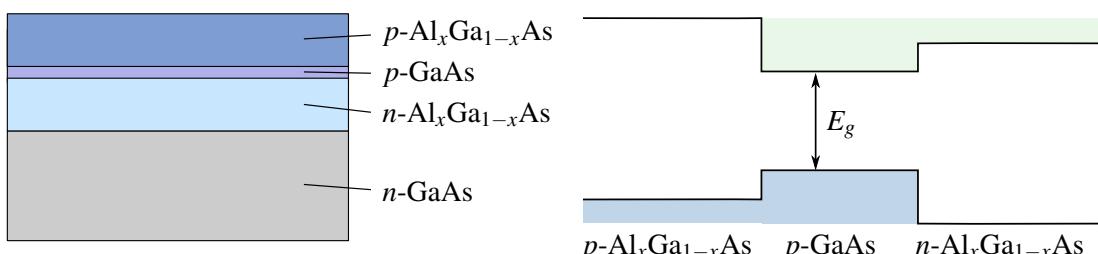
Slika 2.22: Shema preprostega polprevodniškega laserja (levo) in porazdelitev svetlobne intenzitete na spoju  $p$ - $n$ . Tipična širina je  $100\text{--}200 \mu\text{m}$ , dolžina  $200\text{--}500 \mu\text{m}$ , debelina aktivne plasti pa je  $\sim 1 \mu\text{m}$ . Svetlobni profil v laserju (desno). Svetloba se ojači v aktivnem območju (vijolična), v območju  $p$  in  $n$  pa se absorbira.

Opisani polprevodniški laserji imajo kar nekaj slabosti. So zelo močno dopirani, dobro delujejo le močno hlajeni (prvotno pri 77 K), poleg tega je snop v takih laserjih pogosto širši od debeline aktivnega območja. Debeline aktivnega območja ne moremo nadzorovano spremenjati, saj je odvisna od difuzije in rekombinacije. Tipično znaša  $\sim 1 \mu\text{m}$ , širina žarka pa nekaj mikronov več, zato znaten del svetlobe potuje po območju  $p$  in  $n$ , kjer pride do absorpcije in do povečanih izgub ter segrevanja. Tokovi, potrebni za delovanje takega laserja, so visoki ( $\sim 100 \text{kA/cm}^2$  pri sobni temperaturi), kakovost žarka pa razmeroma slaba.

Bistveno izboljšano delovanje je v tako imenovanih heterostrukturah. Gre za dvojni spoj  $p$ - $n$ , v katerem sta spojeni dve različni snovi, aktivno območje (tipično debelo le okoli 100 nm) pa se nahaja med polprevodnikoma tipa  $p$  in  $n$ .<sup>1</sup> Najpomembnejši primer je plast  $p$ -GaAs, ki se nahaja med plastjo  $n$ - $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  in  $p$ - $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  (slika 2.23). Elektroni v tem primeru tečejo iz tipa  $n$  v prevodni pas aktivne plasti GaAs, vrzeli pa iz tipa  $p$  v valenčni pas. Tak laser deluje v območju od 750 nm do 880 nm, odvisno od  $x$  in koncentracije primesi. Drug pomemben primer je laser z  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_{1-y}\text{P}_y$ , ki seva svetobo z valovno dolžino med  $1,1 \mu\text{m}$  in  $1,6 \mu\text{m}$ . To ga naredi še posebej pomembnega za optične komunikacije, v katerih se najpogosteje uporablja svetobo pri  $1,3 \mu\text{m}$  in  $1,55 \mu\text{m}$ . Prvi primer si oglejmo podrobneje.

 Pri izdelavi heterostruktur je ključno najti snovi, ki lahko rastejo skupaj. Take plastne strukture naredijo z epitaksialno rastjo, zato morajo biti medatomske razdalje različnih materialov čim bolj enake, sicer pride do defektov in slabšega delovanja. GaAs in AlAs imata enako strukturo in praktično enako medatomsko razdaljo, zato lahko brez škode na strukturi atome galija zamenjamo z atomi aluminija. Tipične vrednosti  $x$  v  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  so 0,3. S spremenjanjem koncentracije aluminija  $x$  lahko zvezno spremojamo širino energijske reže ( $E_g \approx 1,42 + 1,3x \text{ eV}$ ) in lomni količnik zlitine ( $n \approx 3,5 - 0,71x$ ).

Heterostruktura ima nekaj poglavitnih prednosti. Zlitina z aluminijem ima malenkost večjo energijsko režo od čistega GaAs, zato mejni plasti ustvarita potencialno bariero, ki preprečuje difuzijo nosilcev naboja iz aktivne plasti (slika 2.23). Tako ostane koncentracija elektronov v prevodnem pasu in vrzeli v valenčnem pasu že pri razmeroma majhnih tokovih velika in svetloba se ojačuje. Druga prednost je večji lomni količnik zlitine, zaradi katerega ostane svetloba ujeta v aktivni plasti, podobno kot v valovnem vodniku. Ker manjši del svetlobe potuje izven aktivnega območja, je ojačenje večje, poleg tega se zaradi večje energijske reže občuno zmanjša absorpcija izven aktivnega območja. Skupaj z zmanjšano debelino aktivnega območja to vodi do nižjih tokov, potrebnih za delovanje laserja, izboljšanega izkoristka in zmanjšanja gretja.



Slika 2.23: Shema dvojne heterostrukture (levo) oblika energijskih pasov na spoju pri napetosti, priklučeni v prevodni smeri. V aktivnem območju je število elektronov v prevodnem pasu in vrzeli v valenčnem pasu zelo veliko, zato pride do močnega ojačenja svetlobe.

Pri strukturi, ki jo kaže slika (2.23), je aktivna plast v prečni smeri praktično neomejena, zato lahko hkrati sveti mnogo prečnih nihanj. Posledično je prečna koherenca snopa razmeroma slaba

<sup>1</sup>Za iznajdbo heterostruktur sta Zhores I. Alferov in Herbert Kroemer leta 2000 prejela Nobelovo nagrado.

in delovanje laserja nestabilno. To slabost popravijo tako, da plasti ob straneh pojedkajo, da ostane le kakih  $10 \mu\text{m}$  širok pas. Odjedkani material nadomestijo s čistim  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ , tako da je aktivno območje v vseh strani obdano s snovjo z večjim lomnim količnikom in laserski snop ostane ujet v pravokoten valovni vodnik. Izhodni snop je zaradi oblike aktivne snovi eliptičen s premerom okoli  $1 \mu\text{m}$  v navpični in  $10 \mu\text{m}$  v prečni smeri. To da v večji oddaljenosti snop z divergenco kakih 50 deg v navpični in okoli 5 deg v prečni smeri. Če potrebujemo cilindrično simetričen snop, ga moramo popraviti z ustreznimi cilindričnimi lečami (Naloga, SLIKA).

 Omenili smo, da polprevodniški laserji nimajo posebnih zrcal. Zaradi velikega lomnega količnika polprevodnika se dovolj svetlobe odbije na mejni ploskvi. Naloga resonatorja pa ni samo odboj svetlobe, ampak tudi izbira posameznega nihajnega načina. Ker tega z odbojem na ploskvi ne dosežemo, pogosto uporabimo periodične strukture, na katerih se svetloba selektivno Braggovo odboje. Druga možnost je periodično spremenljajoča se debelina plasti, na kateri pride do porazdeljene povratne sklopitve (*distributed feedback*).

Večja odbojnosc mejnih ploskev je nujna v laserjih, pri katerih svetloba ne izhaja iz tanke aktivne plasti, vzporedno z ravnino spoja *p-n*, ampak izhaja iz večje površine. To so tako imenovani VCSEL (*Vertical cavity surface-emitting laser*). Ker je sevalna površina večja in ojačevalno sredstvo krajše, je ojačenje na prelet manjše in mora biti odbojnosc resonatorja toliko večja.

 Posebna vrsta polprevodniških laserjev so nizko-dimenzionalni laserji. Zaradi velikosti, ki je vsaj v eni smeri primerljiva z medatomsko razdaljo (tipično pod 20 nm), se bistveno zmanjša gostota stanj. Za dosego zahtevane razlike med kvazi-Fermijevih nivojev – in s tem doseči prag za delovanje laserja – je tako potrebna precej manjša gostota nosilcev naboja.

V kvantnih pikah, ki so kvantno omejene v vseh treh smereh, so stanja diskretna in pasov ni več. Ker pa je tehnološko zelo zahtevno izdelati povsem enake kvantne pike, je izsevana svetloba iz skupine kvantnih pik zelo nehomogeno razširjena.

Diodni laserji so danes najbolj razširjeni. Uporabljam jih v vsakodnevnih napravah, pogosto pa jih uporabljam tudi za črpanje trdninskih ali vlakenskih laserjev. Med drugim jih odlikuje tudi zelo dolg življenjski čas (do 50 000 ur). S spremenjanjem črpalnega toka lahko delujejo sunkovno s frekvencami več GHz, lahko pa delujejo tudi v načinu uklenjenih faz.

yariy pollock davies silfvast

### 2.10.1 Svetlobne diode - LED

Svetlobne diode delujejo podobno kot polprevodniški laserji. Na spoju *p-n* prihaja do spontane emisije fotonov zaradi rekombinacij elektronov in vrzeli. Za razliko od laserjev svetlobne diode nimajo praga delovanja, ampak začnejo svetiti, čim je na spoj priključena napetost v prevodni smeri. Zaradi spontane narave prehodov je svetloba, ki jo oddajajo svetlobeni diodi, nekoherentna in nepolarizirana.

Prve svetlobne diode so bile izdelane iz GaAsP in so oddajale svetobo pri 710 nm. Pomemben napredok je bila izdelava svetlobnih diod, ki so oddajale svetobo v modrem delu spektra.<sup>2</sup> Te so sestavljene iz dvojne heterostrukturi, v kateri je plast InGaN, dopiranega s cinkom, med plastema *p-AlGaN* in *n-AlGaN*.

Belo svetlobo iz LED svetil lahko dobimo z mešanjem svetlobe iz treh različnih diod, rdeče, zelene in modre. Bolj primeren je pristop z uporabo ene same diode, ki oddaja svetlobo v modrem

<sup>2</sup>Za iznajdbo modrih LED so Isamu Akasaki, Hiroshi Amano and Shuji Nakamura leta 2014 prejeli Nobelovo nagrado.

delu spektra, ki pajo prevlečemo z molekulami fosforja. Fosfor modro svetlobo absorbira in spontano izseva svetlobo pri nižjih frekvencah oziroma daljših valovnih dolžinah. Z ustreznim izbirom parametrov dobimo belo svetlobo ceneje in preprosteje kot s tremi ločenimi diodami.



Posebna vrsta svetlobnih diod so organske svetlobne diode (OLED). Te so narejene iz organskih snovi, ki se obnašajo kot organski polprevodniki. Z spremenjanjem kemijske sestave se spreminja valovno dolžino, ki jo LED oddaja. Njihova poglavitna prednost je preprosta izdelava, saj je proizvodnja organski spojin preprostejša in cenejša od rasti kristalov.

Svetlobne diode odlikuje dolga življenska doba (do 50 000 ur), dober izkoristek (nad 25 %).

### 3. Detektorji svetlobe

V tem poglavju bomo spoznali detektorje svetlobe, ki so nujni za kvantitativno obravnavo optičnih pojavov in sprejemanje optičnih signalov. Detektorji se med seboj razlikujejo po načinu delovanja in po svojih specifikacijah, ki jih bomo podrobneje spoznali v nadaljevanju. Največ pozornosti bomo posvetili polprevodniškim detektorjem, ki so danes najbolj razširjeni. Na koncu bomo spoznali še šum pri detekciji, ki omejuje uporabnost naprav.

#### 3.1 Osnovne karakteristike detektorjev

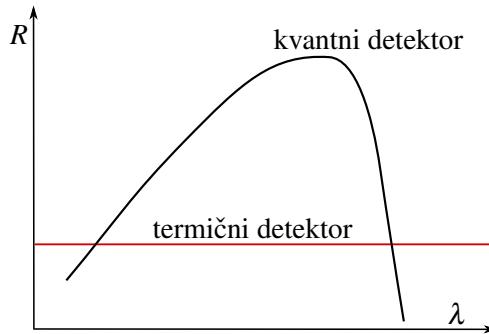
Osnovna naloga optičnih detektorjev je spremeniti vpadni svetlobni signal v nek drug signal, ki ga lahko natančno merimo. Navadno sta to električni tok ali električna napetost, ki pa sta sorazmerna z močjo vpadne svetlobe in ne z amplitudo električne poljske jakosti. Pri navadni detekciji se tako podatek o fazi valovanja izgubi. V grobem delimo detektorje v dve skupini, na termične in kvantne. Prvi pretvorijo energijo vpadne svetlobe v toploto, drugi pa temeljijo na fotoefektu, pri katerem vpadni foton iz snovi izbije elektron ali v snovi ustvari par elektron–vrzel.

Termični detektorji zaznavajo svetlobo preko povišanja temperature senzorja zaradi absorbirane svetlobe. Taki detektorji zaznavajo energijo vpadle svetlobe. Njihov odziv je razmeroma počasen, zato jih uporabljam predvsem za merjenje optične moči, lahko tudi zelo velike. Po drugi strani pa je odziv termičnih detektorjev neodvisen od valovne dolžine vpadne svetlobe, zaradi česar so termični detektorji uporabni na širokem območju od globokega ultravijoličnega do daljnega infrardečega dela svetlobe. Uporaba prevlada predvsem v infrardečem, teraherčnem ali celo mikrovalovnem delu, kjer so drugi detektorji bistveno manj občutljivi. Primeri termičnih detektorjev so bolometer, termočlen in piroelektrični detektor.

Druga skupina so kvantni detektorji, v katerih se fotoni absorbirajo in povzročijo pojav prostih nosilcev naboja. Taki detektorji zaznavajo število vpadnih fotonov. Odlikuje jih zelo hiter odziv (tipično pod  $\mu\text{s}$ ) in velika občutljivost. Njihova poglavita slabost je omejen obseg valovnih dolžin, pri katerih zaznavajo svetlobo, poleg tega jih je za optimalno delovanje treba hladiti. Primeri so vakuumski, polprevodniški in plazovne fotodiode.

Osnovne karakteristike, ki omogočajo primerjavo detektorjev in določajo njihovo uporabnost, so občutljivost, spektralni odziv, odzivni čas in prag detekcije:

1. Občutljivost  $R$  pove, koliko je izhodnega signala na enoto vpadnega svetlobnega toka. Enota za občutljivost je A/W, če merimo tok, ali V/W, če na izhodu zaznavamo napetost.
2. Spektralni odziv pove, kako se občutljivost spreminja z valovno dolžino  $R(\lambda)$ . Pri termičnih detektorjih je  $R(\lambda)$  konstanta, medtem ko kvantni detektorji delujejo le v določenem območju valovnih dolžin, ki je odvisen od snovi, iz katere je detektor narejen.
3. Odzivni čas pove, kako hitro se detektor odzove na spremembo optičnega signala. Predvsem optične telekomunikacije zahtevajo izredno hiter odziv.
4. Prag detekcije pove, pri kolikšni vpadni svetlobni moči postane razmerje med signalom ( $S - \text{signal}$ ) in šumom ( $N - \text{noise}$ ) enako  $S/N = 1$ .



Slika 3.1: Primerjava spektralnega odziva termičnega in kvantnega detektorja

## 3.2 Termični detektorji

Termične detektorje se zaradi njihovega razmeroma počasnega odziva uporablja predvsem za merjenje vpadne moči in za detekcijo svetlobe tistih valovnih dolžin, za katere ni drugih preprostih ali učinkovitih detektorjev. Pogosto se uporablajo za termografske kamere in v astronomiji.

Delovanje termičnih detektorjev temelji na spremembi temperature zaradi absorpcije svetlobe (energije). Detektorji se med seboj razlikujejo predvsem v načinu pretvorbe spremembe temperature v električni signal. Tipalo termičnih detektorjev mora biti pri vseh vrstah dobro počrnjeno, da absorbira svetlobo v čim širšem spektralnem območju. Čeprav je njihova občutljivost načeloma neodvisna od valovne dolžine vpadne svetlobe, se v praksi pojavi omejitve zaradi prepustnosti okna in absorpcijskega spektra črnega nanosa. Tipala so majhna, zato da dosežemo čim hitrejši odziv, ki pa je kljub temu navadno počasnejši od 1 ms. Sodobnejši detektorji se po odzivnem času že približujejo kvantnim, saj dosegajo odzivne čase tudi do  $\sim 10 \mu\text{s}$ . Termične detektorje uporabljamo pri sobni temperaturi, za zahtevne meritve pa jih hladimo na nekaj K.

