

FOTONIKA

Martin ČOPIČ
Mojca VILFAN

Recenzenti: ***

Lektor: ***

Risbe in diagrami: Mojca Vilfan in Andrej Petelin

Oblikovanje, postavitev in prelom: Mojca Vilfan

Naslovne slike poglavij: Mojca Vilfan, Martin Rigler (str. 120 in 176), Andrej Petelin (str. 37), ESO (str. 93), Irena Drevenšek (str. 140), in NASA (str. 238)

©Kopiranje in razmnoževanje besedila ali njegovih delov ter slik je dovoljeno samo z odobritvijo avtorjev knjige.

LJUBLJANA, 2019

Kazalo

1	Laser	7
1.1	Laser	7
1.2	Zasedbene enačbe	9
1.3	Spektralna širina enega laserskega nihanja	12
1.4	Primerjava laserjev in navadnih svetil	14
1.5	Večfrekvenčni laser	15
1.6	Relaksacijske oscilacije	17
1.7	Sunkovni laserji	19
1.8	Delovanje v sunkih s preklopom dobrote	20
1.9	Uklepanje faz	22
1.10	*Stabilizacija frekvence laserja na nasičeno absorpcijo	25
1.11	*Absolutna meritev frekvence laserja in definicija metra	27
1.12	*Semiklasični model laserja	29
2	Primeri laserjev	34
2.1	Laserski sistemi	34
2.2	He-Ne laser	35
2.3	Argonov ionski laser	37
2.4	CO ₂ laser	38
2.5	Ekscimerni laser	40
2.6	Neodimov laser	41
2.6.1	Nd:YAG	41
2.6.2	Nd:steklo	43
2.7	Ti:safir laser	43
2.8	Laserji na organska barvila	44
2.9	Vlakenski laserji	45
2.10	Polprevodniški laserji	47
2.10.1	Svetlobne diode - LED	53
3	Optična vlakna	54
3.1	Planparalelni vodnik	54
3.2	Račun lastnih rodov v planparalelnem vodniku	56

3.3	Cilindrično vlakno	60
3.4	Disperzija	67
3.5	*Potovanje kratkega sunka po enorodovnem vlaknu	71
3.6	Izgube in ojačenje v optičnih vlaknih	75
3.7	Sklopitev svetlobe v optične vodnike	79
3.8	Sklopitev med optičnimi vodniki	80
3.9	*Vpliv spremembe lomnega količnika vlakna na širjenje svetlobe	84
3.10	Nelinearni pojavi v optičnih vlaknih	86

Predgovor

Fotonika je veda o svetlobi. Obsega izredno široka področja nastanka svetlobe in svetlobnih virov, uporabe svetlobe v različne namene, širjenja optičnih signalov in njihovega spreminjanja ter zaznavanja svetlobe. V zadnjih desetletjih je zato fotonika doživela izreden razcvet v raziskavah in tehnološki uporabi.

V pričajoči knjigi bomo obravnavali osnove fotonike. Po kratki ponovitvi splošne optike bomo spoznali delovanje laserjev in lastnosti laserske svetlobe, nadaljevali z nelinearnimi optičnimi pojavni in modulacijo svetlobe ter zaključili s prenosom in detekcijo laserskih signalov. Knjiga je zato zelo primerna predvsem za študente II. stopnje fizike, ki že imajo znanje optike in zahtevanih matematičnih prijemov, ga pa priporočava vsakemu, ki ga področje fotonike zanima, naj bo to ljubiteljsko ali profesionalno. Bralcu v razmislek sva dodala nekaj nalog, zahtevnejša podoglavlja pa so označena z zvezdico.

Prvotno gradivo za to knjigo je nastalo po zapisih s predavanj pri predmetu Elektrooptika in kasneje Fotonika ter Fizika laserjev. Gradivo sva dopolnila, posodobila in prilagodila obravnavani snovi pri predmetih Fotonika I in Fotonika II. Za pomoč pri pripravi se najlepše zahvaljujeva prof. dr. Ireni Drevenšek Olenik, ki je kot dolgoletna predavateljica Fotonike znatno pripomogla k oblikovanju te knjige, in Andreju Petelinu za pomoč pri delu ter ostalim sodelavcem z Odseka za kompleksne snovi Instituta "Jožef Stefan" za sodelovanje pri pripravi.

Avtorja

Priporočena dodatna literatura

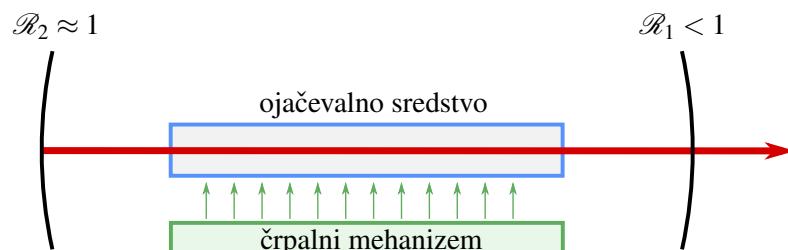
- A. Yariv in P. Yeh, Photonics, Sixth Edition, Oxford University Press, 2007.
- B. E. A. Saleh in M. C. Teich, Fundamentals of Photonics, 2nd Edition, Wiley, New Jersey, 2007.
- G. A. Reider, Photonics, An Introducion, Springer, Berlin, 2016.
- W. T. Silfvast, Laser Fundamentals, Second Edition, Cambridge University Press, 2008.
- C. C. Davis, Lasers and Electro-Optics, Cambridge University Press, 2006.
- O. Svelto, Principles of Lasers, Fifth Edition, Springer, New York, 2010
- K. F. Renk, Basics of Laser Physics, Second Edition, Springer, Berlin, 2017.
- J. W. Goodman, Statistical Optics, Second Edition, Wiley, New Jersey, 2015.
- W. Demtröder, Laser Spectroscopy, Fifth Edition, Springer, Berlin, 2014.
- G. New, Introduction to Nonlinear Optics, Cambridge University Press, 2011.
- R. W. Boyd, Nonlinear Optics, Third Edition, Academic Press, 2008.
- V. Degiorgio in I. Cristiani, Photonics, A Short Course, Springer International, 2016.

1. Laser

V prejšnjih poglavjih smo spoznali resonatorje, pojasnili ojačevanje svetlobe in opisali črpanje, ki je potrebno za ojačevanje optičnega signala. V tem poglavju bomo vsa ta spoznanja združili in komponenete sestavili v eno samo napravo – laser. Opisali bomo delovanje laserjev in spoznali njihove prednosti pred navadnimi svetili. Zapisali bomo zasedbene enačbe in razložili delovanje laserjev, spoznali zanimive spremljujoče pojave, opisali načine delovanja laserjev v sunkih in na koncu predstavili še semiklasični model laserja.

1.1 Laser

Spoznali smo, da se svetloba pri prehodu skozi sredstvo z obrnjeno zasedenostjo med dvema nivojem ojačuje. Postavimo tako sredstvo v optični resonator. Na začetku nastaja predvsem spontano izsevana svetloba, ki se med zrcalom resonatorja odbija in ob vsakem preletu skozi snov postopoma ojačuje. Vzbuja se nihanja resonatorja z nihajnimi frekvencami blizu frekvence atomskega prehoda, pri katerih snov ojačuje. Energija nihanj z dovolj majhnimi izgubami narašča, dokler se ojačenje ne izenači z izgubami. Sistem preide v stacionarno stanje in seva močno koherentno svetljivo. Tak izvor svetlobe imenujemo laser. Beseda laser je nastala iz kratice za *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* – ojačenje svetlobe s stimuliranim sevanjem.



Slika 1.1: Shema laserja s ključnimi deli: ojačevalno sredstvo, črpalni mehanizem in resonator



Kot klasično analogijo za laser vzemimo klarinet, ki je sestavljen iz cevi in ustnika. Cev deluje kot resonator, v katerem nastane stojni zvočni val, pri čemer je frekvenca stoječega vala določena z dolžino cevi in s številom vozlov. Naloga ustnika je dovajanje energije in s tem vzdrževanje konstantne amplitудe nihanja. To glasbenik doseže s pihanjem v ustnik in tresenjem prožnega jezička, ki s tresljaji proizvaja zvok. Tresenje jezička je približno periodično in vsebuje mnogo različnih frekvenc, tudi take, ki ustrezojo frekvenci stoječih valov v cevi. Ko amplituda tlaka v cevi naraste nad neko mejo, pride do zanimivega pojava. Nihanje tlaka v gornjem koncu cevi povratno deluje na ustnik in ga sila, da niha s frekvenco najmočneje vzbujenega stoječega vala v cevi, druge frekvence pa zamrejo. Moč pihanja gre le še v nihanje jezička s pravo frekvenco in ojačuje nihanje zračnega stolpca. Tako se s povratno zvezo med nihanjem jezička in stoječim valovanjem v cevi vzdržuje stoječe valovanje s konstantno amplitudo.

V grobem ima laser tri ključne sestavne dele: ojačevalno sredstvo, črpalni mehanizem in ukrivljeni zrcali, ki tvorita resonator (slika 1.1). Črpalni mehanizem vzdržuje obrnjeno zasedenost v ojačevalnem sredstvu, resonator pa omogoča, da se svetloba dovolj ojači in tako stimulirano sevanje prevlada nad spontanim. Odbojnostenost vsaj enega od zrcal mora biti manjša od 1, da skozenj lahko izhaja svetloba.

Pri osnovnem opisu delovanja laserja se omejimo na najpreprostejši model in privzemimo, da frekvenca le enega resonatorskega nihanja sovpada s frekvenco prehoda aktivne snovi. Ta privzeteck v večini laserjev ni avtomatično izpolnjen, vendar ga je pogosto mogoče doseči z dodatnimi elementi v resonatorju. Aktivno snov ozioroma ojačevalno sredstvo v laserju stalno črpamo in s tem vzdržujemo obrnjeno zasedenost.

Naj bo W energija svetlobnega valovanja v resonatorju. Zaradi izgub skozi zrcali in zaradi absorpcije ter sisanja v resonatorju se energija na en obhod resonatorja zmanjša za (enačba ??)

$$\Delta W_{\text{izgube}} = -\Lambda W = -(1 - \mathcal{R}_1 + 1 - \mathcal{R}_2 + 2\alpha L)W, \quad (1.1)$$

kjer so Λ celotne izgube, α so izgube na enoto poti zaradi absoprcije in sisanja, L je dolžina resonatorja, \mathcal{R}_1 in \mathcal{R}_2 pa sta odbojnnosti zrcal. V ojačevalnem sredstvu, v katerem vzdržujemo obrnjeno zasedenost, pride do ojačevanja s stimuliranim sevanjem. Energija nihanja resonatorja se tako na en obhod po enačbi (??) poveča za

$$\Delta W_{\text{ojačenje}} = \frac{G}{1 + W/W_s} W 2L'. \quad (1.2)$$

Namesto saturacijske gostote svetlobnega toka j_s smo vpeljali saturacijsko energijo $W_s = V j_s / c$, L' pa označuje dolžino ojačevalnega sredstva. Račun pogosto poenostavimo, tako da vzamemo $L' = L$, tukaj pa zaradi jasnosti obdržimo ločen zapis. Privzeli smo tudi, da je ojačenje na en obhod dovolj majhno, da enačbe (??) ni treba integrirati.

V stacionarnem stanju se zmanjšanje energije zaradi izgub ravno izenači s povečanjem energije zaradi ojačenja. Zapišemo

$$|\Delta W_{\text{izgube}}| = |\Delta W_{\text{ojačenje}}|, \quad (1.3)$$

od koder sledi

$$\Lambda W = \frac{G 2L'}{1 + W/W_s} W. \quad (1.4)$$

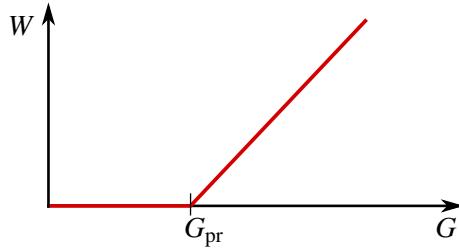
Ta enačba ima dve rešitvi za energijo svetlobnega nihanja. Prva je $W = 0$, druga pa

$$W = W_s \left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right), \quad (1.5)$$

pri čemer je

$$G_{\text{pr}} = \frac{\Lambda}{2L'}. \quad (1.6)$$

Združimo obe rešitvi: energija svetlobe v laserju je pod določeno vrednostjo ojačenja, imenujemo jo ojačenje na pragu delovanja G_{pr} , enaka nič, nad pragom pa linearno narašča z ojačenjem G (slika 1.2). Ojačenje je seveda odvisno od stopnje obrnjene zasedenosti, ta pa je povezana z močjo črpanja.



Slika 1.2: Odvisnost energije svetlobe v laserju od ojačenja

Izhodna moč laserja je enaka energiji, ki zapusti resonator skozi izhodno zrcalo, deljeni s časom obhoda resonatorja $2L/c$

$$P = (1 - \mathcal{R}_1) \frac{c}{2L} W. \quad (1.7)$$

Ker so vsi predfaktorji v gornji enačbi konstantni, je izhodna moč kar sorazmerna z energijo svetlobe v resonatorju. Odvisnost izhodne moči laserja od črpanja je tako do konstante enaka, kot je prikazana na sliki (1.2).

Naloga 1.1.1 Izračunaj izhodno moč iz laserja pri dani dolžini resonatorja $L = L'$, odbojnosti enega zrcala $\mathcal{R}_2 = 1$, notranjih izgubah na enoto dolžine α in ojačenju G . Pokaži, da je izhodna moč največja pri odbojnosti izhodnega zrcala

$$\mathcal{R}_1 = 1 - 2\alpha L \left(\sqrt{\frac{G}{\alpha}} - 1 \right). \quad (1.8)$$

1.2 Zasedbene enačbe

Za podrobnejši opis delovanja laserja zapišimo zasedbene enačbe. Enačbam za zasedenosost atomskih nivojev v trinivojskem sistemu (enačbe ??–??) dodamo še enačbo za energijo lastnega valovanja v resonatorju. Še naprej obravnavajmo primer, ko je vzbujeno le eno resonatorsko stanje, opazujemo pa prehode med prvim in drugim vzbujenim stanjem (slika ?? b).

Preden zapišemo enačbe, napravimo še nekaj poenostavitev. Najprej privzamemo, da je razpadni čas spodnjega laserskega stanja $|1\rangle$, ki ga določa koeficient A_{10} , dosti krajši od razpadnega časa zgornjega stanja $|2\rangle$. Tedaj vsi atomi iz spodnjega stanja zelo hitro preidejo v osnovno stanje in $N_1 \approx 0$, če le ni preveč stimuliranega sevanja. Zanemarimo tudi spontano sevanje iz drugega vzbujenega nivoja $A_{20} \approx 0$. Celoten sistem potem opišemo z dvema spremenljivkama: prva je N_2 , ki označuje zasedenosost drugega vzbujenega stanja in hkrati približno obrnjeno zasedenosost; druga je število fotonov n , ki opisuje energijo v izbranem stanju resonatorja. Gostota energije polja je $w = n\hbar\omega/V$, pri čemer je V volumen resonatorja.

Zasedbeni enačbi sta

$$\frac{dN_2}{dt} = rN - A_{21}N_2 - B_{21}gN_2 \frac{\hbar\omega}{V} n = rN - A_{21}N_2 - \frac{\sigma c}{V} N_2 n \quad (1.9)$$

in

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\sigma c}{V} N_2 (n+1) - \frac{2}{\tau} n. \quad (1.10)$$

Prva enačba sledi neposredno iz enačbe (??) ob upoštevanju zgoraj navedenih poenostavitev. Drugo pa dobimo s sledečim razmislekoma. Energija svetlobe oziroma število fotonov v resonatorju se povečuje predvsem zaradi stimuliranega sevanja, ki predstavlja zadnji člen v enačbi (1.9). Vemo pa, da je verjetnost za prehod atoma iz višjega v nižje stanje z izsevanjem fotona v izbrano stanje elektromagnetnega polja sorazmerna z $n + 1$ (enačba ??), kjer je n število fotonov v izbranem stanju. Če torej namesto n v zadnjem členu enačbe (1.9) pišemo $n + 1$, opišemo poleg stimuliranega sevanja tudi prispevek spontanega sevanja. Dodamo še člen, s katerim popišemo zmanjševanje energije svetlobe v resonatorju zaradi izgub, kar opišemo z razpadnim časom $\tau/2$ (enačba ??).

Gornji enačbi predstavlja sistem dveh sklopljenih diferencialnih enačb za časovni razvoj števila fotonov v resonatorskem stanju in za zasedenost gornjega atomskega stanja. Enačbi sta nelinearni in ju ne znamo analitično rešiti. Vseeno pa lahko nekaj povemo o takem sistemu.

Poglejmo najprej stacionarne rešitve, za katere velja $\dot{N}_2 = 0$ in $\dot{n} = 0$. Iz enačbe (1.9) izrazimo N_2 in ga vstavimo v enačbo (1.10). Sledi

$$\frac{2}{\tau}n(A_{21}V + \sigma cn) = \sigma crN(n+1). \quad (1.11)$$

Enačbo zapišemo še bolj pregledno, če vpeljemo koeficient ojačanja G (enačba ??) in ojačenje na pragu G_{pr} (enačbi ?? in 1.6)

$$G_{\text{pr}}n \left(1 + \frac{\sigma c}{VA_{21}}n \right) = G(n+1). \quad (1.12)$$

Vpeljemo še brezdimenzijsko konstanto p , pri čemer upoštevamo zvezo med Einsteinovimi koeficienti (enačba ??)

$$p = \frac{VA_{21}}{\sigma c} = \frac{VA_{21}}{B_{21}\hbar\omega g} = \frac{V\omega^2}{\pi^2 c^3 g} \simeq \frac{V\omega^2}{\pi^2 c^3} \Delta\omega. \quad (1.13)$$

V zadnjem izrazu smo privzeli, da je $g \simeq 1/\Delta\omega$. Parameter p je torej približno enak produktu gostote stanj elektromagnetnega polja v resonatorju (enačba ??) in širine atomskega prehoda (ter volumna), torej kar številu vseh stanj v frekvenčnem intervalu atomskega prehoda. To število je navadno precej veliko $p \sim 10^8\text{--}10^{10}$.

 S primerjavo izraza za p (enačba 1.13) z izrazom za saturacijsko gostoto toka (enačba ??) vidimo, da p predstavlja število fotonov v resonatorju, pri katerem pride do nasičenja ojačanja, če je frekvenca nihanja resonatorja blizu centra atomske črte.

Enačbo (1.12) prepišemo

$$\frac{n^2}{p} - \left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right)n - \frac{G}{G_{\text{pr}}} = 0 \quad (1.14)$$

s pozitivno rešitvijo

$$n = \frac{p}{2} \left(\left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right) + \sqrt{\left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right)^2 + \frac{4G}{pG_{\text{pr}}}} \right). \quad (1.15)$$

Ker je p zelo veliko število, lahko koren razvijemo, če le ni ojačenje preveč blizu praga, ko je $G/G_{\text{pr}} \simeq 1$.

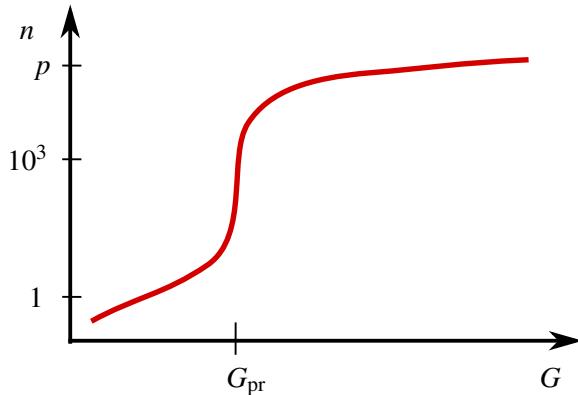
Pod pragom je $G < G_{\text{pr}}$ in

$$n \approx \frac{p}{2} \left(\left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right) + \left(1 - \frac{G}{G_{\text{pr}}} \right) + \frac{2G}{p(G_{\text{pr}} - G)} \right) = \frac{G}{G_{\text{pr}} - G}. \quad (1.16)$$

Pri razvoju korena smo upoštevali, da mora biti pozitiven. Nad pragom je število fotonov

$$n \approx p \left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right) = \frac{W_s}{\hbar\omega} \left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right). \quad (1.17)$$

Rezultat, ki je po pričakovanju skladen z enačbo (1.5), si oglejmo podrobneje. Pod pragom so izgube večje od črpanja in gre praktično vsa moč, ki jo dovedemo v sistem, preko spontanega sevanja v veliko število stanj elektromagnetskoga polja. Število fotonov v izbranem resonatorskem nihanju je tako okoli ena do neposredne bližine praga, kjer hitro naraste (slika 1.3), nad pragom je reda velikosti p . Nad pragom povsem prevlada stimulirano sevanje v eno samo izbrano nihanje resonatorja. Prehod preko praga je zaradi velikega p tako hiter, da ga ni mogoče izmeriti. Izjema so polprevodniški laserji, katerih volumen – in posledično tudi p – je tako majhen, da je mogoče opaziti zvezen prehod preko praga.



Slika 1.3: Odvisnost števila fotonov v resonatorju od ojačenja za $p = 10^5$.

Izračunjamo še stacionarno zasedenosť zgornjega atomskega nivoja. Iz enačbe (1.10) sledi

$$N_2 = \frac{2V}{\tau\sigma c} \frac{n}{n+1} \approx \frac{2V}{\tau\sigma c}. \quad (1.18)$$

Na pragu je po enačbi (1.15) $n = \sqrt{p}$. Sledi

$$N_{2\text{pr}} = \frac{2V}{\tau\sigma c} \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p} + 1}. \quad (1.19)$$

Ker je p zelo veliko število, iz gornjih enačb sledi, da zasedenosť višjega nivoja oziroma obrnjena zasedenosť narašča do bližine praga, nad pragom pa je praktično konstantna in skoraj natanko enaka kot na pragu. To ni težko razumeti. Nad pragom je število fotonov v resonatorju veliko in linearno narašča z močjo črpanja. S tem se povečuje hitrost praznjenja zgornjega atomskega stanja s stimuliranim sevanjem, kar ravno izniči učinek povečanja črpanja. V stacionarno delujočem laserju obrnjene zasedenosnosti torej ni mogoče povečati nad vrednost na pragu $N_{2\text{pr}}$. To ima pomembne praktične posledice, kot bomo videli v nadaljevanju.



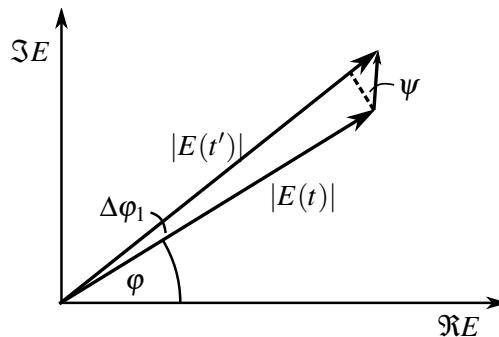
Obravnava laserja z zasedbenimi enačbami je seveda zelo groba. Nismo upoštevali, da je prostorska odvisnost polja v delajočem laserju drugačna od lastnega stanja praznega resonatorja. Poleg tega smo privzeli, da so atomi lahko le v lastnih energijskih stanjih, kar je res le v primeru stacionarnih stanj brez zunanjega, časovno odvisnega polja svetlobe. Bolj podroben pristop je semiklasični model, pri katerem za opis svetlobe uporabimo klasično valovno enačbo, za atome pa kvantno mehaniko (glej poglavje 1.12). Ta model zadošča za opis skoraj vseh pojavov v laserjih razen vpliva spontanega sevanja. Za dosledno obravnavo tega je treba svetlobo opisati s pomočjo kvantne elektrodinamike, kar presega okvir te knjige.

Povzemimo na kratko, kaj smo spoznali o delovanju enofrekvenčnega laserja. Pri dovolj velikem ojačenju, ki ravno pokriva izgube resonatorja, je v stacionarnem stanju energija in s tem amplituda izbranega lastnega nihanja resonatorja različna od nič. Frekvenca svetlobe je določena z izbranim lastnim stanjem resonatorja, ki določa tudi prostorsko odvisnost valovanja v resonatorju in obliko izhodnega snopa. V navadnem stabilnem resonatorju je polje po obliki zelo blizu Gaussovem snopu, zato je tak tudi izhodni snop. Gaussova prostorska odvisnost izhodnega snopa je morda najpomembnejša lastnost laserjev. Gaussov snop se, kot vemo, najmanj širi zaradi uklona in ga je mogoče zbrati v piko približne velikosti valovne dolžine. Laser se tako najbolj približa idealno točkastemu izvoru svetlobe.

1.3 Spektralna širina enega laserskega nihanja

Povejmo še nekaj o spektralni širini svetlobe enofrekvenčnega laserja. Če bi se lastno stanje elektromagnetnega polja v resonatorju obnašalo kot klasično harmonsko nihalo, bi bil spekter laserja neskončno ozek. Vendar imajo laserji končno spektralno širino – v idealnem primeru zaradi kvantizacije elektromagnetnega polja, v praksi pa zaradi zunanjih motenj. Poskusimo oceniti razširitev zaradi vpliva kvantizacije. Zaradi nje je poleg stimuliranega sevanja vedno prisotno tudi spontano sevanje. To predstavlja kvantni šum, ki vodi do razširitve spektra.

Predstavimo amplitudo nihanja $E(t)$ na izbranem mestu v resonatorju kot kompleksno število, ki ga v kompleksni ravnini določata dolžina $|E(t)|$ in faza φ (slika 1.4). Pri tem fazo določimo glede na neko začetno izbrano fazo. Ker je energija svetlobe sorazmerna s številom fotonov, je dolžina sorazmerna s korenem iz števila fotonov v izbranem nihanju. Stimulirano sevanje, ki ravno pokriva izgube resonatorja, vzdržuje dolžino $|E(t)|$ praktično konstantno, nespremenjena ostaja tudi faza. Spontano sevanje velikosti amplitude nihanja ne spreminja dosti, vendar stohastična narava spontano izsevanih fotonov vpliva na njeno fazo. Majhen prispevek spontanega sevanja preko spremenjajoče se faze skrajša koherenčni čas in določa spodnjo mejo za širino spektralne krte.



Slika 1.4: Amplituda polja v resonatorju in njena sprememba zaradi spontanega sevanja

Pri spontani emisiji se izseva en foton s poljubno fazo. Prispevek h kompleksni amplitudi ima torej dolžino 1 in poljubno smer (slika 1.4). Zanima nas povprečje kvadrata spremembe faznega kota pri enem spontano izsevanem fotonu

$$\overline{\Delta\varphi_1^2} = \overline{\left(\frac{\cos\psi}{\sqrt{n}}\right)^2} = \frac{1}{2\bar{n}}, \quad (1.20)$$

kjer ψ označuje kot med fazo celotnega polja in spontano izsevanega fotona. Zaporedne spontane emisije so med seboj neodvisne, zato izračunamo povprečni kvadrat spremembe faze pri m emisijah tako, da seštejemo povprečne kvadrate za posamezne fotone

$$\overline{\Delta\varphi_m^2} = m\overline{\Delta\varphi_1^2} = \frac{m}{2\bar{n}}. \quad (1.21)$$

Ocenimo še število spontano izsevanih fotonov na časovno enoto. Vemo, da stimulirano sevanje ravno pokrije izgube resonatorja, zato je stimulirano izsevanih fotonov na časovno enoto $2\bar{n}/\tau$. Vemo tudi, da je razmerje med verjetnostjo za stimulirano in spontano sevanje enako številu fotonov v danem stanju polja (enačba ??), zato je število spontanih sevanj na časovno enoto kar $2/\tau$. Tako je število spontano izsevanih fotonov v času t enako $m = 2t/\tau$ in

$$\overline{\Delta\varphi^2(t)} = \frac{t}{\bar{n}\tau}. \quad (1.22)$$

Čas t_p , v katerem se faza znatno spremeni, je torej velikostnega reda

$$t_p \sim \bar{n}\tau = \frac{W}{\hbar\omega} \tau = \frac{P}{\hbar\omega} \tau^2. \quad (1.23)$$

Ker je število fotonov v nihanju nad pragom zelo veliko ($\sim 10^9$ v majhnem He-Ne laserju), τ pa je $\sim 10^{-7}$, je karakteristični čas za fazno razširitev idealnega laserja $t_p \sim 100$ s.

Iz enačbe (1.23) vidimo tudi, da je spektralna širina, ki je podana z $1/t_p$, obratno sorazmerna z izhodno močjo laserja. Spodnjo mejo za spektralno širino pri dani izhodni moči laserja podaja Schawlow-Townseva limita¹

$$\Delta\nu_{\min} = \frac{\pi h\nu}{P} \Delta\nu_R^2, \quad (1.24)$$

pri čemer $\Delta\nu_R$ predstavlja širino nihanja praznega resonatorja.² V neposredni bližini praga, kjer je $\bar{n} \sim 1$, je spektralna širina približno enaka širini nihanj praznega resonatorja.

Dejanski laserji seveda nimajo niti približno tako ozkega spektra, kot smo ga pravkar ocenili. Vemo, da je frekvanca laserja določena z dolžino resonatorja ($\nu = nc/2L$), pri čemer je n zelo veliko celo število. Že majhna sprememba dolžine resonatorja povzroči spremembo frekvence laserja, pri znatnejši spremembi dolžine pa lahko pride tudi do preskoka vzbujenega stanja resonatorja, to je števila n . Dolžina resonatorja se spreminja predvsem zaradi zunanjih mehanskih motenj in zaradi spreminjanja temperature. Če se posebej ne potrudimo s konstrukcijo resonatorja, so fluktuacije frekvence kar reda velikosti razmika med sosednimi stanji resonatorja, to je reda velikosti ~ 100 MHz. Fluktacije dolžine je mogoče zmanjšati s skrbno konstrukcijo, temperaturno stabilizacijo in uporabo materialov z majhnim topotnim raztezkom. Na tak način je mogoče dobiti laser z efektivno spektralno širino pod ~ 1 MHz.

¹Ameriška fizika in nobelovca Arthur Leonard Schawlow, 1921–1999, in Charles Hard Townes, 1915–2015.

²Natančnejši izračun odstopa od preprosto izpeljanega za faktor 2. V zapisanem izrazu je že upoštevan pravilen predfaktor.



Zapisali smo, da lahko s posebno konstrukcijo laserjev dosežemo spektralno širino pod $\sim 1\text{MHz}$. Vendar najmanjša dosežena spektralna širina znaša $\sim 10\text{ mHz}$, kar je še 8 velikostnih redov manj! Gre za prav poseben laser iz monokristalov silicija, hlajenega na $-150\text{ }^{\circ}\text{C}$. Fluktuacije dolžine resonatorja so pogojene s termičnimi fluktuacijami v odbojnih plasteh, ki znašajo okoli 10^{-17}m . Koherenčna dolžina takega laserja je več milijonov kilometrov³.

Tu velja opozoriti, da je narava spektralne razširitve v laserju drugačna kot v navadnih svetilih. V drugem poglavju smo videli, da intenziteta svetlobe navadnega svetila fluktuirata na časovni skali koherenčnega časa, ki je obraten spektralni širini (poglavlje ??). Šum navadnih svetil je torej amplitudno moduliran šum. Pri enofrekvenčnem laserju je drugače. Amplituda in intenziteta izhodne svetlobe sta konstantni, fluktuirata le frekvence oziroma faza. Šum laserja je torej v obliki frekvenčne modulacije.

1.4 Primerjava laserjev in navadnih svetil

Povzemimo, kar smo se do zdaj naučili o laserjih in jih primerjajmo z navadnimi svetili. Primerjajmo enofrekvenčni laser, v katerem je vzbujeno le eno osnovno stanje resonatorja Gaussove oblike, z navadnim nekoherentnim izvorom svetlobe.

Svetlobni snop iz laserja ima dve takoj očitni odliki: je zelo usmerjen in zelo enobarven. Prva lastnost je posledica tega, da je lastno stanje stabilnega resonatorja Gaussove oblike in je zato tak tudi izhodni snop. Divergenca Gaussovega snopa je posledica uklona in je najmanjša možna. Valovne fronte izhodne svetlobe so gladke in na dani razdalji ves čas enake, zato je laserski snop prostorsko idealno koherenten. Koherenten Gaussov snop lahko z ustrezno optiko zberemo v pikov velikosti valovne dolžine, s čimer dosežemo že pri razmeroma majhni izhodni moči zelo veliko gostoto svetobnega toka. To je zelo uporabno v tehnologiji, na primer za natančno in čisto obdelavo materialov, ter v medicini, kjer laserje uporabljajo za zahtevne kirurške posege.

Kako pa je z navadnimi svetili? V njih atomi sevajo neodvisno, zato izsevana svetloba ni prostorsko koherentna. Valovna fronta na danem mestu je nepravilna in se v koherenčnem času znatno spremeni. Vendar tudi iz svetlobe navadnega nekoherentnega svetila lahko pridobimo koherenten snop, če na dano razdaljo od svetila postavimo zaslонko, ki je manjša od koherenčne ploskve na tistem mestu (glej razdelek ??). Ocenimo moč tako dobljenega koherentnega snopa za zaslonko.

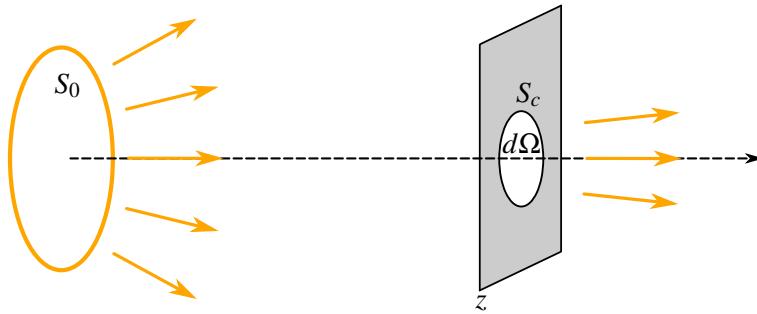
Svetilo naj ima svetlost B^4 . Moč koherentnega snopa za zaslonko, ki prepušča svetlobo skozi prostorski kot $\Delta\Omega$, je (slika 1.5)

$$P = BS_0\Delta\Omega = \frac{BS_0S_c}{z^2} \sim \frac{BS_0}{z^2} \frac{\lambda^2 z^2}{S_0} = B\lambda^2. \quad (1.25)$$

Pri tem je S_0 površina svetila, z oddaljenost zaslонke od svetila, S_c pa velikost koherenčne ploskve, za katero smo uporabili oceno (enačba ??). Da iz $S_0 = 1\text{ mm}^2$ velikega svetila dosežemo koherenten snop svetlobe z valovno dolžino okoli 550 nm , mora biti premer zaslonke, ki jo postavimo 1 m od izvora, okoli $0,6\text{ mm}$. V tem primeru znaša moč, ki prehaja skozi zaslonko, pri svetlosti 100 W/cm^2 le približno $3 \cdot 10^{-7}\text{ W}$. Pri podobni divergenci žarka je močno navadno svetilo torej štiri reda velikosti šibkejše od zelo šibkih laserjev z močjo 1 mW .

³Phys. Rev. Lett. **118**, 263202 (2017).

⁴Svetilnost je moč, izsevana v dan prostorski kot $I = dP/d\Omega$; svetlost pa je svetilnost na enoto ploskve $B = I/S = dP/Sd\Omega$.



Slika 1.5: K izračunu moči koherentnega snopa svetlobe iz nekoherentnega svetila

Druga odlična lastnost svetlobe iz enofrekvenčnega laserja je njena zelo majhna spektralna širina. Z nekaj truda je ta lahko pod 1 kHz, emisijske črte v plinu pa so zaradi Dopplerjeve razširitve široke vsaj nekaj GHz, pa še to le v razmeroma redkem in hladnem plinu, kjer je svetlost majhna. Primerjajmo spektralno gostoto moči laserja in navadnih svetil. Majhen He-Ne laser seva 1 mW v približno 10⁷ Hz in spektralna gostota moči je $dP/dv \sim 10^{-10}$ W/Hz. Po drugi strani zelo svetla živosrebrna svetilka seva v močno razširjene spektralne črte s širino okoli 10 nm, kar ustreza $\sim 10^{13}$ Hz. Spektralna gostota v koherentnem snopu, ki smo ga pripravili iz navadne svetilke, je tako le okoli $3 \cdot 10^{-20}$ W/Hz. Šolski He-Ne laser torej prekaša najmočnejše nekoherentno svetilo za 10 velikostnih redov. Z laserji je seveda mogoče doseči znatno večje moči, v sunkih tipično do okoli 10¹² W, tako da po spektralni gostoti moči v koherentnem snopu laserji prekašajo običajna svetila 20–25 velikostnih redov. Verjetno v zgodovini težko najdemo še kak drug izum, ki je prinesel tolikšno izboljšavo v neki bistveni količini in tako ni nenavadno, da je prihod laserjev v začetku 60-ih let povzročil preporod optike.

1.5 Večfrekvenčni laser

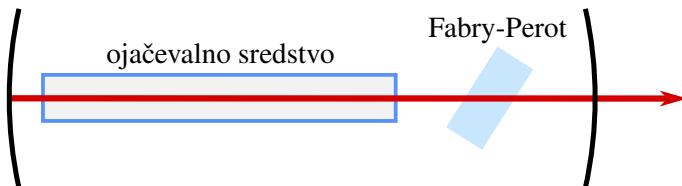
Do zdaj smo obravnavali laserje, v katerih je bilo vzbujeno eno samo valovanje. Vendar je ojačevalna širina večine aktivnih sredstev navadno večja od razlike med frekvencami posameznih stanj resonatorja. V plinih, na primer, je ojačevalna širina zaradi Dopplerjevega pojava vsaj nekaj GHz, lastne frekvence resonatorja pa so pri 30 cm dolgem resonatorju razmagnjene za 500 MHz. Tako se lahko zgodi, da ojačenje v laserju za več nihanj hkrati presega ojačenje na pragu in vzbujenih je več nihanj. Svetloba iz takega večfrekvenčnega laserja ni monokromatska, temveč je sestavljena iz množice ozkih črt znotraj ojačevalnega pasu. Izsevana svetloba tako ni bistveno bolj monokromatska od ustrezne spektralne komponente svetlečega plina. Ostaja pa seveda prostorsko koherentna.

Za holografijo, interferometrijo in nekatere spektroskopske uporabe potrebujemo ozko spektralno črto. Zato moramo poskrbeti, da je vzbujeno le eno samo nihanje resonatorja, najbolje tisto, ki je najbližje vrhu ojačanja aktivnega sredstva. To dosežemo tako, da za vsa ostala nihanja povečamo izgube, na primer s Fabry-Perotovim etalonom, ki ga vstavimo v laserski resonator (slika 1.6). Njegova prepustnost v odvisnosti od krožne frekvence ω , debeline L , lomnega količnika n , odbojnost sten \mathcal{R} in nagiba glede na os resonatorja ϕ je podana z enačbo (??)

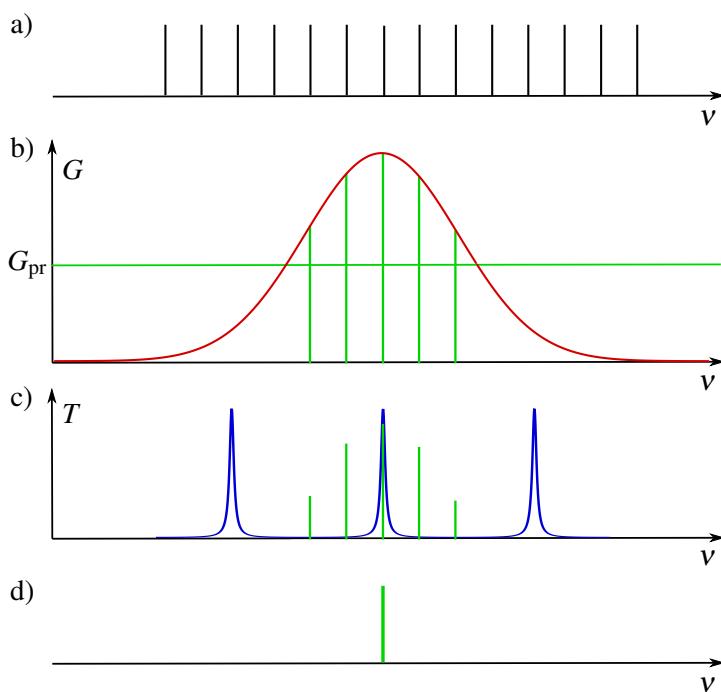
$$T = \frac{1}{1 + \frac{4\mathcal{R}}{(1-\mathcal{R})^2} \sin^2(\frac{n\omega}{c} L \cos \phi)} \quad (1.26)$$

in jo kaže slika (??).

