

FOTONIKA

Martin ČOPIČ
Mojca VILFAN

Recenzenti: ***

Lektor: ***

Risbe in diagrami: Mojca Vilfan in Andrej Petelin

Oblikovanje, postavitev in prelom: Mojca Vilfan

Naslovne slike poglavij: Mojca Vilfan, Martin Rigler (str. 120 in 176), Andrej Petelin (str. 37), ESO (str. 93), Irena Drevenšek (str. 140), in NASA (str. 238)

©Kopiranje in razmnoževanje besedila ali njegovih delov ter slik je dovoljeno samo z odobritvijo avtorjev knjige.

LJUBLJANA, 2019

Kazalo

1	Elektromagnethno valovanje	7
1.1	Maxwellove enačbe	7
1.2	Valovna enačba in Poyntingov vektor	8
1.3	Monokromatski elektromagnethni val	9
1.4	Ravni val	10
1.5	Polarizacija EM valovanja	11
1.6	Lom in odboj EM valovanja	13
1.7	Uklon svetlobe	15
1.8	EM valovanje v anizotropnih snoveh	19
2	Laser	23
2.1	Laser	23
2.2	Zasedbene enačbe	25
2.3	Spektralna širina enega laserskega nihanja	28
2.4	Primerjava laserjev in navadnih svetil	30
2.5	Večfrekvenčni laser	31
2.6	Relaksacijske oscilacije	33
2.7	Sunkovni laserji	35
2.8	Delovanje v sunkih s preklopom dobrote	36
2.9	Uklepanje faz	38
2.10	*Stabilizacija frekvence laserja na nasičeno absorpcijo	41
2.11	*Absolutna meritev frekvence laserja in definicija metra	43
2.12	*Semiklasični model laserja	45
3	Primeri laserjev	50
3.1	Laserski sistemi	50
3.2	He-Ne laser	51
3.3	Argonski ionski laser	53
3.4	Laser na ogljikov dioksid	54
3.5	Ekscimerni laser	56

3.6	Neodimov laser	57
3.6.1	Nd:YAG	57
3.6.2	Nd:steklo	59
3.7	Titan-safirni laser	59
3.8	Laserji na organska barvila	60
3.9	Vlakenski laserji	61
3.10	Polprevodniški laserji	63
3.10.1	Svetlobne diode - LED	69
4	Modulacija svetlobe	70
4.1	Elektro-optični pojav	70
4.2	Longitudinalna modulacija	73
4.3	Transverzalna modulacija	75
4.4	Amplitudna modulacija	77
4.5	Fazna in frekvenčna modulacija	78
4.6	Elasto-optični in akusto-optični pojav	80
4.7	Uklon svetlobe na zvočnem valovanju	82
4.8	*Račun akusto-optičnega pojava	85
4.9	Modulacija s tekočimi kristali	89
4.10	*Račun prehoda svetlobe skozi zasukan nematic	92
4.11	Račun preklopa v tekočem kristalu – Frederiksov prehod	95

Predgovor

Fotonika je veda o svetlobi. Obsega izredno široka področja nastanka svetlobe in svetlobnih virov, uporabe svetlobe v različne namene, širjenja optičnih signalov in njihovega spreminjanja ter zaznavanja svetlobe. V zadnjih desetletjih je zato fotonika doživela izreden razcvet v raziskavah in tehnološki uporabi.

V pričajoči knjigi bomo obravnavali osnove fotonike. Po kratki ponovitvi splošne optike bomo spoznali delovanje laserjev in lastnosti laserske svetlobe, nadaljevali z nelinearnimi optičnimi pojavni in modulacijo svetlobe ter zaključili s prenosom in detekcijo laserskih signalov. Knjiga je zato zelo primerna predvsem za študente II. stopnje fizike, ki že imajo znanje optike in zahtevanih matematičnih prijemov, ga pa priporočava vsakemu, ki ga področje fotonike zanima, naj bo to ljubiteljsko ali profesionalno. Bralcu v razmislek sva dodala nekaj nalog, zahtevnejša podoglavlja pa so označena z zvezdico.