Obravnavajmo termični detektor, katerega tipalo naj ima topotno kapaciteto  $C$ . Toplotna se s tipala odvaja v topotni zalogovnik s temperaturo  $T_0$ , topotne izgube pa označimo z  $\Lambda$ . Ko na tipalo vpada svetlobo z močjo  $P$ , začne temperatura tipala  $T$  zaradi absorpcije svetlobe naraščati, hkrati pa se tipalo ohlaja zaradi odtekanja topote. Zapišemo

$$\frac{dW}{dt} = C \frac{dT}{dt} = P - \Lambda(T - T_0). \quad (3.1)$$

V stacionarnem stanju (ob konstantnem vpadnem svetlobnem toku) se temperatura tipala ne spreminja in razlika temperature tipala in zalogovnika je

$$T - T_0 = \frac{P}{\Lambda}. \quad (3.2)$$

Občutljivost detektorja, ki je sorazmerna z razliko temperatur, je torej obratno sorazmerna s topotnimi izgubami. Za večjo občutljivost moramo topotne izgube detektorja kar se da zmanjšati.

Po enačbi (3.1) se temperatura približuje stacionarni vrednosti s časovno konstanto

$$\tau = \frac{C}{\Lambda}, \quad (3.3)$$

ki je ključni parameter za določanje odzivnega časa detektorja. Odzivni čas je sorazmeren s kapaciteto senzorja, zato so tipala praviloma zelo majhna.

Iz enačbe (3.3) sledi, da moramo za dosego čim krajšega odzivnega časa toplotne izgube kar se da povečati. Veliike izgube sicer skrajšajo odzivni čas, vendar tudi zmanjšajo občutljivost (enačba 3.2), zato termični detektorji ne morejo imeti hkrati velikega in hitrega odziva. Če želimo toplotne izgube povečati in s tem skrajšati odzivni čas, detektorje hladimo z zrakom ali celo z vodo, navzdol pa so toplotne izgube omejene s sevanjem.

Podrobnejše poglejmo odziv termičnega detektorja od vpadne moči. Naj se vpadna moč spreminja s časom, temperatura na detektorju pa temu sledi z določeno zakasnitvijo. Odziv najlepše izračunamo v Fourierovem prostoru. Vpadno moč in temperaturo izrazimo kot

$$P(t) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\omega} e^{i\omega t} d\omega \quad \text{in} \quad T = T_0 + \int_{-\infty}^{\infty} T_{\omega} e^{i\omega t} d\omega. \quad (3.4)$$

To vstavimo v enačbo (3.1) in zapišemo

$$\int_{-\infty}^{\infty} i\omega T_{\omega} e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{\infty} (P_{\omega} - \Lambda T_{\omega}) e^{i\omega t} d\omega. \quad (3.5)$$

Enačbi zadostimo, če izenačimo člene pred vsako spektralno komponento posebej

$$i\omega T_{\omega} = \frac{1}{C} (P_{\omega} - \Lambda T_{\omega}). \quad (3.6)$$

Če vpeljemo odzivni čas  $\tau$  (enačba 3.3), sledi

$$T_{\omega} = \frac{1}{\Lambda} \left( \frac{1}{1 + i\omega\tau} \right) P_{\omega}. \quad (3.7)$$

Tako smo tudi z računom pokazali, da detektor sledi le počasnim spremembam signala.

**Nalog 3.2.1** Pokaži, da je odziv termičnega detektorja na zelo kratek svetlobni sunek oblike  $P(t) = P_0 \delta(t - t_0)$  enak

$$T(t) = \frac{iP_0}{\Lambda} e^{-(t-t_0)/\tau}. \quad (3.8)$$

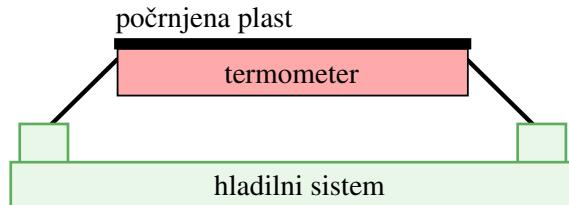
## Bolometer

Bolometer je termični detektor, pri katerem zaznavamo spremembo električne upornosti zaradi spremembe temperature tipala<sup>1</sup>. Tipalo je praviloma počrnjena tanka ploščica, navadno je narejena iz termistorja<sup>2</sup>, polprevodnika ali superprevodnika. Tipalo preko referenčnega upora priključimo na napetost, preko kondenzatorja pa merimo napetost na njem. Za meritve konstantnega svetlobnega toka tipalo navadno vežemo v Wheatstonov mostiček. V obeh primerih za referenčni upor vzamemo enako tipalo, ki pa ga zaščitimo pred vpadno svetlobo, tako da postane sistem neobčutljiv na morebitne spremembe temperature okolice.

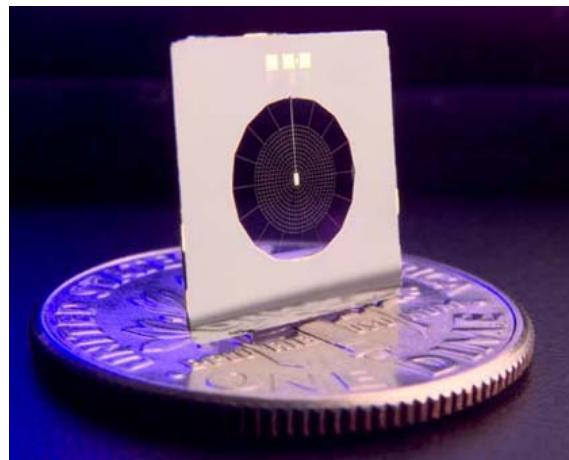
Prednost bolometrov s termistorjem je približno linearna zveza med upornostjo in temperaturo. Uporabljamo jih predvsem za merjenje večjih vpadnih moči, saj taki detektorji niso zelo občutljivi ( $R \sim 100 \text{ V/W}$ ). So pa robustni, stabilni in delujejo pri sobni temperaturi. Odzivni časi so okoli  $\tau \sim 1\text{--}20 \text{ ms}$ . Pri polprevodniških bolometrih upornost pojema eksponentno s temperaturo. Primerni so za detekcijo teraherčnih valovanj, vendar mora biti za ta namen bolometer (npr. germanijev) hlajen s tekočim helijem. Tako lahko dosežemo občutljivosti večje od  $R \sim 10^8 \text{ V/W}$ . Zelo občutljivi so tudi detektorji s superprevodnimi tipali, saj je odvisnost upornosti od temperature v bližini prehoda v superprevodno stanje zelo velika ( $R \sim 10^3 \text{ V/W}$ ).

<sup>1</sup>Prvi bolometer je leta 1881 naredil ameriški fizik, astronom in letalski inženir Samuel Pierpont Langley, 1834–1906.

<sup>2</sup>Termistor je upornik, katerega upornost se spreminja s temperaturo.



Slika 3.2: Shema bolometra



Slika 3.3: Bolometer za merjenje prasevanja. Premer kovanca za primerjavo je 18 mm. Vir: NASA/JPL-Caltech.

### Termočlen

Termočlen je sestavljen iz dveh različnih vodnikov. En spoj vodnikov počrnimo, drugega, referenčnega, pa zaščitimo pred svetlobo. Zaradi vpadne svetlobe se počrnjeni spoj segreje, med obema spojema nastane temperaturna razlika in zaradi termoelektričnega pojava tudi električna napetost, ki jo lahko merimo. Pri tem pazimo, da je električna prevodnost vodnikov čim večja, njihova toplotna prevodnost pa čim manjša. Odzivni čas termočlenov je  $\tau \sim 10\text{--}20\text{ ms}$ , občutljivost pa  $R \sim 10\text{ V/W}$ . Ker so napetosti, ki se pojavijo med stikoma, razmeroma majhne ( $\sim 10\text{ }\mu\text{V/K}$ ) pogosto vežemo več (nekaj deset) termočlenov zaporedno v termobaterijo. Občutljivost s tem naraste na  $R \sim 200\text{ V/W}$ , podaljša pa se časovna konstanta na  $\tau \sim 10\text{--}2000\text{ ms}$ . Prednost termočlenov je, da za svoje delovanje ne potrebujejo zunanjega napajanja.

### Piroelektrični detektor

Piroelektriki so snovi brez centra inverzije, v katerih je lastna električna polarizacija odvisna od temperature (npr.  $\text{LiTaO}_3$ , triglicin sulfat TGS in vsi feroelektriki). Piroelektrični detektor je narejen iz ploščice piroelektrične snovi med dvema elektrodama ozziroma ploščama kondenzatorja. Ko se ploščica zaradi absorbirane svetlobe segreje, se ji spremeni polarizacija. Med elektrodama se pojavi premikalni tok, ki ga merimo na merilnem uporniku.

Zveza med spremembo temperature in spremembo polarizacije je

$$dP = adT, \quad (3.9)$$

kjer je  $a$  piroelektrični koeficient.

Med elektrodama s površino  $S$  preteče naboј

$$de = Idt = SdP = SadT. \quad (3.10)$$

Tok skozi tipalo je

$$I = Sa \frac{dT}{dt}. \quad (3.11)$$

Piroelektrični detektor je torej občutljiv na časovni odvod temperature detektorja, s tem pa tudi na spreminjanje vpadne svetlobne moči. V stacionarnem stanju detektor ne proizvaja električnega toka, zato moramo za merjenje konstantnega svetlobnega toka vpadno svetlobo najprej modulirati. Navadno to naredimo kar z mehanskim zaklopom. Piroelektrični detektorji se večinoma uporabljajo kot preprosti infrardeči detektorji. Njihova občutljivost je  $R \sim 1 \mu\text{A}/\text{W}$ , odzivni čas pa odvisen od upornika v vezju, ampak lahko doseže vrednosti  $\tau \sim 10 \mu\text{s}$ .

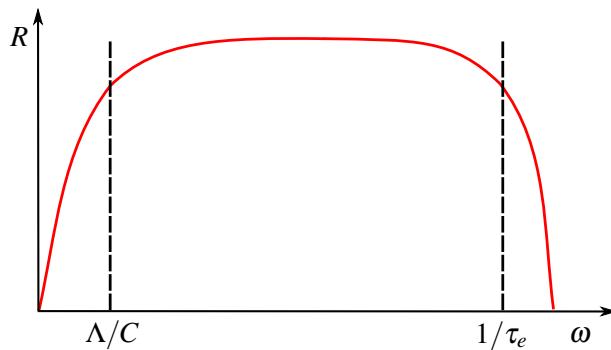
Poglejmo temperaturni odziv na tipalu. Izhajamo iz enačb (3.4), (3.7) in (3.11) in izračunajmo tok  $I$  v odvisnosti od frekvence modulacije.

$$I = Sa \frac{dT}{dt} = Sa \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} T_{\omega} e^{i\omega t} d\omega = Sa \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\Lambda} \left( \frac{P_{\omega}}{1 + i\omega\tau} \right) i\omega e^{i\omega t} d\omega. \quad (3.12)$$

Sledi

$$I_{\omega} = \frac{i\omega SaP_{\omega}/\Lambda}{1 + i\omega\tau}. \quad (3.13)$$

Pri majhnih frekvencah tok narašča, pri velikih frekvencah pa postane neodvisen od frekvence modulacije vpadne svetlobe. Vendar to še ne pomeni, da lahko moduliramo s poljubno veliko frekvenco. Poleg relaksacijskega časa detektorja ima namreč karakteristični čas tudi elektronsko vezje, ki določa zgornjo mejo za frekvenco modulacije. Ta je enak  $\tau_e = R_e C_e$ , pri čemer sta  $R_e$  upornost sistema in  $C_e$  električna kapaciteta detektorja.



Slika 3.4: Spektralni odziv piroelektričnega detektorja na eni strani določajo topotne izgube  $\Lambda$  in topotna kapaciteta detektorja  $C$ , navzgor pa odziv omejuje odziv elektronskega vezja  $\tau_e$ .

---

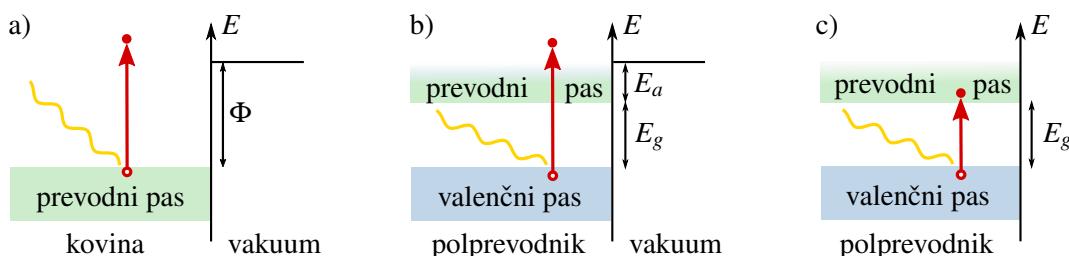
**Naloga 3.2.2** Piroelektrični detektor naredimo iz kristala LiTaO<sub>3</sub> s koeficientom piroelektričnosti  $a = 2,3 \times 10^{-4} \text{ As/m}^2\text{K}$  in povprečno dielektričnostjo  $\epsilon = 50$ . Izračunaj dovoljeno električno upornost sistema, da detektor deluje za frekvence do 1 MHz. Dimenzija detektorja je  $S = 1 \text{ cm}^2$  in debelina  $d = 1 \text{ mm}$ .

---

### 3.3 Fotoefekt

Delovanje kvantnih detektorjev temelji na fotoefektu. To je pojav, pri katerem vpadni foton iz snovi izbijajo elektrone. Izbiti elektroni lahko ubežijo kot prosti elektroni (t. i. zunanj fotoefekt), ali pa ostanejo ujeti v snovi – a mobilni – in tako povečajo njeno prevodnost (notranji fotoefekt). V obeh primerih pride do fotoefekta le, če je energija vpadnih fotonov večja od neke določene energije. Pod to vrednostjo fotoefekta ni, ne glede na moč vpadne svetlobe. Fotoefekt je prvič opazil Hertz<sup>3</sup> leta 1887, za njegovo razlago leta 1905 pa je Einstein<sup>4</sup> dobil Nobelovo nagrado.

Poglejmo najprej zunanj fotoefekt, pri katerem elektron postane povsem prost. Da se to sploh lahko zgodi, mora biti energija vpadnega fotona dovolj velika, da elektron premaga potencialno bariero in izstopi iz prevodnega pasu (slika 3.5 a). Najmanjšo energijo, ki je za to potrebna, imenujemo v kovinah izstopno delo  $\Phi$ . Če je energija fotona večja, gre preostanek energije v kinetično energijo izbitega elektrona.



Slika 3.5: Shema energijskih pasov in zunanjega fotoefekta v kovini (a) in polprevodniku (b) ter notranjega fotoefekta v polprevodniku (c).  $\Phi$  označuje izstopno delo,  $E_g$  širino reže med valenčnim in prevodnim pasom polprevodnika,  $E_a$  pa elektronsko afiniteto.

Zunanji fotoefekt poteka tudi v polprevodnikih (slika 3.5 b), v katerih foton izbije elektron iz valenčnega pasu. Njegova energija mora biti večja od vsote energije reže in elektronske afinitete, da lahko elektron zapusti snov. Z uporabo ustreznih materialov lahko dosežemo negativno elektronsko afiniteto in je zato potrebna energija fotona kar enaka širini energijske reže.

Izstopno delo za kovine  $\Phi$  je od okoli 2 eV za cezij pa do okoli 6 eV za platino. Ustrezna valovna dolžina svetlobe, ki še povzroči fotoefekt, je

$$\lambda \leq \frac{hc}{\Phi}, \quad (3.14)$$

kar je 580 nm za primer cezija in samo okoli 200 nm za platino. Da lahko fotoefekt izkoristimo za detektorje vidne svetlobe, uporabimo druge snovi, na primer Cs-Te, Cs-Sb, Na-K-Sb-Cs ali GaAs:Cs. Tako lahko zaznavamo fotone z valovnimi dolžinami od ultravijoličnega pa vse do bližnjega infrardečega valovanja.

