

# FOTONIKA

Martin ČOPIČ  
Mojca VILFAN

Recenzenti: \*\*\*

Lektor: \*\*\*

Risbe in diagrami: Mojca Vilfan in Andrej Petelin

Oblikovanje, postavitev in prelom: Mojca Vilfan

Naslovne slike poglavij: Mojca Vilfan, Martin Rigler (str. 120 in 176), Andrej Petelin (str. 37), ESO (str. 93), Irena Drevenšek (str. 140), in NASA (str. 238)

©Kopiranje in razmnoževanje besedila ali njegovih delov ter slik je dovoljeno samo z odobritvijo avtorjev knjige.

LJUBLJANA, 2019

# Kazalo

<b>1</b>	<b>Elektromagnetno valovanje .....</b>	<b>7</b>
1.1	Maxwellove enačbe	7
1.2	Valovna enačba in Poyntingov vektor	8
1.3	Monokromatski elektromagnetični val	9
1.4	Ravni val	10
1.5	Polarizacija EM valovanja	11
1.6	Lom in odboj EM valovanja	13
1.7	Uklon svetlobe	15
1.8	EM valovanje v anizotropnih snoveh	19
<b>2</b>	<b>Interakcija svetlobe s snovjo .....</b>	<b>23</b>
2.1	Kvantizacija elektromagnetečnega polja	23
2.2	Sevanje črnega telesa	25
2.3	Absorpcija, spontano in stimulirano sevanje	26
2.4	Absorpcijski koeficient	30
2.5	Nasičenje absorpcije	31
2.6	Optično ojačevanje	33
2.7	Optično črpanje trinivojskega sistema	33
2.8	Homogena in nehomogena razširitev spektralne črte	36
2.9	*Nasičenje nehomogeno razširjene absorpcijske črte	37
2.10	*Izpeljava verjetnosti za prehod	40
2.11	*Rabijeve oscilacije	43
<b>3</b>	<b>Laser .....</b>	<b>45</b>
3.1	Laser	45
3.2	Zasedbene enačbe	47
3.3	Spektralna širina enega laserskega nihanja	50
3.4	Primerjava laserjev in navadnih svetil	52
3.5	Večfrekvenčni laser	53
3.6	Relaksacijske oscilacije	55
3.7	Sunkovni laserji	57

<b>3.8</b>	<b>Delovanje v sunkih s preklopom dobrote</b>	<b>58</b>
<b>3.9</b>	<b>Uklepanje faz</b>	<b>60</b>
<b>3.10</b>	<b>*Stabilizacija frekvence laserja na nasičeno absorpcijo</b>	<b>63</b>
<b>3.11</b>	<b>*Absolutna meritev frekvence laserja in definicija metra</b>	<b>65</b>
<b>3.12</b>	<b>*Semiklasični model laserja</b>	<b>68</b>
<b>4</b>	<b>Primeri laserjev .....</b>	<b>73</b>
<b>4.1</b>	<b>Laserski sistemi</b>	<b>73</b>
<b>4.2</b>	<b>He-Ne laser</b>	<b>74</b>
<b>4.3</b>	<b>Argonov ionski laser</b>	<b>76</b>
<b>4.4</b>	<b>CO<sub>2</sub> laser</b>	<b>77</b>
<b>4.5</b>	<b>Ekscimerni laser</b>	<b>79</b>
<b>4.6</b>	<b>Neodimov laser</b>	<b>80</b>
4.6.1	Nd:YAG .....	80
4.6.2	Nd:steklo .....	82
<b>4.7</b>	<b>Ti:safir laser</b>	<b>82</b>
<b>4.8</b>	<b>Laserji na organska barvila</b>	<b>83</b>
<b>4.9</b>	<b>Vlakenski laserji</b>	<b>84</b>
<b>4.10</b>	<b>Polprevodniški laserji</b>	<b>86</b>
4.10.1	Svetlobne diode - LED .....	94

# Predgovor

Fotonika je veda o svetlobi. Obsega izredno široka področja nastanka svetlobe in svetlobnih virov, uporabe svetlobe v različne namene, širjenja optičnih signalov in njihovega spreminjanja ter zaznavanja svetlobe. V zadnjih desetletjih je zato fotonika doživela izreden razcvet v raziskavah in tehnološki uporabi.

V pričajoči knjigi bomo obravnavali osnove fotonike. Po kratki ponovitvi splošne optike bomo spoznali delovanje laserjev in lastnosti laserske svetlobe, nadaljevali z nelinearnimi optičnimi pojavni in modulacijo svetlobe ter zaključili s prenosom in detekcijo laserskih signalov. Knjiga je zato zelo primerna predvsem za študente II. stopnje fizike, ki že imajo znanje optike in zahtevanih matematičnih prijemov, ga pa priporočava vsakemu, ki ga področje fotonike zanima, naj bo to ljubiteljsko ali profesionalno. Bralcu v razmislek sva dodala nekaj nalog, zahtevnejša podoglavlja pa so označena z zvezdico.

Prvotno gradivo za to knjigo je nastalo po zapisih s predavanj pri predmetu Elektrooptika in kasneje Fotonika ter Fizika laserjev. Gradivo sva dopolnila, posodobila in prilagodila obravnavani snovi pri predmetih Fotonika I in Fotonika II. Za pomoč pri pripravi se najlepše zahvaljujeva prof. dr. Ireni Drevenšek Olenik, ki je kot dolgoletna predavateljica Fotonike znatno pripomogla k oblikovanju te knjige, in Andreju Petelinu za pomoč pri delu ter ostalim sodelavcem z Odseka za kompleksne snovi Instituta "Jožef Stefan" za sodelovanje pri pripravi.

Avtorja

## Priporočena dodatna literatura

- A. Yariv in P. Yeh, Photonics, Sixth Edition, Oxford University Press, 2007.
- B. E. A. Saleh in M. C. Teich, Fundamentals of Photonics, 2nd Edition, Wiley, New Jersey, 2007.
- G. A. Reider, Photonics, An Introducion, Springer, Berlin, 2016.
- W. T. Silfvast, Laser Fundamentals, Second Edition, Cambridge University Press, 2008.
- C. C. Davis, Lasers and Electro-Optics, Cambridge University Press, 2006.
- O. Svelto, Principles of Lasers, Fifth Edition, Springer, New York, 2010
- K. F. Renk, Basics of Laser Physics, Second Edition, Springer, Berlin, 2017.
- J. W. Goodman, Statistical Optics, Second Edition, Wiley, New Jersey, 2015.
- W. Demtröder, Laser Spectroscopy, Fifth Edition, Springer, Berlin, 2014.
- G. New, Introduction to Nonlinear Optics, Cambridge University Press, 2011.
- R. W. Boyd, Nonlinear Optics, Third Edition, Academic Press, 2008.
- V. Degiorgio in I. Cristiani, Photonics, A Short Course, Springer International, 2016.

# 1. Elektromagnetno valovanje

Za začetek bomo osvežili osnove teorije elektromagnetnega polja in elektromagnetnega valovanja. Obnovili bomo zapis Maxwellovih enačb in valovne enačbe, opisali osnovne pojave valovanja (lom, odboj in uklon) in si na kratko ogledali razširjanje svetlobe v anizotropnih snoveh.

## 1.1 Maxwellove enačbe

Elektromagnetno polje v praznem prostoru opišemo z dvema vektorskima poljem, električnim in magnetnim, ki sta na splošno funkciji lege  $\mathbf{r}$  in časa  $t$ . Vsaki točki v prostoru lahko priredimo jakost električnega polja  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  in gostoto magnetnega polja  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ . Za opis elektromagnetnega polja v snovi vpeljemo dve dodatni količini. To sta gostota električnega polja  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$  in jakost magnetnega polja  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ . Vse te količine povezujejo Maxwellove enačbe<sup>1</sup>

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}_e \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (1.4)$$

Pri zapisu enačb smo upoštevali tudi izvore polj, to je gostoto električnega toka  $\mathbf{j}_e(\mathbf{r}, t)$  in gostoto naboja  $\rho_e(\mathbf{r}, t)$ , ki pa ju bomo v nadaljevanju izpuščali.

Poleg Maxwellovih enačb veljata zvezi

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad \text{in} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}, \quad (1.6)$$

kjer  $\mathbf{P}$  označuje električno polarizacijo, to je gostoto električnih dipolov,  $\mathbf{M}$  pa magnetizacijo, to je gostoto magnetnega momenta. Polarizacija in magnetizacija sta odvisni od zunanjih polj  $\mathbf{E}$  in  $\mathbf{B}$ . Na splošno sta njuni odvisnosti zelo zapleteni, v izotropnih in linearnih snoveh<sup>2</sup> pa se zvezi poenostavita v

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E} = \epsilon_0 (\epsilon - 1) \mathbf{E} \quad \text{in} \quad \mathbf{M} = \frac{(\mu - 1)}{\mu_0 \mu} \mathbf{B} = \chi_m \mathbf{H} = (\mu - 1) \mathbf{H}. \quad (1.7)$$

Vpeljali smo električno ( $\chi_e$ ) in magnetno ( $\chi_m$ ) susceptibilnost ter dielektričnost  $\epsilon$  in magnetno permeabilnost  $\mu$ . Ko združimo gornje enačbe, lahko zapišemo dve konstitutivni relaciji

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E} \quad \text{in} \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 \mu}. \quad (1.8)$$

V linearnih anizotropnih snoveh moramo namesto skalarnih vrednosti  $\epsilon$  in  $\mu$  zapisati tenzorje.

<sup>1</sup>Škotski fizik James Clerk Maxwell, 1831–1879.

<sup>2</sup>Med nelinearne snovi, za katere napisani zvezi ne veljata, sodijo na primer feroelektrični in feromagneti.

### Robni pogoji

Navedene Maxwellove enačbe zadoščajo za opis elektromagnetnega polja v neomejeni snovi, kjer so vse komponente polj zvezne funkcije. Za obravnavo v omejeni snovi moramo vedeti tudi, kaj se z elektromagnetnim poljem zgodi na meji dveh sredstev. Pri prehodu iz enega dielektrika v drugega se ohranjata normalni komponenti gostote električnega in magnetnega polja ter tangentni komponenti jakosti električnega in magnetnega polja (slika 1.1)

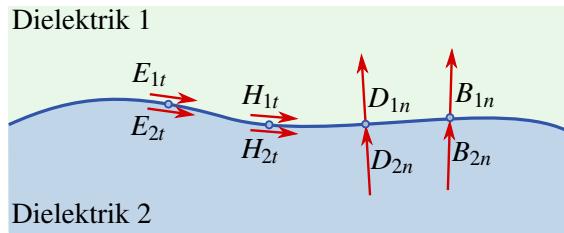
$$D_{1n} = D_{2n} \quad (1.9)$$

$$B_{1n} = B_{2n} \quad (1.10)$$

$$E_{1t} = E_{2t} \quad (1.11)$$

$$H_{1t} = H_{2t}. \quad (1.12)$$

Privzeli smo, da na meji med dielektrikoma ni površinskih tokov ali nabojev, sicer bi morali robna pogoja za  $D_n$  in  $H_t$  ustreznno popraviti. Na meji dielektrika z idealnim prevodnikom (kovino, zrcalom) so robni pogoji drugačni. Za magnetno polje jih ne moremo preprosto zapisati, za električno polje pa velja, da mora biti tangentna komponenta jakosti električnega polja enaka nič. Posledica tega pogoja je, da se pri pravokotnem vpisu na zrcalo faza valovanja spremeni za  $\pi$ .



Slika 1.1: Na meji med dvema dielektrikoma brez površinskih tokov in nabojev se ohranjata tangentni komponenti  $E_t$  in  $H_t$  ter normalni komponenti  $D_n$  in  $B_n$ .

## 1.2 Valovna enačba in Poyntingov vektor

Večinoma bomo obravnavali elektromagnetna valovanja v izotropnih, homogenih in linearnih snoveh brez zunanjih izvorov in nosilcev naboja ( $\mathbf{j}_e = 0$  in  $\rho_e = 0$ ). Iz Maxwellovih enačb (enačbe 1.1–1.4) izpeljemo valovno enačbo za jakost električnega in gostoto magnetnega polja

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{in} \quad \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.13)$$

Pri tem je hitrost valovanja v snovi enaka

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c_0}{n}. \quad (1.14)$$

Magnetne in dielektrične lastnosti snovi smo pospravili v lomni količnik  $n$ , ki pove, kolikokrat je hitrost svetlobe v snovi manjša od hitrosti svetlobe v praznem prostoru. Velja

$$n = \frac{c_0}{c} = \sqrt{\epsilon \mu}. \quad (1.15)$$

Za izotropno in nemagnetno snov ( $\mu = 1$ ) je lomni količnik  $n = \sqrt{\epsilon}$ .

Vpeljimo še vektor gostote energijskega toka, to je Poyntingov vektor<sup>3</sup>  $\mathbf{S}$

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}. \quad (1.16)$$

Iz lastnosti vektorskega produkta sledi, da je smer energijskega toka vedno pravokotna na smeri  $\mathbf{E}$  in  $\mathbf{H}$ . Gostoto energijskega toka  $j$ , to je količino energije, ki v danem času preteče skozi dano ploskev z normalo  $\hat{\mathbf{n}}$ , izračunamo kot časovno povprečje projekcije Poyntingovega vektorja

$$j = \langle \mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{n}} \rangle. \quad (1.17)$$

Gostoti energijskega toka, predvsem gostoti svetlobnega toka, pravimo tudi intenziteta.

Poyntingov izrek, ki ga lahko izpeljemo neposredno iz Maxwellovih enačb in konstitutivnih relacij, predstavlja izrek o ohranitvi energije. Za valovanje v homogeni izotropni snovi tako velja

$$-\nabla \cdot \mathbf{S} = \frac{\partial w}{\partial t}, \quad (1.18)$$

kjer je  $w$  celotna gostota energije elektromagnetnega polja. Zapišemo jo kot

$$w = \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} \mu \mu_0 \mathbf{B}^2. \quad (1.19)$$

Valovno enačbo in ohranitvene zakone lahko zapišemo tudi za anizotropne, nehomogene ali nelinearne snovi. Nekaj teh primerov bomo srečali v nadaljevanju in jih bomo obravnavali sproti.

### 1.3 Monokromatski elektromagnetični val

Reševanje valovne enačbe si navadno poenostavimo s kompleksnim zapisom jakosti električnega in magnetnega polja. Račun si oglejmo na primeru monokromatskega elektromagnetnega vala. Nastavek za monokromatski val s krožno frekvenco  $\omega$  naj bo

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \Re(\mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}) \quad \text{in} \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \Re(\mathbf{B}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}), \quad (1.20)$$

kjer sta  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  in  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  časovno neodvisna vektorja jakosti električnega in gostote magnetnega polja s kompleksno amplitudo. Podobno lahko vpeljemo tudi kompleksne vektorje  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{D}$  in  $\mathbf{H}$ , ki opisujejo realne količine (polarizacijo, magnetizacijo, gostoto električnega in jakost magnetnega polja). V nadaljevanju bomo večinoma pisali polja v kompleksni obliki, pri čemer se bomo držali gornje definicije. Zavedati pa se moramo, da je uporaba kompleksnega zapisa zgolj računski pripomoček, na koncu je treba rezultate vedno izraziti z realnimi količinami.

Če vstavimo nastavka za monokromatski val (enačbi 1.20) v valovni enačbi (enačbi 1.13), dobimo Helmholtzevi enačbi<sup>4</sup> za kompleksna vektorja jakosti električnega in gostote magnetnega polja. V homogenem in izotropnem sredstvu ju zapišemo kot

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \quad (1.21)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0, \quad (1.22)$$

kjer je  $k = nk_0 = n\omega/c_0$  valovno število. Vpeljemo lahko tudi kompleksni Poyntingov vektor

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r}). \quad (1.23)$$

<sup>3</sup>Angleški fizik John Henry Poynting, 1852–1914.

<sup>4</sup>Nemški fiziolog in fizik Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz, 1821–1894.

**Naloga 1.3.1** Upoštevajoč izraz za Poyntingov vektor  $\mathbf{S}$  (enačba 1.16) pokaži, da lahko gostoto svetlobnega toka  $j$  (ozziroma povprečje projekcije Poyntingovega vektorja) izrazimo s kompleksnim Poyntingovim vektorjem  $\mathbf{S}(\mathbf{r})$

$$j = \langle \mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{n}} \rangle = \frac{1}{4} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* + \mathbf{E}^* \times \mathbf{H}) = \Re(\mathbf{S}(\mathbf{r})). \quad (1.24)$$

## 1.4 Ravni val

Osnovna rešitev valovne enačbe (enačba 1.13) je ravni val. Nastavek, ki predstavlja ravni val in hkrati reši Helmholtzevo enačbo (enačba 1.21), je oblike

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t} \quad (1.25)$$

in podobno za magnetno polje

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} = \mathbf{B}_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t}, \quad (1.26)$$

pri čemer sta vektorja  $\mathbf{E}_0$  ter  $\mathbf{B}_0$  od kraja in časa neodvisna. Velikost valovnega vektorja  $\mathbf{k}$  je valovno število  $k = nk_0$ , kjer je  $n$  lomni količnik izotropne in homogene snovi.

Iz Maxwellovih enačb (enačbe 1.1–1.4) sledijo zveze o ortogonalnosti količin električnega in magnetnega polja. Vedno sta med seboj pravokotna vektorja jakosti električnega  $\mathbf{E}$  in magnetnega polja  $\mathbf{H}$  (naloge 1.4.1), ki sta po definiciji tudi vedno pravokotna na Poyntingov vektor  $\mathbf{S}$  (enačba 1.16). V izotropnih snoveh je Poyntingov vektor vzporeden valovnemu vektorju, zato sta v izotropnih snoveh  $\mathbf{E}$  in  $\mathbf{H}$  hkrati pravokotna na valovni vektor  $\mathbf{k}$ . Elektromagnetno valovanje je torej transverzalno valovanje. Zaradi enolične zveze med električnim in magnetnim poljem zadošča za opis ravnega vala le eno polje, navadno se odločimo za električno.

**Naloga 1.4.1** Iz Maxwellovih enačb (enačbe 1.1–1.4) pokaži, da za ravni val vedno velja

$$\mathbf{D} \perp \mathbf{B} \perp \mathbf{k}. \quad (1.27)$$

Izpelji še zvezi

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H}_0 = -\omega \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}_0 \quad \text{in} \quad (1.28)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0 = \omega \mu \mu_0 \mathbf{H}_0, \quad (1.29)$$

iz katerih izhaja, da v izotropni snovi velja  $\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{H}_0 \perp \mathbf{k}$ .

Energijski tok je pri ravnem valu v izotropni snovi vedno v smeri valovnega vektorja, pravokotno na valovne fronte. Iz definicije za gostoto svetlobnega toka (enačba 1.24) ter Maxwellovih enačb (enačbe 1.1–1.4) sledi

$$j = \Re \left( \frac{1}{4} E_0 H_0^* + \frac{1}{4} E_0^* H_0 \right) = \frac{1}{2} c \epsilon \epsilon_0 |E_0|^2 = \frac{1}{2} c_0 n \epsilon_0 |E_0|^2. \quad (1.30)$$

Gostota svetlobnega toka je torej sorazmerna s kvadratom amplitude jakosti električnega polja. Poglejmo nekaj primerov. Gostoti toka  $j = 1 \text{ kW/m}^2$  (približna gostota svetlobnega toka s Sonca na Zemljinem površju) v praznem prostoru ustreza jakost električnega polja  $E_0 = 868 \text{ V/m}$ , gostoti  $j = 1 \text{ W}/\mu\text{m}^2$  (intenziteta močno zbranega laserskega žarka) pa  $E_0 = 27 \text{ MV/m}$ .

Zapišimo še povprečno gostoto energije valovanja. K energiji prispevata tako magnetno kot električno polje. Oba prispevka sta enaka, zato velja

$$\langle w \rangle = \frac{1}{4} \epsilon \epsilon_0 |E_0|^2 + \frac{1}{4} \frac{|B_0|^2}{\mu \mu_0} = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 |E_0|^2. \quad (1.31)$$

Povprečna gostota energije  $w$ , pomnožena s hitrostjo svetlobe v snovi, da gostoto energijskega toka  $j$  oziroma intenziteto svetlobe

$$j = cw. \quad (1.32)$$

Gornji izraz nazorno kaže, da je intenziteta svetlobe pravzaprav pretok energije. To si lahko predstavljamo, če vzamemo valj s prečnim presekom  $S$  in dolžino  $c\Delta t$ . V volumnu  $Sc\Delta t$  je potem shranjene  $wSc\Delta t$  energije. Energija, ki preteče skozi presek  $S$  v času  $\Delta t$ , je ravno  $cw$ .

Intenziteta ravnega vala je neodvisna od kraja in časa, iz česar sledi, da je povsod po prostoru enaka. Če bi hoteli izračunati energijo, ki jo nosi ravni val, bi opazili, da je ta energija neskončna. To seveda ni mogoče, zato se je vedno treba zavedati, da je ravni val le idealiziran, a nazoren in praktičen približek elektromagnetnega vala.

## 1.5 Polarizacija EM valovanja

Jakost električnega polja elektromagnetnega valovanja je v izotropnem sredstvu vedno pravokotna na smer valovnega vektorja<sup>5</sup>. Vektor  $\mathbf{E}$  tako leži v ravnini, ki je pravokotna na smer valovnega vektorja, njegovo smer pa opiše polarizacija.

Električno polje ravnega vala lahko razstavimo na dve medsebojno pravokotni komponenti vektorja  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ . Ti dve komponenti nihata sinusno z enako frekvenco, lahko pa se razlikujeta v amplitudi in fazi. Na splošno je ravni val eliptično polariziran in vrh vektorja električne poljske jakosti  $\mathbf{E}$  v ravnini, ki je pravokotna na smer širjenja, orisuje elipso. Kadar je elipsa izrojena v daljico, govorimo o linearno polariziranem valu, kadar pa je krog, govorimo o cirkularno polariziranem valu. Poljubno polarizacijo lahko vedno zapišemo kot vsoto dveh linearne ali dveh cirkularno polariziranih valovanj.

Priročen zapis polarizacije je s kompleksnim Jonesovim vektorjem<sup>6</sup>  $\mathbf{J}$ . Za monokromatski ravni val, ki se širi v smeri  $z$  in ima komponenti  $E_x$  in  $E_y$ , je Jonesov vektor

$$\mathbf{J} = \frac{1}{|E_0|} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}. \quad (1.33)$$

Dodali smo normalizacijski faktor  $|E_0| = \sqrt{|E_x|^2 + |E_y|^2}$ , da je Jonesov vektor normiran in  $\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^* = 1$ . Ravni val, linearno polariziran v smeri  $x$ , tako zapišemo kot  $\mathbf{J} = (1, 0)$ , val, ki je linearно polariziran pod kotom  $45^\circ$  glede na osi  $x$  in  $y$ , pa je  $\mathbf{J} = (1, 1)/\sqrt{2}$ . Za zapis cirkularno polariziranega valovanja ni enotnega dogovora, tukaj zapišimo desno cirkularno polarizirano valovanje kot  $\mathbf{J} = (1, -i)/\sqrt{2}$ , levo cirkularno polarizirano pa z  $\mathbf{J} = (1, i)/\sqrt{2}$ . V našem zapisu je desno polariziran val tisti val, pri katerem se električna poljska jakost na danem mestu vrti v desno, če gledamo proti izvoru valovanja.

<sup>5</sup>Na splošno velja  $\mathbf{E} \perp \mathbf{S}$  (enačba 1.16) in  $\mathbf{D} \perp \mathbf{k}$  (nalogi 1.4.1). To velja tudi v anizotropnih sredstvih, vendar je tam  $\mathbf{E} \nparallel \mathbf{D}$  in  $\mathbf{k} \nparallel \mathbf{S}$ .

<sup>6</sup>Ameriški fizik Robert Clark Jones, 1916–2004.

Zapis z Jonesovim vektorjem je prikladen, saj omogoča preprost izračun prehoda ravnega vala skozi optične elemente, ki spreminja polarizacijo, a ohranjajo njegovo obliko. Na splošno se pri prehodu skozi optični element spremeni kompleksna amplituda  $\mathbf{E}_1 = (E_{1x}, E_{1y})$

$$E_{2x} = A_{11}E_{1x} + A_{12}E_{1y} \quad (1.34)$$

$$E_{2y} = A_{21}E_{1x} + A_{22}E_{1y}, \quad (1.35)$$

pri čemer so komponente  $A_{ij}$  odvisne od lastnosti elementa. Enačbi zapišemo v matrični obliki  $\mathbf{E}_2 = A \cdot \mathbf{E}_1$  oziroma z Jonesovimi vektorji  $\mathbf{J}_2 = A \cdot \mathbf{J}_1$ , kjer  $\mathbf{J}_1$  in  $\mathbf{J}_2$  opisujeta polarizaciji vstopnega in izstopnega vala,  $A$  pa je Jonesova matrika. Jonesova matrika za prehod skozi linearni polarizator, ki polarizira v smeri  $x$ , je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.36)$$

za polarizator, orientiran pod kotom  $45^\circ$  glede na os  $x$ , pa

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.37)$$

Oglejmo si še dva zanimiva primera. Jonesova matrika za optični element, ki eni komponenti doda fazni zamik  $\pi$  (tak element imenujemo ploščica  $\lambda/2$ ), je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (1.38)$$

Ploščica  $\lambda/2$  tako spremeni desno cirkularno polariziran val v levo polariziran in obratno, linearno polariziran val pa prezrcali čez koordinatno os. Podobno je Jonesova matrika za element, ki eni komponenti doda fazni zamik  $\pi/2$  (imenujemo ga ploščica  $\lambda/4$ ), enaka

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}. \quad (1.39)$$

Ploščica  $\lambda/4$  linearno polarizirano valovanje z Jonesovim vektorjem  $(1, 1)/\sqrt{2}$  spremeni v levo cirkularno polarizirano valovanje, cirkularno polarizirano valovanje pa nazaj v linearne.

---

**Naloga 1.5.1** Pokaži, da je Jonesova matrika za polarizator, ki prepušča polarizacijo pod kotom  $\vartheta$  glede na os  $x$ , podana z matriko

$$A = \begin{bmatrix} \cos^2 \vartheta & \sin \vartheta \cos \vartheta \\ \sin \vartheta \cos \vartheta & \sin^2 \vartheta \end{bmatrix}. \quad (1.40)$$

Namig: matriko  $A'$ , ki opisuje polarizator v smeri  $x$ , zapiši v zasukanem koordinatnem sistemu  $A = R(\vartheta) \cdot A' \cdot R(\vartheta)^T$ , kjer je  $R(\vartheta)$  rotacijska matrika.

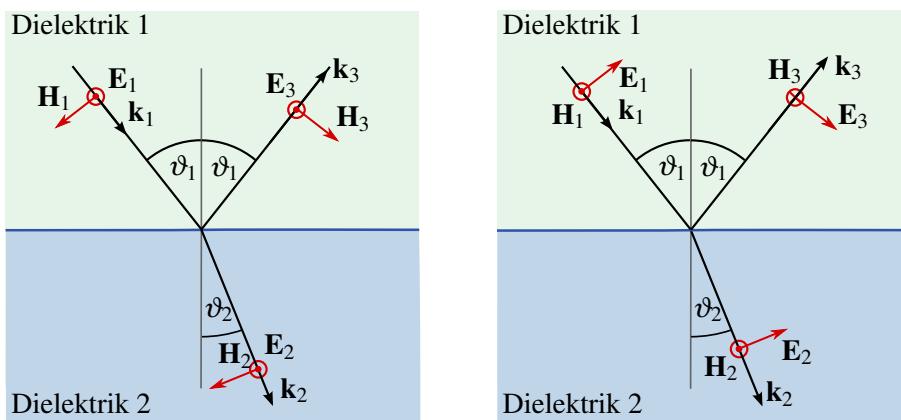
---

## 1.6 Lom in odboj EM valovanja

Na ravni meji med dvema izotropnima dielektrikoma se del svetlobe odbije po odbojnem zakonu, ki pravi, da je odbojni kot enak vpadnemu, del pa lomi po lomnem zakonu

$$n_1 \sin \vartheta_1 = n_2 \sin \vartheta_2. \quad (1.41)$$

S kotoma  $\vartheta_1$  in  $\vartheta_2$  smo označili vpadni in lomni kot,  $n_1$  in  $n_2$  pa sta lomna količnika prve in druge snovi (slika 1.2). Poglejmo, kaj se pri lomu in odboju zgodi s polarizacijo valovanja. Dogovorimo se, da valovanje, pri katerem je električna poljska jakost pravokotna na vpadno ravnino, imenujemo transverzalno električno (TE) valovanje. Kadar leži jakost električnega polja v vpadni ravnini in je na vpadno ravnino pravokotna jakost magnetnega polja, govorimo o transverzalnem magnetnem valovanju (TM).



Slika 1.2: Lom elektromagnetnega valovanja na meji dveh izotropnih dielektrikov. Levo: transverzalno električno (TE) valovanje. Desno: transverzalno magnetno (TM) valovanje.

Z  $E_1$  označimo amplitudo jakosti električnega polja vpadnega valovanja, z  $E_2$  prepuščenega in z  $E_3$  odbitega. Nato vpeljemo amplitudno prepustnost  $t$  in amplitudno odbojnost  $r$ , ki pa sta odvisni od vpadne polarizacije. Zapišemo

$$E_{2\text{TE}} = t_{\text{TE}} E_{1\text{TE}} \quad (1.42)$$

$$E_{2\text{TM}} = t_{\text{TM}} E_{1\text{TM}} \quad (1.43)$$

Koeficiente  $r$  in  $t$  izračunamo iz robnih pogojev (enačbe 1.9–1.12). Enačbe, ki opisujejo odvisnost odbojnosti in prepustnosti od vpadnega kota za različni vpadni polarizaciji, imenujemo Fresnelove enačbe<sup>7</sup>. Za TE polarizacijo velja

$$r_{\text{TE}} = \frac{n_1 \cos \vartheta_1 - n_2 \cos \vartheta_2}{n_1 \cos \vartheta_1 + n_2 \cos \vartheta_2} \quad \text{in} \quad t_{\text{TE}} = 1 + r_{\text{TE}} = \frac{2n_1 \cos \vartheta_1}{n_1 \cos \vartheta_1 + n_2 \cos \vartheta_2} \quad (1.44)$$

in za TM polarizacijo

$$r_{\text{TM}} = \frac{n_1 \cos \vartheta_2 - n_2 \cos \vartheta_1}{n_1 \cos \vartheta_2 + n_2 \cos \vartheta_1} \quad \text{in} \quad t_{\text{TM}} = (1 + r_{\text{TM}}) \frac{\cos \vartheta_1}{\cos \vartheta_2} = \frac{2n_1 \cos \vartheta_1}{n_1 \cos \vartheta_2 + n_2 \cos \vartheta_1}. \quad (1.45)$$

<sup>7</sup>Francoski fizik in inženir Augustin Jean Fresnel, 1788–1827.

Na splošno sta odbojnost  $r$  in prepustnost  $t$  kompleksni količini, saj iz lomnega zakona sledi, da je  $\cos \vartheta_2 = \sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \sin^2 \vartheta_1}$  lahko kompleksen. Velikost števila  $|r|$  tako predstavlja odbojnost, argument  $\arg\{r\}$  pa spremembo faze pri odboju.

Amplitudna odbojnost  $r$  in amplitudna prepustnost  $t$  povesta, kako se spremeni kompleksna amplituda jakosti električnega polja pri odboju oziroma lomu. Razmerje med intenziteto odbite in vpadne svetlobe  $\mathcal{R}$  oziroma intenziteto prepuščene in vpadne svetlobe  $\mathcal{T}$  izračunamo kot

$$\mathcal{R} = |r|^2 \quad \text{in} \quad \mathcal{T} = 1 - \mathcal{R}. \quad (1.46)$$

Slednja enačba sledi iz ohranitve energije. Na splošno  $\mathcal{T}$  ni enak  $|t|^2$ , saj energijski tok potuje po različnih snoveh in v različnih smereh. Velja zveza

$$\mathcal{T} = \frac{n_2 \cos \vartheta_2}{n_1 \cos \vartheta_1} |t|^2. \quad (1.47)$$

Najpreprostejši primer je pravokotni vpad svetlobe na mejo dveh sredstev. Zaradi simetrije sta v tem primeru odbojnost in prepustnost neodvisni od polarizacije. Sledi

$$r_{TE} = r_{TM} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad \text{in} \quad t_{TE} = t_{TM} = \frac{4n_1 n_2}{n_1 + n_2}. \quad (1.48)$$

Ob pravokotnem vpodu iz zraka na steklo ( $n_2 \approx 1,5$ ) je tako odbojnost

$$\mathcal{R} = \left( \frac{1 - n_2}{1 + n_2} \right) \approx 0,04. \quad (1.49)$$

Poglejmo še odvisnost odbojnosti in prepustnosti od vpasnega kota (slika 1.3). Pri tem je pomembno, ali se svetloba lomi v optično gostejše ( $n_1 < n_2$ ) ali v optično redkejše sredstvo ( $n_1 > n_2$ ). Najprej obravnavajmo primer loma v optično gostejšo snov (sliki a in c). Vidimo, da je pri nekem kotu, imenujemo ga Brewstrov kot<sup>8</sup>, odbojnost za TM polarizirano valovanje enaka nič. Posledično je ob vpodu pod Brewstrovim kotom odbito valovanje vedno TE polarizirano. Vse TM valovanje je prepuščeno, zato pri Brewstrovem kotu velja  $\mathcal{T}_{TM} = 1$  in  $\mathcal{T}_{TE} < 1$ .

#### Naloga 1.6.1

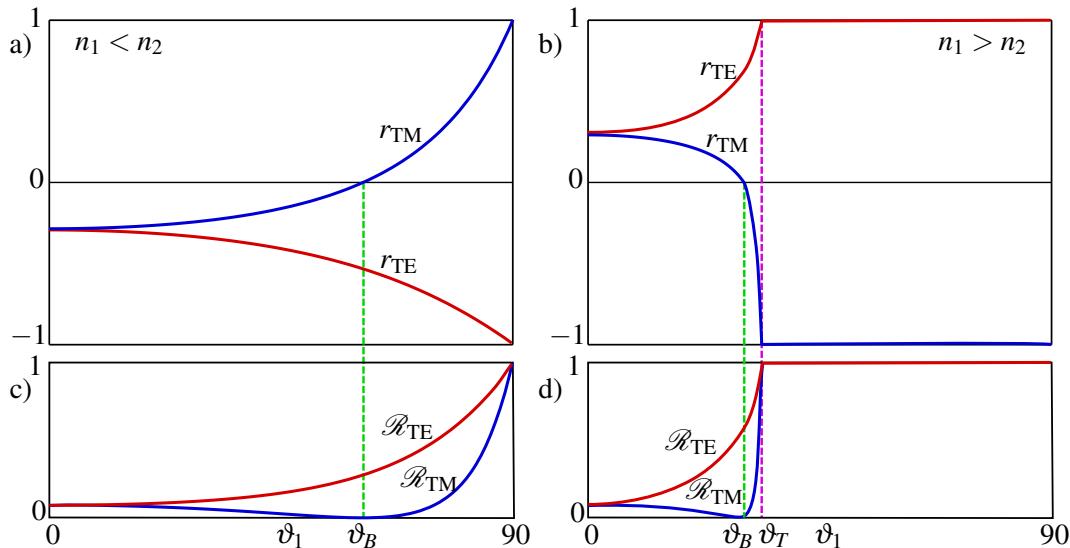
Pokaži, da Brewstrov kot izračunamo kot

$$\vartheta_B = \arctan \left( \frac{n_2}{n_1} \right). \quad (1.50)$$

Negativen predznak odbojnosti  $r_{TE}$  pomeni, da ima odbiti TE polarizirani val pri vpodu na optično gostejše sredstvo nasprotno fazo od vpasnega. Za TM val je faza pri vpasnih kotih, manjših od Brewstrovega, nasprotna, pri večjih vpasnih kotih pa ima odbita svetloba enako fazo kot vpadna.

Pri vpodu na optično redkejše sredstvo (sliki 1.3 b in d) je pomemben še en kot, to je mejni kot totalnega odboja  $\vartheta_T = \arcsin(n_2/n_1)$ . Pri vpasnih kotih, ki so večji od  $\vartheta_T$ , se svetloba v celoti odbije in govorimo o totalnem ali popolnem odboju. Kljub temu električna poljska jakost v optično redkejšem sredstvu ni enaka nič, saj se tam pojavi evanescentno polje. To je polje, ki se širi v smeri mejne ravnine, njegova amplituda pa pojema eksponentno z oddaljenostjo od nje. Vdorna globina je odvisna od valovne dolžine valovanja, lomnega količnika snovi in tudi od vpasnega kota. Čeprav se v optično redkejši snovi pojavi električno polje, je Poyntingov vektor v smeri pravokotno na mejno ploskev v povprečju enak nič in zato ne pride do prenosa energije v drugo snov.

<sup>8</sup>Škotski fizik in znanstvenik Sir David Brewster, 1781–1868.



Slika 1.3: Amplitudna odbojnosc  $r$  za obe vpadni polarizaciji (a, b) in razmerje med intenziteto odbite in vpadne svetlobe  $\mathcal{R}$  za obe polarizacije v odvisnosti od vpadnega kota (c, d). Za primer na slikah (a) in (c) velja  $n_1 < n_2$ , za primer na slikah (b) in (d) pa  $n_1 > n_2$ . Z zeleno je označen Brewstrov kot  $\vartheta_B$ , z vijolično pa mejni kot totalnega odboja  $\vartheta_T$ .

★ Prozorne ploščice, ki so postavljene pod Brewstrovim kotom glede na smer vpadne svetlobe, imenujemo Brewstrova okna. Njihova značilnost je, da eno polarizacijo (TM) prepustijo v celoti, druge polarizacije (TE) pa se del odbije, del pa prepusti. Brewstrova okna so zelo uporabna pri izdelavi resonatorjev plinskih laserjev, saj so izgube za izbrano polarizacijo zelo majhne, za drugo pa razmeroma velike.

★ Pri prehodu skozi optične elemente se – razen TM polariziranega valovanja pri Brewstrovem kotu – vedno nekaj svetlobe odbije. Da zmanjšamo te izgube, optične elemente navadno prekrijemo z antirefleksno plastjo, to je nanosom ene ali več primerno debelih plasti dielektrikov z ustreznimi lomnimi količniki. Zaradi destruktivne interference se količina odbite svetlobe z izbrano valovno dolžino občutno zmanjša. Ker so laserji koherentni izvori svetlobe s točno določeno valovno dolžino, za zmanjšanje izgub, na primer v resonatorju laserja, uporabljamo optične elemente (leče, kristale, akusto-optične modulatorje ...) z ustreznou antirefleksno plastjo.

## 1.7 Uklon svetlobe

Kadar svetloba vpade na oviro, za oviro nastane senca. Nastala senca ni ostra, ampak ima zaradi uklona zabrisane robe. Obravnave uklona svetlobe na odprtinah ali zaslonkah se lotimo z uporabo skalarnega približka teorije elektromagnetnega polja. To pomeni, da vpliva polarizacije ne upoštevamo. Ta je pomemben zgolj pri zelo majhnih odprtinah, kjer je velikost odprtine po velikosti podobna valovni dolžini svetlobe  $a \sim \lambda$ . Vendar so tudi v tem primeru uklonske slike za različne polarizacije podobne, razlikujejo pa se po intenziteti uklonjene svetlobe.

★ Primer, kjer skalarni približek ne da pravih rezultatov, je uklon na mrežici, narejeni iz zelo tankih prevodnih žic. Takšna mrežica deluje kot polarizator za vpadno elektromagnetno valovanje. Elektromagnetni val s polarizacijo, ki je vzporedna žicam, pri prečkanju v žicah inducira tok in val se delno odbije in delno absorbira. Za valovanje, ki je polarizirano pravokotno na žice, je inducirani tok bistveno manjši, saj je tok omejen na smer vzdolž žice. Posledično je val, polariziran pravokotno na žice, prepuščen, val, polariziran vzporedno z žicami, pa ne. Takšni polarizatorji se večinoma uporabljajo v mikrovalovni tehniki, vendar se v zadnjih letih z razvojem in izboljšavo litografskih postopkov vse pogosteje uporabljajo tudi v bližnjem infrardečem delu svetlobe.

Pri velikostih odprtin  $a \gg \lambda$  torej uporabimo skalarno obliko valovne enačbe (enačba 1.13)

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0. \quad (1.51)$$

Časovna odvisnost polja  $E$  je harmonična funkcija in je sorazmerna z  $e^{-i\omega t}$ . Z uporabo Greenovega izreka jakost polja  $E_P$  v točki prostora  $P$  izrazimo s poljem na poljubni ploskvi, ki to točko obkroža. Zvezo opisuje Kirchhoffov integral<sup>9</sup>

$$E_P = -\frac{1}{4\pi} \oint \left( E \mathbf{n} \cdot \nabla \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \mathbf{n} \cdot \nabla E \right) dS, \quad (1.52)$$

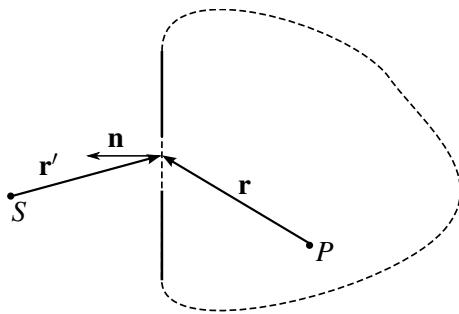
kjer je  $\mathbf{n}$  normala na ploskev, po kateri teče integral,  $r$  pa oddaljenost od  $P$  do dela ploskve  $dS$ .

Naj svetloba iz točkastega izvora v točki  $S$  (slika 1.4) vpada na zaslonsko ploskvo z odprtino poljubne oblike. Izračunajmo skalarno polje v točki  $P$  na drugi strani zaslona. Vpadno svetlobo zapišemo kot

$$E = A \frac{e^{ikr'}}{r'}, \quad (1.53)$$

kjer je  $r'$  razdalja od izvora do točke na zaslunu,  $A$  pa zaradi ohranitve energije konstanta.

Integracijska ploskev je lahko poljubna sklenjena ploskev, ki objema točko  $P$ . Izberemo ploskev, ki zajema odprtino na zaslunu, poleg tega pa naredimo še dva približka: jakost polja  $E$  in njen gradient doprineseta k integralu le na odprtini, na preostanku ploskve pa sta njuna prispevka zanemarljivo majhna; vrednost  $E$  in njen gradient sta na odprtini takšna, kot da zaslona ne bi bilo. Približka sta precej groba, vendar se izkaže, da se kljub temu dobro ujemata z eksperimentalno določeno uklonsko sliko, s čimer upravičimo njuno uporabo.



Slika 1.4: Integracijska ploskev v Kirchhoffovem integralu zajema odprtino in objema točko  $P$ .

Kirchhoffov integral za točkast izvor svetlobe se zapiše kot integral po odprtini

$$E_P = -\frac{ikAe^{-i\omega t}}{4\pi} \int \frac{e^{ik(r+r')}}{rr'} (\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) - \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}')) dS. \quad (1.54)$$

Imenujemo ga Fresnel-Kirchhoffov uklonski integral.

**Naloga 1.7.1** Uporabi Kirchhoffov integral (enačba 1.52) in pokaži, da za primer krožnega vpadnega vala (enačba 1.53) polje v točki  $P$  zapišemo s Fresnel-Kirchhoffovim integralom (enačba 1.54). Pri tem privzemi, da je oddaljenost točke  $P$  od odprtine  $r \gg \lambda$ .

<sup>9</sup>Nemški fizik Gustav Robert Kirchhoff, 1824–1887.

Oglejmo si poseben primer, ko leži točkast izvor svetlobe na osi okrogle odprtine. Polje v točki  $P$  izračunamo kot

$$E_P = -\frac{ik}{4\pi} \int E_S \frac{e^{ikr-i\omega t}}{r} (\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) + 1) dS, \quad (1.55)$$

pri čemer  $E_S$  predstavlja kompleksno amplitudo vpadnega polja v odprtini

$$E_S = A \frac{e^{ikr'}}{r'}. \quad (1.56)$$

Zgornja oblika Fresnel-Kirchhoffovega integrala ni pravzaprav nič drugega kot matematičen zapis Huygensovega načela<sup>10</sup>. Spomnimo se, da Huygensovo načelo pravi, da lahko vsako točko valovne fronte obravnavamo kot izvor novega krogelnega vala. Točno to je zapisano tudi v gornjem integralu. Vpadni val  $E_S$  v vsakem od elementov odprtine  $dS$  vzbudi krogelno valovanje s kompleksno amplitudo

$$E = A_0 \frac{e^{ikr}}{r}, \quad (1.57)$$

polje v izbrani točki  $P$  pa je vsota prispevkov posameznih krogelnih valovanj. Za razliko od osnovnega Huygensovega načela, v Fresnel-Kirchhoffovem integralu (enačba 1.55) nastopa še faktor  $(\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) + 1)$ , ki poskrbi, da ni valovanja v smeri nazaj proti izvoru. Tudi faktor  $-i$  manjka v osnovnem Huygensovem načelu, pomeni pa, da je uklonjeno valovanje fazno zakasnjenjo za  $\pi/2$  glede na osnovno valovanje  $E_S$ .