Debelino etalona in njegov nagib izberemo tako, da vrh prepustnosti sovpada z izbranim stanjem resonatorja. Izgube za ostala nihanja, ki bi sicer bila ojačena, se tako povečajo in laser svetle pri eni sami izbrani frekvenci. Ta proces je shematsko prikazan na sliki (1.7): izmed vseh možnih stanj v resonatorju (a) svetijo le tista, za katere je ojačenje nad pragom (b). Ko v resonator dodamo Fabry-Perotov etalon z razmeroma velikim razmikom med sosednjimi vrhovi prepustnosti (c), je ojačeno eno samo nihanje (d). Ker zadošča že zmerno povečanje izgub, je odbojnost sten etalona navadno dokaj nizka, pod 0,5.



Slika 1.6: Shema laserja s Fabry-Perotovim etalonom



Slika 1.7: Lastne frekvence resonatorja (a) in frekvenčna odvisnost ojačenja z označenim pragom delovanja (b). Z zeleno so označene tiste lastne frekvence, ki se v laserju ojačujejo. Ko dodamo Fabry-Perotov etalon z dano prepustnostjo (c), povečamo izgube za vse načine, ki bi sicer bili ojačeni, razen za enega. Tako dosežemo delovanje laserja pri eni sami frekvenci (d).



Nagib etalona omogoča natančno spreminjanje izbrane frekvence, poleg tega pa je nujen, da se neprepuščena svetloba odbije ven iz smeri osi resonatorja. Če bi bila os etalona vzporedna z osjo resonatorja, bi se pojavile dodatne resonance, kar bi močno motilo delovanje laserja.

Opisali smo, kako v laserju dosežemo delovanje pri enem samem longitudinalnem nihanju. Poleg tega je treba omejiti tudi ojačenje višjih prečnih nihanj. To navadno dosežemo z zaslonkami, saj so snopi višjih redov bolj razširjeni od osnovnega.

1.6 Relaksacijske oscilacije

Stacionarno delovanje laserjev smo že dodobra spoznali. Za obravnavo nestacionarnega delovanja pa se moramo vrniti k obravnani zasedbenih enačb (1.9) in (1.10). Na splošno je treba zapisan sistem diferencialnih enačb reševati numerično, vseeno pa lahko nekaj povemo o obnašanju laserja v bližini stacionarnega delovanja.

Spet se omejimo na enofrekvenčni laser, v katerem zasedenost vzbujenega stanja in število fotonov v njem opišemo z enačbama (1.9) in (1.10). Najprej zaradi preglednosti vpeljemo brezdimnezijski čas $t' = tA$ in $\tau' = \tau A$, kar pomeni, da merimo čas v enotah življenskega časa laserskega nivoja. Ponovno uporabimo parameter $p = VA/(B\hbar\omega g)$ (enačba 1.13), ki pomeni število stanj elektromagnetnega polja v volumnu V in znotraj spektralne širine laserskega nivoja. Enačbi zapišemo

$$\frac{dN_2}{dt'} = -\frac{nN_2}{p} - N_2 + N_{20} \quad (1.27)$$

$$\frac{dn}{dt'} = \frac{nN_2}{p} - \frac{2}{\tau'} n. \quad (1.28)$$

Pri tem smo vpeljali konstanto $N_{20} = rN/A$, ki ima tudi nazornen pomen. Predstavlja zasedenost, ki bi jo dobili pri danem stacionarnem črpanju, če v izbranem stanju ne bi bilo fotonov in s tem ne stimuliranega sevanja. Meri torej moč črpanja. V enačbi za hitrost spremenjanja števila fotonov smo zanemarili prispevek spontanega sevanja, za katerega smo že ugotovili, da se pozna le do praga.

Poščimo približne rešitve sistema sklopljenih diferencialnih enačb z linearizacijo. Naj laser najprej deluje stacionarno, v nekem trenutku pa se nekoliko izmakne iz stacionarnega stanja. To se lahko zgodi, na primer, če spremenimo moč črpanja. Trenutno zasedenost N_2 in število fotonov n lahko zapišemo v obliki

$$N_2 = N_{2s} + x \quad \text{in} \quad n = n_s + y, \quad (1.29)$$

kjer sta N_{2s} in n_s vrednosti v stacionarnem stanju. Zanj velja

$$N_{2s} = \frac{2p}{\tau'} \quad (1.30)$$

in

$$n_s = p \frac{N_{20} - N_{2s}}{N_{2s}} = p(a - 1). \quad (1.31)$$

Enačba (1.30) je v skladu s tem, da je stacionarna zasedenost enaka zasedenosti na pragu, ta pa je odvisna od izgub resonatorja. Razmerje $a = N_{20}/N_{2s}$ je mera za moč črpanja in mora biti v delajočem laserju večje od 1. V večini praktičnih primerov doseže vrednosti $a \sim 5$.

Vstavimo nastavka (enačbi 1.29) v enačbi (1.27) in (1.28). Dobimo sistem enačb

$$\frac{dx}{dt'} = -\frac{n_s N_{2s}}{p} - N_{2s} + N_{20} - \frac{1}{p}(n_s x + N_{2s} y + xy) - x \quad (1.32)$$

$$\frac{dy}{dt'} = \frac{n_s N_{2s}}{p} - \frac{2}{\tau'} n_s + \frac{1}{p}(n_s x + N_{2s} y + xy) - \frac{2}{\tau'} y. \quad (1.33)$$

Ker sta x in y majhna v primerjavi s stacionarnimi vrednostmi, lahko mešan produkt xy zanemarimo. Vsi členi, ki vsebujejo le stacionarne vrednosti, dajo ravno 0, saj smo jih tako določili.

Če upoštevamo še izraza za stacionarni vrednosti (enačbi 1.30 in 1.31), zapišemo linearizirani diferencialni enačbi za odmika od stacionarnih vrednosti

$$\frac{dx}{dt'} = -ax - \frac{2}{\tau'} y \quad \text{in} \quad \frac{dy}{dt'} = (a-1)x. \quad (1.34)$$

Zapisani linearni sistemi diferencialnih enačb s konstantnimi koeficienti rešimo tako, da poiščemo rešitev v obliki eksponentne funkcije

$$x = x_0 e^{\lambda t'} \quad \text{in} \quad y = y_0 e^{\lambda t'}. \quad (1.35)$$

Dobljeni homogeni sistem linearnih enačb

$$(a + \lambda)x_0 + \frac{2}{\tau'}y_0 = 0 \quad (1.36)$$

$$-(a-1)x_0 + \lambda y_0 = 0 \quad (1.37)$$

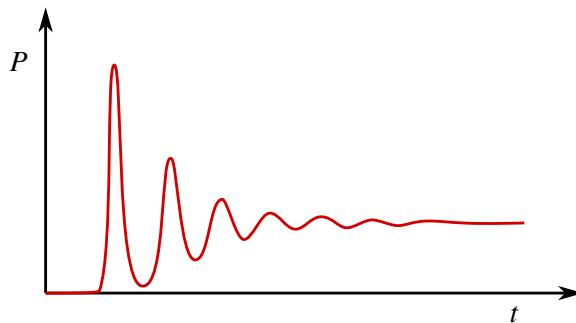
ima netrivialno rešitev le, če je njegova determinanta enaka nič

$$\lambda^2 + a\lambda + \frac{2}{\tau'}(a-1) = 0. \quad (1.38)$$

Rešitvi sta

$$\lambda = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{2}{\tau'}(a-1)}. \quad (1.39)$$

Obnašanje rešitve je odvisno od velikosti brezdimenzijskega relaksacijskega časa nihanja resonatorja $\tau' = A\tau$. Kratek račun pokaže, da je za $\tau' > 2$ izraz pod korenom za vse vrednosti a pozitiven in laser se vrača v stacionarno stanje eksponentno. Za $\tau' < 2$ pa je koren v določenem območju parametra a imaginaren in laser se vrača v stacionarno stanje z dušenim nihanjem, ki mu pravimo relaksacijske oscilacije. Primer takega nihanja pri vključitvi laserja kaže slika (1.8).



Slika 1.8: Relaksacijske oscilacije intenzitete laserja po vklopu

Poglejmo še primer. Vzemimo vrednost $\tau \sim 10^{-7}$ s in razpadno konstanto laserskega nivoja $A \sim 10^5$ /s. Tedaj je $\tau' \sim 10^{-2}$ in relaksacijske oscilacije se pojavijo pri vseh dosegljivih vrednostih črpanja nad pragom, to je za $a > 1$. Ker a v praksi ni nikoli dosti večji od 3–5, je krožna frekvence oscilacij v brezdimenzijskih enotah približno enaka $\omega_r' \sim 1/\sqrt{\tau'}$. Ko preidemo nazaj na prave enote časa, dobimo $\omega_r \sim \sqrt{A/\tau}$. Krožna frekvence relaksacijskih oscilacij je v tem primeru velikostnega reda geometrijske sredine med razpadnima konstantama nihanja resonatorja in atomskega stanja. Tipične vrednosti frekvence relaksacijskih oscilacij so $\sim 10^5$ Hz, karakteristični čas dušenja pa $\sim 10^{-5}$ s.



Relaksacijske oscilacije so praktično pomembne, saj določajo gornjo mejo hitrosti, s katero lahko izhodna moč laserja sledi modulaciji črpanja. Poleg tega se pri tej frekvenci pojavi resonanca, pri kateri se šum črpanja ojačeno prenaša v šum izhodne moči.

1.7 Sunkovni laserji

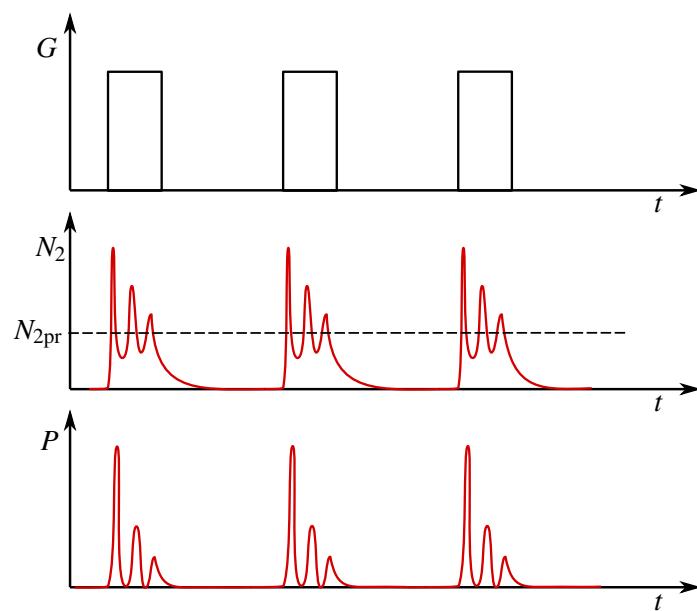
Kadar potrebujemo veliko izhodno moč laserja pri zmerni povprečni porabi energije, zvezno delajoči laserji, ki smo jih obravnavali do zdaj, niso primerni. Poslužiti se moramo sunkovnih laserjev, ki v kratkem časovnem intervalu delujejo z zelo veliko izhodno močjo.

Poglejmo primer. Močan zvezno delajoč laser ima izhodno moč 10 kW. Sunkovni laser pa naj oddaja svetlobo v 10 ns dolgih sunkih s povprečno energijo 1 J in s ponovitvijo 1000/s. Povprečna moč, s katero deluje tak laser, je 1 kW, moč, ki jo dosega v sunkih, pa je 100 MW. Tako pri nižji povprečni moči laserja dosežemo moči, ki so za 5–10 velikostnih redov večje od moči zvezno delajočih laserjev.

V grobem ločimo dva načina sunkovnega delovanja laserjev. V prvem primeru periodično spremojamo črpalno moč, v drugem pa periodično spremojamo izgube v resonatorju. V slednjo skupino uvrščamo laserje na preklop dobrote in laserje, ki uklepajo faze valovanj.

Obravnavajmo najprej najpreprostejši način, pri katerem moduliramo črpanje. To dosežemo na primer z bliskavko ali drugim sunkovnim laserjem. V intervalu črpanja je ojačenje večje od izgub in svetloba izhaja iz laserja, ko pa črpanja ni, so izgube prevelike in laser ne sveti. Tipična frekvenca modulacije črpanja je $v \sim 20$ Hz. Najbolj pogosto se modulacija črpanja uporablja v polprevodniških laserjih, saj je zelo preprosto modulirati črpalni električni tok.

Vendar se pri modulaciji črpanja lahko pojavi težava. Ko ob močnem črpanju obrnjena zasedenost znatno preseže zasedenost praga (v nestacionarnem stanju je to mogoče), laser posveti in v kratkem času zasedenost pade nazaj pod prag. Če tedaj črpanje še traja, zasedenost naraste in laser ponovno posveti. To se lahko večkrat ponovi. Razmiki med zaporednimi sunki so reda velikosti periode relaksacijskih oscilacij, so pa lahko precej nepravilni (slika 1.9). Pri takem režimu delovanja v posameznem sunku ne dobimo razpoložljive energije črpanja v enem samem lepo oblikovanem sunku, kar močno omejuje uporabnost tega pristopa.



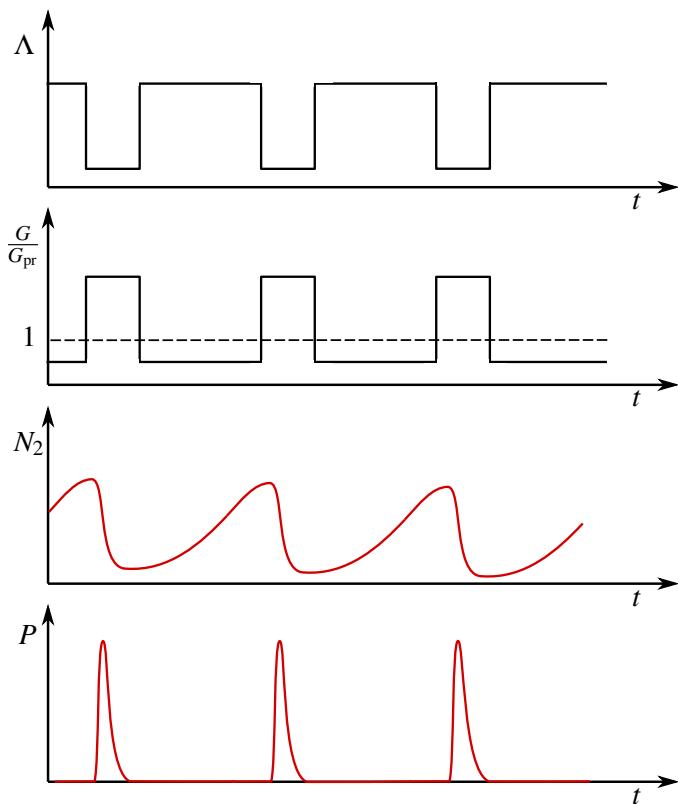
Slika 1.9: Delovanje sunkovnega laserja z periodično moduliranim črpanjem, pri katerem se pojavijo neželene oscilacije

1.8 Delovanje v sunkih s preklopom dobrote

Namesto modulacije črpanja lahko v sunkovnih laserjih periodično spremojemo izgube. Čim večje so namreč izgube, višji je prag za delovanje laserja in večja je lahko stopnja inverzije. Tako v sistemu atomov shranimo več energije, ki se lahko izseva iz sistema preko stimuliranega sevanja. Ko je enkrat ustvarjena velika obrnjena zasedenost, izgube zelo hitro zmanjšamo. Optično ojačenje je veliko in energija svetlobe v kratkem času močno naraste. S tem se tudi obrnjena zasedenost hitro zniža na vrednost močno pod pragom. Predstavljamo si lahko, da dobimo prvi nihaj relaksacijskih oscilacij, le da je začetno stanje daleč od stacionarnega in zato linearni približek ne drži več. Iz laserja dobimo kratek in zelo močan sunek svetlobe, pri čemer je energija sunka skoraj tolikšna kot je bila energija obrnjene zasedenosti. Tipične dolžine sunkov, ki jih dosežemo na ta način, so $t \sim 10$ ns, sunki pa se ponavljajo s frekvenco $v \sim 1\text{--}100$ kHz. Dogajanje v laserju kaže slika (1.10).



V elektrotehniki se izgube resonatorjev podajajo z dobroto Q , to je razmerjem frekvence lastnega stanja in njegove širine. Ker s povečanjem izgub spremenimo širino črte in z njo dobroto, opisano tehniko imenujemo preklop dobrote.



Slika 1.10: Izgube (Λ), relativno ojačenje (G/G_p), zasedenost višjega nivoja (N_2) in izsevana moč laserja (P) v odvisnosti od časa, kadar laser deluje v režimu preklopa dobrote.

Izgube resonatorja je mogoče spremojati na več načinov. Najpreprosteje je vrteti eno od ogledal. Tedaj je resonator uglašen le v kratkem trenutku, ko je ogledalo pravokotno na os. Metoda je dokaj uspešna, a zastarela. Boljši in danes najbolj razširjen način je z vgradnjijo elektro-optičnega ali akusto-optičnega modulatorja, o katerih bomo govorili v nadaljevanju (poglavlje ??). Na kratko povejmo, da lahko z njimi električno krmilimo izgube z visoko frekvenco.

Kot smo že povedali, nelinearnih laserskih enačb za zasedenost in število fotonov (enačbi 1.9) in (1.10) ne moremo analitično rešiti. Preden jih podrobneje pogledamo, napravimo nekaj ocen. Dolžina sunka je odvisna od hitrosti, s katero se izprazni zgornji laserski nivo. To se ne more zgoditi hitreje kot v nekaj preletih sunka skozi resonator. Trajanje sunka je torej vsaj nekajkrat $2L/c$, to je za 15 cm dolg resonator vsaj nekaj ns.

Ocenimo še hitrost naraščanja števila fotonov na začetku in njegovega upadanja na koncu sunka. Zapišimo najprej še enkrat enačbi za zasedenost in število fotonov, pri čemer upoštevajmo, da nas zanima le dogajanje v času sunka, ki je zeko kratek v primerjavi z atomskim razpadnim časom, zato ustrezni člen v enačbi (1.9) zanemarimo. Navadno je tudi črpanje prešibko, da bi med sunkom znatno vplivalo na zasedenost, zato lahko člen rN izpustimo. S črpanjem seveda ustvarimo začetno zasedenost N_{20} . Tako ostane

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{\sigma c}{V} n N_2 \quad (1.40)$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\sigma c}{V} n N_2 - \frac{2}{\tau} n. \quad (1.41)$$

Na začetku sunka je n majhen, N_2 pa velik in njegova vrednost se ne razlikuje dosti od začetne vrednosti N_{20} . Število fotonov na začetku sunka tako narašča približno eksponentno

$$n(t) = n_0 e^{t N_{20} \sigma c / V} = n_0 e^{t / \tau_r}. \quad (1.42)$$

Začetnega števila fotonov ne poznamo, vemo pa, da je velikostnega reda 1, saj predstavlja spontano emisijo. Da n naraste na znatno vrednost, recimo več od 10^{10} fotonov, je potreben čas blizu $30 \tau_r$.

Proti koncu sunka N_2 pojema zaradi sevanja svetlobe in $N_2 \rightarrow 0$. Ostane samo še en člen, ki da preprosto rešitev

$$n(t) = \tilde{n}_0 e^{-2t/\tau}. \quad (1.43)$$

Eksponentno pojemanje števila fotonov na koncu sunka je torej določeno z izgubami resonatorja (enačba ??).

Dogajanja v vmesnih časih ne moremo enostavno popisati, lahko pa najdemo medsebojno zvezo med n in N_2 , če iz enačb eliminiramo čas. Izrazimo dt iz enačbe (1.40) in ga vstavimo v enačbo (1.41). Sledi

$$dn = -dN_2 + \frac{\tilde{N}_2}{N_2} dN_2, \quad (1.44)$$

kjer smo zapisali $\tilde{N}_2 = 2V/(\sigma c \tau)$. Enačbo brez težav integriramo

$$n = N_{20} - N_2 + \tilde{N}_2 \ln \frac{N_2}{N_{20}}. \quad (1.45)$$

Pri tem smo privzeli, da je na začetku sunka $n = 0$ in $N_2 = N_{20}$.

Iz dobljene zveze najprej izračunamo, kolikšna je končna zasedenost N_{2k} . Na koncu mora biti zopet $n = 0$, kar da transcendentno enačbo za N_{2k}

$$\ln \frac{N_{2k}}{N_{20}} = \frac{N_{2k}}{N_{20}} - \frac{N_{20}}{\tilde{N}_2}. \quad (1.46)$$

Enačba ima obliko

$$\ln \frac{x}{a} = x - a, \quad (1.47)$$

kjer je $x = N_{2k}/N_{20}$ in $a = N_{20}/\tilde{N}_2$, in jo lahko preprosto numerično rešimo. Izkaže se, da kadar je začetna zasedenost N_{20} le malo nad pragom, tudi končna zasedenost N_{2k} ne pade dosti pod prag, zato je izraba energije slabša. Pri večjih začetnih vrednostih N_{20} pa pade končna zasedenost praktično na nič. Za $a = 2$, na primer, je $x = 0,41$, medtem ko je pri $a = 4$ vrednost x le še 0,08.

Ko poznamo začetno in končno vrednost zasedenosti, lahko izračunamo celotno energijo sunka $W = \hbar\omega(N_{20} - N_{2k})$. Če je začetna vrednost dovolj nad pragom, lahko končno zasedenost zanemarimo in je

$$W \approx \hbar\omega N_{20}. \quad (1.48)$$

Trenutna moč, ki izhaja iz laserja, je dana s $P = (\hbar\omega/2\tau)n$. Največja je v vrhu sunka, ki je določen z $dn/dN_2 = 0$. Ta enačba ima rešitev pri $N_2 = \tilde{N}_2$, vrh sunka je torej natanko tedaj, ko pade zasedenost N_2 na prag \tilde{N}_2 .

Izsevana moč je tedaj

$$P_{\max} = \frac{n_{\max}\hbar\omega}{2L/c}(1 - \mathcal{R}) = \frac{2n_{\max}\hbar\omega}{\tau}. \quad (1.49)$$

Ko vstavimo še vrednost za n_{\max} , dobimo

$$P_{\max} = \frac{2\hbar\omega}{\tau} \left(N_{20} - \tilde{N}_2 - \tilde{N}_2 \ln(N_{20}/\tilde{N}_2) \right). \quad (1.50)$$

Ker je navadno $N_{20} \gg \tilde{N}_2$, je $n_{\max} \approx N_{20}$ in

$$P_{\max} \approx \frac{2\hbar\omega N_{20}}{\tau}. \quad (1.51)$$

Poglejmo primer. Naj bo presek za stimulirano sevanje $\sigma = B\hbar\omega g/c$ okoli 10^{-19}cm^2 in začetna gostota zasedenosti $N_{20}/V = 10^{19}\text{cm}^3$, kar so tipični podatki za neodimov laser. Tedaj je $\tau_r = 30\text{ ps}$ in čas naraščanja sunka okoli $\sim 1\text{ ns}$. Število fotonov se nato zmanjšuje s krakterističnim razpadnim časom resonatorja $\tau/2 \sim 2L/(c(1 - \mathcal{R}))$. Za dosego kratkih sunkov svetlobe je zato v laserjih s preklopom dobrote odbojnost izhodnega zrcala navadno dokaj nizka, recimo 0,5. Pri $L = 15\text{ cm}$ je tako $\tau = 4\text{ ns}$. Celotno trajanje sunka je v izbranem primeru tako $\sim 10\text{ ns}$, pri čemer traja okoli 100 ns od preklopa dobrote, da sunek zraste iz šuma spontanega sevanja. Energija sunka je blizu $N_{20}\hbar\omega$, to je pri aktivnem volumnu $0,5\text{ cm}^2$ nekaj desetink joula. Od tod lahko ocenimo, da je moč v vrhu sunka velikostnega več 10 MW.

1.9 Uklepanje faz

Krajše sunke kot s preklopom dobrote je mogoče dobiti z uklepanjem faz. Pri tem gre za povsem drugačen način, ki je prav presentljiva manifestacija koherentnosti laserske svetlobe. Spoznali smo že, da v laserju navadno niha več nihanj hkrati, pri čemer so njihove frekvence enakomerno razmagnjene za $\Delta\omega = \pi c/L$ (enačba ??). Celotno električno polje v neki točki v laserju zapišemo kot vsoto

$$E(t) = \sum_{m=-N/2}^{N/2} A_m e^{i(\omega_0 + m\Delta\omega)t + i\phi_m(t)}, \quad (1.52)$$

pri čemer je N število vseh vzbujenih nihanj. Upoštevali smo, da ima vsako nihanje lahko poljubno fazo $\varphi_m(t)$, ki je na splošno predvsem zaradi zunanjih motenj slučajna funkcija časa. Zaradi tega se tudi celotno polje slučajno spreminja, kar močno zmanjšuje uporabnost takega laserja.

Denimo, da nekako dosežemo enake faze vseh nihanj. Poleg tega zaradi enostavnosti računa privzemimo, da so tudi vse amplitude A_m enake. Tedaj postane vsota (1.52) geometrijska in jo brez težav seštejemo

$$E(t) = A_0 e^{i\omega_0 t} \frac{\sin(N\Delta\omega t/2)}{\sin(\Delta\omega t/2)}. \quad (1.53)$$

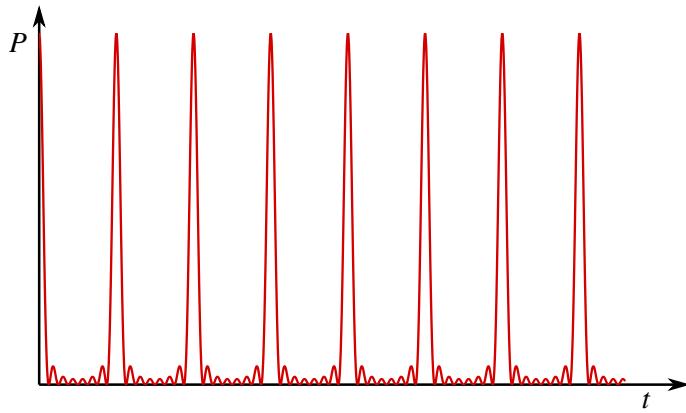
Moč izhodne svetlobe ima časovno odvisnost

$$P(t) = P_0 \frac{\sin^2(N\Delta\omega t/2)}{\sin^2(\Delta\omega t/2)}, \quad (1.54)$$

ki jo kaže slika (1.11). Predstavlja periodično zaporedje sunkov, ki si sledijo s periodom $T = 2\pi/\Delta\omega = 2L/c$, kar je enako času obhoda svetlobe v resonatorju. Konstanta P_0 je moč posameznega nihanja. Moč v vrhu sunka je tako $N^2 P_0$, povprečna moč pa $N P_0$. Računsko je pojav enak kot uklon na mrežici in lahko rečemo, da imamo opravka z interferenco v času. Dolžina sunkov je

$$\tau_{ML} = \frac{T}{N} = \frac{2\pi}{N\Delta\omega} = \frac{2\pi}{\Delta\omega_G}, \quad (1.55)$$

ker je N ravno število nihanj znotraj širine ojačevanja $\Delta\omega_G$. Dolžina sunka je torej obratno sorazmerna s širino ojačevanja aktivnega sredstva.



Slika 1.11: Časovna odvisnost moči večfrekvenčnega laserja z enakimi (uklenjenimi) fazami

Premislimo še, kakšna je prostorska odvisnost električnega polja v resonatorju. Polje na danem mestu opisuje enačba 1.53. Še krajevno odvisnost dobimo, če v 1.53 zamenjamo t s $(t - z/c)$. To pa predstavlja svetlobni paket, ki potuje sem in tja med ogledali resonatorja. Na izhodnem ogledalu se ga vsakič nekaj odbije, nekaj pa gre ven iz resonatorja (slika ??). Razmik med sunki, ki izhajajo iz resonatorja, je $2L$, prostorska dolžina posameznega sunka pa $\tau_{MLc} = 2L/N$.

V našem računu predpostavka, da so vse amplitude A_m enake, ni prav nič bistvena za osnovne ugotovitve. Če vzamemo realističen primer, da so amplitude oblike $A_m = A_0 \exp[(m\Delta\omega/\Delta\omega_G)^2]$, vsote 1.52 ne znamo točno seštet, lahko pa jo približno pretvorimo v integral, ki je Fourierova transformiranka Gaussove funkcije (Pri prehodu z diskretne vsote na integral seveda izgubimo

Slika 1.12: Prostorska odvisnost fazno uklenjenih sunkov.

periodičnost zaporedja sunkov.). Ta je zopet Gaussova funkcija, katere širina je obratna vrednost širine prvotne funkcije, prav podobno, kot smo dobili zgoraj. Odvisnost amplitud nihanj od m vpliva torej le na točno obliko sunkov, osnovne ugotovitve pa se ne spremene. (Naloga).

Pač pa je predpostavka, da so vse faze ϕ_m enake, bistvena. V naši dosedanji sliki mnogofrekvenčnih laserjev so resonatorska stanja med seboj neodvisna, zato so faze poljubne in se zaradi motenj lahko še spreminja. Da dobijo za vsa nihanja isto vrednost, moramo poskrbeti posebej. Tako *uklepanje faz* je mogoče doseči na več načinov. Ena možnost je, da moduliramo izgube resonatorja s frekvenco, ki je ravno enaka razlike frekvenc med resonatorskimi stanji. To ni težko razložiti. Naj bo modulator tak, da je večino časa zaprt, le v razmikih $T = 2L/c$ naj bo kratek čas odprt. Postavimo ga tik ob eno ogledalo. Tedaj se v resonatorju očitno lahko uspešno ojačuje le kratek sunek, kakršen je na sliki ???. Izgube za vsa nihanja bodo majhne le tedaj, kadar bodo vse faze enake. V praksi ni potrebno, da je modulacija tako izrazita. Običajno zadošča sinusna modulacija izgub, kjer je relativna prepustnost v minimumu za nekaj destink manjša od maksimalne.

Kako pri modulaciji pride do uklepanja faz, lahko uvidimo še drugače. Modulacija amplitude posameznega nihanja povzroči, da se v spektru nihanja pojavita še stranska pasova pri frekvencah $\omega_m \pm \Delta\omega$. Ta se ravno pokrivata z obema sosednjima nihanjem in se konstruktivno prištejeta, če imata enako fazo. S tem pa so tudi izgube manjše in ima delovanje laserja z uklenjenimi fazami najnižji prag. Zadnji razmislek tudi pove, da ni dobra le amplitudna modulacija, temveč tudi fazna (ali frekvenčna), saj se tudi tedaj pojavijo stranski pasovi.

Za modulacijo se najpogosteje uporabljo akustooptični modulatorji, pri katerih izkoriščamo uklon svetlobe na stoečih zvočnih valovih v primernem kristalu (Glej 7. poglavje). Frekvenca zvočnega vala mora biti enaka polovici zahtevane modulacijske frekvence, za 1,5 m dolg laser torej 50 MHz.

Poleg opisanega aktivnega postopka je mogoče faze ukleniti tudi tako, da v resonator postavimo plast barvila, ki močno absorbira svetlobo laserja pri majnhi gostoti toka, pri veliki gostoti toka pa pride do nasičenja absorpcije (glej razdelek 4.5), zato postane barvilo prozorno. Na začetku imamo v laserju predvsem spontano sevanje, ki se pri enem prehodu skozi aktivno snov deloma ojači. Barvilo najmanj absorbira največjo fluktuacijo. Pri dovolj velikem ojačenju bo ta rastla in spet dobimo fazno uklenjeni sunek. Ker mora po prehodu sunka absorpcija v barvili zopet hitro narasti, mora biti relaksacijski čas barvila zelo kratek, v območju pikosekund.

Z uklepanjem faz je danes mogoče dobiti sunke z dolžino pod 100 fs (10^{-13} s). Tak sunek traja le še nekaj deset optičnih period. S posebnimi prijemi jih lahko še skrajšajo na okoli 10 fs. Če je

potrebna večja energija sunkov, jih ojačijo, kar ne pokvari mnogo osnovnega sunka. Zelo kratke svetlobne sunke danes na široko uporablajo za študij hitre molekularne dinamike in kratkoživih vzbujenih elektronskih stanj v polvodnikih in mnogih drugih snoveh. Z njimi se je časovna ločljivost povečala za nekaj redov velikosti [?].

1.10 *Stabilizacija frekvence laserja na nasičeno absorpcijo

Še ožjo lasersko črto lahko dobimo z aktivno stabilizacijo dolžine resonatorja. Ideja je tako: frekvenco svetlobe, ki izhaja iz laserja, primerjamo z nekim standardom in iz razlike ugotovimo spremembo dolžine resonatorja. Eno od obeh zrcal je nameščeno na piezoelektričnem nosilcu, ki mu z električno napetostjo lahko spremiščamo dolžino in tako popravimo dolžino resonatorja.

Pogalvitna težava je seveda, kako najti dovolj stabilen primerjalni standard za frekvenco. Ena možnost je, da izhodno svetlobo spustimo skozi konfokalni interferometer, ki je skoraj v resonanci z laserjem in ima dovolj ozek vrh prepustnosti. Majhen premik frekvence laserja bo povzročil, da se bo spremenil skozi interferometer prepuščeni svetlobni tok. Na prvi pogled je videti, da s tem nismo nič pridobili, saj bo resonančna frekvanca interferometra stabilna tudi le toliko, kot je stabilna njegova dolžina. Vendar je z izolacijo in temperaturno stabilizacijo možno držati dolžino praznega resonatorja - interferometra - mnogo natančneje kot dolžino laserja, v katerem imamo aktivno sredstvo, ki mu moramo dovajati energijo.

Druga možnost je stabilizirati laser na primerno molekularno absorpcijsko črto. Te so lahko zelo ozke, zato je tudi spekter laserja lahko izredno ozek, pod 1 kHz. Pri tem moti Dopplerjeva raziširitev absorpcijske črte, ki pa se ji je mogoče izogniti. Kako to napravimo in kako je bila s tem omogočena nova definicija metra, si bomo pogledali v razdelku ????

V drugem razdelku smo videli, da je efektivna spektralna širina enofrekvenčnega laserja odvisna od fluktuacij dolžine optične poti svetlobe pri preletu resonatorja. Na to lahko poleg spremicanja geometrijske dolžine vpliva še spremjanje lomnega količnika. Če se posebej ne potrudimo, laser sveti nekje blizu vrha ojačevalnega pasu, pri čemer frekvanca pleše za znaten del razmika med resonatorskimi stanji. V šolskem He-Ne laserju je to na primer nekaj deset MHz.

Bistveno manjšo širino lahko dosežemo z aktivno stabilizacijo dolžine resonatorja. Pri tem je pogalvitni problem, kako dobiti primerjalni standard. S stabilizacijo na pomožni interferometer, ki smo jo na kratko opisali v drugem razdelku, lahko dobimo zelo ozko črto, ki pa ima le toliko natančno določeno frekvenco, kot poznamo dolžino interferometra. Včasih, na primer za natančna interferometrična merjenja dolžin, s tem nismo zadovoljni in potrebujemo drug, absoluten standard.

Tak standard za frekvenco so ozki prehodi v primerenem razredčenem plinu. Vendar naletimo na težavo. Zaradi Dopplerjevega pojava so absorpcijske črte močno razširjene. Pomagamo si s pojavom nasičenja absorpcije, o katerem smo govorili v razdelku 4.9. Tam smo videli, da se pri dvakratnem prehodu monokromatskega snopa svetlobe skozi plin v nasprotnih smereh pojavi v sredini Dopplerjevo razširjene črte vdolbina, ki ima obliko homogeno razširjene črte. Homogena širina je lahko mnogo manjša od Dopplerjeve in je zato vdolbina uporabna kot frekvenčni standard.

V laserski resonator postavimo poleg aktivnega sredstva še celico s primernim plinom, ki ima absorpcijsko črto v bližini vrha ojačenja aktivnega sredstva. Za He-Ne laser pri 633 nm so to na primer pare ioda. Zaradi absorpcije se povečajo izgube v laserju in izhodna moč se zmanjša. Spreminjammo sedaj dolžino resonatorja in s tem frekvenco laserja. Ko se ta približa na homogeno širino centru absorpcijske črte pri ω_0 , se absorpcija zmanjša in s tem se moč laserja poveča.

Slika 1.13: Odvisnost moči laserja z nasičenim absorberjem od frekvence

Slika 1.14: Shema stabilizacije laserja na nasičeno absoprcijo

Odvisnost moči laserja z absorberjem od dolžine kaže slika ???. Povečanje moči v vrhu običajno ni prav veliko, manj od procenta.

Shema stabilizacije na nasičeno absorpcijo je prikazana na sliki ???. Eno od zrcal resonatorja je na piezoelektričnem nosilcu. Nanj vodimo izmenično napetost s frekvenco Ω in s tem moduliramo frekvenco laserja, da se vozi preko absorpcijske vdolbine pri ω_0 . Zaradi tega se spreminja tudi izhodna moč laserja, ki jo opazujemo s fotodiodo. Kadar je srednja frekvenca laserja enaka ω_0 , se moč zmanjša simetrično pri odmikih navzgor in navzdol od ω_0 in se zato spreminja z dvojno frekvenco modulacije 2Ω . Kadar pa je srednja frekvenca laserja nekoliko odmaknjena od ω_0 , se izhodna moč pri odmiku v zrcala v eno stran spremeni drugače kot v drugo, kar pomeni, da je v signalu s fotodiode tudi komponenta s frekvenco Ω . Da držimo srednjo frekvenco laserja enako ω_0 , moramo torej meriti komponento izhodne moči pri modulacijski frekvenci in s povratno zanko skrbeti, da je ta enaka nič.

Komponento signala s frekvenco Ω zaznamo s faznim detektorjem, ki deluje tako, da signal množi z refenčno modulacijsko napetostjo. V produktu dobimo istosmerno komponento, ki je sorazmerna signalu pri frekvenci Ω in ki jo izločimo z nizkopasovnim filtrom. Izhod iz faznega detektorja je tako sorazmeren odmiku srednje frekvence laserja od ω_0 . Preko primerjnega ojačevalnika ga vodimo na piezoelektrični nosilec zrcala in tako popravljamo dolžino laserja.

Napravimo kvantitativno oceno opisane stabilizacijske sheme. Odvisnost izhodne moči od frekvence laserja ω lahko približno zapišemo v obliki

$$P(\omega) = P_0 + \frac{P_1 \gamma^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2} . \quad (1.56)$$

P_0 je moč laserja brez saturacijskega vrha pri ω_0 , P_1 pa povečanje moči pri ω_0 . Predpostavili smo, da se ojačenje laserja in nehomogeno razširjeni del absorpcije ne spremunjata mnogo preko homogene širine absorberja in je zato P_0 približno konstantna. Frekvenco laserja moduliramo:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega + a \sin \Omega t . \quad (1.57)$$

Z $\Delta\omega$ smo označili odstopanje srednje frekvence laserja od centra absorpcijske črte ω_0 . Če sta a in $\Delta\omega$ majhna v primeri s homogeno širino γ , lahko imenovalec v enačbi 1.56 razvijemo:

$$P(\omega) = P_0 + P_1 \left[1 - \frac{1}{\gamma^2} \Delta\omega^2 + \frac{2}{\gamma^2} a \Delta\omega \sin \Omega t - \frac{a^2}{\gamma^2} \sin^2 \Omega t \right] . \quad (1.58)$$

Amplituda signala pri Ω je $2P_1 a \Delta\omega / \gamma^2$. Najmanjša razlika, ki jo lahko zaznamo, je določena s šumom meritve. Kot bomo videli v poglavju o detekciji svetlobe, je osnovni izvor šuma fotodiode Poissonov šum števila parov elektron-vrzel, ki nastanejo zaradi fotoefekta v p-n spoju. Najmanjša sprememba svetlobne moči, ki jo lahko izmerimo, je (glej 10???. poglavje)

$$P_N \simeq \sqrt{\hbar \omega P \frac{1}{\tau}} , \quad (1.59)$$

kjer je P celotna svetlobna moč, ki vpada na diodo, τ pa čas meritve, ki je v našem primeru določen s časovno konstanto nizkopasovnega filtra na izhodu faznega detektorja.

Vzemimo na primer He-Ne laser, stabiliziran na iodove pare. Povprečna moč laserja P_0 naj je 10 mW in $P_1 = 0.1$ mW. Širina absorpcijske črte $\gamma = 10^6 \text{ s}^{-1}$. Izberimo amplitudo modulacije $a = 10^5 \text{ s}^{-1}$ in $\tau = 10^{-4} \text{ s}$. Časovna konstanta τ ne sme biti prevelika, določa namreč, kako hitro popravljamo dolžino laserja. Gornje vrednosti dajo za najmanjšo zaznavno moč pri Ω $P_N = 0.5 \times 10^{-8} \text{ W}$. Najmanjše merljivo odstopanje frekvence laserja je tedaj

$$\Delta\omega_N = \frac{P_N \gamma^2}{2P_1 a} = 2.5 \times 10^3 \text{ s}^{-1} . \quad (1.60)$$

Takšno in še boljšo stabilnost frekvence tudi zares dosežejo. Pozoren bralec bo opazil, da je $\Delta\omega_N < 0.01\gamma$, to je, položaj absorpcijskega vrha je na opisan način mogoče določiti z natančnostjo nekaj tisočink celotne širine.