Prvotno gradivo za to knjigo je nastalo po zapisih s predavanj pri predmetu Elektrooptika in kasneje Fotonika ter Fizika laserjev. Gradivo sva dopolnila, posodobila in prilagodila obravnavani snovi pri predmetih Fotonika I in Fotonika II. Za pomoč pri pripravi se najlepše zahvaljujeva prof. dr. Ireni Drevenšek Olenik, ki je kot dolgoletna predavateljica Fotonike znatno pripomogla k oblikovanju te knjige, in Andreju Petelinu za pomoč pri delu ter ostalim sodelavcem z Odseka za kompleksne snovi Instituta "Jožef Stefan" za sodelovanje pri pripravi.

Avtorja

Priporočena dodatna literatura

- A. Yariv in P. Yeh, Photonics, Sixth Edition, Oxford University Press, 2007.
- B. E. A. Saleh in M. C. Teich, Fundamentals of Photonics, 2nd Edition, Wiley, New Jersey, 2007.
- G. A. Reider, Photonics, An Introducion, Springer, Berlin, 2016.
- W. T. Silfvast, Laser Fundamentals, Second Edition, Cambridge University Press, 2008.
- C. C. Davis, Lasers and Electro-Optics, Cambridge University Press, 2006.
- O. Svelto, Principles of Lasers, Fifth Edition, Springer, New York, 2010
- K. F. Renk, Basics of Laser Physics, Second Edition, Springer, Berlin, 2017.
- J. W. Goodman, Statistical Optics, Second Edition, Wiley, New Jersey, 2015.
- W. Demtröder, Laser Spectroscopy, Fifth Edition, Springer, Berlin, 2014.
- G. New, Introduction to Nonlinear Optics, Cambridge University Press, 2011.
- R. W. Boyd, Nonlinear Optics, Third Edition, Academic Press, 2008.
- V. Degiorgio in I. Cristiani, Photonics, A Short Course, Springer International, 2016.

1. Elektromagnetno valovanje

Za začetek bomo osvežili osnove teorije elektromagnetnega polja in elektromagnetnega valovanja. Obnovili bomo zapis Maxwellovih enačb in valovne enačbe, opisali osnovne pojave valovanja (lom, odboj in uklon) in si na kratko ogledali razširjanje svetlobe v anizotropnih snoveh.

1.1 Maxwellove enačbe

Elektromagnetno polje v praznem prostoru opišemo z dvema vektorskima poljem, električnim in magnetnim, ki sta na splošno funkciji lege \mathbf{r} in časa t . Vsaki točki v prostoru lahko priredimo jakost električnega polja $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ in gostoto magnetnega polja $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$. Za opis elektromagnetnega polja v snovi vpeljemo dve dodatni količini. To sta gostota električnega polja $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ in jakost magnetnega polja $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$. Vse te količine povezujejo Maxwellove enačbe¹

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}_e \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (1.4)$$

Pri zapisu enačb smo upoštevali tudi izvore polj, to je gostoto električnega toka $\mathbf{j}_e(\mathbf{r}, t)$ in gostoto naboja $\rho_e(\mathbf{r}, t)$, ki pa ju bomo v nadaljevanju izpuščali.

Poleg Maxwellovih enačb veljata zvezi

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad \text{in} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}, \quad (1.6)$$

kjer \mathbf{P} označuje električno polarizacijo, to je gostoto električnih dipolov, \mathbf{M} pa magnetizacijo, to je gostoto magnetnega momenta. Polarizacija in magnetizacija sta odvisni od zunanjih polj \mathbf{E} in \mathbf{B} . Na splošno sta njuni odvisnosti zelo zapleteni, v izotropnih in linearnih snoveh² pa se zvezi poenostavita v