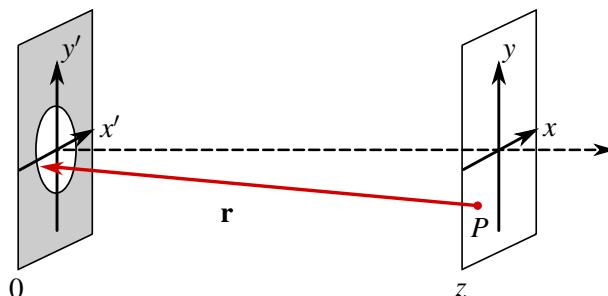
Fresnel-Kirchhoffov uklonski integral uporabno razširimo z dodatkom prepustnostne funkcije odprtine  $T$ . Z njo na splošno popišemo amplitudne in fazne spremembe, do katerih pride na raznih odprtinah, lečah, uklonskih mrežicah ... Razširjen uklonski integral zapišemo kot

$$E_P = -\frac{ik}{4\pi} \int T(r') E_S(r') \frac{e^{ikr-i\omega t}}{r} (\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) + 1) dS, \quad (1.58)$$

pri čemer smo upoštevali tudi splošno obliko vpadnega vala  $E_S(r')$ .

### Fraunhoferjev in Fresnelov približek

Izračun Fresnel-Kirchhoffovega integrala (enačba 1.52) je na splošno zelo zapleten, zato se pogosto poslužujemo dveh približkov: Fraunhoferjevega<sup>11</sup> in Fresnelovega.



Slika 1.5: K izračunu Fraunhoferjevega in Fresnelovega uklona

<sup>10</sup>Nizozemski znanstvenik Christiaan Huygens, 1629–1695.

<sup>11</sup>Nemški fizik Joseph von Fraunhofer, 1787–1826.

Izhajamo iz Fresnel-Kirchhoffovega integrala za točkast izvor (enačba 1.54) in zapišemo lego točke  $P$  s koordinatami  $x, y$  in  $z$ , razdaljo  $r$  pa s koordinatami točke  $P$  in koordinatama na zaslonu  $x'$  in  $y'$  (slika 1.5). Privzamemo, da je oddaljenost do zaslona  $z$  bistveno večja od prečnih dimenzij  $x$  in  $y$ . Zapišemo razdaljo  $r$  in jo razvijemo

$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2} \approx z + \frac{(x-x')^2}{2z} + \frac{(y-y')^2}{2z}. \quad (1.59)$$

Vstavimo razvoj v uklonski integral (enačba 1.55), pri čemer  $r$  v imenovalcu nadomestimo kar z  $z$ . Pridemo do Fresnelovega uklonskega približka

$$E_P(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda z} e^{ikz} \int \int E_S e^{ik((x-x')^2 + (y-y')^2)/2z} dx' dy'. \quad (1.60)$$

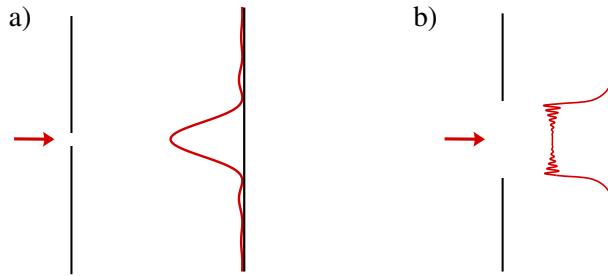
Kadar je oddaljenost do zaslona dovolj velika oziroma prečne dimenzije dovolj majhne, da zadošča razvoj do linearnih členov, govorimo o Fraunhoferjevem uklonu in uklonski integral je

$$E_P(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda z} e^{ik(z+(x^2+y^2)/2z)} \int \int E_S e^{-ik(xx'+yy')/z} dx' dy'. \quad (1.61)$$

V njem prepoznamo Fourierovo transformacijo polja  $E_S$ . Fraunhoferjeva uklonska slika velja za razmeroma velike oddaljenosti zaslona od uklonske odprtine, ko lahko uklonjeni val dovolj dobro opišemo z ravnim valom. Bolj zapleteno Fresnelovo uklonsko sliko moramo uporabiti, kadar obravnavamo primer bližnjega polja. Mejo med Fraunhoferjevim in Fresnelovim približkom kvalitativno določa Fresnelovo število

$$F = \frac{a^2}{L\lambda}. \quad (1.62)$$

Pri tem je  $a$  karakteristična dimenzija odprtine,  $L$  tipična oddaljenost zaslona od odprtine ter  $\lambda$  valovna dolžina svetlobe. V grobem velja, da lahko Fraunhoferjev približek uporabimo, kadar je  $F < 1$  in je odstopanje faze od ravnega vala znotraj odprtine majhno. Sicer moramo uklon obravnavati v Fresnelovem približku ali celo v polni obliki.



Slika 1.6: Značilna uklonska slika odprtine v Fraunhoferjevem (a) in Fresnelovem režimu (b)

**Naloga 1.7.2** Pokaži, da je v Fraunhoferjevi uklonski sliki uklon na okrogli odprtini podan z

$$I_P = I_0 \frac{4J_1(kap/z)}{kap/z}, \quad (1.63)$$

kjer je  $a$  polmer odprtine,  $J_1(x)$  je Besslova funkcija in  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

## 1.8 EM valovanje v anizotropnih snoveh

Do zdaj smo obravnavali elektromagnetno valovanje v izotropnih snoveh, v katerih je dielektričnost skalar in hitrost valovanja neodvisna od njegove smeri. Na splošno so snovi anizotropne, dielektričnost je tenzor, hitrost potovanja svetlobe skozi snov pa je odvisna od smeri širjenja in od polarizacije valovanja.

Gostoto električnega polja v anizotropni snovi zapišemo kot

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \underline{\epsilon} \cdot \mathbf{E} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \mathbf{E}, \quad (1.64)$$

kjer je  $\underline{\epsilon}$  tenzor drugega ranga in ima na splošno devet komponent.

V dielektričnih snoveh, v katerih ne pride do optične aktivnosti ali absorpcije, je tenzor realen in simetričen  $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}^*$ . Tak tenzor lahko vedno diagonaliziramo, torej poiščemo koordinatni sistem, v katerem je diagonalen. V takem koordinatnem sistemu velja

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix} \mathbf{E} \quad (1.65)$$

in

$$\begin{aligned} D_1 &= \epsilon_0 \epsilon_1 E_1, \\ D_2 &= \epsilon_0 \epsilon_2 E_2, \\ D_3 &= \epsilon_0 \epsilon_3 E_3. \end{aligned} \quad (1.66)$$

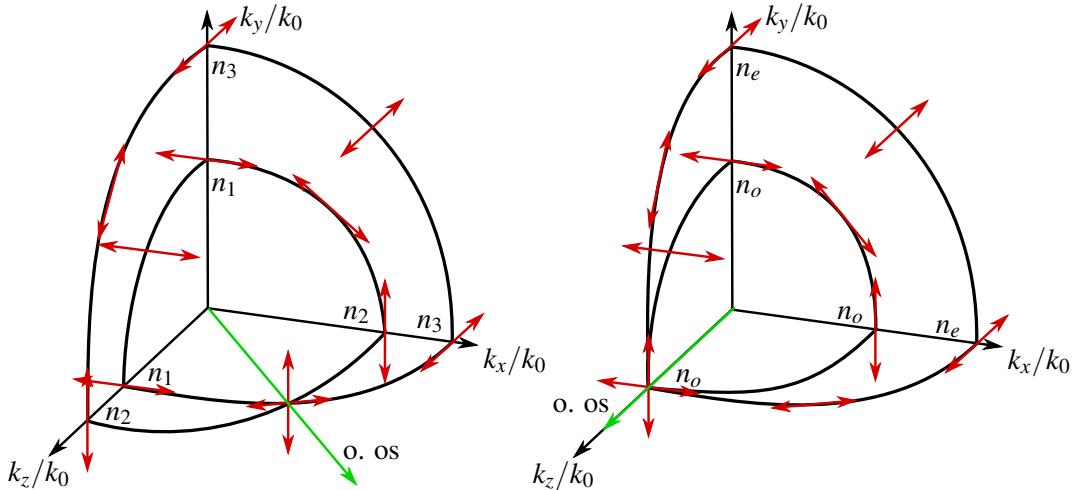
Glavne osi novega koordinatnega sistema določajo smeri, vzdolž katerih sta jakost in gostota električnega polja vzporedni, iz lastnih vrednosti pa izračunamo tri lomni količnike  $n_i = \sqrt{\epsilon_i}$ . Snovi, za katere so vse tri vrednosti  $n_i$  različne, imenujemo optično dvoosne snovi, medtem ko sta v optično enoosnih snoveh dve lastni vrednosti enaki  $n_1 = n_2$ . Če so enake vse tri lastne vrednosti, je snov izotropna.

### Ploskev valovnega vektorja

V anizotropnih snoveh je lomni količnik odvisen od smeri širjenja svetlobe in izkaže se, da tudi od njene polarizacije. Poglejmo najprej preprost primer, ko se svetloba širi vzdolž lastne osi, naj bo to os  $z$ . Če je vpadno valovanje polarizirano vzdolž lastne osi  $x$ , se pri prehodu skozi kristal polarizacija valovanja ohrani, lomni količnik za tak val je  $n_1$ . Podobno velja za val, polariziran v smeri  $y$ , za katerega je lomni količnik enak  $n_2$ . Če polarizacija valovanja, ki se širi vzdolž lastne osi  $z$ , ne sovpada z lastnima osema  $x$  ali  $y$ , nastane po prehodu skozi kristal iz vpadnega linearno polariziranega valovanja na splošno eliptično valovanje. Lastni komponenti namreč potujeta različno hitro, zato pride med njima do faznega zamika.

Za poljubno smer širjenja valovanja in poljubno polarizacijo je račun razmeroma zapleten. Formalen pristop izhaja iz valovne enačbe (enačba 1.13), v kateri moramo upoštevati tudi električno polarizacijo  $\mathbf{P} = \epsilon_0 (\underline{\epsilon} - I) \mathbf{E}$ . Iz nje sledi sistem enačb za komponente valovnega vektorja in električne poljske jakosti.

Rešitev tega sistema najbolj nazorno predstavimo s ploskvijo valovnega vektorja, ki je sklenjena dvolistna ploskev (slika 1.7). Dvolistnost ploskve vodi pri vsakem valovnem vektorju  $\mathbf{k}$  do dveh rešitev in dveh različnih lomnih količnikov, od katerih vsak ustreza eni od ortogonalnih polarizacij. Točke, v katerih se ploskev dotika sama sebe in sta lomna količnika za obe polarizacije enaka, določajo smeri optičnih osi.



Slika 1.7: Dvolistna ploskev valovnega vektorja, pri čemer zaradi nazornosti rišemo le prvi oktant. V dvoosnem kristalu (levo) sta dve optični osi. Druga os ni narisana, leži pa simetrično glede na os  $z$ . Privzeli smo, da velja  $n_1 < n_2 < n_3$ . V optično enoosnem kristalu (desno) je le ena optična os, po dogovoru je to os  $z$ . Rdeče puščice označujejo ustrezeno polarizacijo.

### Optično enoosni kristali

V optično enoosnih kristalih sta dve lastni vrednosti enaki. Lastne vrednosti izberemo tako, da velja  $n_1 = n_2 \neq n_3$ . Navadno vpeljemo nove oznake:  $n_1 = n_2 = n_o = n_{\perp}$ , ki ga imenujemo redni (*ordinary*) lomni količnik, in  $n_3 = n_e = n_{\parallel}$ , ki je izredni (*extraordinary*) lomni količnik. V eni smeri sta lomna količnika za obe polarizacije enaka in tisti smeri pravimo optična os. Po dogovoru je to os  $z$ . Hitrost valovanja, ki se širi vzdolž optične osi, je tako neodvisna od njegove polarizacije. Ker je optična os samo ena, imenujemo kristal optično enoosen.

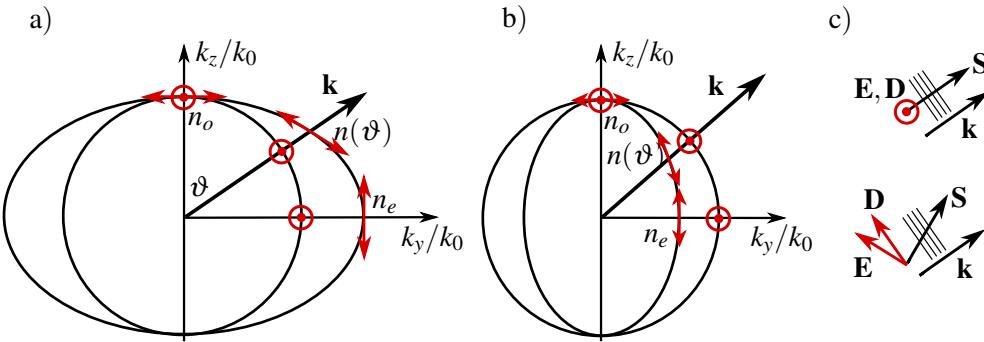
Za lažjo predstavo si oglejmo ploskev valovnega vektorja (slika 1.7, desno). V tem primeru ni treba obravnavati celotne ploskve, ampak zaradi rotacijske simetrije zadošča, da narišemo presek ploskve valovnega vektorja z ravnino, ki jo določata optična os in valovni vektor  $\mathbf{k}$  (vpadno ravnino). Pomemben je le kot  $\vartheta$  med valovnim vektorjem  $\mathbf{k}$  in optično osjo  $z$ , zato si lahko drugo koordinatno os poljubno izberemo. Tukaj izberemo os  $y$  (slika 1.8).

Za vsako smer valovnega vektorja, torej za vsak kot  $\vartheta$ , obstajata dve rešitvi, ki pripadata dvema lastnima polarizacijama z ustreznima lomnima količnikoma. Lomni količnik za žarek, ki je polariziran pravokotno na vpadno ravnino, je neodvisen od  $\vartheta$ . To je redni žarek, njegov lomni količnik pa je vedno  $n_o$ , ne glede na vpadni kot. Na skici temu žarku ustreza krožnica.

Žarek, katerega polarizacija leži v vpadni ravnini, je izredni žarek. Pripadajoč lomni količnik je odvisen od kota  $\vartheta$  in ga izračunamo iz sledeče enačbe elipse s polosema  $n_o$  in  $n_e$ :

$$\frac{1}{n^2(\vartheta)} = \frac{\cos^2 \vartheta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \vartheta}{n_e^2}. \quad (1.67)$$

Navadno sta pri ravnem valu vektorja  $\mathbf{E}$  in  $\mathbf{D}$  vzporedna, prav tako  $\mathbf{k}$  in  $\mathbf{S}$ . Žarek se širi v smeri valovnega vektorja, valovne fronte pa so pravokotne nanj. To velja tudi za redni žarek v anizotropnih snoveh. Izredni žarek pa ima, kot že ime nakazuje, "izredne" lastnosti. Vektorja  $\mathbf{E}$  in  $\mathbf{D}$  nista vzporedna, zato tudi valovni vektor  $\mathbf{k}$  ni vzporen energetskemu toku oziroma Poyntingovemu vektorju  $\mathbf{S}$  (slika 1.8 c). Smer energijskega toka, ki ni enaka smeri valovnega vektorja, določimo kot normalo na elipso pri kotu  $\vartheta$ .



Slika 1.8: V optično enoosnih kristalih je lomni količnik odvisen od smeri valovnega vektorja  $\mathbf{k}$  in polarizacije. Poznamo pozitivno anizotropne snovi, pri katerih je  $n_e > n_o$  (a) in negativno anizotropne snovi, kjer velja  $n_e < n_o$  (b). V obeh primerih je redni žarek polariziran pravokotno na vpadno ravnino. Zanj velja, da je  $\mathbf{D} \parallel \mathbf{E}$  in  $\mathbf{S} \parallel \mathbf{k}$  (c, zgornje). Polarizacija izrednega žarka leži v vpadni ravnini. Smer  $\mathbf{S}$  ni vzporedna z valovnim vektorjem  $\mathbf{k}$ , prav tako valovne fronte niso pravokotne nanjo (c, spodaj). Primer je narisani za pozitivno anizotropno snov.

## Dvojni lom

Ko vpade žarek na snov, se lomi. Hitrost valovanja – in s tem tudi kot, pod katerim se lomi – je v anizotropnih snoveh odvisna od polarizacije. Na splošno se pojavita dva lomljena žarka z različnima polarizacijama, kar da ime pojavi: dvolomnost (slika 1.9). Pri zapisu lomnega zakona (enčba 1.41) v anizotropnih snoveh moramo biti pazljivi.

Za redni val s TE polarizacijo (pravokotno na vpadno ravnino) velja navadni lomni zakon, pri čemer je lomni količnik snovi enak rednemu lomnemu količniku  $n_o$

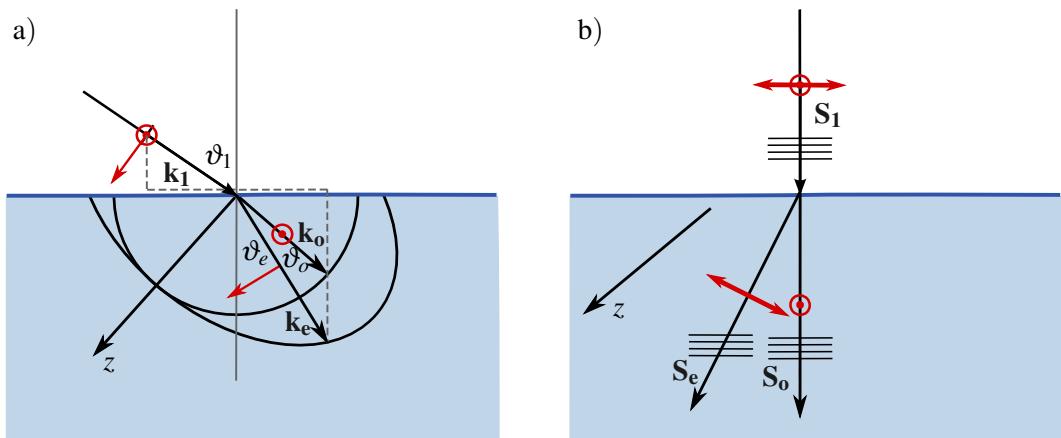
$$\sin \vartheta_1 = n_o \sin \vartheta_o. \quad (1.68)$$

Pri zapisu smo privzeli, da je lomni količnik snovi, iz katere valovanje prehaja v anizotropno snov, enak 1. Za izredni val s TM polarizacijo (električna poljska jakost leži v vpadni ravnini) prav tako zapišemo lomni zakon

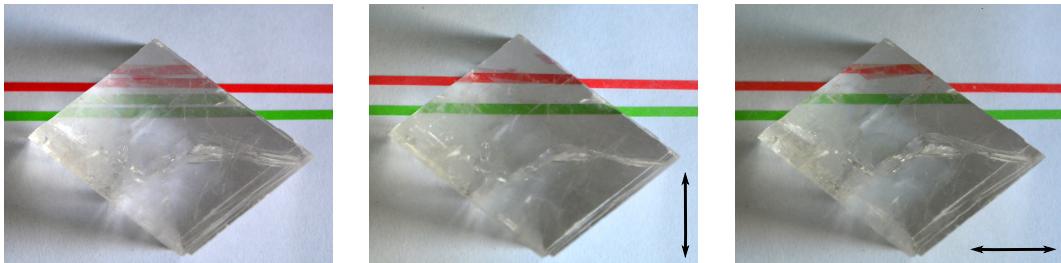
$$\sin \vartheta_1 = n(\vartheta_e) \sin \vartheta_e, \quad (1.69)$$

Ie da je lomni količnik  $n(\vartheta_e)$  odvisen od smeri širjenja valovanja in je določen z enačbo elipse (enčba 1.67).

Kadar vpada valovanje pravokotno na izotropno snov, se žarek ne lomi. V dvolomnih snoveh pa lahko tudi pri pravokotnem vpodu pride do razklona svetlobe (slika 1.9 b). Kadar je optična os nagnjena glede na vpadnico, sta valovna vektorja obih prepuščenih žarkov sicer vzporedna valovnemu vektorju vpadnega žarka ( $\mathbf{k}_1 \parallel \mathbf{k}_o \parallel \mathbf{k}_e$ ), razlikujeta pa se smeri Poyntingovih vektorjev ( $\mathbf{S}_1 \parallel \mathbf{S}_o \nparallel \mathbf{S}_e$ ). Ob prehodu skozi plast anizotropne snovi tako svetloba potuje v dveh smereh in nastaneta dve slike z medsebojno pravokotnima polarizacijama (slika 1.10).



Slika 1.9: Dvojni lom. Pri poševnem vpadu na anizotropno snov se valovanje loči na dva različno polarizirana žarka (a). Če je optična os usmerjena pod poljubnim kotom glede na normalo mejne ravnine, pride do razklona svetlobe tudi pri pravokotnem vpadu. Valovna vektorja sta tudi v tem primeru kolinearna, Poyntingova vektorja pa imata različne smeri (b).



Slika 1.10: Dvojni lom v kristalu kalcita (islandski dvolomec). Po prehodu skozi kristal nastaneta dve razmazknjeni sliki in z linearnim polarizatorjem pokažemo, da imata sliki različni polarizaciji.

Snov	$n_o$	$n_e$
CaCO <sub>3</sub> (kalcit)	1,6557	1,4849
BaTiO <sub>3</sub>	2,4042	2,3605
LiNbO <sub>3</sub>	2,2864	2,2022
KH <sub>2</sub> PO <sub>4</sub> (KDP)	1,5074	1,4669
tekoči kristal 5CB (25 °C)	1,5319	1,7060
telur ( $\lambda = 10 \mu\text{m}$ )	4,7969	6,2455

Tabela 1.1: Redni in izredni lomni količniki za nekaj izbranih optično enoosnih kristalov. Razen v primeru telurja veljajo vrednosti za svetlobo z valovno dolžino 633 nm.

## 2. Interakcija svetlobe s snovjo

V prejšnjih poglavjih smo obravnavali svetlobo v praznem prostoru. Oglejmo si zdaj osnovne procese interakcije svetlobe s snovjo. To je seveda zelo obširna tema in jo bomo obdelali le v obsegu, potrebnem za razumevanje ojačevanja svetlobe s stimulirano emisijo, kar je osnova za delovanje laserjev. Najprej bomo na kratko pogledali termodinamsko ravnovesje svetlobe v stiku s topotnim zalogovnikom, torej sevanje črnega telesa, ki zahteva kvantno obravnavo elektromagnetnega polja. Nato bomo vpeljali fenomenološki Einsteinov opis mikroskopskih procesov absorpcije, spontane in stimulirane emisije in pokazali, da ti procesi niso neodvisni. Izpeljali bomo izraze za absorpcijski koeficient in koeficient ojačenja, na koncu poglavja pa bomo nakazali še kvantomehansko izpeljavo verjetnosti za prehod atoma iz višjega energijskega stanja v nižje s sevanjem.

### 2.1 Kvantizacija elektromagnetnega polja

Ravni valovi so enostavne in zelo prikladne rešitve valovne enačbe (enačba 1.13), zato jih pogosto uporabimo za bazo, po kateri razvijemo elektromagnetno polje. Možen je razvoj po celotnem prostoru, vendar je tedaj nekoliko nerodna normalizacija baznih funkcij. Če se omejimo na le del prostora, se temu problemu izognemo. Mora pa biti izbrani del prostora dovolj velik, da končni rezultat ni odvisen od izbire njegove velikosti in oblike.

Najpreprosteje je vzeti votlino v obliki velike kocke s stranico  $L$  in idealno prevodnimi stenami. Rešitve Maxwellovih enačb (enačbe 1.1–1.4) znotraj take votline so ob upoštevanju robnih pogojev (enačbe 1.9–1.12) stoječa valovanja. Zapišemo jih v obliki

$$\begin{aligned} E_x &= E_{x0} \cos \frac{\pi l x}{L} \sin \frac{\pi m y}{L} \sin \frac{\pi n z}{L} e^{-i\omega t} \\ E_y &= E_{y0} \sin \frac{\pi l x}{L} \cos \frac{\pi m y}{L} \sin \frac{\pi n z}{L} e^{-i\omega t} \\ E_z &= E_{z0} \sin \frac{\pi l x}{L} \sin \frac{\pi m y}{L} \cos \frac{\pi n z}{L} e^{-i\omega t}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

kjer so  $l, m$  in  $n$  cela števila. Vsako stoječe valovanje je določeno z valovnim vektorjem

$$\mathbf{k} = \left( \frac{\pi l}{L}, \frac{\pi m}{L}, \frac{\pi n}{L} \right), \quad (2.2)$$

katerega velikost je povezana s frekvenco  $k = \omega/c$ . Iz Maxwellove enačbe za prazen prostor  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$  (enačba 1.3) sledi  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$ . Za vsako trojico števil  $l, m$  in  $n$  obstajata tako dve neodvisni polarizaciji.

**Naloga 2.1.1** Pokaži, da stoječe valovanje, zapisano z enačbami (2.1), reši valovno enačbo (enačba 1.13) v kocki s stranico  $L$  in zadosti robnim pogojem idealno prevodnih sten votline.

Preštejmo, koliko je lastnih valovanj v intervalu velikosti valovnega vektorja med  $k$  in  $k + dk$  – to smo na hitro naredili že pri obravnavni resonatorjev (enačba ??). Možni valovni vektorji tvorijo tridimenzionalno mrežo v prvem oktantu prostora vseh valovnih vektorjev. Razmik med dvema zaporednima mrežnima točkama v smeri ene od osi je  $\pi/L$ . Število točk v osmini krogelne lupine med  $k$  in  $k + dk$  je za dovolj velike  $l, m$  in  $n$  enako prostornini lupine, deljeni s prostornino, ki pripada posamezni mrežni točki, to je  $(\pi/L)^3$ . Upoštevati moramo še, da sta pri vsakem  $\mathbf{k}$  dovoljeni dve polarizaciji, zato

$$dN = \left(\frac{L}{\pi}\right)^3 \pi k^2 dk. \quad (2.3)$$

Zapišemo število stanj na enoto volumna

$$\frac{dN}{V} = \frac{k^2}{\pi^2} dk \quad (2.4)$$

in ga prevedemo na frekvenčno odvisnost

$$\frac{dN}{V} = \frac{8\pi v^2}{c^3} dv = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} d\omega. \quad (2.5)$$

Vpeljemo gostoto stanj  $\rho(\omega)$ , to je število valovanj na frekvenčni interval<sup>1</sup> na enoto volumna votline

$$\rho(\omega) = \frac{dN}{V d\omega} = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}. \quad (2.6)$$

Vsote po lastnih valovanjih, to je po dovoljenih vrednostih valovnega vektorja  $k$ , lahko z uporabo gostote stanj spremeni v integrale po  $k$  ali po  $\omega$

$$\sum_k \dots \Rightarrow V \int \rho(k) \dots dk = V \int \rho(\omega) \dots d\omega. \quad (2.7)$$

Označimo brezdimenzijski krajevni del rešitve (enačbe 2.1) z  $\mathbf{E}_\alpha$ , kjer  $\alpha$  označuje trojico števil  $l, m$  in  $n$  in še obe možni polarizaciji. Pripadajoče magnetno polje izračunamo z Maxwellovo enačbo (enačba 1.2)

$$\nabla \times \mathbf{E}_\alpha = i\omega_\alpha \mathbf{B}_\alpha. \quad (2.8)$$

Polja  $\mathbf{E}_\alpha$  in  $\mathbf{B}_\alpha$  tvorijo poln ortogonalen sistem, zato jih lahko uporabimo za razvoj poljubnega elektromagnetnega polja v votlini

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\sqrt{V\epsilon_0}} \sum_\alpha p_\alpha(t) \mathbf{E}_\alpha(\mathbf{r}) \quad \text{in} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = i\sqrt{\frac{\mu_0}{V}} c_0 \sum_\alpha \omega_\alpha q_\alpha(t) \mathbf{B}_\alpha(\mathbf{r}). \quad (2.10)$$

Vstavimo splošen razvoj (enačbi 2.9 in 2.10) v Maxwellove enačbe (enačbi 1.1 in 1.2), upoštevamo zvezo (enačba 2.8) in njej analogno za rotor magnetnega polja. Sledi

$$p_\alpha = \dot{q}_\alpha \quad \text{in} \quad \omega_\alpha^2 q_\alpha = -\dot{p}_\alpha, \quad (2.11)$$

od koder sledi še

$$\ddot{p}_\alpha + \omega_\alpha^2 p_\alpha = 0. \quad (2.12)$$

Ta enačba da seveda pričakovano časovno odvisnost oblike  $e^{-i\omega_\alpha t}$ .

---

<sup>1</sup>V tem poglavju bomo ohlapno uporabljali besedo frekvenca tudi za krožno frekvenco. Iz zapisa bo vedno jasno, za katero frekvenco gre.

**Naloga 2.1.2** Uporabi razvoj polja (enačbi 2.9 in 2.10) in iz Maxwellovih enačb izpelji enačbo (2.12).

Z upoštevanjem razvoja (enačbi 2.9 in 2.10) in ob ustreznri normalizaciji zapišemo energijo polja – Hamiltonovo funkcijo<sup>2</sup>

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int (\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0}) dV = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} (p_{\alpha}^2 + \omega_{\alpha}^2 q_{\alpha}^2). \quad (2.13)$$

Gornji zapis (enačbi 2.12 in 2.13) kaže, da lahko elektromagnetno polje v votlini obravnavamo kot sistem neodvisnih harmonskih oscilatorjev. Pri tem se koeficienti razvoja  $p_{\alpha}$  in  $q_{\alpha}$  obnašajo kot gibalne količine in koordinate.

Prehod v kvantno mehaniko dosežemo tako, da klasičnim spremenljivkam gibalne količine in koordinate priredimo operatorje  $\hat{p}_{\alpha}$  in  $\hat{q}_{\alpha}$ , ki morajo zadoščati komutacijskim pravilom

$$[\hat{q}_{\alpha}, \hat{p}_{\beta}] = i\hbar \delta_{\alpha, \beta}. \quad (2.14)$$

Iz kvantne mehanike vemo, da so lastne vrednosti energije harmonskega oscilatorja, opisanega s Hamiltonovo funkcijo (enačba 2.13), diskretne. Njihove vrednosti so enake

$$W_{n, \alpha} = \hbar \omega_{\alpha} (n_{\alpha} + \frac{1}{2}), \quad n_{\alpha} = 0, 1, 2 \dots \quad (2.15)$$

**Razliki energije harmonskega oscilatorja, če se  $n_{\alpha}$  spremeni za 1, pravimo foton.** Energija fotona je tako enaka  $\hbar \omega$ ,  $n$  pa predstavlja število fotonov z dano energijo.

Celotno energijo kvantiziranega elektromagnetnega polja v votlini izračunamo tako, da seštejemo prispevke vseh možnih stanj

$$W = \sum_{\alpha} \hbar \omega_{\alpha} n_{\alpha}, \quad (2.16)$$

pri čemer smo izpustili ničelno energijo. Izpuščali jo bomo tudi v nadaljevanju, saj je to energija osnovnega stanja, ki se ne more sprostiti.

 Vidna svetloba z valovno dolžino 500 nm ima frekvenco  $v = 6 \cdot 10^{14}$  Hz. Ustrezena energija fotona je  $W = 4 \cdot 10^{-19}$  J oziroma  $W = 2,5$  eV.

## 2.2 Sevanje črnega telesa

Obravnavajmo sevanje v votlini, ki je v toplotnem ravovesju s stenami s temperaturo  $T$ . Iz statistične fizike vemo, da verjetnost  $P$ , da je v izbranem stanju votline  $\alpha$  število fotonov enako  $n_{\alpha}$ , zapišemo z Boltzmannovo porazdelitvijo

$$P(n_{\alpha}) = \frac{e^{-W_{n\alpha}/k_B T}}{\sum_{\alpha} e^{-W_{n\alpha}/k_B T}} = \frac{e^{-\beta \hbar \omega_{\alpha} n_{\alpha}}}{\sum_{\alpha} e^{-\beta \hbar \omega_{\alpha} n_{\alpha}}} = e^{-\beta \hbar \omega_{\alpha} n_{\alpha}} (1 - e^{-\beta \hbar \omega_{\alpha}}), \quad (2.17)$$

pri čemer  $\beta = 1/k_B T$  in  $k_B$  Boltzmannova konstanta.

<sup>2</sup>Irski matematik Sir William Rowan Hamilton, 1805–1865.

Povprečno število fotonov v stanju  $\alpha$  je potem

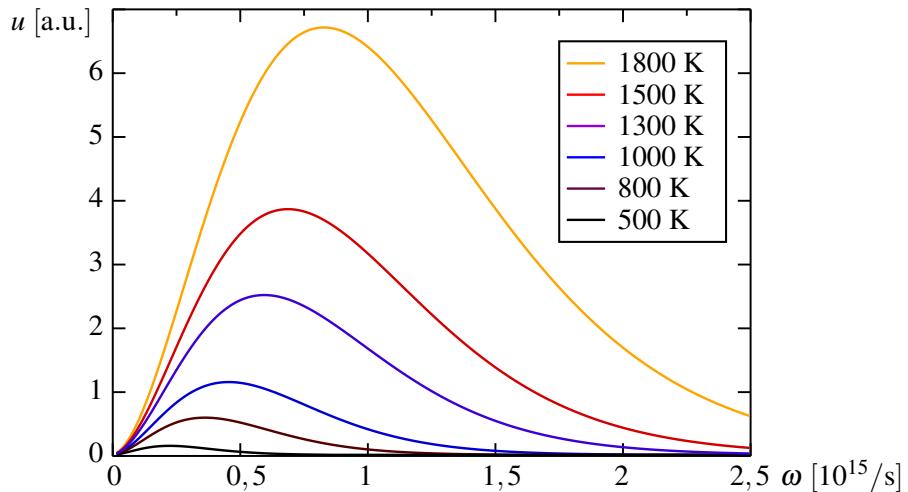
$$\langle n_\alpha \rangle = \sum_\alpha n_\alpha P(n_\alpha) = \frac{1}{e^{\beta \hbar \omega_\alpha} - 1}. \quad (2.18)$$

Povprečno energijo posameznega stanja zapišemo kot produkt energije tega stanja in povprečnega števila fotonov v tem stanju

$$\langle W_\alpha \rangle = \hbar \omega_\alpha \langle n_\alpha \rangle = \frac{\hbar \omega_\alpha}{e^{\beta \hbar \omega_\alpha} - 1}. \quad (2.19)$$

Ravnovesno gostoto energije elektromagnetskoga polja v votlini na frekvenčni interval izračunamo tako, da povprečno energijo posameznega stanja pomnožimo z gostoto stanj  $\rho(\omega)$  (enačba 2.6). Dobimo znano formulo za energijo na enoto volumna na enoto frekvence, to je Planckov zakon<sup>3</sup>. Planckov zakon opiše spektralno gostoto energije svetlobe  $u$ , izsevane iz črnega telesa, ki je v topotnem ravovesju z okolico s temperaturo  $T$

$$u(\omega) = \hbar \omega \langle n \rangle \rho(\omega) = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{\beta \hbar \omega} - 1}. \quad (2.20)$$



Slika 2.1: Planckov spekter za sevanje črnega telesa pri različnih temperaturah

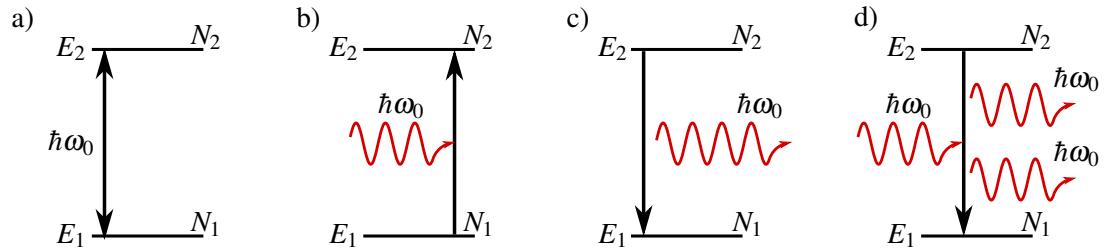
### 2.3 Absorpcija, spontano in stimulirano sevanje

Oglejmo si osnovne procese interakcije svetlobe s snovjo. Naj bo v votlini poleg elektromagnetskoga polja še  $N$  atomov, ki se med seboj ne motijo. Za začetek naj bodo atomi prav enostavnii: imajo naj le dve energijski stanji z energijama  $E_1$  in  $E_2$  (slika 2.2 a). Stanje  $E_2$  naj ima višjo energijo od  $E_1$ , razlika med njima pa naj bo

$$E_2 - E_1 = \hbar \omega_0. \quad (2.21)$$

Zaradi interakcije s poljem pri frekvenci prehoda  $\omega_0$  atomi prehajajo iz nižjega stanja v višje in obratno. Prehajanje med obema stanjema opisujejo trije procesi: absorpcija, spontano sevanje in stimulirano sevanje.

<sup>3</sup>Nemški fizik in nobelovec Max Karl Ernst Ludwig Planck, 1858–1947.



Slika 2.2: Shema energijskih nivojev dvonivojskega atoma (a) in treh vrst prehodov med njima: absorpcija (b), spontano sevanje (c) in stimulirano sevanje (d).

### Absorpcija fotona

Absorpcija fotona je prehod, pri katerem se foton z ustrezeno energijo absorbira, atom pa preide iz nižjega energijskega stanja v višje (slika 2.2 b). Verjetnost za prehod na časovno enoto, ki jo označimo z  $r_{12}$ , je sorazmerna spektralni gostoti energije polja  $u(\omega)$ , to je energiji na enoto volumna in frekvenčni interval, pri frekvenci prehoda  $\omega_0$ . Sorazmernostni koeficient označimo z  $B_{12}$  in zapišemo

$$r_{12} = B_{12}u(\omega_0). \quad (2.22)$$

To je enostavno razumeti. Več kot je fotonov v votlini pri frekvenci, ki je v bližini frekvence prehoda, več fotonov se lahko absorbira in večja je verjetnost za prehod atoma v višje stanje. Pri absorpciji se seveda število fotonov v enem od stanj polja pri frekvenci  $\omega_0$  zmanjša za ena.

### Spontano sevanje

Atom v vzbujenem stanju ni stabilen, temveč prej ali slej spontano preide v nižje stanje. Temu pojavu pravimo spontano sevanje ali spontana emisija (slika 2.2 c).

Pri spontanem sevanju je foton izsevan v katerokoli stanje polja v bližini frekvence prehoda. Smer izsevane svetlobe je poljubna, v odsotnosti zunanjega polja pa je poljubna tudi polarizacija izsevane svetlobe. Verjetnost za prehod na časovno enoto označimo z  $A_{21}$ . Za dovoljene prehode je vrednost  $A_{21} \sim 10^6\text{--}10^8/\text{s}$ , za prepovedane pa okoli  $\sim 10^4/\text{s}$ . Karakteristični (naravni) razpadni čas gornjega stanja vpeljemo kot  $\tau = 1/A_{21}$ .

Zaradi končnega življenjskega časa ima vzbujeno stanje končno spektralno širino. Če ni Dopplerjeve razširitve, je atomska spektralna črta najpogosteje kar Lorentzove oblike z vrhom pri  $\omega_0$  (enačba ??)

$$g(\omega - \omega_0) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2}. \quad (2.23)$$

Funkcija  $g(\omega)$  je normirana

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) d\omega = 1, \quad (2.24)$$

za grobe ocene pa se funkcijo  $g$  pogosto nadomesti s pravokotnikom širine  $2\gamma$  in višine  $1/2\gamma$ .

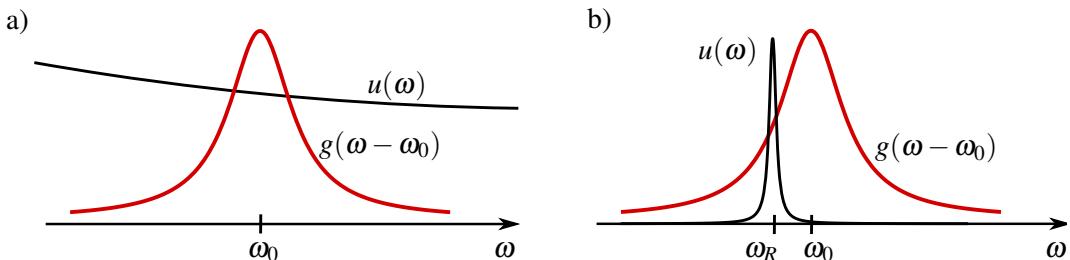
### Stimulirano sevanje

Tretji pojav je prehod atoma iz višjega stanja v nižje zaradi interakcije s poljem. Temu procesu pravimo stimulirano sevanje ali stimulirana emisija. Tudi verjetnost za stimuliran prehod na časovno enoto  $r_{21}$  je sorazmerna s spektralno gostoto energije polja pri frekvenci prehoda  $\omega_0$

$$r_{21} = B_{21}u(\omega_0). \quad (2.25)$$

V tem primeru smo sorazmernostni koeficient označili z  $B_{21}$ . Kadar pride do stimuliranega sevanja, se število atomov v vzbujenem stanju zmanjša, število fotonov v stanju, ki je prehod povzročilo, pa se poveča. Izsevana svetloba ima enako fazo, frekvenco, polarizacijo in smer potovanja kot vpadna. Tipične vrednosti parametra so  $B_{21} \sim 10^{16}\text{--}10^{20} \text{ m}^3/\text{Js}^2$ .

Pomudimo se še nekoliko pri izrazih za absorpcijo (enačba 2.22) in za stimulirano emisijo (enačba 2.25). Zapisani enačbi veljata le, kadar je spektralna gostota elektromagnetnega polja  $u(\omega)$  preko celotne spektralne širine prehoda približno konstantna (slika 2.3 a). To je gotovo res, če obravnavamo sevanje v votlini, ki je v termičnem ravnovesju z okolico (črno telo).



Slika 2.3: Pri izračunu verjetnosti za absorpcijo in stimulirano emisijo je pomembna oblika spektralne gostote elektromagnetnega polja  $u(\omega)$ . V prvem primeru je bistveno širša (a), v drugem pa bistveno ožja (b) od širine atomske spektralne črte  $g(\omega - \omega_0)$ .

V splošnem primeru, ko se spekter vpadne svetlobe spreminja v območju atomske spektralne črte, moramo seštevati prispevke po ozkih frekvenčnih intervalih

$$r_{12} = B_{12} \int g(\omega - \omega_0) u(\omega) d\omega. \quad (2.26)$$

Gornji zapis preverimo na primeru spektra črnega telesa, ki se ne spreminja dosti v območju prehoda. Takrat  $u(\omega_0)$  postavimo pred integral in po pričakovovanju dobimo znano zvezo (enačba 2.22).

Če pa na atome svetimo s svetobo s spektrom, ki je ozek v primerjavi s spektralno širino prehoda (na primer iz laserskega resonatorja), je verjetnost za prehod odvisna tudi od tega, kako blizu osrednje frekvence prehoda je frekvanca vpadne svetlobe (slika 2.3 b). Naj bo  $w_R$  gostota energije skoraj monokromatske vpadne svetlobe s frekvenco  $\omega_R$ . Verjetnost za absorpcijo na časovno enoto je potem

$$r_{12} = B_{12}g(\omega_R - \omega_0) w_R. \quad (2.27)$$

Koeficiente  $A_{21}$ ,  $B_{12}$  in  $B_{21}$ , s katerimi smo opisali spontano sevanje, absorpcijo in stimulirano emisijo, je prvi vpeljal Einstein<sup>4</sup>, zato jih imenujemo tudi Einsteinovi koeficienti. Poglejmo si jih podrobnejše.

<sup>4</sup>Nemški fizik in nobelovec Albert Einstein, 1879–1955.

### Einsteinovi koeficienti

Zasedenost stanj določa število atomov v določenem stanju. Ker zaenkrat obravnavamo preproste modele atomov z zgolj dvema stanjema, zapišemo samo dve zasedenosti. Naj bo  $N_1$  zasedenost nižjega stanja,  $N_2$  zasedenost višjega stanja, skupno število atomov pa  $N_1 + N_2 = N$ . V prisotnosti svetlobe se število atomov v spodnjem in zgornjem stanju lahko spreminja, skupno število pa se ohranja.