Na absorpcijsko črto stabiliziranega laserja navadno ne uporabljamo direktno, temveč z njim kontroliramo drug laser. Del izhodne svetlobe iz obeh laserjev zmešamo na detekcijski fotodiodi. V signalu dobimo utripanje, ki je enako razliki frekvenc obeh laserjev. S spremenjanjem dolžine drugega laserja skrbimo, da je frekvanca utripanja konstantna. Na ta način lahko v ozkem frekvenčnem intervalu še spremojamo frekvenco drugega laserja.

Z merjenjem utripanja med dvema stabiliziranimi laserjema ugotavljajo tudi njihovo stabilnost.

1.11 *Absolutna meritev frekvence laserja in definicija metra

Najnatančnejša merljiva količina je čas odnosno frekvanca. Frekvence laserja, ki sveti v vidnem področju seveda ni mogoče direktno prešteti. Pač pa je v začetku sedemdesetih let uspelo s



Slika 1.15: Primerjalna veriga za meritev frekvence He-Ne laserja

heterodinsko tehniko, ki se v mikrovalovni tehniki pogosto uporablja, napraviti primerjavo stabiliziranega He-Ne laserja z osnovno cezijevo uro in tako določiti frekvenco absorpcijske črte metana pri $3.39 \mu\text{m}$ z isto natan "nostjo, kot jo ima cezijeva ura.

S heterodinsko tehniko primerjamo frekvenci dveh ali več valovanj tako, da jih zmešamo na primerinem nelinearnem elementu, običajno neki diodi. Zaradi nelinearnosti dobimo v odzivu diode različne mnogokratnike vpadnih frekvenc, njihove vsote in razlike. Od teh je kaktera lahko dovolj nizka, da jo lahko direktno prestejemo.

Za primerjanje frekvenc nad mikrovalvnim področjem je potreben ustrezен mešalni element. Polvodniške diode nehajo biti uporabne pri približno 20 GHz. Za višje frekvence uporabijo diode kovina-izolator-kovina, ki jih sestavlja oksidirana površina niklja, ki se je dotika ostra volframska konica. Taka dioda deluje kot uporaben mešalni element do frekvenc okoli 200 THz, to je skoraj do vidnega področja.

Za primerjavo He-Ne laserja, stabiliziranega na metan pri $3.39 \mu\text{m}$, z osnovno cezijevo uro

je bilo potrebno zgraditi celo verigo vmesnih primerjav, ki jo kaže slika ???. Frekvenco CO₂ laserja dobimo na primer iz utripanja med frekvencama CO₂ laserja pri 10.2 μm in pri 9.3 μm, trikratnikom frekvence HCN laserja in še klistrona s frekvenco 20 GHz. Na ta način so izmerili, da je frekvanca CH₄ črte na katero je stabiliziran He-Ne laser, 88.376181627 THz.

Valovno dolžino laserja dobimo z interferometrično primerjavo z dolžinskim standardom, ki je bil do leta 1984 določen z neko kriptonovo črto. Iz znane frekvence in valovna dolžine določimo hitrost svetlobe. Zaradi relativno velike širine črte kriptonove svetilke je bil po starem meter definiran le z relativno natančnostjo 10⁻⁸, kar je pomenilo, da tudi hitrost svetlobe ne more biti določena bolj natančno. Meritev frekvence laserja pa je dosti natančnejša. Zato je bilo smiselno opustiti meter kot osnovno enoto in raje definirati hitrost svetlobe kot pretvornik med sekundo in metrom. Z njeno vrednost so vzeli, kar so dobili z naboljšo primerjavo stabiliziranega laserja in kriptonove črte: $c = 299792458 \text{ m/s}$. Na metan ali jod stabilizirani laser je postal sekundarni standard za dolžino. Laser je pravzaprav pri tem le pomožna naprava; standard je ustrezni molekularni prehod.

1.12 *Semiklasični model laserja

Doslej smo laserje obravnavali le z modelom zasedbenih enačb. Ta je zelo grob, saj smo zanemarili nekaj pomembnih pojavov. Svetlobo v resonatorju smo opisali smo opisali le s celotno energijo ali številom fotonov in se za njeno valovno naravo nismo menili. Kar privzeli smo, da je frekvanca delujočega laserja in oblika polja v njem enaka kot za lastno stanje praznega resonatorja. Aktivno snov smo opisali le z zasedenostjo zgornjega in spodnjega laserskega stanja in smo s tem izpustili možnost, da se zaradi sodelovanja z elektromagnetnim poljem atomi nahajajo v nestacionarnem, mešanem stanju.

Gornje pomanjkljivosti odpravimo s tem, da elektromagnetno polje v resonatorju obravnavamo z valovno enačbo, za atome aktivne snovi pa upoštevamo, da se pokoravajo Schroedingerjevi enačbi. S tem dobimo *semiklasični model* laserja. Za še natančnejši opis pa moramo tudi svetlobo obravnavati kvantno, kar presega okvir te knjige.

Aktivna snov naj bo še naprej kar najenostavnnejša, to je množica enakih dvonivojskih atomov s stanji $|1\rangle$ in $|2\rangle$, ki imata energiji W_1 in W_2 . Atomi s svetlobo sodelujejo preko dipolne interakcije oblike $e\hat{x}E(t)$, kjer je $E(t)$ polje v resonatorju, ki naj bo zaradi preprostosti polarizirano v smeri osi x . Časovno odvisno stanje atomov zapišimo v obliki

$$|\psi\rangle = c_1(t)|1\rangle \exp(-iW_1t/\hbar) + c_2(t)|2\rangle \exp(-iW_2t/\hbar). \quad (1.61)$$

Iz Schroedingerjeve enačbe dobimo za koeficiente $c_1(t)$ in $c_2(t)$

$$\dot{c}_1 = \frac{1}{i\hbar} E(t) v_{12} e^{-i\omega_0 t} c_2 \dot{c}_2 = \frac{1}{i\hbar} E(t) v_{12} e^{i\omega_0 t} c_1, \quad (1.62)$$

kjer je $\omega_0 = (W_2 - W_1)/\hbar$ in $v_{12} = e\langle 1|\hat{x}|2\rangle$.

Električni dipolni moment atoma v stanju *ket* ψ je

$$p = -e\langle \psi|\hat{x}|\psi\rangle = -(c_1^* c_2 e^{-i\omega_0 t} + c_1 c_2^* e^{i\omega_0 t}) v_{12}. \quad (1.63)$$

Razdelimo p na dva dela:

$$p = p^+ + p^- = v_{12}[\eta(t) + \eta^*(t)], \quad (1.64)$$

kjer smo vpeljali $\eta(t) = c_1^* c_2 e^{-i\omega_0 t}$.

Zanima nas, kako se dipolni moment spreminja s časom. Zato s pomočjo enačb 1.62 izrazimo

$$\dot{\eta} = -i\omega_0 \eta - \frac{1}{i\hbar} E(t) v_{12} (|c_2|^2 - |c_1|^2). \quad (1.65)$$

$|c_i|^2$ je verjetnost za zasedenost stanja $|i\rangle$. Izraz v oklepaju na desni strani gornje enačbe torej meri razliko zasednosti obeh stanj; označimo ga z ζ . Podobno kot zgoraj izrazimo časovni odvod

$$\dot{\zeta} = \frac{2v_{12}}{i\hbar} E(t) (\eta^* - \eta). \quad (1.66)$$

S tem smo iz Schroedingerjeve enačbe dobili enačbe za časovni razvoj diponega momenta in obrnjene zasedenosti, ki pa jih moramo še dopolniti. Naj bo atom na začetku v stanju $|2\rangle$ in naj bo $E(t) = 0$. Začetna vrednost $\zeta(0) = 1$ in po enačbi 1.66 naj bi bila $\zeta(t)$ konstantna. Vemo pa, da se atom, ki je v vzbujenem stanju, sčasoma vrne v osnovno stanje. Verjetnost za prehod na časovno enoto smo označili z A . Poleg tega moramo na nek način upoštevati še črpanje, s katerim vzdržujemo obrnjeno zasedenost in s tem lasersko delovanje. Za podroben opis črpanja bi morali v Hamiltonov operator dodati ustreerne člene in morda upoštevati še druga stanja atomov, vendar nas take podrobnosti na tem mestu ne zanimajo. Zaradi črpanja stacionarna vrednost ζ v odsotnosti laserskega polja $E(t)$ ni -1, temveč zavzame neko vrednost ζ_0 med -1 in 1, odvisno od moči črpanja. Tako lahko enačbo 1.66 popravimo:

$$\dot{\zeta} = A(\zeta_0 - \zeta) + \frac{2v_{12}}{i\hbar} E(t) (\eta^* - \eta), \quad (1.67)$$

kjer prvi člen popisuje spontane prehode v nižje stanje in vpliv črpanja.

Podobno dopolnimo še enačbo 1.65. Pri $E(t) = 0$ da časovno odvisnost η oblike $e^{-i\omega_0 t}$, to je brez dušenja. Vema pa, da polarizacija v mešanem stanju razpada vsaj zaradi spontanega sevanja, lahko pa še zaradi drugih vplivov, na primer trkov z drugimi atomi. Označimo koeficient dušenja polarizacije z γ , ki meri tudi spektralno širino svetlobe, ki jo sevajo atomi pri prehodu $2 \rightarrow 1$. Tako imamo

$$\dot{\eta} = -(i\omega_0 \eta + \gamma) - \frac{1}{i\hbar} E(t) v_{12} \zeta. \quad (1.68)$$

Tej enačbi moramo dodati še konjugirano kompleksno enačbo. Enačbe 1.67 in 1.68 pogosto imenujejo Blochove enačbe. Najprej so jih uporabili za obravnavo jedrske magnetne rezonance.

Potrebujemo še enačbo za polje $E(t)$. Zanj dobimo iz Maxwellovih enačb valovno enačbo, kjer moramo upoštevati, da imamo tudi od nič različno polarizacijo snovi, ki je v primeru, da so vsi atomi enakovredni, podana z

$$P = \frac{N}{V} v_{12} (\eta + \eta^*) = P^+ + P^-. \quad (1.69)$$

Valovna enačba je tedaj [?]

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \ddot{E} = \mu_0 \ddot{P}. \quad (1.70)$$

Namesto mikroskopske količine ζ lahko uvedemo še gostoto obrnjene zasedenosti $Z = (N/V)\zeta$, pa lahko enačbi 1.67 in 1.68 prepišemo v obliko

$$\dot{P}^\pm = (\mp i\omega_0 - \gamma) P^\pm + \frac{v_{12}^2}{i\hbar} E Z \quad (1.71)$$

$$\dot{Z} = A(Z_0 - Z) - \frac{2}{i\hbar} E (P^- - P^+). \quad (1.72)$$

Prehod od enačb 1.67 in 1.68 na ?? je mogoč le, kadar so vsi atomi enakovredni, to je, kadar ni nehomogene razširitve. Kako je v primeru nehomogene razširitve, si bralec lahko ogleda v [?].

Enačbe 1.67, 1.68 ali ??, skupaj z 1.70 dajejo semiklasični opis sodelovanja svetlobe in snovi. Iz izpeljave je vidno, da je v njem spontano sevanje obravnavano pomankljivo, le s fenomenološkim nastavkom, kar je moč popraviti tako, da tudi elektromagnetno polje kvantiziramo. Kljub tej pomanjkljivosti je s semiklasičnim modelom mogoče zelo podrobno obravnavati večino pojavov v laserjih in tudi druge probleme širjenja svetlobe po snovi. Reševanje zapisanega sistema nelinearnih parcialnih diferencialnih enačb pa je na splošno zelo težavno.

Da bomo semiklasične enačbe le nekoliko pobliže spoznali, na kratko poglejmo najenostavnejši primer, to je laser, v katerem je vzbujeno le eno resonatorsko stanje. Polje ima tedaj obliko

$$E(\vec{r}, t) = E_\lambda(t) u_\lambda(\vec{r}), \quad (1.73)$$

kjer je $u_\lambda(\vec{r})$ krajevni del lastnega stanja resonatorja, ki zadošča enačbi

$$\nabla^2 u_\lambda - \frac{\omega_\lambda^2}{c^2} u_\lambda = 0. \quad (1.74)$$

$E_\lambda(t)$ opisuje časovno odvisnost, ki je za laser v stacionarnem delovanju periodična, vendar frekvenca ni nujno kar enaka lastni frekvenci praznega resonatorja ω_λ , temveč jo moramo še izračunati.

Tudi polarizacijo lahko razvijemo po lastnih funkcijah $u_\lambda(\vec{r})$. Ker so te med seboj ortogonalne, preide valovna enačba 1.70 v

$$\omega_\lambda^2 E_\lambda - \ddot{E}_\lambda = \frac{1}{\epsilon_0} \ddot{P}_\lambda. \quad (1.75)$$

Razstavimo $E_\lambda(t)$ na dva dela:

$$E_\lambda(t) = E_\lambda^+(t) + E_\lambda^-(t) = A^+(t) e^{-i\omega_\lambda t} + A^-(t) e^{i\omega_\lambda t}. \quad (1.76)$$

Dejanska frekvenca laserja je blizu ω_λ , zato pričakujemo, da bosta amplitudi $A^\pm(t)$ v primerjavi z $e^{-i\omega_\lambda t}$ le počasni funkciji časa. Izračunajmo

$$\begin{aligned} \ddot{E}_\lambda^+ &= -\omega_\lambda^2 E_\lambda^+ - 2i\omega_\lambda \dot{A}^+ e^{-i\omega_\lambda t} + \ddot{A}^+ e^{-i\omega_\lambda t} \\ &\simeq -\omega_\lambda^2 E_\lambda^+ - 2i\omega_\lambda (\dot{E}_\lambda^+ + i\omega_\lambda E_\lambda^+) \end{aligned} \quad (1.77)$$

V drugi vrstici smo izpustili člen z \ddot{A}^+ , ker pričakujemo, da je majhen. S tem smo napravili približek *počasne amplitude*.

Polarizacija snovi je približno periodična s frekvenco ω_0 , z amplitudo, ki je tudi počasna funkcija časa. Zato je $\ddot{P}_\lambda^+ \simeq -\omega_0^2 P_\lambda^+$. Pri drugem odvodu polja po času smo potrebovali en člen več, ker se člen $-\omega_\lambda^2 E_\lambda^+$ na levi strani enačbe 1.70 odšteje. Z uporabo tega približka in enačb 1.74 in 1.77 preide valovna enačba 1.70 za eno nihanje v

$$\dot{E}_\lambda^+ = -i\omega_\lambda E_\lambda^+ + \frac{i\omega_0}{2\epsilon_0} P_\lambda^+. \quad (1.78)$$

Doslej nismo upoštevali, da je polje v praznem resonatorju dušeno, zato moramo gornjo enačbo še popraviti:

$$\dot{E}_\lambda^+ = (-i\omega_\lambda - \frac{1}{\tau}) E_\lambda^+ + \frac{i\omega_0}{2\epsilon_0} P_\lambda^+. \quad (1.79)$$

Kadar v reosnatorju ni snovi, je dobljena enačba enaka kot enačba ??.

Enačbi ?? in 1.71 sta nelinearni, zato ju n moč kar tako prepisati za primer razvoja po lastnih stanjih resonatorja. Pri enačbi za razvoj polarizacije ?? imamo v zadnjem členu na desni produkt komponente polja E_λ in obrnjene zasedenosti Z , od katere bistveno prispeva le krajevno povprečje \bar{Z} , ki se tudi s časom le počasi spreminja. Seveda vsebuje Z tudi krajevno odvisne komponente, ki pa so pomembne predvsem zato, ker sklapajo različna lastna stanja resonatorja, kar presega našo trenutno obravnavo. Tako imamo

$$\dot{P}_\lambda^+ = (-i\omega_0 - \gamma)P_\lambda^+ + \frac{v_{12}^2}{i\hbar} E_\lambda^+ \bar{Z}. \quad (1.80)$$

Enačbo za \bar{Z} dobimo iz 1.71. V zadnjem členu imamo produkte $E^\pm P^\pm = E_\lambda^\pm P_\lambda^\pm u_\lambda^2(\vec{r})$, kar moramo prostorsko povprečiti. Funkcije $u_\lambda(\vec{r})$ so normirane, tako da je $\int u_\lambda^2(\vec{r}) dV = V$. Tako imamo $\overline{u_\lambda^2(\vec{r})} = 1$ in

$$\dot{\bar{Z}} = A(\bar{Z}_0 - \bar{Z}) - \frac{2}{i\hbar}(E_\lambda^+ + E_\lambda^-)(P_\lambda^- - P_\lambda^+), \quad (1.81)$$

kjer je \bar{Z}_0 povprečje nenasičene zasedenosti Z_0 . V zadnjem členu nastopajo produkti, ki nihajo s frekvencami $\omega_\lambda - \omega_0$ in $\omega_\lambda + \omega_0$. Obe frekvenci sta si zelo blizu, zato je njuna vsota mnogo večja od razlike. Členi $E_\lambda^+ P_\lambda^+$ in $E_\lambda^- P_\lambda^-$ se torej zelo hitro spreminja in skoraj nič ne vplivajo na valovanje blizu ω_λ , zato jih izpustimo. S tem je časovna odvisnost \bar{Z} podana z

$$\dot{\bar{Z}} = A(\bar{Z}_0 - \bar{Z}) - \frac{2}{i\hbar}(E_\lambda^+ P_\lambda^- - E_\lambda^- P_\lambda^+). \quad (1.82)$$

Enačbe 1.79, 1.80 in 1.82, skupaj s konjugirano kompleksnimi enačbami za E_λ^- in P_λ^- , so zaključen sistem, ki opisuje delovanje enofrekvenčnega laserja. Uporabimo jih za izračun frekvence izhodne svetlobe.

Naj bo stanje stacionarno. Tedaj lahko polje zapišemo v obliki $E_\lambda^+ = E_0 e^{-i\Omega t}$, kjer je E_0 realna konstanta, frekvenca svetlobe ω pa je blizu ω_0 in ω_λ . V stacionarnem stanju mora imeti polarizacija enako časovno odvisnost: $P_\lambda^+ = P_0 e^{-i\Omega t}$. Tedaj je v enačbi 1.82 drugi oklepaj konstanten in mora biti tudi \bar{Z} v stacionarnem stanju od časa neodvisna. Sistem enačb 1.79, 1.80 in 1.82 tako da

$$\begin{aligned} -[i(\omega_\lambda - \Omega) + \frac{1}{\tau}]E_0 - \frac{i\omega_0}{2\epsilon_0}P_0 &= 0 \\ -[i(\omega_0 - \Omega) + \gamma]P_0 + \frac{v_{12}^2}{i\hbar}E_0\bar{Z} &= 0 \\ A(\bar{Z}_0 - \bar{Z}) - \frac{2}{i\hbar}E_0(P_0^* - P_0) &= 0. \end{aligned} \quad (1.83)$$

Najprej izračunamo P_0 iz druge enačbe, ga postavimo v tretjo in izračunamo \bar{Z} :

$$\bar{Z} = \bar{Z}_0 \left[1 + \frac{v_{12}^2}{\hbar^2 A} E_0^2 \frac{2\gamma}{(\omega_0 - \Omega)^2 + \gamma^2} \right]^{-1} \quad (1.84)$$

Ta izraz že poznamo. $\pi v_{12}^2 / (\epsilon_0 \hbar^2)$ je Einsteinov koeficient B . E_0^2 je sorazmern gostoti energije polja v resonatorju, zadnji ulomek v oklepaju pa podaja obliko homogeno razširjene atomske črte:

$$\bar{Z} = \bar{Z}_0 \left[1 + \frac{2B}{A} g(\omega_0 - \Omega) w \right]^{-1} \quad (1.85)$$

To je natanko enako izrazu za nasičenje zasedenosti stanj, ki smo ga izpeljali iz zasedbenih enačb v četrtem poglavju.

Postavimo P_0 iz prve enačbe sistema 1.83 v drugo:

$$E_0[i(\Omega - \omega_\lambda) + \frac{1}{\tau}][i(\Omega - \omega_0) + \gamma] = -\frac{\nu_{12}^2 \omega_0}{2\hbar\epsilon_0} E_0 \bar{Z}. \quad (1.86)$$

V delajočem laserju je $E_0 \neq 0$, zato lahko krajšamo. \bar{Z} je realen, tako da mora biti imaginarni del leve strani enak nič:

$$(\Omega - \omega_\lambda)\gamma + (\Omega - \omega_0)\frac{1}{\tau} = 0. \quad (1.87)$$

Od tod lahko izračunamo frekvenco laserja

$$\Omega = \frac{\omega_\lambda \gamma + \omega_0 \frac{1}{\tau}}{\gamma + \frac{1}{\tau}}. \quad (1.88)$$

Frekvanca torej ni enaka frekvenci praznega resonatorja ω_λ , temveč je premaknjena proti centru atomske črte ω_0 . Premik je odvisen od razmerja širine atomske črte in izgub resonatorja.

Bralec lahko sam iz enačbe 1.86 izračuna še energijo svetlobe v resonatorju in rezultat primerja s tistim, ki smo ga dobili z uporabo zasedbenih enačb.

Gornji primer uporabe polklasičnih enačb je zelo preprost. Prava moč modela se pokaže pri obravnavi mnogofrekvenčnega laserja, na primer pri računu uklepanja faz laserskih nihanj, kar pa presega okvir te knjige. Več bo bralec našel v [?].

2. Primeri laserjev

V tem poglavju bomo spoznali nekaj najpomembnejših vrst laserjev. V grobem laserje razlikujemo po aktivnem sredstvu (plin, trdna snov, organsko barvilo, polprevodnik), pri čemer tudi pri izbranem sredstvu obstaja veliko različnih izvedb in načinov delovanja. Za vsak obravnavani primer bomo navedli osnovne karakteristike, v podrobnosti izvedbe pa se ne bomo spuščali.

2.1 Laserski sistemi

Laser je lahko dokaj preprosta naprava, z malo sestavnimi deli, lahko pa je zelo velik in zapleten sistem. Večina laserskih sistemov je sestavljena iz osnovnega laserja, ki ni posebno močan, a daje kvaliteten snop svetlobe, in iz enega ali več ojačevalnikov. V njih se svetloba ojačuje v sredstvu, ki je enako kot v osnovnem laserju in ki je v kolikor mogoče visokem stanju obrnjene zasedenosti. V več ojačevalnih korakih se tako doseže zelo velika svetlobna moč.

Pri velikih laserskih močeh nastopi vrsta novih težav. Da gostota svetlobnega toka ne povzroča poškodb optičnih komponent, mora premer ojačevanega snopa (in s tem premer vseh vmesnih ojačevalnih stopenj) naraščati. Na zadnjih stopnjah največjih laserskih sistemov je premer snopa lahko večji od pol metra, kar seveda pomeni, da morajo imeti tolikšno odprtino tudi vse ostale optične komponente. Poleg tega je treba skrbno paziti, da se odbita svetloba ne vrača v prejšnji ojačevalnik ali v osnovni laser in s tem moti njegovo delovanje. Med posamezne ojačevalne stopnje zato damo optične izolatorje, ki temeljijo na Faradayevem pojavu vrtenja polarizacije v snovi z magnetnim poljem.



Slika 2.1: Eden najmočnejših laserskih sistemov na svetu, ki doseže 500 TW moči v sunku.

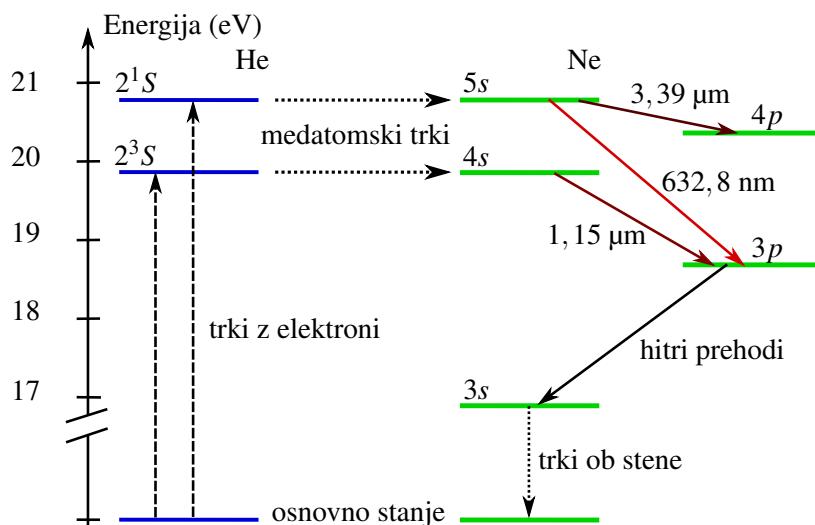
Vir: National Ignition Facility, Livermore, Kalifornija.

Moči svetlobe, ki jih oddajajo najmočnejši laserski sistemi, imajo zelo velike vrednosti. Najmočnejši zvezno delujoči laserji dosegajo moč prek ~ 100 kW. Še bistveno večje moči dosegajo sunkovni laserji, saj lahko v sunku dosežejo moč tudi $\sim 10^{15}$ W. Vendar so sunki s tako veliko svetlobno močjo izredno kratki, tipično reda pikosekunde, tako da znaša celotna energija v sunku "le" \sim kJ. Pomemben parameter pri sunkovnih laserjih je tudi čas, ki poteče med dvema zaporednima sunkoma (repeticijo). Najmočnejši laserski sistemi lahko izsevajo največ nekaj sunkov dnevno.

2.2 He-Ne laser

Najprej si oglejmo helij-neon (He-Ne) laser, ki je bil prvi zvezno delujoči laser in je še danes zelo razširjen. Najpogosteje deluje pri valovni dolžini 632,8 nm v rdečem delu spektra, lahko pa tudi pri infrardečih 1,15 μm in 3,39 μm ter nekaterih drugih valovnih dolžinah v oranžnem in zelenem delu spektra. Laser deluje v zveznem načinu delovanja s tipičnimi močmi 0,5–100 mW.

Ojačevalno sredstvo je plin, mešanica helija in neonja, katerih relevantni energijski nivoji so prikazani na sliki (2.2). Atome helija s trki z elektroni vzbudimo v eno izmed dveh dolgoživih metastabilnih stanj 2^3S ali 2^1S z razpadnima časoma 0,1 ms in 5 μs . Ti dve stanji slučajno praktično sovpadata z dvema stanjem neonja ($4s$ in $5s$). Ko heliju dodamo neon, se energija s trki prenese z vzbujenih helijevih atomov na atome neonja, ki s tem preidejo v že omenjeni vzbujeni stanji. Helijevi atomi se po trku vrnejo v osnovno stanje, od koder jih lahko ponovno vzbudimo. Prenos energije z atomov helija na atome neonja s trki je zelo učinkovit, zato zasedenost vzbujenih neonovih stanj hitro naraste. Ko preseže zasedenost nižjih vzbujenih stanj, pride do obrnjene zasedenosti.

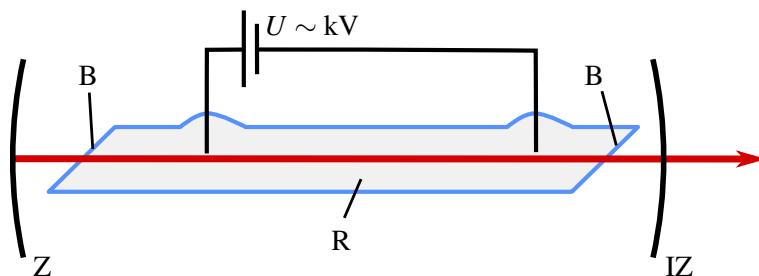


Slika 2.2: Shema energijskih nivojev v He-Ne laserju. Nivoji helija so označeni z modro in nivoji neonja z zeleno, laserski prehodi pa z rdečimi barvami in pripisano ustrezno valovno dolžino.

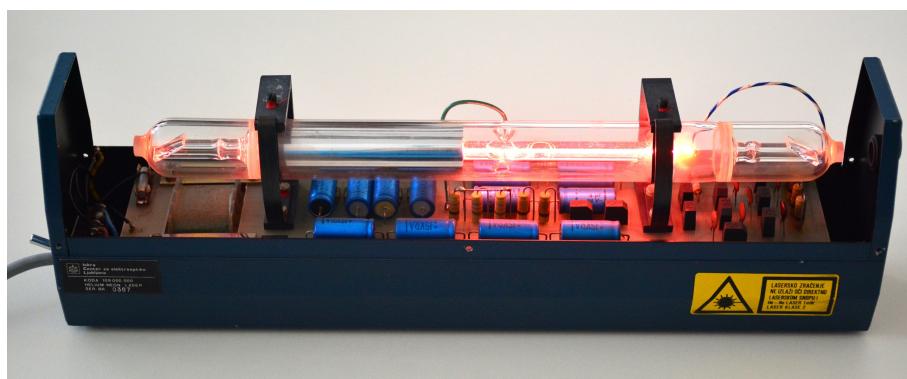
Znano rdečo svetlobo He-Ne laserja z valovno dolžino 632,8 nm dobimo pri prehodu iz stanja $5s$ v eno od stanj $3p$. Pri tem je življenjski čas stanja $5s$ okoli 100 ns, stanja $3p$ pa okoli 10 ns, zato se spodnji nivo s spontano emisijo hitro prazni v metastabilno stanje $3s$. V njem se atomi nabirajo, saj so dipolni sevalni prehodi v osnovno stanje prepovedani, in atomi le s trki ob steno cevi prehajajo v osnovno stanje. Da pospešimo praznjenje nivoja $3s$ in omogočimo večjo obrnjeno zasedenost, moramo torej zmanjšati premer razelektritvene cevi. Zaradi gibanja atomov je spektralna črta Dopplerjevo razširjena ($\Delta\nu = 1,5$ GHz).

Lasersko delovanje dobimo tudi pri prehodu iz $5s$ v stanje $4p$, pri katerem ima izsevana svetloba valovno dolžino $3,39 \mu\text{m}$. Ojačenje je za ta prehod celo precej večje kot za prehod pri $632,8 \text{ nm}$, deloma zaradi nižje frekvence (glej zvezo med Einsteinovima koeficientoma A in B , enačba ??), deloma pa zaradi kratke življenske dobe spodnjega laserskega nivoja $4p$. Zato bi pričakovali, da bo He-Ne laser svetil v infrardečem delu in ne vidnem. To delno prepreči absorpcija v steklu, delno pa izgube namerno povečamo s selektivno odbojnostjo resonatorskih zrcal, ki dvigne prag delovanja za $3,39 \mu\text{m}$ nad prag za $632,8 \text{ nm}$. V laser lahko dodamo tudi celico metana, ki infrardeč del svetlobe močno absorbira, vidnega pa ne. Omenimo še prehode iz stanja $4s$, ki ga dosežejo neonovi atomi s trki z vzbujenimi helijevimi atomi iz nivoja 2^3S . Prehod $4s$ v $3p$, ki da svetlobo pri $1,15 \mu\text{m}$, je bil prvi opaženi prehod v He-Ne laserjih.

Tipičen He-Ne laser je razmeroma preprosto zgrajen (sliki 2.3 in 2.4). V razelektritveni cevi (napetost ~ 1 kV), skozi katero teče električni tok (~ 10 mA), se nahaja mešanica helija in neonja v razmerju 5 : 1–10 : 1. Skupni tlak v cevi je nizek, le okoli 3 mbar, cev pa je tipično dolga okoli 0,5 m s premerom 1–2 mm. Cev na obeh straneh zapirata okni, ki sta nagnjeni za Brewstrov kot (glej enačbo ??), tako da so izgube pri odboju za eno polarizacijo kar se da majhne. Izhodna svetloba iz laserja je zato seveda polarizirana. V manjših laserjih so namesto Brewstrovih oken na razelektritveno cev privarjena kar resonatorska zrcala, zaradi česar so taki laserji nepolarizirani. Navadno je razelektritvena cev obdana z dvema ukrivljenima zrcaloma, ki imata zelo veliko odbojnost za izbrano valovno dolžino. Nekaj tipičnih podatkov za He-Ne laser je zbranih v tabeli (2.1).



Slika 2.3: Shema He-Ne laserja: R – razelektritvena cev, IZ – izhodno zrcalo, Z – zrcalo z veliko odbojnostjo, B – Brewstrovi okni



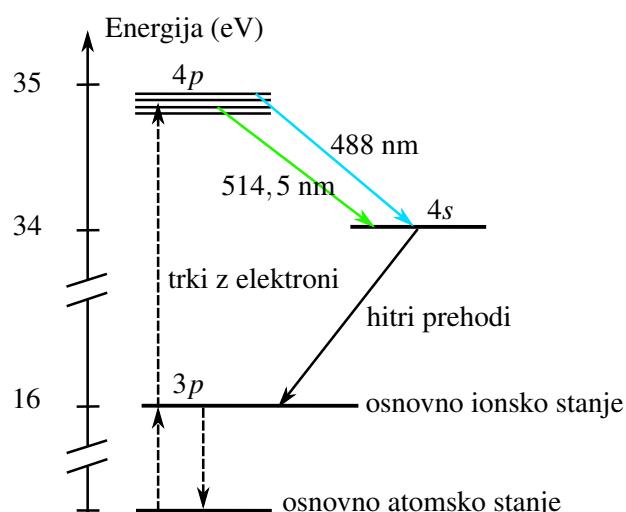
Slika 2.4: Primer starejšega He-Ne laserja, izdelanega v Sloveniji

He-Ne laserji so preprosti, stabilni, zanesljivi, poceni, imajo visoko kvaliteto žarka in dolgo služijo (do 50 000 ur). Danes jih sicer izrivajo polprevodniški laserji, vendar so še vedno v uporabi v merilnih napravah, v optičnih čitalnih sistemih, v šolah, v raziskovalnih laboratorijih za interferometrijo, holografijo itd. Na njem je osnovan tudi standard za meter.

2.3 Argonov ionski laser

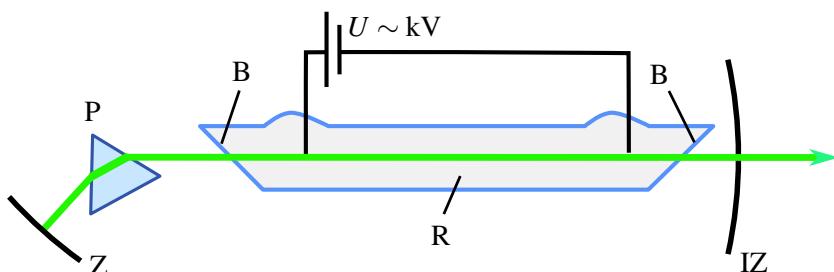
Kot drugi primer plinskega laserja obravnavajmo argonov ionski (Ar^+) laser, ki je najbolj poznan po zveznem delovanju v modrem in zelenem delu spektra pri valovnih dolžinah 488,0 nm in 514,5 nm, deluje pa tudi v bližnjem ultravijoličnem delu spektra. Tipične moči delovanja argonovega laserja so 100 mW–50 W.

Kot večino plinskih laserjev tudi tega črpamo z električnim tokom. Atome argona vzbudimo s trki z elektronimi vione argona, ti pa z nadaljnji trki preidejo v vzbujena stanja. Obrnjeno zasedenost dosežemo med nivojema $4p$ in $4s$ (slika 2.5). Ta dva nivoja vsebujejo veliko podnivojev, zato je tudi prehodov med njima zelo veliko. Argonov laser tako seva pri več kot tridesetih različnih valovnih dolžinah, najznačilnejši sta že omenjeni 488 nm in 514,5 nm. Življenski čas zgornjega nivoja je okoli 10 ns, kar je približno desetkrat več od življenskega časa spodnjega nivoja, od koder se ionizira z rekombinacijo z elektronimi vrnejo v osnovno stanje atoma. Tudi pri tem laserju je poglavitni vzrok za razširitev črte Dopplerjev pojav ($\Delta\nu = 3,5 \text{ GHz}$).



Slika 2.5: Shema energijskih nivojev v Ar^+ laserju

Argonov laser je v osnovi zgrajen podobno kot He-Ne laser. V razelektritveni cevi (tipična dolžina 1 m in premer 1–2 mm) se nahaja argon pri pritisku okoli 10 mbar. Ker gre pri vzbujanju atomov argona za dvostopenjski proces, mora biti električni tok, s katerim dosežemo obrnjeno zasedenost, precej velik, lahko tudi nekaj deset amperov. Pri tipični napetosti nekaj kV to pomeni, da so potrebne velike električne moči, pogosto več deset kW, in močnejši argonovi laserji so zato zaradi velike količine odvečne toplotne najpogosteje vodno hlajeni.



Slika 2.6: Poenostavljena shema Ar^+ laserja s prizmo: R – razelektritvena cev, IZ – izhodno zrcalo, Z – zrcalo z veliko odbojnostjo, B – Brewstrove okni, P – prizma



V argonovih laserjih pogosto ustvarimo vzdolžno magnetno polje, ki preprečuje elektronom, da bi predčasno zapustili ojačevalno območje in trčili v steno. S tem se poveča izhodno moč laserja, hkrati pa preprečuje poškodbe na stenah, ki bi jih lahko povzročili visokoenergijski elektroni. Iz istega razloga so pri močnejših laserjih zrcala izven plinske cevi.

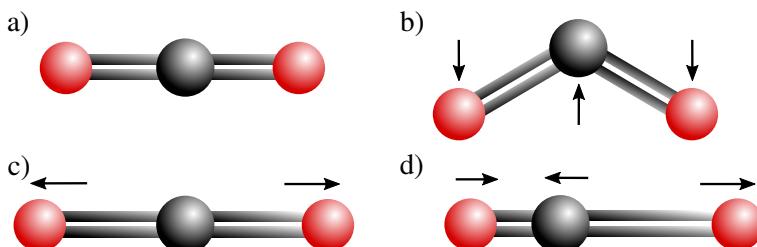
V resonator argonovega laserja moramo vgraditi še element, ki omogoči izbiro ene same spektralne črte. Najpogosteje za ta frekvenčno selektiven element uporabimo kar majhno prizmo pred enim od obeh zrcal (slika 2.6). Zaradi disperzije v prizmi se snopi različnih valovnih dolžin lomijo pod različnimi koti in le tisti snop, ki vpada pravokotno na zrcalo, se ojačuje. Z vrtenjem prizme ali zrcala lahko tako izbiramo valovno dolžino izhodne svetlobe. Nekaj tipičnih podatkov za argonov laser je zbranih v tabeli (2.1).

Argonovi laserji so zanesljivi in dajejo zelo kvaliteten Gaussov snop pri eni sami frekvenci. Zato se dosti uporablajo v optični spektroskopiji, interferometriji, holografiji in meritni tehniki. Delujejo v zveznem načinu, zaradi razmeroma široke črte ojačenja pa jih uporabljamo tudi za fazno uklenjene sunkovne laserje z dolžino sunkov okoli 150 ps. V kombinaciji s kriptonovimi laserji, ki so zelo podobni argonovim, le da delujejo v rdečem in oranžnem delu spektra, se uporablajo tudi v zabavni industriji. V zadnjem času jih vse bolj izrivajo polprevodniški laserji ali pa frekvenčno podvojeni Nd:YAG.

2.4 CO₂ laser

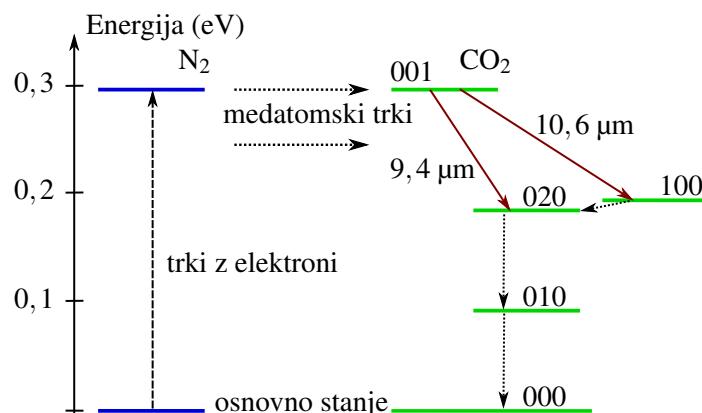
Do zdaj opisani laserji so delovali na elektronskih prehodih v atomih oziroma ionih. Laser na ogljikov dioksid pa deluje na prehode med vibracijskimi stanji molekul CO₂, pri čemer elektroni ostanejo v osnovnem stanju. Zaradi majhnih energijskih razlik med vibracijskimi stanji deluje tak laser v infrardečem delu spektra, najpogosteje pri 9,6 μm in 10,6 μm. Laser deluje v zveznem in v sunkovnem načinu, odlikuje ga pa zelo velik izkoristek (~ 30 %) in posledično zelo velike moči, 1 W–10 kW.