Pri notranjem fotoefektu (slika 3.5 c) elektron snovi ne zapusti, ampak zgolj preide iz enega energijskega pasu v drugega. Tipično to poteka v polprevodnikih, kjer absorpcija fotona povzroči nastanek para elektron–vrzel, prag za nastanek para pa določa širina reže med energijskima nivojema.

Primeri detektorjev, ki temeljijo na zunanjem fotoefektu, so fotocelice in fotopomnoževalke, na notranjem fotoefektu pa temeljijo na primer fotoprevodniki, polprevodniške in plazovne fotodiode.

<sup>3</sup>Nemški fizik Heinrich Rudolf Hertz, 1857–1894.

<sup>4</sup>Nemški fizik in nobelovec Albert Einstein, 1879–1955.

Za zdaj smo napisali, da fotoefekt poteče, ko foton izbije elektron. Vendar pri tem ni uspešen prav vsak foton, zato vpeljemo še en parameter, ki ga imenujemo kvantni izkoristek  $\eta$ . Ta parameter pove verjetnost, da vpadni foton z valovno dolžino  $\lambda$  oziroma frekvenco  $v$  iz snovi izbije elektron. Električni tok, ki steče pri vpadni svetlobni moči  $P$ , je tako

$$I = \eta e_0 n_F = \eta \frac{e_0 P}{h\nu}, \quad (3.15)$$

kje  $n_F$  označuje število vpadnih fotonov na časovno enoto. Kvantni izkoristek je močno odvisen od valovne dolžine vpadne svetlobe in seveda od snovi, na katero svetloba vpada. Za fotone z energijo, ki je manjša od izstopnega dela oziroma od širine energijske reže, je kvantni izkoristek praktično enak nič, nato pa strmo naraste in lahko doseže vrednosti, večje od 90 %. Podrobnejše ga bomo obravnavali pri posameznih primerih detektorjev.

 V praksi ločimo dve vrsti kvantnega izkoristka: zunanji in notranji. Zunanji je vpeljan kot razmerje med številom izbitih elektronov in fotonov, ki vpadejo na detektor. Ker pa se ob vpodu na detektor vedno nekaj fotonov odbije ali siplje, vpeljemo še notranji kvantni izkoristek kot razmerje števila elektronov in fotonov, ki se dejansko absorbirajo v detektorju. Zunanji izkoristek je vedno manjši od notranjega in je neke vrste efektivni izkoristek.

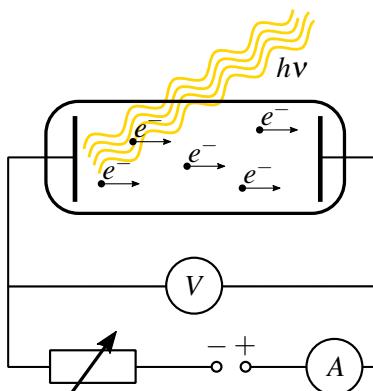
Iz enačbe (3.15) hitro izračunamo še občutljivost detektorja

$$R = \frac{I}{P} = \frac{\eta e_0}{h\nu}. \quad (3.16)$$

### 3.4 Vakuumska fotodioda (fotocelica) in fotopomnoževalka

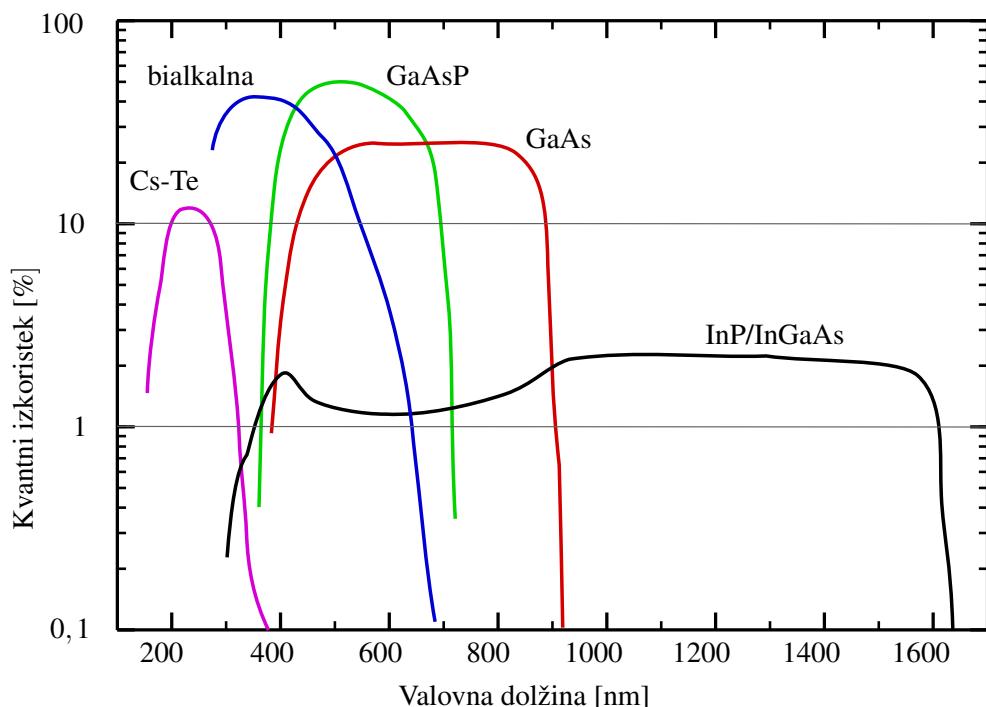
#### Fotocelica

Najpreprostejši kvantni detektor na zunanji fotoefekt je fotocelica ali vakuumska fotodioda (slika 3.6). Fotocelica deluje tako, da svetloba vpada na katodo, zaprto v vakuumirani stekleni bučki, in tam povzroči fotoefekt. Izbiti elektroni se pod zunano napetostjo  $V$  pospešijo do anode in z ampermeterom ( $A$ ) merimo električni tok, ki steče med katodo in anodo. Ker je tok sorazmeren s številom vpadih fotonov, lahko na ta način izmerimo moč vpadne svetlobe.



Slika 3.6: Shema fotocelice, v kateri poteka fotoefekt. Vpadna svetloba iz kovinske katode izbije elektrone, zaradi česar med katodo in anodo steče tok.

Območje detekcije fotocelice je določeno z izstopnim delom kovine, iz katere fotoni izbijajo elektrone. Potrebno energijo fotona lahko precej zmanjšamo, če namesto čistih kovin uporabimo bi- ali večalkalne katode (npr.  $\text{Na}_2\text{KSbCs}$ ), ali pa polprevodnike, na katere nanesemo tanko plast Cs ali  $\text{Cs}_2\text{O}$ . S tem ustvarimo negativno elektronsko afiniteto in izstopno delo je enako širini energijske reže, kar omogoča zaznavanje svetlobe do valovnih dolžin okoli 1600 nm. Na ultravijoličnem območju je delovanje omejeno na okoli 160 nm zaradi neprepustnosti stekla, iz katerega je narejena bučka.



Slika 3.7: Kvantni izkoristek fotocelic za različne snovi. Povzeto po Hamamatsu Photonics.

Odzivni čas vakuumski fotodiode je odvisen od časa preleta elektronov od katode do anode. Da je ta čas čim kraji, je napetost na fotocelici velika, pogosto več kV, kar omogoča zelo kratke odzivne čase, tudi do 0,1 ns. Enostavnost in hitrost sta torej prednosti fotocelice, njena glavna pomanjkljivost pa je razmeroma nizek kvantni izkoristek. Izkoristek je seveda močno odvisen od valovne dolžine vpadnega valovanja in snovi, iz katere je narejena katoda. Največje vrednosti, ki jih dosega, so okoli 40 %, pogosto pa več velikostnih redov manj. Vrednosti so razmeroma nizke, saj se izbiti elektroni gibljejo v vse smeri in se pogosto sipljejo, preden sploh dosežejo površino.

Dodaten problem fotocelic je, da pri končnih temperaturah prihaja do spontane oddaje elektrona. Nekaj električnega toka zato teče tudi v popolni temi. To je tako imenovani temni tok fotodiode in tipično dosega vrednosti okoli  $10^{-15} \text{ A}$ , lahko pa tudi do več nA. Za občutljive meritve je treba zato vakuumsko fotodiido hladiti.

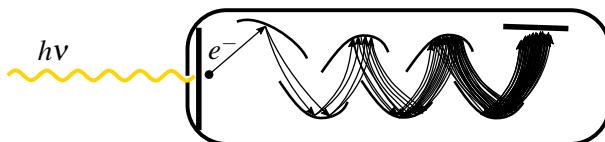
---

**Naloga 3.4.1** Izračunaj občutljivost fotocelice na osnovi GaAs za valovanje z valovno dolžino  $\lambda = 620 \text{ nm}$ . Pri tem kvantni izkoristek odčitaj s slike (3.7).

---

### Fotopomnoževalka

Fotopomnoževalke so fotocelice z vgrajenim ojačanjem. Ojačenje dosežemo tako, da izbit fotoelektron najprej pospešimo z napetostjo 100–150 V na vmesno elektrodo, tako imenovano dinodo, iz katere izbije več ( $\sim 5$ –10, redkeje tudi do 40) sekundarnih elektronov. Izbiti elektroni potujejo do naslednje dinode, ki je pod višjo pozitivno napetostjo (tipično okoli 100 V višjo), kjer ponovno izbijejo elektrone, ki vpadejo na naslednjo dinodo, ki je pod še višjo napetostjo ... Pomnoževanje se večkrat ponovi (navadno okoli desetkrat), število elektronov eksponentno narašča in na en vpadni foton lahko na anodo vpade  $10^9$  elektronov. Občutljivost fotopomnoževalke je precej večja od občutljivosti vakuumsko fotodiode in dosega odzivnost na anodi do  $R \sim 10^6$  A/W. Fotopomnoževalka tako omogoča štetje posameznih fotonov, po drugi strani pa moramo pri navadnih osvetlitvah paziti, da fotopomnoževalke ne osvetlimo preveč.



Slika 3.8: Shema fotopomnoževalke. Vpadna svetloba iz katode izbije elektrone, ti pa iz dinod izbijajo dodatne elektrone in izhodni signal se močno ojači.

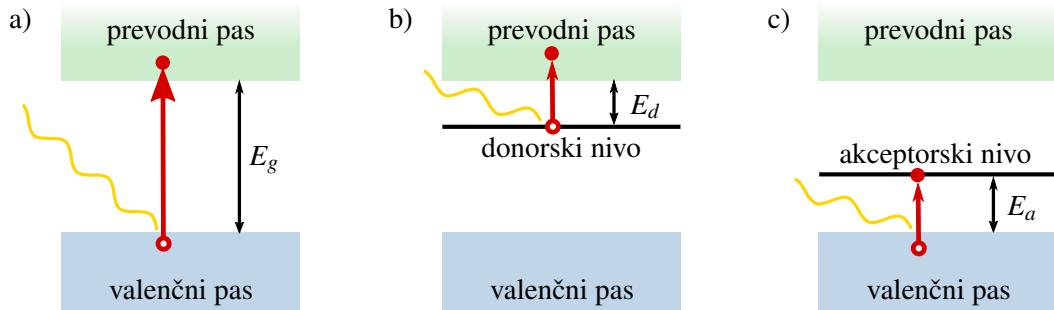
Fotopomnoževalke imajo zelo kratek odzivni čas, ki je odvisen od postavitve dinod. Posamezni elektroni do anode potujejo različno dolgo, zato je sunek na izhodu razširjen, tipično okoli  $\sim 0,1$ –20 ns. Za manj zahtevne aplikacije pogosto merimo kar povprečni tok z anode. Kadar pa opazujemo posamezne fotone, zaznamo na izhodu zaporedje sunkov. Takrat lahko amplituda izhodnega signala močno niha, saj je koeficient ojačanja odvisen od števila izbitih elektronov, kar pa je statistični proces.

### 3.5 Fotoprevodni detektorji

Fotoprevodni detektorji<sup>5</sup> so detektorji, ki temeljijo na notranjem fotoefektu. Vpadni foton z dovolj veliko energijo se absorbira, vendar ne izbije elektrona v prostor, ampak ga iz valenčnega pasu dvigne v prevodnega. Pri tem nastane par elektron–vrzel. Ob priključeni napetosti se nosilci naboja začnejo premikati in steče tok, ki ga merimo. Z naraščajočim številom fotonov se prevodnost fotoprevodnika veča, zato lahko z merjenjem upornosti določimo intenziteto vpadle svetlobe. Tipično so fotoprevodniki iz polprevodnikov, lahko pa so tudi iz izolatorjev.

Da foton lahko vzbudi elektron iz valenčnega v prevodni pas, mora biti njegova energija dovolj velika. V čistih (nedopiranih) polprevodnikih to pomeni, da mora biti energija fotona večja od širine reže. Za silicij, na primer, je širina reže 1,1 eV, s čimer lahko zaznavamo svetlobo z valovno dolžino do okoli 1,1  $\mu\text{m}$ , za germanij 0,67 eV (1,8  $\mu\text{m}$ ) in za PbS 0,37 eV (3,4  $\mu\text{m}$ ). Za detekcijo daljših valovnih dolžin ne uporabljamo polprevodnikov z manjšo energijsko režo, ampak dopirane polprevodnike (slika 3.9). Z dodatnim energijskim nivojem med valenčnim in prevodnim pasom občutno zmanjšamo potrebno energijo vpadnih fotonov. Vendar je pri nizkih energijah prispevek termično vzbujenih elektronov že tako velik, da je treba detektorje hladiti, navadno s tekočim dušikom ali celo tekočim helijem. Primer fotoprevodnih detektorjev je germanij, dopiran s cinkom, s katerim lahko zaznavamo svetlobo do okoli 40  $\mu\text{m}$ . Pri tem ga hladimo na 4 K, da zmanjšamo pojav termično vzbujenih nosilcev naboja.

<sup>5</sup>Fotoprevodne detektorje včasih imenujemo tudi fotouporniki.



Slika 3.9: Shema prehoda elektrona v fotoprevodniku: prehod v čistem polprevodniku (a), *n*-dopiranem polprevodniku (b) in *p*-dopiranem polprevodniku (c). Z dopiranjem povečamo območje delovanja detektorja v infrardečem delu.

Izračunajmo električni tok, ki steče skozi fotoprevodnik, ko nanj posvetimo. Spomnimo se, da je gostota električnega toka  $j$  enaka vsoti prispevkov elektronov in vrzeli

$$j = e_0 n_v v_v + e_0 n_e v_e, \quad (3.17)$$

pri čemer  $n_v$  in  $n_e$  pomenita gostoto vrzeli in elektronov v snovi,  $v_v$  in  $v_e$  pa hitrost vrzeli in elektronov. Hitrost premikanja je sorazmerna z električno poljsko jakostjo  $E$ , ki je priključena na vzorec, sorazmernostni faktor pa je gibljivost  $\beta$ . Ko posvetimo na vzorec, se  $n_v$  in  $n_e$  povečata za  $\Delta n_v$  in  $\Delta n_e$ , gostota električnega toka pa naraste za

$$\Delta j = e_0 \Delta n_v v_v + e_0 \Delta n_e v_e. \quad (3.18)$$

V stacionarnem stanju se število nosilcev naboja ne spreminja in velja

$$0 = \frac{dn_v}{dt} = \frac{\eta_v P}{hv(Sl)} - \frac{\Delta n_v}{\tau_v} \quad (3.19)$$

in podobno za elektrone. Pri tem je  $\eta$  kvantni izkoristek,  $P$  moč vpadne svetlobe,  $Sl$  prostornina detektorja in  $\tau$  življjenjski čas vrzeli oziroma elektrona. Ko stacionarno vrednost  $\Delta n_v$  in  $\Delta n_e$  vstavimo v enačbo (3.18), dobimo

$$\Delta j = e_0 \frac{\eta_v P \tau_v}{hv(Sl)} \beta_v E + e_0 \frac{\eta_e P \tau_e}{hv(Sl)} \beta_e E. \quad (3.20)$$

Če vpeljemo še napetost  $U = E/l$ , zapišemo celotni tok skozi fotoprevodnik zaradi vpadle svetlobe kot

$$\Delta I = \Delta j S = \frac{e_0 U P}{hvl^2} (\eta_v \tau_v \beta_v + \eta_e \tau_e \beta_e). \quad (3.21)$$

Pogosto je gibljivost elektronov znatno večja od gibljivosti vrzeli (npr.  $0,135 \text{ m}^2/\text{Vs}$  proti  $0,048 \text{ m}^2/\text{Vs}$  za silicij), zato prvi člen v oklepaju zanemarimo in zapišemo

$$\Delta I = G \left( \frac{e_0 \eta_e}{hv} \right) P, \quad (3.22)$$

pri čemer je koeficient ojačanja

$$G = \frac{\beta_e \tau_e U}{l^2} = \frac{\tau_e}{\tau}. \quad (3.23)$$

Vpeljali smo še čas preleta  $\tau = v_e/l = \beta_e E/l = \beta_e U/l^2$ .