Obravnavajmo termično ravnovesje, ko je spekter svetlobe bistveno širši od širine atomskega prehoda (slika 2.3 a), tako da lahko za zapis verjetnosti za prehod uporabimo enačbi (2.22) in (2.25). Zasedenost višjega nivoja se zmanjšuje zaradi spontanih in stimuliranih prehodov v nižje stanje, povečuje pa se zaradi absorpcije. To zapišemo z enačbo

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2 - r_{21}N_2 + r_{12}N_1 = -A_{21}N_2 - B_{21}u(\omega_0)N_2 + B_{12}u(\omega_0)N_1. \quad (2.28)$$

Zaradi ohranitve skupnega števila atomov velja

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_2}{dt}. \quad (2.29)$$

V termičnem ravnovesju sta zasedenosti konstantni, tako da lahko zapišemo

$$\frac{dN_1}{dt} = A_{21}N_2 + B_{21}u(\omega_0)N_2 - B_{12}u(\omega_0)N_1 = 0. \quad (2.30)$$

Vemo tudi, da v termičnem ravnovesju za zasedenosti  $N_1$  in  $N_2$  velja Boltzmannova porazdelitev

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\beta(E_2 - E_1)} = e^{-\beta\hbar\omega_0}, \quad (2.31)$$

kjer je  $\beta = 1/k_B T$ . Izrazimo spekralno gostoto  $u(\omega_0)$  iz enačbe (2.30)

$$u(\omega_0) = \frac{A_{21}}{B_{12}\frac{N_1}{N_2} - B_{21}} \quad (2.32)$$

in z uporabo enačbe (2.31) dobimo

$$u(\omega_0) = \frac{A_{21}/B_{12}}{e^{\beta\hbar\omega_0} - B_{21}/B_{12}}. \quad (2.33)$$

Po drugi strani vemo, da je v termičnem ravnovesju spekralna gostota energije sevanja  $u(\omega_0)$  enaka termični Planckovi gostoti  $u(\omega_0)$  (enačba 2.20). Iz primerjave obeh zapisov ugotovimo, da morata biti koeficienta  $B_{21}$  in  $B_{12}$  enaka in določimo zvezo med koeficientoma  $A_{21}$  in  $B_{12}$

$$A_{21} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} B_{12} \quad \text{in} \quad B_{12} = B_{21}. \quad (2.34)$$

Koeficient pred  $B_{12}$  v prvi enačbi je ravno enak gostoti stanj elektromagnetnega polja  $\rho(\omega)$  (enačba 2.6), pomnoženi z energijo fotona  $\hbar\omega$ . Videli bomo, da to ni slučaj, saj to izhaja iz verjetnosti za prehod v kvantni elektrodinamiki (poglavlje 2.10). Pozoren bralec je lahko tudi opazil, da je z enačbo (2.33), ki smo jo dobili le z uporabo Boltzmannove porazdelitve za atome, že določena oblika Planckove formule, ne da bi kar koli rekli o fotonih.

 Zveza  $B_{12} = B_{21}$  velja le v primeru nedegeneriranih stanj. V realnih sistemih so stanja pogosto degenerirana in je treba gornje enačbe ustrezno popraviti

$$\frac{B_{21}}{B_{12}} = \frac{g_1}{g_2}, \quad (2.35)$$

pri čemer  $g_1$  in  $g_2$  označujeta degeneriranost stanj.

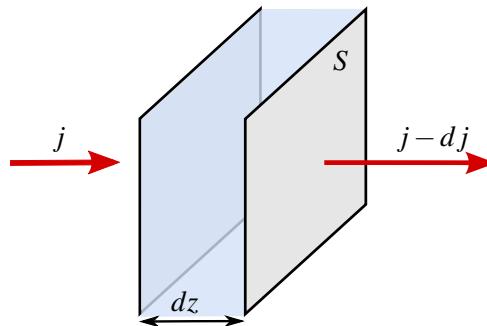
## 2.4 Absorpcijski koeficient

Naj na izbran volumen plina vpada snop svetlobe s frekvenco  $\omega$ , ki je blizu frekvence atomskega prehoda  $\omega_0$ . Gostota vpadnega energijskega toka je  $j = w_\omega c$  (enačba 1.32), pri čemer je  $w_\omega$  gostota energije. Obravnavajmo primer, ko je spekter vpadnega snopa ozek v primerjavi s širino atomskega prehoda (slika 2.3 b). V tej obliki je zapis enačb sicer bolj zapleten, a hkrati bolj priročen pozneje pri obravnavi laserja. Privzemimo še, da je stanje stacionarno.

Ko svetlobni snop vpade na plast plina debeline  $dz$ , se gostota energijskega toka zmanjša zaradi absorpcije in hkrati poveča zaradi stimulirane emisije (slika 2.4). Spontano sevanje, ki je seveda tudi prisotno, lahko zanemarimo, saj je svetloba izsevana na vse strani enakomerno in le majhen del je izsevan v smeri snopa. Sprememba energije snopa v časovni enoti je enaka razlike med številom absorpcij in stimuliranih prehodov v tem času, pomnoženih z energijo fotona<sup>5</sup>

$$dP = r_{12} \frac{(N_2 - N_1)}{V} S dz \hbar \omega = \frac{(N_2 - N_1)}{V} B_{21} g w_\omega \hbar \omega S dz, \quad (2.36)$$

pri čemer smo verjetnost za prehod izrazili iz enačbe (2.27).



Slika 2.4: K absorpciji svetlobe v plasti atomov

S  $S$  smo označili presek snopa, z  $V$  pa volumen plina. Sledi

$$dj = \frac{(N_2 - N_1)}{V} B_{21} g \hbar \omega \frac{j}{c} dz. \quad (2.37)$$

Priročno je vpeljati presek za absorpcijo

$$\sigma(\omega) = \frac{B_{21} g \hbar \omega}{c}. \quad (2.38)$$

Z njim se izraz (2.37) poenostavi v

$$\frac{dj}{dz} = \frac{\Delta N}{V} \sigma(\omega) j, \quad (2.39)$$

kjer  $\Delta N$  označuje  $N_2 - N_1$ . Navadno obravnavamo pline, ki so blizu termičnega ravnovesja. V tem primeru je  $N_2 < N_1$  in  $dj$  negativen, zato pride do absorpcije svetlobe z absorpcijskim koeficientom  $\mu$ . Zapišemo

$$\frac{dj}{j} = -\mu dz \quad (2.40)$$

<sup>5</sup>Zaradi preglednosti tukaj pišemo obliko atomske spektralne črte kot  $g$ , pri čemer je to vrednost Lorentzove krivulje z osrednjo frekvenco  $\omega_0$  pri  $\omega$ , torej  $g(\omega - \omega_0)$ .

in

$$\mu(\omega) = \frac{\Delta N}{V} \sigma(\omega) = \frac{\Delta N}{V} B_{21} g \frac{\hbar\omega}{c}. \quad (2.41)$$

Tako smo makroskopski koeficient absorpcije svetlobe v plinu atomov povezali z Einsteinovim koeficientom  $B_{21}$ . Povejmo še, da so tipične velikosti presekov za absorpcijo  $\sigma \sim 10^{-24} - 10^{-16} \text{ m}^2$ .

 Energija se pri absorpciji v plinu dvonivojskih atomov seveda ne izgublja. Atom, ki je prešel v vzbujeno stanje, se s spontano emisijo vrne nazaj v osnovno, svetloba pa se izseva na vse strani – se siplje.

## 2.5 Nasičenje absorpcije

Čeprav je videti izraz za zmanjševanje gostote svetlobnega toka pri prehodu skozi absorbirajoči plin (enačba 2.40) preprost, ga ni mogoče enostavno integrirati, saj je absorpcijski koeficient  $\mu$  odvisen od gostote energijskega toka. Pri dovolj velikem svetlobnem toku namreč z absorpcijo znaten delež atomov preide v višje stanje, zato se zmanjša razlika  $\Delta N$  in posledično se zmanjša tudi absorpcijski koeficient  $\mu$ . Takrat se absorpcija v plinu nasiti in pojavu pravimo nasičenje absorpcije.

Naj na plin vpada snop monokromatske svetlobe. Atomi v plinu prehajajo med nivojem zaraди absorpcije, spontane in stimulirane emisije. Podobno kot smo zapisali termično ravnovesje v primeru širokega spektra (enačba 2.30), zapišemo stacionarno enačbo

$$\frac{dN_1}{dt} = A_{21}N_2 + B_{21} g \Delta N \frac{j}{c} = 0, \quad (2.42)$$

pri čemer smo za verjetnost za prehod uporabili enačbo (2.27) in upoštevali  $w = j/c$ . Zasedenost višjega stanja  $N_2$  lahko izrazimo s celotnim številom atomov  $N$  in razliko zasedenosti  $\Delta N$

$$N_2 = \frac{1}{2}(N_1 + N_2) + \frac{1}{2}(N_2 - N_1) = \frac{1}{2}N + \frac{1}{2}\Delta N. \quad (2.43)$$

S tem lahko izračunamo razliko zasedenosti

$$\Delta N = -\frac{N}{1 + 2\frac{B_{21}g}{cA}j}. \quad (2.44)$$

Pri majhni gostoti toka  $j$  so praktično vsi atomi v osnovnem stanju in prispevajo k absorpciji. Pri velikih gostotah toka pa imenovalec gornjega izraza močno naraste, razlika zasedenosti gre proti nič in absorpcija se zmanjšuje. Ko drugi člen v imenovalcu (enačba 2.44) doseže vrednost 1, pravimo, da gostota energijskega toka doseže vrednost saturacijske gostote. Zapišemo jo kot

$$j_s(\omega) = \frac{cA_{21}}{2B_{21}g} = \frac{\hbar\omega^3}{2\pi^2 c^2 g}, \quad (2.45)$$

pri čemer smo upoštevali zvezo med koeficientoma  $A_{21}$  in  $B_{21}$  (enačba 2.34). Kot vidimo, je saturacijska gostota odvisna le od krožne frekvence vpadnega valovanja in vrednosti  $g(\omega - \omega_0)$ , ki je približno obratna vrednost širine atomskega prehoda. Za črto z valovno dolžino 600 nm in širino  $10^8 \text{ s}^{-1}$  znaša saturacijska gostota svetlobnega toka okoli  $20 \text{ mW/cm}^2$ . Tako veliko gostoto svetlobnega toka je v tako ozkem frekvenčnem intervalu z navadnimi svetili praktično nemogoče doseči, medtem ko jo z laserji z lakkoto.

Izraz za razliko zasedenosti stanj zapišemo v preglednejši obliki

$$\Delta N = -\frac{N}{1 + j/j_s(\omega)}. \quad (2.46)$$

Vstavimo gornji izraz v enačbo za zmanjševanje gostote toka (enačba 2.39) in dobimo

$$dj = -\frac{\mu_0}{1 + j/j_s} j dz, \quad (2.47)$$

kjer je

$$\mu_0 = \frac{N}{V} \sigma = \frac{N B_{21} g \hbar \omega}{V c} \quad (2.48)$$

absorpcijski koeficient pri majhnih gostotah vpadnega toka.

Eračbo (2.47) brez težav integriramo

$$\ln \frac{j}{j_0} + \frac{j - j_0}{j_s} = -\mu_0 z, \quad (2.49)$$

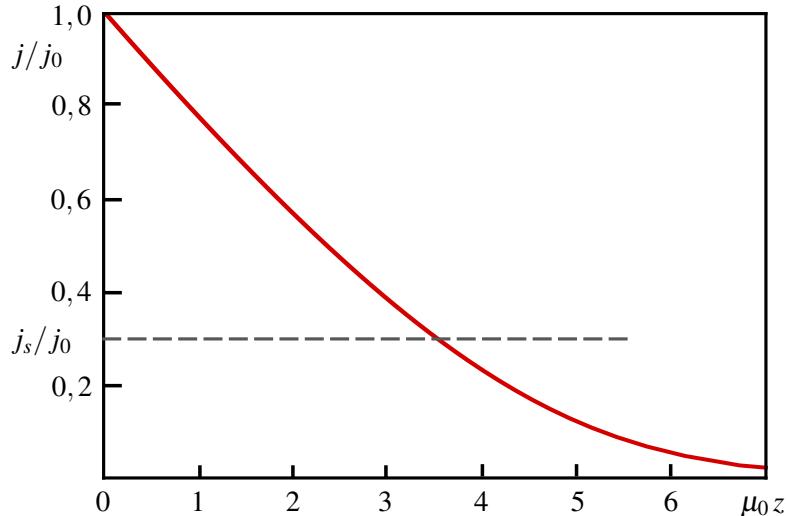
kjer smo z  $j_0$  označili začetno gostoto svetlobnega toka. Kadar je ta dosti manjša od  $j_s$ , lahko drugi člen v gornji eračbi zanemarimo in gostota svetlobnega toka eksponentno pojema

$$j = j_0 e^{-\mu_0 z}. \quad (2.50)$$

Pri zelo velikih vpadnih gostotah, ko pride do nasičenja absorpcije, lahko prvi člen v izrazu zanemarimo in pride do linearnega zmanjševanja gostote svetlobnega toka

$$j = j_0 - \mu_0 j_s z. \quad (2.51)$$

V primeru močnega vpadnega toka je zasedenost osnovnega in vzbujenega nivoja skoraj enaka in absorpcija je omejena s tem, kako hitro se lahko atomi vrčajo v osnovno stanje preko spontanega sevanja.



Slika 2.5: Pojemanje gostote svetlobnega toka v absorbirajočem plinu (enačba 2.49)

## 2.6 Optično ojačevanje

V prejšnjih razdelkih smo obravnavali prehod svetlobe skozi dvonivojski plin. V termičnem ravnovesju je zgornji nivo manj zaseden od spodnjega in v plinu pride do absorpcije svetlobe. Če pa nekako dosežemo stanje obrnjene zasedenosti, za katerega velja  $N_2 > N_1$ , se snop svetlobe pri prehodu skozi plin ojačuje. Ta pojav je osnova za delovanje laserjev.

Stanje obrnjene zasedenosti seveda ni v termičnem ravnovesju in ga je treba vzdrževati z dovajanjem energije plinu oziroma *črpanjem*. Načinov, kako dosežemo obrnjeno zasedenost s črpanjem, je veliko. Zaenkrat opišimo le nekaj osnovnih mehanizmov, podrobneje jih bomo spoznali na konkretnih primerih laserjev, ki jih bomo obravnavali v poglavju 4.

V plinih je najpogosteji način črpanja vzbujanje z električnim tokom. Elektroni, ki so glavni nosilci toka, se zaletavajo v atome ali ione plina in jih vzbujajo v višje nivoje, pri čemer lahko pride do obrnjene zasedenosti med nekim parom nivojev. Tako črpanje uporabljamo na primer v argonskem laserju.

Pogost proces v plinih je tudi prenos energije med atomi s trki. V mešanici dveh plinov, pri katerih se nek nivo enih atomov ujema po energiji z nekim nivojem drugih atomov, lahko vzbujen atom prve vrste pri trku preda energijo brez sevanja atomu druge vrste, ta pa iz osnovnega stanja preide v ustrezni višji nivo. Če je pod tem nivojem še drugo vzbujeno stanje, katerega življenjski čas je krajiš od življenjskega časa zgornjega nivoja, pride do obrnjene zasedenosti. Primer uporabe takega črpanja je He-Ne laser.

V trdnih neprevodnih kristalih sta v optičnem področju absorpcija in sevanje pri določeni valovni dolžini navadno posledica primesi. Obrnjeno zasedenost para nivojev primesi največkrat dosežemo tako, da kristal obsevamo s svetlobo s frekvenco, ki ustreza prehodu na nek nivo nad izbranim parom. Tako črpanje uporabljamo na primer v Nd:YAG in Ti:safir laserjih.

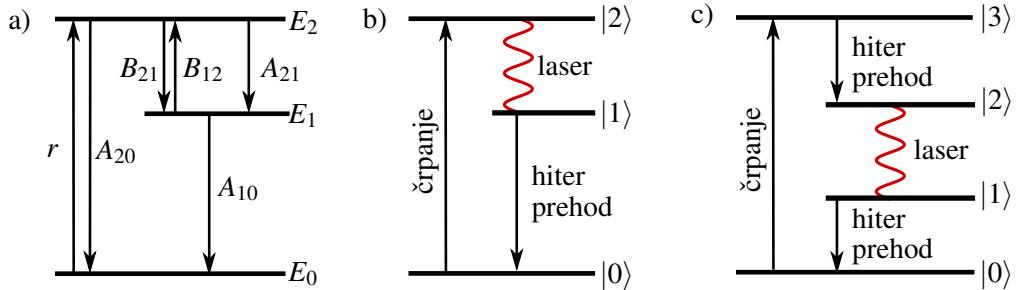
V polprevodnikih dosežemo obrnjeno zasedenost med prevodnim in valenčnim pasom z vbrizgavanjem elektronov in vrzeli v območje *p-n* stika z električnim tokom v prevodni smeri.

## 2.7 Optično črpanje trinivojskega sistema

Kot primer optičnega ojačevanja si oglejmo najpreprostnejši model optičnega črpanja. Gre za plin atomov s tremi nivoji, tako imenovani trinivojski sistem. Osnovno stanje, ki ga označimo z  $|0\rangle$ , naj ima energijo  $E_0$ . Poleg tega naj imajo atomi še dve vzbujeni stanji z energijo  $E_1$  (stanje  $|1\rangle$ ) in energijo  $E_2 > E_1$  (stanje  $|2\rangle$ ), tako da je energijska razlika med vzbujenima nivojema  $E_2 - E_1 = \hbar\omega_0$  (slika 2.6 a).

Na tak trinivojski plin svetimo s črpalko svetlobo, ki vzbuja atome iz osnovnega stanja  $|0\rangle$  v stanje  $|2\rangle$ , pri čemer je lahko spekralna gostota  $u_p$  črpalne svetlobe široka. Po plinu naj se širi še monokromatska svetloba z gostoto energije  $w$  in frekvenco  $\omega$ , ki je blizu frekvence prehoda  $\omega_0$  med stanjema  $|1\rangle$  in  $|2\rangle$ . Ugotoviti želimo, pri katerih pogojih lahko dosežemo obrnjeno zasedenost med stanjema  $|1\rangle$  in  $|2\rangle$  in s tem ojačevanje svetlobe okoli frekvence  $\omega_0$  (slika 2.6 b).

 Trinivojski laserski sistem na sliki (2.6 b) je pravzaprav poseben primer bolj realističnega štirinivojskega sistema, pri katerem gornji črpalki nivo sovpada z gornjim laserskim nivojem. Sicer se tretji vzbujeni nivo, v katerega črpalno, praviloma zelo hitro prazni v drugega vzbujenega, od tam pa počasi v prvega vzbujenega, kot kaže slika (2.6 c). Obravnavo štirinivojskih sistemov je bolj zapletena od obravnavne trinivojskih sistemov, ki pa za opis delovanja laserjev povsem zadošča. Podrobneje bomo večnivojske sisteme obravnavali na konkretnih laserskih primerih (poglavlje 4).



Slika 2.6: Shema energijskih nivojev trinivojskega sistema in oznake koeficientov za prehode med njimi (a). V plinskih laserjih je stanje obrnjene zasedenosti navadno med vzbujenima stanjema (b), pogosto pa so laserji štiri- ali večnivojski (d).

Zapišimo enačbe za spreminjanje zasedenosti posameznih stanj. Osnovno stanje  $|0\rangle$  se prazni zaradi absorpcije črpalne svetlobe in polni zaradi spontanih prehodov iz stanj  $|1\rangle$  in  $|2\rangle$ , stimulirane prehode iz stanja  $|2\rangle$  pa bomo zanemarili. Zasedenost stanja  $|2\rangle$  se povečuje zaradi absorpcije s spodnjih nivojev in zmanjšuje zaradi spontanega in stimuliranega sevanja. Srednje stanje se polni s stimuliranimi in spontanimi prehodi iz stanja  $|2\rangle$  in prazni zaradi absorpcije v  $|2\rangle$  in spontanih prehodov v  $|0\rangle$ . Pri tem velja, da je vsota vseh treh zasedenosti enaka številu vseh atomov in  $N_0 + N_1 + N_2 = N$ . Zasedbene enačbe so tako

$$\frac{dN_0}{dt} = -rN_0 + A_{20}N_2 + A_{10}N_1 \quad (2.52)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -A_{10}N_1 + B_{21}gw(N_2 - N_1) + A_{21}N_2 \quad (2.53)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = rN_0 - A_{20}N_2 - A_{21}N_2 - B_{21}gw(N_2 - N_1). \quad (2.54)$$

Pri zapisu smo predpostavili, da je  $N_0 \approx N \gg N_1, N_2$ , zato smo lahko črpanje  $B_{20} u_p(N_0 - N_2)$ , ki je praktično konstantno, zapisali s koeficientom  $r$ . Mehanizem črpanja smo tako skrili v  $r$  in prav nič ni pomembno, na kakšen način poteka. S tem smo obravnavo posplošili z optičnega črpanja na druge sisteme.

Zanima nas stacionarno stanje, ko so vsi trije časovni odvodi enaki nič. Tako iz druge enačbe sistema (enačba 2.53) sledi

$$B_{21}gwN_2 + A_{21}N_2 = B_{21}gwN_1 + A_{10}N_1 \quad (2.55)$$

in

$$N_2 = \frac{B_{21}gw + A_{10}}{B_{21}gw + A_{21}}N_1. \quad (2.56)$$

Brez škode lahko zanemarimo tudi spontano sevanje iz stanja  $|2\rangle$  v osnovno stanje. Tako iz prve enačbe sistema (enačba 2.52) dobimo

$$N_1 = \frac{rN}{A_{10}} \quad (2.57)$$

in zapišemo razliko zasedenosti kot

$$N_2 - N_1 = \left( \frac{N_2}{N_1} - 1 \right) N_1 = \frac{A_{10} - A_{21}}{A_{21} + B_{21}gw} \frac{rN}{A_{10}}. \quad (2.58)$$

Iz gornje enačbe sledi, da pride do obrnjene zasedenosti, če je  $A_{10} > A_{21}$ , torej kadar je razpadni čas stanja  $|1\rangle$  kraši od razpadnega časa stanja  $|2\rangle$ . Tak rezultat smo seveda lahko pričakovali.

V praktičnih primerih navadno velja  $A_{10} \gg A_{21}$ . Ob upoštevanju zveze  $j = wc$  povežemo razliko zasedenosti z gostoto vpadnega svetlobnega toka

$$N_2 - N_1 = \frac{rN}{A_{21}} \frac{1}{1 + \frac{B_{21}gj}{cA_{21}}} = \frac{rN}{A_{21}} \frac{1}{1 + j/j_s}. \quad (2.59)$$

Konstante smo pospravili v saturacijsko gostoto svetlobnega toka

$$j_s = \frac{cA_{21}}{B_{21}g}. \quad (2.60)$$

 Vidimo, da je izraz za saturacijsko gostoto toka v trinivojskem sistemu (enačba 2.60) zelo podoben izrazu za saturacijsko gostoto v dvonivojskem sistemu (enačba 2.45), razlikujeta se le v faktorju 2. Do te razlike pride zaradi različnega števila stanj, saj pogoj  $N_1 + N_2 = N$  v trinivojskem sistemu ne velja.

Poglejmo, kaj se zgodi s svetlobo ob vpodu na plast trinivojskega plina. Naj ima vpadna svetloba frekvenco  $\omega$  in gostoto svetlobnega toka  $j = wc$ . Račun je zelo podoben računu za absorpcijo (enačba 2.37). Sprememba gostote toka na debelini  $dz$  je enaka

$$dj = \frac{(N_2 - N_1)}{V} B_{21}g \frac{\hbar\omega}{c} j dz, \quad (2.61)$$

pri čemer gostota toka  $j$  nastopa tudi v izrazu za razliko zasedenosti (enačba 2.59). Če to upoštevamo, dobimo diferencialno enačbo za gostoto toka

$$\frac{1}{j} \left( 1 + \frac{j}{j_s} \right) dj = G dz \quad (2.62)$$

oziroma

$$dj = \frac{G}{1 + j/j_s} j dz, \quad (2.63)$$

ki je spet zelo podobna enačbi za absorpcijo (enačba 2.47). Z  $G$  smo označili t.i. koeficient ojačenja pri majhni gostoti vpadnega toka. Podan je z

$$G = \frac{N}{V} \frac{r}{A_{21}} \sigma = \frac{rNB_{21}\hbar\omega g}{VcA_{21}}, \quad (2.64)$$

pri čemer smo koeficient ojačenja izrazili s presekom za stimulirano sevanje  $\sigma$ . Rešitev diferencialne enačbe (enačba 2.63) je prikazana na sliki (2.7).

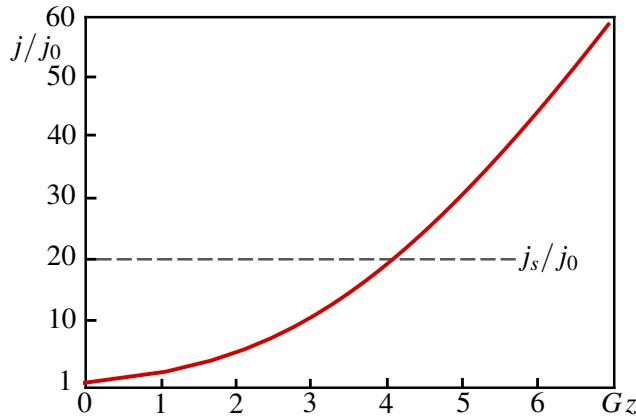
Obnašanje gostote svetlobnega toka ima, tako kot pri absorpciji, dva režima. Pri majhnih gostotah toka  $j \ll j_s$  je naraščanje eksponentno

$$j(z) = j_0 e^{Gz}. \quad (2.65)$$

Pri velikih gostotah toka pride do nasičenja in gostota svetlobnega toka narašča linearno

$$j(z) = j_0 + j_s G z. \quad (2.66)$$

V tem primeru je gostota toka tako velika, da vsi atomi, ki jih s črpanjem spravimo v najvišje stanje, preidejo v stanje  $|1\rangle$  s stimuliranim sevanjem. Pri konstantnem črpanju je tedaj linearno naraščanje gostote toka razumljivo.



Slika 2.7: Naraščanje gostote svetlobnega toka pri optičnem ojačevanju

Vrnimo se k preseku za stimulirano sevanje  $\sigma$  (enačba 2.64). Opazimo, da je enak preseku za absorpcijo (enačba 2.38) dvonivojskega sistema in tako odvisen od frekvence in sorazmeren vrednosti atomske spektralne črte pri frekvenci prehoda. Za He-Ne laser ( $\lambda = 633$  nm in  $\Delta\nu \sim 1,5$  GHz) znaša  $\sigma \sim 10^{-16}$  m<sup>2</sup>, za Nd:YAG (1064 nm in  $\Delta\nu \sim 150$  GHz) pa  $\sigma \sim 10^{-22}$  m<sup>2</sup>. Zaradi različnih presekov, različnih gostot atomov in različnih načinov črpanja se koeficienti ojačanja v večnivojskih sistemih med seboj precej razlikujejo. Tipičen koeficient ojačanja v He-Ne laserju z dolžino  $L = 0,5$  m je  $GL \sim 1,015$ , v Nd:YAG laserju z dolžino ojačevalnega sredstva  $L = 10$  cm pa  $GL \sim 50$ . Pri prvem laserju je sicer velik presek za stimulirano sevanje, vendar je gostota atomov v obrnjeni zasedenosti razmeroma majhna. V drugem primeru pa močno črpanje prevlada nad majhnim presekom in pride do velikega ojačanja.

## 2.8 Homogena in nehomogena razširitev spektralne črte

Doslej smo privzeli, da svetilo vsi atomi obravnavane snovi pri isti frekvenci  $\omega_0$  in z isto spektralno širino, ki smo jo popisali s funkcijo  $g(\omega - \omega_0)$ , z vrhom pri  $\omega_0$ . Če to velja, je razširitev spektralne črte homogena. Funkcija  $g(\omega - \omega_0)$  je v tem primeru Lorentzove oblike

$$g_L(\omega - \omega_0) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2} \quad (2.67)$$

s širino črte  $\Delta\omega_L = 2\gamma$  (glej sliko ??). Primera homogene razširitve sta naravna širina in razširitev zaradi trkov med atomi. Homogena razširitev je pogosto večja od obratne vrednosti razpadnega časa nivoja. V plinu namreč prihaja do trkov, ki lahko zmotijo le fazo sevanja, ne da bi povzročili prehod, razširijo pa spektralno črto. V trdni snovi pa homogeno razširitev brez prehoda povzročajo termična nihanja lokalnega polja.

Spektralna črta je lahko razširjena tudi zato, ker svetloba, izhajajoča iz različnih atomov, nima povsem iste frekvence. Tedaj govorimo o nehomogeni razširitvi. Najpomembnejši primer nehomogene razširitve je Dopplerjeva razširitev v plinu. Atomi plina vedno sevajo pri praktično isti frekvenci  $\omega_0$ , vendar jih zaradi gibanja opazovalec v mirujočem (laboratorijskem) sistemu v skladu z Dopplerjevim pojavom zazna pri različnih frekvencah.

Tako so opazovane frekvence posameznih atomov  $\omega$  odvisne od hitrosti v atoma glede na smer opazovanja. Zapišemo jih kot

$$\omega = \omega_0 - \frac{v}{c} \omega_0 = \omega_0 - k_0 v. \quad (2.68)$$

Označimo z  $\mathcal{N}(v)$  porazdelitev gostote atomov po hitrostih, pri čemer se omejimo le na premikanje v smeri opazovanja. V termičnem ravnovesju je  $\mathcal{N}(v)$  Maxwellova porazdelitev

$$\mathcal{N}(v) = \frac{N}{V} \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{1/2} e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}, \quad (2.69)$$

kjer je  $m$  masa posameznega atoma. Porazdelitev atomov po frekvencah izračunamo tako, da hitrost izrazimo iz enačbe (2.68), poleg tega funkcijo  $g_D(\omega - \omega_0)$  normiramo. Sledi

$$g_D(\omega - \omega_0) = \frac{c}{\omega_0} \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{mc^2}{2k_B T} \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\omega_0^2} \right). \quad (2.70)$$

Dopplerjeva razširitev v plinu je torej Gaussove oblike. Njena širina pri polovični višini<sup>6</sup> je

$$\Delta\omega_D = 2\sqrt{\frac{2k_B T \ln 2}{mc^2}} \omega_0. \quad (2.71)$$

---

**Naloga 2.8.1** Izpelji obliko nehomogeno razširjene črte za Dopplerjevo razširitev (enačba 2.70) in pokaži, da je njena širina podana z enačbo (2.71).

---

Izračunajmo Dopplerjevo razširitev na primeru He-Ne laserja. Za prehod atoma neon-a pri 632,8 nm in temperaturi 300 K je izračunana vrednost  $\Delta\omega_D = 8 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$  oziroma  $\Delta\nu = 1,4 \text{ GHz}$ . Dejanske izmerjene vrednosti širine črte za He-Ne laser znašajo okoli 1,5 GHz, kar je znatno več od naravne širine črte (1,2 MHz). Še bolj izrazite so razširitve zaradi nehomogenosti v trdninskih laserjih, na primer v Nd:YAG laserju, v katerem je širina črte  $\Delta\nu = 150 \text{ GHz}$ . Nehomogena razširitev zaradi Dopplerjevega pojava v redkem plinu ali zaradi nehomogenosti v trdih snoveh je tako kar nekaj redov velikosti večja od homogene naravne širine in razširitev zaradi trkov.



Pri nehomogenih razširitvah bi za bolj natančen izračun morali upoštevati tudi naravno širino posameznega atoma. To bi zapisali s konvolucijo Lorentzove in Gaussove funkcije in dobili tako imenovan Voigtov profil<sup>7</sup>, ki pa ga ne moremo preprosto analitično zapisati.

## 2.9 \*Nasičenje nehomogeno razširjene absorpcijske črte

V razdelku (2.5) smo obravnavali nasičenje absorpcije pri homogeno razširjenem prehodu. Pri nasičenju absorpcije, kadar prevladuje nehomogena razširitev, nastopijo pomembni novi pojavi.

Začnimo z dvonivojskim plinom, na katerega vpada močan snop monokromatske svetlobe s frekvenco  $\omega_S$ , ki je blizu osrednje frekvence  $\omega_0$  Dopplerjevo razširjene črte. S svetlobo lahko sodeluje le skupina atomov, pri kateri se Dopplerjevo premaknjena frekvanca od  $\omega_S$  ne razlikuje več kot za homogeno širino, ki jo opisuje funkcija  $g(\omega - \omega_S)$ . Zato ne moremo zapisati zasedbenih enačb za vse atome hkrati, ampak le za tiste, ki imajo hitrost med  $v$  in  $v + dv$  in ki absorbirajo svetlobo pri frekvenci  $\omega_0 - kv$ .

<sup>6</sup>Celotno širino na polovični višini imenujemo FWHM – Full width at half maximum.

<sup>7</sup>Nemški fizik Woldemar Voigt, 1850–1919.

Naj bosta  $\mathcal{N}_1(v)$  in  $\mathcal{N}_2(v)$  hitrostni porazdelitvi atomov v osnovnem in vzbujenem stanju. Gostota  $\mathcal{N}_2(v)$  se spreminja podobno kot celotna zasedenost v homogenem primeru (enačba 2.28)

$$\frac{d\mathcal{N}_2(v)}{dt} = -A\mathcal{N}_2(v) - Bg(\omega_s - \omega_0 + kv)\frac{j}{c}(\mathcal{N}_2(v) - \mathcal{N}_1(v)), \quad (2.72)$$

kjer je  $j$  gostota vpadnega svetlobnega toka. Upoštevali smo, da je zaradi Dopplerjevega pojava prehod premaknjen k frekvenci  $\omega_0 - kv$ . Velja tudi

$$\mathcal{N}_1(v) + \mathcal{N}_2(v) = \mathcal{N}(v) \quad (2.73)$$

in

$$\frac{d\mathcal{N}_2(v)}{dt} = -\frac{d\mathcal{N}_1(v)}{dt}. \quad (2.74)$$

Vpeljimo  $\mathcal{Z}(v) = \mathcal{N}_1(v) - \mathcal{N}_2(v)$ . Podobno kot v enačbi (2.43) zapišemo

$$\mathcal{N}_2(v) = \frac{1}{2}\mathcal{N}(v) - \frac{1}{2}\mathcal{Z}(v) \quad (2.75)$$

in dobimo

$$\dot{\mathcal{Z}}(v) = -A\mathcal{Z}(v) + A\mathcal{N}(v) - 2Bg(\omega_s - \omega_0 + kv)\frac{j}{c}\mathcal{Z}(v). \quad (2.76)$$

V stacionarnem stanju je

$$\mathcal{Z}(v) = \frac{\mathcal{N}(v)}{1 + \frac{2B}{Ac}g(\omega_s - \omega_0 + kv)j}. \quad (2.77)$$

Če je nasičenje majhno, lahko imenovalec razvijemo

$$\mathcal{Z}(v) \approx \mathcal{N}(v) \left( 1 - \frac{2B}{Ac}g(\omega_s - \omega_0 + kv)j \right). \quad (2.78)$$

Porazdelitev  $\mathcal{Z}(v)$  je podobna nemoteni porazdelitvi atomov po hitrosti  $\mathcal{N}(v)$ , le da je pri hitrosti  $v = (\omega_0 - \omega_s)/k$  zmanjšana zaradi vpliva vpadne svetlobe. Atomi s to hitrostjo namreč svetlobo absorbirajo in s tem prehajajo v gornje stanje. V porazdelitvi atomov tako nastane vdolbina, ki jo imenujemo Bennettova vdolbina<sup>8</sup> (slika 2.8). Širina vdolbine je določena s homogeno širino prehoda, to je s funkcijo  $g(\omega_s - \omega_0 + kv)$ , globina pa z gostoto vpadnega toka  $j$ .

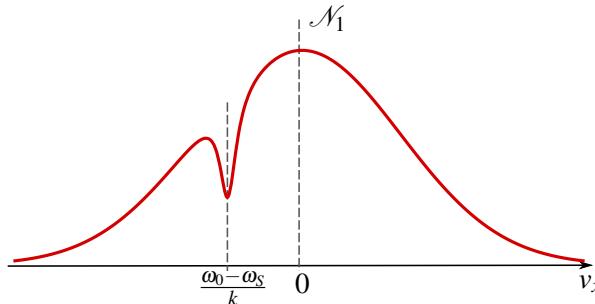
Naj na snov poleg močnega vpadnega žarka pri  $\omega_s$  vpada še šibko valovanje pri frekvenci  $\omega'$ . Izračunajmo absorpcijski koeficient za valovanje pri  $\omega'$ . Upoštevati moramo, da k absorpciji prispevajo vsi atomi, katerih hitrost je taka, da je prehod dovolj blizu  $\omega'$ . Absorpcijski koeficient potem izračunamo s seštevanjem po porazdelitvi  $\mathcal{Z}(v)$  (enačba 2.41)

$$\mu(\omega') = \frac{\hbar\omega'}{c} \int \mathcal{Z}(v) B g(\omega' - \omega_0 + k'v) dv. \quad (2.79)$$

Homogena razširitev je dosti manjša od Dopplerjeve širine, zato v prvem približku Lorentzovo funkcijo  $g$  v enačbi (2.79) nadomestimo kar z  $\delta(\omega)$ , v izrazu za  $\mathcal{Z}$  (enačba 2.77) pa jo pustimo. Tako je absorpcijski koeficient za šibko testno svetlobo

$$\begin{aligned} \mu(\omega') &= \frac{\hbar\omega'}{k'c} B \frac{\mathcal{N}(\frac{\omega_0 - \omega'}{k'})}{1 + \frac{2Bj}{Ac}g(\omega_s - \omega')} \\ &\approx \hbar B \mathcal{N} \left( \frac{\omega_0 - \omega'}{k'} \right) \left( 1 - \frac{2Bj}{Ac}g(\omega_s - \omega') \right). \end{aligned} \quad (2.80)$$

<sup>8</sup>Ameriški fizik William Ralph Bennett Jr., 1930–2008.



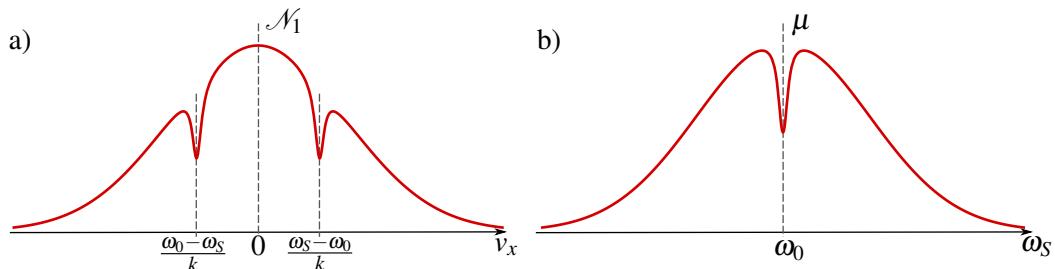
Slika 2.8: Porazdelitev atomov po hitrosti v osnovnem stanju, kjer zaradi absorbirane svetlobe nastane Bennetova vdolbina. Podobno obliko ima tudi absorpcijski koeficient.

V drugi vrstici smo uporabili približek (enačba 2.78). Vidimo, da je odvisnost  $\mu(\omega')$  Gaussove oblike z vdolbinami pri  $\omega_S$  in je tako podobna porazdelitvi, kot jo kaže slika (2.8). Odvisnost  $\mu(\omega')$  lahko tudi izmerimo, tako da spremojmo frekvenco testnega snopa  $\omega'$ .

 Merjenje absorpcije s testnim žarkom omogoča opazovanje oblike homogene črte kljub mnogo večji nehomogeni Dopplerjevi razširitvi. V moderni spektroskopiji ima zato ta metoda velik pomen.

Izračunajmo še absorpcijski koeficient za prvi, močan vpadni snop, tako da v gornjem izrazu vstavimo  $\omega' = \omega_S$ . Vodilni člen  $\mathcal{N}((\omega_0 - \omega_S)/k)$  opisuje običajno Gaussovo obliko Dopplerjevo razširjene črte, izraz v oklepaju pa da zmanjšanje absorpcije zaradi nasičenja, ki je odvisno le od vrednosti  $g(0)$  in zato enako za vse  $\omega_S$ . Z enim samim vpadnim snopom svetlobe torej vdolbine v absorpciji ne moremo zaznati, saj je izmerjena črta kljub nasičenju Gaussove oblike.

Namesto z dvema različnima snopoma, od katerih lahko šibkemu testnemu snopu spremojmo frekvenco, lahko vdolbino v porazdelitvi zaznamo tudi z enim samim snopom spremenljive frekvence, ki se po prvem prehodu skozi plin odbije od ogledala in vrne v nasprotni smeri. S tem se v porazdelitvi atomov v spodnjem stanju simetrično pri hitrostih  $\pm(\omega_0 - \omega_S)/k$  pojavit dve Bennetovi vdolbini (slika 2.9 a). Kadar je  $\omega_S$  blizu  $\omega_0$ , se vdolbini vsaj delno prekrivata, stopnja nasičenja se poveča in v krivulji za absorpcijo svetlobe se pojavi vdolbina (slika 2.9 b). Imenujemo jo Lambova vdolbina<sup>9</sup>.



Slika 2.9: Porazdelitev atomov po hitrosti v osnovnem stanju, če svetloba prehaja skozi plin v dveh smereh (a). Če frekvenca vpadne svetlobe približno sovpada s centralno frekvenco prehoda, se vdolbini prekrivata in absorpcija se zmanjša (b).

Zapišimo enačbe za ta primer. Vpadni snop svetlobe povzroči spremembo zasedenosti pri prehodu skozi plin v obeh smereh, zato je zdaj

$$\mathcal{Z}(v) \approx \mathcal{N}(v) \left( 1 - \frac{2Bj}{Ac} (g(\omega_S - \omega_0 + kv) + g(\omega_S - \omega_0 - kv)) \right). \quad (2.81)$$

<sup>9</sup>Ameriški fizik in nobelovec Willis Eugene Lamb Jr., 1913–2008.

Podobno kot prej izračunamo absorpcijski koeficient za širjenje svetlobe v pozitivni smeri

$$\begin{aligned}\mu_+(\omega_S) &= \frac{\hbar\omega}{c}B \int \mathcal{Z}(v)g(\omega_S - \omega_0 + kv) dv \\ &\approx \hbar B \mathcal{N} \left( \frac{\omega_S - \omega_0}{k} \right) \left( 1 - \frac{2Bj}{Ac} (g(0) + g(2(\omega_S - \omega_0))) \right).\end{aligned}\quad (2.82)$$

Izmerjeni absorpcijski profil je odvisen od frekvence vpadne svetlobe  $\omega_S$  in ima pri  $\omega_0$  vdolbino, ki je zopet podobna homogeno razširjeni črti. Faktor 2 v argumentu funkcije  $g(2(\omega_S - \omega_0))$  je posledica našega grobega približka, ko smo v integraciji  $g(\omega_S - \omega_0 + kv)$  nadomestili kar z  $\delta$  funkcijo. Natančnejši račun pokaže, da je vrh pri  $\omega_0$  kar oblike  $g(\omega_S - \omega_0)$ .

**Naloga 2.9.1** Pokaži, da je rezultat natančnejše izpeljave absorpcijskega koeficiente

$$\mu_+(\omega_S) = \hbar B \mathcal{N} \left( \frac{\omega_S - \omega_0}{k} \right) \left( 1 - \frac{Bj}{Ac} (g(0) + g(\omega_S - \omega_0)) \right). \quad (2.83)$$

Pri računu privzemi, da je širina Dopplerjeve porazdelitve bistveno večja od širine homogene razširitve (enačba 2.67) in Maxwellovo porazdelitev postavi pred integral.

## 2.10 \*Izpeljava verjetnosti za prehod

Verjetnosti za prehod atoma iz enega stanja v drugo s sevanjem, ki smo jih opisali s fenomenološkimi Einsteinovimi koeficienti  $A_{21}$  in  $B_{21}$  (razdelek 2.3), je mogoče izpeljati tudi drugače. Pri tem se poslužimo kvantne elektrodinamike, kar pomeni kvantno obravnavo tako atoma kot elektromagnetnega polja. Povsem strog račun je zahteven in presega okvir te knjige, zato si na kratko oglejmo le, kako pridemo do rezultata z uporabo Fermijevega zlatega pravila.

Postavimo dvonivojski atom v votlino z elektromagnetskim poljem. Izračunajmo verjetnost, da zaradi interakcije s poljem atom preide iz stanja  $|2\rangle$  v stanje  $|1\rangle$ , pri čemer se število fotonov v izbranem stanju elektromagnetnega polja  $\alpha$  poveča z  $n_\alpha$  na  $n_\alpha + 1$ . V vseh ostalih stanjih polja naj bo število fotonov enako nič.

Med atomom in poljem privzemimo električno dipolno interakcijo

$$\hat{H}_i = -e\hat{E}(\mathbf{r}, t)\hat{x}, \quad (2.84)$$

kjer je  $\hat{x}$  operator koordinate elektrona v atomu. Privzeli smo, da je nihajoče polje polarizirano v smeri osi  $x$ . Stanja celotnega sistema, to je atoma in polja, zapišemo v obliki produkta atomskih stanj in stanja elektromagnetnega polja, pri čemer moramo navesti število fotonov v vsakem nihanju votline  $\alpha$ . Zapišemo okrajšano

$$|i, n_\alpha\rangle \equiv |i\rangle |\{n_\alpha\}\rangle. \quad (2.85)$$

Začetno stanje celotnega sistema naj bo tako  $|2, n_\alpha\rangle$ , kar pomeni, da je atom v gornjem stanju (stanju 2), polje pa ima  $n_\alpha$  fotonov v enem samem stanju  $\alpha$ . Ustrezno končno stanje po prehodu je  $|1, n_\alpha + 1\rangle$ .