Preden opišemo delovanje laserja, si na kratko oglejmo še nihajna stanja molekule ogljikovega dioksida. Molekula CO₂ je v osnovnem stanju linearna molekula (slika 2.7 a). Za molekule take oblike obstajajo trije osnovni načini nihanja atomov glede na težišče: atomi nihajo v smeri pravokotno na os (upogib, slika 2.7 b), atoma kisika nihata simetrično vzdolž osi molekule, ogljik pa pri tem miruje (simetrični razteg, slika 2.7 c) in atoma kisika se gibljeta v isti smeri vzdolž osi, ogljik pa v nasprotni smeri (asimetrični razteg, slika 2.7 d). Pri tem ima najvišjo frekvenco asimetrični razteg, najnižjo pa upogib. Vsako vibracijsko stanje lahko razstavimo na osnovne nihajne načine in ga opišemo s številom energijskih kvantov v posameznem osnovnem nihanju, torej s trojico celih števil (n_1, n_2, n_3). Po dogovoru stanje 100 opisuje osnovni simetrični razteg, stanje 010 osnovni upogib, stanje 001 pa osnovni asimetrični razteg.



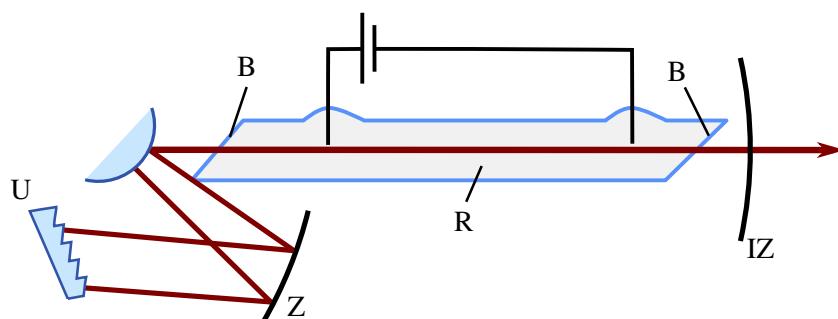
Slika 2.7: Molekula CO₂ (a) in trije osnovni načini nihanja molekule: upogib (b), simetrični razteg (c) in asimetrični razteg (d)

Vibracijska stanja molekule vzbudimo z električnim tokom skozi plin. Pri tem v razelektritveno cev dodamo dušik (N₂) in podobno kot pri He-Ne laserju se tudi CO₂ črpa predvsem preko trkov z dušikovimi molekulami. Dušikova molekula je dvoatomna in ima zato zgolj eno vibracijsko stanje, ki po energiji praktično sovpada z energijo stanja 001 (slika 2.8). Iz tega zgornjega stanja prehajajo molekule v stanje 100 (10,6 μm) ali v stanje 020 (9,4 μm). Da pospešimo prehod nazaj v osnovno stanje, plinski mešanici dodamo še helij, s katerim trkajo molekule. Razmerje parcialnih tlakov je navadno 1:1:8 za CO₂:N₂:He pri tlaku 1 mbar. Pri tako nizkih tlakih je poglavitna razširitev spektralne črte Dopplerjeva, ki pa je v primerjavi z ostalimi plinskimi laserji zaradi nizkih frekvenc zelo majhna, le okoli 70 MHz. V laserskih sistemih, kjer je tlak višji, prevlada razširitev zaradi medmolekulskih trkov. Pri tlakih okoli 20 bar znaša razširitev že okoli 500 GHz, kar omogoča izdelavo fazno uklenjenih sunkovnih laserjev s sunki dolžine ~ 1 ps. Nekaj tipičnih podatkov za laser na ogljikov dioksid je zbranih v tabeli (2.1).



Slika 2.8: Shema vibracijskih nivojev v CO₂ laserju

Najpreprostejši laser na ogljikov dioksid je po svoji zgradbi podoben drugim plinskim laserjem. Razelektritvena cev (polmer ~ 1 cm in dolžina 0,5–2 m) je na obeh koncih zaključena z Brewstrovima oknoma in zrcalom. Vsi optični elementi v laserju morajo biti seveda prepustni oziroma odbojni za infrardeč del svetlobe. Ker lahko deluje laser pri zelo veliko različnih valovnih dolžinah, dodamo frekvenčno selektiven člen, na primer uklonsko mrežico (slika 2.9).



Slika 2.9: Poenostavljena shema najpreprostejšega CO₂ laserja: R – razelektritvena cev, IZ – izhodno zrcalo, Z – zrcalo z veliko odbojnostjo, B – Brewstrovi okni, U – uklonska mrežica

Laserji na ogljikov dioksid se največ uporabljajo v industriji za zahtevne obdelave materialov, na primer za rezanje kovin, vrtanje, ablacijo, varjenje, pa tudi za vojaške in medicinske namene. Obdelava z laserji omogoča veliko natančnost, čistočo in je zelo fleksibilna.

Laser	He-Ne	Ar^+	CO_2	ekscimer
Valovna dolžina λ	632,8 nm	488 in 514,5 nm	9,6 in 10,6 μm	UV
Verjetnost za spontani prehod A	$3,4 \times 10^6/\text{s}$	$7,8 \times 10^7/\text{s}$	0,25/s	$\sim 10^8/\text{s}$
Presek za stimulirano emisijo σ	$3 \times 10^{-17} \text{ m}^2$	$2,6 \times 10^{-16} \text{ m}^2$	$3 \times 10^{-22} \text{ m}^2$	10^{-20} m^2
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$1,5 \times 10^9 \text{ Hz}$	$3,5 \times 10^9 \text{ Hz}$	$7 \times 10^7 \text{ Hz}$	10^{13} Hz
Obrnjena zasedenost $\Delta N/V$	$5 \times 10^{15}/\text{m}^3$	$2 \times 10^{15}/\text{m}^3$	$3 \times 10^{21}/\text{m}^3$	$10^{20}/\text{m}^3$

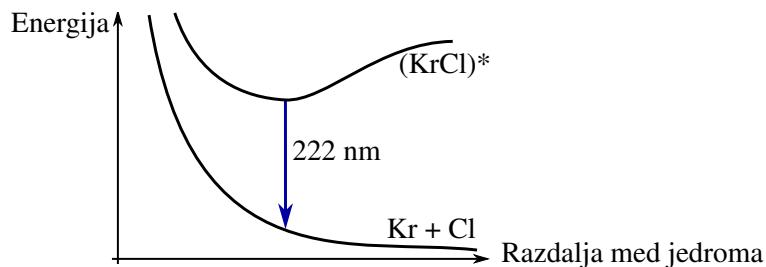
Tabela 2.1: Izbrani podatki za He-Ne, Ar^+ , CO_2 in tipičen ekscimerni laser

2.5 Ekscimerni laser

Ekscimerji (*excited dimer, excimer*) so vzbujena vezana stanja dveh atomov, ki bi se v osnovnem stanju ne vezala. Za laserje so zanimivi predvsem ekscimerji težkih žlahtnih plinov in halogenov, na primer Ar_2^* (126 nm), Kr_2^* (146 nm), Xe_2^* (172 nm), ArF (193 nm), KrF (248 nm), XeCl (308 nm), ArBr (161 nm), NeF (108 nm) ... Te molekule obstajajo samo v vzbujenem stanju, v osnovnem stanju pa je odbojna sila med atomoma prevelika in molekula neobstojna. Vsi našteti primeri oddajajo lasersko svetlobo v ultravijoličnem delu, ki ga drugi laserski sistemi le težko pokrivajo. Ekscimerni laserji delujejo v sunkih, pri čemer je tipična oddana energija v sunku $\sim 1 \text{ J}$, dolžina sunka 10–100 ns pri repeticiji $\sim 100 \text{ Hz}$.

Vezano stanje dveh atomov dobimo, kadar je ionizacijska energija prvega atoma manjša od vsote elektronske afinitete drugega atoma in elektrostaticne energije vezave obeh ionov. Vzemimo za primer klor in kripton. Ionizacijska energija kriptona v osnovnem stanju je 14 eV, v vzbujenem pa 5 eV. Elektronska afiniteta klorja je 3,75 eV in elektrostaticna vezavna energija KrCl okoli 7 eV. Tako je za nastanek molekule KrCl v osnovnem stanju potrebno dodati okoli 4 eV, pri tvorbi molekule v vzbujenem stanju pa se sprosti okoli 6 eV. Približno obliko celotne potencialne energije molekule KrCl v osnovnem in vzbujenem stanju kaže slika (2.10). Molekula, ki je vezana v vzbujenem stanju, po sevalnem prehodu v osnovno stanje takoj razpade, zato je zelo lahko doseči obrnjeno zasedenost. Pri tem je razpadni čas vezanega stanja $\sim 10 \text{ ns}$, spodnjega nevezanega pa okoli 0,1 ps. Da nastanejo ekscimeri, vzbujamo mešanico plinov (žlahtnega plina ali mešanice žlahtnega in halogenega plina) v heliju. Pritisak je razmeroma velik ($\sim 3 \text{ bar}$), zato plin v cevi vzbujamo prečno. Velika je tudi spektralna širina prehoda ($\Delta\nu = 10^{13} \text{ Hz}$). Nekaj tipičnih podatkov za ekscimerne laserje je zbranih v tabeli (2.1).

Ekscimerni laserji delujejo v sunkih s precej veliko energijo in se uporabljajo v industriji materialov, mikroprocesorjev, fotolitografiji in medicini, predvsem oftalmologiji in kirurgiji.



Slika 2.10: Shema energije v odvisnosti od razdalje med jedromi atomov. V vzbujenem stanju se atoma povežeta v molekulo, po prehodu v nižji nivo pa atoma disociirata.

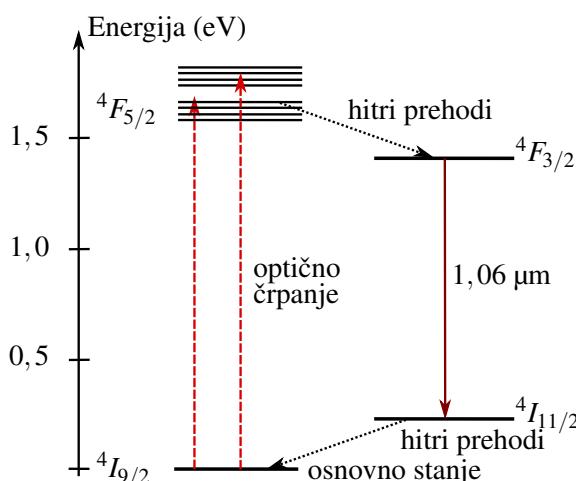
2.6 Neodimov laser

Druga skupina laserjev, ki jo bomo obravnavali, so trdninski laserji. Taki laserji temeljijo na elektronskih prehodih v ionih primesi, ki jih dodamo v kristal ali steklo, črpamo pa jih optično. Primesi so navadno redke zemlje ali prehodne kovine, kristali pa oksidi ali fluoridi. Izdelava ojačevalnih sredstev na osnovi stekla je bistveno bolj preprosta in poceni, vendar ima steklo precej nižjo topotno prevodnost od kristalov in se zato bolj greje. Začeli bomo z opisom dveh primerov neodimovega laserja, Nd:YAG in Nd:steklo. Podobne laserje dobimo, če v YAG kristalu namesto z neodimom itrijeve ione nadomestimo z iterbijem (1030 nm) ali erbijem (2940 nm).

2.6.1 Nd:YAG

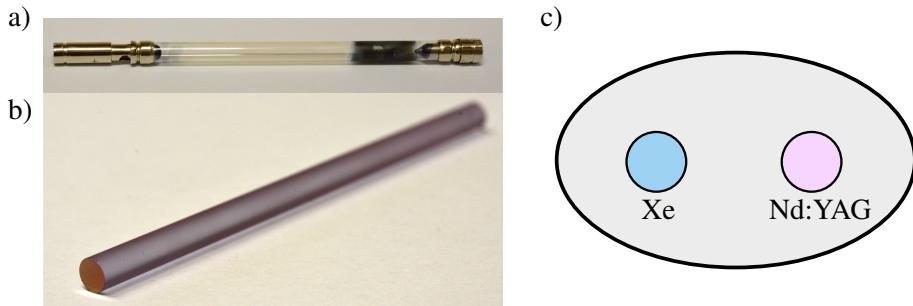
V Nd:YAG laserju je ojačevalno sredstvo itrij-aluminijev granat ($\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$, YAG) s primesmi neodimovih ionov Nd^{3+} . Neodimov laser deluje pri valovni dolžini 1,064 μm ali frekvenčno podvojeni 532 nm. Laser deluje v zveznem načinu pri močeh do 5 kW ali sunkovnem z dolžino sunkov okoli 100 ns in energijo sunka ~ 1 J.

Neodimov laser je primer štirinivojskega laserskega sistema, pri čemer je laserski prehod med stanjem $^4F_{5/2}$ in $^4I_{11/2}$ iona neodima (slika 2.11). S svetlogo višje frekvence (tipično okoli 800 nm) črpamo elektrone v višje nivoje, ki hitro preidejo v zgornji laserski nivo. Življenski čas zgornjega nivoja je okoli 230 μs, spodnjega pa precej krajši, zato je lahko doseči veliko obrnjeno zasedenost. Spodnje stanje je dovolj visoko nad osnovnim, da pri sobni temperaturi v ravnovesju ni znatno zasedeno. Razširitev črte je homogena in je predvsem posledica termičnega nihanja kristalne mreže ($\Delta\nu = 130 \text{ GHz}$). Prag neodimovega laserja za zvezno delovanje je nizek in ga je lahko doseči, prav tako dobro neodimov laser deluje v sunkih, predvsem s preklopom dobrte.



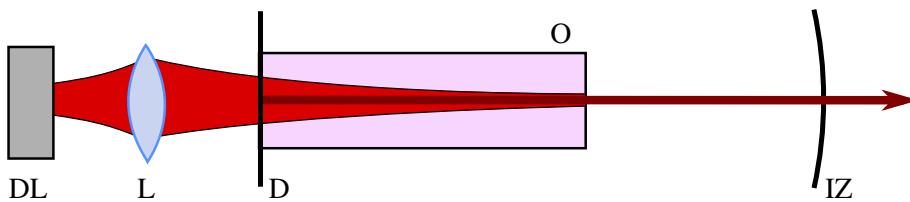
Slika 2.11: Shema energijskih nivojev v Nd^{3+} laserju

Laser črpamo z diodnimi laserji ali močnimi ksenonovimi svetilkami za zvezno delovanje ter podobnimi bliskovnimi lučmi za sunkovno delovanje (slika 2.12 a). Aktivna snov v laserju je v obliki paličice dolžine od nekaj cm do dobrih 10 cm in širine ~ 1 cm. V kristalu YAG neodimovi ioni nadomestijo približno 1 % itrijevih, zato ojačevalno sredstvo na videz ni prozorno, temveč rahlo rožnato (slika 2.12 b). Aktivna paličica in svetilka sta vgrajeni v cilindrično ali eliptično votlino z zrcalnimi ali belimi stenami, tako da se čim večji del črpalne svetlobe absorbira v laserski paličici (slika 2.12 c).



Slika 2.12: Ksenonova bliskovna svetilka (a), ojačevalno sredstvo v Nd:YAG laserju (b) in shema eliptične črpalne votline (c)

Pri črpanju s ksenonovo svetilkjo je le manjši del izsevane svetlobe v absorpcijskih pasovih, zato je izkoristek črpanja razmeroma slab, tipično pod 1 %. Za izhodno moč zvezno delajočega Nd:YAG laserja ~ 10 W je tako potrebna električna moč $\sim \text{kW}$. Velika večina porabljenih moči gre v gretje, zato je v laserjih z nekoliko večjo povprečno močjo potrebno vodno hlajenje. Gretje povzroča tudi topotne deformacije laserske paličice, kar lahko močno spremeni lastnosti resonatorja. Topotni učinki so ena poglavitnih praktičnih težav pri izdelavi neodimovih laserjev s klasičnimi svetilkami. Danes zato zvezno delajoče neodimove laserje črpamo z diodnimi laserji, ki svetijo v območju največje absorpcije Nd^{3+} . Črpanje je lahko prečno ali vzdolžno (slika 2.13). Pri diodnem črpanju je izkoristek dosti večji in je manj gretja, kar omogoča bolj kompaktno konstrukcijo in boljšo stabilnost izhodne moči.



Slika 2.13: Shema vzdolžnega diodnega črpanja Nd:YAG laserja. O – ojačevalno sredstvo, IZ – izhodno zrcalo, D – dikroično zrcalo, prepustno za črpalno svetlobo in odbojno za lasersko, DL – diodni laser za črpanje, L – leča

Neodimovi laserji so zelo razširjeni, tako v osnovni kot tudi v frekvenčno podvojeni različici. Najbolj uporabni so za obdelavo materialov (vrtanje, varjenje, litografija) ter v medicini (dermatologija in endoskopska kirurgija). Pomemben proizvajalec sunkovnih Nd:YAG laserjev za medicinske namene je podjetje Fotona d.o.o. iz Ljubljane.

Laser	Nd:YAG	Nd:steklo	Ti:safir
Valovna dolžina	1064 nm	1050 nm	660 – 1180 nm
Verjetnost za spontani prehod A	$4 \times 10^3 / \text{s}$	$3 \times 10^3 / \text{s}$	$3 \times 10^5 / \text{s}$
Presek za stimulirano emisijo σ	$3 \times 10^{-23} \text{ m}^2$	$3 \times 10^{-24} \text{ m}^2$	$3 \times 10^{-23} \text{ m}^2$
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$1,3 \times 10^{11} \text{ Hz}$	$7 \times 10^{12} \text{ Hz}$	$1 \times 10^{14} \text{ Hz}$
Gostota obrnjene zasedenosti $\Delta N/V$	$1,6 \times 10^{23} / \text{m}^3$	$8 \times 10^{23} / \text{m}^3$	$6 \times 10^{23} / \text{m}^3$

Tabela 2.2: Tipični podatki za Nd:YAG, Nd:steklo in Ti:safirni laser

2.6.2 Nd:steklo

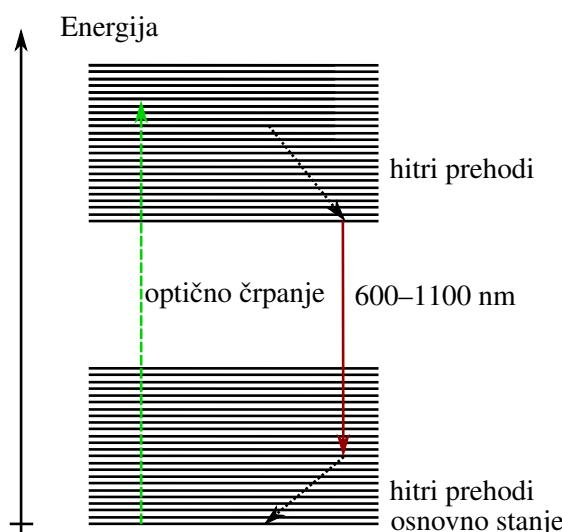
Namesto v kristal lahko neodimove ione Nd^{3+} vgradimo tudi v steklo. Laser z Nd:steklo ojačevalnim sredstvom deluje pri valovni dolžini 1,050 μm v sunkovnem načinu s preklopom dobrote ali z uklepanjem faz z energijami sunkov $\sim 1 \text{ J}$. Zaradi amorfne strukture stekla in posledično nehomogenega lokalnega polja je laserska črta nehomogeno razširjena ($\Delta\nu = 7 \text{ THz}$). Ojačenje je manjše kot v Nd:YAG in za prag laserskega delovanja je potrebna precej večja črpalna moč. Laserji Nd:steklo se zato uporabljajo le v sunkovnem načinu in za tako delovanje so celo primernejši od Nd:YAG laserjev. Zaradi manjšega ojačenja pri dani obrnjeni zasedenosti je v laserju s preklopom dobrote mogoče doseči večjo načrpanost preden pride do praznjenja zaradi ojačevanja spontanega sevanja v enem preletu paličice. Problem teh laserjev predstavlja nizka topotna prevodnost stekla, ki omejuje repeticijo sunkov. Velika širina spektralne črte je zelo primerna za delovanje v načinu uklepanja faz, s katerim dosegamo ultrakratke sunke ($\sim 100 \text{ fs}$).



Energie izsevanih sunkov je mogoče še povečati z ojačevalniki. Med največjimi je laserski sistem Nd:steklo v Ročestru (New York), ki ga uporabljajo za raziskave fuzije. Okoli 1 ns dolg sunek iz osnovnega laserja razdelijo na deset ojačevalnih vej, ki so dolge po 180 m. Končna energija sunka je nad $\sim 1 \text{ MJ}$. Z njim z vseh strani posvetijo na kroglico iz devterija in tritija, ki se dovolj segreje in stisne, da pride do njunega zlivanja. Vršna moč laserskega sunka je okoli 10^{15} W . Če laserski snop zberemo na površino 1 mm^2 , dobimo električno poljsko jakost okoli $5 \times 10^{11} \text{ V/m}$, kar je približno enako električnemu polju v vodikovem atomu.

2.7 Ti:safir laser

Titan-safirni laser je trdninski laser, pri katerem so v kristal safirja Al_2O_3 primešani ioni titana Ti^{3+} . Njegova najpomembnejša značilnost je zvezna nastavljivost valovne dolžine v zelo širokem frekvenčnem pasu (600–1180 nm) z največjo učinkovitostjo pri okoli 800 nm. Deluje v zveznem načinu z močmi do 50 W in sunkovno v fazno uklenjenem načinu z dolžino sunkov do 10 fs z vršnimi močmi nad 10^{12} W .



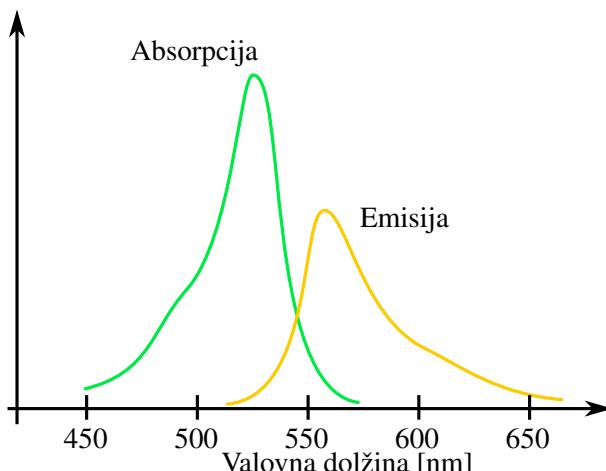
Slika 2.14: Energijski nivoji v Ti:safir laserju. Dva nivoja sta zaradi vibracij razcepljena na veliko število podnivojev, ki pa se med seboj deloma prekrivajo. Zelo podobna je tudi shema energijskih nivojev organskih barvil.

Ojačevalno sredstvo v Ti:safir laserju je aluminijev oksid, v katerem približno 0,2 % aluminijevih ionov nadomestimo s titanovimi. Titanovi ioni imajo v taki konfiguraciji zgolj eno vzbujeno stanje, vendar se zaradi sklopitve s fononi vibracijski nivoji posameznega stanja med seboj prekrivajo in prehod je močno razširjen. Z optičnim črpanjem vzbudimo titanov ion iz osnovnega stanja v eno izmed vibracijskih stanj vzbujenega stanja. Ion nato hitro preide v najnižje vzbujeno stanje. Laserski prehod poteka med nižjem vzbujenim stanjem in enim od vibracijskih nivojev osnovnega stanja (slika 2.14). Življenski čas vzbujenega stanja je kratek ($3,2 \mu\text{s}$), širina črte pa največja med vsemi trdninskimi laserji ($\Delta\nu = 100 \text{ THz}$). Ker je vrh absorpcijskega pasu blizu 500 nm, laser črpamo z zeleno svetlobo (argonov laser za zvezno delovanje oziroma frekvenčno podvojen neodimov laser za sunkovno). Najpomembnejša uporaba Ti:safir laserjev je v raziskovalnih laboratorijih za ustvarjanje zelo kratkih sunkov svetlobe z dolžino $\sim 10 \text{ fs}$. Prevedeno v dolžino, ki jo svetloba v tem času prepotuje, je to le nekaj valovnih dolžin svetlobe.

2.8 Laserji na organska barvila

Naslednja skupina laserjev so laserji na organska barvila, v katerih je organsko barvilo raztopljeno v tekočini, praviloma vodi ali alkoholu. To so bili prvi laserji z veliko spektralno širino in nastavljivo valovno dolžino delovanja. Delujejo lahko kot zvezni laserji in z izbiro barvila lahko dosežemo delovanje v območju $300\text{--}1500 \mu\text{m}$ pri močeh do $\sim 2 \text{ W}$, široka spektralna širina pa omogoča sunkovno delovanje z uklepanjem faz z nekaj femtosekundnimi sunki pri energiji sunka nekaj 100 J.

Shema energijskih nivojev molekule tipičnega organskega barvila je zelo podobna shemi energijskih nivojev titan-safirnega laserja (slika 2.14). Vsi elektronski nivoji so razcepljeni v vibracijske in rotacijske podnivoje. V topotnem ravnovesju je molekula na dnu osnovnega elektronskega stanja S_0 . Z absorpcijo vidne svetlobe primerne frekvence preide v neko vzbujeno singletno stanje S_1 . Preko trkov z molekulami topila vzbujena barvilna molekula zelo hitro, v času okoli pikosekunde, preide na dno vzbujenega stanja, od koder s sevanjem preide nekam v osnovno stanje S_0 , od tam pa s trki hitro nazaj na dno osnovnega stanja. Ker sta obe elektronski stanji zaradi vibracij in rotacij razširjeni, sta absorpcijska in emisijska fluorescenčna črta široki ($\Delta\nu = 30 \text{ THz}$). Energija izsevane svetlobe je zmanjšana za energijo prehodov s trki, zato je emisijska črta premaknjena k nižjim frekvencam od absorpcijske. Absorpcijski in fluorescenčni spekter prehoda $S_0 - S_1$ za barvilo rodamin 6G kaže slika (2.15).



Slika 2.15: Absorpcijski in emisijski spekter barvila rodamin 6G, ki se uporablja v laserjih

Valovna dolžina	300–1500 μm
Verjetnost za spontani prehod A	$\sim 10^8/\text{s}$
Presek za stimulirano emisijo σ	$3 \times 10^{-20} \text{ m}^2$
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$3 \times 10^{13} \text{ Hz}$
Gostota obrnjene zasedenosti $\Delta N/V$	$\sim 10^{22}/\text{m}^3$

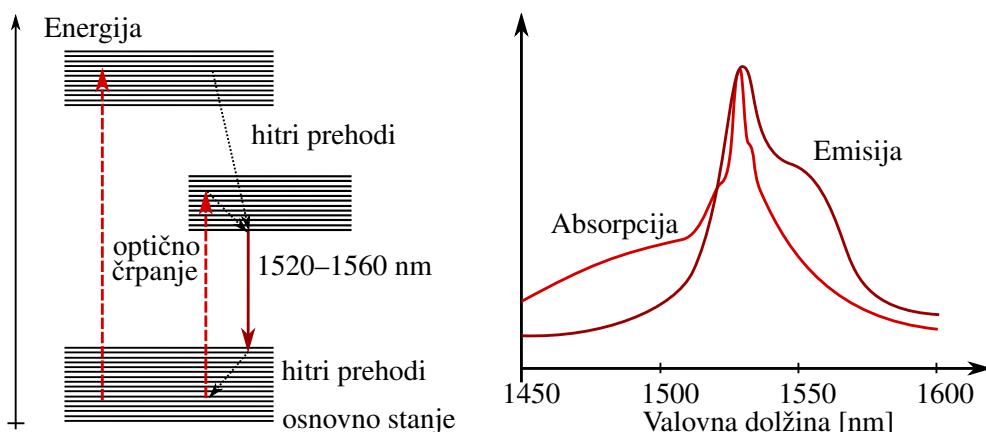
Tabela 2.3: Tipični podatki za laserje na organska barvila

Laser na organska barvila lahko deluje pri vseh frekvencah znotraj široke fluorescenčne črte. Zato moramo v resonator vgraditi frekvenčno selektiven element, s katerim nastavljamo frekvenco izhodne svetlobe. Uporabna je prizma, kot v primeru argonovega laserja, ali pa eno od zrcal nadomestimo z uklonsko mrežico, ki je zasukana pod takim kotom, da se po osi resonatorja odbije svetloba izbrane valovne dolžine. Barvilne laserje črpamo ali z bliskovno svetilko ali z drugim laserjem primerne valovne dolžine, na primer argonovim ali eksimernim laserjem.

Slabost laserjev na organska barvila je njihova degradacija. Barvila v laserjih je treba pogosto menjati (tipično na 100 ur delovanja), poleg tega je ravnanje z njimi zahtevno, saj je veliko barvil in topil strupenih in korozivnih. Laserji na organska barvila so uporabni v spektroskopiji, za ločevanje izotopov, v medicini (dermatologija, odstranjevanje ledvičnih kamnov) ...

2.9 Vlakenski laserji

Posebna vrsta laserjev so vlakenski laserji, v katerih predstavlja aktivno sredstvo optično vlakno, dopirano z ioni redkih zemelj. (Za podroben opis optičnih vlaken glej poglavje 3) Valovna dolžina, pri kateri oddajajo svetlobo, je odvisna od snovi, s katerimi je vlakno dopirano. Najpogosteje je to erbij (1550 nm), iterbij (~ 1100 nm) ali neodim (1064 nm). Vlakenske laserje odlikuje izredno velik izkoristek (tipično okoli 70–80 %, lahko tudi več) in posledično zelo velika moč (do 20 kW). Za njih sta značilni tudi izredno velika kakovost žarka (faktor $M^2 < 1,1$, glej enačbo ??) in razmeroma majhna občutljivost na zunanje motnje. Delujejo lahko v zveznem ali sunkovnem načinu.

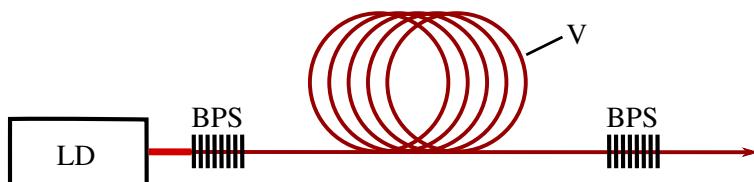


Slika 2.16: Energijski nivoji v erbijevem vlakenskem laserju (levo) in absorpcijski ter emisijski spekter za erbij (desno). Dodaten vrh pri 980 nm ni prikazan.

Oglejmo si vlakenski laser, katerega vlakno je dopirano z ioni erbija (masni delež $\sim 1\%$). Vlakna so pogosto dodatno dopirana z iterbijem, kar poveča absorpcijo črpalne svetlobe in s tem izkoristek laserja. Laser črpamo optično z lasersko diodo pri 980 nm ali 1480 nm, laserski prehodi pa se zgodijo ob povratku v osnovno stanje. Osnovno stanje je razcepljeno v več podnivojev (slika 2.16), zato je valovna dolžina oddane svetlobe v razmeroma širokem intervalu 1520–1560 nm. Velika spektralna širina omogoča delovanje z uklepanjem faz.

Zgradba vlakenskih laserjev se razlikuje od do zdaj opisanih. Glavna razlika je seveda v resonatorju, ki je v tem primeru kar optično vlakno. Tipičen premer je $\sim 5 \mu\text{m}$ in dolžina več metrov. Na koncih vlakna lahko postavimo dikroični zrcali, ki omogočata longitudinalno sklopitev črpalnega žarka v vlakno. Namesto navadnih zrcal se pogosto uporabi periodične strukture na koncih vlakna, na katerih se valovanje izbrane valovne dolžine Braggovo odbija (slika 2.17). S selektivnim odbojem se širina spektra izhodnega valovanja bistveno zmanjša.

Navadno uporabljamo vlakna, ki so sestavljena iz sredice in dveh plaščev. Laserska svetloba ostaja ujeta v sredici vlakna, črpalno pa vodimo po notranjem plašču. To omogoča bistveno lažjo sklopitev črpalnega žarka v vlakno, poleg tega povečanje efektivnega polmera žarka vodi do manjših vršnih intenzitet in manjše verjetnosti pojava neželenih nelinearnih pojmov (poglavlje 3.10).



Slika 2.17: Shema vlakenskega laserja: LD – črpalna laserska dioda, BPS – Braggova periodična struktura, V – optično vlakno

Vlakenski laserji se uporabljajo v telekomunikacijah, saj oddajajo svetlobo valovnih dolžin, pri katerih je v vlaknih najmanjša disperzija (poglavlje 3.4). Velika intenziteta svetlobe omogoča obdelavo, varjenje, vrtanje in rezanje kovin. Zaradi svojih mehanskih lastnosti so primerni tudi za premično lasersko obdelavo snovi.

Valovna dolžina	1550 nm
Verjetnost za spontani prehod A	$\sim 90/\text{s}$
Presek za stimulirano emisijo σ	$7 \times 10^{-25} \text{ m}^2$
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$3 \times 10^{12} \text{ Hz}$
Gostota obrnjene zasedenosti $\Delta N/V$	$\sim 10^{24}/\text{m}^3$

Tabela 2.4: Tipični podatki za erbijev vlakenski laser



Namesto vlaken, dopiranih z ioni redkih zemelj, lahko za izdelavo vlakenskih laserjev izkoristimo pojav stimuliranega Ramanovega sipanja (glej poglavje ??). Pri tem pojavu se črpalni žarek svetlobe neelastično siplje, ojači pa se žarek pri nižji frekvenci. Razlika frekvenc ustreza vibracijskim prehodom molekul, ki prevzamejo preostanek energije. Signal, ki se pri prehodu ojačuje, ostaja pretežno ujet v vlakno z Braggovimi periodičnimi strukturami na koncih. Zavedati se moramo razlike med navadnim laserjem, ki deluje zaradi vzpostavljene obrnjene zasedenosti, in Ramanskim laserjem, v katerem pride do ojačanja sipane svetlobe.

2.10 Polprevodniški laserji

Za široko uporabo so danes brez dvoma najpomembnejši polprevodniški laserji. Njihove glavne značilnosti so majhna dimenzija ($\sim 10\text{--}100 \mu\text{m}$), utečena izdelava, velik izkoristek ($\sim 50\%$), predvsem pa neposredno črpanje z električnim tokom. Za črpanje zadoščajo že majhni tokovi (tipično $\sim 100 \text{ mA}$), kar omogoča zelo hitro modulacijo svetlobne moči s spremnjajočim električnim tokom. Slabost polprevodniških laserjev je razmeroma širok spekter in posledično majhna koherenca. Polprevodniški laserji delujejo v območju valovnih dolžin od $\sim 375 \text{ nm}$ do več μm . Izhodne moči so zelo odvisne od valovne dolžine: v UV območju so nizke ($\sim 100 \text{ mW}$), sicer pa dosegajo vrednosti $\sim 3 \text{ W}$.

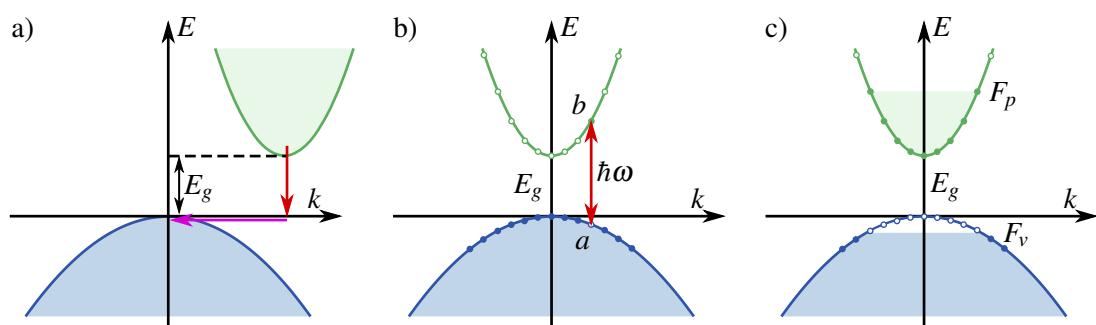
Energijski pasovi v polprevodnikih

Delovanje polprevodniških laserjev temelji na rekombinaciji elektronov iz prevodnega pasu z vrzelmi iz valenčnega pasu, pri kateri se izseva foton. Oglejmo si energijske pasove in prehode med njimi podrobnejše. Pri običajnih laserjih so elektroni lokalizirani okoli ionov in njihova kvantna stanja so točno določena. Ko elektron preide iz višjega v nižje stanje, izseva svetlobo točno določene valovne dolžine. Pri polprevodniških laserjih elektroni niso lokalizirani in zaradi interakcij se elektronska stanja razširijo v elektronske pasove, med katerimi ostanejo prepovedani pasovi oziroma energijske reže (tabela 2.5).

Snov	InSb	InAs	Ge	Si	GaAs	GaP
E_g [eV]	0,17	0,36	0,67	1,124	1,43	2,26

Tabela 2.5: Širina energijske reže v nekaterih polprevodnikih

Pri najobičajnejših polprevodnikih, siliciju in germaniju, leži vrh prevodnega pasu v centru Brillouinove cone pri valovnem vektorju $\mathbf{k} = 0$, dno prevodnega pasu pa pri $\mathbf{k} \neq 0$ (slika 2.18 a). Tako reže imenujemo indirektna reže. Pri spojinah tretje in pete skupine elementov, na primer GaAs, je reža direktna, saj ležita tako dno prevodnega kot vrh valenčnega pasu pri $\mathbf{k} = 0$. (slika 2.18 b)



Slika 2.18: Shema energijskih nivojev v polprevodniku. Zelena označuje prevodni pas, modra pa valenčni. Prehod preko indirektne reže (a) je malo verjeten, saj mora zaradi ohranitve gibalne količine priti še do interakcije s fononom. Tipični prehodi so zato preko direktne reže (b). V vzbujenem stanju (c) so najnižja mesta v prevodnem pasu zasedena in najvišja mesta valenčnega pasu izpraznjena. Za vsak pas posebej vpeljemo Fermijevo energijo F_p in F_v .

Razlika v legi vrhov ima pomembno posledico pri uporabi za izvor svetlobe. Fotoni v polprevodniku namreč nastanejo ob rekombinaciji elektrona z dna prevodnega pasu in vrzeli z vrha

valenčnega pasu. Kadar pride do prehoda v snovi z indirektno režo, pride tudi do spremembe gibalne količine elektrona. Te razlike ne more prevzeti foton, saj je njegova gibalna količina več redov velikosti premajhna, zato mora zaradi ohranitve gibalne količine priti hkrati še do emisije ali absorpcije fonona. Proces, ki vključuje foton in fonon, je mnogo manj verjeten, zato v siliciju in germaniju v običajni obliki ni mogoče dobiti znatnega sevanja s prehodi iz prevodnega v valenčni pas. Opisane težave ni pri spojinah z direktno režo, zato se te spojine uporablja za izdelavo polprevodniških laserjev.

V najpreprostejši sliki prevodni pas v bližini minimuma opišemo s parabolično odvisnostjo od valovnega vektorja \mathbf{k}

$$E_p = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p}. \quad (2.1)$$

Pri tem m_e označuje efektivno maso elektrona v prevodnem pasu, ki upošteva interakcije z mrežo in se zato razlikuje od navadne mase m_0 . Podobno z efektivno maso zapišemo energijo vrzeli v valenčnem pasu

$$E_v = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_v}. \quad (2.2)$$

Iz izraza za gostoto stanj $\rho(k)dk = k^2 dk / \pi^2$ (povsem analogen enačbi ??) lahko z upoštevanjem gornjih zvez zapišemo gostoti stanj na energijski interval za prevodni in valenčni pas

$$\rho_p(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_p}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E - E_g} \quad \text{in} \quad \rho_v(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{-E}. \quad (2.3)$$

Ključna parametra, ki nastopata v izrazih za gostoto stanj, sta efektivna masa elektronov in vrzeli. Ti dve masi sta značilni za posamezen polprevodnik in znašata, na primer v GaAs, $m_e = 0,067 m_0$ in $m_v = 0,5 m_0$, pri čemer je m_0 masa elektrona. Gostota stanj za vrzeli je v GaAs zato približno dvajsetkrat večja od gostote stanj za elektrone.

Verjetnost za zasedenost stanj je zaradi Paulijevega izključitvenega načela podana s Fermi-Diracovo funkcijo

$$f_p(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1}, \quad (2.4)$$

kjer E_F označuje Fermijevo energijo. Spomnimo, da so pri $T = 0$ vsa stanja pod Fermijevo energijo zasedena, nad njo pa prazna, Fermijeva energija torej leži v energijski reži. Pri končni temperaturi se na dnu prevodnega pasu nahajajo termično vzbujeni elektroni, na vrhu valenčnega pasu pa vrzeli. Pri tem je verjetnost za pojav vrzeli v valenčnem pasu je $f_v = 1 - f_p$.