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E} = \epsilon_0 (\epsilon - 1) \mathbf{E} \quad \text{in} \quad \mathbf{M} = \frac{(\mu - 1)}{\mu_0 \mu} \mathbf{B} = \chi_m \mathbf{H} = (\mu - 1) \mathbf{H}. \quad (1.7)$$

Vpeljali smo električno (χ_e) in magnetno (χ_m) susceptibilnost ter dielektričnost ϵ in magnetno permeabilnost μ . Ko združimo gornje enačbe, lahko zapišemo dve konstitutivni relaciji

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E} \quad \text{in} \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 \mu}. \quad (1.8)$$

V linearnih anizotropnih snoveh moramo namesto skalarnih vrednosti ϵ in μ zapisati tenzorje.

¹Škotski fizik James Clerk Maxwell, 1831–1879.

²Med nelinearne snovi, za katere napisani zvezi ne veljata, sodijo na primer feroelektrični in feromagneti.

Robni pogoji

Navedene Maxwellove enačbe zadoščajo za opis elektromagnetnega polja v neomejeni snovi, kjer so vse komponente polj zvezne funkcije. Za obravnavo v omejeni snovi moramo vedeti tudi, kaj se z elektromagnetnim poljem zgodi na meji dveh sredstev. Pri prehodu iz enega dielektrika v drugega se ohranjata normalni komponenti gostote električnega in magnetnega polja ter tangentni komponenti jakosti električnega in magnetnega polja (slika 1.1)

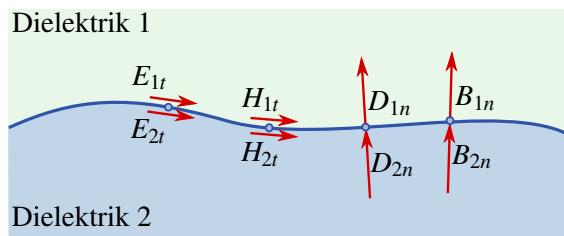
$$D_{1n} = D_{2n} \quad (1.9)$$

$$B_{1n} = B_{2n} \quad (1.10)$$

$$E_{1t} = E_{2t} \quad (1.11)$$

$$H_{1t} = H_{2t}. \quad (1.12)$$

Privzeli smo, da na meji med dielektrikoma ni površinskih tokov ali nabojev, sicer bi morali robna pogoja za D_n in H_t ustreznno popraviti. Na meji dielektrika z idealnim prevodnikom (kovino, zrcalom) so robni pogoji drugačni. Za magnetno polje jih ne moremo preprosto zapisati, za električno polje pa velja, da mora biti tangentna komponenta jakosti električnega polja enaka nič. Posledica tega pogoja je, da se pri pravokotnem vpisu na zrcalo faza valovanja spremeni za π .



Slika 1.1: Na meji med dvema dielektrikoma brez površinskih tokov in nabojev se ohranjata tangentni komponenti E_t in H_t ter normalni komponenti D_n in B_n .

1.2 Valovna enačba in Poyntingov vektor

Večinoma bomo obravnavali elektromagnetna valovanja v izotropnih, homogenih in linearnih snoveh brez zunanjih izvorov in nosilcev naboja ($\mathbf{j}_e = 0$ in $\rho_e = 0$). Iz Maxwellovih enačb (enačbe 1.1–1.4) izpeljemo valovno enačbo za jakost električnega in gostoto magnetnega polja

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{in} \quad \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.13)$$

Pri tem je hitrost valovanja v snovi enaka

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c_0}{n}. \quad (1.14)$$

Magnetne in dielektrične lastnosti snovi smo pospravili v lomni količnik n , ki pove, kolikokrat je hitrost svetlobe v snovi manjša od hitrosti svetlobe v praznem prostoru. Velja

$$n = \frac{c_0}{c} = \sqrt{\epsilon \mu}. \quad (1.15)$$

Za izotropno in nemagnetno snov ($\mu = 1$) je lomni količnik $n = \sqrt{\epsilon}$.