V prvem redu teorije motenj je verjetnost za prehod iz začetnega v končno stanje na časovno enoto, pri čemer z delta funkcijo izberemo le prehod, pri katerem se ohranja energija, enaka

$$w_{21} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle 1, n_\alpha + 1 | \hat{H}_i | 2, n_\alpha \rangle|^2 \delta(E_2 - E_1 - \hbar\omega_\alpha). \quad (2.86)$$

Operator elektromagnetnega polja lahko po enačbi (2.10) razvijemo po lastnih nihanjih votline

$$\hat{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\sqrt{V\varepsilon_0}} \sum_{\alpha} \hat{p}_{\alpha}(t) E_{\alpha}(\mathbf{r}), \quad (2.87)$$

kjer je  $\hat{p}_{\alpha}$  operator gibalne količine stanja  $\alpha$ ,  $E_{\alpha}$  pa funkcija, ki popisuje krajevno odvisnost polja. Vemo, da se vsako elektromagnetno nihanje votline obnaša kot harmonski oscilator. Zato lahko vpeljemo kreacijske in anihilacijske operatorje

$$\hat{a}_{\alpha}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_{\alpha}}} (\omega_{\alpha}\hat{q}_{\alpha} - i\hat{p}_{\alpha}) \quad \text{in} \quad (2.88)$$

$$\hat{a}_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_{\alpha}}} (\omega_{\alpha}\hat{q}_{\alpha} + i\hat{p}_{\alpha}). \quad (2.89)$$

Kreacijski operatorji povečujejo, anihilacijski pa zmanjšujejo število fotonov v danem stanju

$$\hat{a}_{\alpha}^{\dagger}|n_{\alpha}\rangle = \sqrt{n_{\alpha}+1}|n_{\alpha}+1\rangle \quad \text{in} \quad (2.90)$$

$$\hat{a}_{\alpha}|n_{\alpha}\rangle = \sqrt{n_{\alpha}}|n_{\alpha}-1\rangle. \quad (2.91)$$

Edini od nič različni matrični elementi so tako oblike

$$\langle n_{\alpha}+1|\hat{a}_{\alpha}^{\dagger}|n_{\alpha}\rangle = \sqrt{n_{\alpha}+1} \quad \text{in} \quad (2.92)$$

$$\langle n_{\alpha}-1|\hat{a}_{\alpha}|n_{\alpha}\rangle = \sqrt{n_{\alpha}}. \quad (2.93)$$

Operatorje  $\hat{p}_{\alpha}$  lahko izrazimo s kreacijskimi in anihilacijskimi operatorji in jih vstavimo v razvoj električnega polja (enačba 2.87). Dobimo

$$\hat{E}(\mathbf{r}, t) = -i \sum_{\alpha} \sqrt{\frac{\hbar\omega_{\alpha}}{2V\varepsilon_0}} (\hat{a}_{\alpha}^{\dagger} - \hat{a}_{\alpha}) E_{\alpha}(\mathbf{r}). \quad (2.94)$$

Nadaljujemo z izračunom matričnega elementa. Operator koordinate  $\hat{x}$  deluje le na atomski del stanja,  $\hat{E}$  pa le na elektromagnetno polje, zato velja

$$\langle 1, n_{\alpha}+1 | \hat{H}_i | 2, n_{\alpha} \rangle = -e \langle 1, n_{\alpha}+1 | \hat{E} \hat{x} | 2, n_{\alpha} \rangle \quad (2.95)$$

$$= -e \langle 1 | \hat{x} | 2 \rangle \langle n_{\alpha}+1 | \hat{E} | n_{\alpha} \rangle. \quad (2.96)$$

Vstavimo polje, ki smo ga izrazili s kreacijskimi in anihilacijskimi operatorji (enačba 2.94), upoštevamo zvezi (2.92) in (2.93) in zapišemo

$$\begin{aligned} \langle n_{\alpha}+1 | \hat{E} | n_{\alpha} \rangle &= -i \sum_{\beta} \sqrt{\frac{\hbar\omega_{\beta}}{2V\varepsilon_0}} \langle n_{\alpha}+1 | \hat{a}_{\beta}^{\dagger} - \hat{a}_{\beta} | n_{\alpha} \rangle E_{\beta}(\mathbf{r}) \\ &= -i \sqrt{\frac{\hbar\omega_{\alpha}}{2V\varepsilon_0}} \sqrt{n_{\alpha}+1} E_{\alpha}(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (2.97)$$

Od vseh operatorjev v razvoju polja je namreč od nič različen matrični element le za kreacijski operator za stanje  $\alpha$ .

Vpeljimo še simbol za matrični element koordinate med atomskima stanjema  $\langle 1 | \hat{x} | 2 \rangle = x_{12}$ . Iskana verjetnost za prehod iz začetnega stanja, v katerem je v votlini vzbujen atom in  $n_{\alpha}$  fotonov, v končno stanje, v katerem je atom v osnovnem stanju in  $n_{\alpha}+1$  fotonov v stanju  $\alpha$ , je tako

$$w_{21} = \frac{\pi e^2 \omega_{\alpha} x_{12}^2}{V\varepsilon_0} (n_{\alpha}+1) E_{\alpha}^2(\mathbf{r}) \delta(E_2 - E_1 - \hbar\omega_{\alpha}). \quad (2.98)$$

Verjetnost za prehod je sorazmerna z  $n_\alpha + 1$  in je od nič različna, tudi če je število kvantov polja enako nič. To opisuje seveda spontano sevanje. Prispevek, ki je sorazmeren s številom že prisotnih fotonov, pa predstavlja stimulirano sevanje. Verjetnost za prehod vsebuje še kvadrat prostorske odvisnosti polja  $E_\alpha^2(\mathbf{r})$ . Če ne poznamo natančnega položaja atoma ali če je plin atomov enakomerno porazdeljen po votlini, lahko ta člen nadomestimo s povprečno vrednostjo. Za stoječe valovanje je to  $1/2$ .

Kolikšna pa je verjetnost za spontano emisijo? Spontana emisija je možna v vsa elektromagnetna nihanja votline s pravo frekvenco. Celotno verjetnost za prehod atoma iz vzbujenega stanja v osnovno izračunamo tako, da seštejemo verjetnosti za prehod z izsevanim fotonom v določenem stanju. Spomnimo se, da je ta verjetnost ravno enaka Einsteinovem koeficientu  $A_{21}$  (enačba 2.34)

$$A_{21} = \sum_{\alpha} w_{21} = \sum_{\alpha} \frac{\pi e^2 \omega_{\alpha} x_{12}^2}{2V\epsilon_0} \delta(E_2 - E_1 - \hbar\omega_{\alpha}). \quad (2.99)$$

Za prostorsko odvisnost polja  $E^2(\mathbf{r})$  smo vzeli povprečje  $1/2$ . Vsoto po nihanjih lahko z uporabo enačbe (2.7) spremenimo v integral in upoštevamo enačbo (2.6). Dobimo

$$A_{21} = \frac{\pi e^2 x_{12}^2}{2\hbar\epsilon_0} \int \rho(\omega_{\alpha}) \omega_{\alpha} \delta(\omega_0 - \omega_{\alpha}) d\omega_{\alpha} = \frac{e^2 \omega_0^3 x_{12}^2}{\epsilon_0 h c^3}, \quad (2.100)$$

pri čemer smo z  $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$  označili frekvenco prehoda. S tem smo izpeljali vrednost Einsteinovega koeficiente  $A_{21}$ .

 Pri gornjem izračunu Einsteinovega koeficiente  $A_{21}$  smo privzeli, da so vsi dipoli urejeni v smeri svetlobe. Če želimo rezultat izenačiti s koeficientom, ki smo ga vpeljali za izotropno sevanje črnega telesa, ga moramo pomnožiti s faktorjem  $\langle \cos^2 \vartheta \rangle = 1/3$ .

Zaradi spontanega sevanja vzbujeno atomske stanje nikoli ni popolnoma stacionarno. Poleg tega energija stanja s končnim razpadnim časom ni natančno določena, zato moramo verjetnost za stimulirano sevanje (enačba 2.98) malo popraviti. Delta funkcijo energije nadomestimo s končno široko funkcijo  $g(\omega - \omega_0)$ , ki ima vrh pri  $\omega_0$ . Zaradi spremembe integracijske spremenljivke nastopi še dodaten faktor  $1/\hbar$  in zapišemo

$$w_{21} = \frac{\pi e^2 \omega_{\alpha} x_{12}^2}{2V\epsilon_0\hbar} (n_{\alpha} + 1) g(\omega_{\alpha} - \omega_0). \quad (2.101)$$

Poglejmo še Einsteinov koeficient za stimulirano sevanje  $B_{21}$ . Lahko ga izrazimo iz enačbe (2.27), če upoštevamo, da je gostota energije polja  $n_{\alpha}\hbar\omega_{\alpha}/V$

$$B_{21} = \frac{V w_{21}}{n_{\alpha} \hbar \omega_{\alpha} g(\omega_{\alpha} - \omega_0)} = \frac{\pi e^2 x_{12}^2}{2\epsilon_0 \hbar^2}. \quad (2.102)$$

Razmerje Einsteinovih koeficientov izračunamo z uporabo enačb (2.100) in (2.102) in dobimo

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{\hbar\omega_{\alpha}^3}{\pi^2 c^3}, \quad (2.103)$$

ki se ujema z razmerjem, ki smo ga izpeljali z uporabo Planckove formule (enačba 2.34). Prehojena pot jasno kaže zvezo med spontanim in stimuliranim sevanjem ter gostoto stanj elektromagnetnega polja.

## 2.11 \*Rabijeve oscilacije

Ko močna svetloba vpada na dvonivojski sistem, lahko v primeru, da je frekvenca vpadne svetlobe  $\omega$  blizu frekvence prehoda  $\omega_0$ , pride do periodične izmenjave energije med svetlobnim poljem in dvonivojskim sistemom. Oscilacije števila fotonov oziroma pričakovane vrednosti zasedenosti nivojev imenujemo Rabijeve oscilacije<sup>10</sup>.

Obravnavajmo sklopitev dvonivojskega sistema z elektromagnetnim valovanjem v semiklasičnem modelu. To pomeni, da dvonivojski sistem obravnavamo kvantno, svetlobo, ki vpada nanj, pa kot klasično skalarno polje. V odsotnosti električnega polja zapišemo Hamiltonian za elektron kot

$$H_0 = \hbar\omega_1|1\rangle\langle 1| + \hbar\omega_2|2\rangle\langle 2|, \quad (2.104)$$

pri čemer je  $\omega_2 - \omega_1 = \omega_0$  frekvenca prehoda. V prisotnosti svetlobnega polja moramo dodati še člen, ki opisuje dipolno interakcijo. Celoten Hamiltonian postane časovno odvisen in ga zapišemo kot

$$H = \hbar\omega_1|1\rangle\langle 1| + \hbar\omega_2|2\rangle\langle 2| - e\hat{x}E_0\cos(\omega t). \quad (2.105)$$

Schrödingerjevo enačbo

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle = H|\psi\rangle \quad (2.106)$$

rešujemo z nastavkom

$$|\psi\rangle = c_1(t)e^{-i\omega_1 t}|1\rangle + c_2(t)e^{-i\omega_2 t}|2\rangle, \quad (2.107)$$

saj je valovna funkcija, ki popisuje stanje sistema, na splošno kombinacija obeh stanj. Nastavek (enačba 2.107) in Hamiltonian (enačba 2.105) vstavimo v enačbo (2.106), ki jo enkrat pomnožimo z  $\langle 1|$ , drugič pa z  $\langle 2|$  in izpeljemo sistem dveh sklopljenih enačb

$$\frac{dc_1}{dt} = -\frac{i}{\hbar}V\cos(\omega t)e^{-i\omega_0 t}c_2 \quad \text{in} \quad \frac{dc_2}{dt} = -\frac{i}{\hbar}V\cos(\omega t)e^{i\omega_0 t}c_1, \quad (2.108)$$

pri čemer je  $V = -\langle 1|\hat{x}E_0|2\rangle$ . Zapišemo še  $\cos(\omega t)$  kot kompleksno število in zanemarimo hitro spremenljajočo se komponento pri  $\omega_0 + \omega$ , tako da enačbi prepišemo v

$$\frac{dc_1}{dt} = -\frac{i}{2\hbar}Ve^{-i\Delta t}c_2 \quad \text{in} \quad \frac{dc_2}{dt} = -\frac{i}{2\hbar}Ve^{i\Delta t}c_1, \quad (2.109)$$

kjer je  $\Delta = \omega_0 - \omega$ . Dodajmo še začetni pogoj, da je sistem v osnovnem stanju in torej  $c_1(0) = 1$  in  $c_2(0) = 0$ . Rešitvi enačb (2.109) sta tako

$$c_1(t) = e^{-i\Delta t/2} \left( \cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right) + i\frac{\Delta}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \right) \quad \text{in} \quad (2.110)$$

$$c_2(t) = \frac{V}{i\hbar\Omega} e^{i\Delta t/2} \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right). \quad (2.111)$$

Pri tem smo vpeljali Rabijevo frekvenco

$$\Omega = \sqrt{\Delta^2 + \left(\frac{V}{\hbar}\right)^2} = \sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + \left(\frac{\langle 1|\hat{x}|2\rangle eE_0}{\hbar}\right)^2}. \quad (2.112)$$

---

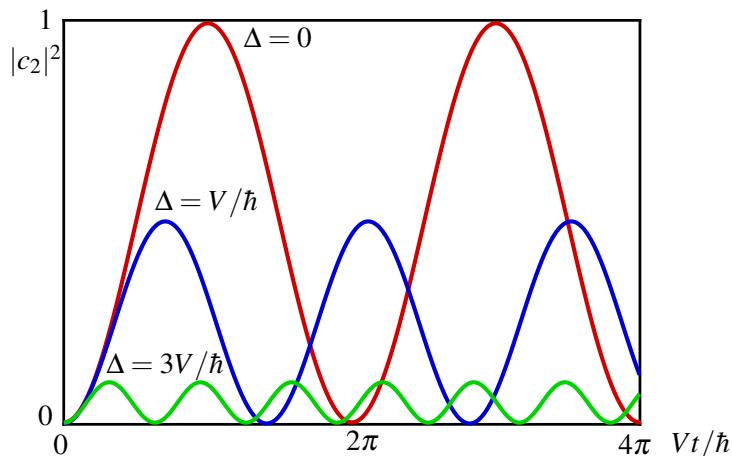
<sup>10</sup>Ameriški fizik in nobelovec Isidor Isaac Rabi, 1898–1988.

**Naloga 2.11.1** Pokaži, da enačbi (2.110) in (2.111) rešita sistem enačb (2.109) ob izbranih začetnih pogojih.

Poglejmo rezultat podrobneje. Verjetnost, da najdemo atom v stanju  $|2\rangle$ , je enaka

$$P_2(t) = |c_2(t)|^2 = \frac{V^2}{\hbar^2 \Omega^2} \sin^2(\Omega t/2). \quad (2.113)$$

Če je frekvenca vpadne svetlobe točno enaka frekvenci prehoda, je  $\Delta = 0$  in  $\Omega = V/\hbar$ . Takrat je amplituda nihanja zasedenosti vzbujenega stanja kar enaka 1 in sistem v celoti periodično prehaja iz osnovnega stanja v vzbujeno in nazaj. To pomeni, da prihaja izmenično do popolne absorpcije svetlobe in do popolne stimulirane emisije. Pri odstopajoči vpadni frekvenci se amplituda nihanja zmanjša, hkrati pa se poveča frekvenca oscilacij. Frekvenca oscilacij pa ni odvisna zgolj od frekvence vpadnega valovanja, ampak tudi od njegove amplitude električne poljske jakosti. Zelo groba ocena Rabijeve frekvence je zato  $\Omega \sim \text{MHz}$ .



Slika 2.10: Rabijeve oscilacije za tri različne vrednosti odstopanja frekvence vpadne svetlobe od frekvence prehoda  $\Delta = \omega_0 - \omega$ . Z naraščajočim odstopanjem se amplituda oscilacij zmanjšuje, njihova frekvenca pa povečuje.



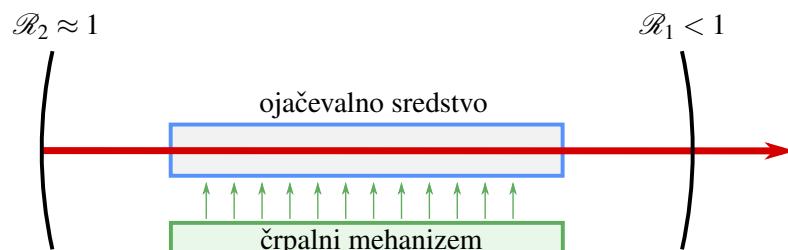
Rabijeve oscilacije niso omejene samo na optične prehode, ampak se pojavijo pri vrsti dvonivojskih sistemov, ki interagirajo z spremenljajočim se zunanjim poljem. Poznamo jih na primer pri jedrski magnetni resonanci (NMR) ali kvantnih logičnih vezjih.

## 3. Laser

V prejšnjih poglavjih smo spoznali resonatorje, pojasnili ojačevanje svetlobe in opisali črpanje, ki je potrebno za ojačevanje optičnega signala. V tem poglavju bomo vsa ta spoznanja združili in komponenete sestavili v eno samo napravo – laser. Opisali bomo delovanje laserjev in spoznali njihove prednosti pred navadnimi svetili. Zapisali bomo zasedbene enačbe in razložili delovanje laserjev, spoznali zanimive spremljujoče pojave, opisali načine delovanja laserjev v sunkih in na koncu predstavili še semiklasični model laserja.

### 3.1 Laser

Spoznali smo, da se svetloba pri prehodu skozi sredstvo z obrnjeno zasedenostjo med dvema nivojem ojačuje. Postavimo tako sredstvo v optični resonator. Na začetku nastaja predvsem spontano izsevana svetloba, ki se med zrcalom resonatorja odbija in ob vsakem preletu skozi snov postopoma ojačuje. Vzbuja se nihanja resonatorja z nihajnimi frekvencami blizu frekvence atomskega prehoda, pri katerih snov ojačuje. Energija nihanj z dovolj majhnimi izgubami narašča, dokler se ojačenje ne izenači z izgubami. Sistem preide v stacionarno stanje in seva močno koherentno svetljivo. Tak izvor svetlobe imenujemo laser. Beseda laser je nastala iz kratice za *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* – ojačenje svetlobe s stimuliranim sevanjem.



Slika 3.1: Shema laserja s ključnimi deli: ojačevalno sredstvo, črpalni mehanizem in resonator



Kot klasično analogijo za laser vzemimo klarinet, ki je sestavljen iz cevi in ustnika. Cev deluje kot resonator, v katerem nastane stojni zvočni val, pri čemer je frekvenca stoječega vala določena z dolžino cevi in s številom vozlov. Naloga ustnika je dovajanje energije in s tem vzdrževanje konstantne amplitудe nihanja. To glasbenik doseže s pihanjem v ustnik in tresenjem prožnega jezička, ki s tresljaji proizvaja zvok. Tresenje jezička je približno periodično in vsebuje mnogo različnih frekvenc, tudi take, ki ustrezojo frekvenci stoječih valov v cevi. Ko amplituda tlaka v cevi naraste nad neko mejo, pride do zanimivega pojava. Nihanje tlaka v gornjem koncu cevi povratno deluje na ustnik in ga sila, da niha s frekvenco najmočneje vzbujenega stoječega vala v cevi, druge frekvence pa zamrejo. Moč pihanja gre le še v nihanje jezička s pravo frekvenco in ojačuje nihanje zračnega stolpca. Tako se s povratno zvezo med nihanjem jezička in stoječim valovanjem v cevi vzdržuje stoječe valovanje s konstantno amplitudo.

V grobem ima laser tri ključne sestavne dele: ojačevalno sredstvo, črpalni mehanizem in ukrivljeni zrcali, ki tvorita resonator (slika 3.1). Črpalni mehanizem vzdržuje obrnjeno zasedenost v ojačevalnem sredstvu, resonator pa omogoča, da se svetloba dovolj ojači in tako stimulirano sevanje prevlada nad spontanim. Odbojnostenost vsaj enega od zrcal mora biti manjša od 1, da skozenj lahko izhaja svetloba.

Pri osnovnem opisu delovanja laserja se omejimo na najpreprostejši model in privzemimo, da frekvenca le enega resonatorskega nihanja sovpada s frekvenco prehoda aktivne snovi. Ta privzetek v večini laserjev ni avtomatično izpolnjen, vendar ga je pogosto mogoče doseči z dodatnimi elementi v resonatorju. Aktivno snov ozioroma ojačevalno sredstvo v laserju stalno črpamo in s tem vzdržujemo obrnjeno zasedenost.

Naj bo  $W$  energija svetlobnega valovanja v resonatorju. Zaradi izgub skozi zrcali in zaradi absorpcije ter sisanja v resonatorju se energija na en obhod resonatorja zmanjša za (enačba ??)

$$\Delta W_{\text{izgube}} = -\Lambda W = -(1 - \mathcal{R}_1 + 1 - \mathcal{R}_2 + 2\alpha L)W, \quad (3.1)$$

kjer so  $\Lambda$  celotne izgube,  $\alpha$  so izgube na enoto poti zaradi absoprcije in sisanja,  $L$  je dolžina resonatorja,  $\mathcal{R}_1$  in  $\mathcal{R}_2$  pa sta odbojnosti zrcal. V ojačevalnem sredstvu, v katerem vzdržujemo obrnjeno zasedenost, pride do ojačevanja s stimuliranim sevanjem. Energija nihanja resonatorja se tako na en obhod po enačbi (2.63) poveča za

$$\Delta W_{\text{ojačenje}} = \frac{G}{1 + W/W_s} W 2L'. \quad (3.2)$$

Namesto saturacijske gostote svetlobnega toka  $j_s$  smo vpeljali saturacijsko energijo  $W_s = V j_s/c$ ,  $L'$  pa označuje dolžino ojačevalnega sredstva. Račun pogosto poenostavimo, tako da vzamemo  $L' = L$ , tukaj pa zaradi jasnosti obdržimo ločen zapis. Privzeli smo tudi, da je ojačenje na en obhod dovolj majhno, da enačbe (2.63) ni treba integrirati.

V stacionarnem stanju se zmanjšanje energije zaradi izgub ravno izenači s povečanjem energije zaradi ojačenja. Zapišemo

$$|\Delta W_{\text{izgube}}| = |\Delta W_{\text{ojačenje}}|, \quad (3.3)$$

od koder sledi

$$\Lambda W = \frac{G 2L'}{1 + W/W_s} W. \quad (3.4)$$

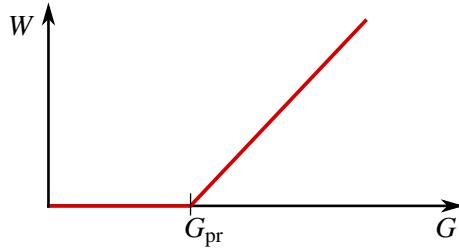
Ta enačba ima dve rešitvi za energijo svetlobnega nihanja. Prva je  $W = 0$ , druga pa

$$W = W_s \left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right), \quad (3.5)$$

pri čemer je

$$G_{\text{pr}} = \frac{\Lambda}{2L'}. \quad (3.6)$$

Združimo obe rešitvi: energija svetlobe v laserju je pod določeno vrednostjo ojačenja, imenujemo jo ojačenje na pragu delovanja  $G_{\text{pr}}$ , enaka nič, nad pragom pa linearno narašča z ojačenjem  $G$  (slika 3.2). Ojačenje je seveda odvisno od stopnje obrnjene zasedenosti, ta pa je povezana z močjo črpanja.



Slika 3.2: Odvisnost energije svetlobe v laserju od ojačenja

Izhodna moč laserja je enaka energiji, ki zapusti resonator skozi izhodno zrcalo, deljeni s časom obhoda resonatorja  $2L/c$

$$P = (1 - \mathcal{R}_1) \frac{c}{2L} W. \quad (3.7)$$

Ker so vsi predfaktorji v gornji enačbi konstantni, je izhodna moč kar sorazmerna z energijo svetlobe v resonatorju. Odvisnost izhodne moči laserja od črpanja je tako do konstante enaka, kot je prikazana na sliki (3.2).

**Naloga 3.1.1** Izračunaj izhodno moč iz laserja pri dani dolžini resonatorja  $L = L'$ , odbojnosti enega zrcala  $\mathcal{R}_2 = 1$ , notranjih izgubah na enoto dolžine  $\alpha$  in ojačenju  $G$ . Pokaži, da je izhodna moč največja pri odbojnosti izhodnega zrcala

$$\mathcal{R}_1 = 1 - 2\alpha L \left( \sqrt{\frac{G}{\alpha}} - 1 \right). \quad (3.8)$$

## 3.2 Zasedbene enačbe

Za podrobnejši opis delovanja laserja zapišimo zasedbene enačbe. Enačbam za zasedenost atomskih nivojev v trinivojskem sistemu (enačbe 2.52–2.54) dodamo še enačbo za energijo lastnega valovanja v resonatorju. Še naprej obravnavajmo primer, ko je vzbujeno le eno resonatorsko stanje, opazujemo pa prehode med prvim in drugim vzbujenim stanjem (slika 2.6 b).

Preden zapišemo enačbe, napravimo še nekaj poenostavitev. Najprej privzamemo, da je razpadni čas spodnjega laserskega stanja  $|1\rangle$ , ki ga določa koeficient  $A_{10}$ , dosti krajši od razpadnega časa zgornjega stanja  $|2\rangle$ . Tedaj vsi atomi iz spodnjega stanja zelo hitro preidejo v osnovno stanje in  $N_1 \approx 0$ , če le ni preveč stimuliranega sevanja. Zanemarimo tudi spontano sevanje iz drugega vzbujenega nivoja  $A_{20} \approx 0$ . Celoten sistem potem opišemo z dvema spremenljivkama: prva je  $N_2$ , ki označuje zasedenost drugega vzbujenega stanja in hkrati približno obrnjeno zasedenost; druga je število fotonov  $n$ , ki opisuje energijo v izbranem stanju resonatorja. Gostota energije polja je  $w = n\hbar\omega/V$ , pri čemer je  $V$  volumen resonatorja.

Zasedbeni enačbi sta

$$\frac{dN_2}{dt} = rN - A_{21}N_2 - B_{21}gN_2 \frac{\hbar\omega}{V} n = rN - A_{21}N_2 - \frac{\sigma c}{V} N_2 n \quad (3.9)$$

in

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\sigma c}{V} N_2 (n+1) - \frac{2}{\tau} n. \quad (3.10)$$

Prva enačba sledi neposredno iz enačbe (2.54) ob upoštevanju zgoraj navedenih poenostavitev. Drugo pa dobimo s sledečim razmislekoma. Energija svetlobe oziroma število fotonov v resonatorju se povečuje predvsem zaradi stimuliranega sevanja, ki predstavlja zadnji člen v enačbi (3.9). Vemo pa, da je verjetnost za prehod atoma iz višjega v nižje stanje z izsevanjem fotona v izbrano stanje elektromagnetnega polja sorazmerna z  $n+1$  (enačba 2.101), kjer je  $n$  število fotonov v izbranem stanju. Če torej namesto  $n$  v zadnjem členu enačbe (3.9) pišemo  $n+1$ , opišemo poleg stimuliranega sevanja tudi prispevek spontanega sevanja. Dodamo še člen, s katerim popišemo zmanjševanje energije svetlobe v resonatorju zaradi izgub, kar opišemo z razpadnim časom  $\tau/2$  (enačba ??).

Gornji enačbi predstavlja sistem dveh sklopljenih diferencialnih enačb za časovni razvoj števila fotonov v resonatorskem stanju in za zasedenost gornjega atomskega stanja. Enačbi sta nelinearni in ju ne znamo analitično rešiti. Vseeno pa lahko nekaj povemo o takem sistemu.

Poglejmo najprej stacionarne rešitve, za katere velja  $\dot{N}_2 = 0$  in  $\dot{n} = 0$ . Iz enačbe (3.9) izrazimo  $N_2$  in ga vstavimo v enačbo (3.10). Sledi

$$\frac{2}{\tau}n(A_{21}V + \sigma cn) = \sigma crN(n+1). \quad (3.11)$$

Enačbo zapišemo še bolj pregledno, če vpeljemo koeficient ojačenja  $G$  (enačba 2.64) in ojačenje na pragu  $G_{\text{pr}}$  (enačbi ?? in 3.6)

$$G_{\text{pr}}n \left( 1 + \frac{\sigma c}{VA_{21}}n \right) = G(n+1). \quad (3.12)$$

Vpeljemo še brezdimenzijsko konstanto  $p$ , pri čemer upoštevamo zvezo med Einsteinovimi koeficienti (enačba 2.34)

$$p = \frac{VA_{21}}{\sigma c} = \frac{VA_{21}}{B_{21}\hbar\omega g} = \frac{V\omega^2}{\pi^2 c^3 g} \simeq \frac{V\omega^2}{\pi^2 c^3} \Delta\omega. \quad (3.13)$$

V zadnjem izrazu smo privzeli, da je  $g \simeq 1/\Delta\omega$ . Parameter  $p$  je torej približno enak produktu gostote stanj elektromagnetnega polja v resonatorju (enačba 2.6) in širine atomskega prehoda (ter volumna), torej kar številu vseh stanj v frekvenčnem intervalu atomskega prehoda. To število je navadno precej veliko  $p \sim 10^8\text{--}10^{10}$ .

 S primerjavo izraza za  $p$  (enačba 3.13) z izrazom za saturacijsko gostoto toka (enačba 2.60) vidimo, da  $p$  predstavlja število fotonov v resonatorju, pri katerem pride do nasičenja ojačenja, če je frekvenca nihanja resonatorja blizu centra atomske črte.

Enačbo (3.12) prepišemo

$$\frac{n^2}{p} - \left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right)n - \frac{G}{G_{\text{pr}}} = 0 \quad (3.14)$$

s pozitivno rešitvijo

$$n = \frac{p}{2} \left( \left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right) + \sqrt{\left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right)^2 + \frac{4G}{pG_{\text{pr}}}} \right). \quad (3.15)$$

Ker je  $p$  zelo veliko število, lahko koren razvijemo, če le ni ojačenje preveč blizu praga, ko je  $G/G_{\text{pr}} \simeq 1$ .

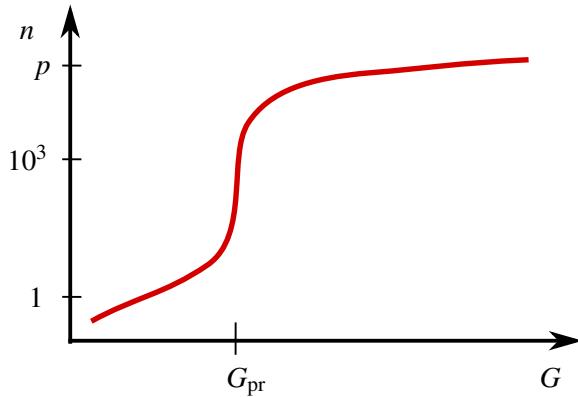
Pod pragom je  $G < G_{\text{pr}}$  in

$$n \approx \frac{p}{2} \left( \left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right) + \left( 1 - \frac{G}{G_{\text{pr}}} \right) + \frac{2G}{p(G_{\text{pr}} - G)} \right) = \frac{G}{G_{\text{pr}} - G}. \quad (3.16)$$

Pri razvoju korena smo upoštevali, da mora biti pozitiven. Nad pragom je število fotonov

$$n \approx p \left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right) = \frac{W_s}{\hbar\omega} \left( \frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right). \quad (3.17)$$

Rezultat, ki je po pričakovanju skladen z enačbo (3.5), si oglejmo podrobneje. Pod pragom so izgube večje od črpanja in gre praktično vsa moč, ki jo dovedemo v sistem, preko spontanega sevanja v veliko število stanj elektromagnetskoga polja. Število fotonov v izbranem resonatorskem nihanju je tako okoli ena do neposredne bližine praga, kjer hitro naraste (slika 3.3), nad pragom je reda velikosti  $p$ . Nad pragom povsem prevlada stimulirano sevanje v eno samo izbrano nihanje resonatorja. Prehod preko praga je zaradi velikega  $p$  tako hiter, da ga ni mogoče izmeriti. Izjema so polprevodniški laserji, katerih volumen – in posledično tudi  $p$  – je tako majhen, da je mogoče opaziti zvezen prehod preko praga.



Slika 3.3: Odvisnost števila fotonov v resonatorju od ojačenja za  $p = 10^5$ .

Izračunjamo še stacionarno zasedenosť zgornjega atomskega nivoja. Iz enačbe (3.10) sledi

$$N_2 = \frac{2V}{\tau\sigma c} \frac{n}{n+1} \approx \frac{2V}{\tau\sigma c}. \quad (3.18)$$

Na pragu je po enačbi (3.15)  $n = \sqrt{p}$ . Sledi

$$N_{2\text{pr}} = \frac{2V}{\tau\sigma c} \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p} + 1}. \quad (3.19)$$

Ker je  $p$  zelo veliko število, iz gornjih enačb sledi, da zasedenosť višjega nivoja oziroma obrnjena zasedenosť narašča do bližine praga, nad pragom pa je praktično konstantna in skoraj natanko enaka kot na pragu. To ni težko razumeti. Nad pragom je število fotonov v resonatorju veliko in linearno narašča z močjo črpanja. S tem se povečuje hitrost praznjenja zgornjega atomskega stanja s stimuliranim sevanjem, kar ravno izniči učinek povečanja črpanja. V stacionarno delujočem laserju obrnjene zasedenosnosti torej ni mogoče povečati nad vrednost na pragu  $N_{2\text{pr}}$ . To ima pomembne praktične posledice, kot bomo videli v nadaljevanju.



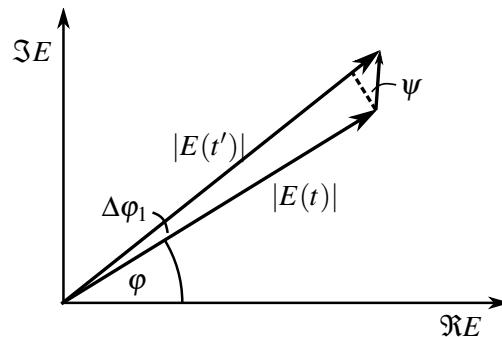
Obravnava laserja z zasedbenimi enačbami je seveda zelo groba. Nismo upoštevali, da je prostorska odvisnost polja v delajočem laserju drugačna od lastnega stanja praznega resonatorja. Poleg tega smo privzeli, da so atomi lahko le v lastnih energijskih stanjih, kar je res le v primeru stacionarnih stanj brez zunanjega, časovno odvisnega polja svetlobe. Bolj podroben pristop je semiklasični model, pri katerem za opis svetlobe uporabimo klasično valovno enačbo, za atome pa kvantno mehaniko (glej poglavje 3.12). Ta model zadošča za opis skoraj vseh pojavov v laserjih razen vpliva spontanega sevanja. Za dosledno obravnavo tega je treba svetlobo opisati s pomočjo kvantne elektrodinamike, kar presega okvir te knjige.

Povzemimo na kratko, kaj smo spoznali o delovanju enofrekvenčnega laserja. Pri dovolj velikem ojačenju, ki ravno pokriva izgube resonatorja, je v stacionarnem stanju energija in s tem amplituda izbranega lastnega nihanja resonatorja različna od nič. Frekvenca svetlobe je določena z izbranim lastnim stanjem resonatorja, ki določa tudi prostorsko odvisnost valovanja v resonatorju in obliko izhodnega snopa. V navadnem stabilnem resonatorju je polje po obliki zelo blizu Gaussovem snopu, zato je tak tudi izhodni snop. Gaussova prostorska odvisnost izhodnega snopa je morda najpomembnejša lastnost laserjev. Gaussov snop se, kot vemo, najmanj širi zaradi uklona in ga je mogoče zbrati v piko približne velikosti valovne dolžine. Laser se tako najbolj približa idealno točkastemu izvoru svetlobe.

### 3.3 Spektralna širina enega laserskega nihanja

Povejmo še nekaj o spektralni širini svetlobe enofrekvenčnega laserja. Če bi se lastno stanje elektromagnetnega polja v resonatorju obnašalo kot klasično harmonsko nihalo, bi bil spekter laserja neskončno ozek. Vendar imajo laserji končno spektralno širino – v idealnem primeru zaradi kvantizacije elektromagnetnega polja, v praksi pa zaradi zunanjih motenj. Poskusimo oceniti razširitev zaradi vpliva kvantizacije. Zaradi nje je poleg stimuliranega sevanja vedno prisotno tudi spontano sevanje. To predstavlja kvantni šum, ki vodi do razširitve spektra.

Predstavimo amplitudo nihanja  $E(t)$  na izbranem mestu v resonatorju kot kompleksno število, ki ga v kompleksni ravnini določata dolžina  $|E(t)|$  in faza  $\varphi$  (slika 3.4). Pri tem fazo določimo glede na neko začetno izbrano fazo. Ker je energija svetlobe sorazmerna s številom fotonov, je dolžina sorazmerna s korenem iz števila fotonov v izbranem nihanju. Stimulirano sevanje, ki ravno pokriva izgube resonatorja, vzdržuje dolžino  $|E(t)|$  praktično konstantno, nespremenjena ostaja tudi faza. Spontano sevanje velikosti amplitude nihanja ne spreminja dosti, vendar stohastična narava spontano izsevanih fotonov vpliva na njeno fazo. Majhen prispevek spontanega sevanja preko spremenjajoče se faze skrajša koherenčni čas in določa spodnjo mejo za širino spektralne črte.



Slika 3.4: Amplituda polja v resonatorju in njena sprememba zaradi spontanega sevanja

Pri spontani emisiji se izseva en foton s poljubno fazo. Prispevek h kompleksni amplitudi ima torej dolžino 1 in poljubno smer (slika 3.4). Zanima nas povprečje kvadrata spremembe faznega kota pri enem spontano izsevanem fotonu

$$\overline{\Delta\varphi_1^2} = \overline{\left(\frac{\cos\psi}{\sqrt{n}}\right)^2} = \frac{1}{2\bar{n}}, \quad (3.20)$$

kjer  $\psi$  označuje kot med fazo celotnega polja in spontano izsevanega fotona. Zaporedne spontane emisije so med seboj neodvisne, zato izračunamo povprečni kvadrat spremembe faze pri  $m$  emisijah tako, da seštejemo povprečne kvadrate za posamezne fotone

$$\overline{\Delta\varphi_m^2} = m\overline{\Delta\varphi_1^2} = \frac{m}{2\bar{n}}. \quad (3.21)$$

Ocenimo še število spontano izsevanih fotonov na časovno enoto. Vemo, da stimulirano sevanje ravno pokrije izgube resonatorja, zato je stimulirano izsevanih fotonov na časovno enoto  $2\bar{n}/\tau$ . Vemo tudi, da je razmerje med verjetnostjo za stimulirano in spontano sevanje enako številu fotonov v danem stanju polja (enačba 2.98), zato je število spontanih sevanj na časovno enoto kar  $2/\tau$ . Tako je število spontano izsevanih fotonov v času  $t$  enako  $m = 2t/\tau$  in

$$\overline{\Delta\varphi^2(t)} = \frac{t}{\bar{n}\tau}. \quad (3.22)$$

Čas  $t_p$ , v katerem se faza znatno spremeni, je torej velikostnega reda

$$t_p \sim \bar{n}\tau = \frac{W}{\hbar\omega} \tau = \frac{P}{\hbar\omega} \tau^2. \quad (3.23)$$

Ker je število fotonov v nihanju nad pragom zelo veliko ( $\sim 10^9$  v majhnem He-Ne laserju),  $\tau$  pa je  $\sim 10^{-7}$ , je karakteristični čas za fazno razširitev idealnega laserja  $t_p \sim 100$  s.

Iz enačbe (3.23) vidimo tudi, da je spektralna širina, ki je podana z  $1/t_p$ , obratno sorazmerna z izhodno močjo laserja. Spodnjo mejo za spektralno širino pri dani izhodni moči laserja podaja Schawlow-Townseva limita<sup>1</sup>

$$\Delta\nu_{\min} = \frac{\pi h\nu}{P} \Delta\nu_R^2, \quad (3.24)$$

pri čemer  $\Delta\nu_R$  predstavlja širino nihanja praznega resonatorja.<sup>2</sup> V neposredni bližini praga, kjer je  $\bar{n} \sim 1$ , je spektralna širina približno enaka širini nihanj praznega resonatorja.

Dejanski laserji seveda nimajo niti približno tako ozkega spektra, kot smo ga pravkar ocenili. Vemo, da je frekvanca laserja določena z dolžino resonatorja ( $\nu = nc/2L$ ), pri čemer je  $n$  zelo veliko celo število. Že majhna sprememba dolžine resonatorja povzroči spremembo frekvence laserja, pri znatnejši spremembi dolžine pa lahko pride tudi do preskoka vzbujenega stanja resonatorja, to je števila  $n$ . Dolžina resonatorja se spreminja predvsem zaradi zunanjih mehanskih motenj in zaradi spreminjanja temperature. Če se posebej ne potrudimo s konstrukcijo resonatorja, so fluktuacije frekvence kar reda velikosti razmika med sosednimi stanji resonatorja, to je reda velikosti  $\sim 100$  MHz. Fluktuacije dolžine je mogoče zmanjšati s skrbno konstrukcijo, temperaturno stabilizacijo in uporabo materialov z majhnim topotlnim raztezkom. Na tak način je mogoče dobiti laser z efektivno spektralno širino pod  $\sim 1$  MHz.

<sup>1</sup>Ameriška fizika in nobelovca Arthur Leonard Schawlow, 1921–1999, in Charles Hard Townes, 1915–2015.

<sup>2</sup>Natančnejši izračun odstopa od preprosto izpeljanega za faktor 2. V zapisanem izrazu je že upoštevan pravilen predfaktor.

 Zapisali smo, da lahko s posebno konstrukcijo laserjev dosežemo spektralno širino pod  $\sim 1\text{MHz}$ . Vendar najmanjša dosežena spektralna širina znaša  $\sim 10\text{ mHz}$ , kar je še 8 velikostnih redov manj! Gre za prav poseben laser iz monokristalov silicija, hlajenega na  $-150\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Fluktuacije dolžine resonatorja so pogojene s termičnimi fluktuacijami v odbojnih plasteh, ki znašajo okoli  $10^{-17}\text{m}$ . Koherenčna dolžina takega laserja je več milijonov kilometrov<sup>3</sup>.

Tu velja opozoriti, da je narava spektralne razširitve v laserju drugačna kot v navadnih svetilih. V drugem poglavju smo videli, da intenziteta svetlobe navadnega svetila fluktuirata na časovni skali koherenčnega časa, ki je obraten spektralni širini (poglavlje ??). Šum navadnih svetil je torej amplitudno moduliran šum. Pri enofrekvenčnem laserju je drugače. Amplituda in intenziteta izhodne svetlobe sta konstantni, fluktuirata le frekvence oziroma faza. Šum laserja je torej v obliki frekvenčne modulacije.

### 3.4 Primerjava laserjev in navadnih svetil

Povzemimo, kar smo se do zdaj naučili o laserjih in jih primerjajmo z navadnimi svetili. Primerjajmo enofrekvenčni laser, v katerem je vzbujeno le eno osnovno stanje resonatorja Gaussove oblike, z navadnim nekoherentnim izvorom svetlobe.

Svetlobni snop iz laserja ima dve takoj očitni odliki: je zelo usmerjen in zelo enobarven. Prva lastnost je posledica tega, da je lastno stanje stabilnega resonatorja Gaussove oblike in je zato tak tudi izhodni snop. Divergenca Gaussovega snopa je posledica uklona in je najmanjša možna. Valovne fronte izhodne svetlobe so gladke in na dani razdalji ves čas enake, zato je laserski snop prostorsko idealno koherenten. Koherenten Gaussov snop lahko z ustrezno optiko zberemo v pik velikosti valovne dolžine, s čimer dosežemo že pri razmeroma majhni izhodni moči zelo veliko gostoto svetobnega toka. To je zelo uporabno v tehnologiji, na primer za natančno in čisto obdelavo materialov, ter v medicini, kjer laserje uporabljajo za zahtevne kirurške posege.

Kako pa je z navadnimi svetili? V njih atomi sevajo neodvisno, zato izsevana svetloba ni prostorsko koherentna. Valovna fronta na danem mestu je nepravilna in se v koherenčnem času znatno spremeni. Vendar tudi iz svetlobe navadnega nekoherentnega svetila lahko pridobimo koherenten snop, če na dano razdaljo od svetila postavimo zaslонko, ki je manjša od koherenčne ploskve na tistem mestu (glej razdelek ??). Ocenimo moč tako dobljenega koherentnega snopa za zaslonko.

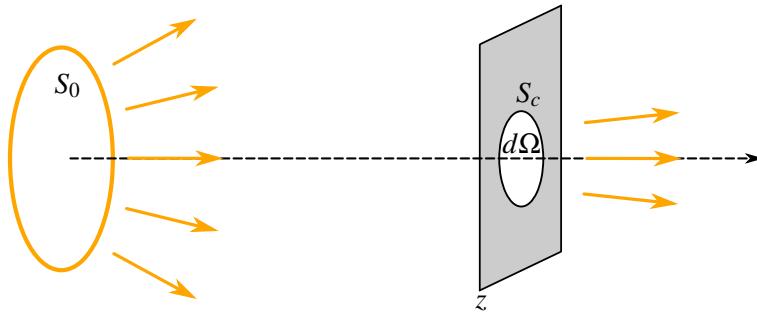
Svetilo naj ima svetlost  $B^4$ . Moč koherentnega snopa za zaslonko, ki prepušča svetlobo skozi prostorski kot  $\Delta\Omega$ , je (slika 3.5)

$$P = BS_0\Delta\Omega = \frac{BS_0S_c}{z^2} \sim \frac{BS_0}{z^2} \frac{\lambda^2 z^2}{S_0} = B\lambda^2. \quad (3.25)$$

Pri tem je  $S_0$  površina svetila,  $z$  oddaljenost zaslонke od svetila,  $S_c$  pa velikost koherenčne ploskve, za katero smo uporabili oceno (enačba ??). Da iz  $S_0 = 1\text{ mm}^2$  velikega svetila dosežemo koherenten snop svetlobe z valovno dolžino okoli  $550\text{ nm}$ , mora biti premer zaslonke, ki jo postavimo  $1\text{ m}$  od izvora, okoli  $0,6\text{ mm}$ . V tem primeru znaša moč, ki prehaja skozi zaslonko, pri svetlosti  $100\text{ W/cm}^2$  le približno  $3 \cdot 10^{-7}\text{ W}$ . Pri podobni divergenci žarka je močno navadno svetilo torej štiri reda velikosti šibkejše od zelo šibkih laserjev z močjo  $1\text{ mW}$ .