Število elektronov v prevodnem pasu na prostorninsko enoto izračunamo kot produkt gostote stanj in verjetnost, da je stanje zasedeno, integrirano po celotnem energijskem pasu

$$N_{p0} = \int_{E_g}^{\infty} \rho_p(E) f_p(E) dE. \quad (2.5)$$

Število vrzeli v valenčnem pasu pa je

$$N_{v0} = \int_{-\infty}^0 \rho_v(E) f_v(E) dE. \quad (2.6)$$

Število elektronov v prevodnem pasu (in vrzeli v valenčnem) je pri $T = 0$ enako nič, vendar tudi pri končnih temperaturah ostaja razmeroma nizko. Znatno pa ga lahko povečamo, če polprevodnik dopiramo in s tem povisimo Fermijevo energijo.

 E_F se določi iz pogoja, da je število elektronov v prevodnem pasu enako številu vrzeli v valenčnem pasu in $N_{p0} = N_{v0}$. Fermijeva energija torej leži na sredini energijske reže le v primeru, da sta efektivni masi za elektrone in vrzeli enaki. Sicer pride do premika Fermijeve energije proti pasu z manjšo efektivno maso.

Dopiranje polprevodnika pomeni nadzorovan dodajanje ustreznih nečistoč. Če dodamo donorske primesi, ki povečajo število elektronov v snovi, govorimo o polprevodniku tipa n , če pa dodajamo akceptorske snovi, ki elektrone sprejemajo, pa govorimo o polprevodniku tipa p . Primeri donorjev za GaAs so žveplo, selen ali telur, primer akceptorjev pa cink in kadmij. Zaradi primesi se v energijski reži pojavi nov energijsk nivo. Donorski nivo je navadno tik pod prevodnim pasom, akceptorski pa tik nad valenčnim pasom. V tipu n se tako Fermijeva energija premakne navzgor, pri močnem dopiranju tudi v prevodni pas. Tako že pri sobni temperaturi dosežemo veliko število elektronov v prevodnem pasu. Podobno je v tipu p , v katerem se Fermijeva energija pomakne navzdol in število vrzeli v valenčnem pasu močno naraste.

Ko elektrone vzbudimo iz valenčnega v prevodni pas (to lahko naredimo električno ali optično), se v valenčnem pasu pojavijo vrzeli. Dokler ne pride do rekombinacije (tipično nekaj ns), vlada v prevodnem pasu kvazi-termično ravnovesje, saj je relaksacija elektronov znotraj pasu bistveno hitrejša (tipično ps). Za veliko populacijo elektronov v prevodnem in veliko populacijo vrzeli v valenčnem pasu Fermijeva funkcija ni več dobra za opis zasedenosti stanj (slika 2.18 a). Uporabimo koncept kvazi-Fermijevih nivojev F_p in F_v , s katerima opišemo porazdelitvi v vsakem pasu posebej, za prevodni in valenčni pas

$$f_p(E) = \frac{1}{e^{(E-F_p)/k_B T} + 1} \quad \text{in} \quad f_v(E) = \frac{1}{e^{(E-F_v)/k_B T} + 1}. \quad (2.7)$$

V termičnem ravnovesju je razlika med kvazi-Fermijevima energijama $F_p - F_v$ enaka nič, z naraščajočim vzbujanjem pa se razlika povečuje.

Ojačanje v polprevodnikih

Posvetimo na polprevodnik v vzbujenem stanju s svetlobo s frekvenco ω . Vpadna svetloba povzroča prehode med stanji z energijo E_a v valenčnem in med stanji z energijo E_b v prevodnem pasu (slika 2.18 b). Če je prehodov iz prevodnega pasu v valenčnega več kot prehodov v obratni smeri, pride do ojačanja svetlobe.

Za zapis verjetnosti za prehod med dvema stanjema v časovni enoti uporabimo Fermijevo zlato pravilo. Pri izračunu verjetnosti za stimuliran prehod upoštevamo, da je verjetnost za zasedenost gornjega stanja $f_p(E_b)$ in verjetnost, da je spodnje stanje nezasedeno, $1 - f_v(E_a)$. Zapišemo najprej verjetnost za določen valovni vektor, na koncu bo treba sešteeti po vseh možnih \mathbf{k} . Sledi

$$w_s(k) = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{pv}|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) f_p(E_b) [1 - f_v(E_a)], \quad (2.8)$$

kjer je $H_{pv} = \langle p|\hat{x}|v\rangle E$ matrični element za dipolni prehod v svetlobnem polju E med prevodnim in valenčnim pasom. Podobno je verjetnost za absorpcijo

$$w_a(k) = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{pv}|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) f_v(E_a) [1 - f_p(E_b)]. \quad (2.9)$$

Upoštevamo enačbi (2.1) in (2.2) in zapišemo razliko energij

$$E_b - E_a = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2} \left(\frac{1}{m_p} + \frac{1}{m_v} \right) = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r}, \quad (2.10)$$

kjer smo z $m_r = m_v m_p / (m_v + m_p)$ označili reducirano maso elektrona in vrzeli.

Število spontanih emisij oziroma absorpcij na enoto volumna v danem času izračunamo tako, da verjetnosti za prehod integriramo po vseh \mathbf{k} . Razliko med številom spontanih emisij in absorpcij na enoto volumna (kar je ekvivalentno razliki zasedenosti stanj v navadnem laserju) potem zapišemo

$$\begin{aligned} N_{pv} - N_{vp} &= \int (w_s - w_a) \rho(k) dk \\ &= \frac{2}{\pi \hbar} \int |H_{pv}|^2 (f_p(E_b) - f_v(E_a)) \delta \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + E_g - \hbar \omega \right) k^2 dk. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Upoštevali smo, da je gostota stanj $\rho(k) = k^2 dk / \pi^2$. Vpeljemo novo spremenljivko

$$X = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + E_g - \hbar \omega \quad (2.12)$$

in zapišemo integral

$$N_{pv} - N_{vp} = \frac{1}{\pi \hbar} \left(\frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int |H_{pv}|^2 (f_p(E_b) - f_v(E_a)) \sqrt{(X - E_g + \hbar \omega)} \delta(X) dX. \quad (2.13)$$

Z upoštevanjem lastnosti funkcije δ lahko zapišemo

$$N_{pv} - N_{vp} = \frac{1}{\pi \hbar} \left(\frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\hbar \omega - E_g} (f_p(E_b) - f_v(E_a)), \quad (2.14)$$

kjer je $E_p - E_v = \hbar \omega$.

Poglejmo rezultat podrobneje. Da v polprevodniku pride do ojačanja vpadne svetlobe in ne njene absorpcije, mora biti gornji izraz realen in pozitiven. Sledi pogoj

$$\frac{1}{e^{(E_p - F_p)} + 1} > \frac{1}{e^{(E_v - F_v)} + 1}. \quad (2.15)$$

Če dodamo še pogoj, da se lahko ojačujejo le tiste frekvence, ki so nad energijsko režo, zapišemo celoten pogoj za ojačevanje

$$E_g \leq \hbar \omega < F_p - F_v. \quad (2.16)$$

Ojačanje vpadne svetlobe pri dani frekvenci ω potem zapišemo kot

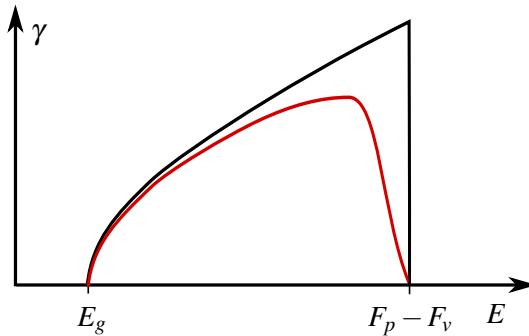
$$\gamma(\omega) = K \sqrt{\hbar \omega - E_g} (f_p(E_p) - f_v(E_v)), \quad (2.17)$$

pri čemer za ojačenje velja

$$dj = \gamma(\omega) j dz. \quad (2.18)$$

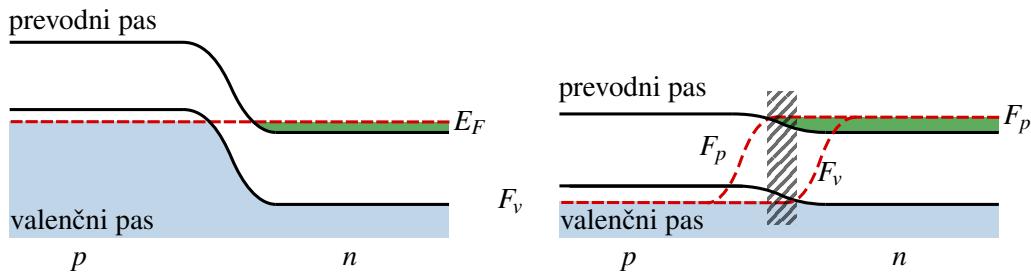
Z naraščajočo stopnjo vzbujenosti (ekvivalentu obrnjene zasedenosti) koeficient ojačanja razumljivo narašča, manjša pa se z naraščajočo temperaturo. Ojačenje kot funkcijo frekvence kaže slika (2.19).

Neravnovesno stanje, ki je pogoj za ojačanje svetlobe, lahko dosežemo, kadar v degeneriran polprevodnik tipa p z dovolj veliko hitrostjo dodajamo elektrone v prevodni pas. To lahko storimo preko stika $p-n$, na katerega priključimo napetost v prevodni smeri. Najpreprostejši primer je stik $p-n$, ki označuje stik dveh kosov iste snovi, le da je na eni strani ta snov dopirana



Slika 2.19: Ojačenje v polprevodniku kot funkcija frekvence svetlobe. Črna črta velja pri $T = 0$, rdeča pa pri $T > 0$.

z akceptorji in na drugi z donorji. Ko staknemo območji p in n , elektroni iz prevodnega pasu n strani difundirajo na stran p , vrzeli pa ravno obratno in v stacionarnem stanju nastane ozek pas, tako imenovani, izpraznjeni sloj, v katerem ni prostih nosilcev naboja. Na strani n ostanejo pozitivni donorski ioni, na strani p pa negativni akceptorski ioni, ki ustvarjajo električno polje. Nastalo polje preprečuje nadaljnjo difuzijo nosilcev naboja. V ravnotesju se Fermijeva energija na obeh straneh izenači, prevodni in valenčni pas pa se ukrivita.



Slika 2.20: Energijska pasova v močno dopiranem stiku p - n (levo) in ista pasova ob priključeni napetosti U v prevodni smeri (desno). F_p in F_v označujeta kvazi-Fermijevi energiji, senčen del pa aktivno območje, v katerem pride do rekombinacije elektronov in vrzeli.

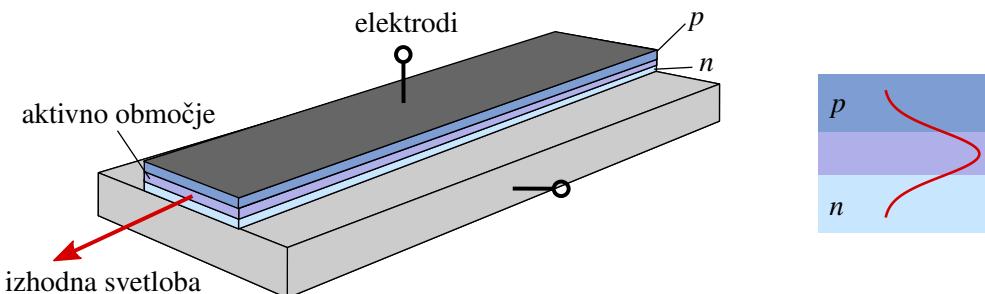
Ko na stik priključimo napetost v prevodni smeri (torej pozitivno napetost na stran p), se potencialni skok zmanjša. Hkrati se spremeni tudi Fermijev nivo na obeh straneh stika in za zasedenost opišemo s kvazi Fermijevima energijama F_p in F_v . V ozkem območju v bližini stika pride do hkratne zasedenosti elektronov v prevodnem pasu in vrzeli v valenčnem pasu. To imenujemo aktivno območje, saj v njem prihaja do rekombinacij in do nastanka fotonov. Pri nizkih priključenih napetostih oziroma nizkih tokovih skozi stik p - n prihaja do spontane rekombinacije in nizke izsevane moči svetlobe. Pri večjih napetostih, ($e_0 U \approx E_g$) pride do velikih koncentracij nosilcev naboja in stimuliranih rekombinacij, ki omogočajo optično ojačenje.

Ojačenje v polprevodniških laserjih je precej veliko, lahko več od 100 cm^{-1} , zato je mogoče dobiti delujoč laser že v zelo majhnem aktivnem območju, lahko tudi le nekaj mikronov. Običajni polprevodniški laserji so tako dolgi okoli 0,25 mm.

Zgradba laserja

Prvi polprevodniški laser (1962) je bil narejen iz GaAs in je oddajal svetlobo pri 850 nm. Shema takega laserja je na sliki (2.21). Vidimo, da polprevodniški laser nima navadnega resonatorja iz dveh odbojnih zrcal, ampak se svetloba odbija na gladko odklanih stranskih ploskvah kristala.

Zaradi velikega lomnega količnika (npr. $n = 3,5$ za GaAs) je odbojnost dovolj velika za učinkovito delovanje laserja.



Slika 2.21: Shema preprostega polprevodniškega laserja (levo) in porazdelitev svetlobne intenzitete na stiku p - n . Tipična širina je 100–200 μm , dolžina pa 200–500 μm . Svetlobni profil v laserju (desno). Svetloba se ojači v aktivnem območju (vijolična), v območju p in n pa se absorvira.

Opisani polprevodniški laserji imajo kar nekaj slabosti. So zelo močno dopirani, dobro delujejo le močno hlajeni (prvotno pri 77 K), poleg tega je snop v takih laserjih pogosto širši od debeline aktivnega območja. Debeline aktivnega območja ne moremo nadzorovano spremenjati, saj je odvisna od difuzije in rekombinacije. Tipično znaša $\sim 1 \mu\text{m}$, širina žarka pa nekaj mikronov več, zato znaten del svetlobe potuje po območju p in n , kjer pride do absorpcije in do povečanih izgub ter segrevanja. Tokovi, potrebeni za delovanje takega laserja, so visoki ($\sim 1 \text{kA/cm}^2$), kakovost žarka pa razmeroma slaba.

Bistveno izboljšano delovanje je v tako imenovanih heterostrukturah, kjer sta območji p in n narejeni iz različnih snovi¹. Najpomembnejša primera heterostrukture sta stika n -Ga_{1-x}Al_xAs- p -GaAs- p -Ga_{1-x}Al_xAs in Ga_{1-x}In_xAs_{1-y}P_y. Prvi deluje v območju od 750 nm do 880 nm, odvisno od x in koncentracije primesi, drugi pa med 1,1 μm in 1,6 μm in je zato posebno pomemben za optične komunikacije, ki največkrat delujejo pri 1,3 μm in 1,55 μm . Prvi primer si oglejmo podrobneje.

 Poglavitni parameter pri izdelavi heterostruktur je najti snovi, ki lahko rastejo skupaj. Take plastne strukture naredijo z epitaksialno rastjo. Pri tem je pomembno, da so medatomske razdalje različnih materialov enaki, sicer pride do defektov in slabšega delovanja. GaAs in AlAs imata enako strukturo in praktično enako medatomsko razdaljo, zato lahko brez škode na strukturi atome galija zamenjamo z atomi aluminija. Tipične vrednosti x v Ga_{1-x}Al_xAs so 0,3. Zaradi dodatka aluminija se spremeni energijska reža ($\approx 1,42 + 1,3x \text{ eV}$) in lomni količnik zlitine ($\approx 3,5 - 0,71x$). S spremenjanjem koncentracije aluminija lahko toraj zvezno spremojemo širino energijske reže in lomni količnik snovi.

Heterostruktura ima dve poglaviti prednosti. Zlitina z aluminijem ima malenkost večjo energijsko režo od čistega GaAs in mejni plasti ustvarita potencialno bariero, ki preprečuje difuzijo nosilcev naboja iz aktivne plasti. Tako ostane koncentracija elektronov v prevodnem pasu in vrzeli v valenčnem pasu že pri razmeroma majhnih tokovih velika in svetloba se ojačuje. Druga prednost je večji lomni količnik zlitine, zaradi katerega ostane svetloba ujeta v aktivni plasti, podobno kot v valovnem vodniku. Ker manjši del svetlobe potuje izven aktivnega območja, so manjše tudi izgube, kar vodi do nižjih potrebnih tokov in zmanjšanja gretja.

Aktivna plast je 0,3 mikrona. Elektroni in vrzeli so vpeljani v to plast iz n- in p- regij. Zlitina

¹Za iznajdbo heterostruktur sta Zhores I. Alferov in Herbert Kroemer leta 2000 prejela Nobelovo nagrado.

GaAlAs ima večjo energijsko režo of GaAs, koliko, je odvisno od x. To ustvari potencialno bariero, ki preprečuje difuzijo nosilcev naboja iz GaAs. Enako pomembno je, da je lomni količnik GaAlAs manjši, približno $-0,4*x$. Zato se dobi valovodno obnašanje in omejitev svetlobe. Confinement zmanjša prag delovanja in izgube. Pri sobni temperaturi nizek prag (100x nižji), večje izgube in močnejše ojačenje.

struktura pgaas - pgaal - gaas - ngaal - ngaas. debelina 0,3 mikrone.

izhodna moč narašča linearno s tokom skozi stik.

Obe lastnosti sta pomembni za delovanje laserja. Aktivna plast je tanka, okoli $0,2 \mu\text{m}$ debela plast čistega GaAs. Potek energije pasov preko aktivne plasti z napetostjo v prevodni smeri kaže slika ???. Elektroni tečejo iz n-tipa $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ v prevodni pas aktivne plasti GaAs, vrzeli pa iz p $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ v valenčni pas.

Pri strukturi, ki jo kaže slika ???, je aktivna plast v prečni smeri neomejena, zato lahko hkrati sveti mnogo prečnih nihanj, zaradi česar je slabša prečna koherenca snopa in delovanje laserja nestabilno. To slabost popravijo tako, da plasti ob straneh pojedkajo, da ostane le kakih $10 \mu\text{m}$ širok greben, kot kaže slika ???. Odjedkani material nadomestijo s čistim $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$, tako da je aktivni volumen od vseh strani obdan s snovjo z večjim lomnim količnikom. S tem dobimo pravokoten svetlobni vodnik, v katerem je ujet laserski snop. Ob primerni izbiri deleža aluminija dobijo take lomne količnike, da je v laserju možen le osnovni snop brez vozlov v prečni smeri. Izhodni snop iz laserja je seveda eliptičen s presekom okoli $1 \mu\text{m}$ v navpični in $10 \mu\text{m}$ v prečni smeri. To da v večji oddaljenosti snop z divergenco kakih 70° v navpični in okoli 5° v prečni smeri. Če potrebujemo cilindrično simetričen snop, ga moramo popraviti z ustrezнимi cilindričnimi lečami (Naloga).

Galij-arsenidni laser, kakršen je prikazan na sliki ?? lahko deluje že pri črpalem toku nekaj miliamperov. Tipični tokovi so med 50 mA in 100 mA. Ker se velik delež elektronov in vrzeli rekombinira s sevanjem v aktivni plasti, je izkoristek GaAs laserjev velik, tudi preko 30 . Tipična izhodna moč je tako reda velikosti 10 mW. Zaradi velike gibljivosti elektronov in vrzeli v GaAs je mogoče tok in s tem izhodno svetlobno moč tudi zelo hitro modulirati, do nekaj GHz, kar je pomembno za uporabo v optičnih komunikacijah.

mobility pf eleltronos much higher than of holes, electrtons inject into the p region in greater number han holes diffurse into the n region.

Tedaj dobimo položaj, ki ga kaže slika ???. Naj bo N_p gostota elektronov v prevodnem pasu, I električni tok skozi spoj, τ pa čas za rekombinacijo elektrona in vrzeli. Velja

$$\frac{N_p}{\tau} = \frac{I}{eV}, \quad (2.19)$$

kjer je V volumen, v katerem se elektroni nahajajo.

yariv irena pollock davies silfvast yariv quantum nove knjige. renk - 150 strani raider undergraduate

2.10.1 Svetlobne diode - LED

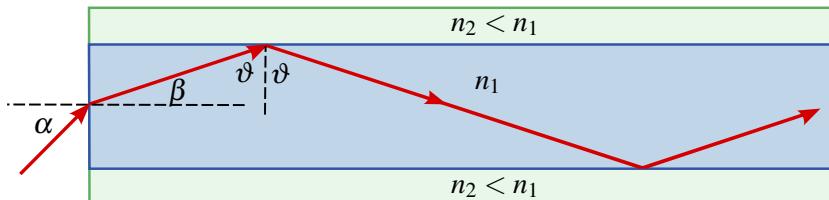
3. Optična vlakna

Moderna komunikacijska tehnologija zahteva vedno hitrejši prenos vedno večje količine podatkov. Navadne kovinske vodnike so zato v računalniških in telekomunikacijskih povezavah nadomestila optična vlakna, ki jih odlikujejo majhne izgube, neobčutljivost na elektromagnetne in medsebojne motnje ter zmožnost prenosa izjemno velike količine podatkov. V tem poglavju bomo opisali mehanizme prenosa podatkov po optičnih vodnikih in spoznali omejitve pri prenosu, predvsem disperzijo in izgube, ter načine, kako se z njimi spopadamo.

3.1 Planparalelni vodnik

Geometrijski opis

Klasično pojasnimo delovanje optičnih vlaken s totalnim odbojem na meji med dvema dielektrikoma. Kadar prehaja svetloba iz snovi z večjim lomnim količnikom v sredstvo z manjšim lomnim količnikom, se pri vpadnih kotih, ki so večji od kritičnega kota, totalno odbije.



Slika 3.1: Klasična razlaga valovnega vodnika

Najpreprostejši optični vodnik je planparalelna plast dielektrika, ki je obdana s snovjo z manjšim lomnim količnikom (slika 3.1). Plasti z večjim lomnim količnikom (n_1) rečemo sredica, okoliški snovi z lomnim količnikom $n_2 < n_1$ pa plašč. Žarek potuje po vodniku, če je vpadni kot na mejo med sredico in plaščem ϑ večji od kota totalnega odboja ϑ_c , za katerega velja

$$\sin \vartheta_c = \frac{n_2}{n_1}. \quad (3.1)$$

Obstaja torej največji vpadni kot α_{\max} , pri katerem se vpadna svetloba ujame v vlakno. Z njim povezana je numerična odprtina (apertura) vlakna, ki jo izračunamo kot

$$NA = \sin \alpha_{\max} = n_1 \sin \beta_{\max} = n_1 \sin(\pi/2 - \vartheta_c) = n_1 \cos \vartheta_c = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta_c}. \quad (3.2)$$

Upoštevajoč enačbo (3.1) numerično odprtino zapišemo kot

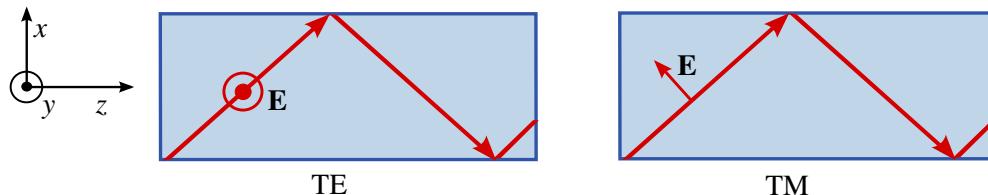
$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad (3.3)$$

Razlika med lomnima količnikoma sredice in plašča je navadno majhna, tipično le nekaj stotink, zato je numerična odprtina optičnih vodnikov $NA \lesssim 0,1$. Kot, pod katerim lahko vpada svetloba v vodnik (ali vlakno), da se vanj ujame, je tako navadno le nekaj stopinj.

Valovni opis

Za natančen opis širjenja svetlobe po vodnikih ali vlaknih¹, ki imajo polmer sredice od nekaj do nekaj deset mikrometrov, geometrijska optika ne zadošča. Rešiti moramo Maxwellove enačbe (enačbe ??–??) z ustreznimi robnimi pogoji (enačbe ??–??), kar je za cilindrična vlakna dokaj dolg in zapleten račun. Zato določimo najprej osnovne značilnosti valovanja, ki se širi po planparalelnem vodniku.

Glede na smer polarizacije električne poljske jakosti ločimo dva primera (slika 3.2). Če je smer električne poljske jakosti valovanja vzporedna z mejnima ploskvama (smer y), govorimo o transverzalnem električnem (TE) valovanju. V nasprotnem primeru, ko je z mejnima ploskvama vzporedna magnetna poljska jakost in leži električna poljska jakost v ravnini xz , govorimo o transverzalnem magnetnem (TM) valovanju.



Slika 3.2: Polarizaciji TE (levo) in TM (desno) valovanj v valovnem vodniku

Geometrijskemu žarku, ki pod kotom potuje po sredici in se na njeni meji odbija, ustreza v valovni sliki val, ki ima prečno komponento valovnega vektorja k_x različno od nič. Ker je valovanje v prečni smeri omejeno na sredico končne debeline (naj bo debelina sredice enaka a), lahko k_x zavzame le diskretne vrednosti. Te so v grobem približno enake $N\pi/a$, pri čemer je N celo število. Pravimo, da vsak N določa en rod valovanj v vodniku. Po drugi strani obstaja največji k_x , za katerega približno velja

$$k_{x\max} \approx k_0 \sin \alpha_{\max} = k_0 n_1 \cos \vartheta_c = k_0 \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad (3.4)$$

Število rešitev za k_x je tako omejeno in točno določeno, odvisno pa je od razlike lomnih količnikov in od debeline vodnika ozziroma polmra vlakna. V nadaljevanju bomo spoznali, da v optičnih vlaknih en rod vselej obstaja, za razliko od dielektričnih in kovinskih vodnikov, kakršne poznamo iz mikrovalovne tehnike, po katerih se pod določeno frekvenco valovanje ne more širiti. Enorodovna optična vlakna, torej vlakna, po katerih se širi en sam rod, imajo še posebej lepe lastnosti za uporabo v komunikacijskih sistemih.

Povejmo še nekaj o hitrosti valovanja v vodniku. Naj bo β velikost komponente valovnega vektorja vzdolž smeri z in odvisnost polja od koordinate vzdolž vodnika $\exp(i\beta z)$. Po Pitagorovem izreku velikost valovnega vektorja v sredici vodnika zapišemo kot

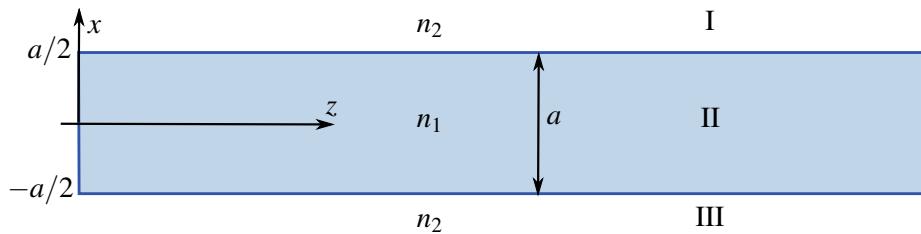
$$k_1 = n_1 \frac{\omega}{c_0} = \sqrt{\beta^2 + k_x^2}. \quad (3.5)$$

Vidimo, da za dano vrednost k_x zveza med valovnim številom β in krožno frekvenco ω ni linearна. Fazna hitrost valovanja $v_f = \omega/\beta$ je tako odvisna od krožne frekvence in pride do disperzije. Grupna hitrost $v_g = d\omega/d\beta$ se zaradi nelinearne zveze med β in ω razlikuje od fazne hitrosti in njena frekvenčna odvisnost ima pomembne posledice za uporabo vlaken pri prenosu podatkov. Več o tem bomo spoznali v nadaljevanju poglavja.

¹Dogovorimo se, da besedo vlakno uporabljamo za cilindrične strukture, besedo vodnik pa za planparalelne in njim podobne strukture.

3.2 Račun lastnih rodov v planparalelnem vodniku

Poščimo rešitve valovne enačbe v planparalelnem vodniku. To je preprost dvodimenzionalen model optičnega vlakna, ki je sestavljen iz plasti prozornega dielektrika z lomnim količnikom n_2 in plašča z lomnim količnikom n_1 . Zaradi enostavnosti privzamemo, da je plašč na obeh straneh sredice enak. Sredica naj bo debela a , izhodišče koordinatnega sistema si izberemo na sredini plasti. Ločimo tri območja, kjer rešujemo valovno enačbo: območje II označuje sredico, območji I in III pa sta v plašču nad sredico ozziroma pod njo.



Slika 3.3: K izračunu lastnih rodov v simetričnem planparalelnem vodniku

Krajevni del valovne enačbe, ki jo rešujemo, opisuje Helmholtzova enačba (enačba ??)

$$\nabla^2 \mathbf{E} + n^2(x) k_0^2 \mathbf{E} = 0, \quad (3.6)$$

kjer je $k_0 = \omega/c$, $n(x)$ pa nezvezno spremeni vrednost ob prehodu iz sredice v plašč. Nastavek za rešitev naj bo oblike

$$\mathbf{E}(x, z) = \mathbf{e} \psi(x) e^{i\beta z}. \quad (3.7)$$

Omejimo se le na primer TE polarizacije (za izračun lastnih rodov TM polariziranega valovanja glej nalogo 3.2.1). Vstavimo nastavek (enačba 3.7) v enačbo (3.6) in zapišemo

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + (k_0^2 n_1^2 - \beta^2) \psi = 0 \quad \text{v sredici ozziroma območju II} \quad (3.8)$$

in

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + (k_0^2 n_2^2 - \beta^2) \psi = 0 \quad \text{v plašču ozziroma območjih I in III.} \quad (3.9)$$

Iz zveze (enačba 3.5) sledi $k_0^2 n_1^2 - \beta^2 = k_x^2$, zato lahko rešitve prve enačbe zapišemo v obliki

$$\psi_{\text{II}}(x) = C \cos(k_x x) + D \sin(k_x x), \quad (3.10)$$

rešitve v plašču pa so oblike

$$\psi_{\text{I}}(x) = A \exp(-\kappa x) + B \exp(\kappa x), \quad \psi_{\text{III}}(x) = F \exp(-\kappa x) + G \exp(\kappa x), \quad (3.11)$$

pri čemer smo vpeljali $\kappa^2 = \beta^2 - k_0^2 n_2^2$.

Da valovanje ostane ujeto v vlakno, mora biti κ realno število. Le tako namreč dosežemo eksponentno pojemanje električne poljske jakosti z oddaljenostjo od sredice, sicer je valovanje v vseh treh območjih oscilatorno in ni ujeto v vlakno.

Iz zahteve, da sta k_x in κ realna, sledi pogoj za valovno število β

$$k_0 n_2 < \beta < k_0 n_1. \quad (3.12)$$

Poleg tega zahteva po končnosti rešitve da pogoj, da je v območju I (pri $x > a/2$) koeficient $B = 0$, v območju III (pri $x < -a/2$) pa $F = 0$. Hitro ugotovimo, da so zaradi simetrije vlakna lastne rešitve lahko le sode ali lihe funkcije.

Sode rešitve

Poglejmo najprej sode rešitve. V sredici bo različen od nič samo C , v območjih I in III pa bosta amplitudi enaki in $A = G$ (slika 3.4 a). Dobimo

$$\psi_I(x) = A \exp(-\kappa x), \quad (3.13)$$

$$\psi_{II}(x) = C \cos(k_x x), \quad (3.14)$$

$$\psi_{III}(x) = A \exp(\kappa x). \quad (3.15)$$

Zvezo med koeficientoma A in C določimo z upoštevanjem robnih pogojev. Na meji med sredico in plaščem morata biti tangencialni komponenti električne in magnetne poljske jakosti zvezni (enačbi ?? in ??). Iz tega izpeljemo pogoj, da se za TE valovanje na meji ohranja amplituda električne poljske jakosti. Pri $x = a/2$ zapišemo

$$A \exp(-\kappa a/2) = C \cos(k_x a/2). \quad (3.16)$$

Drugi pogoj sledi iz zveze $\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \mu_0 \mathbf{H}$, ki izhaja neposredno iz Maxwellove enačbe (??). Ker se na meji ohranja tangencialna komponenta \mathbf{H} , to je v tem primeru H_z , se posledično ohranja odvod električne poljske jakosti dE_y/dx . Pri $x = a/2$ velja

$$-A\kappa \exp(-\kappa a/2) = -Ck_x \sin(k_x a/2). \quad (3.17)$$

Enačbo za k_x izpeljemo iz zahteve, da sta gornja robna pogoja hkrati izpolnjena. Izraza za robna pogoja delimo in dobimo sekularno enačbo za sode rešitve

$$\frac{\kappa}{k_x} = \tan \frac{k_x a}{2}. \quad (3.18)$$

Rešitve enačbe so diskretne in vsaki vrednosti k_x ustreza en sodi rod ozziroma sodi lastni način. Pri tem je zveza med κ in k_x

$$\kappa^2 + k_x^2 = k_0^2 (n_1^2 - n_2^2). \quad (3.19)$$

Lihe rešitve

Oglejmo si še lihe rešitve v planparallelnem vodniku. V sredici je od nič različen le D , polji v plašču pa sta nasprotno enaki in $A = -G$ (slika 3.4 b). Sledi

$$\psi_I(x) = A \exp(-\kappa x), \quad (3.20)$$

$$\psi_{II}(x) = D \sin(k_x x), \quad (3.21)$$

$$\psi_{III}(x) = -A \exp(\kappa x). \quad (3.22)$$

Z upoštevanjem zveznosti električne poljske jakosti in njenega odvoda na meji med sredico in plaščem zapišemo robna pogoja pri $x = a/2$

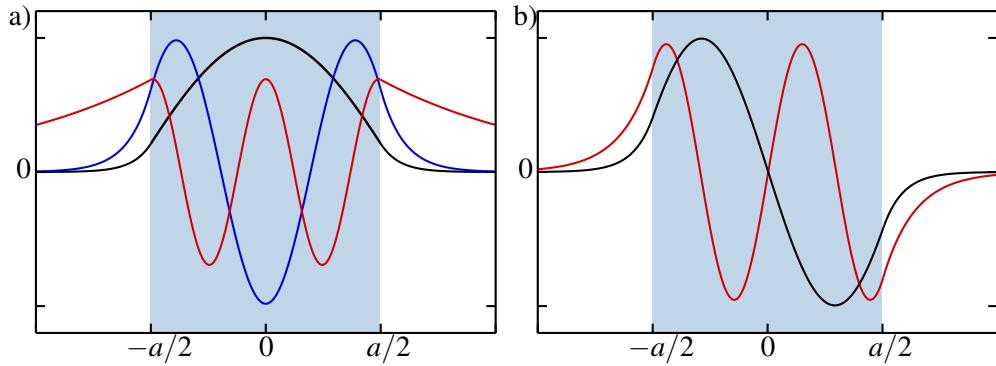
$$A \exp(-\kappa a/2) = D \sin(k_x a/2) \quad (3.23)$$

in

$$-\kappa A \exp(-\kappa a/2) = D k_x \cos(k_x a/2). \quad (3.24)$$

Ustrezna sekularna enačba za lihe rešitve je

$$-\frac{k_x}{\kappa} = \tan \frac{k_x a}{2}. \quad (3.25)$$



Slika 3.4: Prečne oblike električne poljske jakosti za sode (a) in lihe (b) rodove v simetričnem planparalelnem valovnem vodniku. Modra barva označuje sredico, beli del pa plašč vodnika.

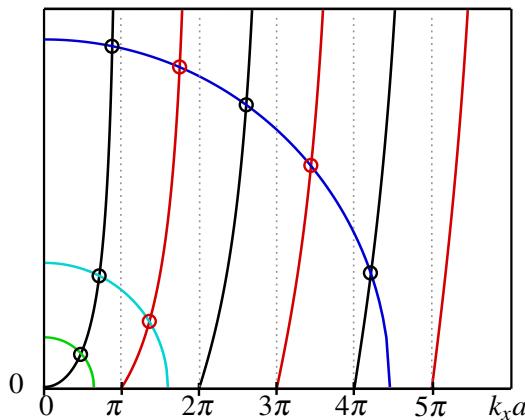


Če ne prej, je bralec ob slikah (3.4) zagotovo opazil podobnost s kvantnim delcem, ujetim v končni enodimensionalni potencialni jami. Svetloba, ujeta v vodnik ali vlakno, ustreza vezanim stanjem delca, numerična odprtina pa je tisti parameter, ki določa globino potencialne Jame. Pri majhnih vrednostih obstaja samo ena rešitev za vezano stanje, pri globlji jami je rešitev več. Podobno kot v kvantni mehaniki tudi v tem primeru ena rešitev za vezano stanje vedno obstaja.

Sekularnih enačb za lastne rodove (enačbi 3.18 in 3.25) ne moremo rešiti analitično. Rešujemo jih numerično, zelo nazorna pa je tudi grafična predstavitev (slika 3.5). Eناčbo za sode rodove (enačba 3.18) pomnožimo s $k_x a$ in narišemo funkcijo $k_x a \tan(k_x a/2)$ (črne črte). Eناčbo za lihe rodove (enačba 3.25) preoblikujemo in narišemo $-k_x a \cot(k_x a/2)$ (rdeče črte). Nato pri danih parametrih n_1, n_2, a in k_0 narišemo krožnico za κa , ki sledi iz enačbe (3.19)

$$(\kappa a)^2 + (k_x a)^2 = k_0^2 a^2 (n_1^2 - n_2^2) = k_0^2 a^2 N A^2. \quad (3.26)$$

Število presečišč krivulj s krožnico določa število lastnih rodov v vodniku, lega presečišča pa pripadajočo vrednost k_x . Na sliki so narisane tri krožnice za tri različne debeline vodnika a (pri istih lomnih količnikih in isti valovni dolžini svetlobe). V najtanjšem vodniku (zelena črta) je presečišče le eno in tak vodnik imenujemo enorodovni vodnik. Z večanjem debeline število lastnih rodov narašča in taki vodniki so večrodovni. Lastni rodovi v večrodovnem vodniku so izmenično sodi in lihi, začenši z osnovnim rodom, ki je vedno sod.



Slika 3.5: K izračunu k_x v valovnem vodniku za TE polarizacijo. Število presečišč krožnice s krivuljami določa število lastnih rodov v vodniku. Zelena krožnica prestavlja enorodovni vodnik, turkizna dvorodovnega in modra petrodovnega s tremi sodimi in dvema lihima rešitvama.

S slike (3.5) razberemo še eno pomembno lastnost vodnikov. Ne glede na to, kako majhen je polmer krožnice, krožnica vedno seka črno krivuljo. To pomeni, da v še tako tankem vodniku vsaj ena rešitev za k_x vedno obstaja in ta je vedno soda.

Ocenimo še število lastnih rodov v vodniku. S slike (3.5) vidimo, da je največja možna vrednost k_x omejena s polmerom krožnice $k_0 a N A$, ki ga imenujemo tudi normirana frekvenca V . Do te vrednosti je po ena rešitev na vsak interval dolžine π , izmenično soda in liha, zato je celotno število rodov za eno polarizacijo

$$N \approx \frac{k_0 a N A}{\pi} = \frac{V}{\pi}. \quad (3.27)$$

Za enorodovni vodnik velja $V < \pi$ oziroma $a < \frac{\lambda}{2 N A}$. Tipičen enorodovni vodnik ima tako debelino $a \lesssim 5 \mu\text{m}$, večrodnovni vodnik z okoli 20 rodovi pa $a \sim 50 \mu\text{m}$.

Naloga 3.2.1 Ponovi izračun za TM valovanje in pokaži, da sta sekularni enačbi enaki

$$\frac{\kappa}{k_x} \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 = \tan \frac{k_x a}{2} \quad \text{in} \quad -\frac{k_x}{\kappa} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 = \tan \frac{k_x a}{2}. \quad (3.28)$$

Namig: Zapiši enačbe za magnetno poljsko jakost \mathbf{H} in upoštevaj ustreerne pogojne.

Podoben račun lahko naredimo tudi za TM valovanje (glej nalogo 3.2.1). Zaradi drugačnih robnih pogojev se sekularni enačbi razlikujeta od tistih za TE polarizacijo. Razlika je v faktorju $(n_1/n_2)^2$, ki pa je v tipičnem vodniku zelo blizu ena. Zato se tudi rešitve za prečno komponento k_x le malo razlikujejo. Bolj pomembna je ugotovitev, da je število dovoljenih rodov za TM polarizacijo enako številu dovoljenih rodov za TE polarizacijo, saj je največji k_x v obeh primerih določen z enakim polmerom V . Vse lastne rodove, ki se širijo v danem vodniku, torej zajamemo z opisom TE sodih in lihih ter TM sodih in lihih rodov.