Koeficient  $G$  opisuje ojačanje signala. Njegova vrednost je odvisna od vrste snovi in gibljivosti nosilcev naboja v njej, velikosti detektorja in tudi priključene napetosti, zato lahko  $G$  zavzame vrednosti od manj kot ena pa vse do  $10^6$ .

**Naloga 3.5.1** Izračunali smo spremembo toka, če fotoprevodnik osvetlimo s konstantno vpadno močjo. Pokaži, da je v primeru periodično spremenljive moči odziv enak

$$\Delta I_\omega = G \left( \frac{e_0 \eta_e}{h\nu} \right) \frac{P_\omega}{1 + i\omega\tau_e}. \quad (3.24)$$

Fotoprevodniki so uporabni na širokem spektralnem območju, od ultravijoličnega do daljne infrardečega valovanja. V vidnem in bližnjem infrardečem delu svetlobe se uporablja pretežno silicijeve fotoprevodnike, germanijeve pa za valovne dolžine do  $1,8 \mu\text{m}$ . Za zaznavanje valovnih dolžin med okoli  $2 \mu\text{m}$  in  $7 \mu\text{m}$  so najprimernejši InAs, InSb in PbS detektorji, pri še daljših valovnih dolžinah pa se uporablja germanij, dopiran z zlatom, bakrom, cinkom, borom ... Kvantni izkoristek takih detektorjev je razmeroma velik ( $\eta = 0,5$  za Ge:Cu), vendar je lahko faktor ojačenja  $G \ll 1$  (npr.  $G = 0,03$  za Ge:Hg).

Hitrost odziva fotoprevodnika je odvisna od časa preleta nosilcev naboja, ki je določen z geometrijo detektorja, in od karakterističnega časa elektronskega vezja. Tipični odzivni časi so okoli mikrosekunde, vendar lahko sežejo tudi do desetin milisekund, ali pa v izjemnih primerih do nanosekund za zelo majhne detektorje. S skrajšanjem rekombinacijskega časa lahko sicer skrajšamo odzivni čas detektorja, vendar hkrati zmanjšamo tudi njegovo občutljivost.



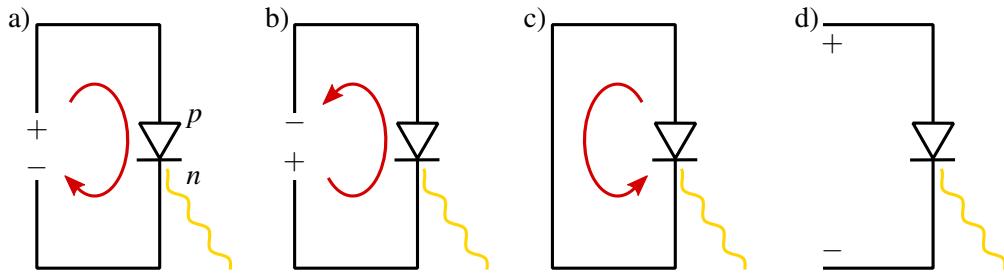
Fotoprevodni detektorji so narejeni iz zelo tankih plasti fotoprevodnika, saj močno absorbira svetlubo. Tako za absorpcijo 70–90% svetlobe zadošča le  $1\text{--}2 \mu\text{m}$  debela plast. Elektrode se pogosto prepletajo, da se zmanjša dolžina preleta  $l$  in poveča ojačenje  $G$ .

### 3.6 Polprevodniške fotodiode

Drugi primer detektorjev, ki temeljijo na notranjem fotoefektu, so polprevodniške fotodiode. Te so danes najpogostejsa in najbolj razširjena vrsta detektorjev svetlobe, uporabljamo jih med drugim tudi v fotoaparatih in sončnih celicah. Fotodiode so sestavljene iz  $p$ - in  $n$ -dopiranega polprevodnika ( $p$ - $n$  fotodiode) ali pa je med njima še plast nedopiranega (intrinzičnega) polprevodnika ( $p$ - $i$ - $n$  fotodioda). Ko svetloba vpade na stik različno dopiranih polprevodnikov, se fotoni absorbirajo in nastajajo pari elektron–vrzel. Nosilci naboja potujejo v različnih smereh, elektroni stečejo v eno smer, vrzeli pa v nasprotno. Odvisno od načina delovanja merimo tok, ki steče skozi stik, ali napetost, ki se pojavi na stiku.

Spektralni odziv fotodiod je odvisen od energijske reže polprevodnika, iz katerega je fotodioda narejena. Silicijeve fotodiode so tako uporabne za zaznavanje valovnih dolžin do okoli  $1,1 \mu\text{m}$ , za večje valovne dolžine (do  $1,6 \mu\text{m}$ ) uporabljamo InGaAs. Izkoristek fotodiod je navadno zelo velik in presega 50 %, pri energiji fotonov blizu energijske reže je vrednost izkoristka kar blizu 1. Za razliko od fotoprevodnikov fotodiode signala ne ojačujejo, imajo pa praviloma hitrejši odziv, tipično okoli nanosekunde.

Fotodioda lahko deluje v različnih načinu (slika 3.10). Lahko jo priključimo v prevodni smeri, najpogosteje jo priključimo v zaporni smeri, saj je v tem primeru tok skozi diodo linearno sorazmeren z intenziteto vpadne svetlobe, lahko je dioda kratko sklenjena, lahko pa je dioda v odprttem električnem krogu, v t.i. fotovoltaičnem načinu. V nadaljevanju bomo vse primere podrobneje spoznali.

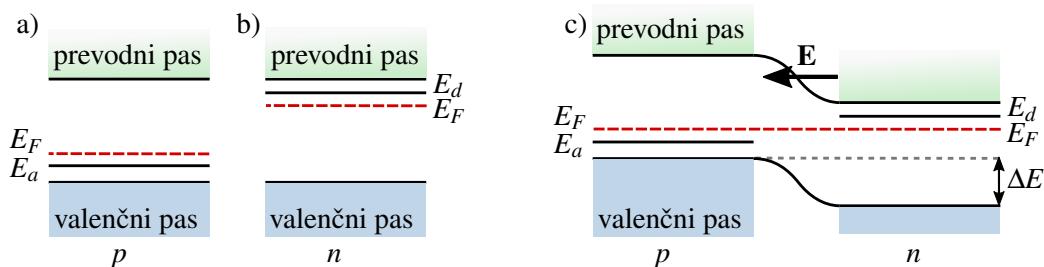


Slika 3.10: Različne vezave fotodiode: v prevodni smeri (a), v zaporni smeri (b), kratko sklenjena (c) in v fotovoltaičnem načinu (d)

### Stik $p$ - $n$

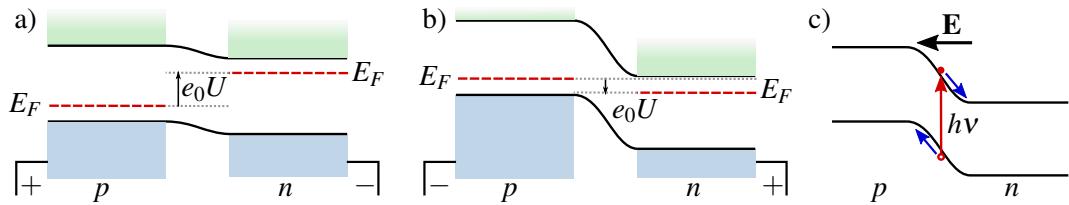
Ponovimo najprej, kaj se zgodi ob stiku  $p$ - in  $n$ - tipa polprevodnika. Pri tem tip  $p$  označuje polprevodnik, dopiran s trivalentnimi akceptorskimi primesmi, ki v snovi ustvarijo vrzeli. Energijski nivo primesi je malo nad vrhom valenčnega pasu, zato je Fermijeva energija polprevodnika premaknjena navzdol proti valenčnemu pasu (slika 3.11 a). Po drugi strani tip  $n$  označuje polprevodnike s petivalentnimi donorskimi primesmi, ki v snov prinesajo dodatne elektrone. Njihov energijski nivo je malo pod prevodnim pasom, zaradi česar je Fermijeva energija pomaknjena navzgor proti prevodnemu pasu (slika 3.11 b).

Ko staknemo polprevodnik tipa  $p$  s polprevodnikom tipa  $n$ , elektroni z območja z višjo koncentracijo (tip  $n$ ) difundirajo v območje z nižjo koncentracijo (tip  $p$ ), kjer se rekombinirajo z vrzelmi. Ob stiku tako nastane ozek pas, imenujemo ga izpraznjeni sloj, kjer ni več prostih nosilcev naboja. Tipično je širok  $10 \text{ nm} - 1 \mu\text{m}$ . Po rekombinaciji ostanejo na strani  $n$  pozitivno nabiti donorski atomi, na strani  $p$  pa negativno nabiti akceptorski atomi, ki povzročijo nastanek električnega polja. Nastalo polje, ki kaže od  $n$  proti  $p$ , zaustavi rekombinacijo, saj odbija elektrone in vrzeli od stika in v ravnovesju se Fermijeva energija izenači. Potencialni skok je približno enak  $\Delta E \approx E_d - E_a$ , kar je le malo manj od širine reže  $E_g$  (slika 3.11 c). Tipična jakost električnega polja na stiku je  $10^5 - 10^7 \text{ V/m}$ .



Slika 3.11: Shema energijskih nivojev v  $p$ - (a) in  $n$ -tipu (b) polprevodnika ter na  $p$ - $n$  stiku (c), v katerem se Fermijevi energiji izenačita. Med obema polprevodnikoma nastane izpraznjeni sloj, kar povzroči pojav električnega polja.

Priključimo zdaj na diodo napetost  $U$ , tako da je pozitivna na  $p$  strani diode. Takrat pravimo, da smo na diodo priključili napetost v prevodni smeri. Ker lahko energijske pasove razumemo kot potencialno energijo elektronov, s priključeno pozitivno napetostjo zmanjšamo razliko potencialnih energij in elektroni laže prehajajo iz dela  $n$  v del  $p$ . Zaradi zmanjšanja potencialne razlike med stranjo  $p$  in  $n$  za  $e_0 U$  pride do povečanja toka večinskih elektronov iz  $n$  v  $p$  za faktor  $\exp(e_0 U / kT)$ , tok manjšinskih elektronov iz  $p$  v  $n$  pa ostaja enak, saj ni odvisen od globine potencialnega skoka (slika 3.12 a).



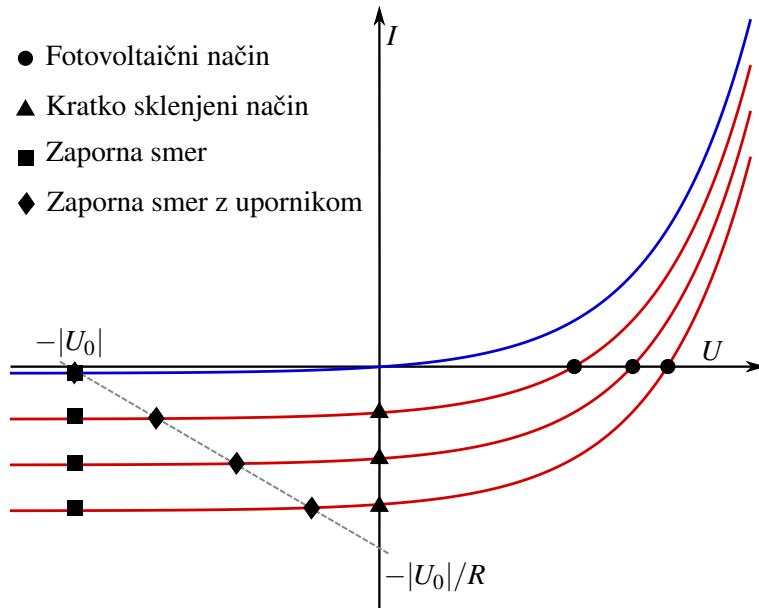
Slika 3.12: Shema energijskih nivojev v stiku  $p$ - $n$ , ko na stik priključimo napetost v prevodni smeri (a) in v zaporni smeri (b). Če v izpraznjenem sloju pride do absorpcije fotona in nastanka para elektron–vrzel, elektron “zdrsi” proti strani  $n$ , vrzel pa proti strani  $p$ .

Povsem enak razmislek lahko naredimo, če priključimo na stran  $n$  pozitivni pol, na stran  $p$  pa negativnega, če torej priključimo napetost v zaporni smeri. V tem primeru potencialna razlika naraste in tok večinskih elektronov se zmanjša za faktor  $\exp(-e_0|U|/kT)$ , tok manjšinskih elektronov pa ostane nespremenjen (slika 3.12 b).

Celotni tok skozi stik  $p$ - $n$  je sestavljen iz prispevkov elektronov in vrzel. Opiše ga karakteristična enačba diode (slika 3.13)

$$I = I_0(e^{e_0 U / kT} - 1). \quad (3.25)$$

Pri tem  $I_0$  označuje tok manjšinskih nosilcev naboja<sup>6</sup> in je navadno zelo majhen. Njegova vrednost je odvisna od snovi, površine detektorja, poleg tega pa je eksponentno odvisna od temperature. Znaša tipično okoli  $10^{-5}$ – $10^{-15}$  A, pri čemer najmanje vrednosti dosegamo le ob močnem hlajenju.



Slika 3.13:  $I(U)$  karakteristika neosvetljene fotodiode (modra črta) in osvetljene fotodiode (rdeče krivulje). Naraščajoča intenziteta vpadne svetlobe krivulje premika navzdol. S simboli so označene točke delovanja za različne načine.

<sup>6</sup>Pravimo mu tudi zaporni tok, tok nasičenja ali temni tok. Slednje ime sledi iz tega, da ta tok teče skozi fotodiodo tudi v odsotnosti vpadne svetlobe.

**Naloga 3.6.1** Izpelji karakteristično enačbo diode (enačba 3.25) in pokaži, da je zaporni tok

$$I_0 = e_0 S \left( \frac{D_p}{L_p} p_{0n} + \frac{D_n}{L_n} n_{0p} \right), \quad (3.26)$$

kjer je  $S$  presek stika,  $D$  sta difuzijska koeficienta,  $L$  je difuzijska dolžina posameznih nosilcev naboja,  $p$  in  $n$  pa sta koncentraciji manjšinskih nosilcev naboja v ravnovesju. Ugotovi, zakaj je zaporni tok močno odvisen od temperature.

### Delovanje fotodiode

Ko na polprevodnik vpade foton, ki ima energijo večjo od širine reže, lahko vzbudi elektron iz valenčnega v prevodni pas in nastane par elektron–vrzel. Če se to zgodi v izpraznjemem sloju stika  $p$ - $n$ , steče elektron pod vplivom električnega polja na stran  $n$ , vrzel pa na stran  $p$  (slika 3.12 c). Premik nosilcev naboja, do katerega pride zaradi absorpcije fotona, torej vedno povzroči pojav električnega toka v zaporni smeri. Njegova velikost je odvisna od moči vpadne svetlobe in jo lahko zapišemo kot

$$I_f = e_0 \eta n_F = e_0 \frac{\eta P}{hv}, \quad (3.27)$$

pri čemer smo z  $n_F$  označili število vpadnih fotonov na časovno enoto,  $\eta$  je kvantni izkoristek,  $P$  označuje moč vpadne svetlobe,  $v$  pa njeno frekvenco. Celoten tok skozi fotodiido je vsota diodnega in svetlobnega toka, zato karakteristiko fotodiode zapišemo kot

$$I = I_0(e^{e_0 U / kT} - 1) - I_f. \quad (3.28)$$

Vpadna svetloba povzroči zmanjšanje električnega toka skozi diodo, kar na sliki (3.13) predstavlja premik karakteristike diode v vertikalni smeri navzdol (rdeče črte). Naraščajoča intenziteta svetlobe premika krivuljo proti bolj negativnim vrednostim tokov.