<sup>3</sup>Phys. Rev. Lett. **118**, 263202 (2017).

<sup>4</sup>Svetilnost je moč, izsevana v dan prostorski kot  $I = dP/d\Omega$ ; svetlost pa je svetilnost na enoto ploskve  $B = I/S = dP/Sd\Omega$ .



Slika 3.5: K izračunu moči koherentnega snopa svetlobe iz nekoherentnega svetila

Druga odlična lastnost svetlobe iz enofrekvenčnega laserja je njena zelo majhna spektralna širina. Z nekaj truda je ta lahko pod 1 kHz, emisijske črte v plinu pa so zaradi Dopplerjeve razširitve široke vsaj nekaj GHz, pa še to le v razmeroma redkem in hladnem plinu, kjer je svetlost majhna. Primerjajmo spektralno gostoto moči laserja in navadnih svetil. Majhen He-Ne laser seva 1 mW v približno 10<sup>7</sup> Hz in spektralna gostota moči je  $dP/dv \sim 10^{-10}$  W/Hz. Po drugi strani zelo svetla živosrebrna svetilka seva v močno razširjene spektralne črte s širino okoli 10 nm, kar ustreza  $\sim 10^{13}$  Hz. Spektralna gostota v koherentnem snopu, ki smo ga pripravili iz navadne svetilke, je tako le okoli  $3 \cdot 10^{-20}$  W/Hz. Šolski He-Ne laser torej prekaša najmočnejše nekoherentno svetilo za 10 velikostnih redov. Z laserji je seveda mogoče doseči znatno večje moči, v sunkih tipično do okoli 10<sup>12</sup> W, tako da po spektralni gostoti moči v koherentnem snopu laserji prekašajo običajna svetila 20–25 velikostnih redov. Verjetno v zgodovini težko najdemo še kak drug izum, ki je prinesel tolikšno izboljšavo v neki bistveni količini in tako ni nenavadno, da je prihod laserjev v začetku 60-ih let povzročil preporod optike.

### 3.5 Večfrekvenčni laser

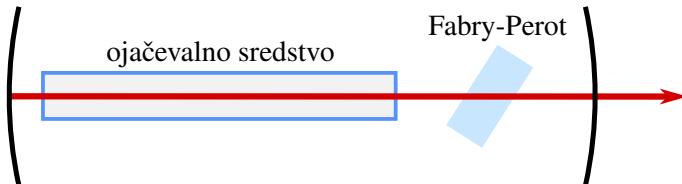
Do zdaj smo obravnavali laserje, v katerih je bilo vzbujeno eno samo valovanje. Vendar je ojačevalna širina večine aktivnih sredstev navadno večja od razlike med frekvencami posameznih stanj resonatorja. V plinih, na primer, je ojačevalna širina zaradi Dopplerjevega pojava vsaj nekaj GHz, lastne frekvence resonatorja pa so pri 30 cm dolgem resonatorju razmagnjene za 500 MHz. Tako se lahko zgodi, da ojačenje v laserju za več nihanj hkrati presega ojačenje na pragu in vzbujenih je več nihanj. Svetloba iz takega večfrekvenčnega laserja ni monokromatska, temveč je sestavljena iz množice ozkih črt znotraj ojačevalnega pasu. Izsevana svetloba tako ni bistveno bolj monokromatska od ustrezne spektralne komponente svetlečega plina. Ostaja pa seveda prostorsko koherentna.

Za holografijo, interferometrijo in nekatere spektroskopske uporabe potrebujemo ozko spektralno črto. Zato moramo poskrbeti, da je vzbujeno le eno samo nihanje resonatorja, najbolje tisto, ki je najbližje vrhu ojačanja aktivnega sredstva. To dosežemo tako, da za vsa ostala nihanja povečamo izgube, na primer s Fabry-Perotovim etalonom, ki ga vstavimo v laserski resonator (slika 3.6). Njegova prepustnost v odvisnosti od krožne frekvence  $\omega$ , debeline  $L$ , lomnega količnika  $n$ , odbojnost sten  $\mathcal{R}$  in nagiba glede na os resonatorja  $\phi$  je podana z enačbo (??)

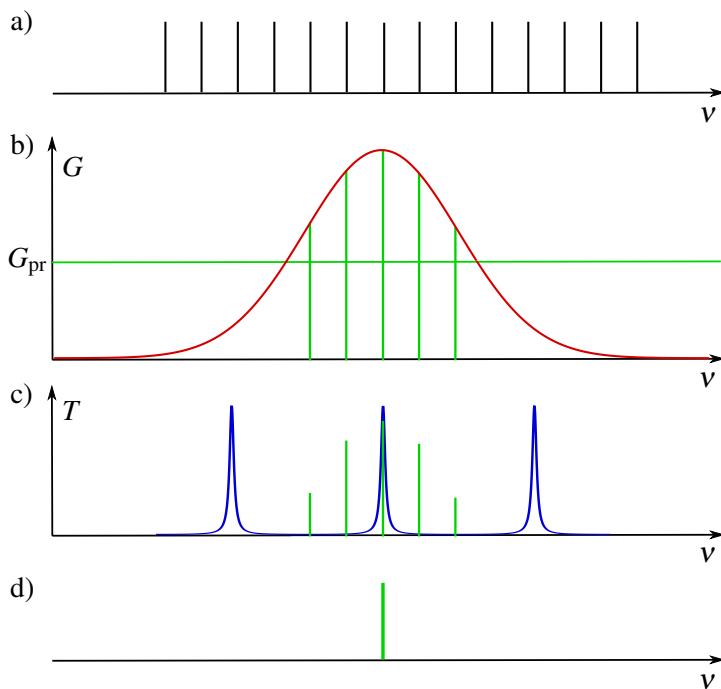
$$T = \frac{1}{1 + \frac{4\mathcal{R}}{(1-\mathcal{R})^2} \sin^2(\frac{n\omega}{c} L \cos \phi)} \quad (3.26)$$

in jo kaže slika (??).

Debelino etalona in njegov nagib izberemo tako, da vrh prepustnosti sovpada z izbranim stanjem resonatorja. Izgube za ostala nihanja, ki bi sicer bila ojačena, se tako povečajo in laser sveti le pri eni sami izbrani frekvenci. Ta proces je shematsko prikazan na sliki (3.7): izmed vseh možnih stanj v resonatorju (a) svetijo le tista, za katere je ojačenje nad pragom (b). Ko v resonator dodamo Fabry-Perotov etalon z razmeroma velikim razmikom med sosednjimi vrhovi prepustnosti (c), je ojačeno eno samo nihanje (d). Ker zadošča že zmerno povečanje izgub, je odbojnost sten etalona navadno dokaj nizka, pod 0,5.



Slika 3.6: Shema laserja s Fabry-Perotovim etalonom



Slika 3.7: Lastne frekvence resonatorja (a) in frekvenčna odvisnost ojačenja z označenim pragom delovanja (b). Z zeleno so označene tiste lastne frekvence, ki se v laserju ojačujejo. Ko dodamo Fabry-Perotov etalon z dano prepustnostjo (c), povečamo izgube za vse načine, ki bi sicer bili ojačeni, razen za enega. Tako dosežemo delovanje laserja pri eni sami frekvenci (d).



Nagib etalona omogoča natančno spreminjanje izbrane frekvence, poleg tega pa je nujen, da se neprepuščena svetloba odbije ven iz smeri osi resonatorja. Če bi bila os etalona vzporedna z osjo resonatorja, bi se pojavile dodatne resonance, kar bi močno motilo delovanje laserja.

Opisali smo, kako v laserju dosežemo delovanje pri enem samem longitudinalnem nihanju. Poleg tega je treba omejiti tudi ojačenje višjih prečnih nihanj. To navadno dosežemo z zaslonkami, saj so snopi višjih redov bolj razširjeni od osnovnega.

### 3.6 Relaksacijske oscilacije

Stacionarno delovanje laserjev smo že dodobra spoznali. Za obravnavo nestacionarnega delovanja pa se moramo vrniti k obravnani zasedbenih enačb (3.9) in (3.10). Na splošno je treba zapisan sistem diferencialnih enačb reševati numerično, vseeno pa lahko nekaj povemo o obnašanju laserja v bližini stacionarnega delovanja.

Spet se omejimo na enofrekvenčni laser, v katerem zasedenost vzbujenega stanja in število fotonov v njem opišemo z enačbama (3.9) in (3.10). Najprej zaradi preglednosti vpeljemo brezdimnezijski čas  $t' = tA$  in  $\tau' = \tau A$ , kar pomeni, da merimo čas v enotah življenskega časa laserskega nivoja. Ponovno uporabimo parameter  $p = VA/(B\hbar\omega g)$  (enačba 3.13), ki pomeni število stanj elektromagnetnega polja v volumnu  $V$  in znotraj spektralne širine laserskega nivoja. Enačbi zapišemo

$$\frac{dN_2}{dt'} = -\frac{nN_2}{p} - N_2 + N_{20} \quad (3.27)$$

$$\frac{dn}{dt'} = \frac{nN_2}{p} - \frac{2}{\tau'} n. \quad (3.28)$$

Pri tem smo vpeljali konstanto  $N_{20} = rN/A$ , ki ima tudi nazornen pomen. Predstavlja zasedenost, ki bi jo dobili pri danem stacionarnem črpanju, če v izbranem stanju ne bi bilo fotonov in s tem ne stimuliranega sevanja. Meri torej moč črpanja. V enačbi za hitrost spremenjanja števila fotonov smo zanemarili prispevek spontanega sevanja, za katerega smo že ugotovili, da se pozna le do praga.

Poščimo približne rešitve sistema sklopljenih diferencialnih enačb z linearizacijo. Naj laser najprej deluje stacionarno, v nekem trenutku pa se nekoliko izmakne iz stacionarnega stanja. To se lahko zgodi, na primer, če spremenimo moč črpanja. Trenutno zasedenost  $N_2$  in število fotonov  $n$  lahko zapišemo v obliki

$$N_2 = N_{2s} + x \quad \text{in} \quad n = n_s + y, \quad (3.29)$$

kjer sta  $N_{2s}$  in  $n_s$  vrednosti v stacionarnem stanju. Zanj velja

$$N_{2s} = \frac{2p}{\tau'} \quad (3.30)$$

in

$$n_s = p \frac{N_{20} - N_{2s}}{N_{2s}} = p(a - 1). \quad (3.31)$$

Enačba (3.30) je v skladu s tem, da je stacionarna zasedenost enaka zasedenosti na pragu, ta pa je odvisna od izgub resonatorja. Razmerje  $a = N_{20}/N_{2s}$  je mera za moč črpanja in mora biti v delajočem laserju večje od 1. V večini praktičnih primerov doseže vrednosti  $a \sim 5$ .

Vstavimo nastavka (enačbi 3.29) v enačbi (3.27) in (3.28). Dobimo sistem enačb

$$\frac{dx}{dt'} = -\frac{n_s N_{2s}}{p} - N_{2s} + N_{20} - \frac{1}{p}(n_s x + N_{2s} y + xy) - x \quad (3.32)$$

$$\frac{dy}{dt'} = \frac{n_s N_{2s}}{p} - \frac{2}{\tau'} n_s + \frac{1}{p}(n_s x + N_{2s} y + xy) - \frac{2}{\tau'} y. \quad (3.33)$$

Ker sta  $x$  in  $y$  majhna v primerjavi s stacionarnimi vrednostmi, lahko mešan produkt  $xy$  zanemarimo. Vsi členi, ki vsebujejo le stacionarne vrednosti, dajo ravno 0, saj smo jih tako določili.

Če upoštevamo še izraza za stacionarni vrednosti (enačbi 3.30 in 3.31), zapišemo linearizirani diferencialni enačbi za odmika od stacionarnih vrednosti

$$\frac{dx}{dt'} = -ax - \frac{2}{\tau'} y \quad \text{in} \quad \frac{dy}{dt'} = (a-1)x. \quad (3.34)$$

Zapisan linearni sistemi diferencialnih enačb s konstantnimi koeficienti rešimo tako, da poiščemo rešitev v obliki eksponentne funkcije

$$x = x_0 e^{\lambda t'} \quad \text{in} \quad y = y_0 e^{\lambda t'}. \quad (3.35)$$

Dobljeni homogeni sistem linearnih enačb

$$(a + \lambda)x_0 + \frac{2}{\tau'}y_0 = 0 \quad (3.36)$$

$$-(a-1)x_0 + \lambda y_0 = 0 \quad (3.37)$$

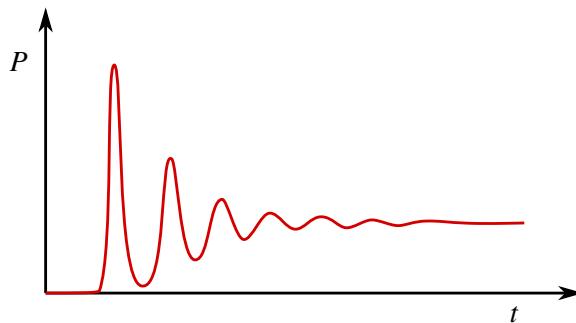
ima netrivialno rešitev le, če je njegova determinanta enaka nič

$$\lambda^2 + a\lambda + \frac{2}{\tau'}(a-1) = 0. \quad (3.38)$$

Rešitvi sta

$$\lambda = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{2}{\tau'}(a-1)}. \quad (3.39)$$

Obnašanje rešitve je odvisno od velikosti brezdimenzijskega relaksacijskega časa nihanja resonatorja  $\tau' = A\tau$ . Kratek račun pokaže, da je za  $\tau' > 2$  izraz pod korenom za vse vrednosti  $a$  pozitiven in laser se vrača v stacionarno stanje eksponentno. Za  $\tau' < 2$  pa je koren v določenem območju parametra  $a$  imaginaren in laser se vrača v stacionarno stanje z dušenim nihanjem, ki mu pravimo relaksacijske oscilacije. Primer takega nihanja pri vključitvi laserja kaže slika (3.8).



Slika 3.8: Relaksacijske oscilacije intenzitete laserja po vklopu

Poglejmo še primer. Vzemimo vrednost  $\tau \sim 10^{-7}$  s in razpadno konstanto laserskega nivoja  $A \sim 10^5$  /s. Tedaj je  $\tau' \sim 10^{-2}$  in relaksacijske oscilacije se pojavijo pri vseh dosegljivih vrednostih črpanja nad pragom, to je za  $a > 1$ . Ker  $a$  v praksi ni nikoli dosti večji od 3–5, je krožna frekvence oscilacij v brezdimenzijskih enotah približno enaka  $\omega_r' \sim 1/\sqrt{\tau'}$ . Ko preidemo nazaj na prave enote časa, dobimo  $\omega_r \sim \sqrt{A/\tau}$ . Krožna frekvence relaksacijskih oscilacij je v tem primeru velikostnega reda geometrijske sredine med razpadnima konstantama nihanja resonatorja in atomskega stanja. Tipične vrednosti frekvence relaksacijskih oscilacij so  $\sim 10^5$  Hz, karakteristični čas dušenja pa  $\sim 10^{-5}$  s.



Relaksacijske oscilacije so praktično pomembne, saj določajo gornjo mejo hitrosti, s katero lahko izhodna moč laserja sledi modulaciji črpanja. Poleg tega se pri tej frekvenci pojavi resonanca, pri kateri se šum črpanja ojačeno prenaša v šum izhodne moči.

### 3.7 Sunkovni laserji

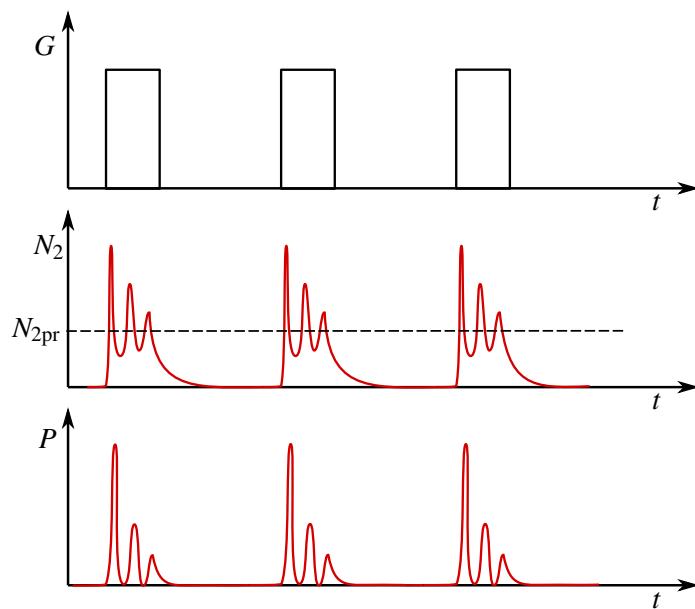
Kadar potrebujemo veliko izhodno moč laserja pri zmerni povprečni porabi energije, zvezno delajoči laserji, ki smo jih obravnavali do zdaj, niso primerni. Poslužiti se moramo sunkovnih laserjev, ki v kratkem časovnem intervalu delujejo z zelo veliko izhodno močjo.

Poglejmo primer. Močan zvezno delajoč laser ima izhodno moč 10 kW. Sunkovni laser pa naj oddaja svetlobo v 10 ns dolgih sunkih s povprečno energijo 1 J in s ponovitvijo 1000/s. Povprečna moč, s katero deluje tak laser, je 1 kW, moč, ki jo dosega v sunkih, pa je 100 MW. Tako pri nižji povprečni moči laserja dosežemo moči, ki so za 5–10 velikostnih redov večje od moči zvezno delajočih laserjev.

V grobem ločimo dva načina sunkovnega delovanja laserjev. V prvem primeru periodično spremojemo črpalno moč, v drugem pa periodično spremojamo izgube v resonatorju. V slednjo skupino uvrščamo laserje na preklop dobrote in laserje, ki uklepajo faze valovanj.

Obravnavajmo najprej najpreprostejši način, pri katerem moduliramo črpanje. To dosežemo na primer z bliskavko ali drugim sunkovnim laserjem. V intervalu črpanja je ojačenje večje od izgub in svetloba izhaja iz laserja, ko pa črpanja ni, so izgube prevelike in laser ne sveti. Tipična frekvenca modulacije črpanja je  $v \sim 20$  Hz. Najbolj pogosto se modulacija črpanja uporablja v polprevodniških laserjih, saj je zelo preprosto modulirati črpalni električni tok.

Vendar se pri modulaciji črpanja lahko pojavi težava. Ko ob močnem črpanju obrnjena zasedenost znatno preseže zasedenost praga (v nestacionarnem stanju je to mogoče), laser posveti in v kratkem času zasedenost pade nazaj pod prag. Če tedaj črpanje še traja, zasedenost naraste in laser ponovno posveti. To se lahko večkrat ponovi. Razmiki med zaporednimi sunki so reda velikosti periode relaksacijskih oscilacij, so pa lahko precej nepravilni (slika 3.9). Pri takem režimu delovanja v posameznem sunku ne dobimo razpoložljive energije črpanja v enem samem lepo oblikovanem sunku, kar močno omejuje uporabnost tega pristopa.



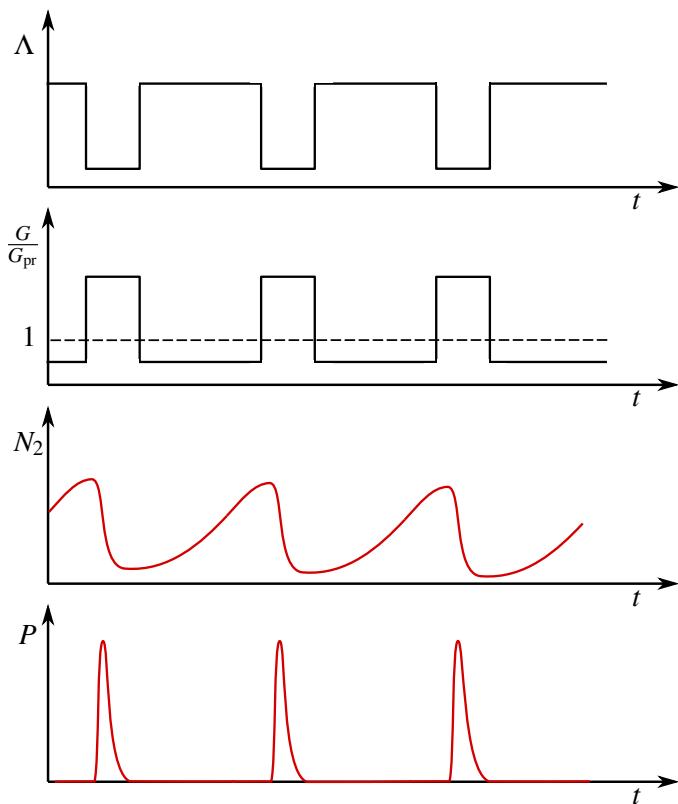
Slika 3.9: Delovanje sunkovnega laserja z periodično moduliranim črpanjem, pri katerem se pojavijo neželene oscilacije

### 3.8 Delovanje v sunkih s preklopom dobrote

Namesto modulacije črpanja lahko v sunkovnih laserjih periodično spremojemo izgube. Čim večje so namreč izgube, višji je prag za delovanje laserja in večja je lahko stopnja inverzije. Tako v sistemu atomov shranimo več energije, ki se lahko izseva iz sistema preko stimuliranega sevanja. Ko je enkrat ustvarjena velika obrnjena zasedenost, izgube zelo hitro zmanjšamo. Optično ojačenje je veliko in energija svetlobe v kratkem času močno naraste. S tem se tudi obrnjena zasedenost hitro zniža na vrednost močno pod pragom. Predstavljamo si lahko, da dobimo prvi nihaj relaksacijskih oscilacij, le da je začetno stanje daleč od stacionarnega in zato linearni približek ne drži več. Iz laserja dobimo kratek in zelo močan sunek svetlobe, pri čemer je energija sunka skoraj tolikšna kot je bila energija obrnjene zasedenosti. Tipične dolžine sunkov, ki jih dosežemo na ta način, so  $t \sim 10$  ns, sunki pa se ponavljajo s frekvenco  $v \sim 1\text{--}100$  kHz. Dogajanje v laserju kaže slika (3.10).



V elektrotehniki se izgube resonatorjev podajajo z dobroto  $Q$ , to je razmerjem frekvence lastnega stanja in njegove širine. Ker s povečanjem izgub spremenimo širino črte in z njo dobroto, opisano tehniko imenujemo preklop dobrote.



Slika 3.10: Izgube ( $\Lambda$ ), relativno ojačenje ( $G/G_p$ ), zasedenost višjega nivoja ( $N_2$ ) in izsevana moč laserja ( $P$ ) v odvisnosti od časa, kadar laser deluje v režimu preklopa dobrote.

Izgube resonatorja je mogoče spremojati na več načinov. Najpreprosteje je vrteti eno od ogledal. Tedaj je resonator uglašen le v kratkem trenutku, ko je ogledalo pravokotno na os. Metoda je dokaj uspešna, a zastarela. Boljši in danes najbolj razširjen način je z vgradnjijo elektro-optičnega ali akusto-optičnega modulatorja, o katerih bomo govorili v nadaljevanju (poglavlje ??). Na kratko povejmo, da lahko z njimi električno krmilimo izgube z visoko frekvenco.

Kot smo že povedali, nelinearnih laserskih enačb za zasedenost in število fotonov (enačbi 3.9) in (3.10) ne moremo analitično rešiti. Preden jih podrobneje pogledamo, napravimo nekaj ocen. Dolžina sunka je odvisna od hitrosti, s katero se izprazni zgornji laserski nivo. To se ne more zgoditi hitreje kot v nekaj preletih sunka skozi resonator. Trajanje sunka je torej vsaj nekajkrat  $2L/c$ , to je za 15 cm dolg resonator vsaj nekaj ns.

Ocenimo še hitrost naraščanja števila fotonov na začetku in njegovega upadanja na koncu sunka. Zapišimo najprej še enkrat enačbi za zasedenost in število fotonov, pri čemer upoštevajmo, da nas zanima le dogajanje v času sunka, ki je zeko kratek v primerjavi z atomskim razpadnim časom, zato ustrezni člen v enačbi (3.9) zanemarimo. Navadno je tudi črpanje prešibko, da bi med sunkom znatno vplivalo na zasedenost, zato lahko člen  $rN$  izpustimo. S črpanjem seveda ustvarimo začetno zasedenost  $N_{20}$ . Tako ostane

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{\sigma c}{V} n N_2 \quad (3.40)$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\sigma c}{V} n N_2 - \frac{2}{\tau} n. \quad (3.41)$$

Na začetku sunka je  $n$  majhen,  $N_2$  pa velik in njegova vrednost se ne razlikuje dosti od začetne vrednosti  $N_{20}$ . Število fotonov na začetku sunka tako narašča približno eksponentno

$$n(t) = n_0 e^{t N_{20} \sigma c / V} = n_0 e^{t / \tau_r}. \quad (3.42)$$

Začetnega števila fotonov ne poznamo, vemo pa, da je velikostnega reda 1, saj predstavlja spontano emisijo. Da  $n$  naraste na znatno vrednost, recimo več od  $10^{10}$  fotonov, je potreben čas blizu  $30 \tau_r$ .

Proti koncu sunka  $N_2$  pojema zaradi sevanja svetlobe in  $N_2 \rightarrow 0$ . Ostane samo še en člen, ki da preprosto rešitev

$$n(t) = \tilde{n}_0 e^{-2t/\tau}. \quad (3.43)$$

Eksponentno pojemanje števila fotonov na koncu sunka je torej določeno z izgubami resonatorja (enačba ??).

Dogajanja v vmesnih časih ne moremo enostavno popisati, lahko pa najdemo medsebojno zvezo med  $n$  in  $N_2$ , če iz enačb eliminiramo čas. Izrazimo  $dt$  iz enačbe (3.40) in ga vstavimo v enačbo (3.41). Sledi

$$dn = -dN_2 + \frac{\tilde{N}_2}{N_2} dN_2, \quad (3.44)$$

kjer smo zapisali  $\tilde{N}_2 = 2V/(\sigma c \tau)$ . Enačbo brez težav integriramo

$$n = N_{20} - N_2 + \tilde{N}_2 \ln \frac{N_2}{N_{20}}. \quad (3.45)$$

Pri tem smo privzeli, da je na začetku sunka  $n = 0$  in  $N_2 = N_{20}$ .

Iz dobljene zveze najprej izračunamo, kolikšna je končna zasedenost  $N_{2k}$ . Na koncu mora biti zopet  $n = 0$ , kar da transcendentno enačbo za  $N_{2k}$

$$\ln \frac{N_{2k}}{N_{20}} = \frac{N_{2k}}{N_{20}} - \frac{N_{20}}{\tilde{N}_2}. \quad (3.46)$$

Enačba ima obliko

$$\ln \frac{x}{a} = x - a, \quad (3.47)$$

kjer je  $x = N_{2k}/N_{20}$  in  $a = N_{20}/\tilde{N}_2$ , in jo lahko preprosto numerično rešimo. Izkaže se, da kadar je začetna zasedenost  $N_{20}$  le malo nad pragom, tudi končna zasedenost  $N_{2k}$  ne pade dosti pod prag, zato je izraba energije slabša. Pri večjih začetnih vrednostih  $N_{20}$  pa pade končna zasedenost praktično na nič. Za  $a = 2$ , na primer, je  $x = 0,41$ , medtem ko je pri  $a = 4$  vrednost  $x$  le še 0,08.

Ko poznamo začetno in končno vrednost zasedenosti, lahko izračunamo celotno energijo sunka  $W = \hbar\omega(N_{20} - N_{2k})$ . Če je začetna vrednost dovolj nad pragom, lahko končno zasedenost zanemarimo in je

$$W \approx \hbar\omega N_{20}. \quad (3.48)$$

Trenutna moč, ki izhaja iz laserja, je dana s  $P = (\hbar\omega/2\tau)n$ . Največja je v vrhu sunka, ki je določen z  $dn/dN_2 = 0$ . Ta enačba ima rešitev pri  $N_2 = \tilde{N}_2$ , vrh sunka je torej natanko tedaj, ko pade zasedenost  $N_2$  na prag  $\tilde{N}_2$ .

Izsevana moč je tedaj

$$P_{\max} = \frac{n_{\max}\hbar\omega}{2L/c}(1 - \mathcal{R}) = \frac{2n_{\max}\hbar\omega}{\tau}. \quad (3.49)$$

Ko vstavimo še vrednost za  $n_{\max}$ , dobimo

$$P_{\max} = \frac{2\hbar\omega}{\tau} (N_{20} - \tilde{N}_2 - \tilde{N}_2 \ln(N_{20}/\tilde{N}_2)). \quad (3.50)$$

Ker je navadno  $N_{20} \gg \tilde{N}_2$ , je  $n_{\max} \approx N_{20}$  in

$$P_{\max} \approx \frac{2\hbar\omega N_{20}}{\tau}. \quad (3.51)$$

Poglejmo primer. Naj bo presek za stimulirano sevanje  $\sigma = B\hbar\omega g/c$  okoli  $10^{-19}\text{cm}^2$  in začetna gostota zasedenosti  $N_{20}/V = 10^{19}\text{cm}^3$ , kar so tipični podatki za neodimov laser. Tedaj je  $\tau_r = 30\text{ ps}$  in čas naraščanja sunka okoli  $\sim 1\text{ ns}$ . Število fotonov se nato zmanjšuje s krakterističnim razpadnim časom resonatorja  $\tau/2 \sim 2L/(c(1 - \mathcal{R}))$ . Za dosego kratkih sunkov svetlobe je zato v laserjih s preklopom dobrote odbojnost izhodnega zrcala navadno dokaj nizka, recimo 0,5. Pri  $L = 15\text{ cm}$  je tako  $\tau = 4\text{ ns}$ . Celotno trajanje sunka je v izbranem primeru tako  $\sim 10\text{ ns}$ , pri čemer traja okoli 100 ns od preklopa dobrote, da sunek zraste iz šuma spontanega sevanja. Energija sunka je blizu  $N_{20}\hbar\omega$ , to je pri aktivnem volumnu  $0,5\text{ cm}^2$  nekaj desetink joula. Od tod lahko ocenimo, da je moč v vrhu sunka velikostnega več 10 MW.

### 3.9 Uklepanje faz

Krajše sunke kot s preklopom dobrote je mogoče dobiti z uklepanjem faz. Pri tem gre za povsem drugačen način, ki je prav presentljiva manifestacija koherentnosti laserske svetlobe. Spoznali smo že, da v laserju navadno niha več nihanj hkrati, pri čemer so njihove frekvence enakomerno razmagnjene za  $\Delta\omega = \pi c/L$  (enačba ??). Celotno električno polje v neki točki v laserju zapišemo kot vsoto

$$E(t) = \sum_{m=-N/2}^{N/2} A_m e^{i(\omega_0 + m\Delta\omega)t + i\phi_m(t)}, \quad (3.52)$$

pri čemer je  $N$  število vseh vzbujenih nihanj. Upoštevali smo, da ima vsako nihanje lahko poljubno fazo  $\varphi_m(t)$ , ki je na splošno predvsem zaradi zunanjih motenj slučajna funkcija časa. Zaradi tega se tudi celotno polje slučajno spreminja, kar močno zmanjšuje uporabnost takega laserja.

Denimo, da nekako dosežemo enake faze vseh nihanj. Poleg tega zaradi enostavnosti računa privzemimo, da so tudi vse amplitude  $A_m$  enake. Tedaj postane vsota (3.52) geometrijska in jo brez težav seštejemo

$$E(t) = A_0 e^{i\omega_0 t} \frac{\sin(N\Delta\omega t/2)}{\sin(\Delta\omega t/2)}. \quad (3.53)$$

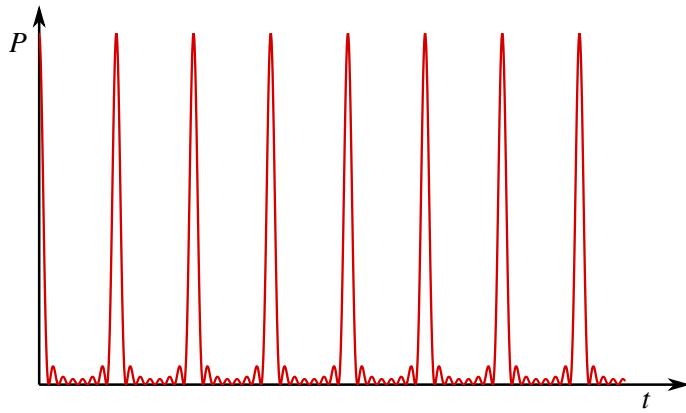
Moč izhodne svetlobe ima časovno odvisnost

$$P(t) = P_0 \frac{\sin^2(N\Delta\omega t/2)}{\sin^2(\Delta\omega t/2)}, \quad (3.54)$$

ki jo kaže slika (3.11). Predstavlja periodično zaporedje sunkov, ki si sledijo s periodom  $T = 2\pi/\Delta\omega = 2L/c$ , kar je enako času obhoda svetlobe v resonatorju. Konstanta  $P_0$  je moč posameznega nihanja. Moč v vrhu sunka je tako  $N^2 P_0$ , povprečna moč pa  $N P_0$ . Računsko je pojav enak kot uklon na mrežici in lahko rečemo, da imamo opravka z interferenco v času. Dolžina sunkov je

$$\tau_{ML} = \frac{T}{N} = \frac{2\pi}{N\Delta\omega} = \frac{2\pi}{\Delta\omega_G}, \quad (3.55)$$

ker je  $N$  ravno število nihanj znotraj širine ojačevanja  $\Delta\omega_G$ . Dolžina sunka je torej obratno sorazmerna s širino ojačevanja aktivnega sredstva.



Slika 3.11: Časovna odvisnost moči večfrekvenčnega laserja z enakimi (uklenjenimi) fazami

Premislimo še, kakšna je prostorska odvisnost električnega polja v resonatorju. Polje na danem mestu opisuje enačba 3.53. Še krajevno odvisnost dobimo, če v 3.53 zamenjamo  $t$  s  $(t - z/c)$ . To pa predstavlja svetlobni paket, ki potuje sem in tja med ogledali resonatorja. Na izhodnem ogledalu se ga vsakič nekaj odbije, nekaj pa gre ven iz resonatorja (slika ??). Razmik med sunki, ki izhajajo iz resonatorja, je  $2L$ , prostorska dolžina posameznega sunka pa  $\tau_{MLc} = 2L/N$ .

V našem računu predpostavka, da so vse amplitude  $A_m$  enake, ni prav nič bistvena za osnovne ugotovitve. Če vzamemo realističen primer, da so amplitude oblike  $A_m = A_0 \exp[(m\Delta\omega/\Delta\omega_G)^2]$ , vsote 3.52 ne znamo točno seštetи, lahko pa jo približno pretvorimo v integral, ki je Fourierova transformiranka Gaussove funkcije (Pri prehodu z diskretne vsote na integral seveda izgubimo

Slika 3.12: Prostorska odvisnost fazno uklenjenih sunkov.

periodičnost zaporedja sunkov.). Ta je zopet Gaussova funkcija, katere širina je obratna vrednost širine prvotne funkcije, prav podobno, kot smo dobili zgoraj. Odvisnost amplitud nihanj od  $m$  vpliva torej le na točno obliko sunkov, osnovne ugotovitve pa se ne spremene. (Naloga).

Pač pa je predpostavka, da so vse faze  $\phi_m$  enake, bistvena. V naši dosedanji sliki mnogofrekvenčnih laserjev so resonatorska stanja med seboj neodvisna, zato so faze poljubne in se zaradi motenj lahko še spreminja. Da dobijo za vsa nihanja isto vrednost, moramo poskrbeti posebej. Tako *uklepanje faz* je mogoče doseči na več načinov. Ena možnost je, da moduliramo izgube resonatorja s frekvenco, ki je ravno enaka razlike frekvenc med resonatorskimi stanji. To ni težko razložiti. Naj bo modulator tak, da je večino časa zaprt, le v razmikih  $T = 2L/c$  naj bo kratek čas odprt. Postavimo ga tik ob eno ogledalo. Tedaj se v resonatorju očitno lahko uspešno ojačuje le kratek sunek, kakršen je na sliki ???. Izgube za vsa nihanja bodo majhne le tedaj, kadar bodo vse faze enake. V praksi ni potrebno, da je modulacija tako izrazita. Običajno zadošča sinusna modulacija izgub, kjer je relativna prepustnost v minimumu za nekaj destink manjša od maksimalne.

Kako pri modulaciji pride do uklepanja faz, lahko uvidimo še drugače. Modulacija amplitude posameznega nihanja povzroči, da se v spektru nihanja pojavita še stranska pasova pri frekvencah  $\omega_m \pm \Delta\omega$ . Ta se ravno pokrivata z obema sosednjima nihanjem in se konstruktivno prištejeta, če imata enako fazo. S tem pa so tudi izgube manjše in ima delovanje laserja z uklenjenimi fazami najnižji prag. Zadnji razmislek tudi pove, da ni dobra le amplitudna modulacija, temveč tudi fazna (ali frekvenčna), saj se tudi tedaj pojavijo stranski pasovi.

Za modulacijo se najpogosteje uporabljo akustooptični modulatorji, pri katerih izkoriščamo uklon svetlobe na stoječih zvočnih valovih v primernem kristalu (Glej 7. poglavje). Frekvenca zvočnega vala mora biti enaka polovici zahtevane modulacijske frekvence, za 1,5 m dolg laser torej 50 MHz.

Poleg opisanega aktivnega postopka je mogoče faze ukleniti tudi tako, da v resonator postavimo plast barvila, ki močno absorbira svetlobo laserja pri majnhi gostoti toka, pri veliki gostoti toka pa pride do nasičenja absorpcije (glej razdelek 4.5), zato postane barvilo prozorno. Na začetku imamo v laserju predvsem spontano sevanje, ki se pri enem prehodu skozi aktivno snov deloma ojači. Barvilo najmanj absorbira največjo fluktuacijo. Pri dovolj velikem ojačenju bo ta rastla in spet dobimo fazno uklenjeni sunek. Ker mora po prehodu sunka absorpcija v barvili zopet hitro narasti, mora biti relaksacijski čas barvila zelo kratek, v območju pikosekund.

Z uklepanjem faz je danes mogoče dobiti sunke z dolžino pod 100 fs ( $10^{-13}$  s). Tak sunek traja le še nekaj deset optičnih period. S posebnimi prijemi jih lahko še skrajšajo na okoli 10 fs. Če je

potrebna večja energija sunkov, jih ojačijo, kar ne pokvari mnogo osnovnega sunka. Zelo kratke svetlobne sunke danes na široko uporablajo za študij hitre molekularne dinamike in kratkoživih vzbujenih elektronskih stanj v polvodnikih in mnogih drugih snoveh. Z njimi se je časovna ločljivost povečala za nekaj redov velikosti [?].

### 3.10 \*Stabilizacija frekvence laserja na nasičeno absorpcijo

Še ožjo lasersko črto lahko dobimo z aktivno stabilizacijo dolžine resonatorja. Ideja je tako: frekvenco svetlobe, ki izhaja iz laserja, primerjamo z nekim standardom in iz razlike ugotovimo spremembo dolžine resonatorja. Eno od obeh zrcal je nameščeno na piezoelektričnem nosilcu, ki mu z električno napetostjo lahko spremiščamo dolžino in tako popravimo dolžino resonatorja.

Pogalvitna težava je seveda, kako najti dovolj stabilen primerjalni standard za frekvenco. Ena možnost je, da izhodno svetlobo spustimo skozi konfokalni interferometer, ki je skoraj v resonanci z laserjem in ima dovolj ozek vrh prepustnosti. Majhen premik frekvence laserja bo povzročil, da se bo spremenil skozi interferometer prepuščeni svetlobni tok. Na prvi pogled je videti, da s tem nismo nič pridobili, saj bo resonančna frekvanca interferometra stabilna tudi le toliko, kot je stabilna njegova dolžina. Vendar je z izolacijo in temperaturno stabilizacijo možno držati dolžino praznega resonatorja - interferometra - mnogo natančneje kot dolžino laserja, v katerem imamo aktivno sredstvo, ki mu moramo dovajati energijo.

Druga možnost je stabilizirati laser na primerno molekularno absorpcijsko črto. Te so lahko zelo ozke, zato je tudi spekter laserja lahko izredno ozek, pod 1 kHz. Pri tem moti Dopplerjeva raziširitev absorpcijske črte, ki pa se ji je mogoče izogniti. Kako to napravimo in kako je bila s tem omogočena nova definicija metra, si bomo pogledali v razdelku ????

V drugem razdelku smo videli, da je efektivna spektralna širina enofrekvenčnega laserja odvisna od fluktuacij dolžine optične poti svetlobe pri preletu resonatorja. Na to lahko poleg spremicanja geometrijske dolžine vpliva še spremjanje lomnega količnika. Če se posebej ne potrudimo, laser sveti nekje blizu vrha ojačevalnega pasu, pri čemer frekvanca pleše za znaten del razmika med resonatorskimi stanji. V šolskem He-Ne laserju je to na primer nekaj deset MHz.

Bistveno manjšo širino lahko dosežemo z aktivno stabilizacijo dolžine resonatorja. Pri tem je pogalvitni problem, kako dobiti primerjalni standard. S stabilizacijo na pomožni interferometer, ki smo jo na kratko opisali v drugem razdelku, lahko dobimo zelo ozko črto, ki pa ima le toliko natančno določeno frekvenco, kot poznamo dolžino interferometra. Včasih, na primer za natančna interferometrična merjenja dolžin, s tem nismo zadovoljni in potrebujemo drug, absoluten standard.

Tak standard za frekvenco so ozki prehodi v primerenem razredčenem plinu. Vendar naletimo na težavo. Zaradi Dopplerjevega pojava so absorpcijske črte močno razširjene. Pomagamo si s pojavom nasičenja absorpcije, o katerem smo govorili v razdelku 4.9. Tam smo videli, da se pri dvakratnem prehodu monokromatskega snopa svetlobe skozi plin v nasprotnih smereh pojavi v sredini Dopplerjevo razširjene črte vdolbina, ki ima obliko homogeno razširjene črte. Homogena širina je lahko mnogo manjša od Dopplerjeve in je zato vdolbina uporabna kot frekvenčni standard.

V laserski resonator postavimo poleg aktivnega sredstva še celico s primernim plinom, ki ima absorpcijsko črto v bližini vrha ojačenja aktivnega sredstva. Za He-Ne laser pri 633 nm so to na primer pare ioda. Zaradi absorpcije se povečajo izgube v laserju in izhodna moč se zmanjša. Spreminjammo sedaj dolžino resonatorja in s tem frekvenco laserja. Ko se ta približa na homogeno širino centru absorpcijske črte pri  $\omega_0$ , se absorpcija zmanjša in s tem se moč laserja poveča.

Slika 3.13: Odvisnost moči laserja z nasičenim absorberjem od frekvence

Slika 3.14: Shema stabilizacije laserja na nasičeno absoprcijo

Odvisnost moči laserja z absorberjem od dolžine kaže slika ???. Povečanje moči v vrhu običajno ni prav veliko, manj od procenta.

Shema stabilizacije na nasičeno absorpcijo je prikazana na sliki ???. Eno od zrcal resonatorja je na piezoelektričnem nosilcu. Nanj vodimo izmenično napetost s frekvenco  $\Omega$  in s tem moduliramo frekvenco laserja, da se vozi preko absorpcijske vdolbine pri  $\omega_0$ . Zaradi tega se spreminja tudi izhodna moč laserja, ki jo opazujemo s fotodiodo. Kadar je srednja frekvenca laserja enaka  $\omega_0$ , se moč zmanjša simetrično pri odmikih navzgor in navzdol od  $\omega_0$  in se zato spreminja z dvojno frekvenco modulacije  $2\Omega$ . Kadar pa je srednja frekvenca laserja nekoliko odmaknjena od  $\omega_0$ , se izhodna moč pri odmiku v zrcala v eno stran spremeni drugače kot v drugo, kar pomeni, da je v signalu s fotodiode tudi komponenta s frekvenco  $\Omega$ . Da držimo srednjo frekvenco laserja enako  $\omega_0$ , moramo torej meriti komponento izhodne moči pri modulacijski frekvenci in s povratno zanko skrbeti, da je ta enaka nič.

Komponento signala s frekvenco  $\Omega$  zaznamo s faznim detektorjem, ki deluje tako, da signal množi z refenčno modulacijsko napetostjo. V produktu dobimo istosmerno komponento, ki je sorazmerna signalu pri frekvenci  $\Omega$  in ki jo izločimo z nizkopasovnim filtrom. Izhod iz faznega detektorja je tako sorazmeren odmiku srednje frekvence laserja od  $\omega_0$ . Preko primerjnega ojačevalnika ga vodimo na piezoelektrični nosilec zrcala in tako popravljamo dolžino laserja.