Ugotovili smo, da je električna poljska jakost tudi izven sredice vodnika različna od nič. Poglejmo še, kako je z energijskim tokom. Čeprav se velika večina pretaka po sredici, delež, ki se pretaka po plašču, ni vedno zanemarljiv. To posebej velja za višje rodove. Delež energijskega toka, ki se pretaka po sredici, izračunamo z integralom

$$\Gamma = \frac{\int_{-a/2}^{a/2} j dS}{\int_{-\infty}^{\infty} j dS}. \quad (3.29)$$

Naloga 3.2.2 Pokaži, da je razmerje med energijskim tokom P_p , ki se pretaka po plašču, in energijskim tokom, ki se pretaka po sredici vodnika P_s , za sode rodove enako

$$\frac{P_p}{P_s} = \frac{n_2}{n_1} \frac{2k_x}{\kappa} \frac{\cos^2(k_x a/2)}{k_x a + \sin(k_x a)}, \quad (3.30)$$

in za lihe rodove

$$\frac{P_p}{P_s} = \frac{n_2}{n_1} \frac{2k_x}{\kappa} \frac{\sin^2(k_x a/2)}{k_x a - \sin(k_x a)}. \quad (3.31)$$

3.3 Cilindrično vlakno

Do zdaj smo obravnavali ravninski valovni vodnik. V praksi svetlobo navadno usmerjamo po optičnih vlaknih, ki imajo cilindrično geometrijo. Najpreprostejši primer je cilindrično vlakno, v katerem je lomni količnik cilindrične sredice konstanten in nekoliko večji od lomnega količnika plašča. Navadno je $n_1 - n_2 \sim 0,001$. Pogosto se uporablja bolj zapletene konstrukcije, pri katerih se lomni količnik sredice spreminja z oddaljenostjo od osi. Z zapletenejšo geometrijo namreč zmanjšamo disperzijo v vlaknu in s tem povečamo zmogljivost prenašanja velike količine podatkov na dolge razdalje – najzmogljivejša komercialna vlakna zmorejo prenos več deset terabitov na sekundo².

Račun za širjenje svetlobe po cilindričnem vlaknu s homogeno sredico je podoben kot za planparalelni vodnik, vendar je precej bolj zapleten. V cilindrični geometriji namreč ni delitve na čiste električne in magnetne transverzalne valove, saj so robni pogoji sklopljeni. Na splošno se rešitve izražajo v obliki kombinacij Besslovih funkcij. Izkaže se, da je osnovni rod, ki se širi po cilindričnem vlaknu, po obliki zelo podoben osnovnemu Gaussovemu snopu, zato je sklopitev laserskih snopov v optična vlakna zelo učinkovita. Tudi v cilindričnih vlaknih obstaja končno število lastnih rodov, ki je odvisno od polmera sredice in lomnih količnikov sredice in plašča. Če je polmer zadosti majhen (razlika lomnih količnikov navadno je), obstaja le en lastni rod in optično vlakno je enorodovno. Sicer je vlakno večrodonovo.

Valovna enačba v cilindričnem vlaknu

Točen izračun za rodove v cilindričnem vlaknu presega okvire te knjige, zato si oglejmo le izhodiščne enačbe in rešitve.³ Za jakost električnega in magnetnega polja velja Helmholtzova enačba (enačba ??)

$$\nabla^2 \mathbf{E} + n^2(r) k_0^2 \mathbf{E} = 0, \quad (3.32)$$

pri čemer je $n(r < a) = n_1$ lomni količnik sredice in $n(r > a) = n_2$ lomni količnik plašča, ki je dovolj debel, da njegova debelina ne vpliva na potovanje svetlobe. \mathbf{E} in \mathbf{H} sta vektorja in imata po tri komponente, ki pa so med seboj odvisne. Izračunajmo naprej E_z z nastavkom

$$E_z = R(r) e^{i\nu\varphi} e^{i\beta z}, \quad (3.33)$$

pri čemer je ν celo število zaradi zahteve po enoličnosti rešitve pri spremembi kota za 2π . Za $R(r)$ v sredici vlakna velja enačba

$$r^2 R(r)'' + r R(r)' + (k_s^2 r^2 - \nu^2) R(r) = 0, \quad (3.34)$$

kjer je

$$k_s^2 = k_0^2 n_1^2 - \beta^2, \quad (3.35)$$

in v plašču

$$r^2 R(r)'' + r R(r)' + (-\kappa^2 r^2 - \nu^2) R(r) = 0, \quad (3.36)$$

kjer je

$$\kappa^2 = \beta^2 - k_0^2 n_2^2. \quad (3.37)$$

²Za doprinos k razvoju in uporabi optičnih vlaken je leta 2009 Charles K. Kao prejel Nobelovo nagrado.

³Točen izračun lahko bralec poišče npr. v C. C. Davis, *Lasers and Electro-optics*, Cambridge University Press.

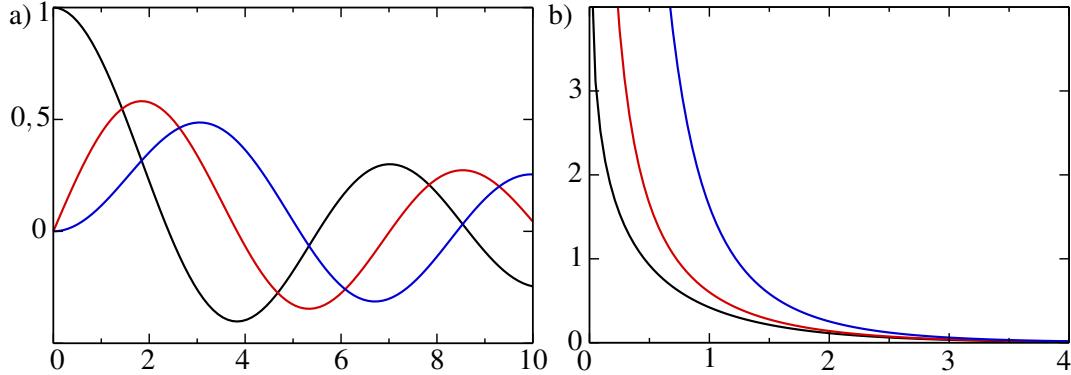
V enačbah (3.34) in (3.36) prepoznamo Besslovo diferencialno enačbo. Upoštevajoč le funkcije, ki na izbranem območju ne divergirajo, zapišemo rešitve v sredici kot

$$E_z(r, \varphi, z) = AJ_v(k_s r) \sin(v\varphi)e^{i\beta z} \quad \text{in} \quad H_z(r, \varphi, z) = BJ_v(k_s r) \cos(v\varphi)e^{i\beta z}. \quad (3.38)$$

Podobno zapišemo tudi rešitve v plašču

$$E_z(r, \varphi, z) = CK_v(\kappa r) \sin(v\varphi)e^{i\beta z} \quad \text{in} \quad H_z(r, \varphi, z) = DK_v(\kappa r) \cos(v\varphi)e^{i\beta z}. \quad (3.39)$$

Pri tem so A, B, C in D konstante, $J_v(x)$ je Besslova funkcija prve vrste reda v , $K_v(x)$ pa je modificirana Besslova funkcija druge vrste reda v (slika 3.6).



Slika 3.6: Besslove funkcije: (a) Besslove funkcije prve vrste $J_0(x)$ (črna), $J_1(x)$ (rdeča) in $J_2(x)$ (modra), ki predstavljajo oblike rešitev v sredici vlakna, in (b) modificirane Besslove funkcije druge vrste $K_0(x)$ (črna), $K_1(x)$ (rdeča) in $K_2(x)$ (modra), ki predstavljajo rešitev v plašču vlakna.

Ko enkrat poznamo komponenti E_z in H_z , lahko z uporabo Maxwellovih enačb izračunamo še preostale komponente. Nato z upoštevanjem robnih pogojev zapišemo štiri enačbe za pet neznank (A, B, C, D in β), tako da ostane ena spremenljivka (amplituda polja) prosta. Na ta način izračunamo celotni jakosti električnega in magnetnega polja v vlaknu in podobno kot pri valovnem vodniku tudi tukaj zapišemo sekularno enačbo, ki jo moramo rešiti numerično. Pri vsakem v obstaja več rešitev, zato lastne rodove označujemo s parom indeksov v in m , npr. TE₀₁ ali HE₃₁.

TE in TM rodovi

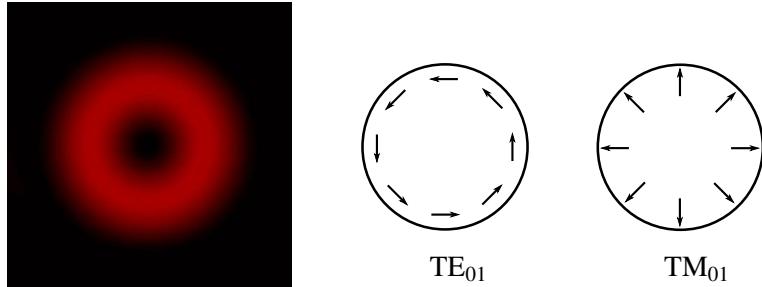
Najprej si oglejmo rešitve, pri katerih je $v = 0$ in so tako neodvisne od kota φ . V klasični sliki so to žarki, ki potujejo po osi vlakna. Iz robnih pogojev sledi, da gre za transverzalne TE rodove, za katere velja $E_z = 0$, $E_r = 0$ in $E_\varphi \propto J_1(k_s r)$. Električno poljsko jakost za TE zapišemo kot

$$\mathbf{E} \propto \mathbf{e}_\varphi J_1(k_s r). \quad (3.40)$$

Podobno lahko prepoznamo tudi TM rodove, pri katerih je $H_z = 0$, $H_r = 0$ in $H_\varphi \propto J_1(k_s r)$. Ustrezna električna poljska jakost za TM rodove je

$$\mathbf{E} \propto \mathbf{e}_r J_1(k_s r). \quad (3.41)$$

Amplitudi električne poljske jakosti sta za TE in TM rodove enaki, zato sta enaki tudi sliki gostote svetlobnega toka (slika 3.7). Opazimo, da je v osi vlakna gostota svetlobnega toka enaka nič, zato sklepamo, da to niso osnovni načini širjenja svetlobe po cilindričnem vlaknu.

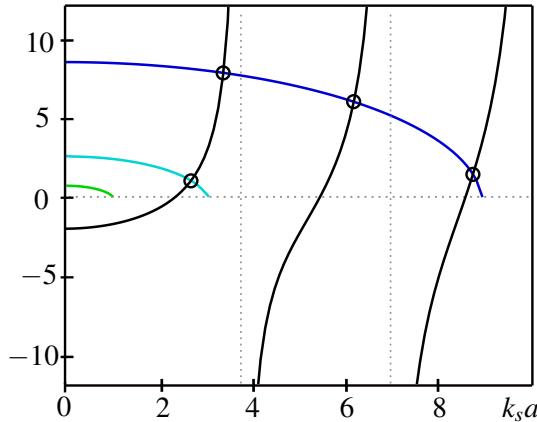


Slika 3.7: Intenziteta in smer električnega polja v vlaknu za rodova TE_{01} in TM_{01}

Podobno kot smo zapisali sekularno enačbo v valovnem vodniku (enačbi 3.18 in 3.25), tudi tukaj zapišemo enačbo za dovoljene vrednosti k_s . Ob približku, da se lomna količnika sredice in plašča le malo razlikujeta, je poenostavljena enačba za TE valovanje

$$-k_s a \frac{J_0(k_s a)}{J_1(k_s a)} = \kappa a \frac{K_0(\kappa a)}{K_1(\kappa a)}, \quad (3.42)$$

pri čemer velja $\kappa^2 + k_s^2 = (NA)^2 k_0^2$. Zaporedne rešitve enačbe ustrezajo rodovom TE_{0m} . Če želimo izračunati še valovne vektorje za rodove TM_{0m} , moramo levo stran enačbe (3.42) pomnožiti z $(n_1/n_2)^2$. Ker je ta faktor približno enak ena, se rešitve enačb med seboj le malo razlikujejo.



Slika 3.8: K izračunu prečnih komponent valovnega vektorja k_s v cilindričnem vlaknu za TE polarizacijo. Leva stran sekularne enačbe je narisana s črno, desna stran pa za tri različne vrednosti parametra $V = k_0 a N A$.

Zapisano sekularno enačbo rešujemo numerično, lahko pa se je lotimo grafično in na sliki (3.8) poiščemo presečišča krivulj. Na sliki je leva stran enačbe prikazana s črno barvo, desna pa za tri različne vrednosti $V = k_0 a N A$. Pri velikem V (modra črta) ima sistem tri rešitve, pri srednjem V (turkizna črta) eno rešitev, pri majhnem V (zelena črta) pa se krivulji ne sekata. To pomeni, da pri dovolj majhnem polmeru a TE rod ne obstaja.

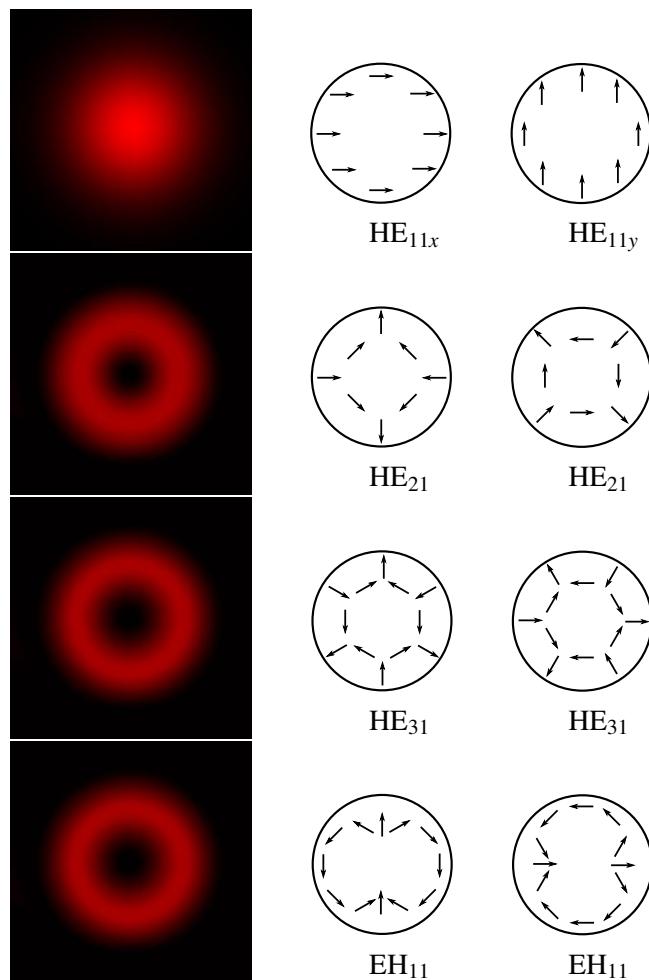
Zapišimo to ugotovitev še matematično. Desna stran enačbe da realne rešitve za $k_s a \leq V$. Po drugi strani pa leva stran enačbe postane pozitivna šele pri $J_0(k_s a) = 0$, to je pri $k_s a = 2,405$. Da ima tak sistem vsaj eno rešitev, mora veljati $V > 2,405$. Polmer, pri katerem se TE_{01} (ali TM_{01}) valovanje z dano valovno dolžino sploh širi po vlaknu, je torej navzdol omejen z

$$a \geq \frac{2,405}{k_0 N A}. \quad (3.43)$$

Hibridni HE in EH rodovi

Poglejmo zdaj rešitve, pri katerih je $v \neq 0$. V tem primeru je vseh šest komponent električnega in magnetnega polja valovanja različnih od nič in vsi rodovi imajo tudi komponento v smeri z . Take rodove imenujemo hibridni rodovi in jih označimo s HE, če je E_z razmeroma velik ali vsaj primerljiv z E_r in E_ϕ , oziroma z EH, če je H_z po velikosti primerljiv s H_r in H_ϕ ali večji od njiju.

Sekularna enačba za hibridne rodove je precej bolj zapletena in je ne bomo zapisali. Oglejmo si le njihovo obliko (slika 3.9). Najpomembnejši hibridni rod je HE_{11} , ki je sorazmeren z $J_0(k_s r)$ in zato v središču različen od nič. To je osnovni rod, za katerega rešitev sekularne enačbe vedno obstaja in se zato širi po še takoj tankem vlaknu.



Slika 3.9: Intenziteta in smer električnega polja v vlaknu za rodove HE_{11} , HE_{21} , HE_{31} in EH_{11}

Po obliki je osnovni HE_{11} rod zelo podoben Gaussovemu profilu $\exp(-r^2/w^2)$, zato ga lahko razmeroma dobro opišemo z Gaussovim približkom. Pri tem efektivni polmer snopa w izračunamo po Marcusejevi formulji⁴

$$w = \left(0,65 + \frac{1,619}{V^{3/2}} + \frac{2,879}{V^6}\right)a, \quad (3.44)$$

pri čemer je $V = k_0 a N A$. Podobnost profila osnovnega HE_{11} roda z Gaussovo funkcijo omogoča zelo dobro sklopitev Gaussovih snopov, ki izhajajo iz laserja, v cilindrična vlakna.

⁴D. Marcuse, Bell Syst. Tech. J. 56, 703 (1977).

Na sliki (3.9) je poleg osnovnega HE_{11} roda še nekaj primerov višjih rodov. Opazimo, da imajo vsi rodovi, razen osnovnega, v osi vlakna minimum. Poleg tega opazimo tudi podobnost med oblikami posameznih rodov, do katere pride zaradi majhne razlike med lomnima količnikoma sredice in plašča ($n_1 \approx n_2$). V takem primeru se sekularne enačbe poenostavijo, nekateri rodovi so med seboj degenerirani in dajo enako rešitev. Poleg rodov z enako obliko in različno polarizacijo so tako med seboj degenerirani še $HE_{v+1,m}$ in $EH_{v-1,m}$ rodovi. Degenerirane rodove lahko združimo v linearne kombinacije teh valov in nastanejo pretežno linearno polarizirani LP rodovi.

LP rodovi

Za praktično uporabo so najpomembnejši linearno polarizirani (LP) rodovi. Taki rodovi niso točne rešitve valovne enačbe v cilindrični geometriji, ampak jih zapišemo kot linearno kombinacijo lastnih rodov, ki so zaradi majhne razlike med lomnima količnikoma sredice in plašča degenerirani. Tudi te rodove označimo z dvema indeksoma: prvi določa število azimutalnih vozlov, drugi pa število radialnih vrhov. Poglejmo nekaj primerov (slika 3.10).

Osnovni LP_{01} je kar približno enak osnovnemu HE_{11} rodu. Električna poljska jakost je

$$\mathbf{E}_{LP01} \propto \begin{Bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \end{Bmatrix} J_0(k_s a), \quad (3.45)$$

saj ima dve možni smeri polarizacije. Na splošno so LP_{0m} zelo podobni rodovom HE_{1m} .

Višje rodove, na primer LP_{11} sestavimo kot linearno kombinacijo TE_{01} ali TM_{01} in HE_{21} . Električna poljska jakost v LP_{11} je tako

$$\mathbf{E}_{LP11} \propto \begin{Bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \end{Bmatrix} J_1(k_s a) \begin{Bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{Bmatrix} \quad (3.46)$$

kar opisuje štiri različne oblike rodov LP_{11} .

Tudi LP_{21} rodovi, ki nastanejo kot kombinacija HE_{31} in EH_{11} rodov, imajo štiri oblike

$$\mathbf{E}_{LP21} \propto \begin{Bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \end{Bmatrix} J_2(k_s a) \begin{Bmatrix} \cos 2\varphi \\ \sin 2\varphi \end{Bmatrix}. \quad (3.47)$$

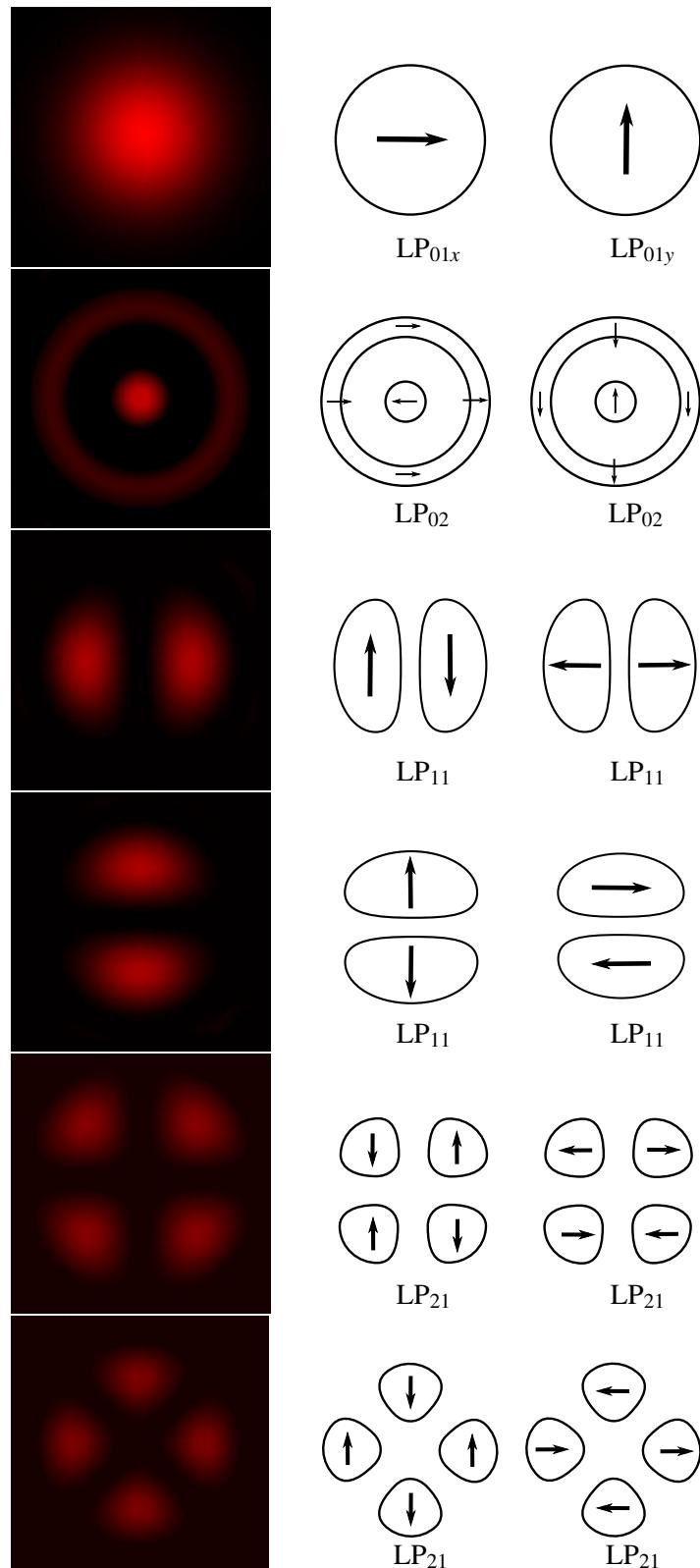
Linearno polarizirani LP rodovi imajo precejšnjo uporabno vrednost. To so namreč rodovi, ki jih v vlaknu vzbudimo, ko nanj posvetimo s polarizirano lasersko svetlobo. Zavedati pa se moramo, da to niso lastni rodovi vlakna, ampak njihove linearne kombinacije, ki po vlaknu potujejo z malenkost različnimi hitrostmi. Polarizacija svetlobe se zato vzdolž vlakna ne ohranja povsem.



Število rodov v večrodnem cilindričnem vlaknu pri izbrani normirani frekvenci $V = k_0 a N A$ lahko približno ocenimo z uporabo asimptotičnega razvoja Besslovih funkcij za velike argumente. Približna ocena vključuje vse dovoljene rešitve pri vsaki vrednosti V in dve polarizaciji. To vodi do rezultata

$$N = \frac{4V^2}{\pi^2}. \quad (3.48)$$

V vlaknu s polmerom sredice $20 \mu\text{m}$ in numerično aperturo 0,2 se tako pri valovni dolžini $1 \mu\text{m}$ lahko širi 256 rodov.



Slika 3.10: Intenziteta in smer električnega polja v vlaknu za približno linearne rodove LP₀₁, LP₀₂, LP₁₁ in LP₂₁.

Cilindrično vlakno s paraboličnim profilom lomnega količnika

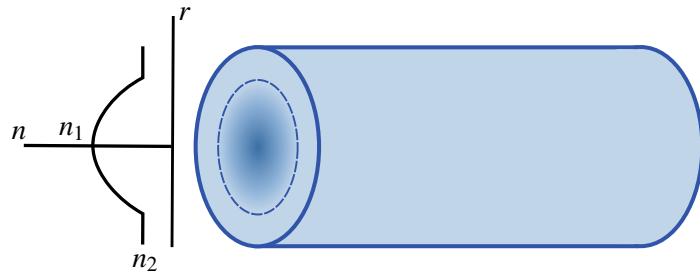
Čeprav je račun lastnih načinov v cilindričnem vlaknu zapleten, lahko razmeroma enostavno poiščemo rešitve za vlakno, v katerem je dielektrična konstanta kvadratna funkcija radialne koordinate r .

$$\epsilon(r) = \epsilon_1 - Cr^2, \quad (3.49)$$

pri čemer je sprememba navadno majhna. Zapišemo še enačbo z lomnimi količniki in vpeljemo brezdimenzijski parameter Δ

$$n^2(r < a) = n_1^2 - \Delta^2 \frac{r^2}{a^2}, \quad (3.50)$$

pri čemer a označuje polmer sredice vlakna. Enačbo lahko tudi razvijemo za majhno razliko Δ in za vse smiselne vrednosti r ima tudi lomni količnik parabolični profil. Parabolična sredica je seveda omejena, okoli nje pa je plašč s konstantnim lomnim količnikom $n_2 \approx n_1 - \Delta^2/2n_1$ (slika 3.11). Tipičen polmer sredice a je nekaj deset mikrometrov, plašča pa približno petkrat toliko.



Slika 3.11: Parabolični profil lomnega količnika sredice zmanjša disperzijo v vlaknu. Plašč je praviloma bistveno debelejši od sredice vlakna.

Električno poljsko jakost za izbrano polarizacijo zapišemo v obliki

$$E = E_0 \psi(x, y) e^{i\beta z - i\omega t}. \quad (3.51)$$

Pri tem smo zanemarili, da zaradi odvisnosti od prečnih koordinat in pogoja $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$ polje ne more imeti povsod iste smeri; za bolj natančen račun bi morali zapisati enačbo za vektorsko polje. Vstavimo približni nastavek (enačba 3.51) in krajevno odvisnost lomnega količnika (enačba 3.50) v valovno enačbo (enačba ??)

$$\nabla_{\perp}^2 \psi + \left[k_0^2 \left(n_1^2 - \Delta^2 \frac{r^2}{a^2} \right) - \beta^2 \right] \psi = 0. \quad (3.52)$$

Rešitve lahko zapišemo v obliki

$$\psi(x, y) = X(x)Y(y), \quad (3.53)$$

od koder sledita dve neodvisni enačbi

$$X'' - \frac{k_0^2 \Delta^2}{a^2} X x^2 - \lambda_1 X = 0 \quad \text{in} \quad Y'' - \frac{k_0^2 \Delta^2}{a^2} Y y^2 - \lambda_2 Y = 0, \quad (3.54)$$

pri čemer sta λ_1 in λ_2 konstanti. Opazimo, da sta enačbi popolnoma enaki enačbama za krajevni del lastnih funkcij harmonskega oscilatorja v kvantni mehaniki. Rešitev posamezne enačbe je tako produkt Gaussove in Hermitove funkcije

$$X_n(x) = e^{-\xi^2 x^2/2} H_n(\xi x), \quad (3.55)$$

pri čemer je $\xi = \sqrt{k_0 \Delta / a}$.

Naloga 3.3.1 Uporabi nastavek (enačba 3.55) in pokaži, da reši enačbo (3.54). Pri tem si pomagaj z diferencialno enačbo za Hermitove polinome

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - 2x \frac{d}{dx} + 2n \right) H_n(x) = 0. \quad (3.56)$$

Lastne vrednosti enačbe so oblike

$$\beta_{mn}^2 = n_1^2 k_0^2 \left(1 - \frac{2\Delta}{k_0 n_1^2 a} (m+n+1) \right). \quad (3.57)$$

Drugi člen v oklepaju je navadno zelo majhen, zato lahko izraz razvijemo in

$$\beta_{mn} = n_1 k_0 \left(1 - \frac{\Delta}{k_0 n_1^2 a} (m+n+1) \right) = n_1 k_0 - \frac{\Delta(m+n+1)}{n_1 a}. \quad (3.58)$$

Ob privzetku, da je parameter Δ neodvisen od krožne frekvence, je grupna hitrost

$$v_g = \left(\frac{d\beta_{mn}}{d\omega} \right)^{-1} = \frac{c_0}{n_1} \quad (3.59)$$

in torej enaka za vse rodove. To je pomembna značilnost vlakna s paraboličnim profilom lomnega količnika. V dejanskem vlaknu je seveda taka odvisnost mogoča le v omejenem območju sredice, zato je tudi gornja analiza le približna in velja dobro za tiste rodove, ki se ne raztezajo dosti izven sredice.

Neodvisnost grupne hitrosti od roda je praktično zelo pomembna. Grupna hitrost namreč določa čas potovanja svetlobnega sunka, ki lahko predstavlja en bit informacije. Če se po vlaknu širi več rodov z različnimi grupnimi hitrostmi, se sunek po prehodu skozi vlakno razširi, kar – kot bomo podrobnejše videli v naslednjem razdelku – omejuje uporabno dolžino vlakna. Temu se sicer lahko izognemo z uporabo enorodovnih vlaken, ki pa so dražja, poleg tega morata divergenca in polmer svetlobnega snopa natančno ustrezati značilnostim enorodovnega vlakna, da se izognemo izgubam. Zato se za krajše povezave (do nekaj 100 m) uporabljo večrodovna vlakna, ki imajo sredico s približno paraboličnim profilom lomnega količnika.

3.4 Disperzija

Pri prenosu velike količine podatkov na daljavo je zelo pomembno, da se oblika svetlobnih sunkov, ki prenašajo informacijo, čim bolj ohranja. Na obliko sunka močno vpliva disperzija, to je odvisnost fazne in grupne (skupinske) hitrosti valovanja od krožne frekvence. Zaradi disperzije se kratki sunki, ki potujejo po vlaknu, podaljšajo in tako omejujejo količino informacije, ki jo lahko prenašamo po vlaknu dane dolžine. Največja količina vhodnih podatkov na časovno enoto je kar obratno sorazmerna z dolžino izhodnih sunkov svetlobe.



Slika 3.12: Zaradi disperzije se sunki svetlobe, ki potujejo skozi vlakno, podaljšajo, zato jih na izhodu iz vlakna ne moremo več ločiti.

Pri potovanju svetlobe po optičnih vlaknih poznamo tri vrste disperzije: rodovno, materialno in valovodno. V večrodonih vlaknih je povsem prevladujoča rodovna disperzija, ki je posledica dejstva, da se različni rodovi po vlaknu širijo z različnimi hitrostmi. V enorodonih vlaknih rodovne disperzije ni, zato prideta do izraza materialna disperzija, ki se pojavi zaradi odvisnosti lomnega količnika vlakna od valovne dolžine svetlobe, in valovodna disperzija, ki se pojavi zaradi nelinearne zveze med valovnim številom β in krožno frekvenco valovanja.

Rodovna disperzija

Na primeru planparalelnega vodnika smo pokazali, da vsaki rešitvi sekularnih enačb (enačbi 3.18 in 3.25) ustreza en lastni rod v vlaknu. Ker se vrednosti k_x za različne rodove med seboj razlikujejo in so posledično vrednosti β za vsak rod drugačne, se posamezni rodovi po vlaknu širijo z različnimi hitrostmi. Kratek sunek svetlobe, sestavljen iz več različnih rodov, se tako po prehodu skozi vlakno razdeli na posamezne delne sunke oziroma se efektivno podaljša. Izračunajmo razliko med časom, ki ga za širjenje po vlaknu dane dolžine potrebuje osnovni rod, in časom, ki ga za isto razdaljo potrebuje zadnji še dovoljeni rod.

Osnovni rod določa prva rešitev sekularne enačbe in je zato pripadajoča vrednost k_x zelo majhna oziroma v približku $k_s \approx 0$. Ustrezno valovno število je po enačbi

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 n_1^2 - k_x(\omega)^2} \quad (3.60)$$

kar približno enako $\beta_0 \approx k_0 n_1$. Za zadnji še dovoljeni rod velja $k_x a \approx V$ in $\beta_N \approx k_0 n_2$, pri čemer je n_2 lomni količnik plašča. Zapišemo še grupno hitrost, s katero potujejo sunki svetlobe po vlaknu

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = \left(\frac{d\beta}{d\omega}\right)^{-1}. \quad (3.61)$$

Za prehod vlakna z dolžino L potrebuje osnovni rod

$$t_0 = \frac{L}{v_{g0}} = L \frac{d\beta_0}{d\omega} = L \frac{n_1}{c_0}, \quad (3.62)$$

zadnji rod pa

$$t_N = \frac{L}{v_{gN}} = L \frac{d\beta_N}{d\omega} = L \frac{n_2}{c_0}. \quad (3.63)$$

Podaljšanje sunka zaradi rodovne disperzije je potem

$$\tau \approx \frac{L}{c_0} (n_1 - n_2). \quad (3.64)$$

Največja frekvenca modulacije vhodnega signala, pri kateri izhodne sunke še zaznamo ločeno, je približno obratno sorazmerna z dolžino izhodnih sunkov. Za 1 km dolgo vlakno z $\Delta n = 0,05$ je tako modulacijska frekvenca oziroma količina podatkov v časovni enoti le okoli 10 MHz. Čeprav lahko disperzijo zmanjšamo s paraboličnim profilom lomnega količnika, so večrodonna vlakna za prenos podatkov na dolge razdalje praktično neuporabna.



Med rodovno disperzijo uvrščamo tudi polarizacijsko disperzijo, do katere pride zaradi različnih hitrosti valovanj z različnima polarizacijama. V idealnem cilindričnem vlaknu potujeta obe polarizaciji z enako hitrostjo. V realnem vlaknu pa pride na nečistočah in asimetrijah v vlaknu do različnih hitrosti za različni polarizaciji. Ker so nečistoče slučajno in neodvisno razporejene, tako disperzijo zelo težko odpravimo.

Materialna disperzija

Optična vlakna so navadno narejena iz stekla, katerega lomni količnik je odvisen od valovne dolžine svetlobe. Zaradi tako imenovane materialne disperzije različne spektralne komponente svetlobnega sunka po vlaknu potujejo z različnimi hitrostmi in sunek se po prehodu skozi vlakno podaljša. Pri obravnavi se omejimo na enorodovna vlakna, v katerih rodovne disperzije ni.

Ker je sunek svetlobe končno dolg, je končna tudi njegova spektralna širina $\Delta\lambda = \lambda_{\max} - \lambda_{\min}$. Dolžino sunka τ po prehodu skozi vlakno dolžine L približno zapišemo kot

$$\tau = \frac{dt}{d\lambda} \Delta\lambda = \Delta\lambda \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{L}{v_g} \right) = \Delta\lambda \frac{d}{d\lambda} \left(L \frac{d\beta}{d\omega} \right). \quad (3.65)$$

Za enorodovno vlakno velja $k_x \approx 0$ in $\beta \approx n_1 \omega / c_0$, pri čemer valovodne disperzije zaenkrat ne upoštevamo. Velja

$$\frac{d\beta}{d\omega} = \frac{n_1}{c_0} + \frac{\omega}{c_0} \frac{dn_1}{d\omega} = \frac{n_1}{c_0} - \frac{\lambda}{c_0} \frac{dn_1}{d\lambda}, \quad (3.66)$$

od koder sledi

$$\tau = \Delta\lambda L \left(-\frac{\lambda}{c_0} \frac{d^2 n_1}{d\lambda^2} \right). \quad (3.67)$$

Če vpeljemo D_m kot koeficient materialne disperzije

$$D_m = -\frac{\lambda}{c_0} \frac{d^2 n_1}{d\lambda^2}, \quad (3.68)$$

zapišemo dolžino sunka po prehodu skozi vlakno kot

$$\tau = |D_m| L \Delta\lambda. \quad (3.69)$$

Koeficient disperzije navadno izrazimo v enotah ps/nm km, njegova vrednost pa je lahko pozitivna ali negativna, zato smo v končnem izrazu za dolžino sunka dodali absolutno vrednost. V snoveh, ki jih uporabljamo za izdelavo optičnih vlaken, je $D_m \sim 10$ ps/nm km, lahko pa seže tudi do več 100 ps/nm km, odvisno seveda od valovne dolžine in izbrane snovi.

Materialno disperzijo lahko zmanjšamo na več načinov. Lahko uporabimo čim bolj enobarven vir svetlobe, da zmanjšamo $\Delta\lambda$. Za izbrano snov lahko celo izberemo valovno dolžino, pri kateri je koeficient materialne disperzije enak nič. Za SiO₂ je to pri okoli 1300–1500 nm, odvisno od dopiranja stekla. Še najbolj uporabna je rešitev, pri kateri z materialno disperzijo izničimo vpliv valovodne disperzije in na ta način zmanjšamo skupno disperzijo v vlaknu.

Valovodna disperzija

Spomnimo se, da v optičnem vodniku velja nelinearna zveza med prečno (k_x) in vzdolžno (β) komponento valovnega vektorja (enačba 3.60). Pri tem k_x izračunamo numerično iz sekularne enačbe, rešitev pa je odvisna od valovne dolžine svetlobe. Tudi v cilindričnih vlaknih je valovno število β nelinearna funkcija krožne frekvence, zato pride do disperzije. Izhajamo iz zveze (enačba 3.65)

$$\tau = \frac{dt}{d\lambda} \Delta\lambda = \Delta\lambda \frac{d}{d\lambda} \left(L \frac{d\beta}{d\omega} \right). \quad (3.70)$$

Upoštevamo zvezo med valovno dolžino in krožno frekvenco in za podaljšanje začetnega kratkega sunka dobimo

$$\tau = -\frac{\lambda^2}{2\pi c_0} \frac{d^2\beta}{d\lambda^2} L \Delta\lambda. \quad (3.71)$$

Ko vpeljemo D_v kot koeficient valovodne disperzije

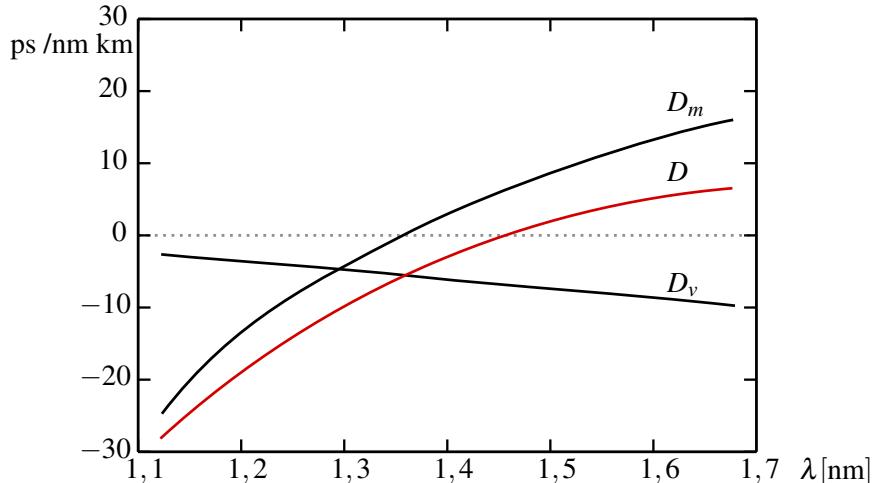
$$D_v = -\frac{\lambda^2}{2\pi c_0} \frac{d^2\beta}{d\lambda^2}, \quad (3.72)$$

se izraz za dolžino sunka poenostavi v

$$\tau = |D_v| L \Delta\lambda. \quad (3.73)$$

Koeficient valovodne disperzije je praviloma najmanjši, $D_v \sim 1\text{--}10 \text{ ps/nm km}$. Znaten postane v enorodovnih vlaknih v območju, kjer je materialna disperzija zelo majhna ali celo enaka nič. V vlaknih s homogeno sredico se valovodni disperziji ne moremo izogniti, lahko pa jo pri dani valovni dolžini približno izničimo z materialno (slika 3.13).