Vpeljimo še vektor gostote energijskega toka, to je Poyntingov vektor³ \mathbf{S}

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}. \quad (1.16)$$

Iz lastnosti vektorskega produkta sledi, da je smer energijskega toka vedno pravokotna na smeri \mathbf{E} in \mathbf{H} . Gostoto energijskega toka j , to je količino energije, ki v danem času preteče skozi dano ploskev z normalo $\hat{\mathbf{n}}$, izračunamo kot časovno povprečje projekcije Poyntingovega vektorja

$$j = \langle \mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{n}} \rangle. \quad (1.17)$$

Gostoti energijskega toka, predvsem gostoti svetlobnega toka, pravimo tudi intenziteta.

Poyntingov izrek, ki ga lahko izpeljemo neposredno iz Maxwellovih enačb in konstitutivnih relacij, predstavlja izrek o ohranitvi energije. Za valovanje v homogeni izotropni snovi tako velja

$$-\nabla \cdot \mathbf{S} = \frac{\partial w}{\partial t}, \quad (1.18)$$

kjer je w celotna gostota energije elektromagnetnega polja. Zapišemo jo kot

$$w = \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} \mu \mu_0 \mathbf{B}^2. \quad (1.19)$$

Valovno enačbo in ohranitvene zakone lahko zapišemo tudi za anizotropne, nehomogene ali nelinearne snovi. Nekaj teh primerov bomo srečali v nadaljevanju in jih bomo obravnavali sproti.

1.3 Monokromatski elektromagnetični val

Reševanje valovne enačbe si navadno poenostavimo s kompleksnim zapisom jakosti električnega in magnetnega polja. Račun si oglejmo na primeru monokromatskega elektromagnetnega vala. Nastavek za monokromatski val s krožno frekvenco ω naj bo

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \Re(\mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}) \quad \text{in} \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \Re(\mathbf{B}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}), \quad (1.20)$$

kjer sta $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ in $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ časovno neodvisna vektorja jakosti električnega in gostote magnetnega polja s kompleksno amplitudo. Podobno lahko vpeljemo tudi kompleksne vektorje \mathbf{P} , \mathbf{M} , \mathbf{D} in \mathbf{H} , ki opisujejo realne količine (polarizacijo, magnetizacijo, gostoto električnega in jakost magnetnega polja). V nadaljevanju bomo večinoma pisali polja v kompleksni obliki, pri čemer se bomo držali gornje definicije. Zavedati pa se moramo, da je uporaba kompleksnega zapisa zgolj računski pripomoček, na koncu je treba rezultate vedno izraziti z realnimi količinami.

Če vstavimo nastavka za monokromatski val (enačbi 1.20) v valovni enačbi (enačbi 1.13), dobimo Helmholtzevi enačbi⁴ za kompleksna vektorja jakosti električnega in gostote magnetnega polja. V homogenem in izotropnem sredstvu ju zapišemo kot

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \quad (1.21)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0, \quad (1.22)$$

kjer je $k = nk_0 = n\omega/c_0$ valovno število. Vpeljemo lahko tudi kompleksni Poyntingov vektor

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r}). \quad (1.23)$$

³Angleški fizik John Henry Poynting, 1852–1914.

⁴Nemški fiziolog in fizik Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz, 1821–1894.

Naloga 1.3.1 Upoštevajoč izraz za Poyntingov vektor \mathbf{S} (enačba 1.16) pokaži, da lahko gostoto svetlobnega toka j (ozziroma povprečje projekcije Poyntingovega vektorja) izrazimo s kompleksnim Poyntingovim vektorjem $\mathbf{S}(\mathbf{r})$

$$j = \langle \mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{n}} \rangle = \frac{1}{4} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* + \mathbf{E}^* \times \mathbf{H}) = \Re(\mathbf{S}(\mathbf{r})). \quad (1.24)$$

1.4 Ravni val

Osnovna rešitev valovne enačbe (enačba 1.13) je ravni val. Nastavek, ki predstavlja ravni val in hkrati reši Helmholtzevo enačbo (enačba 1.21), je oblike

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t} \quad (1.25)$$

in podobno za magnetno polje

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} = \mathbf{B}_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t}, \quad (1.26)$$

pri čemer sta vektorja \mathbf{E}_0 ter \mathbf{B}_0 od kraja in časa neodvisna. Velikost valovnega vektorja \mathbf{k} je valovno število $k = nk_0$, kjer je n lomni količnik izotropne in homogene snovi.