Prvi način delovanja fotodiode, ki ga bomo obravnavali, je fotovoltaični način. To je način, pri katerem električni tokokrog ni sklenjen (slika 3.10 d), zato ob absorpciji fotona in nastanku para elektron–vrzel tok ne more steći. Še vedno pa se izbiti elektron pod vplivom električnega polja na stiku premakne proti območju  $n$ , vrzel pa proti območju  $p$ . Na diodi se tako pojavi napetost, katere vrednost lahko izračunamo iz karakteristične enačbe diode, če upoštevamo, da je  $I = 0$ . Sledi

$$U_p = \frac{kT}{e_0} \ln \left( 1 + \frac{I_f}{I_0} \right). \quad (3.29)$$

Pri večji intenziteti vpadne svetlobe, ko se karakteristična krivulja (slika 3.13) pomika navzdol, se rešitev gornje enačbe po abscisi premika proti desni. Večja intenziteta vpadne svetlobe tako pomeni večjo pozitivno napetost na diodi, zato tudi odzivnost v tem primeru merimo v V/W. Pri dovolj velikih vpadnih močeh je zveza med vpadno močjo in fotonapetostjo logaritemská. Fotovoltaična oziroma odprta vezava fotodiode omogoča zaznavanje vpadne moči v zelo širokem intervalu, najpogosteje pa se ta način delovanja uporablja v sončnih celicah.

Drugi način delovanja je kratko sklenjena fotodioda (slika 3.10 c). Napetost na diodi je vedno enaka nič, prav tako je enak nič tok skozi diodo v odsotnosti svetlobe. Ko posvetimo na diodo, nastanejo pari elektron–vrzel in steče električni tok. Tok skozi tokokrog je v primeru kratko sklenjene diode kar enak toku zaradi vpadne svetlobe  $I_f$  (slika 3.13).

Najbolj splošno uporabljen način za detekcijo svetlobe je način, v katerem napetost na diodo priključimo v zaporni smeri (slika 3.10 b). Takrat se tok skozi diodo spreminja linearno z močjo vpadne svetlobe (enačba 3.28), odziv pa je hitrejši kot pri kratko sklenjeni diodi. Če dodamo v tokokrog zaporedno vezan še nek upornik, se odziv spremeni. Zvezo med napetostjo in tokom zapišemo kar z Ohmovim zakonom  $U = -|U_0| - RI$ . Na sliki to predstavlja premico, ki seka karakteristične krivulje. Ker upornost upornika ni enaka nič, se po grafu (slika 3.13) ne premikamo več navpično navzdol, ampak pod kotom proti desni.

Prednosti tega načina merjenja je več. Zaradi priključene napetosti se zmanjša čas preleta nosilcev naboja in posledično se zmanjša odzivni čas detektorja. Dodatno se poveča širina izpraznjenega pasu (naloge 3.6.2), kar zmanjša kapaciteto stika (stik  $p$ - $n$  namreč deluje kot neke vrste kondenzator in časovni odziv je odvisen od njegove kapacitete) in s tem odzivni čas. Povečana izpraznjena plast vodi tudi do večjega območja, v katerem lahko pride do absorpcije fotonov.

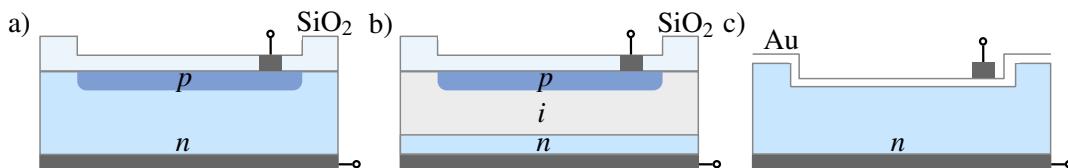
**Naloga 3.6.2** Pokaži, da je debelina izpraznjene plasti enaka  $d = d_p + d_n$ , kjer sta

$$d_{p,n} = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0(\Delta E_0 - e_0 U)}{e_0} \frac{(N_d/N_a)^{\pm 1}}{N_a + N_d}}. \quad (3.30)$$

Pri tem  $N_a$  in  $N_d$  označujeta gostoti akceptorskih in donorskih atomov,  $\Delta E_0$  je ravnovesni potencialni skok med stranjo  $n$  in  $p$ ,  $U$  pa priključena napetost.

Povejmo še nekaj o zgradbi fotodiode. Shema preproste fotodiode je prikazana na sliki (3.14 a). Na dnu je elektroda, sledi plast  $n$ , nad njo je tanka plast  $p$ , na katero vpada svetloba. Bistveno je, da je osvetljena plast tanka, da svetloba lahko prodre v bližino stika. Zato so debeline zgornje plasti tipično submikronske. Na fotodiode pogosto nanesemo še dodatno antirefleksijsko plast ( $\text{SiO}_2$ ). Fotoobčutljiv del komercialnih fotodiod meri tipično od nekaj  $100 \mu\text{m}^2$  pa do več  $100 \text{ mm}^2$ . Pri tem imajo večje diode seveda počasnejši odziv.

 Poleg do zdaj obravnavanih fotodiod poznamo tudi heterostrukturne fotodiode, kjer sta  $p$  in  $n$  del narejena iz druge snovi. Poseben primer so Schottkyjeve fotodiode<sup>7</sup>, kjer eno plast polprevodnika nadomestimo z zelo tanko plastjo kovine (slika 3.14 c). Te so uporabne predvsem pri visokih energijah (v UV območju), saj je v navadnih fotodiodah absorpcija za te valovne dolžine prevelika, na površini pride do rekombinacije in zmanjšanja kvantnega izkoristka. Odziv Schottkyjevih fotodiod je zelo hiter, saj nizka upornost kovine občutno zmanjša  $RC$  konstanto stika. Odzivni časi dosegajo pikosekundne vrednosti.

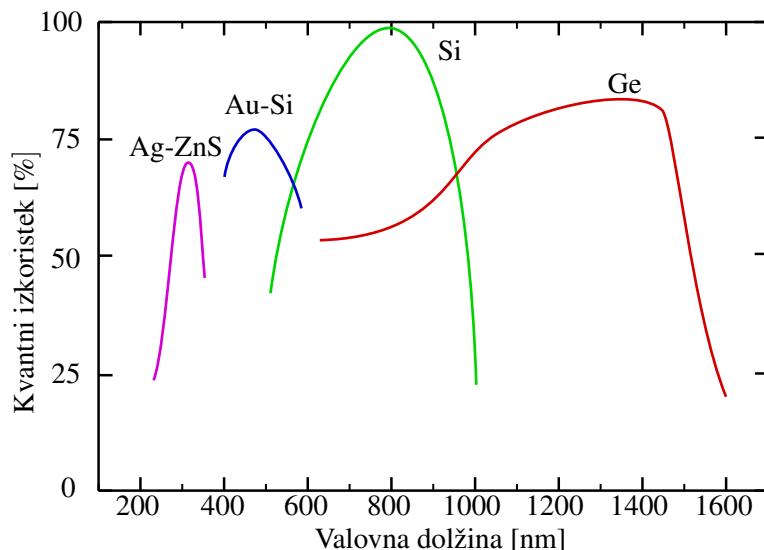


Slika 3.14: Sheme fotodiod:  $p$ - $n$  fotodioda (a),  $p$ - $i$ - $n$  fotodioda (b), ki se od navadne  $p$ - $n$  razlikuje po vmesni plasti intrinzičnega polprevodnika in Schottkyjeva fotodioda (c). Temno siva barva označuje elektrode, svetlo modra območje  $n$ , temnejše modra območje  $p$ , svetlo siva pa območje intrinzičnega polprevodnika.

<sup>7</sup>Nemški fizik Walter Hans Schottky, 1886–1976.

### Fotodioda $p$ - $i$ - $n$

Fotodiode  $p$ - $i$ - $n$  se od navadnih  $p$ - $n$  razlikujejo po tem, da med  $p$ - in  $n$ -plast vključimo še plast nedopiranega polprevodnika (slika 3.14 b). S tem se bistveno poveča debelina izpraznjene plasti, ki postane praktično neodvisna od priključene napetosti. Povečanje izpraznjene plasti omogoča zaznavanje bistveno večjega deleža vpadne svetlobe, poleg tega pa zmanjša kapaciteto stika in s tem njegovo  $RC$  konstanto. Slabost dodatnega sloja je povečanje časa preleta čez izpraznjeno plast, vendar lahko z ustrezno optimizacijo konstrukcije dosežemo odzivne čase nekaj deset ps.

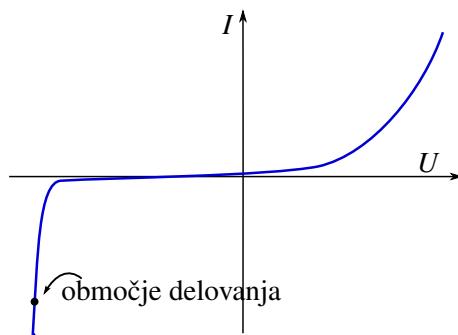


Slika 3.15: Kvantni izkoristek nekaterih  $p$ - $i$ - $n$  (Si in Ge) in Schottkyjevih (Au-Si in Ag-ZnS) fotodiod

## 3.7 Plazovne fotodiode

Ko smo risali karakteristiko fotodiode (slika 3.13), nismo narisali popolne slike. Pri velikih negativnih napetostih se namreč karakteristika znatno spremeni (slika 3.16), česar ne moremo popisati s preprosto enačbo. Pri zapornih napetostih, ki za nekajkrat presegajo širino energijske reže (tipično okoli  $10^7$  V/m), pride do naglega povečanja električnega toka. Ob absorpciji fotona nastanejo mobilni nosilci naboja, ki se v električnem polju tako pospešijo, da s trki ustvarjajo nove pare elektron–vrzel. Novonastali pari ustvarjajo nove pare in pride do “plazu”, podobno kot v fotopomnoževalki. En foton sproži cel plaz elektronov, zato pravimo, da je plazovna dioda fotodioda z notranjim ojačanjem. Pri tem je faktor ojačanja tipično 30–300 in plazovne fotodiode lahko uporabimo za detekcijo posameznih fotonov. Slabost je, da je faktor ojačanja odvisen od temperature in je zato za natančne meritve potrebna temperaturna stabilizacija.

Napetost, pri kateri deluje plazovna fotodioda, je priključena v zaporni smeri in je tik pod prebojno napetostjo. Ker že majhna odstopanja v napetosti povzročijo veliko spremembo v toku, moramo napetost držati kar se da stabilno. Le to omogoča linearen odziv fotodiode od moči vpadne svetlobe. Plazovne fotodiode so praviloma zelo hitre ( $\sim 50$  ps) in zelo občutljive. Z ojačanjem signala se ojači tudi šum, a je povečanje pogosto manjše kot bi bil prispevek k šumu na zunanjih elektronskih ojačevalcih.



Slika 3.16: Karakteristika plazovne fotodiode

### 3.8 CCD in CMOS detektorji

Do zdaj smo obravnavali detektorje, ki zaznavajo pretok vpadnih fotonov in spreminjanje pretoka s časom. Dodatno informacijo dobimo, če več fotodetektorjev sestavimo v dvodimenzionalno matriko, saj lahko detektorji hkrati zaznavajo količino vpadne svetlobe iz različnih delov prostora. Podatke iz posameznih detektorjev sestavimo v sliko, pri čemer en detektor podaja informacijo o številu vpadlih fotonov v dani časovni enoti za en slikovni element – piksel. Času zajemanja, ki predstavlja integracijski čas, pravimo tudi čas osvetlitve. Slikovni detektorji z veliko ločljivostjo so sestavljeni iz več milijonov ali celo milijarde posameznih polprevodniških detektorjev in so nepogrešljivi v fotoaparatih, videokamerah, mikroskopiji in astronomiji.

Podrobnejše bomo obravnavali dve vrsti matričnih detektorjev, to sta CCD (*Charge-Coupled Device*)<sup>8</sup> in CMOS (*Complementary Metal-Oxide-Semiconductor*)<sup>9</sup>. Obe vrsti detektorjev sta si po načinu zaznavanja svetlobe zelo podobni, razlika je predvsem v postopku, kako iz posameznega detektorja pridobimo podatek o številu vpadlih fotonov oziroma številu vzbujenih elektronov.



Slikovni detektorji so seveda lahko sestavljeni tudi iz drugih vrst svetlobnih detektorjev, ki smo jih obravnavali v prejšnjih razdelkih. Lahko so iz mikrobolometrov ali fotoprevodnikov (za IR svetobo), Schottkyjevih fotodiod (npr. PtSi, ki seže od UV do okoli 6 μm) ali plazovnih fotodiod.

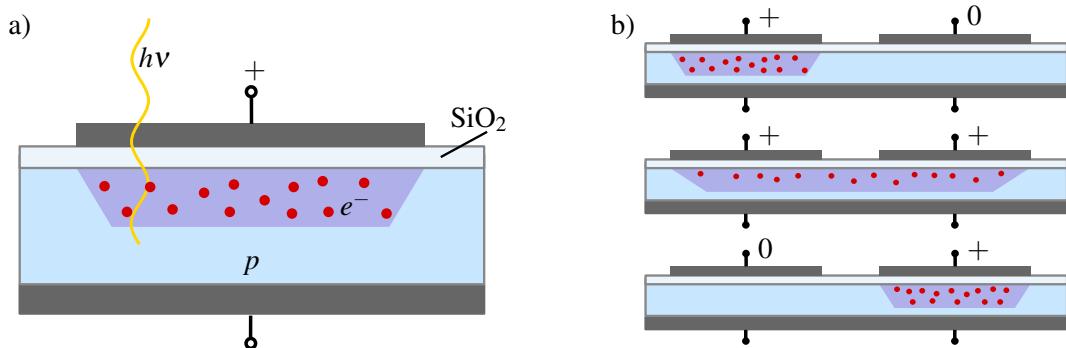
#### CCD

Detektorji CCD so sestavljeni iz posameznih tako imenovanih MOS (*Metal-Oxide-Semiconductor* – kovina-oksid-polprevodnik) kondenzatorjev. Njihova osnova je dopiran silicij, vmesna plast med polprevodnikom in prevodno elektrodo pa je navadno zelo tanka plast (pod 100 nm) SiO<sub>2</sub> (slika 3.17). Prevodna elektroda je bila prvotno iz kovine (npr. aluminija) in je elementu detektorja dala tudi ime. Danes je kovino večinoma nadomestil polikristalni silicij (polisilicij), ime pa je ostalo. Tipična dolžina stranice posameznega elementa znaša okoli 5–40 μm.

Foton skozi tanko prozorno elektrodo vpade na polprevodnik, v katerem ustvari par elektron–vrzel. Pozitivna napetost na elektrodi elektrone privlači, vendar jih vmesna plast izolatorja tik pod površino ustavi in elektroni tako ostanejo ujeti v potencialni jami pod elektrodo. Število ujetih elektronov je sorazmerno številu vpadlih fotonov v času zajemanja slike, pomnoženih s kvantnim izkoristkom pri dani valovni dolžini.

<sup>8</sup>Za izum CCD detektorjev sta Willard S. Boyle in George E. Smith leta 2009 prejela Nobelovo nagrado.