Ker ima sunek svetlobe vedno neko končno spektralno širino, disperzije v optičnem vlaknu nikoli ne moremo povsem odpraviti. Pri celotni disperziji 5 ps/nm km in spektralni širini 1 nm znaša v 100 km dolgem vlaknu najvišja frekvenca modulacije vhodnega signala, ki ga na izhodu še lahko razločimo, okoli 2 GHz. V nadaljevanju bomo videli, da je pri prenosu podatkov v vlaknih poglavitni omejujoči faktor ravno disperzija in ne absorpcija.



Slika 3.13: Odvisnost koeficientov disperzije od valovne dolžine v SiO_2 vlaknu. D_m je koeficient materialne disperzije, D_v valovodne, D pa je vsota obeh. Pri valovni dolžini okoli 1450 nm se materialna in valovodna disperzija odštejeta in skupna disperzija je praktično enaka nič.



Na valovodno disperzijo je mogoče vplivati tudi s konstrukcijo vlakna. Pokazali smo že, da v idealnem primeru v vlaknu s paraboličnim profilom lomnega količnika disperzije ni. V praksi je sredica sestavljena iz več plasti z različnimi lomnimi količniki in različnimi debelinami, s čimer se prispevek valovodne disperzije spremeni. Na ta način lahko položaj ničle celotne disperzije premaknemo k valovni dolžini izvora oziroma k valovni dolžini, pri kateri je v vlaknu najmanj absorpcije in izgub.

3.5 *Potovanje kratkega sunka po enorodovnem vlaknu

Podaljšanje sunka zaradi disperzije

Poglejmo si podrobneje, kako po enorodovnem vlaknu ali drugem sredstvu z disperzijo potuje kratek sunek valovanja z dano začetno obliko. Sunek zapišemo kot

$$E(x, y, z, t) = \psi(x, y) a(z, t), \quad (3.74)$$

kjer je $\psi(x, y)$ lastna rešitev prečnega dela valovne enačbe, ki določa zvezo $\beta(\omega)$. Funkcija $a(z, t)$ opisuje obliko in potovanje sunka v smeri z . Pri $z = 0$ jo razvijemo po krožnih frekvencah z ustreznimi amplitudnimi faktorji

$$a(0, t) = \int \tilde{A}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (3.75)$$

Ko sunek potuje vzdolž osi z , vsaki komponenti pripisemo ustrezen fazni faktor $i\beta(\omega)z$. Tako velja

$$a(z, t) = \int \tilde{A}(\omega) e^{i\beta(\omega)z - i\omega t} d\omega. \quad (3.76)$$

Osnovni sunek naj bo približno monokromatičen s krožno frekvenco ω_0 , kar pomeni, da je mnogo daljši od optične periode. Potem lahko $\beta(\omega)$ razvijemo okoli ω_0 , pri čemer vpeljemo razliko krožnih frekvenc $\Omega = \omega - \omega_0$

$$\beta(\omega_0 + \Omega) \approx \beta(\omega_0) + \frac{d\beta}{d\omega} \Omega + \frac{1}{2} \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \Omega^2 = \beta(\omega_0) + \beta' \Omega + \frac{1}{2} \beta'' \Omega^2. \quad (3.77)$$

Enačbo (3.76) prepisemo v

$$a(z, t) = \int \tilde{A}(\Omega) e^{i\beta(\omega_0 + \Omega)z - i(\omega_0 + \Omega)t} d\Omega = e^{i\beta(\omega_0)z - i\omega_0 t} A(z, t). \quad (3.78)$$

Funkcija $A(z, t)$ predstavlja prostorsko in časovno odvisnost ovojnice sunka. Z upoštevanjem razvoja (enačba 3.77) jo zapišemo kot

$$A(z, t) = \int \tilde{A}(\Omega) \exp\left(i\beta' \Omega z + \frac{i}{2} \beta'' \Omega^2 z - i\Omega t\right) d\Omega. \quad (3.79)$$

Odvajajmo ovojnico najprej po z

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = \int \tilde{A}(\Omega) \left(i\beta' \Omega + \frac{i}{2} \beta'' \Omega^2\right) \exp\left(i\beta' \Omega z + \frac{i}{2} \beta'' \Omega^2 z - i\Omega t\right) d\Omega, \quad (3.80)$$

nato pa še enkrat

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial t} = \int \tilde{A}(\Omega) (-i\Omega) \exp\left(i\beta' \Omega z + \frac{i}{2} \beta'' \Omega^2 z - i\Omega t\right) d\Omega \quad (3.81)$$

in dvakrat parcialno po t

$$\frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial t^2} = \int \tilde{A}(\Omega) (-\Omega^2) \exp\left(i\beta' \Omega z + \frac{i}{2} \beta'' \Omega^2 z - i\Omega t\right) d\Omega. \quad (3.82)$$

Primerjamo izračunane odvode in dobimo enačbo

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = -\beta' \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{i}{2} \beta'' \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}. \quad (3.83)$$

Enačbo lahko nekoliko poenostavimo z vpeljavo novih neodvisnih spremenljivk

$$\begin{aligned}\tau &= t - \beta' z \quad \text{in} \\ \zeta &= z.\end{aligned}\tag{3.84}$$

Uporabimo verižno pravilo odvajanja in dobimo

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \tau} (-\beta') + \frac{\partial}{\partial \zeta}\tag{3.85}$$

in

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \tau}.\tag{3.86}$$

Z novima spremenljivkama se enačba (3.83) prepiše v

$$\beta'' \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} - 2i \frac{\partial A}{\partial \zeta} = 0.\tag{3.87}$$

Poglejmo enačbo podrobneje. Če ni disperzije in je $\beta'' = 0$, se A vzdolž koordinate ζ ne spreminja. To pomeni, da se oblika sunka ob odsotnosti disperzije ohranja in sunek poljubne začetne oblike nepopačen potuje po vlaknu z grupno hitrostjo $1/\beta'$.

Če je disperzija različna od nič, ostaneta v enačbi obliki obliko kot obosna valovna enačba, ki smo jo v drugem poglavju uporabili za obravnavo koherentnih snopov (enačba ??). Razlika med obosno valovno enačbo in enačbo (3.87) je v tem, da vlogo prečne koordinate prevzame čas τ . To, kar je bila prej širina snopa, je zdaj torej dolžina sunka. Spomnimo se, da obosno valovno enačbo rešijo Gaussovi snopi (enačba ??).



Podobnost med pojavnoma seže dlje od formalne oblike. Pri snopih, ki so omejeni v prečni smeri, disperzija fazne in grupne hitrosti po prečnih komponentah valovnega vektorja povzroča spremicanje prečnega preseka snopa. Pri časovno omejenih sunkih v sredstvu s frekvenčno disperzijo se namesto preseka sunka spreminja njegova vzdolžna oblika oziroma njegova dolžina.

Celotnega računa ni treba ponavljati, namesto tega kar v izrazu za Gaussove snope (enačba ??) napravimo ustrezno zamenjavo spremenljivk. Iz enačbe (3.87) razberemo, da valovnemu številu k pri snopih ustreza parameter $\mu = (d^2 \beta / d \omega^2)^{-1}$. Poleg tega vpeljemo dolžino sunka σ , ki ustreza polmeru Gaussovega snopa w , in parameter b , ki ustreza krivinskemu radiju R . Oba parametra sta seveda odvisna od ζ , tako kot sta parametra w in R odvisna od z .

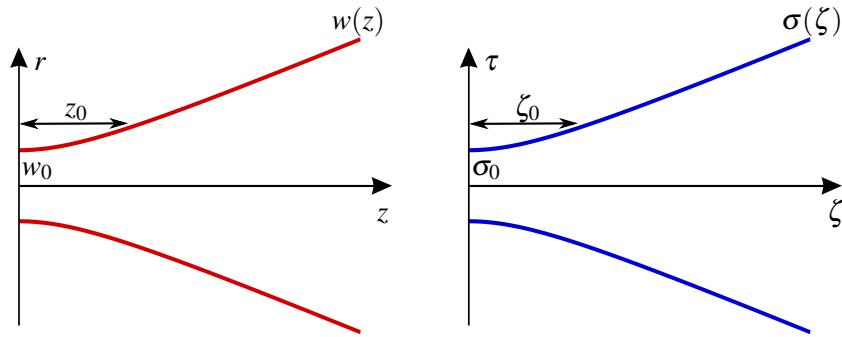
Na podlagi analogije zapišemo obliko podaljšanega Gaussovega sunka

$$A(\zeta, \tau) = \frac{A_0}{\sqrt{1 + \frac{\zeta^2}{\zeta_0^2}}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{\sigma^2}\right) \exp\left(-i \frac{\mu \tau^2}{2b}\right) e^{i\phi(\zeta)}.\tag{3.88}$$

Pri tem za dolžino sunka σ velja enaka zveza kot za polmer Gaussovega snopa (enačba ??)

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 \left(1 + \left(\frac{\zeta}{\zeta_0}\right)^2\right).\tag{3.89}$$

Tu je σ_0 trajanje sunka pri $\zeta = 0$, to je na začetku, kjer je sunek najkrajši. Krivinskemu radiju valovnih front (enačba ??) v tem primeru ustreza količina $b = \zeta (1 + \zeta_0^2 / \zeta^2)$. Po analogiji s snopi lahko sklepamo, da se najmanj podaljšuje ravno sunek z Gaussovo časovno odvisnostjo.



Slika 3.14: Primerjava širitve Gaussovega snopa in podaljšanja Gaussovega sunka

Zanimivo je pogledati odvod faze po τ , ki predstavlja spremembo krožne frekvence glede na centralno krožno frekvenco sunka ω_0

$$\omega - \omega_0 = \frac{\mu \tau}{b}. \quad (3.90)$$

Za pozitivne vrednosti μ je krožna frekvencia na začetku sunka, to je pri $\tau < 0$, manjša od ω_0 , z naraščajočim časom pa se linearno povečuje proti koncu sunka. Obnašanje je torej podobno črikanju, ki ga poznamo iz nelinearne optike (slika ?? a).

 Pri $\zeta = 0$ je sunek najkrajši možen pri dani spektralni širini. Lahko si mislimo, da je sunek najkrajši, to je omejen s Fourierovo transformacijo spektra, kadar se vse frekvenčne komponente seštejejo z isto fazo, to je pri $\zeta = 0$. Da nastanejo najkrajši sunki, kadar je faza vseh delnih valov enaka, smo spoznali že pri fazno uklenjenih sunkih iz večfrekvenčnih laserjev (poglavje 1.9). Pri potovanju sunka se zaradi disperzije faze frekvenčnih komponent različno spreminja in sunek se podaljša. Pri tem je pomemben drugi odvod valovnega števila po krožni frekvenci. Linearno spremicanje faze namreč ne povzroči razširitve, temveč le spremembo v grupni in fazni hitrosti.

Naloga 3.5.1 Naj bo vpadni sunek svetlobe Gaussove oblike $E(x, y, z = 0, t) = \psi(x, y)e^{-at^2 - i\omega_0 t}$. Pokaži, da je ustrezna funkcija $\tilde{A}(\Omega)$ oblike

$$\tilde{A}(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{4\pi a}} e^{-\Omega^2/4a}. \quad (3.91)$$

Nato vpelji novi spremenljivki τ in ζ in z neposredno integracijo (enačba 3.79) pokaži, da je podaljšan sunek pri $z \neq 0$ enak ovojnici, zapisani z enačbo (3.88), pri čemer je

$$\zeta_0 = \frac{\mu}{2a}. \quad (3.92)$$

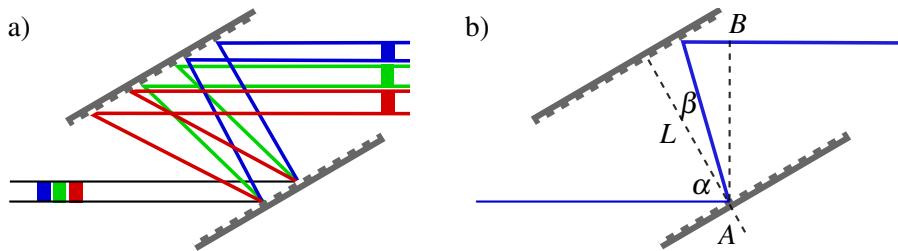
Naloga 3.5.2 Uporabi enačbo (3.89) in pokaži, da je podaljšanje Gaussovega sunka svetlobe oblike $I \propto \exp(-2\tau^2/\sigma^2)$ pri dani dolžini vlakna enako

$$\sigma(L) = \sigma_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2L}{\sigma_0^2 \mu} \right)^2} \quad (3.93)$$

in za velike dolžine enako izrazu, ki smo ga izračunali pri valovodni disperziji (enačba 3.73).

Kompenzacija disperzije

Razširitev sunka zaradi pozitivne disperzije je pri $\mu > 0$ mogoče kompenzirati s parom vzporednih uklonskih mrežic, kot kaže slika (3.15). Prva mrežica različne frekvenčne komponente razkloni, druga pa ponovno zbere, vendar so pri tem dolžine optičnih poti za različne komponente različno dolge. Pokazali bomo, da je celoten učinek enak kot pri razširjanju sunka po sredstvu z negativno disperzijo. Vzporednost uklonskih mrežic zagotavlja vzporednost izhodnih žarkov, vendar so različne komponente vpade svetlobe med seboj razmaksnjene (slika 3.15 a). V praksi zato uporabimo ali dva para uklonskih mrežic ali pa zrcalo, ki svetlobo usmeri po isti poti nazaj.



Slika 3.15: Kompenzacija disperzije z uklonskima mrežicama (a) in shema z oznakami (b).

Naj na par vzporednih uklonskih mrežic vpada ravni val pod kotom α , odbije pa naj se pod kotom $\beta = \beta(\omega)$ (slika 3.15 b). Pot, ki jo prepotuje žarek od vpada na mrežico do izhoda iz sistema (med točkama A in B), je enaka

$$P = \frac{L}{\cos \beta} (1 + \cos(\alpha + \beta)). \quad (3.94)$$

Zaradi uklona velja zveza $\sin \alpha - \sin \beta = \lambda / \Lambda$, pri čemer je λ valovna dolžina svetlobe, Λ pa perioda uklonske mrežice. Pri fazi moramo upoštevati še fazni premik na drugi mrežici

$$\Phi_m = \frac{2\pi}{\Lambda} L \tan \beta = qL \tan \beta. \quad (3.95)$$

Celotna sprememba faze je tako $\Phi = \omega P/c + \Phi_m$.

Naloga 3.5.3 Pokaži, da je drugi odvod faze po kotni frekvenci enak

$$\frac{d^2\Phi}{d\omega^2} = -\frac{Lcq^2}{\sqrt{\omega^2 - (\omega \sin \alpha - cq)^2}^{3/2}}. \quad (3.96)$$

Račun v nalogi (3.5.3) pokaže, da je disperzija, ki je določena z drugim odvodom faze po kotni hitrosti (enačba 3.96), vedno negativna. Par vzporednih uklonskih mrežic torej deluje kot sredstvo z negativno disperzijo in sunek, ki se je razširil zaradi potovanja po sredstvu s pozitivno disperzijo, lahko ponovno skrajša do meje, določene s širino spektra.

 Postopek kompenzacije disperzije se uporablja za pridobivanje zelo močnih zelo kratkih sunkov svetlobe. Sunku iz fazno ukljenjenega barvilnega ali Ti:safirnega laserja se najprej v nelinearnem sredstvu razširi spekter, hkrati se sunek tudi časovno podaljša. Podaljšan sunek lahko ojačimo, česar s prvotnim kratkim in razmeroma močnim sunkom ne bi mogli narediti. Razširjen in ojačen sunek nato s parom uklonskih mrežic skrajšamo za faktor 10–100 glede na prvotno dolžino sunka. Tako nastanejo zelo močni sunki svetlobe, dolgi le okoli 10 fs, kar je le še nekaj optičnih period⁵.

⁵Za to odkritje sta leta 2018 Donna Strickland in Gérard Mourou prejela Nobelovo nagrado.

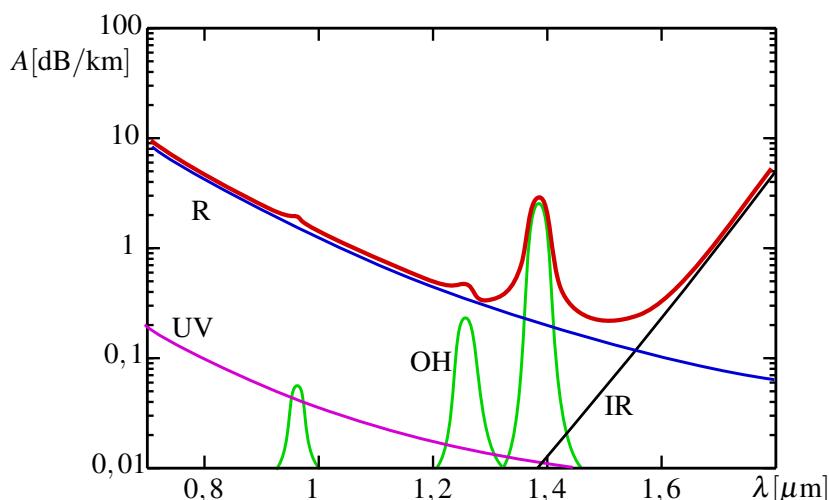
3.6 Izgube in ojačenje v optičnih vlaknih

Pri prenosu informacij z optičnimi vlakni je poleg disperzije, ki signal popači, treba upoštevati tudi izgube, ki signal oslabijo. Do izgub pride predvsem zaradi absorpcije svetlobe v vlaknu, Rayleighovega sisanja na fluktuacijah gostote, sisanja na nečistočah, upognjenosti vlakna in, kot bomo videli v nadaljevanju, prihaja do izgub tudi na stiku med vlakni. Za prenos na dolge razdalje je tako potreben razmeroma močen signal, ki pa ne sme biti premočen, saj lahko v vlaknu pride do nelinearnih optičnih pojavov. V praksi zato optični signal, ki potuje po čezoceanskih vlaknih, ojačujemo in s tem nadomestimo izgube.

Za merilo izgub v vlaknu vpeljemo atenuacijski koeficient, merjen v decibelih ali dB/km

$$A[\text{dB}] = -10 \log_{10} \frac{j(z)}{j(0)}, \quad (3.97)$$

pri čemer je $j(z)$ intenziteta svetlobe po prepotovani razdalji z , $j(0)$ pa začetna intenziteta. Če se po prepotovanem kilometru signal zmanjša na primer na polovico, so izgube 3 dB/km. Pri izdelavi optičnih vlaken se najpogosteje uporablja kremenovo steklo, ki ima pri valovni dolžini 1,55 μm izgube okoli 0,2 dB/km. Za primerjavo: navadno steklo ima pri vidni svetlobi atenuacijski koeficient okoli 1000 dB/km.



Slika 3.16: Izgube v vlaknu v odvisnosti od valovne dolžine: vijolična črta – UV absorpcija, črna črta – IR absorpcija, zelena črta – absorpcija na OH ionih in modra črta – izgube zaradi Rayleighovega sisanja. Z rdečo črto so označene skupne izgube.

Slika (3.16) prikazuje odvisnost izgub od valovne dolžine za dobro enorodovno vlakno iz kremenovega stekla. Celotne izgube (rdeča črta) so sestavljene iz vrste različnih prispevkov. Pri kratkih valovnih dolžinah je absorpcija velika zaradi elektronskih prehodov v steklu (vijolična črta). Širina reže za SiO₂ je namreč okoli 8,9 eV, kar ustreza valovni dolžini okoli 140 nm. Pri velikih valovnih dolžinah pride do absorpcije zaradi vibracijskih prehodov (črna črta). Čeprav so ti prehodi pri nižjih frekvencah, so vrhovi zelo široki in sežejo do okoli 1500 nm. Absorpcija na nečistočah lahko ob pazljivi izdelavi postane skoraj v celotnem območju praktično zanemarljiva. Najbolj problematična nečistoča je voda oziroma OH⁻ ioni, ki imajo velik dipolni moment in izrazito absorpcijo pri 1380 nm (zelena črta). Zelo pomemben prispevek k izgubam, posebej pri krajših valovnih dolžinah, je Rayleighovo sisanje na fluktuacijah gostote, saj je sorazmerno z λ^{-4} (modra črta).

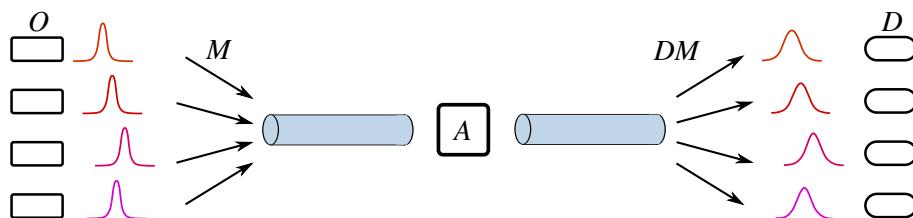
★ Sipanje na fluktacijah gostote predstavlja poglaviti del izgub v vlaknu. Na splošno so gostotne fluktacije v steklu zaradi amorfne zgradbe neizogibne, v vlaknih pa so navadno še precej večje. Med izdelavo steklo namreč močno segrejejo (na okoli $2000\text{ }^{\circ}\text{C}$), da lahko iz njega vlečejo vlakno, termične fluktacije gostote pa pri hitrem ohlajanju ostanejo zamrznjene v vlaknu.

Slike je razvidno, da so skupne izgube najmanjše okoli $1,55\text{ }\mu\text{m}$, zato se to območje največ uporablja za prenos signalov na velike razdalje. Izgube so tako majhne, da omogočajo prenos signala do nekaj sto kilometrov brez vmesnega ojačevanja. Teh izgub na vlaknih se ne bo dalo več kaj dosti izboljšati, saj so že zdaj na meji, določeni s termičnimi fluktacijami. Pri dolžini optičnih zvez tako izgube niso več glavna omejitev, ampak je to popačitev signala zaradi disperzije.

★ Pri prenosu signalov z optičnimi vlakni vpeljemo različne pasove, ki ustrezajo različnim valovnim dolžinam. Pri valovnih dolžinah $1260\text{--}1360\text{ nm}$ je tako imenovani pas O (*original*), ki so ga sprva uporabljali zaradi razpoložljivih virov svetlobe in nizke disperzije. Sledita pas E (*extended*, $1360\text{--}1460\text{ nm}$) in pas S (*short*, $1460\text{--}1530\text{ nm}$). Najširše uporabljan je pas C (*conventional*) pri valovnih dolžinah $1530\text{--}1565\text{ nm}$, sledita mu še pas L (*long*, $1565\text{--}1625\text{ nm}$) in pas U (*ultralong*, $1625\text{--}1675\text{ nm}$).

Po optičnem vlaknu lahko prenašamo več signalov hkrati, če za vsakega posebej uporabimo drugo valovno dolžino. Temu procesu pravimo razvrščanje po valovni dolžini (WDM – *wavelength-division multiplexing*) in z njim dosežemo vzporeden prenos podatkov in hitrosti prenosa do 100 Tb/s .

Shematsko je tak način prenosa podatkov prikazan na sliki (3.17). Oddajniki (O) oddajo sunke svetlobe, ki se rahlo razlikujejo v valovni dolžini. Z multiplekserjem (M) signale iz različnih kanalov zberemo in jih usmerimo v enorodovno vlakno. Vlakno prenaša signal, vmes ga po potrebi ojačimo (A), nato z demultiplekserjem (DM) signal razstavimo na posamezne kanale, ki jih zaznamo z ločenimi detektorji (D). Razlika v valovnih dolžinah med posameznimi signali je tipično $0,8\text{ nm}$. Zanimivo je tudi, da so (de)multipleksirji pasivni in za svoje delovanje ne potrebujejo električne energije.

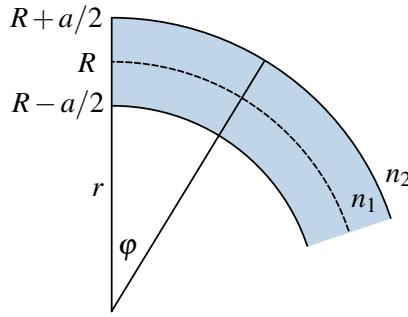


Slika 3.17: Shematski prikaz prenosa več signalov hkrati po enorodovnem vlaknu

*Izgube v ukrivljenem vlaknu

V vseh primerih do zdaj smo privzeli, da je vlakno povsem ravno oziroma da so mejne ploskve valovnega vodnika vzporedne. Kadar je vlakno ukrivljeno, del valovanja uhaja v plašč in izgube pri prenosu se povečajo. Te izgube postanejo znatne, kadar je krivinski radij ukrivljenega vlakna tipično centimeter ali manj. Poglejmo si pojav podrobneje na planparalelnem vodniku.

Naj bo vodnik dvodimensionalna plast debeline a z lomnim količnikom n_1 , ki je obdana s snovjo z lomnim količnikom n_2 . Vodnik naj zdaj ne bo raven, temveč ukrivljen s krivinskim radijem R , tako da tvori del kolobarja z notranjim radijem $R - a/2$ in zunanjim radijem $R + a/2$. Privzamemo, da je $R \gg a$ (slika 3.18).



Slika 3.18: K izračunu izgub v ukrivljenem vodniku

Zapišimo Helmholtzevo enačbo (enačba ??) v cilindrični geometriji

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E}{\partial \varphi^2} + k_0^2 n^2(r) E = 0, \quad (3.98)$$

pri čemer ima $n(r)$ vrednost n_1 v sredici in n_2 v plašču. Pri tem ne pozabimo, da r ni več radialna koordinata vlakna, ampak označuje oddaljenost od središča krivine. Zanimajo nas rešitve oblike

$$E(r, \varphi) = \psi(r) e^{im\varphi}, \quad (3.99)$$

kjer bomo privzeli, da je $\psi(r)$ znatna le v sredici.

Naj bo $z = R\varphi$ dolžina loka vzdolž sredine sredice. Tedaj je faza nastavka (enačba 3.99) enaka $m\varphi = mz/R$ in valovno število $\beta = m/R$. Ker je valovna dolžina svetlobe dosti manjša od R , je m zelo veliko število. Funkcija ψ zadošča enačbi

$$\frac{d^2 \psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} + \left(k_0^2 n^2(r) - \frac{m^2}{r^2} \right) \psi = 0. \quad (3.100)$$

Rešitve gornje enačbe za ψ so kombinacije Besslovih funkcij reda m , kar pa zaradi velikosti m ni posebno zanimivo.

Dosti več bomo izvedeli, če se problema lotimo malo drugače. Namesto r in φ vpeljemo koordinati $x = r - R$ in $z = R\varphi$. S tem preidemo nazaj na koordinate planparalelne plasti in iščemo popravke valovne enačbe v sredici (3.8), ki so reda $1/R$. Zapišemo

$$\frac{m^2}{r^2} = \frac{m^2}{(R+x)^2} \approx \frac{m^2}{R^2} \left(1 - 2 \frac{x}{R} \right) = \beta^2 \left(1 - 2 \frac{x}{R} \right). \quad (3.101)$$

Z upoštevanjem gornje zvezne enačbe (3.100) nadomestimo s približno enačbo za prečno obliko polja

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + (k_0^2 n^2(r) - \beta^2) \psi + \frac{1}{R} \left(\frac{d\psi}{dx} + 2\beta^2 x \psi \right) = 0. \quad (3.102)$$

Člen, ki vsebuje prvi odvod $d\psi/dx$, lahko odpravimo z nastavkom

$$\psi(x) = e^{-x/2R} \zeta(x) \quad (3.103)$$

in dobimo

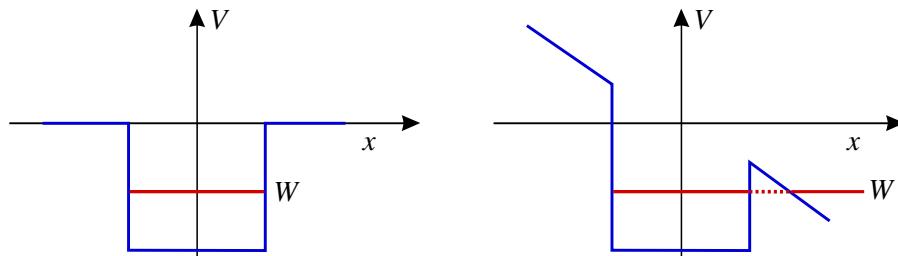
$$\frac{d^2 \zeta}{dx^2} + \left(k_0^2 n^2(r) - \beta^2 - \frac{1}{4R^2} \right) \zeta + \frac{2\beta^2}{R} x \zeta = 0. \quad (3.104)$$

Gornja enačba je podobna enačbi za izračun lastnih rodov v planparalelnem vodniku (3.8), pri čemer se β^2 poveča za $1/4R^2$. Poleg tega je prisoten dodatni člen, ki je linearen v x . Če ponovno naredimo primerjavo med lastnimi načini v valovnem vodniku in stanji delca, ujetega v končno potencialno jamo, ta člen ustrezava potencialni energiji delca v konstantnem zunanjem električnem polju (slika 3.19). Podobno kot lahko ujeti delci uhajajo iz potencialne jame v prisotnosti zunanjega polja (tunelirajo), uhaja tudi svetloba iz ukrivljenega vlakna.

Po analogiji s kvantno mehaniko, kjer ukrivljenost vodnika ustrezava električni poljski jakosti, lahko izgube iz vodnika (ozioroma delež prepuščene svetlobe) zapišemo kot

$$A \propto e^{-CR}, \quad (3.105)$$

pri čemer je C konstanta, odvisna od lomnih količnikov sredice in plašča, od polmera vlakna ter od valovne dolžine potajoče svetlobe.



Slika 3.19: Lastni načini širjenja svetlobe po ravnem vodniku so analogni stanjem delca v končni potencialni jami (levo), načini širjenja po ukrivljenem vodniku so podobni stanjem delca v konstantnem zunanjem električnem polju (desno). Zaradi spremenjenega potenciala delci tunelirajo, svetloba pa uhaja iz ukrivljenega vlakna.

Ojačevanje v vlaknih

Zaradi izgub pri prenosu signalov na več tisoč kilometrov dolge razdalje je treba signal med prenosom ojačevati. To lahko naredimo elektronsko, kjer optični signal pretvorimo v električnega, tega ojačimo in ga nato pretvorimo nazaj v optičnega. Precej bolj priročna rešitev je optično ojačevanje v vlaknu samem.

V ta namen se najpogosteje uporablja vlakno, dopirano z erbijevimi ioni⁶. Na določenih razdaljah (na okoli 100 km) svetlobo iz navadnega vlakna sklopimo v vlakno, v katerem so erbijevi ioni. S črpalnim laserjem erbijeve ione vzbudimo, da dosežemo obrnjeno zasedenost. Ko na dopirani del vlakna vpade svetlobni sunek z valovno dolžino okoli 1550 nm, pride do stimulirane emisije in sunek se ojači. Gre za povsem enak princip ojačevanja svetlobe, kot ga poznamo iz delovanja laserja, le da tukaj svetloba ni ujeta v resonator, ampak se postopoma ojačuje vzdolž vlakna. Pri tem se intenziteta črpalnega laserja postopoma zmanjšuje, kar omejuje dolžino, na kateri se signal ojačuje. Spektralna širina ojačenja je zaradi sklopitev z ioni v steklu razmeroma široka, tudi 40 nm. To pomeni, da se hkrati ojačujejo signali različnih valovnih dolžin, kar je še posebej uporabno pri prenosu več signalov naenkrat.

V praksi se uporablja vlakna, v katerih je delež erbijevih ionov okoli $\sim 10^{-4}$. Črpalni laser je polprevodniški laser, ki deluje pri valovni dolžini 900 nm ali 1,48 nm z močjo okoli 20–100 mW. Na ta način lahko v 10–30 m dolgih odsekih vlaken dosežemo več 1000-kratno ojačenje (30–40 dB), kar je dovolj za kompenzacijo izgub.

⁶EDFA - Erbium-doped fiber amplifier, ojačevalnik na vlakno, dopirano z erbijem

3.7 Sklopitev svetlobe v optične vodnike

Do zdaj smo govorili o svetlobi, ki potuje po valovnem vodniku ali optičnem vlaknu. Kako pa svetlubo sploh sklopimo v vodnik? Poznamo več načinov sklopitev, obravnavali bomo čelno sklopitev, bočno sklopitev s prizmo in bočno sklopitev s periodično strukturo. Prvi način navadno uporabljamo pri cilindričnih vlaknih, ostala dva načina pa najpogosteje pri planarnih valovodnih strukturah.

Čelna sklopitev

Sklopitev svetlobe v večrodonno vlakno lahko obravnavamo geometrijsko, kot smo to naredili na začetku poglavja (slika 3.1). Izračunali smo, da je največji vpadni kot, pod katerim se svetloba še sklopi v vlakno, določen z numerično odprtino vlakna $\sin \alpha_{\max} = NA$ (enačba 3.2).

Za bolj natančen izračun izkoristka sklopitev svetlobe v optično vlakno vpeljemo tako imenovani prekrivalni integral, ki pove, kolikšen delež vpadne svetlobe z električno poljsko jakostjo $E(r, \varphi)$ se sklopi z izbranim rodom vlakna. To naredimo tako, da vpadni val razvijemo po lastnih rodovih vlakna, iz ortogonalnosti pa sledi prekrivalni integral, ki ga moramo seveda ustrezno normirati. Za sklopitev v rod, označen z indeksoma n in m , zapišemo prekrivalni integral kot

$$\eta = \frac{|\int E(x, y) E_{n,m}^*(x, y) dx dy|^2}{(\int |E(x, y)|^2 dx dy) (\int |E_{n,m}(x, y)|^2 dx dy)}, \quad (3.106)$$

ozziroma v cilindričnih koordinatah

$$\eta = \frac{|\int E(r, \varphi) E_{n,m}^*(r, \varphi) r dr d\varphi|^2}{(\int |E(r, \varphi)|^2 r dr d\varphi) (\int |E_{n,m}(r, \varphi)|^2 r dr d\varphi)}. \quad (3.107)$$

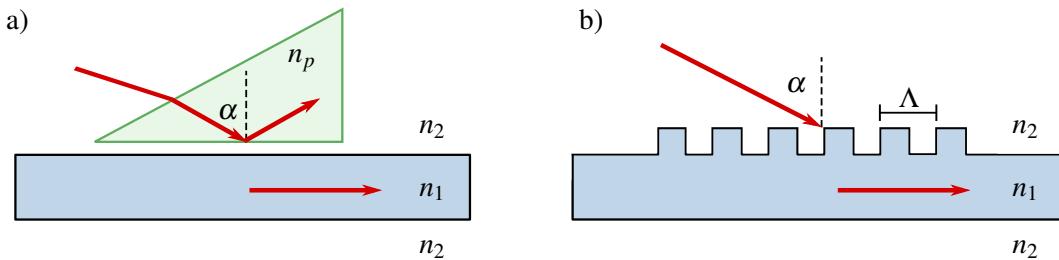
Točen račun gornjega integrala je na splošno precej zapleten, saj vsebuje integrale Besslovih funkcij. V primeru osnovnega roda račun poenostavimo, tako da prečno odvisnost polja nadomestimo z Gaussovim profilom z ustreznim efektivnim polmerom (po enačbi 3.44).

Bočna sklopitev

Neposredna sklopitev svetlobe v optični vodnik preko plašča ni mogoča. V vodniku je namreč lomni količnik sredice vedno večji od lomnega količnika plašča, zato dovolj velikega vstopnega kota, pod katerim bi se svetloba ujela v sredico, ni mogoče doseči. Za sklopitev preko stranice zato uporabimo drugačen pristop, navadno s prizmo ali s periodično strukturo na vlaknu.

V prvem primeru uporabimo prizmo, kot kaže slika (3.20 a). Lomni količnik prizme je pri tem večji od lomnega količnika plašča $n_p > n_2$. Vhodni žarek vpada na prizmo, se ob prehodu vanjo lomi, nato pa se na stranici, ki je vzporedna z vodnikom, totalno odbije. V tankem vmesnem območju med prizmo in sredico vodnika se pojavi evanescentni val s komponento valovnega vektorja $\beta_v = k_0 n_p \sin \alpha$ v smeri vzporedno z vodnikom.

Pogoj za uspešno sklopitev v vlakno je ujemanje vzdolžne komponente valovnega vektorja vpadne svetlobe β_v z vzdolžno komponentno valovnega vektorja β_n tistega rodu, ki ga želimo vzbuditi. S sprememjanjem vpadnega kota α sprememjamо β_v in v vodniku vzbujamo različne rodove. Pri tem mora biti razdalja med prizmo in vodnikom dovolj majhna (tipično reda valovne dolžine svetlobe), da se v valovod ob izpoljenem pogoju ujemanja faze sklopi znaten delež vpadne svetlobe.



Slika 3.20: Dva primera bočne sklopitve svetlobe v valovni vodnik: sklopitev s prizmo (a) in sklopitev s periodično strukturo (b)

Tudi sklopitev s periodično strukturo na valovnem vodniku (slika 3.20 b) deluje na ujemaju vzdolžnih komponent valovnega vektorja vpadnega vala in valovnega vektorja ustreznega rodu. Ko vpade val pod kotom α glede na valovni vodnik, periodična struktura na vodniku spremeni njegovo fazo za večkratnik $2\pi z/\Lambda$, pri čemer je Λ perioda strukture. Če dosežemo, da se komponenta novega valovnega vektorja $\beta = k_0 n_2 \sin \alpha + 2\pi/\Lambda$ izenači s komponento valovnega vektorja za izbrani rod v vlaknu, se vpadna svetloba sklopi v vlakno.

 Oba opisana načina za sklopitev svetlobe v vlakno lahko uporabimo tudi za sklopitev svetlobe iz vlakna, pri čemer mora biti ravno tako izpolnjen pogoj ujemanja faz. Sklapljanje svetlobe skozi prizmo je uporabno tudi za raziskave tankih plasti snovi. Iz pogoja za ujemanje faz lahko določimo lastnosti tanke plasti, na primer njen lomni količnik.

3.8 Sklopitev med optičnimi vodniki

Čelna sklopitev dveh vlaken

Pri telekomunikacijah z optičnimi vodniki so spoji med posameznimi vodniki neizogibni. V idealnem primeru sta vodnika povsem enaka in se natančno stikata, tako da na spoju ne prihaja do dodatnih izgub ali popačenja signala. Čim pa se pojavi odstopanja v velikosti polmera sredice, razlike v vrednostih lomnih količnikov ali nenatančna poravnava sredice, na spoju pride do izgub. Tipično znašajo izgube na spoju vlaken do okoli 0,2–0,5 dB.

Omejimo se na spoj enorodovnih vlaken, v katerih krajevni del električne poljske jakosti osnovnega roda zapišemo kot

$$E(r, \varphi, z) = \psi(r, \varphi) e^{i\beta z}. \quad (3.108)$$

Podobno kot smo zapisali prekrivalni integral pri sklopitvi svetlobe v vlakno (enačba 3.107), vpeljemo prekrivalni integral za izračun sklopitve med dvema vlaknoma, ki pove, kolikšen delež svetlobe moči iz prvega vlakna se sklopi v osnovni rod v drugem vlaknu. Sklopitveni faktor je

$$\eta = \frac{|\int \psi_1(r, \varphi) \psi_2^*(r, \varphi) r dr d\varphi|^2}{(\int |\psi_1|^2 r dr d\varphi) (\int |\psi_2|^2 r dr d\varphi)}, \quad (3.109)$$

pri čemer z indeksom 1 označimo osnovni rod v prvem vlaknu, z indeksom 2 pa v drugem. Tudi tukaj račun poenostavimo in namesto Besslovega profila uporabimo Gaussov profil z ustreznim efektivnim polmerom snopa (enačba 3.44).

Izračunajmo za primer sklopitveni faktor in izgube na spoju dveh vlaken z rahlo različnima polmeroma. Po Marcusejevi formuli najprej določimo efektivna polmera Gaussovih snopov v obeh vlaknih w_1 in w_2 . Prečni profil v vlaknih je potem

$$\psi_{1,2} = A_{1,2} e^{-r^2/w_{1,2}^2}. \quad (3.110)$$

Vstavimo gornja nastavka v prekrivalni integral (enačba 3.109) in dobimo

$$\eta = \frac{|\int A_1 e^{-r^2/w_1^2} A_2 e^{-r^2/w_2^2} 2\pi r dr|^2}{\left(\int A_1^2 e^{-2r^2/w_1^2} 2\pi r dr\right) \left(\int A_2^2 e^{-2r^2/w_2^2} 2\pi r dr\right)}, \quad (3.111)$$

od koder sledi

$$\eta = \frac{4w_1^2 w_2^2}{(w_1^2 + w_2^2)^2}. \quad (3.112)$$

Kadar sta polmera vlaken enaka, je prekrivanje popolno in $\eta = 1$. Z naraščajočo razliko med polmeroma pa vrednost η pojema. Pri tem ni pomembno, ali ima večji polmer prvo ali drugo vlakno, v obeh primerih pride do izgube signala. Intuitivno razumemo, da se signal izgubi pri prehodu iz večjega v manjše vlakno, obratno pa je tudi res, saj se v širšem končnem vlaknu poleg osnovnega vzbudijo tudi višji rodovi.