Napravimo kvantitativno oceno opisane stabilizacijske sheme. Odvisnost izhodne moči od frekvence laserja  $\omega$  lahko približno zapišemo v obliki

$$P(\omega) = P_0 + \frac{P_1 \gamma^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2} . \quad (3.56)$$

$P_0$  je moč laserja brez saturacijskega vrha pri  $\omega_0$ ,  $P_1$  pa povečanje moči pri  $\omega_0$ . Predpostavili smo, da se ojačenje laserja in nehomogeno razširjeni del absorpcije ne spremunjata mnogo preko homogene širine absorberja in je zato  $P_0$  približno konstantna. Frekvenco laserja moduliramo:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega + a \sin \Omega t . \quad (3.57)$$

Z  $\Delta\omega$  smo označili odstopanje srednje frekvence laserja od centra absorpcijske črte  $\omega_0$ . Če sta  $a$  in  $\Delta\omega$  majhna v primeri s homogeno širino  $\gamma$ , lahko imenovalec v enačbi 3.56 razvijemo:

$$P(\omega) = P_0 + P_1 \left[ 1 - \frac{1}{\gamma^2} \Delta\omega^2 + \frac{2}{\gamma^2} a \Delta\omega \sin \Omega t - \frac{a^2}{\gamma^2} \sin^2 \Omega t \right] . \quad (3.58)$$

Amplituda signala pri  $\Omega$  je  $2P_1 a \Delta\omega / \gamma^2$ . Najmanjša razlika, ki jo lahko zaznamo, je določena s šumom meritve. Kot bomo videli v poglavju o detekciji svetlobe, je osnovni izvor šuma fotodiode Poissonov šum števila parov elektron-vrzel, ki nastanejo zaradi fotoefekta v p-n spoju. Najmanjša sprememba svetlobne moči, ki jo lahko izmerimo, je (glej 10???. poglavje)

$$P_N \simeq \sqrt{\hbar \omega P \frac{1}{\tau}} , \quad (3.59)$$

kjer je  $P$  celotna svetlobna moč, ki vpada na diodo,  $\tau$  pa čas meritve, ki je v našem primeru določen s časovno konstanto nizkopasovnega filtra na izhodu faznega detektorja.

Vzemimo na primer He-Ne laser, stabiliziran na iodove pare. Povprečna moč laserja  $P_0$  naj je 10 mW in  $P_1 = 0.1$  mW. Širina absorpcijske črte  $\gamma = 10^6 \text{ s}^{-1}$ . Izberimo amplitudo modulacije  $a = 10^5 \text{ s}^{-1}$  in  $\tau = 10^{-4} \text{ s}$ . Časovna konstanta  $\tau$  ne sme biti prevelika, določa namreč, kako hitro popravljamo dolžino laserja. Gornje vrednosti dajo za najmanjšo zaznavno moč pri  $\Omega$   $P_N = 0.5 \times 10^{-8} \text{ W}$ . Najmanjše merljivo odstopanje frekvence laserja je tedaj

$$\Delta\omega_N = \frac{P_N \gamma^2}{2P_1 a} = 2.5 \times 10^3 \text{ s}^{-1} . \quad (3.60)$$

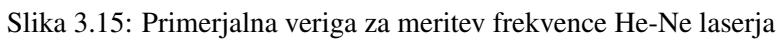
Takšno in še boljšo stabilnost frekvence tudi zares dosežejo. Pozoren bralec bo opazil, da je  $\Delta\omega_N < 0.01\gamma$ , to je, položaj absorpcijskega vrha je na opisan način mogoče določiti z natančnostjo nekaj tisočink celotne širine.

Na absorpcijsko črto stabiliziranega laserja navadno ne uporabljamo direktno, temveč z njim kontroliramo drug laser. Del izhodne svetlobe iz obeh laserjev zmešamo na detekcijski fotodiodi. V signalu dobimo utripanje, ki je enako razliki frekvenc obeh laserjev. S spremenjanjem dolžine drugega laserja skrbimo, da je frekvanca utripanja konstantna. Na ta način lahko v ozkem frekvenčnem intervalu še spremojamo frekvenco drugega laserja.

Z merjenjem utripanja med dvema stabiliziranimi laserjema ugotavljajo tudi njihovo stabilnost.

### 3.11 \*Absolutna meritve frekvence laserja in definicija metra

Najnatančnejša merljiva količina je čas odnosno frekvanca. Frekvence laserja, ki sveti v vidnem področju seveda ni mogoče direktno prešteti. Pač pa je v začetku sedemdesetih let uspelo s



Slika 3.15: Primerjalna veriga za meritev frekvence He-Ne laserja

heterodinsko tehniko, ki se v mikrovalovni tehniki pogosto uporablja, napraviti primerjavo stabiliziranega He-Ne laserja z osnovno cezijevo uro in tako določiti frekvenco absorpcijske črte metana pri  $3.39 \mu\text{m}$  z isto natan"nostjo, kot jo ima cezijeva ura.

S heterodinsko tehniko primerjamo frekvenci dveh ali več valovanj tako, da jih zmešamo na primerinem nelinearnem elementu, običajno neki diodi. Zaradi nelinearnosti dobimo v odzivu diode različne mnogokratnike vpadnih frekvenc, njihove vsote in razlike. Od teh je kaktera lahko dovolj nizka, da jo lahko direktno preštejemo.

Za primerjanje frekvenc nad mikrovalvnim področjem je potreben ustrezен mešalni element. Polvodniške diode nehajo biti uporabne pri približno 20 GHz. Za višje frekvence uporabijo diode kovina-izolator-kovina, ki jih sestavlja oksidirana površina niklja, ki se je dotika ostra volframska konica. Taka dioda deluje kot uporaben mešalni element do frekvenc okoli 200 THz, to je skoraj do vidnega področja.

Za primerjavo He-Ne laserja, stabiliziranega na metan pri  $3.39 \mu\text{m}$ , z osnovno cezijevo uro

je bilo potrebno zgraditi celo verigo vmesnih primerjav, ki jo kaže slika ???. Frekvenco CO<sub>2</sub> laserja dobimo na primer iz utripanja med frekvencama CO<sub>2</sub> laserja pri 10.2 μm in pri 9.3 μm, trikratnikom frekvence HCN laserja in še klistrona s frekvenco 20 GHz. Na ta način so izmerili, da je frekvenca CH<sub>4</sub> črte na katero je stabiliziran He-Ne laser, 88.376181627 THz.

Valovno dolžino laserja dobimo z interferometrično primerjavo z dolžinskim standardom, ki je bil do leta 1984 določen z neko kriptonovo črto. Iz znane frekvence in valovna dolžine določimo hitrost svetlobe. Zaradi relativno velike širine črte kriptonove svetilke je bil po starem meter definiran le z relativno natančnostjo 10<sup>-8</sup>, kar je pomenilo, da tudi hitrost svetlobe ne more biti določena bolj natančno. Meritev frekvence laserja pa je dosti natančnejša. Zato je bilo smiselno opustiti meter kot osnovno enoto in raje definirati hitrost svetlobe kot pretvornik med sekundo in metrom. Z njeno vrednost so vzeli, kar so dobili z naboljšo primerjavo stabiliziranega laserja in kriptonove črte:  $c = 299792458 \text{ m/s}$ . Na metan ali jod stabilizirani laser je postal sekundarni standard za dolžino. Laser je pravzaprav pri tem le pomožna naprava; standard je ustrezni molekularni prehod.

### 3.12 \*Semiklasični model laserja

Doslej smo laserje obravnavali le z modelom zasedbenih enačb. Ta je zelo grob, saj smo pri tem zanemarili nekaj pomembnih pojavov. Svetlobo v resonatorju smo opisali le s celotno energijo oziroma številom fotonov in se za njeno valovno naravo nismo menili. Kar privzeli smo, da sta frekvenca delujočega laserja in oblika polja v njem enaki kot za lastno stanje praznega resonatorja. Aktivno snov smo opisali le z zasedenostjo zgornjega in spodnjega laserskega stanja in s tem izpustili možnost, da se zaradi interakcij z elektromagnetskim poljem atomi nahajajo v nestacionarnem, mešanem stanju.

Gornje pomanjkljivosti delno odpravimo s tem, da elektromagnetno polje v resonatorju obravnavamo klasično z valovno enačbo, atome aktivne snovi pa kvantno in upoštevamo, da se pokoravajo Schrödingerjevi enačbi. S tem dobimo semiklasični model laserja. Za še natančnejši opis bi morali obravnavati kvantno tudi svetlobo, kar pa presega okvir te knjige.

Aktivna snov naj bo množica enakih dvonivojskih atomov s stanjema  $|1\rangle$  in  $|2\rangle$ , ki imata energiji  $W_1$  in  $W_2$ . Atomi s svetlobo sodelujejo preko dipolne interakcije oblike  $H = -eE(t)\hat{x}$ , kjer je  $E(t)$  polje v resonatorju, ki naj bo zaradi preprostosti polarizirano v smeri osi  $x$ . Časovno odvisno stanje atomov zapišimo v obliki

$$|\psi\rangle = c_1(t)|1\rangle \exp(-iW_1t/\hbar) + c_2(t)|2\rangle \exp(-iW_2t/\hbar). \quad (3.61)$$

Iz Schrödingerjeve enačbe (enačba 2.106) dobimo za časovna odvoda koeficientov  $c_1(t)$  in  $c_2(t)$  zvezi (enačbi 2.108)

$$\frac{dc_1}{dt} = -\frac{i}{\hbar}E(t)v_{12}e^{-i\omega_0t}c_2 \quad \text{in} \quad \frac{dc_2}{dt} = -\frac{i}{\hbar}E(t)v_{12}e^{i\omega_0t}c_1, \quad (3.62)$$

pri čemer je  $v_{12} = -e\langle 1|\hat{x}|2\rangle$  in  $\omega_0 = (W_2 - W_1)/\hbar$ .

Električni dipolni moment atoma v stanju  $\psi$  je

$$p = -e\langle \psi|\hat{x}|\psi\rangle = (c_1^*c_2e^{-i\omega_0t} + c_1c_2^*e^{i\omega_0t})v_{12}. \quad (3.63)$$

Razdelimo  $p$  na dva dela in zapišemo

$$p = p^+ + p^- = v_{12}[\eta(t) + \eta^*(t)], \quad (3.64)$$

kjer smo vpeljali  $\eta(t) = c_1^*c_2e^{-i\omega_0t}$ .

Zanima nas, kako se dipolni moment spreminja s časom. Zadošča, če poznamo, kako se s časom spreminja parameter  $\eta(t)$ . Njegov časovni odvod izrazimo iz enačb (3.62) in dobimo

$$\dot{\eta} = -i\omega_0\eta + \frac{i}{\hbar}E(t)v_{12}(|c_2|^2 - |c_1|^2). \quad (3.65)$$

Spomnimo, da je  $|c_i|^2$  verjetnost za zasedenost stanja  $|i\rangle$ . Izraz v oklepaju na desni strani gornje enačbe torej meri razliko zasednosti obeh stanj, ki jo označimo s  $\zeta$ . Podobno kot zgoraj izrazimo spremenjanje razlike zasedenosti s časovni odvodom

$$\dot{\zeta} = -\frac{2i}{\hbar}E(t)v_{12}(\eta^* - \eta). \quad (3.66)$$

S tem smo iz Schrödingerjeve enačbe dobili enačbi za časovni razvoj dipolnega momenta in obrnjene zasedenosti, ki pa ju moramo še dopolniti.

Naj bo atom na začetku v vzbujenem stanju  $|2\rangle$  in naj bo  $E(t) = 0$ . Začetna vrednost obrnjene zasedenosti je tako  $\zeta(0) = 1$ . Po enačbi (3.66) naj bi bil odvod obrnjene zasedenosti enak nič in  $\zeta$  konstantna. Vemo pa, da se atom, ki je v vzbujenem stanju, sčasoma vrne v osnovno stanje. Verjetnost za tak spontan prehod na časovno enoto smo označili z  $A$  (glej poglavje 2.3).

Poleg tega moramo upoštevati še črpanje, s katerim vzdržujemo obrnjeno zasedenost in s tem lasersko delovanje. Za podroben opis črpanja bi morali v Hamiltonov operator dodati ustreerne člene in morda upoštevati še druga stanja atomov, vendar nas take podrobnosti na tem mestu ne zanimajo. Če bi ne bilo črpanja, bi bila stacionarna vrednost v odsotnosti laserskega polja

$$\zeta_{\text{stac}} = |c_2|^2 - |c_1|^2 = -1. \quad (3.67)$$

Zaradi črpanja zavzame obrnjena zasedenost neko vrednost  $-1 < \zeta_0 < 1$ , odvisno od moči črpanja. Enačbi (3.66) dodamo ustrezen člen

$$\dot{\zeta} = A(\zeta_0 - \zeta) - \frac{2i}{\hbar} E(t) v_{12} (\eta^* - \eta), \quad (3.68)$$

ki popisuje vpliv črpanja in spontane prehode v nižje stanje.

Podobno dopolnimo še enačbo za časovno spreminjanje električnega dipola (enačba 3.65). Pri  $E(t) = 0$  da zapisana oblika enačbe časovno odvisnost  $\eta \propto e^{-i\omega_0 t}$ , to je brez dušenja. Vendar vemo, da polarizacija v mešanem stanju razpada vsaj zaradi spontanega sevanja, lahko pa še zaradi drugih vplivov, na primer trkov z drugimi atomi. Označimo koeficient dušenja polarizacije, ki meri tudi spektralno širino svetlobe, ki jo sevajo atomi pri prehodu  $2 \rightarrow 1$ , z  $\gamma$ . Zapišemo dopolnjeno enačbo

$$\dot{\eta} = -(i\omega_0 + \gamma)\eta + \frac{i}{\hbar} E(t) v_{12} \zeta \quad (3.69)$$

in kompleksno konjugirano enačbo

$$\dot{\eta}^* = -(-i\omega_0 + \gamma)\eta^* - \frac{i}{\hbar} E(t) v_{12} \zeta. \quad (3.70)$$

Tako smo dobili sklopljene diferencialne enačbe, ki popisujejo časovno spreminjanje obrnjene zasedenosti in dipolnega momenta atoma.

 Enačbe (3.68), (3.69) in (3.70) pogosto imenujemo Maxwell-Blochove ali optične Blochove enačbe<sup>5</sup>. Osnovne Blochove enačbe opisujejo gibanje jedrskega magnetnega momenta v elektromagnetnem polju, zato so jih najprej uporabili za opis jedrske magnetne in elektronske spinske resonanse.

Za opis potrebujemo še enačbo za polje  $E(t)$ . To naredimo klasično, tako da električna poljska ja-kost zadošča valovni enačbi. Upoštevati moramo, da imamo tudi od nič različno tudi polarizacijo snovi. Valovna enačba v skalarni obliki je tedaj

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (3.71)$$

pri čemer je v primeru, da so vsi atomi enakovredni, polarizacija enaka

$$P = \frac{N}{V} p = \frac{N}{V} v_{12} (\eta + \eta^*) = P^+ + P^-. \quad (3.72)$$

<sup>5</sup>Švicarsko-ameriški fizik in nobelovec Felix Bloch, 1905–1983.

Namesto mikroskopske količine  $\zeta$  lahko uvedemo še gostoto obrnjene zasedenosti  $Z = (N/V)\zeta$  in enačbe (3.68), (3.69) in (3.70) prepišemo v obliko

$$\frac{dZ}{dt} = A(Z_0 - Z) - \frac{2i}{\hbar} E(P^- - P^+), \quad (3.73)$$

$$\frac{dP^+}{dt} = (-i\omega_0 - \gamma)P^+ + \frac{i}{\hbar} Ev_{12}^2 Z, \quad (3.74)$$

$$\frac{dP^-}{dt} = (i\omega_0 - \gamma)P^- + \frac{i}{\hbar} Ev_{12}^2 Z. \quad (3.75)$$

Opozorimo še, da je prehod z enačb (3.68–3.70) na (3.73–3.75) mogoč le, kadar so vsi atomi enakovredni, to je, kadar ni nehomogene razširitev spektra.<sup>6</sup>

Enačbe (3.73–3.75), skupaj z valovno enačbo (enačba 3.71) podajajo semiklasični opis interakcij svetlobe s snovjo. Iz izpeljave je vidno, da je v semiklasičnem opisu spontano sevanje obravnavano pomanjkljivo, le s fenomenološkim nastavkom. To je moč popraviti tako, da tudi elektromagnetno polje kvantiziramo. Kljub tej pomanjkljivosti je s semiklasičnim modelom mogoče zelo podrobno opisati večino pojavov v laserjih in tudi druge probleme širjenja svetlobe po snovi. Reševanje zapisanega sistema nelinearnih parcialnih diferencialnih enačb je pa na splošno zelo težavno.

Semiklasične enačbe pobliže spoznajmo na najenostavnnejšem primeru. To naj bo laser, v katerem je vzbujeno le eno resonatorsko stanje. Polje ima tedaj obliko

$$E(\vec{r}, t) = E_\lambda(t)u_\lambda(\vec{r}), \quad (3.76)$$

kjer je  $u_\lambda(\vec{r})$  krajevni del lastnega stanja resonatorja, ki zadošča enačbi

$$\nabla^2 u_\lambda + \frac{\omega_\lambda^2}{c^2} u_\lambda = 0. \quad (3.77)$$

Funkcija  $E_\lambda(t)$  opisuje časovno odvisnost. Za laser v stacionarnem delovanju je periodična, vendar njena krožna frekvence ni nujno enaka lastni krožni frekvenci praznega resonatorja  $\omega_\lambda$ . Krožno frekvenco  $\omega_\lambda$  moramo še izračunati.

Tudi polarizacijo lahko razvijemo po lastnih funkcijah  $u_\lambda(\vec{r})$ . Ker so te med seboj ortogonalne, preide valovna enačba 3.71 v

$$\omega_\lambda^2 E_\lambda - \ddot{E}_\lambda = \frac{1}{\epsilon_0} \ddot{P}_\lambda. \quad (3.78)$$

Razstavimo  $E_\lambda(t)$  na dva dela:

$$E_\lambda(t) = E_\lambda^+(t) + E_\lambda^-(t) = A^+(t)e^{-i\omega_\lambda t} + A^-(t)e^{i\omega_\lambda t}. \quad (3.79)$$

Dejanska frekvanca laserja je blizu  $\omega_\lambda$ , zato pričakujemo, da bosta amplitudi  $A^\pm(t)$  v primerjavi z  $e^{-i\omega_\lambda t}$  le počasni funkciji časa. Izračunajmo

$$\begin{aligned} \ddot{E}_\lambda^+ &= -\omega_\lambda^2 E_\lambda^+ - 2i\omega_\lambda \dot{A}^+ e^{-i\omega_\lambda t} + \ddot{A}^+ e^{-i\omega_\lambda t} \\ &\simeq -\omega_\lambda^2 E_\lambda^+ - 2i\omega_\lambda (\dot{E}_\lambda^+ + i\omega_\lambda E_\lambda^+) \end{aligned} \quad (3.80)$$

V drugi vrstici smo izpustili člen z  $\ddot{A}^+$ , ker pričakujemo, da je majhen. S tem smo napravili približek *počasne amplitude*.

---

<sup>6</sup>Kako je v primeru nehomogene razširitev, lahko bralec poišče npr. v H. Haken, Laser Theory, Springer Verlag.

Polarizacija snovi je približno periodična s frekvenco  $\omega_0$ , z amplitudo, ki je tudi počasna funkcija časa. Zato je  $\ddot{P}_\lambda^+ \simeq -\omega_0^2 P_\lambda^+$ . Pri drugem odvodu polja po času smo potrebovali en člen več, ker se člen  $-\omega_\lambda^2 E_\lambda^+$  na levi strani enačbe 3.71 odšteje. Z uporabo tega približka in enačb 3.77 in 3.80 preide valovna enačba 3.71 za eno nihanje v

$$\dot{E}_\lambda^+ = -i\omega_\lambda E_\lambda^+ + \frac{i\omega_0}{2\epsilon_0} P_\lambda^+. \quad (3.81)$$

Doslej nismo upoštevali, da je polje v praznem resonatorju dušeno, zato moramo gornjo enačbo še popraviti:

$$\dot{E}_\lambda^+ = (-i\omega_\lambda - \frac{1}{\tau}) E_\lambda^+ + \frac{i\omega_0}{2\epsilon_0} P_\lambda^+. \quad (3.82)$$

Kadar v reosnatorju ni snovi, je dobljena enačba enaka kot enačba ??.

Enačbi ?? in 3.73 sta nelinearni, zato ju n moč kar tako prepisati za primer razvoja po lastnih stanjih resonatorja. Pri enačbi za razvoj polarizacije ?? imamo v zadnjem členu na desni produkt komponente polja  $E_\lambda$  in obrnjene zasedenosti  $Z$ , od katere bistveno prispeva le krajevno povprečje  $\bar{Z}$ , ki se tudi s časom le počasi spreminja. Seveda vsebuje  $Z$  tudi krajevno odvisne komponente, ki pa so pomembne predvsem zato, ker sklapajo različna lastna stanja resonatorja, kar presega našo trenutno obravnavo. Tako imamo

$$\dot{P}_\lambda^+ = (-i\omega_0 - \gamma) P_\lambda^+ + \frac{v_{12}^2}{i\hbar} E_\lambda^+ \bar{Z}. \quad (3.83)$$

Enačbo za  $\bar{Z}$  dobimo iz 3.73. V zadnjem členu imamo produkte  $E^\pm P^\pm = E_\lambda^\pm P_\lambda^\pm u_\lambda^2(\vec{r})$ , kar moramo prostorsko povprečiti. Funkcije  $u_\lambda(\vec{r})$  so normirane, tako da je  $\int u_\lambda^2(\vec{r}) dV = V$ . Tako imamo  $\overline{u_\lambda^2(\vec{r})} = 1$  in

$$\dot{\bar{Z}} = A(\bar{Z}_0 - \bar{Z}) - \frac{2}{i\hbar} (E_\lambda^+ + E_\lambda^-)(P_\lambda^- - P_\lambda^+), \quad (3.84)$$

kjer je  $\bar{Z}_0$  povprečje nenasocene zasedenosti  $Z_0$ . V zadnjem členu nastopajo produkti, ki nihajo s frekvencami  $\omega_\lambda - \omega_0$  in  $\omega_\lambda + \omega_0$ . Obe frekvenci sta si zelo blizu, zato je njuna vsota mnogo večja od razlike. Členi  $E_\lambda^+ P_\lambda^+$  in  $E_\lambda^- P_\lambda^-$  se torej zelo hitro spreminja in skoraj nič ne vplivajo na valovanje blizu  $\omega_\lambda$ , zato jih izpustimo. S tem je časovna odvisnost  $\bar{Z}$  podana z

$$\dot{\bar{Z}} = A(\bar{Z}_0 - \bar{Z}) - \frac{2}{i\hbar} (E_\lambda^+ P_\lambda^- - E_\lambda^- P_\lambda^+). \quad (3.85)$$

Enačbe 3.82, 3.83 in 3.85, skupaj s konjugirano kompleksnimi enačbami za  $E_\lambda^-$  in  $P_\lambda^-$ , so zaključen sistem, ki opisuje delovanje enofrekvenčnega laserja. Uporabimo jih za izračun frekvence izhodne svetlobe.

Naj bo stanje stacionarno. Tedaj lahko polje zapišemo v obliki  $E_\lambda^+ = E_0 e^{-i\Omega t}$ , kjer je  $E_0$  realna konstanta, frekvanca svetlobe  $\omega$  pa je blizu  $\omega_0$  in  $\omega_\lambda$ . V stacionarnem stanju mora imeti polarizacija enako časovno odvisnost:  $P_\lambda^+ = P_0 e^{-i\Omega t}$ . Tedaj je v enačbi 3.85 drugi oklepaj konstanten in mora biti tudi  $\bar{Z}$  v stacionarnem stanju od časa neodvisna. Sistem enačb 3.82, 3.83 in 3.85 tako da

$$\begin{aligned} -[i(\omega_\lambda - \Omega) + \frac{1}{\tau}] E_0 - \frac{i\omega_0}{2\epsilon_0} P_0 &= 0 \\ -[i(\omega_0 - \Omega) + \gamma] P_0 + \frac{v_{12}^2}{i\hbar} E_0 \bar{Z} &= 0 \\ A(\bar{Z}_0 - \bar{Z}) - \frac{2}{i\hbar} E_0 (P_0^* - P_0) &= 0. \end{aligned} \quad (3.86)$$

Najprej izračunamo  $P_0$  iz druge enačbe, ga postavimo v tretjo in izračunamo  $\bar{Z}$ :

$$\bar{Z} = \bar{Z}_0 \left[ 1 + \frac{\nu_{12}^2}{\hbar^2 A} E_0^2 \frac{2\gamma}{(\omega_0 - \Omega)^2 + \gamma^2} \right]^{-1} \quad (3.87)$$

Ta izraz že poznamo.  $\pi\nu_{12}^2/(\epsilon_0\hbar^2)$  je Einsteinov koeficient  $B$ .  $E_0^2$  je sorazmern gostoti energije polja v resonatorju, zadnji ulomek v oklepaju pa podaja obliko homogeno razširjene atomske črte:

$$\bar{Z} = \bar{Z}_0 \left[ 1 + \frac{2B}{A} g(\omega_0 - \Omega) w \right]^{-1} \quad (3.88)$$

To je natanko enako izrazu za nasičenje zasedenosti stanj, ki smo ga izpeljali iz zasedbenih enačb v četrtem poglavju.

Postavimo  $P_0$  iz prve enačbe sistema 3.86 v drugo:

$$E_0 [i(\Omega - \omega_\lambda) + \frac{1}{\tau}] [i(\Omega - \omega_0) + \gamma] = -\frac{\nu_{12}^2 \omega_0}{2\hbar\epsilon_0} E_0 \bar{Z}. \quad (3.89)$$

V delujčem laserju je  $E_0 \neq 0$ , zato lahko krajšamo.  $\bar{Z}$  je realen, tako da mora biti imaginarni del leve strani enak nič:

$$(\Omega - \omega_\lambda)\gamma + (\Omega - \omega_0)\frac{1}{\tau} = 0. \quad (3.90)$$

Od tod lahko izračunamo frekvenco laserja

$$\Omega = \frac{\omega_\lambda \gamma + \omega_0 \frac{1}{\tau}}{\gamma + \frac{1}{\tau}}. \quad (3.91)$$

Frekvanca torej ni enaka frekvenci praznega resonatorja  $\omega_\lambda$ , temveč je premaknjena proti centru atomske črte  $\omega_0$ . Premik je odvisen od razmerja širine atomske črte in izgub resonatorja.

Bralec lahko sam iz enačbe 3.89 izračuna še energijo svetlobe v resonatorju in rezultat primerja s tistim, ki smo ga dobili z uporabo zasedbenih enačb.

Gornji primer uporabe polklasičnih enačb je zelo preprost. Prava moč modela se pokaže pri obravnavi mnogofrekvenčnega laserja, na primer pri računu uklepanja faz laserskih nihanj, kar pa presega okvir te knjige. Več bo bralec našel v [?].

## 4. Primeri laserjev

V tem poglavju bomo spoznali nekaj najpomembnejših vrst laserjev. V grobem laserje razlikujemo po aktivnem sredstvu (plin, trdna snov, organsko barvilo, polprevodnik), pri čemer tudi pri izbranem sredstvu obstaja veliko različnih izvedb in načinov delovanja. Za vsak obravnavani primer bomo navedli osnovne karakteristike, v podrobnosti izvedbe pa se ne bomo spuščali.

### 4.1 Laserski sistemi

Laser je lahko dokaj preprosta naprava, z malo sestavnimi deli, lahko pa je zelo velik in zapleten sistem. Večina laserskih sistemov je sestavljena iz osnovnega laserja, ki ni posebno močan, a daje kvaliteten snop svetlobe, in iz enega ali več ojačevalnikov. V njih se svetloba ojačuje v sredstvu, ki je enako kot v osnovnem laserju in ki je v kolikor mogoče visokem stanju obrnjene zasedenosti. V več ojačevalnih korakih se tako doseže zelo velika svetlobna moč.

Pri velikih laserskih močeh nastopi vrsta novih težav. Da gostota svetlobnega toka ne povzroča poškodb optičnih komponent, mora premer ojačevanega snopa (in s tem premer vseh vmesnih ojačevalnih stopenj) naraščati. Na zadnjih stopnjah največjih laserskih sistemov je premer snopa lahko večji od pol metra, kar seveda pomeni, da morajo imeti tolikšno odprtino tudi vse ostale optične komponente. Poleg tega je treba skrbno paziti, da se odbita svetloba ne vrača v prejšnji ojačevalnik ali v osnovni laser in s tem moti njegovo delovanje. Med posamezne ojačevalne stopnje zato damo optične izolatorje, ki temeljijo na Faradayevem pojavu vrtenja polarizacije v snovi z magnetnim poljem.



Slika 4.1: Eden najmočnejših laserskih sistemov na svetu, ki doseže 500 TW moči v sunku.

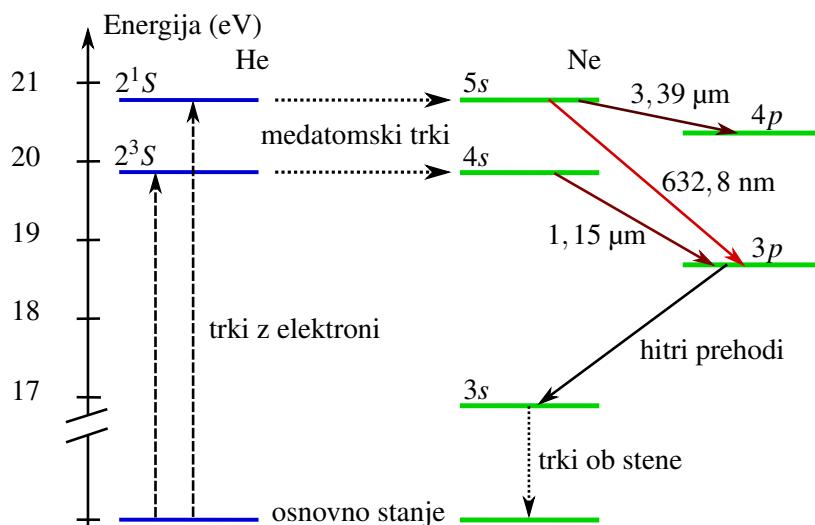
Vir: National Ignition Facility, Livermore, Kalifornija.

Moči svetlobe, ki jih oddajajo najmočnejši laserski sistemi, imajo zelo velike vrednosti. Najmočnejši zvezno delujoči laserji dosegajo moč prek  $\sim 100$  kW. Še bistveno večje moči dosegajo sunkovni laserji, saj lahko v sunku dosežejo moč tudi  $\sim 10^{15}$  W. Vendar so sunki s tako veliko svetlobno močjo izredno kratki, tipično reda pikosekunde, tako da znaša celotna energija v sunku "le"  $\sim$  kJ. Pomemben parameter pri sunkovnih laserjih je tudi čas, ki poteče med dvema zaporednima sunkoma (repeticijo). Najmočnejši laserski sistemi lahko izsevajo največ nekaj sunkov dnevno.

## 4.2 He-Ne laser

Najprej si oglejmo helij-neon (He-Ne) laser, ki je bil prvi zvezno delujoči laser in je še danes zelo razširjen. Najpogosteje deluje pri valovni dolžini 632,8 nm v rdečem delu spektra, lahko pa tudi pri infrardečih 1,15  $\mu\text{m}$  in 3,39  $\mu\text{m}$  ter nekaterih drugih valovnih dolžinah v oranžnem in zelenem delu spektra. Laser deluje v zveznem načinu delovanja s tipičnimi močmi 0,5–100 mW.

Ojačevalno sredstvo je plin, mešanica helija in neonja, katerih relevantni energijski nivoji so prikazani na sliki (4.2). Atome helija s trki z elektroni vzbudimo v eno izmed dveh dolgoživih metastabilnih stanj  $2^3S$  ali  $2^1S$  z razpadnima časoma 0,1 ms in 5  $\mu\text{s}$ . Ti dve stanji slučajno praktično sovpadata z dvema stanjem neonja ( $4s$  in  $5s$ ). Ko heliju dodamo neon, se energija s trki prenese z vzbujenih helijevih atomov na atome neonja, ki s tem preidejo v že omenjeni vzbujeni stanji. Helijevi atomi se po trku vrnejo v osnovno stanje, od koder jih lahko ponovno vzbudimo. Prenos energije z atomov helija na atome neonja s trki je zelo učinkovit, zato zasedenost vzbujenih neonovih stanj hitro naraste. Ko preseže zasedenost nižjih vzbujenih stanj, pride do obrnjene zasedenosti.

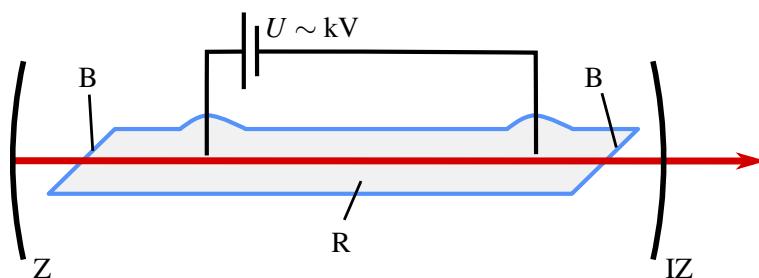


Slika 4.2: Shema energijskih nivojev v He-Ne laserju. Nivoji helija so označeni z modro in nivoji neonja z zeleno, laserski prehodi pa z rdečimi barvami in pripisano ustrezno valovno dolžino.

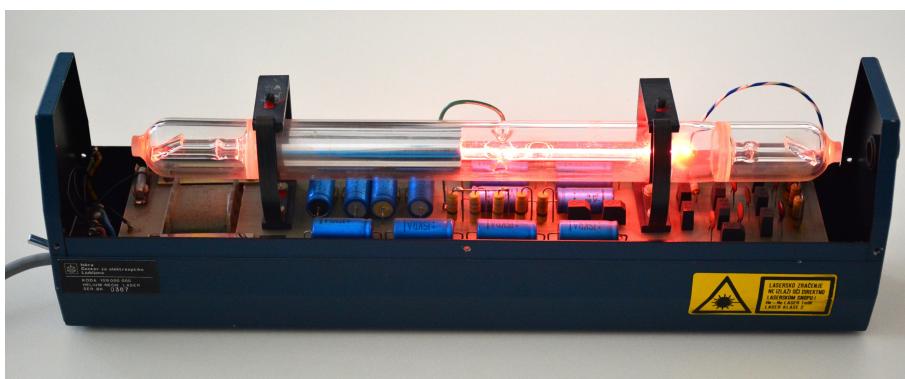
Znano rdečo svetlobo He-Ne laserja z valovno dolžino 632,8 nm dobimo pri prehodu iz stanja  $5s$  v eno od stanj  $3p$ . Pri tem je življenjski čas stanja  $5s$  okoli 100 ns, stanja  $3p$  pa okoli 10 ns, zato se spodnji nivo s spontano emisijo hitro prazni v metastabilno stanje  $3s$ . V njem se atomi nabirajo, saj so dipolni sevalni prehodi v osnovno stanje prepovedani, in atomi le s trki ob steno cevi prehajajo v osnovno stanje. Da pospešimo praznjenje nivoja  $3s$  in omogočimo večjo obrnjeno zasedenost, moramo torej zmanjšati premer razelektritvene cevi. Zaradi gibanja atomov je spektralna črta Dopplerjevo razširjena ( $\Delta\nu = 1,5$  GHz).

Lasersko delovanje dobimo tudi pri prehodu iz  $5s$  v stanje  $4p$ , pri katerem ima izsevana svetloba valovno dolžino  $3,39 \mu\text{m}$ . Ojačenje je za ta prehod celo precej večje kot za prehod pri  $632,8 \text{ nm}$ , deloma zaradi nižje frekvence (glej zvezo med Einsteinovima koeficientoma  $A$  in  $B$ , enačba 2.34), deloma pa zaradi kratke življenske dobe spodnjega laserskega nivoja  $4p$ . Zato bi pričakovali, da bo He-Ne laser svetil v infrardečem delu in ne vidnem. To delno prepreči absorpcija v steklu, delno pa izgube namerno povečamo s selektivno odbojnostjo resonatorskih zrcal, ki dvigne prag delovanja za  $3,39 \mu\text{m}$  nad prag za  $632,8 \text{ nm}$ . V laser lahko dodamo tudi celico metana, ki infrardeč del svetlobe močno absorbira, vidnega pa ne. Omenimo še prehode iz stanja  $4s$ , ki ga dosežejo neonovi atomi s trki z vzbujenimi helijevimi atomi iz nivoja  $2^3S$ . Prehod  $4s$  v  $3p$ , ki da svetlobo pri  $1,15 \mu\text{m}$ , je bil prvi opaženi prehod v He-Ne laserjih.

Tipičen He-Ne laser je razmeroma preprosto zgrajen (sliki 4.3 in 4.4). V razelektritveni cevi (napetost  $\sim 1 \text{ kV}$ ), skozi katero teče električni tok ( $\sim 10 \text{ mA}$ ), se nahaja mešanica helija in neonova v razmerju  $5 : 1$ – $10 : 1$ . Skupni tlak v cevi je nizek, le okoli  $3 \text{ mbar}$ , cev pa je tipično dolga okoli  $0,5 \text{ m}$  s premerom  $1$ – $2 \text{ mm}$ . Cev na obeh straneh zapirata okni, ki sta nagnjeni za Brewstrov kot (glej enačbo 1.50), tako da so izgube pri odboju za eno polarizacijo kar se da majhne. Izhodna svetloba iz laserja je zato seveda polarizirana. V manjših laserjih so namesto Brewstrovih oken na razelektritveno cev privarjena kar resonatorska zrcala, zaradi česar so taki laserji nepolarizirani. Navadno je razelektritvena cev obdana z dvema ukrivljenima zrcalomoma, ki imata zelo veliko odbojnost za izbrano valovno dolžino. Nekaj tipičnih podatkov za He-Ne laser je zbranih v tabeli (4.1).



Slika 4.3: Shema He-Ne laserja: R – razelektritvena cev, IZ – izhodno zrcalo, Z – zrcalo z veliko odbojnostjo, B – Brewstrov okni



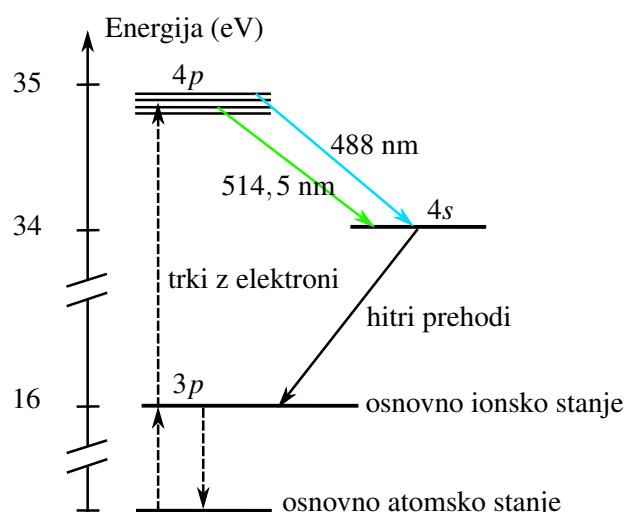
Slika 4.4: Primer starejšega He-Ne laserja, izdelanega v Sloveniji

He-Ne laserji so preprosti, stabilni, zanesljivi, poceni, imajo visoko kvalitetno žarka in dolgo služijo (do 50 000 ur). Danes jih sicer izrivajo polprevodniški laserji, vendar so še vedno v uporabi v merilnih napravah, v optičnih čitalnih sistemih, v šolah, v raziskovalnih laboratorijih za interferometrijo, holografijo itd. Na njem je osnovan tudi standard za meter.

### 4.3 Argonov ionski laser

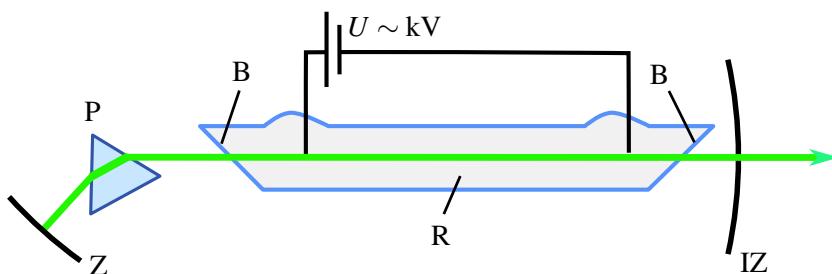
Kot drugi primer plinskega laserja obravnavajmo argonov ionski ( $\text{Ar}^+$ ) laser, ki je najbolj poznan po zveznem delovanju v modrem in zelenem delu spektra pri valovnih dolžinah 488,0 nm in 514,5 nm, deluje pa tudi v bližnjem ultravijoličnem delu spektra. Tipične moči delovanja argonovega laserja so 100 mW–50 W.

Kot večino plinskih laserjev tudi tega črpamo z električnim tokom. Atome argona vzbudimo s trki z elektronimi vione argona, ti pa z nadaljnji trki preidejo v vzbujena stanja. Obrnjeno zasedenost dosežemo med nivojema  $4p$  in  $4s$  (slika 4.5). Ta dva nivoja vsebujejo veliko podnivojev, zato je tudi prehodov med njima zelo veliko. Argonov laser tako seva pri več kot tridesetih različnih valovnih dolžinah, najznačilnejši sta že omenjeni 488 nm in 514,5 nm. Življenski čas zgornjega nivoja je okoli 10 ns, kar je približno desetkrat več od življenskega časa spodnjega nivoja, od koder se ionizira z rekombinacijo z elektronimi vrnejo v osnovno stanje atoma. Tudi pri tem laserju je poglaviti vzrok za razširitev črte Dopplerjev pojav ( $\Delta\nu = 3,5 \text{ GHz}$ ).



Slika 4.5: Shema energijskih nivojev v  $\text{Ar}^+$  laserju

Argonov laser je v osnovi zgrajen podobno kot He-Ne laser. V razelektritveni cevi (tipična dolžina 1 m in premer 1–2 mm) se nahaja argon pri pritisku okoli 10 mbar. Ker gre pri vzbujanju atomov argona za dvostopenjski proces, mora biti električni tok, s katerim dosežemo obrnjeno zasedenost, precej velik, lahko tudi nekaj deset amperov. Pri tipični napetosti nekaj kV to pomeni, da so potrebne velike električne moči, pogosto več deset kW, in močnejši argonovi laserji so zato zaradi velike količine odvečne toplotne najpogosteje vodno hlajeni.



Slika 4.6: Poenostavljena shema  $\text{Ar}^+$  laserja s prizmo: R – razelektritvena cev, IZ – izhodno zrcalo, Z – zrcalo z veliko odbojnostjo, B – Brewstrovi okni, P – prizma



V argonovih laserjih pogosto ustvarimo vzdolžno magnetno polje, ki preprečuje elektronom, da bi predčasno zapustili ojačevalno območje in trčili v steno. S tem se poveča izhodno moč laserja, hkrati pa preprečuje poškodbe na stenah, ki bi jih lahko povzročili visokoenergijski elektroni. Iz istega razloga so pri močnejših laserjih zrcala izven plinske cevi.

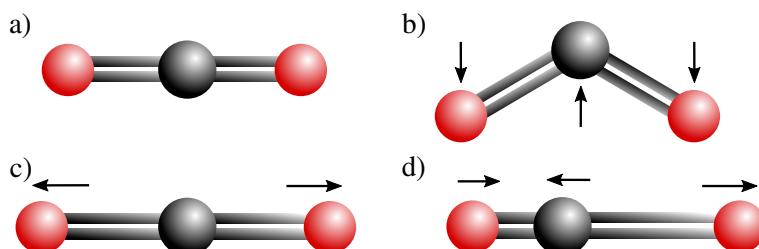
V resonator argonovega laserja moramo vgraditi še element, ki omogoči izbiro ene same spektralne črte. Najpogosteje za ta frekvenčno selektiven element uporabimo kar majhno prizmo pred enim od obeh zrcal (slika 4.6). Zaradi disperzije v prizmi se snopi različnih valovnih dolžin lomijo pod različnimi koti in le tisti snop, ki vpada pravokotno na zrcalo, se ojačuje. Z vrtenjem prizme ali zrcala lahko tako izbiramo valovno dolžino izhodne svetlobe. Nekaj tipičnih podatkov za argonov laser je zbranih v tabeli (4.1).

Argonovi laserji so zanesljivi in dajejo zelo kvalitetni Gaussov snop pri eni sami frekvenci. Zato se dosti uporablajo v optični spektroskopiji, interferometriji, holografiji in meritni tehniki. Delujejo v zveznem načinu, zaradi razmeroma široke črte ojačenja pa jih uporabljamo tudi za fazno uklenjene sunkovne laserje z dolžino sunkov okoli 150 ps. V kombinaciji s kriptonovimi laserji, ki so zelo podobni argonovim, le da delujejo v rdečem in oranžnem delu spektra, se uporablajo tudi v zabavni industriji. V zadnjem času jih vse bolj izrivajo polprevodniški laserji ali pa frekvenčno podvojeni Nd:YAG.