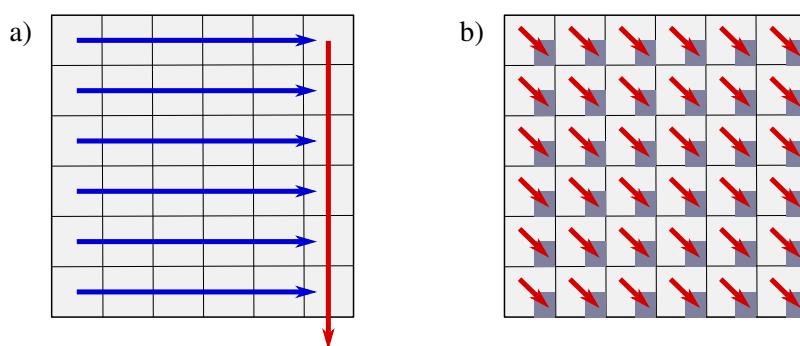
<sup>9</sup>Teh dveh oznak za detektorje praviloma ne prevajamo. Opisujeta strukturo in delovanje naprave in nista vezani z golj na detekcijo svetlobe.



Slika 3.17: Shema MOS strukture (a), na kateri temeljijo CCD in CMOS slikovni detektorji. Osnova je polprevodnik (*p*), na katerem je plast dielektrika ( $\text{SiO}_2$ ), na njej pa elektroda (siva). Ob absorpciji svetlobe se pojavijo fotoelektroni, te pa pozitivna napetost na elektrodi drži ujete v potencialno jamo (vijolična). Prenos elektronov v detektorju CCD (b).

S spremenjanjem napetosti na posameznih elektrodah lahko nabere v plasti pod izolatorjem v danem času, postopoma prenesemo od posameznega piksla do izhodne stopnje. Najprej poteka prenos iz enega elementa na drugega v eni vrstici, nato pa še po celotnem stolpcu (slika 3.18 a). Na koncu signal sproti ojačujemo, pretvorimo v napetost, to pa v digitalni zapis. Številu elektronov iz posameznega slikovnega elementa določimo digitalno vrednost glede na barvno globino: 8-bitni zapis slike, na primer, vsakemu elementu priredi vrednost od 0 do 255, 16-bitni pa od 0 do 65535.

Delovanje detektorjev CCD temelji na zaporednem odčitavanju števila fotoelektronov v posameznem slikovnem elementu. Ta način je razmeroma počasen in omejuje hitrost zajemanja slike. Med prenašanjem nabojev do izhoda namreč slike ne moremo zajemati, saj bi prišlo do popačenja signala. Pomanjkljivost se večinoma rešuje tako, da le del celotnega zaslona zajema svetobo, drugi del pa je namenjen pretakanju elektronov in omogoča nemoteno praktično neprestano zajemanje slike. Ker se s tem količina zajete svetlobe zmanjša, se na vsak element doda lečo, ki svetobo zbere na detektor. S tem postanejo slikovni detektorji CCD hitrejši in bolj občutljivi. Poleg tega jih odlikuje tudi razmeroma nizek šum, ki se ga da s hlajenjem še dodatno zmanjšati.



Slika 3.18: Shema zajemanja slike s slikovnima detektorjema CCD (a) in CMOS (b). Puščice označujejo premikanje fotoelektronov.

 Pri zajemanju slike ne potrebujemo vedno največje ločljivosti, ki jo omogoča detektor. Zato se pogosto poslužujemo združevanja sosednjih elementov, t. i. bininga (*binning*), na primer  $2 \times 2$  ali  $4 \times 4$ . S združevanjem piksov sicer zmanjšamo ločljivost slike, vendar hkrati skrajšamo čas njenega zajemanja in zmanjšamo razmerje signal proti šumu.

## CMOS

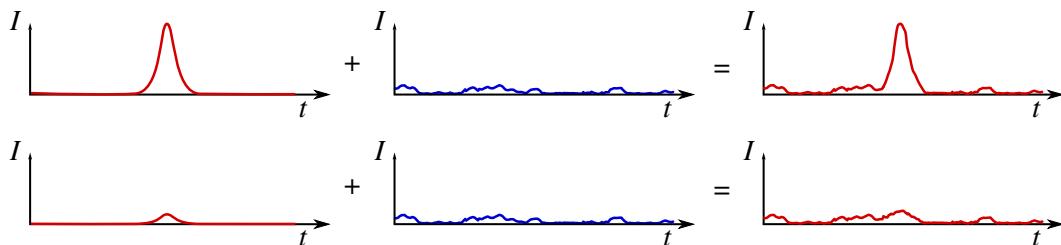
Osnovni element detektorjev CMOS je enak kot za detektorje CCD (slika 3.17 a). Bistvena razlika je v načinu zajemanja fotoelektronov. Pri detektorjih CCD je branje fotoelektronov zaporedno, pri detektorjih CMOS pa poteka branje vseh slikovnih elementov hkrati, pri čemer ima vsak piksel tudi svoj ojačevalnik (slika 3.18 b). Zaradi sprotnega odčitavanja vseh pikslov naenkrat so detektorji CMOS bistveno hitrejši od CCD. Odlikuje jih tudi nizka poraba energije in nizka cena. Njihova poglavita slabost je večji šum in manjša občutljivost, saj del zaslona, kjer so ojačevalniki, slike ne more zajemati.

## Barvno zajemanje slik

Detektorji zaznavajo število vpadih fotonov oziroma število fotoelektronov. Za nastanek barvne slike moramo vpadne fotone ločiti še po valovni dolžini, kar naredimo z barvnimi filtri. Namesto enega elementa, ki bi podal informacijo o intenziteti vpadne svetlobe, uporabimo štiri senzorje v kvadratni mreži, rdečega, modrega in dva zelenega. Večji delež zelenih elementov je zaradi večje občutljivosti človeškega očesa na zeleno barvo. Intenziteto svetlobe na posameznem slikovnem elementu dane barve nato odčitamo, kot je opisano zgoraj.

### 3.9 Šum pri optični detekciji

Pri vsakršni detekciji svetlobe je vedno prisoten tudi šum. Beseda šum označuje naključne fluktuacije na izhodu iz detektorja, ki jih ne moremo ločiti od signala. Z različnimi pristopi lahko šum zmanjšamo, povsem pa ga ne moremo nikoli odpraviti. Obravnava šuma je zato najbolj pomembna pri zaznavanju šibkih signalov svetlobe. Ključen parameter je najmanjša moč vpadne svetlobe, ki jo še lahko ločimo od šuma, pod to vrednostjo pa se signal v šumu izgubi (slika 3.19).



Slika 3.19: Če je signal velik v primerjavi s šumom, ga na detektorju lahko zaznamo (zgoraj). Pod določeno vrednostjo postane velikost signala primerljiva s šumom in signala ne zaznamo več (spodaj).

Na podlagi fizikalnega izvora ločimo več vrst šuma:

1. šum štetja, do katerega pride zaradi diskretne (kvantne) narave fotonov,
2. termični šum, do katerega pride zaradi termičnih fluktuacij,
3. šum temnega toka, ki predstavlja spontani nastanek para elektron–vrzel oziroma spontano emisijo elektronov in
4. šum sevanja ozadja.

### Šum štetja

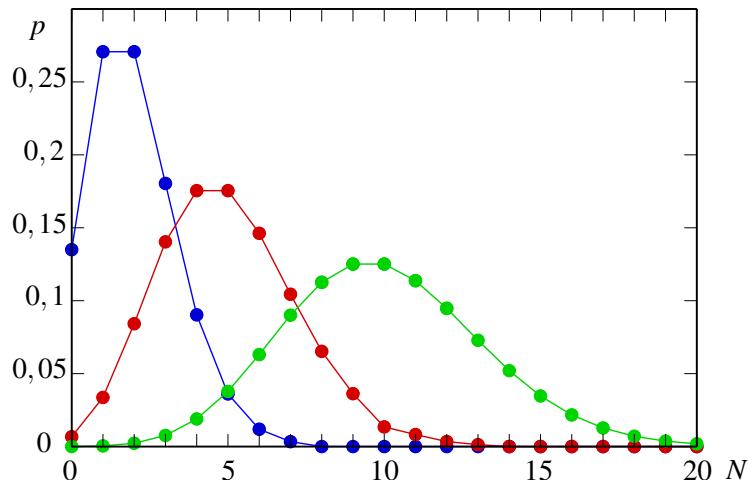
Ko govorimo o svetlobi, ne smemo pozabiti, da je svetloba sestavljena iz diskretnih fotonov. Fotoni vpadajo na detektor posamezno in enkrat jih vpade malo več, drugič malo manj. Vpadna moč je zato dejansko povprečna moč  $\bar{P}$  in število vpadnih fotonov na časovno enoto je povprečna vrednost števila vpadnih fotonov na časovno enoto

$$\bar{n} = \frac{\bar{P}}{h\nu}. \quad (3.31)$$

Pri vpadu fotonov gre za diskrete in neodvisne procese, zato za njihov vpad velja Poissonova porazdelitev (slika 3.20). Verjetnost, da v času  $\tau$ , ki predstavlja čas merjenja, na detektor vpade  $N$  fotonov, je tako

$$p(N) = \frac{\bar{N}^N e^{-\bar{N}}}{N!}, \quad (3.32)$$

pri čemer je povprečno število vpadnih fotonov v tem časovnem intervalu enako  $\bar{N} = \bar{n}\tau$ .



Slika 3.20: Poissonova porazdelitev verjetnosti za  $\bar{N} = 2$  (modra),  $\bar{N} = 5$  (rdeča) in  $\bar{N} = 10$  (zeleni). Porazdelitev je diskretna, črta je zgolj vodilo.

Fluktuacije števila fotonov, ki vpadejo na detektor v danem časovnem intervalu, označimo z  $\Delta N = N - \bar{N}$ . V povprečju je ta vrednost seveda enaka nič, zato sta bolj merodajni količini varianca, ki je enaka (glej nalogo 3.9.1)

$$\sigma^2 = \overline{\Delta N^2} = \overline{(N - \bar{N})^2} = \bar{N}, \quad (3.33)$$

in standardni odklon

$$\sigma = \sqrt{\overline{\Delta N^2}} = \sqrt{\bar{N}}. \quad (3.34)$$

Standardni odklon, ki je merilo za velikost šuma, torej narašča korenško z naraščajočim povprečnim številom vpadnih fotonov  $\bar{N}$ .

---

**Naloga 3.9.1** Pokaži, da je povprečje Poissonove porazdelitve (enačba 3.32) vedno pri  $N = \bar{N}$  in standardni odklon  $\sigma = \sqrt{\bar{N}}$ .

---

Vendar nas absolutni šum večinoma ne zanima, saj je pri detekciji ključno razmerje signal proti šumu. Označimo ga s  $SNR$  (*Signal to Noise Ratio* – razmerje med signalom in šumom)<sup>10</sup>. V primeru Poissonove porazdelitve in šuma štetja velja

$$SNR = \frac{\bar{N}^2}{\sigma^2} = \bar{N}. \quad (3.35)$$

Vidimo, da razmerje signal proti šumu narašča linearno z naraščajočim številom vpadih fotonov, relativni šum pa ob večji vpadni moči svetlobe pojema. Za primer poglejmo dva primera. V prvem je povprečno število vpadih fotonov v danem časovnem intervalu  $10^6$ , v drugem pa 100. Pri vpodu močnejšega signala na detektorju zaznavamo  $10^6 \pm 1000$  fotonov, pri vpodu šibkejšega pa  $100 \pm 10$ . Čeprav je absolutni šum v prvem primeru znatno večji, je relativni šum stokrat manjši. Za zmanjšanje šuma štetja mora biti torej signal kar se da velik.



Razmerje signal proti šumu  $SNR$  lahko vpeljemo na več načinov. Prvi je ta, ki smo ga uporabili mi, pri katerem velja  $SNR = \bar{N}^2 / \sigma^2 = \bar{N}$ . V tem primeru gre za  $SNR$  električne moči na detektorju. Lahko vpeljemo tudi  $SNR_I$  optične moči oziroma števila fotonov in nastalega električnega toka. Zaradi kvadratne zveze med električno močjo in električnim tokom je  $SNR_I = \sqrt{SNR} = \sqrt{\bar{N}}$ .

Pri šumu štetja gre za osnovno značilnost svetlobe, zato je ta vrsta šuma prisotna pri prav vseh načinih detekcije. Podrobneje si oglejmo, kako se šum štetja izraža pri detekciji s fotodiodami.

Naj svetloba s povprečno močjo  $\bar{P}$  vpada na fotodiodo. Povprečno število fotoelektronov, ki se pojavijo v časovnem intervalu  $\tau$ , je kar enako številu vpadih fotonov, pomnoženim s kvantnim izkoristkom.

$$\bar{N}_e = \frac{\bar{P}\tau}{h\nu} \eta. \quad (3.36)$$

Povprečni električni tok, ki steče skozi detektor, je

$$\bar{I} = \frac{\bar{N}_e e_0}{\tau}, \quad (3.37)$$

fluktuacije izhodnega električnega toka pa so

$$\overline{\Delta I^2} = \overline{(I - \bar{I})^2} = \overline{(N_e - \bar{N}_e)^2} \frac{e_0^2}{\tau^2} = \bar{N}_e \frac{e_0^2}{\tau^2} = \bar{I} \frac{e_0}{\tau}, \quad (3.38)$$

pri čemer smo upoštevali enačbo (3.33). Vpeljemo še pasovno širino detekcije  $\Delta v_B = 1/(2\tau)$ <sup>11</sup> in zapišemo

$$\overline{\Delta I^2} = 2\bar{I}e_0\Delta v_B. \quad (3.39)$$

Šum na izhodu je tako sorazmeren s povprečno intenziteto signala in s pasovno širino detekcije oziroma obratno sorazmeren z dolžino merjenja. Zapišemo še razmerje signal proti šumu

$$SNR = \frac{\bar{I}^2}{\overline{\Delta I^2}} = \frac{\bar{I}}{2e_0\Delta v_B}. \quad (3.40)$$

Po pričakovanjih je to razmerje večje pri večjem povprečnem signalu in pri daljši meritvi.

<sup>10</sup>Pogosto se uporablja tudi oznako  $S/N$ . Tukaj smo jo zaradi jasnosti zamenjali, saj  $N$  označuje število fotonov oziroma elektronov.

<sup>11</sup>Pri detekciji signala navadno uporabljam čas osvetlitve  $\tau$ , pri telekomunikacijah pa pasovno širino  $\Delta v_B$ .

## Termični šum

Termični šum imenujemo tudi Johnsonov<sup>12</sup> ali Nyquistov<sup>13</sup> ali Johnson-Nyquistov<sup>14</sup> šum. Do njega pride zaradi termično vzbujenega naključnega gibanja elektronov. Premiki elektronov na danem uporniku povzročijo majhne kratkotrajne fluktuacije v napetosti, ki v povprečju seveda ostaja enaka nič. Termični šum nastaja samo v uporniških elementih sistema, saj le ti lahko sprejemajo in oddajajo energijo, v kapacitivnih in induktivnih elementih pa ne. Izkaže se, da je termični šum najpogosteje omejujoči šum pri detekciji.

Načinov izpeljave termičnega šuma na uporniku je več. Najpogostejsa je izpeljava na primeru tokokroga, v katerem sta dva enaka upornika v termičnem ravovesju pri temperaturi  $T^{15}$ . Ko se na uporniku pojavi termična napetost, steče skozi drugi upornik električni tok in na njem se porablja električna moč. Prenos energije z enega upornika na drug lahko razumemo kot elektromagnetno valovanje, prenesena moč pa je v ravovesju enaka porabljeni moči. Naj bo karakteristična impedanca žic enaka  $R$ , tako da ne pride do odboja, ampak se val v celoti absorbira.