Iz Maxwellovih enačb (enačbe 1.1–1.4) sledijo zveze o ortogonalnosti količin električnega in magnetnega polja. Vedno sta med seboj pravokotna vektorja jakosti električnega \mathbf{E} in magnetnega polja \mathbf{H} (naloge 1.4.1), ki sta po definiciji tudi vedno pravokotna na Poyntingov vektor \mathbf{S} (enačba 1.16). V izotropnih snoveh je Poyntingov vektor vzporeden valovnemu vektorju, zato sta v izotropnih snoveh \mathbf{E} in \mathbf{H} hkrati pravokotna na valovni vektor \mathbf{k} . Elektromagnetno valovanje je torej transverzalno valovanje. Zaradi enolične zveze med električnim in magnetnim poljem zadošča za opis ravnega vala le eno polje, navadno se odločimo za električno.

Naloga 1.4.1 Iz Maxwellovih enačb (enačbe 1.1–1.4) pokaži, da za ravni val vedno velja

$$\mathbf{D} \perp \mathbf{B} \perp \mathbf{k}. \quad (1.27)$$

Izpelji še zvezi

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H}_0 = -\omega \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}_0 \quad \text{in} \quad (1.28)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0 = \omega \mu \mu_0 \mathbf{H}_0, \quad (1.29)$$

iz katerih izhaja, da v izotropni snovi velja $\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{H}_0 \perp \mathbf{k}$.

Energijski tok je pri ravnem valu v izotropni snovi vedno v smeri valovnega vektorja, pravokotno na valovne fronte. Iz definicije za gostoto svetlobnega toka (enačba 1.24) ter Maxwellovih enačb (enačbe 1.1–1.4) sledi

$$j = \Re \left(\frac{1}{4} E_0 H_0^* + \frac{1}{4} E_0^* H_0 \right) = \frac{1}{2} c \epsilon \epsilon_0 |E_0|^2 = \frac{1}{2} c_0 n \epsilon_0 |E_0|^2. \quad (1.30)$$

Gostota svetlobnega toka je torej sorazmerna s kvadratom amplitude jakosti električnega polja. Poglejmo nekaj primerov. Gostoti toka $j = 1 \text{ kW/m}^2$ (približna gostota svetlobnega toka s Sonca na Zemljinem površju) v praznem prostoru ustreza jakost električnega polja $E_0 = 868 \text{ V/m}$, gostoti $j = 1 \text{ W}/\mu\text{m}^2$ (intenziteta močno zbranega laserskega žarka) pa $E_0 = 27 \text{ MV/m}$.

Zapišimo še povprečno gostoto energije valovanja. K energiji prispevata tako magnetno kot električno polje. Oba prispevka sta enaka, zato velja

$$\langle w \rangle = \frac{1}{4} \epsilon \epsilon_0 |E_0|^2 + \frac{1}{4} \frac{|B_0|^2}{\mu \mu_0} = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 |E_0|^2. \quad (1.31)$$

Povprečna gostota energije w , pomnožena s hitrostjo svetlobe v snovi, da gostoto energijskega toka j oziroma intenziteto svetlobe

$$j = cw. \quad (1.32)$$

Gornji izraz nazorno kaže, da je intenziteta svetlobe pravzaprav pretok energije. To si lahko predstavljamo, če vzamemo valj s prečnim presekom S in dolžino $c\Delta t$. V volumnu $Sc\Delta t$ je potem shranjene $wSc\Delta t$ energije. Energija, ki preteče skozi presek S v času Δt , je ravno cw .