## 4.4 CO<sub>2</sub> laser

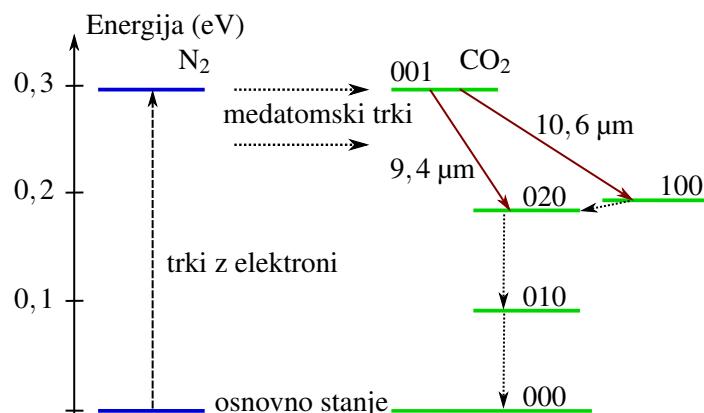
Do zdaj opisani laserji so delovali na elektronskih prehodih v atomih oziroma ionih. Laser na ogljikov dioksid pa deluje na prehode med vibracijskimi stanji molekul CO<sub>2</sub>, pri čemer elektroni ostanejo v osnovnem stanju. Zaradi majhnih energijskih razlik med vibracijskimi stanji deluje tak laser v infrardečem delu spektra, najpogosteje pri 9,6 μm in 10,6 μm. Laser deluje v zveznem in v sunkovnem načinu, odlikuje ga pa zelo velik izkoristek (~ 30 %) in posledično zelo velike moči, 1 W–10 kW.

Preden opišemo delovanje laserja, si na kratko oglejmo še nihajna stanja molekule ogljikovega dioksida. Molekula CO<sub>2</sub> je v osnovnem stanju linearna molekula (slika 4.7 a). Za molekule take oblike obstajajo trije osnovni načini nihanja atomov glede na težišče: atomi nihajo v smeri pravokotno na os (upogib, slika 4.7 b), atoma kisika nihata simetrično vzdolž osi molekule, ogljik pa pri tem miruje (simetrični razteg, slika 4.7 c) in atoma kisika se gibljeta v isti smeri vzdolž osi, ogljik pa v nasprotni smeri (asimetrični razteg, slika 4.7 d). Pri tem ima najvišjo frekvenco asimetrični razteg, najnižjo pa upogib. Vsako vibracijsko stanje lahko razstavimo na osnovne nihajne načine in ga opišemo s številom energijskih kvantov v posameznem osnovnem nihanju, torej s trojico celih števil ( $n_1, n_2, n_3$ ). Po dogovoru stanje 100 opisuje osnovni simetrični razteg, stanje 010 osnovni upogib, stanje 001 pa osnovni asimetrični razteg.



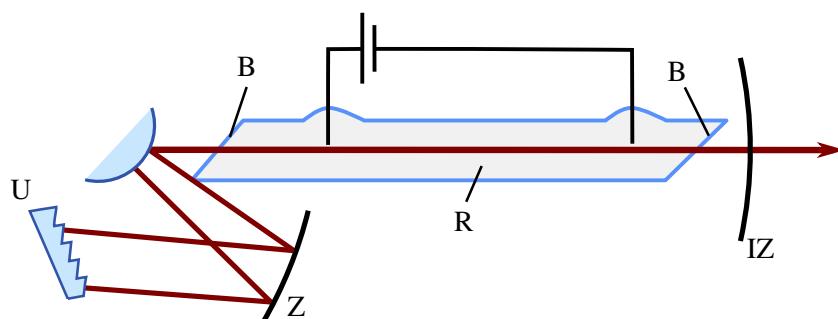
Slika 4.7: Molekula CO<sub>2</sub> (a) in trije osnovni načini nihanja molekule: upogib (b), simetrični razteg (c) in asimetrični razteg (d)

Vibracijska stanja molekule vzbudimo z električnim tokom skozi plin. Pri tem v razelektritveno cev dodamo dušik ( $N_2$ ) in podobno kot pri He-Ne laserju se tudi  $CO_2$  črpa predvsem preko trkov z dušikovimi molekulami. Dušikova molekula je dvoatomna in ima zato zgolj eno vibracijsko stanje, ki po energiji praktično sovpada z energijo stanja 001 (slika 4.8). Iz tega zgornjega stanja prehajajo molekule v stanje 100 ( $10,6 \mu m$ ) ali v stanje 020 ( $9,4 \mu m$ ). Da pospešimo prehod nazaj v osnovno stanje, plinski mešanici dodamo še helij, s katerim trkajo molekule. Razmerje parcialnih tlakov je navadno 1:1:8 za  $CO_2:N_2:He$  pri tlaku 1 mbar. Pri tako nizkih tlakih je poglavita razširitev spektralne črte Dopplerjeva, ki pa je v primerjavi z ostalimi plinskimi laserji zaradi nizkih frekvenc zelo majhna, le okoli 70 MHz. V laserskih sistemih, kjer je tlak višji, prevlada razširitev zaradi medmolekulskih trkov. Pri tlakih okoli 20 bar znaša razširitev že okoli 500 GHz, kar omogoča izdelavo fazno uklenjenih sunkovnih laserjev s sunki dolžine  $\sim 1 \text{ ps}$ . Nekaj tipičnih podatkov za laser na ogljikov dioksid je zbranih v tabeli (4.1).



Slika 4.8: Shema vibracijskih nivojev v  $CO_2$  laserju

Najpreprostejši laser na ogljikov dioksid je po svoji zgradbi podoben drugim plinskim laserjem. Razelektritvena cev (polmer  $\sim 1 \text{ cm}$  in dolžina  $0,5\text{--}2 \text{ m}$ ) je na obeh koncih zaključena z Brewstrovima oknoma in zrcaloma. Vsi optični elementi v laserju morajo biti seveda prepustni oziroma odbojni za infrardeč del svetlobe. Ker lahko deluje laser pri zelo veliko različnih valovnih dolžinah, dodamo frekvenčno selektiven člen, na primer uklonsko mrežico (slika 4.9).



Slika 4.9: Poenostavljena shema najpreprostejšega  $CO_2$  laserja: R – razelektritvena cev, IZ – izhodno zrcalo, Z – zrcalo z veliko odbojnostjo, B – Brewstrovi okni, U – uklonska mrežica

Laserji na ogljikov dioksid se največ uporabljajo v industriji za zahtevne obdelave materialov, na primer za rezanje kovin, vrtanje, ablacijo, varjenje, pa tudi za vojaške in medicinske namene. Obdelava z laserji omogoča veliko natančnost, čistočo in je zelo fleksibilna.

Laser	He-Ne	Ar <sup>+</sup>	CO <sub>2</sub>	ekscimer
Valovna dolžina $\lambda$	632,8 nm	488 in 514,5 nm	9,6 in 10,6 μm	UV
Verjetnost za spontani prehod $A$	$3,4 \times 10^6$ /s	$7,8 \times 10^7$ /s	0,25/s	$\sim 10^8$ /s
Presek za stimulirano emisijo $\sigma$	$3 \times 10^{-17}$ m <sup>2</sup>	$2,6 \times 10^{-16}$ m <sup>2</sup>	$3 \times 10^{-22}$ m <sup>2</sup>	$10^{-20}$ m <sup>2</sup>
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$1,5 \times 10^9$ Hz	$3,5 \times 10^9$ Hz	$7 \times 10^7$ Hz	$10^{13}$ Hz
Obrnjena zasedenost $\Delta N/V$	$5 \times 10^{15}$ /m <sup>3</sup>	$2 \times 10^{15}$ /m <sup>3</sup>	$3 \times 10^{21}$ /m <sup>3</sup>	$10^{20}$ /m <sup>3</sup>

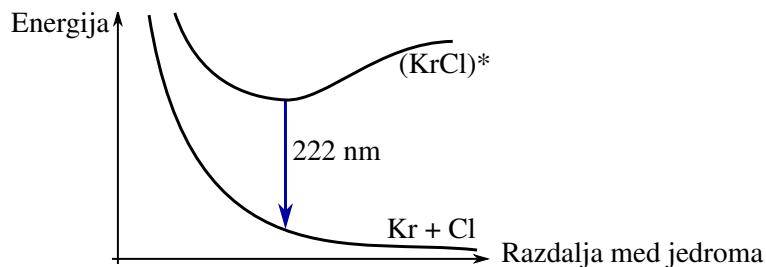
Tabela 4.1: Izbrani podatki za He-Ne, Ar<sup>+</sup>, CO<sub>2</sub> in tipičen eksimerni laser

## 4.5 Ekscimerni laser

Ekscimerji (*excited dimer, excimer*) so vzbujena vezana stanja dveh atomov, ki bi se v osnovnem stanju ne vezala. Za laserje so zanimivi predvsem ekscimerji težkih žlahtnih plinov in halogenov, na primer  $\text{Ar}_2^*$  (126 nm),  $\text{Kr}_2^*$  (146 nm),  $\text{Xe}_2^*$  (172 nm),  $\text{ArF}$  (193 nm),  $\text{KrF}$  (248 nm),  $\text{XeCl}$  (308 nm),  $\text{ArBr}$  (161 nm),  $\text{NeF}$  (108 nm) ... Te molekule obstajajo samo v vzbujenem stanju, v osnovnem stanju pa je odbojna sila med atomoma prevelika in molekula neobstojna. Vsi našteti primeri oddajajo lasersko svetlobo v ultravijoličnem delu, ki ga drugi laserski sistemi le težko pokrivajo. Ekscimerni laserji delujejo v sunkih, pri čemer je tipična oddana energija v sunku  $\sim 1 \text{ J}$ , dolžina sunka  $10\text{--}100 \text{ ns}$  pri repeticiji  $\sim 100 \text{ Hz}$ .

Vezano stanje dveh atomov dobimo, kadar je ionizacijska energija prvega atoma manjša od vsote elektronske afinitete drugega atoma in elektrostatične energije vezave obeh ionov. Vzemimo za primer klor in kripton. Ionizacijska energija kriptona v osnovnem stanju je 14 eV, v vzbujenem pa 5 eV. Elektronska afiniteta klora je 3,75 eV in elektrostatična vezavna energija KrCl okoli 7 eV. Tako je za nastanek molekule KrCl v osnovnem stanju potrebno dodati okoli 4 eV, pri tvorbi molekule v vzbujenem stanju pa se sprosti okoli 6 eV. Približno obliko celotne potencialne energije molekule KrCl v osnovnem in vzbujenem stanju kaže slika (4.10). Molekula, ki je vezana v vzbujenem stanju, po sevalnem prehodu v osnovno stanje takoj razpade, zato je zelo lahko doseči obrnjeno zasedenost. Pri tem je razpadni čas vezanega stanja  $\sim 10$  ns, spodnjega nevezanega pa okoli 0,1 ps. Da nastanejo ekscimeri, vzbujamo mešanico plinov (žlahtnega plina ali mešanice žlahtnega in halogenega plina) v heliju. Pritisak je razmeroma velik ( $\sim 3$  bar), zato plin v cevi vzbujamo prečno. Velika je tudi spektralna širina prehoda ( $\Delta\nu = 10^{13}$  Hz). Nekaj tipičnih podatkov za ekscimerne laserje je zbranih v tabeli (4.1).

Ekscimerni laserji delujejo v sunkih s precej veliko energijo in se uporablajo v industriji materialov, mikroprocesorjev, fotolitografiji in medicini, predvsem oftalmologiji in kirurgiji.



Slika 4.10: Shema energije v odvisnosti od razdalje med jedromi atomov. V vzbujenem stanju se atoma povežeta v molekulo, po prehodu v nižji nivo pa atoma disociirata.

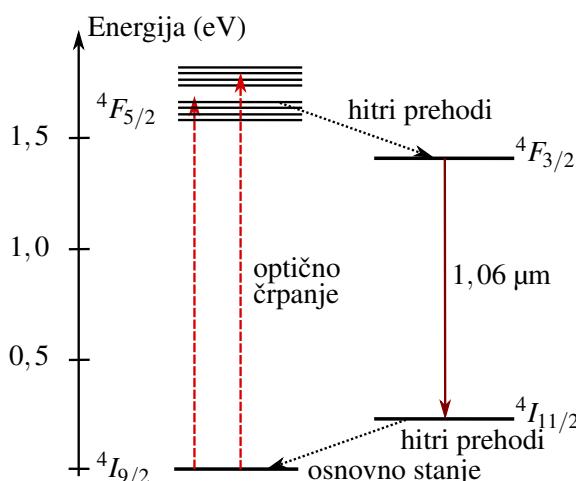
## 4.6 Neodimov laser

Druga skupina laserjev, ki jo bomo obravnavali, so trdninski laserji. Taki laserji temeljijo na elektronskih prehodih v ionih primesi, ki jih dodamo v kristal ali steklo, črpamo pa jih optično. Primesi so navadno redke zemlje ali prehodne kovine, kristali pa oksidi ali fluoridi. Izdelava ojačevalnih sredstev na osnovi stekla je bistveno bolj preprosta in poceni, vendar ima steklo precej nižjo topotno prevodnost od kristalov in se zato bolj greje. Začeli bomo z opisom dveh primerov neodimovega laserja, Nd:YAG in Nd:steklo. Podobne laserje dobimo, če v YAG kristalu namesto z neodimom itrijeve ione nadomestimo z iterbijem (1030 nm) ali erbijem (2940 nm).

### 4.6.1 Nd:YAG

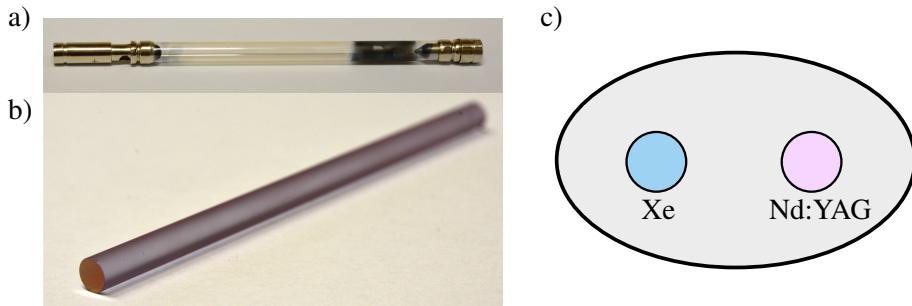
V Nd:YAG laserju je ojačevalno sredstvo itrij-aluminijev granat ( $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ , YAG) s primesmi neodimovih ionov  $\text{Nd}^{3+}$ . Neodimov laser deluje pri valovni dolžini 1,064 μm ali frekvenčno podvojeni 532 nm. Laser deluje v zveznem načinu pri močeh do 5 kW ali sunkovnem z dolžino sunkov okoli 100 ns in energijo sunka ~ 1 J.

Neodimov laser je primer štirinivojskega laserskega sistema, pri čemer je laserski prehod med stanjem  $^4F_{5/2}$  in  $^4I_{11/2}$  iona neodima (slika 4.11). S svetlogo višje frekvence (tipično okoli 800 nm) črpamo elektrone v višje nivoje, ki hitro preidejo v zgornji laserski nivo. Življenski čas zgornjega nivoja je okoli 230 μs, spodnjega pa precej krajši, zato je lahko doseči veliko obrnjeno zasedenost. Spodnje stanje je dovolj visoko nad osnovnim, da pri sobni temperaturi v ravnovesju ni znatno zasedeno. Razširitev črte je homogena in je predvsem posledica termičnega nihanja kristalne mreže ( $\Delta\nu = 130 \text{ GHz}$ ). Prag neodimovega laserja za zvezno delovanje je nizek in ga je lahko doseči, prav tako dobro neodimov laser deluje v sunkih, predvsem s preklopom dobrte.



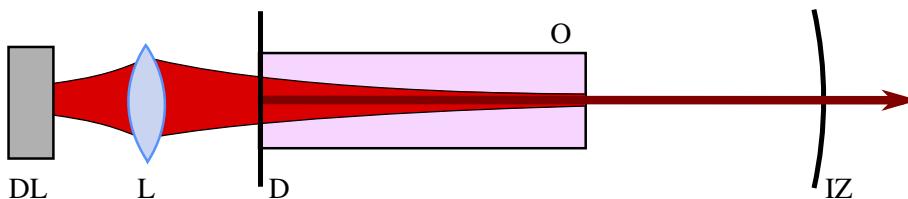
Slika 4.11: Shema energijskih nivojev v  $\text{Nd}^{3+}$  laserju

Laser črpamo z diodnimi laserji ali močnimi ksenonovimi svetilkami za zvezno delovanje ter podobnimi bliskovnimi lučmi za sunkovno delovanje (slika 4.12 a). Aktivna snov v laserju je v obliki paličice dolžine od nekaj cm do dobrih 10 cm in širine ~ 1 cm. V kristalu YAG neodimovi ioni nadomestijo približno 1 % itrijevih, zato ojačevalno sredstvo na videz ni prozorno, temveč rahlo rožnato (slika 4.12 b). Aktivna paličica in svetilka sta vgrajeni v cilindrično ali eliptično votlino z zrcalnimi ali belimi stenami, tako da se čim večji del črpalne svetlobe absorbira v laserski paličici (slika 4.12 c).



Slika 4.12: Ksenonova bliskovna svetilka (a), ojačevalno sredstvo v Nd:YAG laserju (b) in shema eliptične črpalne votline (c)

Pri črpanju s ksenonovo svetilkjo je le manjši del izsevane svetlobe v absorpcijskih pasovih, zato je izkoristek črpanja razmeroma slab, tipično pod 1 %. Za izhodno moč zvezno delujočega Nd:YAG laserja  $\sim 10$  W je tako potrebna električna moč  $\sim \text{kW}$ . Velika večina porabljene moči gre v gretje, zato je v laserjih z nekoliko večjo povprečno močjo potrebno vodno hlajenje. Gretje povzroča tudi topotne deformacije laserske paličice, kar lahko močno spremeni lastnosti resonatorja. Topotni učinki so ena poglavitnih praktičnih težav pri izdelavi neodimovih laserjev s klasičnimi svetilkami. Danes zato zvezno delujoče neodimove laserje črpamo z diodnimi laserji, ki svetijo v območju največje absorpcije  $\text{Nd}^{3+}$ . Črpanje je lahko prečno ali vzdolžno (slika 4.13). Pri diodnem črpanju je izkoristek dosti večji in je manj gretja, kar omogoča bolj kompaktno konstrukcijo in boljšo stabilnost izhodne moči.



Slika 4.13: Shema vzdolžnega diodnega črpanja Nd:YAG laserja. O – ojačevalno sredstvo, IZ – izhodno zrcalo, D – dikroično zrcalo, prepustno za črpalno svetlobo in odbojno za lasersko, DL – diodni laser za črpanje, L – leča

Neodimovi laserji so zelo razširjeni, tako v osnovni kot tudi v frekvenčno podvojeni različici. Najbolj uporabni so za obdelavo materialov (vrtanje, varjenje, litografija) ter v medicini (dermatologija in endoskopska kirurgija). Pomemben proizvajalec sunkovnih Nd:YAG laserjev za medicinske namene je podjetje Fotona d.o.o. iz Ljubljane.

Laser	Nd:YAG	Nd:steklo	Ti:safir
Valovna dolžina	1064 nm	1050 nm	660 – 1180 nm
Verjetnost za spontani prehod $A$	$4 \times 10^3 / \text{s}$	$3 \times 10^3 / \text{s}$	$3 \times 10^5 / \text{s}$
Presek za stimulirano emisijo $\sigma$	$3 \times 10^{-23} \text{ m}^2$	$3 \times 10^{-24} \text{ m}^2$	$3 \times 10^{-23} \text{ m}^2$
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$1,3 \times 10^{11} \text{ Hz}$	$7 \times 10^{12} \text{ Hz}$	$1 \times 10^{14} \text{ Hz}$
Gostota obrnjene zasedenosti $\Delta N/V$	$1,6 \times 10^{23} / \text{m}^3$	$8 \times 10^{23} / \text{m}^3$	$6 \times 10^{23} / \text{m}^3$

Tabela 4.2: Tipični podatki za Nd:YAG, Nd:steklo in Ti:safirni laser

#### 4.6.2 Nd:steklo

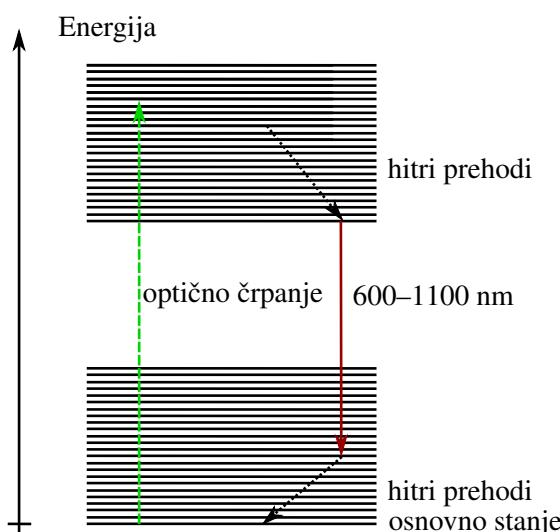
Namesto v kristal lahko neodimove ione  $\text{Nd}^{3+}$  vgradimo tudi v steklo. Laser z Nd:steklo ojačevalnim sredstvom deluje pri valovni dolžini 1,050 µm v sunkovnem načinu s preklopom dobrote ali z uklepanjem faz z energijami sunkov  $\sim 1 \text{ J}$ . Zaradi amorfne strukture stekla in posledično nehomogenega lokalnega polja je laserska črta nehomogeno razširjena ( $\Delta\nu = 7 \text{ THz}$ ). Ojačenje je manjše kot v Nd:YAG in za prag laserskega delovanja je potrebna precej večja črpalna moč. Laserji Nd:steklo se zato uporabljajo le v sunkovnem načinu in za tako delovanje so celo primernejši od Nd:YAG laserjev. Zaradi manjšega ojačenja pri dani obrnjeni zasedenosti je v laserju s preklopom dobrote mogoče doseči večjo načrpanost preden pride do praznjenja zaradi ojačevanja spontanega sevanja v enem preletu paličice. Problem teh laserjev predstavlja nizka topotna prevodnost stekla, ki omejuje repeticijo sunkov. Velika širina spektralne črte je zelo primerna za delovanje v načinu uklepanja faz, s katerim dosegamo ultrakratke sunke ( $\sim 100 \text{ fs}$ ).



Energie izsevanih sunkov je mogoče še povečati z ojačevalniki. Med največjimi je laserski sistem Nd:steklo v Ročestru (New York), ki ga uporabljajo za raziskave fuzije. Okoli 1 ns dolg sunek iz osnovnega laserja razdelijo na deset ojačevalnih vej, ki so dolge po 180 m. Končna energija sunka je nad  $\sim 1 \text{ MJ}$ . Z njim z vseh strani posvetijo na kroglico iz devterija in tritija, ki se dovolj segreje in stisne, da pride do njunega zlivanja. Vršna moč laserskega sunka je okoli  $10^{15} \text{ W}$ . Če laserski snop zberemo na površino  $1 \text{ mm}^2$ , dobimo električno poljsko jakost okoli  $5 \times 10^{11} \text{ V/m}$ , kar je približno enako električnemu polju v vodikovem atomu.

#### 4.7 Ti:safir laser

Titan-safirni laser je trdninski laser, pri katerem so v kristal safirja  $\text{Al}_2\text{O}_3$  primešani ioni titana  $\text{Ti}^{3+}$ . Njegova najpomembnejša značilnost je zvezna nastavljivost valovne dolžine v zelo širokem frekvenčnem pasu (600–1180 nm) z največjo učinkovitostjo pri okoli 800 nm. Deluje v zveznem načinu z močmi do 50 W in sunkovno v fazno uklenjenem načinu z dolžino sunkov do 10 fs z vršnimi močmi nad  $10^{12} \text{ W}$ .



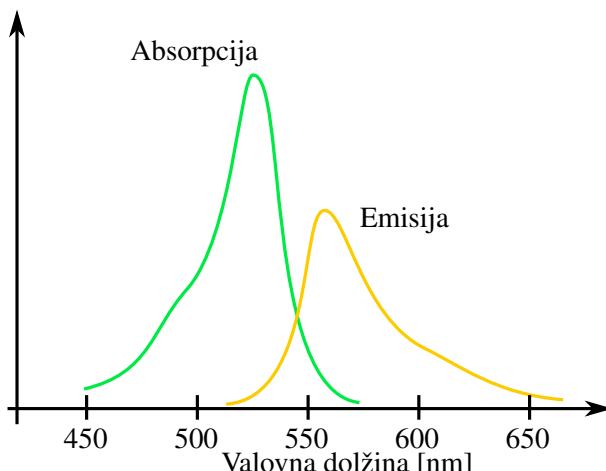
Slika 4.14: Energijski nivoji v Ti:safir laserju. Dva nivoja sta zaradi vibracij razcepljena na veliko število podnivojev, ki pa se med seboj deloma prekrivajo. Zelo podobna je tudi shema energijskih nivojev organskih barvil.

Ojačevalno sredstvo v Ti:safir laserju je aluminijev oksid, v katerem približno 0,2 % aluminijevih ionov nadomestimo s titanovimi. Titanovi ioni imajo v taki konfiguraciji zgolj eno vzbujeno stanje, vendar se zaradi sklopitve s fononi vibracijski nivoji posameznega stanja med seboj prekrivajo in prehod je močno razširjen. Z optičnim črpanjem vzbudimo titanov ion iz osnovnega stanja v eno izmed vibracijskih stanj vzbujenega stanja. Ion nato hitro preide v najnižje vzbujeno stanje. Laserski prehod poteka med nižjem vzbujenim stanjem in enim od vibracijskih nivojev osnovnega stanja (slika 4.14). Življenski čas vzbujenega stanja je kratek ( $3,2 \mu\text{s}$ ), širina črte pa največja med vsemi trdninskimi laserji ( $\Delta\nu = 100 \text{ THz}$ ). Ker je vrh absorpcijskega pasu blizu 500 nm, laser črpamo z zeleno svetlobo (argonov laser za zvezno delovanje oziroma frekvenčno podvojen neodimov laser za sunkovno). Najpomembnejša uporaba Ti:safir laserjev je v raziskovalnih laboratorijih za ustvarjanje zelo kratkih sunkov svetlobe z dolžino  $\sim 10 \text{ fs}$ . Prevedeno v dolžino, ki jo svetloba v tem času prepotuje, je to le nekaj valovnih dolžin svetlobe.

## 4.8 Laserji na organska barvila

Naslednja skupina laserjev so laserji na organska barvila, v katerih je organsko barvilo raztopljeno v tekočini, praviloma vodi ali alkoholu. To so bili prvi laserji z veliko spektralno širino in nastavljivo valovno dolžino delovanja. Delujejo lahko kot zvezni laserji in z izbiro barvila lahko dosežemo delovanje v območju  $300\text{--}1500 \mu\text{m}$  pri močeh do  $\sim 2 \text{ W}$ , široka spektralna širina pa omogoča sunkovno delovanje z uklepanjem faz z nekaj femtosekundnimi sunki pri energiji sunka nekaj 100 J.

Shema energijskih nivojev molekule tipičnega organskega barvila je zelo podobna shemi energijskih nivojev titan-safirnega laserja (slika 4.14). Vsi elektronski nivoji so razcepljeni v vibracijske in rotacijske podnivoje. V toplotnem ravnovesju je molekula na dnu osnovnega elektronskega stanja  $S_0$ . Z absorpcijo vidne svetlobe primerne frekvence preide v neko vzbujeno singletno stanje  $S_1$ . Preko trkov z molekulami topila vzbujena barvilna molekula zelo hitro, v času okoli pikosekunde, preide na dno vzbujenega stanja, od koder s sevanjem preide nekam v osnovno stanje  $S_0$ , od tam pa s trki hitro nazaj na dno osnovnega stanja. Ker sta obe elektronski stanji zaradi vibracij in rotacij razširjeni, sta absorpcijska in emisijska fluorescenčna črta široki ( $\Delta\nu = 30 \text{ THz}$ ). Energija izsevane svetlobe je zmanjšana za energijo prehodov s trki, zato je emisijska črta premaknjena k nižjim frekvencam od absorpcijske. Absorpcijski in fluorescenčni spekter prehoda  $S_0 - S_1$  za barvilo rodamin 6G kaže slika (4.15).



Slika 4.15: Absorpcijski in emisijski spekter barvila rodamin 6G, ki se uporablja v laserjih

Valovna dolžina	300–1500 $\mu\text{m}$
Verjetnost za spontani prehod $A$	$\sim 10^8/\text{s}$
Presek za stimulirano emisijo $\sigma$	$3 \times 10^{-20} \text{ m}^2$
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$3 \times 10^{13} \text{ Hz}$
Gostota obrnjene zasedenosti $\Delta N/V$	$\sim 10^{22}/\text{m}^3$

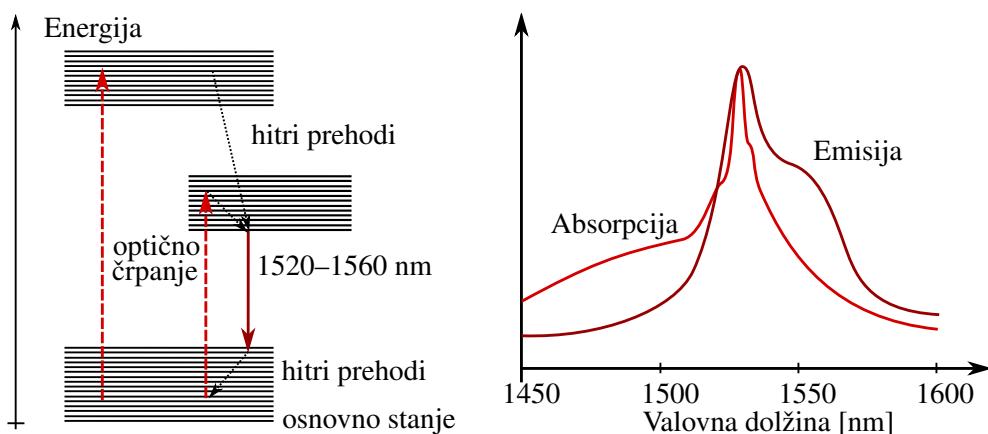
Tabela 4.3: Tipični podatki za laserje na organska barvila

Laser na organska barvila lahko deluje pri vseh frekvencah znotraj široke fluorescenčne črte. Zato moramo v resonator vgraditi frekvenčno selektiven element, s katerim nastavljamo frekvenco izhodne svetlobe. Uporabna je prizma, kot v primeru argonovega laserja, ali pa eno od zrcal nadomestimo z uklonsko mrežico, ki je zasukana pod takim kotom, da se po osi resonatorja odbije svetloba izbrane valovne dolžine. Barvilne laserje črpamo ali z bliskovno svetilko ali z drugim laserjem primerne valovne dolžine, na primer argonovim ali eksimernim laserjem.

Slabost laserjev na organska barvila je njihova degradacija. Barvila v laserjih je treba pogosto menjati (tipično na 100 ur delovanja), poleg tega je ravnanje z njimi zahtevno, saj je veliko barvil in topil strupenih in korozivnih. Laserji na organska barvila so uporabni v spektroskopiji, za ločevanje izotopov, v medicini (dermatologija, odstranjevanje ledvičnih kamnov) ...

## 4.9 Vlakenski laserji

Posebna vrsta laserjev so vlakenski laserji, v katerih predstavlja aktivno sredstvo optično vlakno, dopirano z ioni redkih zemelj. (Za podroben opis optičnih vlaken glej poglavje ??) Valovna dolžina, pri kateri oddajajo svetlobo, je odvisna od snovi, s katerimi je vlakno dopirano. Najpogosteje je to erbij (1550 nm), iterbij ( $\sim 1100$  nm) ali neodim (1064 nm). Vlakenske laserje odlikuje izredno velik izkoristek (tipično okoli 70–80 %, lahko tudi več) in posledično zelo velika moč (do 20 kW). Za njih sta značilni tudi izredno velika kakovost žarka (faktor  $M^2 < 1,1$ , glej enačbo ??) in razmeroma majhna občutljivost na zunanje motnje. Delujejo lahko v zveznem ali sunkovnem načinu.

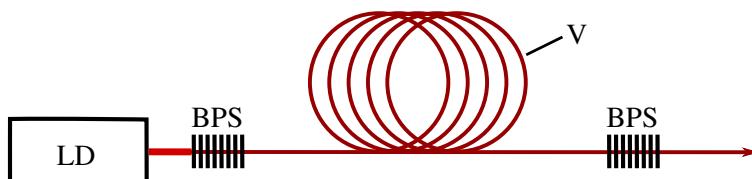


Slika 4.16: Energijski nivoji v erbijevem vlakenskem laserju (levo) in absorpcijski ter emisijski spekter za erbij (desno). Dodaten vrh pri 980 nm ni prikazan.

Oglejmo si vlakenski laser, katerega vlakno je dopirano z ioni erbija (masni delež  $\sim 1\%$ ). Vlakna so pogosto dodatno dopirana z iterbijem, kar poveča absorpcijo črpalne svetlobe in s tem izkoristek laserja. Laser črpamo optično z lasersko diodo pri 980 nm ali 1480 nm, laserski prehodi pa se zgodijo ob povratku v osnovno stanje. Osnovno stanje je razcepljeno v več podnivojev (slika 4.16), zato je valovna dolžina oddane svetlobe v razmeroma širokem intervalu 1520–1560 nm. Velika spektralna širina omogoča delovanje z uklepanjem faz.

Zgradba vlakenskih laserjev se razlikuje od do zdaj opisanih. Glavna razlika je seveda v resonatorju, ki je v tem primeru kar optično vlakno. Tipičen premer je  $\sim 5 \mu\text{m}$  in dolžina več metrov. Na koncih vlakna lahko postavimo dikroični zrcali, ki omogočata longitudinalno sklopitev črpalnega žarka v vlakno. Namesto navadnih zrcal se pogosto uporabi periodične strukture na koncih vlakna, na katerih se valovanje izbrane valovne dolžine Braggovo odbija (slika 4.17). S selektivnim odbojem se širina spektra izhodnega valovanja bistveno zmanjša.

Navadno uporabljamo vlakna, ki so sestavljena iz sredice in dveh plaščev. Laserska svetloba ostaja ujeta v sredici vlakna, črpalno pa vodimo po notranjem plašču. To omogoča bistveno lažjo sklopitev črpalnega žarka v vlakno, poleg tega povečanje efektivnega polmera žarka vodi do manjših vršnih intenzitet in manjše verjetnosti pojava neželenih nelinearnih pojavov (poglavlje ??).



Slika 4.17: Shema vlakenskega laserja: LD – črpalna laserska dioda, BPS – Braggova periodična struktura, V – optično vlakno

Vlakenski laserji se uporabljajo v telekomunikacijah, saj oddajajo svetlobo valovnih dolžin, pri katerih je v vlaknih najmanjša disperzija (poglavlje ??). Velika intenziteta svetlobe omogoča obdelavo, varjenje, vrtanje in rezanje kovin. Zaradi svojih mehanskih lastnosti so primerni tudi za premično lasersko obdelavo snovi.

Valovna dolžina	1550 nm
Verjetnost za spontani prehod $A$	$\sim 90/\text{s}$
Presek za stimulirano emisijo $\sigma$	$7 \times 10^{-25} \text{ m}^2$
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$3 \times 10^{12} \text{ Hz}$
Gostota obrnjene zasedenosti $\Delta N/V$	$\sim 10^{24}/\text{m}^3$

Tabela 4.4: Tipični podatki za erbijev vlakenski laser



Namesto vlaken, dopiranih z ioni redkih zemelj, lahko za izdelavo vlakenskih laserjev izkoristimo pojav stimuliranega Ramanovega sipanja (glej poglavje ??). Pri tem pojavu se črpalni žarek svetlobe neelastično siplje, ojači pa se žarek pri nižji frekvenci. Razlika frekvenc ustreza vibracijskim prehodom molekul, ki prevzamejo preostanek energije. Signal, ki se pri prehodu ojačuje, ostaja pretežno ujet v vlakno z Braggovimi periodičnimi strukturami na koncih. Zavedati se moramo razlike med navadnim laserjem, ki deluje zaradi vzpostavljene obrnjene zasedenosti, in Ramanskim laserjem, v katerem pride do ojačenja sipane svetlobe.

## 4.10 Polprevodniški laserji

Danes so nedvomno najpomembnejši polprevodniški oziroma diodni laserji. Njihove glavne značilnosti so veliko ojačenje in zato majhna dimenzija ( $\sim 10\text{--}100 \mu\text{m}$ ), nizka cena, velik izkoristek ( $\sim 50\%$ ) in neposredno črpanje z električnim tokom. Za črpanje zadoščajo majhni tokovi (tipično  $\sim 100 \text{ mA}$ ), kar omogoča zelo hitro modulacijo (več 10 GHz) svetlobne moči s spreminjajočim se črpanjem. Slabost polprevodniških laserjev je razmeroma širok spekter in posledično majhna koherenca. Polprevodniški laserji delujejo v območju valovnih dolžin od  $\sim 375 \text{ nm}$  do več  $\mu\text{m}$ . Izvodne moči so zelo odvisne od valovne dolžine: v UV območju so razmeroma nizke ( $\sim 100 \text{ mW}$ ), sicer pa dosegajo vrednosti  $\sim 3 \text{ W}$ .

Na hitro lahko rečemo, da delovanje diodnih laserjev temelji na rekombinaciji elektronov iz prevodnega pasu z vrzelmi v valenčnem pasu, pri čemer se izseva foton. Ta proces je lahko spontan, kot v svetlečih diodah, lahko pa tudi stimuliran, kar vodi do ojačanja svetlobe in laserkega delovanja. Za podrobnejšo razlago ojačenja v polprevodniških laserjih moramo poznati osnove polprevodniške fizike, zato jo na kratko ponovimo.

### Energijski pasovi v polprevodnikih

V trdnih snoveh elektroni niso lokalizirani in zaradi interakcij med sosednjimi atomi se sicer ostra elektronska stanja razširijo v elektronske pasove. Pasovi se lahko prekrivajo (kovine), lahko pa se med najvišjim polno zasedenim (valenčnim) pasom in najnižjim nezasedenim (prevodnim) pasom pojavi energijska reža. Če je velikost energijske reže  $E_g$  nekaj  $kT$ , je snov polprevodnik (tabela 4.5), sicer je izolator.

Snov	InSb	InAs	Ge	Si	GaAs	GaP
$E_g \text{ [eV]}$	0,17	0,36	0,67	1,124	1,43	2,26

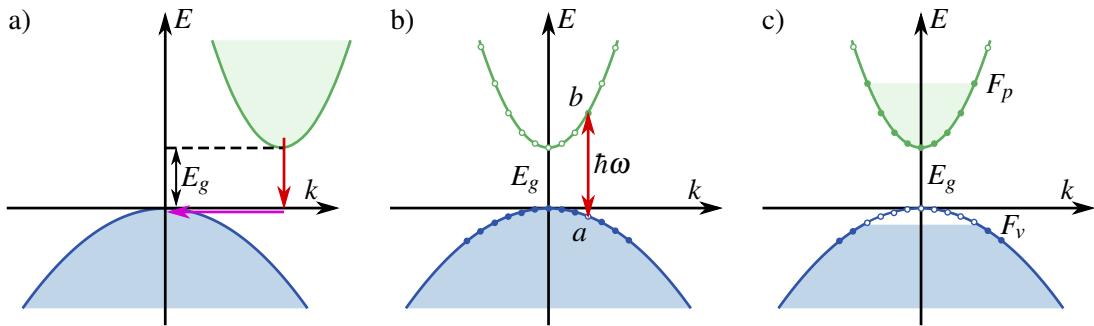
Tabela 4.5: Širina energijske reže v nekaterih polprevodnikih

Ko na polprevodnik vpade foton z energijo  $\hbar\omega > E_g$ , se foton absorbira, elektron iz valenčnega pasu preide v prevodni pas, v valenčnem pasu pa ostane vrzel. Pričakovali bi, da se tak elektron, ki je medtem hitro prešel v dno prevodnega pasu, spontano vrne v valenčni pas, pri čemer se svetloba izseva. Vendar je pri prehodu treba upoštevati tudi ohranitev gibalne količine. Pri najobičajnejših polprevodnikih, siliciju in germaniju, leži vrh valenčnega pasu pri valovnem vektorju  $\mathbf{k} = 0$ , dno prevodnega pasu pa pri  $\mathbf{k} \neq 0$  (slika 4.18 a). Prehod elektrona preko take indirektne reže je malo verjeten, saj mora zaradi ohranitve gibalne količine priti še do interakcije s fononom. Prehod je veliko bolj verjeten v snoveh z direktno režo, pri katerih ležita tako dno prevodnega kot vrh valenčnega pasu pri  $\mathbf{k} = 0$  (slika 4.18 b). Snovi z direktno režo so na primer GaAs in druge spojine elementov tretje in pete skupine, ki so najbolj uporabni za izdelavo diodnih laserjev.

V najpreprostejši sliki obliko prevodnega pasu v bližini minimuma opišemo s parabolično odvisnostjo od velikosti valovnega vektorja  $\mathbf{k}$

$$E_p = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p}. \quad (4.1)$$

Pri tem  $m_e$  označuje efektivno maso elektrona v prevodnem pasu, ki upošteva interakcije z mrežo in se zato razlikuje od mase prostega elektrona  $m_0$ .



Slika 4.18: Energijski pasovi v polprevodniku, kjer modra označuje valenčni pas, zelena pa prevođnega. Reža je indirektna (a) ali direktna (b). V vzbujenem stanju (c) so najnižja mesta v prevođnem pasu zasedena in najvišja mesta valenčnega pasu izpraznjena.

Podobno z efektivno maso zapišemo energijo vrzeli v valenčnem pasu

$$E_v = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_v}. \quad (4.2)$$

Zapišimo še gostoti stanj na energijski interval za prevodni in valenčni pas. Izhajamo iz zveze  $\rho(k)dk = k^2 dk / \pi^2$  (enačba 2.4) in z upoštevanjem gornjih zvez dobimo

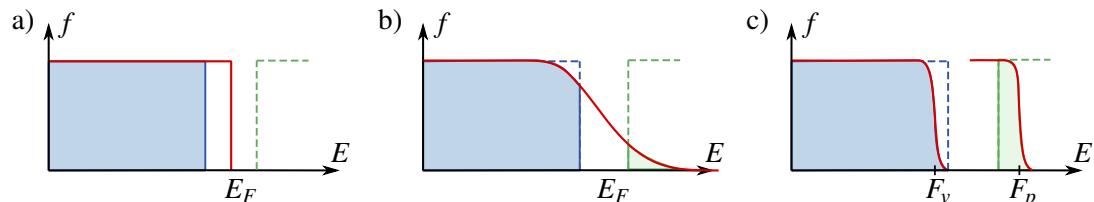
$$\rho_p(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_p}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E - E_g} \quad \text{in} \quad \rho_v(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{-E}. \quad (4.3)$$

Pri tem sta ključna parametra efektivna masa elektronov in vrzeli. Ti dve masi sta značilni za posamezen polprevodnik in znašata, na primer v GaAs,  $m_e = 0,067 m_0$  in  $m_v = 0,5 m_0$ . Gostota stanj za vrzeli je v GaAs zato približno dvajsetkrat večja od gostote stanj za elektrone.

Verjetnost za zasedenost stanj je podana s Fermi-Diracovo funkcijo

$$f_p(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1}, \quad (4.4)$$

kjer  $E_F$  označuje Fermijevo energijo. Pri  $T = 0$  so vsa stanja pod Fermijevo energijo zasedena, nad njo pa prazna in Fermijeva energija leži v energijski reži (slika 4.19 a). Pri končni temperaturi se na dnu prevodnega pasu nahajajo termično vzbujeni elektroni, na vrhu valenčnega pasu pa vrzeli (slika 4.19 b). Verjetnost za pojav vrzeli v valenčnem pasu je  $f_v = 1 - f_p$ .



Slika 4.19: Verjetnost za zasedenost stanj. Pri  $T = 0$  je valenčni pas poln, prevodni pa prazen (a). Pri končni temperaturi termično vzbujeni elektroni preidejo v prevodni pas (b). Za opis neravnovesnega stanja uporabimo dve Fermijevi energiji  $F_v$  in  $F_p$ , za vsak pas svojo (c).



$E_F$  se določi iz pogoja, da je število elektronov v prevodnem pasu enako številu vrzeli v valenčnem pasu in  $N_{p0} = N_{v0}$ . Fermijeva energija leži na sredini energijske reže le v primeru, da sta efektivni masi za elektrone in vrzeli enaki. Sicer pride do premika Fermijeve energije proti pasu z manjšo efektivno maso.

Število elektronov v prevodnem pasu na prostorninsko enoto izračunamo kot produkt gostote stanj in verjetnost, da je stanje zasedeno, integrirano po celotnem energijskem pasu

$$N_{p0} = \int_{E_g}^{\infty} \rho_p(E) f_p(E) dE. \quad (4.5)$$

Število vrzeli v valenčnem pasu je

$$N_{v0} = \int_{-\infty}^{0} \rho_v(E) f_v(E) dE. \quad (4.6)$$

Število elektronov v prevodnem pasu (in vrzeli v valenčnem) je pri  $T = 0$  enako nič in tudi pri končnih temperaturah ostaja razmeroma nizko. Znatno ga lahko povečamo, če polprevodnik dopiramo in s tem povišamo Fermijevo energijo.

Dopiranje polprevodnika pomeni nadzorovano dodajanje ustreznih nečistoč. Če dodamo donorske primesi, ki povečajo število elektronov v snovi, govorimo o polprevodniku tipa  $n$ , če pa dodajamo akceptorske snovi, ki elektrone sprejemajo, govorimo o polprevodniku tipa  $p$ . Primeri donorjev za GaAs so žveplo, selen ali telur, primer akceptorjev pa cink in kadmij.