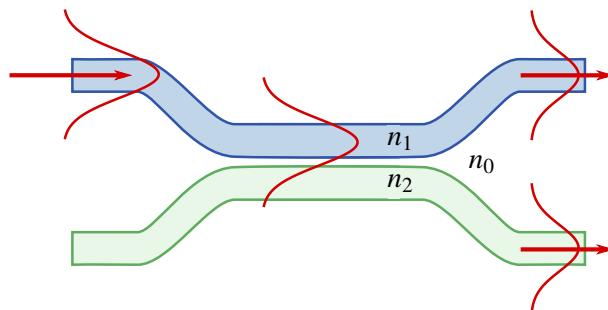
Pri prehodu iz vlakna z $w = 10 \mu\text{m}$ v vlakno s polmerom $w = 8 \mu\text{m}$ (ali obratno), je sklopitveni faktor (oziora razmerje med prepuščeno in vpadno intenziteto svetlobe) enak 0,95. Po enačbi (3.97) so izgube za izračunano sklopitev enake 0,21 dB.

Naloga 3.8.1 Izračunaj prekrivalni integral (enačba 3.111) in pokaži veljavnost enačbe (3.112). Poleg tega pokaži tudi, da je sklopitveni faktor za dve enaki vzporedni vlakni, ki sta iz osi izmaknjeni za Δ , enak

$$\eta = \exp\left(-\frac{\Delta^2}{w^2}\right). \quad (3.113)$$

Vzdolžna sklopitev

Ob prenosu signala po optičnem valovodu večina energijskega toka potuje po sredici, energijski tok pa seže tudi izven nje, v plašč (enačba 3.29). Če sta dva vzporedna valovoda dovolj blizu, da se evanescentni električni polji enega in drugega vodnika v plašču prekrivata, pride do sklopitve vodnikov in prenosa energijskega toka iz enega vodnika v drugega.



Slika 3.21: Sklopitev med dvema vzporednima vodnikoma

Za podrobnejšo obravnavo bi morali zapisati Maxwellove enačbe z ustreznimi robnimi pogoji in jih rešiti za sklopljen primer dveh vzporednih vodnikov. Tak račun je izredno zapleten, zato se bomo poslužili približka šibke sklopitve in privzeli, da so rodovi v vodnikih taki, kot če bi vodniki ne bili sklopljeni. Sklopitev torej ne bo spremenila oblike lastnih rodov, bo pa spremenila njihovo amplitudo, ki bo tako postala odvisna od vzdolžne koordinate z .

Imejmo dva enorodovna vodnika z lomnima količnikoma sredice n_1 in n_2 in enako debelino a , med njima in okoli njiju pa naj bo snov z lomnim količnikom n_0 . Širina reže med vodnikoma naj bo $2d$. Potem zapišemo električni poljski jakosti v prvem in drugem vodniku kot

$$E_1(x, z) = A(z)\psi_1(x)e^{i\beta_1 z} \quad \text{in} \quad (3.114)$$

$$E_2(x, z) = B(z)\psi_2(x)e^{i\beta_2 z}, \quad (3.115)$$

pri čemer se $A(z)$ in $B(z)$ le počasi spremunjata s koordinato z . Skupna električna poljska jakost, ki je v našem približku kar vsota prispevkov E_1 in E_2 , mora zadoščati Helmholtzevi enačbi (enačba ??)

$$\nabla^2 E(x, z) + k_0^2 n(x)^2 E(x, z) = 0. \quad (3.116)$$

Pri tem smo z $n(x)$ označili prečno odvisnost lomnega količnika. Vstavimo nastavek za električno poljsko jakost v gornjo enačbo in zapišemo

$$\begin{aligned} & Ae^{i\beta_1 z} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi_1(x) - \beta_1^2 \psi_1 + k_0^2 n(x)^2 \psi_1 \right) + \\ & Be^{i\beta_2 z} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi_2(x) - \beta_2^2 \psi_2 + k_0^2 n(x)^2 \psi_2 \right) + 2i\beta_1 A' \psi_1 e^{i\beta_1 z} + 2i\beta_2 B' \psi_2 e^{i\beta_2 z} = 0. \end{aligned} \quad (3.117)$$

Pri tem smo člena z drugim odvodom $\partial^2 A / \partial z^2$ in $\partial^2 B / \partial z^2$ zanemarili. Zapišimo enačbi za nemoteni funkciji ψ

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi_1(x) + (k_0^2 n_1(x)^2 - \beta_1^2) \psi_1 = 0 \quad (3.118)$$

in

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi_2(x) + (k_0^2 n_2(x)^2 - \beta_2^2) \psi_2 = 0. \quad (3.119)$$

Lomna količnika $n_1(x)$ in $n_2(x)$ sta tukaj tudi funkciji prečne koordinate. Naj bo $n_1(x)$ povsod enak n_0 razen v sredici prvega vodnika, kjer je n_1 , in naj bo $n_2(x)$ povsod enak n_0 , razen v sredici drugega vlakna, kjer je enak n_2 . Sledi

$$\begin{aligned} & Ae^{i\beta_1 z} k_0^2 (n(x)^2 - n_1(x)^2) \psi_1 + Be^{i\beta_2 z} k_0^2 (n(x)^2 - n_2(x)^2) \psi_2 + \\ & 2i\beta_1 A' \psi_1 e^{i\beta_1 z} + 2i\beta_2 B' \psi_2 e^{i\beta_2 z} = 0. \end{aligned} \quad (3.120)$$

Enačbo pomnožimo s kompleksno konjugirano vrednostjo ψ_1^* in integriramo po x . Upoštevamo, da se funkciji ψ_1 in ψ_2 le malo prekrivata, in zapišemo

$$\frac{dA}{dz} = iAK_{11} + iBe^{i(\beta_2 - \beta_1)z} K_{12}, \quad (3.121)$$

pri čemer sta

$$K_{11} = \frac{k_0^2}{2\beta_1} \int \psi_1^* \psi_1 (n^2 - n_1^2) dx \quad \text{in} \quad K_{12} = \frac{k_0^2}{2\beta_1} \int \psi_1^* \psi_2 (n^2 - n_2^2) dx. \quad (3.122)$$

Koeficient K_{11} določa spremembo faze v vlaknu zaradi prisotnosti drugega vlakna, kar lahko zanemarimo. Tako ostane samo skloplitveni člen

$$\frac{dA}{dz} = iBe^{i(\beta_2 - \beta_1)z}K_{12} \quad (3.123)$$

in podobno za B

$$\frac{dB}{dz} = iAe^{i(-\beta_2 + \beta_1)z}K_{21}. \quad (3.124)$$

Prvo enačbo odvajamo, upoštevamo drugo in zapišemo

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - i\Delta\beta \frac{\partial A}{\partial z} + K_{12}K_{21}A = 0. \quad (3.125)$$

Enačbo rešujemo z nastavkom

$$A = e^{i\Delta\beta z/2} (a_1 e^{i\gamma z} + a_2 e^{-i\gamma z}). \quad (3.126)$$

Naloga 3.8.2 Pokaži, da nastavek (enačba 3.126) reši enačbo (3.125) in pokaži, da med parametri enačb velja sledeča zveza

$$\gamma^2 = K^2 + \frac{\Delta\beta^2}{4}, \quad (3.127)$$

pri čemer je $K = \sqrt{K_{12}K_{21}}$ in $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$. Nato uporabi enačbo (3.123) in pokaži, da je rešitev za amplitudo B enaka izrazu v enačbi (3.128).

Ko poznamo A , lahko z uporabo enačbe (3.123) izračunamo še B

$$B = \frac{1}{K_{21}} e^{-i\Delta\beta z/2} \left(\left(\frac{\Delta\beta}{2} + \gamma \right) a_1 e^{i\gamma z} + \left(\frac{\Delta\beta}{2} - \gamma \right) a_2 e^{-i\gamma z} \right). \quad (3.128)$$

Naj bo $A(z=0) = A_0$ in $B(z=0) = 0$. To pomeni, da potuje svetloba na začetku le po prvem vlaknu, potem pa se sklopi v drugega. S tem začetnima pogojema zapišemo izraza za A in B

$$A = A_0 e^{i\Delta\beta z/2} \left(\cos(\gamma z) - \frac{i\Delta\beta}{2\gamma} \sin(\gamma z) \right) \quad \text{in} \quad B = A_0 e^{-i\Delta\beta z/2} \frac{iK_{21}}{\gamma} \sin(\gamma z). \quad (3.129)$$

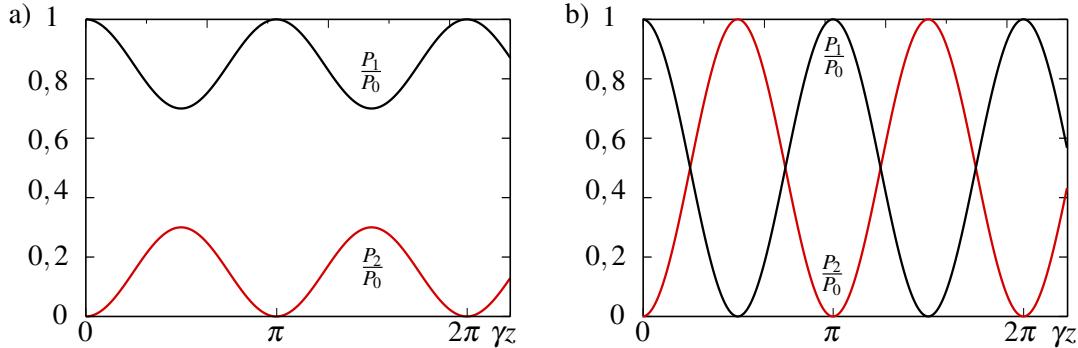
Moč, ki se pretaka po posameznem vlaknu, je tako z upoštevanjem zveze (3.127)

$$P_1 = P_0 \left(\cos^2(\gamma z) + \frac{\Delta\beta^2}{4\gamma^2} \sin^2(\gamma z) \right) = P_0 \left(1 - \frac{K^2}{\gamma^2} \sin^2(\gamma z) \right) \quad (3.130)$$

in

$$P_2 = P_0 \frac{K^2}{\gamma^2} \sin^2(\gamma z). \quad (3.131)$$

Privzeli smo, da velja $|K_{12}| = |K_{21}| = K$. Obe funkciji sta oscilirajoči in svetloba se periodično pretaka med vlaknoma s periodo π/γ (slika 3.22). Amplituda prenosa je odvisna od skloplitvenega faktorja K in ujemanja valovnih števil v obeh vlaknih. Večji koeficient K in manjše odstopanje $\Delta\beta$ vodita v večji prenos svetlobnega toka v drugo vlakno.



Slika 3.22: Prenos svetlobnega toka med dvema sklopljenima vodnikoma. V prvem primeru (a) sta vodnika različna, v drugem primeru (b) pa sta vodnika enaka in pride do popolnega prenosa.

Če sta vlakni enaki, je $\Delta\beta = 0$ in $\gamma = K$, tako da pride do popolnega prenosa svetlobnega toka iz enega vlakna v drugo in seveda tudi obratno. Takrat veljata enačbi

$$P_1 = P_0 \cos^2(\gamma z) \quad \text{in} \quad (3.132)$$

$$P_2 = P_0 \sin^2(\gamma z). \quad (3.133)$$

Na ta način lahko v drugo vlakno sklopimo poljuben delež vpadne svetlobe. Do celotnega prenosa svetlobnega toka v drugo vlakno pride pri dolžini sklopitve $L = \pi/2\gamma$. Pri dolžini $L = \pi/4\gamma$ sklopimo eno polovico intenzitete vpadne svetlobe in govorimo o 3-dB sklopitvi.



Pri izbrani dolžini sklopitve med vlaknoma je intenziteta svetlobe, ki preide v drugo vlakno, močno odvisna od parametra γ , torej od prekrivalnega integrala in od razlike $\Delta\beta$. Z rahlim spreminjanjem parametrov, na primer lomnega količnika enega od vlaken, lahko spremojamo delež svetlobe v drugem vlaknu. V ta namen pogosto uporabimo elektro-optični pojav in s spreminjanjem priključene napetosti na enem od vlaken natančno določimo delež svetlobe, ki preide v drugo vlakno.

3.9 *Vpliv spremembe lomnega količnika vlakna na širjenje svetlobe

Sprememba lomnega količnika sredice ali plašča vlakna povzroči spremembo valovnega števila β za izbran rod. V enorodovnih vlaknih je to mogoče izkoristiti za izdelavo senzorjev, na primer temperature ali tlaka. Spremembo valovnega števila, do katere pride zaradi zunanjih vplivov, izmerimo preko spremembe faze valovanja na izhodu iz vlakna z ustrezno sestavljenim interferometrom. Ker je dolžina vlakna lahko velika (v nekaj centimetrov velik tulec lahko brez težav navijemo kilometre vlakna), je celotna sprememba faze velika že pri majhnih spremembah merjene količine. Po drugi strani pa že majhna sprememba valovnega števila povzroča neželene spremembe faze in odboje pri prenosu informacij. V tem razdelku zato poglejmo, kako se spremeni valovno število pri dani spremembi lomnega količnika in koliko svetlobe se odbije.

Obravnavajmo rod z vzdolžno komponento valovnega vektorja β_{lm} in prečnim profilom $\psi_{lm}(r, \varphi)$. Ta mora zadoščati Helmholtzevi enačbi (enačba ??)

$$\nabla_{\perp}^2 \psi_{lm} + (\epsilon(r)k_0^2 - \beta_{lm}^2) \psi_{lm} = 0. \quad (3.134)$$

Naj se dielektrična konstanta na delu vlakna spremeni za $\delta\epsilon$. Posledično se na tem mestu spremenita tudi valovno število $\beta = \beta_{lm} + \delta\beta$ in prečna oblika $\psi = \psi_{lm} + \delta\psi$.

Tudi popravljena funkcija ψ mora zadoščati enačbi (3.134), zato za perturbacijo velja

$$\nabla_{\perp}^2 \delta\psi + (\varepsilon(r)k_0^2 - \beta_{lm}^2) \delta\psi + \delta\varepsilon k_0^2 \psi_{lm} = 2\beta_{lm} \delta\beta \psi_{lm}, \quad (3.135)$$

pri čemer smo zanemarili produkte majhnih količin. Množimo obe strani enačbe s ψ_{lm}^* , integriramo po preseku vlakna in dobimo

$$\begin{aligned} & \int \psi_{lm}^* \nabla_{\perp}^2 \delta\psi dS + \int (\varepsilon(r)k_0^2 - \beta_{lm}^2) \delta\psi \psi_{lm}^* dS + k_0^2 \int \delta\varepsilon |\psi_{lm}|^2 dS \\ &= 2\beta_{lm} \delta\beta \int |\psi_{lm}|^2 dS. \end{aligned} \quad (3.136)$$

Prvi člen na levi preoblikujmo z uporabo zvez

$$\int (u \nabla_{\perp}^2 v - v \nabla_{\perp}^2 u) dS = \int \nabla_{\perp} \cdot (u \nabla_{\perp} v - v \nabla_{\perp} u) dS = \oint (u \nabla_{\perp} v - v \nabla_{\perp} u) \cdot ds. \quad (3.137)$$

Funkciji ψ_{lm} in $\delta\psi$ opisujeta vodene valove, zato morata iti njune vrednosti za velike r proti nič. Posledično gre proti nič tudi integral po krivulji ds in velja

$$\int \psi_{lm}^* \nabla_{\perp}^2 \delta\psi dS = \int \delta\psi \nabla_{\perp}^2 \psi_{lm}^* dS. \quad (3.138)$$

Funkcija ψ_{lm}^* zadošča enačbi (3.134), zato se v enačbi (3.136) prvi in drugi člen odštejeta. Iskan popravek k valovnemu številu je tako

$$\delta\beta = \frac{k_0^2 \int \delta\varepsilon |\psi_{lm}|^2 dS}{2\beta \int |\psi_{lm}|^2 dS}. \quad (3.139)$$

 Ta rezultat je seveda analogen kvantno-mehanskemu rezultatu, ki sledi iz teorije motenj za spremembo energije lastnega stanja delca pri majhni spremembi Hamiltonovega operatorja. Rezultat je tudi intuitivno razumljiv: v najnižjem redu je $\delta\beta$ sorazmerna s uteženim povprečjem $\delta\varepsilon$, pri čemer je utež ψ_{lm} .

Sprememba valovnega števila $\delta\beta$ v delu vlakna ne povzroči le spremembe faze, ampak tudi delni odboj. To je le nekoliko druga oblika odboja na (zvezni ali ostri) meji dveh dielektrikov ali, splošneje, odboja valovanja na območju, kjer se spremeni fazna hitrost valovanja. Amplitudo odbitega valovanja, do katerega pride na območju vlakna, kjer se spreminja β , najpreprosteje dobimo z uporabo enačbe za odboj na meji dveh dielektrikov pri pravokotnem vpodu. Odbita amplituda je tedaj (enačba ??)

$$E_r = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} E_0, \quad (3.140)$$

pri čemer n_1 in n_2 označujeta nespremenjen in rahlo spremenjen lomni količnik sredice vlakna.

Mislimo si, da je sprememba β na delu vlakna sestavljena iz majhnih stopničastih sprememb $\Delta\beta_i$ na intervalih Δz . Za ravno valovanje je sprememba fazne hitrosti sorazmerna s spremembo lomnega količnika, zato iz enačbe (3.140) sledi, da je delež odbitega valovanja na stopničasti spremembi $\Delta\beta_i$ enak

$$\Delta E_i = \frac{\Delta\beta_i}{2\beta} E_0. \quad (3.141)$$

Privzeli smo, da je delež odbitega valovanja tako majhen, da ni treba upoštevati spremembe amplitude vpadnega vala E_0 . Celotno odbito valovanje je vsota prispevkov na posameznih stopnicah $\Delta\beta_i$, pri čemer moramo upoštevati še različne faze delno odbitih valovanj

$$E_r = \sum \frac{\Delta\beta_i}{2\beta} e^{2i\beta z_i} E_0 = \frac{1}{2\beta} \sum \frac{d\beta}{dz} e^{2i\beta z_i} \Delta z E_0. \quad (3.142)$$

Preidemo z vsote na integral in zapišemo amplitudo odbitega valovanja

$$E_r = \frac{E_0}{2\beta} \int \frac{d\beta}{dz} e^{2i\beta z} dz. \quad (3.143)$$

Za primer poglejmo linearino spremembo lomnega količnika in linearino spremembo valovnega števila za $\Delta\beta$ na razdalji L . Krajši račun pokaže, da je delež intenzitete odbitega valovanja

$$\frac{I_r}{I_0} = \left(\frac{\Delta\beta}{2\beta} \frac{\sin\beta L}{\beta L} \right)^2. \quad (3.144)$$

Odbojnost je največja, kadar je $L \ll 1/\beta$, torej kadar je sprememba β ostra stopnica. Čim počasnejša je sprememba, tem manj je odboja. Kadar je $\sin\beta L = 0$, pride do destruktivne interference vseh delnih odbojev in odbojnost je enaka nič.

Naloga 3.9.1 Naj se valovno število ob prehodu spreminja kot funkcija erf

$$\beta(z) = \beta_0 + \frac{2\Delta\beta}{\sqrt{\pi}} \int_0^{z/a} e^{-t^2} dt. \quad (3.145)$$

Pokaži, da je amplituda odbitega valovanja za majhne spremembe $\Delta\beta$ enaka

$$\frac{E_r}{E_0} = \frac{\Delta\beta}{\beta_0} e^{-a^2\beta_0^2}. \quad (3.146)$$

Po pričakovanju je odbojnost največja pri $a \rightarrow 0$, to je v primeru ostre stopnice.

3.10 Nelinearni pojavi v optičnih vlaknih

V osmem poglavju smo podrobno obravnavali nelinearne optične pojave v snovi. Spoznali smo nelinearne pojave drugega reda, do katerih pride v snoveh brez centra inverzije, in nelinearne pojave tretjega reda, do katerih pride v vseh snoveh ob dovolj velikih vpadnih močeh svetlobe. Na kratko povzemimo, kako se ti pojavi odražajo v optičnih vodnikih.

Pojavi drugega reda

Optična vlakna so praviloma narejena iz SiO_2 , za katerega zaradi simetrije molekul velja, da je $\chi^{(2)} = 0$. Nelinearnih pojavor drugega reda zato ne opazimo, razen izjemoma na morebitnih nepravilnostih v steklu. Da bi izkoristili nelinearne optične pojave drugega reda in v vodnikih dosegli na primer optično frekvenčno podvajanje, morajo biti vodniki zgrajeni iz snovi, ki imajo nelinearno susceptibilnost različno od nič. Prednost vodnikov pred navadnimi kristali je v tem, da svetloba znotraj sredice vodnika potuje brez uklona. Posledično je pretvorba iz osnovne v frekvenčno podvojeno svetlubo, ki je sorazmerna s kvadratom dolžine poti (enačba ??), zelo učinkovita. Seveda mora biti izpolnjen tudi pogoj za ujemanje faz. To omogoča rodovna disperzija, zaradi katere lahko rodova pri osnovni in podvojeni frekvenci potujeta po vodniku z enako propagacijsko konstanto.

Pojavi tretjega reda

V navadnih optičnih vlaknih prevladujejo nelinearni pojavi tretjega reda, ki jih v grobem delimo v dve skupini. Prva vključuje neelastično sipanje (Ramanovo in Brillouinovo), druga pa pojave, ki temeljijo na optičnem Kerrovem pojavu.

Obravnavajmo najprej stimulirano Ramanovo sipanje (SRS), ki smo ga spoznali v poglavju (??). Spomnimo se, da se pri SRS intenziteta svetlobe pri vpadni frekvenci zmanjšuje, na njen račun pa se eksponentno povečuje intenziteta valovanja z malenkost nižjo frekvenco. Razlika frekvenc ustreza vibracijskemu prehodu molekul v snovi. SRS v telekomunikacijskih vlaknih vodi do popačenja signala in povečanja spektralne širine. Po drugi strani stimulirano Ramanovo sipanje izkorisčamo za ojačenje signala v vodnikih. Če v vlakno posvetimo z močno črpalno svetlobo, katere frekvenca se od signalnega žarka razlikuje za vibracijsko frekvenco (~ 13 THz), se signalni žarek ojači. Ker je spekter SiO_2 razmeroma širok (~ 5 THz), tega pogoja ni težko izpolniti.

Pri stimuliranem Brillouinovem sipanju (SBS) pride do odboja vpadne svetlobe na optično vzbujenem akustičnem valu v snovi (poglavlje ??). Signal v smeri naprej oslabi, pojavi pa se odbit val, katerega intenziteta narašča eksponentno z intenzitetom vpadne svetlobe. Neželenemu pojavu se lahko izognemo z zmanjšanjem vpadne moči (pod ~ 100 mW na kanal) ali povečanjem spektralne širine vpadne svetlobe.

Druga skupina nelinearnih pojavov temelji na spreminjanju lomnega količnika z intenzitetom vpadne svetlobe (Kerrov pojav, poglavje ??). Opišimo tri pojave:

1. Samo-fazna modulacija ali lastna fazna modulacija (*SPM – Self-phase modulation*). Različni deli sunka zaradi različne intenzitete občutijo različen lomni količnik in pride do tako imenovanega črikanja (enačba ?? in slika ??). Pojav vodi do spektralne razširitve in zaradi disperzije tudi do časovnega podaljšanja sunka. Z ustreznim disperzijom dosežemo krajšanje sunkov ali pojav optičnih solitonov (poglavlje ??).
2. Navzkrižna fazna modulacija (*CPM – Cross-phase modulation*). Ko po vlaknu potuje več svetlobnih sunkov hkrati, prvi sunek povzroči spremembo lomnega količnika, drugi sunki pa to spremembo občutijo. Gre za medsebojno motnjo med sunki, ki vodi do spektralne razširitve. Pojav lahko izkoristimo za krajšanje sunkov ali za izdelavo optičnih stikal, saj lahko z zunanjim kontrolnim žarkom spremojamo fazo izbranega sunka.
3. Sklopitev štirih valov (*FWM – Four-wave mixing*). Če po vlaknu potuje več valovanj z različnimi frekvencami, pride zaradi nelinearne sklopitve do pojava valovanj pri dodatnih frekvencah (vsotah in razlikah obstoječih valovanj). To se pojavi predvsem v vlaknih z zelo majhno disperzijo, v katerih pride do ujemanja faz.

Stvarno kazalo

- NEP*, 261
SNR
 see Razmerje signal proti šumu, 258
 π -napetost, 181, 182, 184
Čričkanje, 165
Črikanje, 237
Črpanje, 81, 94
Štirinivojski sistem, 81, 123, 125, 127
Šum, 256
 štetja, 256, 257
 seštevanje, 260
 sevanja ozadja, 256, 260
 temnega toka, 256, 260
 termični, 256, 259
Življenski čas nihanj, 62
- Absorpcija, 78, 225, 239
Absorpcija fotona, 75, 82
Absorpcijski koeficient, 78, 80, 86
Akusto-optični modulator, 190
Akusto-optični pojav, 186, 188, 191
Atenuacijski koeficient, 225
Avtokorelacijska funkcija, 28
- BaTiO₃, 24, 141, 142, 178
Bennettova vdolbina, 86
Besslov snop, 45
 divergenca, 45
Bining, *glej* Združevanje pikslov
Bolometer, 238, 240, 254
Boltzmannova porazdelitev, 73, 77, 259
Braggov odboj, 66, 189, 200
Braggov uklon, 188, 192, 193
Brewstrov kot, 16
Brewstrovo okno, 17
Brillouinovo sisanje, 173
 stimulirano, 173, 237
- CaCO₃, *glej* Kalcit
CS₂, 159–161, 175
- Detektor, 238
 CCD, 254
 CMOS, 254, 256
 kvantni, 238, 243
- občutljivost, 238, 244
odzivni čas, 238–240, 252
prag detekcije, 238
spektralni odziv, 238, 248
termični, 238, 239
- DFG, *glej* Generacija razlike frekvenc
Dielektričnost, 9, 21, 191, 195
 inverzna, 177, 186
- Disperzija, 165, 166, 205, 217
 kompenzacija, 224
 materialna, 219
 podaljšanje sunka, 221
 polarizacijska, 218
 rodovna, 218, 236
 valovodna, 219
- Dobrota resonatorja, 63
Dopplerjeva razširitev, 29, 54, 84, 85, 121, 123, 125
- Dvolomnost, 23, 147, 182, 187
 dvoosne snovi, 21, 180, 182
 enoosne snovi, 21, 22, 147, 179, 180, 195, 198
- Dvonivojski sistem, 74, 77, 85, 88, 91
- Einsteinovi koeficienti, 76, 88, 90
Elasto-optični pojav, 186
Elasto-optični tenzor, 187
Električna polarizacija, 9, 140, 158, 174, 191
Električno polje
 gostota, 9, 21
 jakost, 9, 11, 140
- Elektro-optična modulacija
 amplitudna, 176, 183
 fazna, 176, 184
 frekvenčna, 176, 184
 linearna, 184
 longitudinalna, 179, 183, 184
 transverzalna, 181
- Elektro-optični deflektor, 186
Elektro-optični pojav, 176
 kvadratni, *glej* Kerrov pojav
 linearni, *glej* Pockelsov pojav
- Elektro-optični tenzor, 177
- Elektromagnetno valovanje, 11, 71

- Energija polja, 73
Energijski nivoji
 argon, 123
 CO₂, 125
 ekscimer, 126
 He-Ne, 121
 Nd:YAG, 127
 Ti:safir, 129
Erbij, 131, 228
Evanescentno polje, 16, 229, 231

Fabry-Perotov interferometer, 53, 55, 63, 69
Faktor M^2 , 40
Fotocelica, *glej* Fotodioda, vakuumска
Fotodioda, 248, 258
 p-i-n, 248, 252, 253
 p-n, 248, 252
 fotovoltaik, 248, 250, 251
 heterostruktorna, 252
 kratko sklenjena, 248, 250, 251
 plazovna, 238, 243, 253, 254, 260
 polprevodniška, 238, 243, 261
 prevodna smer, 248, 249
 Schottkyjeva, 252, 254
 vakuumска, 238, 243
 zaporna smer, 248, 250, 252, 253
Fotoefekt, 238, 243
 notranji, 243, 246, 248
 zunanji, 243
Foton, 73
Fotopomnoževalka, 243, 246, 260
Fotoprevodnik, 243, 246, 254
Fotupornik, *glej* Fotoprevodnik
Fouriereva optika, 38
Fouriereva spektroskopija, 32
Frankova prosta energija, 201
Fraunhoferjev uklon, 20, 34, 37, 44
Frederiksov prehod, 201
Fresnel-Kirchhoffov integral, 18
Fresnelov uklon, 19, 34, 37, 38, 44
Fresnelove enačbe, 15
Fresnelovo število, 20, 55, 62

GaAs, 157, 160, 178, 245
GaP, 157
GaSe, 157
Gaussov snop, 39, 42, 56
 divergenca, 40
 dolžina grla, 40
 efektivni polmer, 213, 230

faza, 41
frekvenčno podvajanje, 150, 151
grlo, 39
intenziteta, 42
krivinski radij, 41
polmer, 39
Gaussov sunek, 222
Generacija razlike frekvenc, 142
Generacija vsote frekvenc, 142
Germanij, 246, 248, 260, 261
Gibljivost, 247
Gostota električnega toka, 247
Gostota energije, 11, 13, 74, 196
Gostota energijskega toka, 11–13, 29, 164, 194, 209
Gostota stanj, 53, 72, 77
Gouyeva faza, 42, 43, 60

Hamiltonova funkcija, 73, 91
Harmonski oscilator, 73, 89, 174, 216
Helmholtzeva enačba, 11, 38, 45, 206, 210, 227
Hermite-Gaussovi snopi, 43, 66
Heterodinska detekcija, 262
Hitrost valovanja, 10, 21
 fazna, 205
 grupna, 167, 205, 217, 222
 solitonov, 164
Hologram, 194
Homodinska detekcija, 263
Huygenovo načelo, 19

Infrardeče valovanje, 17, 32, 121, 124, 144, 153, 155, 225, 238, 242, 243, 245, 246, 248, 254, 260, 263
InGaAs, 248
Intenziteta, *glej* Gostota energijskega toka
Interferenca, 25, 28, 32, 35
Iterbij, 131
Izgube v optičnih vlaknih, 225
 Rayleighovo sisanje, 225
 spoj dveh vlaken, 230
 ukriviljeno vlakno, 226
Izgube v resonatorju, 62, 67, 93, 94
 notranje, 62
Izhodna moč laserja, 95
Izstopno delo, 243

Johnson-Nyquistov šum, *glej* Šum, termični
Johnsonov šum, *glej* Šum, termični
Jonesov vektor, 13

- Jonesova matrika, 14
- Kalcit, 24
- Karakteristika diode, 250
- Karakteristika fotodiode, 251, 253
- KDP, 24, 141, 145, 149, 151, 178, 179, 181
- Kerrov pojav, 177
optični, 158, 171, 237
- Kerrov tenzor, 177
- KH_2PO_4 , *glej* KDP
- Kirchhoffov integral, 18, 64
- Kleinmanova domneva, 141
- Koeficient M , 194
- Koeficient ojačenja, 83, 96
- Koherenčna dolžina, 28
- Koherenčna ploskev, 32, 34
- Koherenčna razdalja, 26, 32
- Koherenčni čas, 25, 28, 30
- Koherenca, 25
časovna, 25, 27
prostorska, 26, 32
- Kompleksna ukrivljenost, 42
- Kompleksni krivinski radij, 42
- Kvantizacija polja, 71, 88
- Kvantna limita detekcije, 262
- Kvantni izkoristek, 244, 247
notranji, 244
zunanji, 244
- Laguerre-Gaussovi snopi, 44
- Lambova vdolbina, 87
- Laser, 93, 120
argonski, 81, 123, 126
 CO_2 , 124, 126
ekscimerni, 126
He-Ne, 48, 81, 84, 85, 121, 126
Nd:steklo, 128, 129
Nd:YAG, 81, 84, 85, 127, 128, 144
organska barvila, 130, 224
polprevodniški, 81
Ti:safir, 81, 128, 129, 224
vlakenski, 29, 66, 131
zgradba, 122, 123, 125, 128, 131
- Laserski sistemi, 120
- Lastne frekvence resonatorja, 53, 54, 60
- LED, 29
- LiNbO_3 , 24, 141, 155, 156, 175, 178, 181, 187
- LiTaO_3 , 241, 242
- Lomni količnik, 10, 21, 22, 147, 176, 180, 187, 188, 195, 204
- efektivni, 159
- izredni, 22
- nelinearni, 159
- redni, 22
- Lomni zakon, 15, 23
- Magnetizacija, 9
- Magnetna permeabilnost, 9
- Magnetno polje
gostota, 9, 11
jakost, 9
- Makerjeve oscilacije, 146
- Marcusejeva formula, 213, 231
- Matrike ABCD, 49, 51, 59
- Maxwellova porazdelitev, 85
- Maxwellove enačbe, 9
robni pogoji, 10
- Metoda sklopljenih valov, 191
- Metoda vzdolžnega premika, 162
- Michelsonov interferometer, 27
- Multipleksiranje, 226
- Nasičena absorpcija, 79
nehomogeno razširjene črte, 85
- Navzkrižna fazna modulacija, 237
- Navzkrižna korelacijska funkcija, 33
- Nedejavni žarek, 154
- Nelinearna optika, 140
drugega reda, 142, 236
tretjega reda, 158, 237
v vlaknih, 236
- Neodim, 131
- Neujemanje faz, 155
- Ničelna energija, 73
- Normirana frekvenca, 209
- Notranje ojačenje, 253, 260
- Numerična odprtina, 204
- Nyquistov šum, *glej* Šum, termični
- Območje bližnjega polja, 40
- Obosna valovna enačba, 38, 43, 56, 152, 162, 222
- Obrnjena zasedenost, 81, 82, 95, 228
- Ojačenje s stimuliranim sevanjem, *glej* Stimulirano sevanje
- Ojačenje signala, 247
- Ojačevanje s stimuliranim sevanjem, *glej* Stimulirano sevanje
- Omejen snop, 37
- Operator

- anihilacijski, 89
kreacijski, 89
- Optična fazna konjugacija, 169, 170
- Optična os, 22
- Optična pinceta, 190
- Optični parametrični oscilator, 155
- Optični vodnik, 204
- število rodov, 209
 - enorodovni, 205, 208
 - lastni rodovi, 206
 - lihi rodovi, 207
 - plašč, 204
 - planparalelni, 204, 206, 226
 - sodi rodovi, 207
 - sredica, 204
 - TE rodovi, 206
 - TM rodovi, 209
 - večrodovni, 208
- Optično črpanje, 82
- Optično frekvenčno podvajanje, 142, 144, 150, 236
- Optično ojačevanje, 81, 84, 93
- v vlaknih, 175, 228
- Optično parametrično ojačevanje, 153
- Optično usmerjanje, 142, 156
- Optično vlakno, 131, 204, 210
- dopirano z erbijem, 228
 - EH rodovi, 213
 - enorodovno, 205, 210, 221, 225
 - HE rodovi, 213
 - LP rodovi, 214
 - parabolični profil, 216
 - TE rodovi, 211
 - TM rodovi, 211
 - večrodovno, 210, 218
- Paraksialna enačba, *glej* Obosna valovna enačba
- Parametrično ojačevanje, *glej* Optično parametrično ojačevanje
- Pasovna širina detekcije, 258
- PbS, 246
- Piksel, 254, 256
- Piroelektrični detektor, 238, 241
- Planckov zakon, 74, 260
- Ploščica $\lambda/2$, 14, 181, 197
- Ploščica $\lambda/4$, 14, 184
- Ploskev valovnega vektorja, 21
- Pockelsov pojav, 177
- Pockelsov tenzor, *glej* Elektro-optični tenzor
- Poissonova porazdelitev, 257
- Polarizacija, 13
- cirkularna, 13
 - eliptična, 13, 21
 - linearna, 13
 - TE, 15, 205
 - TM, 15, 205
- Polprevodniška fotodioda, *glej* Fotodioda, polprevodniška
- Polprevodnik
- izpraznjeni sloj, 249
 - tip n , 249
 - tip p , 249
- Poyntingov izrek, 11
- Poyntingov vektor, 11, 45
- Prag delovanja laserja, 94, 96
- Preklop dobrote, 190
- Prekrivalni integral, 229, 230
- Presek za absorpcijo, 78, 84
- Presek za stimulirano sevanje, 83, 84
- Preslikava z lečo, 46
- Rabijeva frekvenca, 91
- Rabijkeve oscilacije, 91
- Raman-Nathov uklon, 188, 194
- Ramanovo sipanje, 173
- anti-Stokesovo, 173
 - stimulirano, 173, 237
 - Stokesovo, 173
- Ravni val, 12, 26, 37, 38, 71
- Rayleighova dolžina, 40
- Rayleighovo območje, *glej* Območje bližnjega polja
- Rayleighovo sipanje, 173, 225
- Razmerje signal proti šumu, 238, 258
- Razpadni čas, 75
- Resonator, 53, 93
- ciklični, 66
 - koncentrični, 58, 59
 - konfokalni, 58, 61, 62, 64
 - nestabilni, 59
 - odprtji, 54
 - parametrični oscilator, 155
 - planparalelni, 56, 58, 59, 61
 - simetrični, 57
- Samo-fazna modulacija, 237
- Samozbiranje, 158, 160
- Saturacijska energija, 94
- Saturacijska gostota toka, 79, 83
- Schrödingerjeva enačba, 91

- nelinearna, 163, 168
 Sekularna enačba
 lihi rodovi, 207
 sodi rodovi, 207
 TE rodovi, 212
 Semiklasični model, 91
 Sevanje črnega telesa, 29, 32, 74, 76, 260
 SFG, *glej* Generacija vsote frekvenc
 SHG, *glej* Optično frekvenčno podvajanje
 Silicij, 246–248, 254, 260, 261
 SiO_2 , 168, 175, 219, 220, 225, 236, 252, 254
 Sklopitev štirih valov, 237
 Sklopitev med valovodi, 230
 3-dB sklopitev, 234
 Sklopitev resonatorja
 z okolico, 66
 z resonatorjem, 70
 Sklopitev v optično vlakno, 229
 čelna sklopitev, 229
 bočna sklopitev, 229
 Soliton
 krajevni, 160–162
 optični, 165, 166, 237
 Spekter, 29
 Gaussov, 29, 31, 85
 Lorentzov, 29, 31, 63, 75, 84
 Planckov, 32
 Voigtov, 85
 Spektralna črta, 75, 98
 homogena razširitev, 84
 nehomogena razširitev, 84, 129
 Spektralna gostota energije, 74–77
 Spontano sevanje, 75, 82, 90, 93
 Stabilnost resonatorja, 55, 57, 60
 Standardni odklon, 257
 Stik p - n , 249
 Stimulirano sevanje, 76, 82, 90, 228
 Stoječe valovanje, 53, 55, 66, 71
 Susceptibilnost
 efektivna, 144, 148, 174
 električna, 9
 kompleksna, 175
 linearna, 140
 magnetna, 9
 nelinearna, 140, 141
 nelinearna, efektivna, 159
 Tekočekristalni prikazovalnik, 197
 Tekoči kristali, 24, 195
 5CB, 195
 direktor, 195
 holesterik, 200
 nematik, 195
 zasukan nematik, 197, 198
 Telur, 24, 141, 150
 TEM_{00} , 59
 Temni tok, 245, 250, 251, 260
 Teraherčno valovanje, 156, 238, 240
 Termistor, 240
 Termočlen, 238, 241
 TGS, 241
 Tirna vrtilna količina, 45
 Totalni odboj, 16, 66, 204, 229
 Trinivojski sistem, 81, 95, 121
 Ujemanje faz, 146, 147, 150, 152, 154, 158, 236
 Uklepanje faz, 190, 223, 224
 Uklon, 17, 37, 64, 187, 188
 Uklonska mrežica, 109, 125, 131, 188, 190, 224
 Ultravijolično valovanje, 123, 126, 150, 225, 238, 243, 245, 248, 252
 Valovna enačba, 10, 210
 nelinearna, 142, 166, 171
 Valovni vektor, 12, 71, 205
 Valovno število, 11, 206
 van Cittert-Zernikov izrek, 34
 Varianca, 257
 Verjetnost za prehod, 75, 88
 Wiener-Hinčinov izrek, 30
 Youngov poskus, 25, 32
 Z-scan, *glej* Metoda vzdoljnega premika
 Zaporni tok, *glej* Temni tok
 Zasedbene enačbe, 95
 Zasedenost stanj, 77
 Združevanje pikslov, 255
 ZnSe, 160
 ZnTe, 157, 178