Intenziteta ravnega vala je neodvisna od kraja in časa, iz česar sledi, da je povsod po prostoru enaka. Če bi hoteli izračunati energijo, ki jo nosi ravni val, bi opazili, da je ta energija neskončna. To seveda ni mogoče, zato se je vedno treba zavedati, da je ravni val le idealiziran, a nazoren in praktičen približek elektromagnetnega vala.

1.5 Polarizacija EM valovanja

Jakost električnega polja elektromagnetnega valovanja je v izotropnem sredstvu vedno pravokotna na smer valovnega vektorja⁵. Vektor \mathbf{E} tako leži v ravnini, ki je pravokotna na smer valovnega vektorja, njegovo smer pa opiše polarizacija.

Električno polje ravnega vala lahko razstavimo na dve medsebojno pravokotni komponenti vektorja $\mathbf{E}(\mathbf{r})$. Ti dve komponenti nihata sinusno z enako frekvenco, lahko pa se razlikujeta v amplitudi in fazi. Na splošno je ravni val eliptično polariziran in vrh vektorja električne poljske jakosti \mathbf{E} v ravnini, ki je pravokotna na smer širjenja, orisuje elipso. Kadar je elipsa izrojena v daljico, govorimo o linearno polariziranem valu, kadar pa je krog, govorimo o cirkularno polariziranem valu. Poljubno polarizacijo lahko vedno zapišemo kot vsoto dveh linearne ali dveh cirkularno polariziranih valovanj.

Priročen zapis polarizacije je s kompleksnim Jonesovim vektorjem⁶ \mathbf{J} . Za monokromatski ravni val, ki se širi v smeri z in ima komponenti E_x in E_y , je Jonesov vektor

$$\mathbf{J} = \frac{1}{|E_0|} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}. \quad (1.33)$$

Dodali smo normalizacijski faktor $|E_0| = \sqrt{|E_x|^2 + |E_y|^2}$, da je Jonesov vektor normiran in $\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^* = 1$. Ravni val, linearno polariziran v smeri x , tako zapišemo kot $\mathbf{J} = (1, 0)$, val, ki je linearно polariziran pod kotom 45° glede na osi x in y , pa je $\mathbf{J} = (1, 1)/\sqrt{2}$. Za zapis cirkularno polariziranega valovanja ni enotnega dogovora, tukaj zapišimo desno cirkularno polarizirano valovanje kot $\mathbf{J} = (1, -i)/\sqrt{2}$, levo cirkularno polarizirano pa z $\mathbf{J} = (1, i)/\sqrt{2}$. V našem zapisu je desno polariziran val tisti val, pri katerem se električna poljska jakost na danem mestu vrti v desno, če gledamo proti izvoru valovanja.

⁵Na splošno velja $\mathbf{E} \perp \mathbf{S}$ (enačba 1.16) in $\mathbf{D} \perp \mathbf{k}$ (nalogi 1.4.1). To velja tudi v anizotropnih sredstvih, vendar je tam $\mathbf{E} \nparallel \mathbf{D}$ in $\mathbf{k} \nparallel \mathbf{S}$.

⁶Ameriški fizik Robert Clark Jones, 1916–2004.

Zapis z Jonesovim vektorjem je prikladen, saj omogoča preprost izračun prehoda ravnega vala skozi optične elemente, ki spreminja polarizacijo, a ohranjajo njegovo obliko. Na splošno se pri prehodu skozi optični element spremeni kompleksna amplituda $\mathbf{E}_1 = (E_{1x}, E_{1y})$