Zaradi periodičnosti velja za potupoče valove zveza  $L = m\lambda$  oziroma  $k = 2\pi m/L$ . Število elektromagnetnih valov  $N$  v frekvenčnem intervalu  $\Delta\nu_B$  je potem

$$\frac{N}{\Delta\nu_B} = \frac{L}{c}, \quad (3.41)$$

pri čemer je  $c$  hitrost valovanja. Posamezne potupoče valove lahko obravnavamo tudi kot veliko število vzbujenih fotonov z energijo  $Nh\nu$ . Za njih velja Boltzmannova porazdelitev s povprečno energijo enega vala

$$\bar{E}(\nu) = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (3.42)$$

Povprečna moč, ki jo prejema drug upornik, je

$$\bar{P} = N \frac{\bar{E}}{L/c} = \frac{h\nu\Delta\nu_B}{e^{h\nu/kT} - 1} \approx kT\Delta\nu_B. \quad (3.43)$$

Moč je po drugi strani enaka

$$P = \overline{\Delta I^2} R = \frac{\overline{\Delta U^2}}{4R}, \quad (3.44)$$

saj je  $I = U/2R$ . Od tod sledi

$$\overline{\Delta U^2} = 4kTR\Delta\nu_B. \quad (3.45)$$

Šum lahko zapišemo tudi za tok, če namesto zaporedno vezanega virtualnega izvira napetosti vzporedno vežemo virtualni izvor toka. Zapišemo

$$\overline{\Delta I^2} = \frac{4kT\Delta\nu_B}{R}. \quad (3.46)$$

Termični šum je odvisen od temperature in od upornosti detektorja oziroma vezja, preko katerega zaznavamo signal. En način za zmanjšanje termičnega šuma je povečanje upornosti detektorja, vendar na ta način zmanjšamo njegovo hitrost odziva. Tipične upornosti, ki se uporabljajo pri hitrih detektorjih, so tako  $R \sim 50 \Omega$ . Drugi način za zmanjševanje termičnega šuma je hlajenje. Kljub močnemu hlajenju termičnega šuma povsem ne moremo nikoli odpraviti.

<sup>12</sup>Švedsko-ameriški elektroinženir in fizik John Bertrand Johnson, 1887–1970.

<sup>13</sup>Švedsko-ameriški elektroinženir Harry Nyquist, 1889–1976.

<sup>14</sup>Johnson je bil leta 1928 prvi, ki je pojav opazoval, Nyquist pa kmalu za eksperimentom podal teoretično razlago.

<sup>15</sup>H. Nyquist, Phys. Rev. **32**, 110 (1928).

### Šum temnega toka

Natančna opazovanja pokažejo, da na večini detektorjev zaznamo nek majhen izhodni signal tudi v odsotnosti svetlobe. To je temni tok, do katerega pride zaradi spontanega nastanka para elektron–vrzel ali spontane emisije elektronov (glej enačbo 3.25). Izraza za temni tok tukaj ne bomo izpeljevali, povejmo le, da je sorazmeren s površino diode  $S$  in eksponentno odvisen od temperature  $T$  in energijske reže polprevodnika  $E_g$

$$I_0 = j_0 S e^{-E_g/kT}. \quad (3.47)$$

Zaradi diskretne narave elektronov se – podobno kot v primeru diskretnih vpadnih fotonov – tudi tukaj pojavi šum štetja, le da namesto povprečne vrednosti signala zaradi vpadne svetlobe nastopa temni tok. Enačbo (3.39) zato zapišemo kot

$$\overline{\Delta I^2} = 2I_0 e_0 \Delta v_B. \quad (3.48)$$

Manjši šum je pri detektorjih, ki imajo manjši temni tok, na primer pri siliciju. Germanij ima na splošno večji temni tok in zato tudi več šuma temnega toka. Pomembno vlogo ima tudi temperatura, saj v temnem toku nastopa v eksponentu. S hlajenjem lahko šum temnega toka znatno zmanjšamo.

### Šum zaradi sevanja ozadja

Kot že ime pove, pride do te vrste šuma zaradi sevanja ozadja pri končni temperaturi. Okolico obravnavamo kot črna telesa in spekter njihovega sevanja opisuje Planckov zakon (enačba ?? in slika ??). Z naraščajočo temperaturo telesa se spektralni vrh pomika k nižjim valovnim dolžinam in s tem v infrardeče valovanje ali celo v vidno svetobo. Sevanje ozadja predstavlja zato največji problem pri meritvah v območju okoli  $10\text{--}30\text{ }\mu\text{m}$ , v katerem še telesa pri sobni temperaturi znatno sevajo. Detektorjem za infrardeče valovanje pogosto zmanjšamo aperturo na najmanjšo možno, poleg tega jih izoliramo od okolice in hladimo.

Sevanje ozadja je neodvisno od vpadnega signala. Ker detektor ne loči fotonov, ki vpadejo nanj kot signal, in tistih, ki vpadejo nanj iz ozadja, se prispevek ozadja kar prišteje signalu. Šum štetja (enačba 3.39) se tako poveča na

$$\overline{\Delta I^2} = \frac{2\eta e_0^2 \Delta v_B}{h\nu} \frac{(P+P_o)}{(P+P_o)}, \quad (3.49)$$

pri čemer  $P_o$  označuje moč vpadne svetlobe iz ozadja.



V detektorjih, v katerih pride do notranjega ojačevanja (npr. fotopomnoževalka ali plazovna fotodioda), se skupaj s signalom ojači tudi šum. Če se signal ojači za faktor  $G$ , se za isti faktor povečajo tudi šum štetja, šum ozadja in šum temnega toka. Poleg tega pride do ojačenja šuma zaradi naključnega večanja števila fotonov med pomnoževanjem signala. V tem primeru nastopi še dodaten faktor, večji od ena, ki je odvisen od snovi, strukture in ojačenja fotodetektorja. Tipična vrednost je okoli  $1,5\text{--}2$ , lahko pa doseže vrednosti tudi nad 10.

### Seštevanje šumov

Spoznali smo, da je več vrst šuma, ki so pri različnih pogojih različno pomembni. Na splošno lahko vse prispevke združimo v skupni šum, pri čemer seštevamo kvadrate odstopanj

$$\overline{\Delta I^2} = \overline{\Delta I^2}_{\text{štetja}} + \overline{\Delta I^2}_{\text{termični}} + \overline{\Delta I^2}_{\text{temni}} + \overline{\Delta I^2}_{\text{ozadja}}. \quad (3.50)$$

Če vstavimo izraze za tokove (enačbe 3.39, 3.46, 3.48 in 3.49), sledi

$$\overline{I^2} = \left( 2\bar{I}e_0 + 2I_0 e_0 + 2I_o e_0 + \frac{4kT}{R} \right) \Delta v_B. \quad (3.51)$$

Navadno prevlada termični šum nad ostalimi. Izjema je detekcija v infrardečem delu svetlobe, kjer pomembno vpliva šum ozadja, in pri zelo nizkih intenzitetah vpadne svetlobe, ko pride do izraza šum štetja.

Izraz za razmerje signal proti šumu zapišemo kot

$$SNR = \frac{\bar{I}^2}{\left( 2\bar{I}e_0 + 2I_0 e_0 + 2I_o e_0 + \frac{4kT}{R} \right) \Delta v_B}. \quad (3.52)$$

Iz zisanega razberemo, da so vsi prispevki v imenovalcu neodvisni od intenzitete vpadne svetlobe razen šuma štetja. Le-ta je pri majhnih intenzitetah majhen in celoten šum zato praktično konstanten. V tem primeru  $SNR$  narašča kvadratno z intenziteto vpadne svetlobe. Pri velikih intenzitetah šum štetja prevlada nad ostalimi prispevki in odvisnost  $SNR$  od intenzitete postane linearnejša.

---

**Naloga 3.9.2** Oceni šum štetja, termični šum in šum temnega toka na silicijevi fotodiodi, če nanjo vpada svetloba z valovno dolžino  $\lambda = 850$  nm in vpadno močjo  $P = 0,1$  mW. Kvantni izkoristek diode je 85 %, spektralna širina  $\Delta v_B = 150$  MHz, temni tok 10 nA, skupna upornost  $50\Omega$  in temperatura 300 K. Pokaži, da je razmerje signal proti šumu  $SNR \sim 250$ .

---

Pomemben parameter, ki ga pogosto vpeljemo, je  $NEP$  (*Noise Equivalent Power* – moč, ki ustreza šumu). Gre za vpadno moč svetlobe, ki je po velikosti primerljiva s šumom, in zato predstavlja spodnjo mejo še možne detekcije. To se navadno zgodi pri zelo nizkih močeh vpadne svetlobe, pri katerih je šum štetja zanemarljiv. Pogoj, pri katerem je  $SNR = 1$ , zapišemo kot

$$NEP \frac{e_0}{hv} \eta \approx \sqrt{\left( 2I_0 e_0 + \frac{4kT}{R} \right) \Delta v_B}. \quad (3.53)$$

Sledi

$$NEP = \frac{hv}{\eta e_0} \sqrt{\left( 2I_0 e_0 + \frac{4kT}{R} \right) \Delta v_B}. \quad (3.54)$$

---

**Naloga 3.9.3** Izračunaj  $NEP$  za primer germanijeve diode pri vpadni svetlobi z valovno dolžino  $\lambda = 1,5$  μm in kvantnim izkoristkom  $\eta = 0,5$ . Temperatura detektorja je  $T = 300$  K in temni tok  $I_0 = 15$  μA. Skupna upornost je  $R = 2$  kΩ, pasovna širina zajemanja svetlobe pa  $\Delta v_B = 150$  MHz.

---



Zaradi priročnosti je pogosto podan  $NEP$  na koren spektralne širine, saj ta ni karakteristična za detektor, ampak je odvisna od časa zajemanja. Podatek, ki ga navedejo proizvajalci detektorjev, je  $NEP$  v enotah  $W/\sqrt{\text{Hz}}$ . Tipične vrednosti so  $10^{-11}$ – $10^{-15}$   $W/\sqrt{\text{Hz}}$ , pri čemer najmanjše vrednosti dosegajo silicijeve fotodiode.

Pri zapisu  $NEP$  (enačba 3.54) smo privzeli, da termični šum in šum temnega toka prevladata nad šumom štetja signala. Če uspemo ta dva prispevka znatno zmanjšati, tako da postane šum štetja

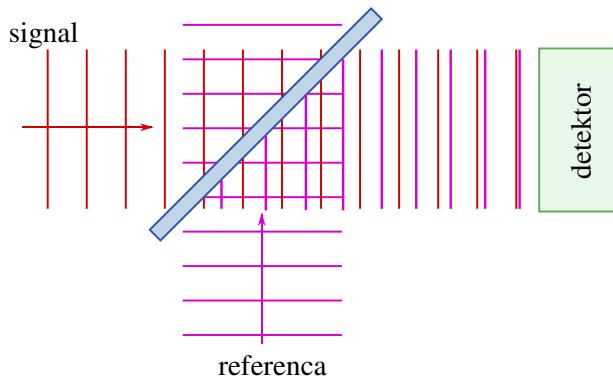
signalna vodilni člen, dosežemo kvantno limito optične detekcije. Takrat je

$$NEP = \frac{2hv\Delta\nu_B}{\eta}, \quad (3.55)$$

kar znaša za zgoraj opisane primere  $NEP \sim 10^{-10}$  W. Kvantna limita je z navadnim merjenjem praktično nedosegljiva, saj je treba odpraviti vse ostale izvore šuma. En način, kako jo vseeno lahko dosežemo, je s heterodinskim načinom detekcije, ki ga bomo spoznali v naslednjem razdelku.

### 3.10 Heterodinska detekcija

Heterodinska detekcija (pogosto imenovana tudi koherentna detekcija) je poseben način detekcije svetlobe, ki omogoča zaznavanje zelo šibkih signalov. Za razliko od direktne detekcije, ki smo jo obravnavali do zdaj in pri kateri pride do neposredne zaznave vpadnega fotona, gre pri heterodinski detekciji za zaznavanje valovanja z amplitudo in fazo. Pri takem pristopu detektor svetlobe osvetlimo hkrati s signalom in z močno referenčno svetobo, katere frekvanca se le malo razlikuje od frekvence signala.



Slika 3.21: Shema heterodinske detekcije

Vpadni signal zapišemo z

$$E_s = E_{s0} \cos(\omega_s t + \phi), \quad (3.56)$$

referenčnega pa z

$$E_r = E_{r0} \cos(\omega_r t), \quad (3.57)$$

pri čemer je  $E_{r0}$  konstanta. Če sta oba vpadna snopa vzporedna<sup>16</sup> je intenziteta, ki vpada na detektor, enaka

$$I \propto |E|^2 = |E_s + E_r|^2 = |E_{s0}|^2 \cos^2(\omega_s t + \phi) + |E_{r0}|^2 \cos^2(\omega_r t) + 2E_{s0}E_{r0} \cos(\omega_s t + \phi) \cos(\omega_r t). \quad (3.58)$$

Prva dva člena v izrazu se zelo hitro spreminja in zato predstavlja zgolj izpovprečen konstanten prispevek.

<sup>16</sup>Dodaten pogoj je, da imata isto polarizacijo in čim bolj podoben polmer ter ukrivljenost valovnih front.

Zanimiv je tretji člen, ki ga lahko zapišemo kot

$$E_{s0}E_{r0}(\cos(\omega_s t + \omega_r t + \phi) + \cos(\omega_s t - \omega_r t + \phi)). \quad (3.59)$$

Člen z vsoto obeh frekvenc se izpovpreči, drugi člen pa ne in ga lahko zaznavamo. Pri tem smo privzeli, da je razlika frekvenc dovolj majhna, da seže v odzivno območje detektorja. Poseben primer, ko sta frekvenci povsem enaki, imenujemo homodinski režim detekcije.

Ker je referenčni žarek navadno bistveno močnejši od signalnega, je celotna intenziteta na detektorju enaka

$$|E|^2 \approx \frac{1}{2}|E_{r0}|^2 + E_{s0}E_{r0} \cos(\omega_s t - \omega_r t + \phi). \quad (3.60)$$

S tem znatno pridobimo na občutljivosti, saj na detektorju ne zaznavamo več kvadrata majhnega signala, ampak majhen signal, pomnožen z velikim referenčnim.

Poglejmo še razmerje  $SNR$  za primer heterodinske detekcije. Največji prispevek k šumu je zaradi šuma štetja referenčne svetlobe, saj je ta praviloma bistveno močnejša od signala

$$\overline{\Delta I^2} = 2I_r e_0 \Delta v_B = e_0^2 \Delta v_B \frac{\eta E_{r0}^2}{h\nu}, \quad (3.61)$$

pri čemer smo z  $I_r$  označili tok, ki steče zaradi referenčne svetlobe. Signal v tem primeru ni več vpadni signal, ampak kombinirani izhod iz detektorja, ki ga zaznavamo le pri razliki frekvenc  $\omega_s - \omega_r$ . Sledi

$$SNR = \frac{\left(\frac{e_0 \eta}{h\nu} E_{s0} E_{r0}\right)^2}{e_0^2 \Delta v_B \frac{\eta E_{r0}^2}{h\nu}} = \frac{\eta}{h\nu \Delta v_B} E_{s0}^2. \quad (3.62)$$

Če to primerjamo z vrednostjo  $SNR$  pri navadni detekciji (enačba 3.40), vidimo, da se razmerje signal proti šumu pri isti pasovni širini izboljša za faktor 2 (ozioroma še več, če je prisoten še kakšen drug šum). Ker je pri navadni detekciji težko meriti pri tako majhni pasovni širini, je razmerje signal proti šumu v primeru heterodinske detekcije posledično praviloma znatno večje od razmerja, ki ga dosežemo pri navadni detekciji. Prednost heterodinskega načina detekcije je tudi, da je neobčutljiv za svetlobo iz ozadja in se zato pogosto uporablja za detekcijo infrardečega valovanja.