Zaradi primesi se v energijski reži pojavi dodatni energijski nivo, pri čemer je donorski nivo navadno tik pod prevodnim pasom, akceptorski pa tik nad valenčnim. V tipu  $n$  se Fermijeva energija premakne navzgor, pri močnem dopiranju lahko tudi v prevodni pas. V tem primeru so zasedena vsa stanja v valenčnem pasu in vsa stanja do Fermijeve energije v prevodnem. Podobno je v močno dopiranju tipu  $p$ , v katerem se Fermijeva energija pomakne navzdol in število vrzeli v valenčnem pasu močno naraste. Prosta so tako vsa stanja v prevodnem pasu in stanja do Fermijeve energije v valenčnem pasu.

 Zgolj z dopiranjem se verjetnost za prehod in izsevanje fotona ne spremeni. V  $n$  tipu, na primer, se število elektronov v prevodnem pasu sicer znatno poveča, vendar v prevodnem pasu ni dovolj ustreznih vrzeli, s katerimi bi se elektroni lahko rekombinirali.

Ko elektrone vzbudimo iz valenčnega v prevodni pas, se v valenčnem pasu pojavijo vrzeli. Dokler ne pride do rekombinacije (tipično nekaj ns), vlada v prevodnem pasu kvazi-termično ravnovesje, saj je relaksacija elektronov znotraj pasu bistveno hitrejša (tipično ps). Za veliko populacijo elektronov v prevodnem in veliko populacijo vrzeli v valenčnem pasu Fermijeva funkcija ni več dobra za opis zasedenosti stanj (slike 4.18 c in 4.19 c). Uporabimo koncept kvazi-Fermijevih nivojev  $F_p$  in  $F_v$ , s katerima opišemo porazdelitvi v vsakem pasu posebej, za prevodni in valenčni pas

$$f_p(E) = \frac{1}{e^{(E-F_p)/k_B T} + 1} \quad \text{in} \quad f_v(E) = \frac{1}{e^{(E-F_v)/k_B T} + 1}. \quad (4.7)$$

V termičnem ravnovesju je razlika med kvazi-Fermijevima energijama  $F_p - F_v$  enaka nič, z naraščajočim vzbujanjem pa se razlika povečuje.

### Ojačenje svetlobe v polprevodnikih

Posvetimo na polprevodnik v vzbujenem stanju s svetlobo s frekvenco  $\omega$ . Vpadna svetloba povzroča prehode med stanji z energijo  $E_a$  v valenčnem in med stanji z energijo  $E_b$  v prevodnem pasu (slika 4.18 b). Če je prehodov iz prevodnega pasu v valenčnega več kot prehodov v obratni smeri, pride do ojačanja svetlobe.

Za zapis verjetnosti za prehod med dvema stanjema v časovni enoti uporabimo Fermijevo zlato pravilo. Verjetnost, da je zgornje stanje zasedeno, je  $f_p(E_b)$ , verjetnost za zasedenost spodnjega stanja pa je  $1 - f_v(E_a)$ . Verjetnost za prehod pri določenem valovnem vektorju je

$$w_s(k) = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{pv}|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) f_p(E_b) [1 - f_v(E_a)], \quad (4.8)$$

kjer je  $H_{pv} = \langle p|\hat{x}|v\rangle E$  matrični element za dipolni prehod v svetlobnem polju  $E$  med prevodnim in valenčnim pasom. Podobno je verjetnost za absorpcijo

$$w_a(k) = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{pv}|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) f_v(E_a) [1 - f_p(E_b)]. \quad (4.9)$$

Upoštevamo enačbi (4.1) in (4.2) in zapišemo razliko energij

$$E_b - E_a = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2} \left( \frac{1}{m_p} + \frac{1}{m_v} \right) = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r}, \quad (4.10)$$

kjer smo z  $m_r = m_v m_p / (m_v + m_p)$  označili reducirano maso elektrona in vrzeli.

Število spontanih emisij oziroma absorpcij na enoto volumna v danem času izračunamo tako, da verjetnosti za prehod integriramo po vseh  $\mathbf{k}$ . Razliko med številom spontanih emisij in absorpcij na enoto volumna je

$$\begin{aligned} N_{pv} - N_{vp} &= \int (w_s - w_a) \rho(k) dk \\ &= \frac{2}{\pi\hbar} \int |H_{pv}|^2 (f_p(E_b) - f_v(E_a)) \delta\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + E_g - \hbar\omega\right) k^2 dk. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Upoštevali smo, da je gostota stanj  $\rho(k) = k^2 dk / \pi^2$ . Vpeljemo novo spremenljivko

$$X = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + E_g - \hbar\omega \quad (4.12)$$

in zapišemo integral

$$N_{pv} - N_{vp} = \frac{1}{\pi\hbar} \left( \frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int |H_{pv}|^2 (f_p(E_b) - f_v(E_a)) \sqrt{(X - E_g + \hbar\omega)} \delta(X) dX. \quad (4.13)$$

Z upoštevanjem lastnosti funkcije  $\delta$  lahko zapišemo

$$N_{pv} - N_{vp} = \frac{1}{\pi\hbar} \left( \frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\hbar\omega - E_g} (f_p(E_b) - f_v(E_a)). \quad (4.14)$$

Poglejmo rezultat podrobneje. Da je število prehodov iz prevodnega v valenčni pas večje od števila prehodov v obratno smer in torej pride do ojačanja vpadne svetlobe in ne njene absorpcije, mora biti  $N_{pv} - N_{vp} > 0$ . Sledi pogoj

$$\frac{1}{e^{(E_b - F_p)} + 1} > \frac{1}{e^{(E_a - F_v)} + 1}. \quad (4.15)$$

Upoštevamo, da je  $E_b - E_a = \hbar\omega$  in da mora biti število prehodov realno, in dobimo pogoj za ojačevanje

$$E_g \leq \hbar\omega < F_p - F_v. \quad (4.16)$$

Energija fotonov, ki naj se v snovi ojačujejo, mora biti po pričakovanjih večja od energije reže, sicer ne pride niti do absoprcije niti do ojačenja. Gornja zveza pa pove tudi, da za ojačenje svetlobe ne zadošča le nekaj vzbujenih elektronov in nekaj ustreznih vrzeli. V prevodnem pasu mora biti toliko elektronov, da pri neki energiji zasedejo vsaj polovico stanj, hkrati pa mora biti v valenčnem pasu toliko vrzeli, da je vsaj polovica stanj nezasedena. Ojača se torej le svetloba z energijo fotonov, ki je manjša od razlike med kvazi-Fermijevema nivojem.

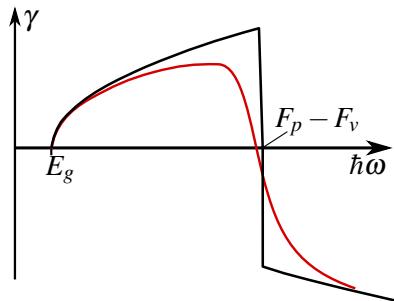
Koeficient ojačenja vpadne svetlobe pri dani frekvenci  $\omega$  je

$$\gamma(\omega) = K \sqrt{\hbar\omega - E_g} (f_p(E_b) - f_v(E_a)), \quad (4.17)$$

pri čemer za ojačenje velja

$$dj = \gamma(\omega) j dz. \quad (4.18)$$

Z naraščajočo stopnjo vzbujenosti koeficient ojačenja razumljivo narašča, manjša pa se z naraščajočo temperaturo. Njegovo odvisnost od energije vpadnih fotonov kaže slika (4.20) in vidimo, da se z naraščajočo temperaturo zmanjšuje tudi širina ojačanega pasu.



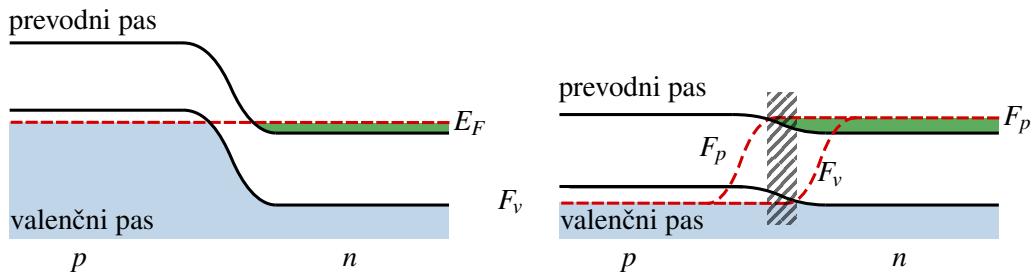
Slika 4.20: Ojačenje v polprevodniku kot funkcija frekvence svetlobe. Črna krivulja velja pri  $T = 0$  in rdeča pri  $T > 0$ . Pri frekvencah, večjih od  $(F_p - F_v)/\hbar$ , pride do absorpcije svetlobe.

 Iz enačbe (4.17) za ojačenje v polprevodnikih je še enkrat jasna glavna razlika med navadnimi in polprevodniškimi laserji: v navadnih laserjih je obrnjena zasedenost podvržena Boltzmannovi statistiki, v polprevodniških pa zasedenost stanj opišemo s Fermi-Diracovo porazdelitvijo.

### Spoj $p$ - $n$

Svetloba se v polprevodniku ojačuje le, če je na istem mestu v prevodnem pasu dovolj veliko število elektronov, v valenčnem pasu pa zadosti vrzeli. Za delovanje polprevodniškega laserja moramo torej s črpanjem vzdrževati neravnovesno stanje, podobno kot smo pri navadnih laserjih vzdrževali obrnjeno zasedenost.

Neravnovesno stanje dosežemo tako, da v degeneriran polprevodnik tipa  $p$  z veliko vrzeli dovolj hitro dodajamo elektrone v prevodni pas. To lahko storimo preko spoja  $p$ - $n$ , na katerega priključimo napetost v prevodni smeri. Najpreprostejši primer spoja  $p$ - $n$  je spoj dveh kosov iste snovi, ki je na eni strani dopirana z akceptorji ( $p$ ) in na drugi z donorji ( $n$ ). Ko staknemo območji  $p$  in  $n$ , elektroni iz območja z višjo koncentracijo difundirajo v območje z nižjo koncentracijo, vrzeli pa ravno obratno. Ob spoju nastane v stacionarnem stanju ozek pas, tako imenovani izpraznjeni sloj, v katerem ni prostih nosilcev naboja. Na strani  $n$  ostanejo pozitivni donorski ioni, na strani  $p$  pa negativni akceptorski ioni, ki ustvarjajo električno polje. Nastalo polje preprečuje nadaljnjo difuzijo nosilcev naboja. V ravnotesju se Fermijeva energija na obeh straneh izenači, prevodni in valenčni pas pa se ukrivita.



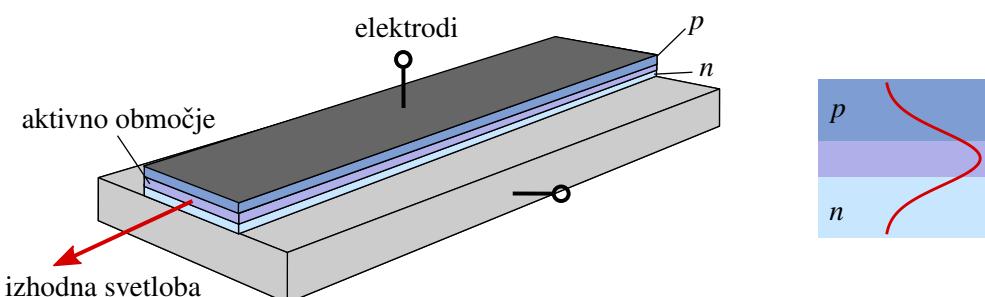
Slika 4.21: Energijska pasova v močno dopiranem spoju  $p$ - $n$  (levo) in ista pasova ob priključeni napetosti  $U$  v prevodni smeri (desno).  $F_p$  in  $F_v$  označujeta kvazi-Fermijevi energiji, senčen del pa aktivno območje, v katerem pride do rekombinacije elektronov in vrzeli.

Ko na spoj priključimo napetost v prevodni smeri (torej pozitivno napetost na stran  $p$ ), se potencialni skok zmanjša. Pri tem je potencialna razlika kar sorazmerna s priključeno napetostjo  $U$ . Fermijevi energiji na  $p$  in  $n$  strani se razmakneta in v ozkem območju v bližini spoja pride do hkratne zasedenosti elektronov v prevodnem pasu in vrzeli v valenčnem pasu (slika 4.21). To imenujemo aktivno območje, saj v njem prihaja do rekombinacij in do nastanka fotonov.

Pri nizkih priključenih napetostih oziroma nizkih tokovih skozi spoj  $p$ - $n$  prihaja do spontane rekombinacije in nizke izsevane moči svetlobe. Pri večjih napetostih, ko je  $e_0 U \approx E_g$ , pride do velikih koncentracijah nosilcev naboja in stimuliranih rekombinacij, ki omogočajo optično ojačenje. Takrat presežemo prag delovanja diodnega laserja. Ojačenje v polprevodniških laserjih je precej veliko, lahko več od  $100 \text{ A/cm}^2$ , zato je mogoče dobiti delujoč laser že v zelo majhnem aktivnem območju, lahko tudi le nekaj mikronov. Običajni polprevodniški laserji so tako dolgi okoli do 0,25 mm.

### Zgradba laserja

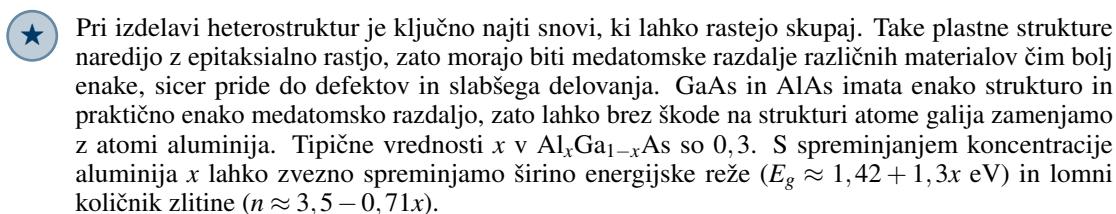
Prvi polprevodniški laser (1962) je bil narejen iz GaAs in je oddajal svetlobo pri 850 nm. Shema takega laserja je na sliki (4.22). Svetloba se ojačuje v tanki aktivni plasti in iz laserja izhaja v smeri vzdolžno z laserjem. Vidimo, da polprevodniški laser nima navadnega resonatorja iz dveh odbojnih zrcal, ampak se svetloba odbija kar na gladko odklanjih stranskih ploskvah kristala. Zaradi velikega lomnega količnika (npr.  $n = 3,5$  za GaAs) je odbojnosc dovolj velika za učinkovito delovanje.



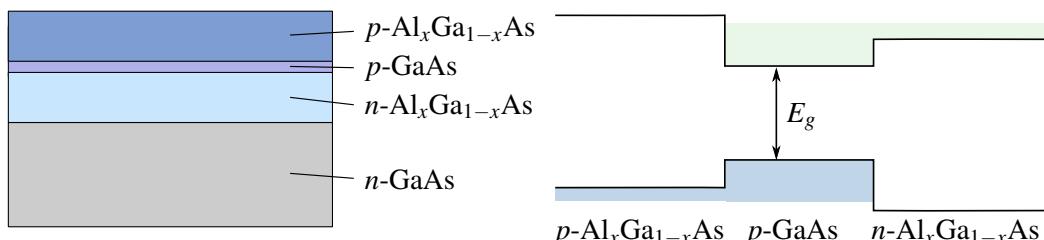
Slika 4.22: Shema preprostega polprevodniškega laserja (levo) in porazdelitev svetlobne intenzitete na spoju  $p$ - $n$ . Tipična širina je  $100\text{--}200 \mu\text{m}$ , dolžina  $200\text{--}500 \mu\text{m}$ , debelina aktivne plasti pa je  $\sim 1 \mu\text{m}$ . Svetlobni profil v laserju (desno). Svetloba se ojači v aktivnem območju (vijolična), v območju  $p$  in  $n$  pa se absorbira.

Opisani polprevodniški laserji imajo kar nekaj slabosti. So zelo močno dopirani, dobro delujejo le močno hlajeni (prvotno pri 77 K), poleg tega je snop v takih laserjih pogosto širši od debeline aktivnega območja. Debeline aktivnega območja ne moremo nadzorovano spremenjati, saj je odvisna od difuzije in rekombinacije. Tipično znaša  $\sim 1 \mu\text{m}$ , širina žarka pa nekaj mikronov več, zato znaten del svetlobe potuje po območju  $p$  in  $n$ , kjer pride do absorpcije in do povečanih izgub ter segrevanja. Tokovi, potrebni za delovanje takega laserja, so visoki ( $\sim 100 \text{kA/cm}^2$  pri sobni temperaturi), kakovost žarka pa razmeroma slaba.

Bistveno izboljšano delovanje je v tako imenovanih heterostrukturah. Gre za dvojni spoj  $p$ - $n$ , v katerem sta spojeni dve različni snovi, aktivno območje (tipično debelo le okoli 100 nm) pa se nahaja med polprevodnikoma tipa  $p$  in  $n$ .<sup>1</sup> Najpomembnejši primer je plast  $p$ -GaAs, ki se nahaja med plastjo  $n$ -Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As in  $p$ -Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As (slika 4.23). Elektroni v tem primeru tečejo iz tipa  $n$  v prevodni pas aktivne plasti GaAs, vrzeli pa iz tipa  $p$  v valenčni pas. Tak laser deluje v območju od 750 nm do 880 nm, odvisno od  $x$  in koncentracije primesi. Drug pomemben primer je laser z In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As<sub>1-y</sub>P<sub>y</sub>, ki seva svetobo z valovno dolžino med 1,1  $\mu\text{m}$  in 1,6  $\mu\text{m}$ . To ga naredi še posebej pomembnega za optične komunikacije, v katerih se najpogosteje uporablja svetobo pri 1,3  $\mu\text{m}$  in 1,55  $\mu\text{m}$ . Prvi primer si oglejmo podrobneje.

 Pri izdelavi heterostruktur je ključno najti snovi, ki lahko rastejo skupaj. Take plastne strukture naredijo z epitaksialno rastjo, zato morajo biti medatomske razdalje različnih materialov čim bolj enake, sicer pride do defektov in slabšega delovanja. GaAs in AlAs imata enako strukturo in praktično enako medatomsko razdaljo, zato lahko brez škode na strukturi atome galija zamenjamo z atomi aluminija. Tipične vrednosti  $x$  v Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As so 0,3. S spremenjanjem koncentracije aluminija  $x$  lahko zvezno spremenjamo širino energijske reže ( $E_g \approx 1,42 + 1,3x \text{ eV}$ ) in lomni količnik zlitine ( $n \approx 3,5 - 0,71x$ ).

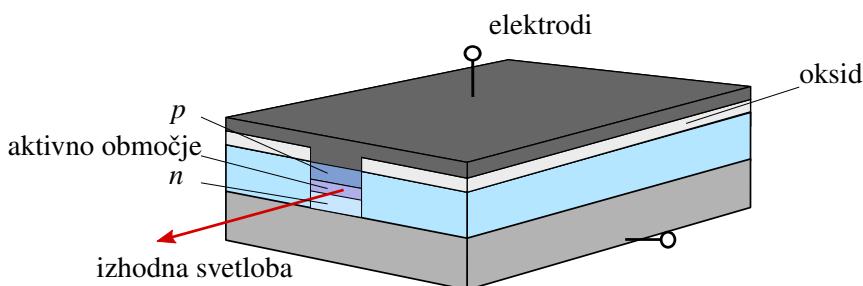
Heterostruktura ima nekaj poglavitnih prednosti. Zlitina z aluminijem ima večjo energijsko režo od čistega GaAs, zato mejni plasti ustvarita potencialno bariero, ki preprečuje difuzijo nosilcev naboja iz aktivne plasti (slika 4.23). Tako ostane koncentracija elektronov v prevodnem pasu in vrzeli v valenčnem pasu že pri razmeroma majhnih tokovih velika in svetloba se ojačuje. Druga prednost je manjši lomni količnik zlitine, zaradi katerega ostane svetloba ujeta v aktivni plasti, podobno kot v valovnem vodniku. Ker manjši del svetlobe potuje izven aktivnega območja, je ojačenje večje, poleg tega se zaradi večje energijske reže občuno zmanjša absorpcija izven aktivnega območja. Skupaj z zmanjšano debelino aktivnega območja to vodi do znižanja tokov, potrebnih za delovanje laserja, za približno dva reda velikosti ( $\sim 1 \text{kA/cm}^2$ ). Z uporabo heterostrukture se tudi izboljša izkoristek in zmanjša gretje.



Slika 4.23: Shema laserja z dvojno heterostrukturo (levo) oblika energijskih pasov na spoju pri napetosti, priključeni v prevodni smeri. V aktivnem območju je število elektronov v prevodnem pasu in vrzeli v valenčnem pasu zelo veliko, zato pride do močnega ojačenja svetlobe.

<sup>1</sup>Za iznajdbo heterostruktur sta Zhores I. Alferov in Herbert Kroemer leta 2000 prejela Nobelovo nagrado.

Pri strukturi, ki jo kaže slika (4.23), je aktivna plast v prečni smeri praktično neomejena, zato lahko hkrati sveti mnogo prečnih nihanj. Posledično je prečna koherenca snopa razmeroma slaba in delovanje laserja nestabilno. To slabost popravijo tako, da plasti ob straneh pojedkajo, da ostane le kakih  $5\text{ }\mu\text{m}$  širok pas (4.24). Odjedkani material nadomestijo s čistim  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ , tako da je aktivno območje z vseh strani obdano s snovjo z večjim lomnim količnikom in laserski snop ostane ujet v pravokoten valovni vodnik. Izhodni snop je zaradi oblike aktivne snovi eliptičen s premerom okoli  $1\text{ }\mu\text{m}$  v navpični in  $5\text{ }\mu\text{m}$  v prečni smeri. To da v večji oddaljenosti snop z divergenco kakih  $50^\circ$  v navpični in okoli  $5^\circ$  v prečni smeri. Če potrebujemo cilindrično simetričen snop, ga moramo popraviti z ustreznimi cilindričnimi lečami (Naloga).



Slika 4.24: Shema laserja z dvojno heterostrukuro z dodatno prečno omejitvijo.



Omenili smo, da polprevodniški laserji nimajo posebnih zrcal. Zaradi velikega lomnega količnika polprevodnika se dovolj svetlobe odbije na mejni ploskvi. Naloga resonatorja pa ni samo odboj svetlobe, ampak tudi izbira posameznega nihajnega načina. Ker tega z odbojem na ploskvi ne dosežemo, pogosto uporabimo periodične strukture, na katerih se svetloba selektivno Braggovo odboje. Druga možnost je periodično spreminjača se debelina plasti, na kateri pride do porazdeljene povratne sklopite (*distributed feedback*).

Večja odbojnost mejnih ploskev je nujna v laserjih, pri katerih svetloba ne izhaja iz tanke aktivne plasti vzporedno z ravino spoja  $p-n$ , ampak izhaja v smeri pravokotno na aktivno plast. To so tako imenovani VCSEL (*Vertical cavity surface-emitting laser*). Ker je sevalna površina večja in ojačevalno sredstvo krajše, je ojačenje na prelet manjše in mora biti odbojnost resonatorja toliko večja. Kvaliteta žarka je občutno boljša kot v navadnih diodnih laserjih, poleg tega ima izhodni žarek manjšo divergenco.



Posebna vrsta polprevodniških laserjev so nizko-dimenzionalni laserji. V njih je velikost aktivnega območja vsaj v eni smeri primerljiva z medatomsko razdaljo (tipično  $\sim 10\text{ nm}$ ). Najpreprostejši je laser s potencialno jamo (*Quantum well laser*), ki je po svoji zgradbi zelo podoben heterostrukturnim (slika 4.24), le da so dimenzijs precej manjše. Zaradi majhne dimenzijs se v taki snovi bistveno zmanjša gostota stanj. Za dosego zahtevane razlike med kvazi-Fermijevih nivojev – in s tem doseči prag za delovanje laserja – je zato potrebna precej manjša gostota nosilcev naboja in tok, potreben za delovanje laserja, se zniža.

V kvantnih pikah, ki so kvantno omejene v vseh treh smereh, so stanja diskretna in pasov ni več. Ker pa je tehnološko zelo zahtevno izdelati povsem enake kvantne pike, je spekter izsevanje svetlobe iz skupine kvantnih pik zelo nehomogeno razširjen.

Diodni laserji so danes eni najpomembnejših laserjev. Uporabljam jih v vsakodnevnih napravah (tiskalnikih, optičnih čitalcih), v medicini, industriji, izrednega pomena so za telekomunikacije, pogosto pa jih uporabljam tudi za črpanje trdninskih ali vlakenskih laserjev. Poleg že naštetih prednosti jih odlikuje tudi zelo dolg življenjski čas (do 50 000 ur).

#### 4.10.1 Svetlobne diode - LED

Svetlobne diode danes so eno najbolj razširjenih izvorov svetlobe in nadomeščajo navadne žarnice ali svetlike. Oddajajo svetobo od UV do IR, odlikujeta jih dober izkoristek (nad 25 %) in dolga življenska doba (do 50 000 ur).

Svetlobne diode delujejo podobno kot polprevodniški laserji. Na spoju *p-n* prihaja do spontane emisije fotonov zaradi rekombinacij elektronov in vrzeli. Za razliko od laserjev svetlobne diode nimajo praga delovanja, ampak začnejo svetiti, čim je na spoj priključena napetost v prevodni smeri. Zaradi spontane narave prehodov je svetloba, ki jo oddajajo svetloben diode, nekoherentna in nepolarizirana.

Prve svetlobne diode so bile izdelane iz GaAsP in so oddajale svetobo pri 710 nm. Pomemben napredek je bila izdelava svetlobnih diod, ki so oddajale svetobo v modrem delu spektra.<sup>2</sup> Te so sestavljene iz dvojne heterostrukturi, v kateri je plast InGaN, dopiranega s cinkom, med plastema *p*-AlGaN in *n*-AlGaN.

Belo svetlobo iz LED svetil lahko dobimo z mešanjem svetlobe iz treh različnih diod, rdeče, zelene in modre. Bolj primeren je pristop z uporabo ene same diode, ki oddaja svetobo v modrem delu spektra, ki pajo prevlečemo z molekulami fosforja. Fosfor modro svetobo absorbira in spontano izseva svetobo pri nižjih frekvencah oziroma daljših valovnih dolžinah. Z ustrezno izbiro parametrov dobimo belo svetobo ceneje in preprosteje kot s tremi ločenimi diodami.



Posebna vrsta svetlobnih diod so organske svetlobne diode (OLED). Te so narejene iz organskih snovi, ki se obnašajo kot organski polprevodniki. Z spremenjanjem kemijske sestave se spreminja valovno dolžino, ki jo LED oddaja. Njihova poglavitna prednost je preprosta izdelava, saj je proizvodnja organski spojin preprostejša in cenejša od rasti kristalov.

---

<sup>2</sup>Za iznajdbo modrih LED so Isamu Akasaki, Hiroshi Amano and Shuji Nakamura leta 2014 prejeli Nobelovo nagrado.

# Stvarno kazalo

- NEP*, 264  
*SNR*  
    see Razmerje signal proti šumu, 261  
 $\pi$ -napetost, 184, 185, 187  
Čričkanje, 168  
Črikanje, 240  
Črpanje, 81, 94, 138  
Štirinivojski sistem, 81, 124, 126, 128  
Šum, 259  
    štetja, 259, 260  
    seštevanje, 263  
    sevanja ozadja, 259, 263  
    temnega toka, 259, 263  
    termični, 259, 262  
Življenski čas nihanj, 62
- Absorpcija, 78, 228, 242  
Absorpcija fotona, 75, 82  
Absorpcijski koeficient, 78, 80, 86  
Aktivno območje, 139  
Akusto-optični modulator, 193  
Akusto-optični pojav, 189, 191, 194  
AlGaAs, 140  
Atenuacijski koeficient, 228  
Avtokorelacijska funkcija, 28
- BaTiO<sub>3</sub>, 24, 144, 145, 181  
Bennettova vdolbina, 86  
Besslov snop, 45  
    divergenca, 45  
Bining, *glej* Združevanje pikslov  
Bolometer, 241, 243, 257  
Boltzmannova porazdelitev, 73, 77, 262  
Braggov odboj, 66, 133, 141, 192, 203  
Braggov uklon, 191, 195, 196  
Brewstrov kot, 16  
Brewstrovo okno, 17  
Brillouinovo sisanje, 176  
    stimulirano, 176, 240
- CaCO<sub>3</sub>, *glej* Kalcit  
CS<sub>2</sub>, 162–164, 178
- Detektor, 241  
CCD, 257
- CMOS, 257, 259  
kvantni, 241, 246  
občutljivost, 241, 247  
odzivni čas, 241–243, 255  
prag detekcije, 241  
spektralni odziv, 241, 251  
termični, 241, 242
- DFG, *glej* Generacija razlike frekvenc
- Dielektričnost, 9, 21, 194, 198  
    inverzna, 180, 189
- Disperzija, 168, 169, 208, 220  
    kompenzacija, 227  
    materialna, 222  
    podaljšanje sunka, 224  
    polarizacijska, 221  
    rodovna, 221, 239  
    valovodna, 222
- Dobrota resonatorja, 63
- Dopplerjeva razširitev, 29, 54, 84, 85, 122, 124, 126
- Dvolomnost, 23, 150, 185, 190  
    dvoosne snovi, 21, 183, 185  
    enoosne snovi, 21, 22, 150, 182, 183, 198, 201
- Dvonivojski sistem, 74, 77, 85, 88, 91
- Einsteinovi koeficienti, 76, 88, 90  
Elasto-optični pojav, 189  
Elasto-optični tenzor, 190  
Električna polarizacija, 9, 143, 161, 177, 194  
Električno polje  
    gostota, 9, 21  
    jakost, 9, 11, 143
- Elektro-optična modulacija  
    amplitudna, 179, 186  
    fazna, 179, 187  
    frekvenčna, 179, 187  
    linearna, 187  
    longitudinalna, 182, 186, 187  
    transverzalna, 184
- Elektro-optični deflektor, 189
- Elektro-optični pojav, 179  
    kvadratni, *glej* Kerrov pojav  
    linearni, *glej* Pockelsov pojav

- Elektro-optični tenzor, 180  
 Elektromagnetno valovanje, 11, 71  
 Energija polja, 73  
 Energijska reža, 134  
 Energijski nivoji  
     argon, 124  
     CO<sub>2</sub>, 126  
     ekscimer, 127  
     He-Ne, 122  
     Nd:YAG, 128  
     Ti:safir, 130  
 Erbij, 128, 132, 231  
 Evanescenčno polje, 16, 232, 234
- Fabry-Perotov interferometer, 53, 55, 63, 69  
 Faktor  $M^2$ , 40  
 Fermi-Diracova porazdelitev, 135  
 Fermijeva energija, 135  
 Fotocelica, *glej* Fotodioda, vakuumска  
 Fotodioda, 251, 261  
     *p-i-n*, 251, 255, 256  
     *p-n*, 251, 255  
     fotovoltaik, 251, 253, 254  
     heterostrukturna, 255  
     kratko sklenjena, 251, 253, 254  
     plazovna, 241, 246, 256, 257, 263  
     polprevodniška, 241, 246, 264  
     prevodna smer, 251, 252  
     Schottkyjeva, 255, 257  
     vakuumска, 241, 246  
     zaporna smer, 251, 253, 255, 256  
 Fotoefekt, 241, 246  
     notranji, 246, 249, 251  
     zunanji, 246  
 Foton, 73  
 Fotona d.o.o., 129  
 Fotopomnoževalka, 246, 249, 263  
 Fotoprevodnik, 246, 249, 257  
 Fotoupornik, *glej* Fotoprevodnik  
 Fourierva optika, 38  
 Fourierva spektroskopija, 32  
 Frankova prosta energija, 204  
 Fraunhoferjev uklon, 20, 34, 37, 44  
 Frederiksov prehod, 204  
 Fresnel-Kirchhoffov integral, 18  
 Fresnelov uklon, 19, 34, 37, 38, 44  
 Fresnelove enačbe, 15  
 Fresnelovo število, 20, 55, 62
- GaAs, 134, 160, 163, 181, 248  
 GaAsP, 142  
 GaP, 134, 160  
 GaSe, 160  
 Gaussov snop, 39, 42, 56  
     divergenca, 40  
     dolžina grla, 40  
     efektivni polmer, 216, 233  
     faza, 41  
     frekvenčno podvajanje, 153, 154  
     grlo, 39  
     intenziteta, 42  
     krivinski radij, 41  
     polmer, 39  
 Gaussov sunek, 225  
 Generacija razlike frekvenc, 145  
 Generacija vsote frekvenc, 145  
 Germanij, 134, 249, 251, 263, 264  
 Gibljivost, 250  
 Gostota električnega toka, 250  
 Gostota energije, 11, 13, 74, 199  
 Gostota energijskega toka, 11–13, 29, 167, 197, 212  
 Gostota stanj, 53, 72, 77, 135, 141  
 Gouyeva faza, 42, 43, 60
- Hamiltonova funkcija, 73, 91  
 Harmonski oscilator, 73, 89, 177, 219  
 Helmholtzeva enačba, 11, 38, 45, 209, 213, 230  
 Hermite-Gaussovi snopi, 43, 66  
 Heterodinska detekcija, 265  
 Heterostruktura, 140  
 Hitrost valovanja, 10, 21  
     fazna, 208  
     grupna, 170, 208, 220, 225  
     solitonov, 167  
 Hologram, 197  
 Homodinska detekcija, 266  
 Huygenovo načelo, 19
- InAs, 134  
 Infrardeče valovanje, 17, 32, 122, 125, 128, 132, 140, 147, 156, 158, 228, 241, 245, 246, 248, 249, 251, 257, 263, 266  
 InGaAs, 251  
 InSb, 134  
 Intenziteta, *glej* Gostota energijskega toka  
 Interferenca, 25, 28, 32, 35  
 Iterbij, 128, 132  
 Izgube v optičnih vlaknih, 228

- Rayleighovo sipanje, 228  
spoj dveh vlaken, 233  
ukriviljeno vlakno, 229  
Izgube v resonatorju, 62, 67, 93, 94  
notranje, 62  
Izhodna moč laserja, 95  
Izstopno delo, 246
- Johnson-Nyquistov šum, *glej* Šum, termični  
Johnsonov šum, *glej* Šum, termični  
Jonesov vektor, 13  
Jonesova matrika, 14
- Kalcit, 24  
Karakteristika diode, 253  
Karakteristika fotodiode, 254, 256  
KDP, 24, 144, 148, 152, 154, 181, 182, 184  
Kerrov pojav, 180  
optični, 161, 174, 240  
Kerrov tenzor, 180  
 $\text{KH}_2\text{PO}_4$ , *glej* KDP  
Kirchhoffov integral, 18, 64  
Kleinmanova domneva, 144  
Koeficient  $M$ , 197  
Koeficient ojačenja, 83, 96  
Koherenčna dolžina, 28  
Koherenčna ploskev, 32, 34  
Koherenčna razdalja, 26, 32  
Koherenčni čas, 25, 28, 30  
Koherenca, 25  
časovna, 25, 27  
prostorska, 26, 32  
Kompleksna ukrivljenost, 42  
Kompleksni krivinski radij, 42  
Kvantizacija polja, 71, 88  
Kvantna limita detekcije, 265  
Kvantni izkoristek, 247, 250  
notranji, 247  
zunanji, 247  
Kvazi-Fermijeva energija, 136
- Laguerre-Gaussovi snopi, 44  
Lambova vdolbina, 87  
Laser, 93, 121  
argonov, 81, 124, 127  
 $\text{CO}_2$ , 125, 127  
ekscimerni, 127  
He-Ne, 48, 81, 84, 85, 122, 127  
kvantne pike, 141  
 $\text{Nd:steklo}$ , 129, 130
- Nd:YAG, 81, 84, 85, 128, 129, 147  
organska barvila, 131, 227  
polprevodniški, 81, 134  
Ramanski, 133  
s potencialno jamo, 141  
 $\text{Ti:safir}$ , 81, 129, 130, 227  
VCSEL, 141  
vlakenski, 29, 66, 132  
zgradba, 123, 124, 126, 129, 133, 139
- Laserski sistemi, 121  
Lastne frekvence resonatorja, 53, 54, 60  
LED, 29, *glej* Svetlobne diode  
 $\text{LiNbO}_3$ , 24, 144, 158, 159, 178, 181, 184, 190  
 $\text{LiTaO}_3$ , 244, 245  
Lomni količnik, 10, 21, 22, 150, 179, 183, 190, 191, 198, 207  
efektivni, 162  
izredni, 22  
nelinearni, 162  
redni, 22  
Lomni zakon, 15, 23
- Magnetizacija, 9  
Magnetna permeabilnost, 9  
Magnetno polje  
gostota, 9, 11  
jakost, 9  
Makerjeve oscilacije, 149  
Marcusejeva formula, 216, 234  
Matrike ABCD, 49, 51, 59  
Maxwellova porazdelitev, 85  
Maxwellove enačbe, 9  
robni pogoji, 10  
Metoda sklopljenih valov, 194  
Metoda vzdolžnega premika, 165  
Michelsonov interferometer, 27  
Multipleksiranje, 229
- Nasičena absorpcija, 79  
nehomogeno razširjene črte, 85  
Navzkrižna fazna modulacija, 240  
Navzkrižna korelacijska funkcija, 33  
Nedejavni žarek, 157  
Nelinearna optika, 143  
drugega reda, 145, 239  
tretjega reda, 161, 240  
v vlaknih, 239  
Neodim, 132  
Neujemanje faz, 158  
Ničelna energija, 73

- Normirana frekvenca, 212  
 Notranje ojačenje, 256, 263  
 Numerična odprtina, 207  
 Nyquistov šum, *glej* Šum, termični  
 Območje bližnjega polja, 40  
 Obosna valovna enačba, 38, 43, 56, 155, 165, 225  
 Obrnjena zasedenost, 81, 82, 95, 231  
 Ojačenje s stimuliranim sevanjem, *glej* Stimulirano sevanje  
 Ojačenje signala, 250  
 Ojačenje svetlobe v polprevodnikih, 136  
 Ojačevanje s stimuliranim sevanjem, *glej* Stimulirano sevanje  
 Omejen snop, 37  
 Operator  
     anihilacijski, 89  
     kreacijski, 89  
 Optična fazna konjugacija, 172, 173  
 Optična os, 22  
 Optična pinceta, 193  
 Optični parametrični oscilator, 158  
 Optični vodnik, 207  
     število rodov, 212  
     enorodovni, 208, 211  
     lastni rodovi, 209  
     lihi rodovi, 210  
     plašč, 207  
     planparalelni, 207, 209, 229  
     sodi rodovi, 210  
     sredica, 207  
     TE rodovi, 209  
     TM rodovi, 212  
     večrodoni, 211  
 Optično črpanje, 82  
 Optično frekvenčno podvajanje, 145, 147, 153, 239  
 Optično ojačevanje, 81, 84, 93  
     v vlaknih, 178, 231  
 Optično parametrično ojačevanje, 156  
 Optično usmerjanje, 145, 159  
 Optično vlakno, 132, 207, 213  
     dopirano z erbijem, 231  
     EH rodovi, 216  
     enorodovno, 208, 213, 224, 228  
     HE rodovi, 216  
     LP rodovi, 217  
     parabolični profil, 219  
     TE rodovi, 214  
 TM rodovi, 214  
     večrodoni, 213, 221  
 Paraksialna enačba, *glej* Obosna valovna enačba  
 Parametrično ojačevanje, *glej* Optično parametrično ojačevanje  
 Pasovna širina detekcije, 261  
 PbS, 249  
 Piksel, 257, 259  
 Piroelektrični detektor, 241, 244  
 Planckov zakon, 74, 263  
 Ploščica  $\lambda/2$ , 14, 184, 200  
 Ploščica  $\lambda/4$ , 14, 187  
 Ploskev valovnega vektorja, 21  
 Pockelsov pojav, 180  
 Pockelsov tenzor, *glej* Elektro-optični tenzor  
 Poissonova porazdelitev, 260  
 Polarizacija, 13  
     cirkularna, 13  
     eliptična, 13, 21  
     linearna, 13  
     TE, 15, 208  
     TM, 15, 208  
 Polprevodniška fotodioda, *glej* Fotodioda, polprevodniška  
 Polprevodnik, 134  
     izpraznjeni sloj, 252  
     tip  $n$ , 136, 252  
     tip  $p$ , 136, 252  
 Porazdeljena povratna sklopitev, 141  
 Poyntingov izrek, 11  
 Poyntingov vektor, 11, 45  
 Prag delovanja laserja, 94, 96, 139  
 Preklop dobrote, 193  
 Prekrivalni integral, 232, 233  
 Presek za absorpcijo, 78, 84  
 Presek za stimulirano sevanje, 83, 84  
 Preslikava z lečo, 46  
 Rabijeva frekvenca, 91  
 Rabijkeve oscilacije, 91  
 Raman-Nathov uklon, 191, 197  
 Ramanovo sipanje, 133, 176  
     anti-Stokesovo, 176  
     stimulirano, 176, 240  
     Stokesovo, 176  
 Ravni val, 12, 26, 37, 38, 71  
 Rayleighova dolžina, 40  
 Rayleighovo območje, *glej* Območje bližnjega polja

- Rayleighovo sipanje, 176, 228  
Razmerje signal proti šumu, 241, 261  
Razpadni čas, 75  
Resonator, 53, 93  
    ciklični, 66  
    koncentrični, 58, 59  
    konfokalni, 58, 61, 62, 64  
    nestabilni, 59  
    odprtji, 54  
    parametrični oscilator, 158  
    planparalelni, 56, 58, 59, 61  
    simetrični, 57
- Samo-fazna modulacija, 240  
Samozbiranje, 161, 163  
Saturacijska energija, 94  
Saturacijska gostota toka, 79, 83  
Schrödingerjeva enačba, 91  
    nelinearna, 166, 171  
Sekularna enačba  
    lihi rodovi, 210  
    sodi rodovi, 210  
    TE rodovi, 215  
Semiklasični model, 91  
Sevanje črnega telesa, 29, 32, 74, 76, 263  
SFG, *glej* Generacija vsote frekvenc  
SHG, *glej* Optično frekvenčno podvajanje  
Silicij, 134, 249–251, 257, 263, 264  
 $\text{SiO}_2$ , 171, 178, 222, 223, 228, 239, 255, 257  
Sklopitev štirih valov, 240  
Sklopitev med valovodi, 233  
    3-dB sklopitev, 237  
Sklopitev resonatorja  
    z okolico, 66  
    z resonatorjem, 70  
Sklopitev v optično vlakno, 232  
    čelna sklopitev, 232  
    bočna sklopitev, 232  
Soliton  
    krajevni, 163–165  
    optični, 168, 169, 240  
Spekter, 29  
    Gaussov, 29, 31, 85  
    Lorentzov, 29, 31, 63, 75, 84  
    Planckov, 32  
    Voigtov, 85  
Spektralna črta, 75, 98  
    homogena razširitev, 84, 128  
    nehomogena razširitev, 84, 130  
Spektralna gostota energije, 74–77  
Spoj  $p$ - $n$ , 138, 142  
Spontano sevanje, 75, 82, 90, 93  
Stabilnost resonatorja, 55, 57, 60  
Standardni odklon, 260  
Stik  $p$ - $n$ , 252  
Stimulirano sevanje, 76, 82, 90, 231  
Stoječe valovanje, 53, 55, 66, 71  
Susceptibilnost  
    efektivna, 147, 151, 177  
    električna, 9  
    kompleksna, 178  
    linearna, 143  
    magnetna, 9  
    nelinearna, 143, 144  
    nelinearna, efektivna, 162  
Svetlobe diode, 142  
Svetlobne diode  
    OLED, 142
- Tekočekristalni prikazovalnik, 200  
Tekoči kristali, 24, 198  
    5CB, 198  
    direktor, 198  
    holesterik, 203  
    nematički, 198  
    zasukan nematički, 200, 201  
Telur, 24, 144, 153  
 $\text{TEM}_{00}$ , 59  
Temni tok, 248, 253, 254, 263  
Teraherčno valovanje, 159, 241, 243  
Termistor, 243  
Termočlen, 241, 244  
TGS, 244  
Tirna vrtilna količina, 45  
Totalni odboj, 16, 66, 207, 232  
Trinivojski sistem, 81, 95, 122  
Ujemanje faz, 149, 150, 153, 155, 157, 161, 239  
Uklepanje faz, 193, 226, 227  
Uklon, 17, 37, 64, 190, 191  
Uklonska mrežica, 109, 126, 132, 191, 193, 227  
Ultravijolično valovanje, 124, 127, 153, 228, 241, 246, 248, 251, 255  
Valovna enačba, 10, 213  
    nelinearna, 145, 169, 174  
Valovni vektor, 12, 71, 208  
Valovno število, 11, 209

- van Cittert-Zernikov izrek, 34  
Varianca, 260  
Verjetnost za prehod, 75, 88  
  
Wiener-Hinčinov izrek, 30  
  
Youngov poskus, 25, 32  
  
Z-scan, *glej* Metoda vzdolžnega premika  
Zaporni tok, *glej* Temni tok  
Zasedbene enačbe, 95  
Zasedenost stanj, 77  
Združevanje pikslov, 258  
ZnSe, 163  
ZnTe, 160, 181