$$E_{2x} = A_{11}E_{1x} + A_{12}E_{1y} \quad (1.34)$$

$$E_{2y} = A_{21}E_{1x} + A_{22}E_{1y}, \quad (1.35)$$

pri čemer so komponente A_{ij} odvisne od lastnosti elementa. Enačbi zapišemo v matrični obliki $\mathbf{E}_2 = A \cdot \mathbf{E}_1$ oziroma z Jonesovimi vektorji $\mathbf{J}_2 = A \cdot \mathbf{J}_1$, kjer \mathbf{J}_1 in \mathbf{J}_2 opisujeta polarizaciji vstopnega in izstopnega vala, A pa je Jonesova matrika. Jonesova matrika za prehod skozi linearni polarizator, ki polarizira v smeri x , je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.36)$$

za polarizator, orientiran pod kotom 45° glede na os x , pa

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.37)$$

Oglejmo si še dva zanimiva primera. Jonesova matrika za optični element, ki eni komponenti doda fazni zamik π (tak element imenujemo ploščica $\lambda/2$), je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (1.38)$$

Ploščica $\lambda/2$ tako spremeni desno cirkularno polariziran val v levo polariziran in obratno, linearno polariziran val pa prezrcali čez koordinatno os. Podobno je Jonesova matrika za element, ki eni komponenti doda fazni zamik $\pi/2$ (imenujemo ga ploščica $\lambda/4$), enaka

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}. \quad (1.39)$$

Ploščica $\lambda/4$ linearno polarizirano valovanje z Jonesovim vektorjem $(1, 1)/\sqrt{2}$ spremeni v levo cirkularno polarizirano valovanje, cirkularno polarizirano valovanje pa nazaj v linearne.

Naloga 1.5.1 Pokaži, da je Jonesova matrika za polarizator, ki prepušča polarizacijo pod kotom ϑ glede na os x , podana z matriko

$$A = \begin{bmatrix} \cos^2 \vartheta & \sin \vartheta \cos \vartheta \\ \sin \vartheta \cos \vartheta & \sin^2 \vartheta \end{bmatrix}. \quad (1.40)$$

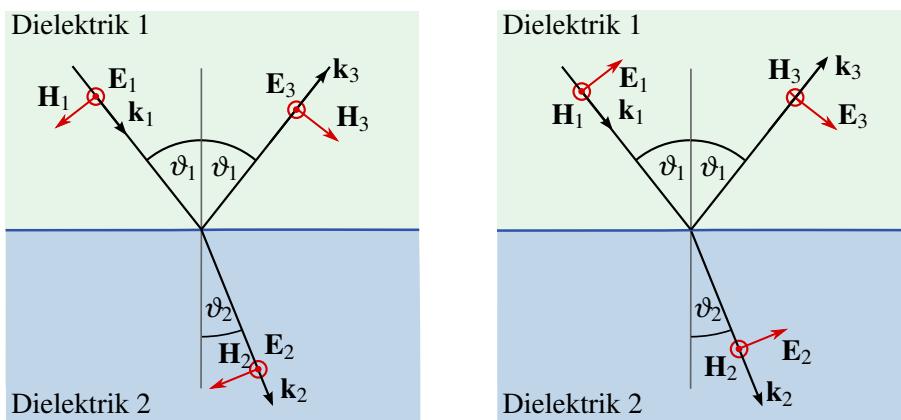
Namig: matriko A' , ki opisuje polarizator v smeri x , zapiši v zasukanem koordinatnem sistemu $A = R(\vartheta) \cdot A' \cdot R(\vartheta)^T$, kjer je $R(\vartheta)$ rotacijska matrika.

1.6 Lom in odboj EM valovanja

Na ravni meji med dvema izotropnima dielektrikoma se del svetlobe odbije po odbojnem zakonu, ki pravi, da je odbojni kot enak vpadnemu, del pa lomi po lomnem zakonu

$$n_1 \sin \vartheta_1 = n_2 \sin \vartheta_2. \quad (1.41)$$

S kotoma ϑ_1 in ϑ_2 smo označili vpadni in lomni kot, n_1 in n_2 pa sta lomna količnika prve in druge snovi (slika 1.2). Poglejmo, kaj se pri lomu in odboju zgodi s polarizacijo valovanja. Dogovorimo se, da valovanje, pri katerem je električna poljska jakost pravokotna na vpadno ravnino, imenujemo transverzalno električno (TE) valovanje. Kadar leži jakost električnega polja v vpadni ravnini in je na vpadno ravnino pravokotna jakost magnetnega polja, govorimo o transverzalnem magnetnem valovanju (TM).