# Stvarno kazalo

- NEP*, 258  
*SNR*  
    see Razmerje signal proti šumu, 255  
 $\pi$ -napetost, 178, 179, 181  
Čričkanje, 162, 234  
Črpanje, 83  
Štirinivojski sistem, 83, 125, 127, 129  
Šum, 253  
    štetja, 253, 254  
    seštevanje, 257  
    sevanja ozadja, 253, 257  
    temnega toka, 253, 257  
    termični, 253, 256  
Življenski čas nihanj, 64
- ABCD matrike, 51, 53, 61  
Absorpcija, 80, 222, 236  
Absorpcija fotona, 77, 84  
Absorpcijski koeficient, 80, 82, 89  
Akusto-optični modulator, 187  
Akusto-optični pojav, 183, 185, 188  
Atenuacijski koeficient, 222  
Avtokorelacijska funkcija, 30
- BaTiO<sub>3</sub>, 26, 138, 139, 175  
Bennettova vdolbina, 88  
Besslov snop, 47  
    divergenca, 47  
Bining, *glej* Združevanje pikslov  
Bolometer, 235, 237, 251  
Boltzmannova porazdelitev, 75, 79, 256  
Braggov odboj, 68, 186, 197  
Braggov uklon, 185, 189, 190  
Brewstrov kot, 16  
Brewstrovo okno, 17  
Brillouinovo sisanje, 170  
    stimulirano, 170, 234
- CaCO<sub>3</sub>, *glej* Kalcit  
CS<sub>2</sub>, 156–158, 172
- Detektor, 235  
    CCD, 251  
    CMOS, 251, 253  
    kvantni, 235, 240
- občutljivost, 235, 241  
odzivni čas, 235–237, 249  
prag detekcije, 235  
spektralni odziv, 235, 245  
termični, 235, 236
- DFG, *glej* Generacija razlike frekvenc  
Dielektričnost, 9, 22, 188, 192  
    inverzna, 173, 183
- Disperzija, 162, 163, 202, 214  
    kompenzacija, 221  
    materialna, 215  
    podaljšanje sunka, 217, 218  
    polarizacijska, 217  
    rodovna, 217, 233  
    valovodna, 216
- Dobrota resonatorja, 65  
Dopplerjeva razširitev, 31, 56, 87, 88, 123, 125, 127
- Dvolomnost, 24, 144, 179, 184  
    dvoosne snovi, 22, 177, 179  
    enoosne snovi, 22, 23, 144, 176, 177, 192, 195
- Dvonivojski sistem, 76, 78, 88, 90, 93
- Einsteinovi koeficienti, 78, 90, 92  
Elasto-optični pojav, 183  
Elasto-optični tenzor, 184  
Električna polarizacija, 9, 137, 155, 171, 188  
Električno polje  
    gostota, 9, 22  
    jakost, 9, 11, 137
- Elektro-optična modulacija  
    amplitudna, 173, 180  
    fazna, 173, 181  
    frekvenčna, 173, 181  
    linearna, 181  
    longitudinalna, 176, 180, 181  
    transverzalna, 178
- Elektro-optični deflektor, 183  
Elektro-optični pojav, 173  
    kvadratni, *glej* Kerrov pojav  
    linearni, *glej* Pockelsov pojav
- Elektro-optični tenzor, 174  
Elektromagnetno valovanje, 11, 73

- Elipsoid lomnega količnika, 22  
Energija polja, 75  
Energijski nivoji  
    argon, 125  
    CO<sub>2</sub>, 127  
    ekscimer, 128  
    He-Ne, 123  
    Nd:YAG, 129  
    Ti:safir, 131  
Erbij, 226  
Evanescenčno polje, 17, 228  
  
Fabry-Perotov interferometer, 55, 57, 65, 71  
Faktor  $M^2$ , 42  
Fotocelica, *glej* Fotodioda, vakuumski  
Fotodioda, 245, 255  
    *p-i-n*, 245, 249, 250  
    *p-n*, 245, 249  
    fotovoltaik, 245, 247, 248  
    heterostrukturna, 249  
    kratko sklenjena, 245, 247, 248  
    plazovna, 235, 240, 250, 251, 257  
    polprevodniška, 235, 240, 258  
    prevodna smer, 245, 246  
    Schottkyjeva, 249, 251  
    vakuumski, 235, 240  
    zaporna smer, 245, 247, 249, 250  
Fotoefekt, 235, 240  
    notranji, 240, 243, 245  
    zunanji, 240  
Foton, 75  
Fotopomnoževalka, 240, 243, 257  
Fotoprevodnik, 240, 243, 251  
Fotupornik, *glej* Fotoprevodnik  
Fouriereva optika, 40  
Fouriereva spektroskopija, 34  
Frankova prosta energija, 198  
Fraunhoferjev uklon, 20, 36, 39, 46  
Frederiksov prehod, 198  
Fresnel-Kirchhoffov integral, 19  
Fresnelov uklon, 20, 36, 39, 40, 46  
Fresnelove enačbe, 15  
Fresnelovo število, 20, 57, 64  
  
GaAs, 154, 157, 175, 242  
GaP, 154  
GaSe, 154  
Gaussov snop, 41, 43, 58  
    divergenca, 42  
    dolžina grla, 42  
  
efektivni polmer, 210, 225  
faza, 43  
frekvenčno podvajanje, 147, 148  
grlo, 41  
intenziteta, 43  
krivinski radij, 43  
polmer, 41  
Gaussov sunek, 219  
Generacija razlike frekvenc, 139  
Generacija vsote frekvenc, 139  
Germanij, 243, 245, 257, 258  
Gibljivost, 244  
Gostota električnega toka, 244  
Gostota energije, 11, 13, 76, 193  
Gostota energijskega toka, 11–13, 31, 161, 191, 206  
Gostota stanj, 55, 74, 79  
Gouyeva faza, 43, 45, 62  
  
Hamiltonova funkcija, 75, 93  
Harmonski oscilator, 75, 91, 171, 213  
Helmholtzeva enačba, 12, 40, 47, 203, 207, 223  
Hermite-Gaussovi snopi, 45, 68  
Heterodinska detekcija, 259  
Hitrost valovanja, 10, 22  
    fazna, 202  
    grupna, 164, 202, 214, 218  
    solitonov, 161  
Hologram, 191  
Homodinska detekcija, 260  
Huygensovo načelo, 19  
  
Infrardeče valovanje, 18, 34, 141, 150, 152, 222, 235, 239, 240, 242, 243, 245, 251, 257, 260  
InGaAs, 245  
Intenziteta, *glej* Gostota energijskega toka  
Interferenca, 27, 30, 34, 37  
Izgube v optičnih vlaknih, 222  
    Rayleighovo sisanje, 222  
    spoj dveh vlaken, 225  
    ukriviljeno vlakno, 223  
Izgube v resonatorju, 64, 69  
    notranje, 64  
Izstopno delo, 240  
  
Johnson-Nyquistov šum, *glej* Šum, termični  
Johnsonov šum, *glej* Šum, termični  
Jonesov vektor, 13  
Jonesova matrika, 14

- Kalcit, 25  
 Karakteristika diode, 247  
 Karakteristika fotodiode, 248, 250  
 KDP, 26, 138, 142, 146, 148, 175, 176, 178  
 Kerrov pojav, 174
  - optični, 155, 168, 234
 Kerrov tenzor, 174  
 $\text{KH}_2\text{PO}_4$ , *glej* KDP  
 Kirchhoffov integral, 18, 66  
 Kleinmanova domneva, 138  
 Koeficient  $M$ , 191  
 Koeficient ojačenja, 85  
 Koherenčna dolžina, 30  
 Koherenčna ploskev, 34, 36  
 Koherenčna razdalja, 28, 34  
 Koherenčni čas, 27, 30, 32  
 Koherenca, 27
  - časovna, 27, 29
  - prostorska, 28, 34
 Kompleksna ukrivljenost, 44  
 Kompleksni krivinski radij, 44  
 Kvantizacija polja, 73, 90  
 Kvantna limita detekcije, 259  
 Kvantni izkoristek, 241, 244
  - notranji, 241
  - zunanji, 241
 Laguerre-Gaussovi snopi, 46  
 Lambova vdolbina, 89  
 Laser, 122
  - argonski, 83, 125, 128
  - $\text{CO}_2$ , 126, 128
  - ekscimerni, 128
  - He-Ne, 50, 83, 86, 87, 123, 128
  - Nd:steklo, 130, 131
  - Nd:YAG, 83, 86, 87, 129, 130, 141
  - organska barvila, 132, 221
  - polprevodniški, 83
  - Ti:safir, 83, 130, 131, 221
  - vlakenski, 31, 68, 133
  - zgradba, 124, 125, 127, 130
 Laserski sistemi, 122  
 Lastne frekvence resonatorja, 55, 56, 62  
 LED, 31  
 $\text{LiNbO}_3$ , 26, 138, 152, 153, 172, 175, 178, 184  
 $\text{LiTaO}_3$ , 238, 239  
 Lomni količnik, 10, 22, 24, 144, 173, 177, 184, 185, 192, 201
  - efektivni, 156
  - grupni, 215, 217
 izredni, 23  
 nelinearni, 156  
 redni, 23  
 Lomni zakon, 15, 24  
 Magnetizacija, 9  
 Magnetna permeabilnost, 9  
 Magnetno polje
  - gostota, 9
  - jakost, 9, 11
 Makerjeve oscilacije, 143  
 Marcusejeva formula, 210, 225  
 Maxwellova porazdelitev, 87  
 Maxwellove enačbe, 9
  - robni pogoji, 10
 Metoda sklopljenih valov, 188  
 Metoda vzdolžnega premika, 159  
 Michelsonov interferometer, 29  
 Multipleksiranje, 223  
 Nasičena absorpcija, 81
  - nehomogeno razširjene črte, 88
 Navzkrižna fazna modulacija, 234  
 Navzkrižna korelacijska funkcija, 35, 36  
 Nedejavni žarek, 151  
 Nelinearna optika, 137
  - drugega reda, 139, 233
  - tretjega reda, 155, 234
  - v vlaknih, 233
 Neujemanje faz, 152  
 Ničelna energija, 75  
 Normirana frekvenca, 206  
 Notranje ojačenje, 250, 257  
 Numerična odprtina, 201  
 Nyquistov šum, *glej* Šum, termični  
 Območje bližnjega polja, 42  
 Obosna valovna enačba, 40, 45, 58, 149, 159, 219  
 Obrnjena zasedenost, 83, 85, 226  
 Ojačenje signala, 244  
 Omejen snop, 39  
 Operator
  - anihilacijski, 91
  - kreacijski, 91
 Optična fazna konjugacija, 166, 167  
 Optična indikatrisa, *glej* Elipsoid lomnega količnika  
 Optična os, 23  
 Optična pinceta, 187

- Optični parametrični oscilator, 152  
Optični vodnik, 201  
    štivo rodov, 206  
    enorodovni, 202, 205  
    lastni rodovi, 203  
    lihi rodovi, 204  
    plašč, 201  
    planparalelni, 201, 203, 223  
    sodi rodovi, 204  
    sredica, 201  
    TE rodovi, 203  
    TM rodovi, 206  
    večrodovni, 205  
Optično črpanje, 84  
Optično frekvenčno podvajanje, 139, 141, 147, 233  
Optično ojačevanje, 83, 86  
    v vlaknih, 172, 226  
Optično parametrično ojačevanje, 150  
Optično usmerjanje, 139, 153  
Optično vlakno, 201, 207  
    dopirano z erbijem, 226  
    EH rodovi, 210  
    enorodovno, 202, 207, 218, 222  
    HE rodovi, 210  
    LP rodovi, 211  
    parabolični profil, 213  
    TE rodovi, 208  
    TM rodovi, 208  
    večrodovno, 207, 217  
Paraksialna enačba, *glej* Obosna valovna enačba  
Parametrično ojačevanje, *glej* Optično parametrično ojačevanje  
Pasovna širina detekcije, 255  
PbS, 243  
Piksel, 251, 253  
Piroelektrični detektor, 235, 238  
Planckov zakon, 76, 257  
Ploščica  $\lambda/2$ , 14, 178, 194  
Ploščica  $\lambda/4$ , 14, 181  
Pockelsov pojav, 174  
Pockelsov tenzor, *glej* Elektro-optični tenzor  
Poissonova porazdelitev, 254  
Polarizacija, 13  
    circularna, 13  
    eliptična, 13, 22  
    linearna, 13  
    TE, 15, 202  
    TM, 15, 202  
Polprevodniška fotodioda, *glej* Fotodioda, polprevodniška  
Polprevodnik  
    izpraznjeni sloj, 246  
    tip  $n$ , 246  
    tip  $p$ , 246  
Poyntingov teorem, 11  
Poyntingov vektor, 11, 12, 47  
Preklop dobrote, 187  
Prekrivalni integral, 225, 227  
Presek za absorpcijo, 80, 86  
Presek za stimulirano sevanje, 85, 86  
Preslikava čez lečo, 48  
Rabijeva frekvenca, 94  
Rabijkeve oscilacije, 93  
Raman-Nathov uklon, 185, 191  
Ramanovo sipanje, 170  
    anti-Stokesovo, 170  
    stimulirano, 170, 234  
    Stokesovo, 170  
Ravni val, 12, 28, 39, 40, 73  
Rayleighova dolžina, 42  
Rayleighovo območje, *glej* Območje bližnjega polja  
Rayleighovo sipanje, 170, 222  
Razmerje signal proti šumu, 235, 255  
Razpadni čas, 77  
Resonator, 55  
    ciklični, 68  
    koncentrični, 60, 61  
    konfokalni, 60, 63, 64, 66  
    nestabilen, 61  
    odprt, 56  
    parametrični oscilator, 152  
    planparalelni, 58, 60, 61, 63  
    simetrični, 59  
Samo-fazna modulacija, 234  
Samozbiranje, 155, 157  
Saturacijska gostota toka, 81, 85  
Schrödingerjeva enačba, 93  
    nelinearna, 160, 165  
Sekularna enačba  
    lihi rodovi, 204  
    sodi rodovi, 204  
    TE rodovi, 209  
Semiklasični model, 93  
Sevanje črnega telesa, 31, 34, 75, 76, 78, 257  
SFG, *glej* Generacija vsote frekvenc

- SHG, *glej* Optično frekvenčno podvajanje  
 Silicij, 243–245, 251, 257, 258  
 $\text{SiO}_2$ , 165, 172, 215, 216, 222, 233, 249, 251  
 Sklopitev štirih valov, 234  
 Sklopitev med valovodi, 228  
     3-dB sklopitev, 231  
 Sklopitev resonatorja  
     z okolico, 68  
     z resonatorjem, 72  
 Sklopitev v optično vlakno, 227  
     čelna sklopitev, 227  
     bočna sklopitev, 227  
 Soliton  
     krajevni, 157–159  
     optični, 162, 163, 234  
 Spekter, 31  
     Gaussov, 31, 33, 87  
     Lorentzov, 31, 33, 65, 77, 87  
     Planckov, 34, 76  
     Voigtov, 87  
 Spektralna črta, 77  
     homogena razširitev, 86  
     nehomogena razširitev, 87, 131  
 Spektralna širina, 32  
 Spektralna gostota energije, 76–79  
 Spontano sevanje, 77, 84, 92  
 Stabilnost resonatorja, 57, 59, 62  
 Standardni odklon, 254  
 Stik  $p$ - $n$ , 246  
 Stimulirano sevanje, 77, 84, 92, 226  
 Stoječe valovanje, 55, 57, 68, 73  
 Susceptibilnost  
     efektivna, 141, 145, 171  
     električna, 9  
     kompleksna, 172  
     linearna, 137  
     magnetna, 9  
     nelinearna, 137, 138  
     nelinearna, efektivna, 156
- Tekočekristalni prikazovalnik, 194  
 Tekoči kristali, 26, 192  
     5CB, 192  
     direktor, 192  
     holesterik, 197  
     nematik, 192  
     zasukan nematik, 194, 195  
 Telur, 26, 138, 147  
 $\text{TEM}_{00}$ , 61  
 Temni tok, 242, 247, 248, 257  
 Teraherčno valovanje, 153, 235, 237  
 Termistor, 237  
 Termočlen, 235, 238  
 TGS, 238  
 Tirna vrtilna količina, 47  
 Totalni odboj, 17, 68, 201, 228  
 Trinivojski sistem, 83, 123  
 Ujemanje faz, 143, 144, 147, 149, 151, 155, 233  
 Uklepanje faz, 187, 220, 221  
 Uklon, 18, 39, 66, 184, 185  
 Uklonska mrežica, 110, 127, 133, 185, 187, 221  
 Ultravijolično valovanje, 147, 222, 235, 240, 242, 245, 249  
 Valovna enačba, 10, 207  
     nelinearna, 139, 163, 168  
 Valovni vektor, 12, 73, 202  
 Valovno število, 12, 203  
 van Cittert-Zernikov teorem, 36  
 Varianca, 254  
 Verjetnost za prehod, 77, 90  
 Wiener-Hinčinov teorem, 32  
 Youngov poskus, 27, 34  
 Z-scan, *glej* Metoda vzdolžnega premika  
 Zaporni tok, *glej* Temni tok  
 Zasedenost stanj, 78  
 Združevanje pikslov, 252  
 ZnSe, 157  
 ZnTe, 154, 175