Slika 1.2: Lom elektromagnetnega valovanja na meji dveh izotropnih dielektrikov. Levo: transverzalno električno (TE) valovanje. Desno: transverzalno magnetno (TM) valovanje.

Z E_1 označimo amplitudo jakosti električnega polja vpadnega valovanja, z E_2 prepuščenega in z E_3 odbitega. Nato vpeljemo amplitudno prepustnost t in amplitudno odbojnost r , ki pa sta odvisni od vpadne polarizacije. Zapišemo

$$E_{2\text{TE}} = t_{\text{TE}} E_{1\text{TE}} \quad (1.42)$$

$$E_{2\text{TM}} = t_{\text{TM}} E_{1\text{TM}} \quad (1.43)$$

Koeficiente r in t izračunamo iz robnih pogojev (enačbe 1.9–1.12). Enačbe, ki opisujejo odvisnost odbojnosti in prepustnosti od vpadnega kota za različni vpadni polarizaciji, imenujemo Fresnelove enačbe⁷. Za TE polarizacijo velja

$$r_{\text{TE}} = \frac{n_1 \cos \vartheta_1 - n_2 \cos \vartheta_2}{n_1 \cos \vartheta_1 + n_2 \cos \vartheta_2} \quad \text{in} \quad t_{\text{TE}} = 1 + r_{\text{TE}} = \frac{2n_1 \cos \vartheta_1}{n_1 \cos \vartheta_1 + n_2 \cos \vartheta_2} \quad (1.44)$$

in za TM polarizacijo

$$r_{\text{TM}} = \frac{n_1 \cos \vartheta_2 - n_2 \cos \vartheta_1}{n_1 \cos \vartheta_2 + n_2 \cos \vartheta_1} \quad \text{in} \quad t_{\text{TM}} = (1 + r_{\text{TM}}) \frac{\cos \vartheta_1}{\cos \vartheta_2} = \frac{2n_1 \cos \vartheta_1}{n_1 \cos \vartheta_2 + n_2 \cos \vartheta_1}. \quad (1.45)$$

⁷Francoski fizik in inženir Augustin Jean Fresnel, 1788–1827.

Na splošno sta odbojnost r in prepustnost t kompleksni količini, saj iz lomnega zakona sledi, da je $\cos \vartheta_2 = \sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \sin^2 \vartheta_1}$ lahko kompleksen. Velikost števila $|r|$ tako predstavlja odbojnost, argument $\arg\{r\}$ pa spremembo faze pri odboju.

Amplitudna odbojnost r in amplitudna prepustnost t povesta, kako se spremeni kompleksna amplituda jakosti električnega polja pri odboju oziroma lomu. Razmerje med intenziteto odbite in vpadne svetlobe \mathcal{R} oziroma intenziteto prepuščene in vpadne svetlobe \mathcal{T} izračunamo kot

$$\mathcal{R} = |r|^2 \quad \text{in} \quad \mathcal{T} = 1 - \mathcal{R}. \quad (1.46)$$

Slednja enačba sledi iz ohranitve energije. Na splošno \mathcal{T} ni enak $|t|^2$, saj energijski tok potuje po različnih snoveh in v različnih smereh. Velja zveza

$$\mathcal{T} = \frac{n_2 \cos \vartheta_2}{n_1 \cos \vartheta_1} |t|^2. \quad (1.47)$$

Najpreprostejši primer je pravokotni vpad svetlobe na mejo dveh sredstev. Zaradi simetrije sta v tem primeru odbojnost in prepustnost neodvisni od polarizacije. Sledi

$$r_{TE} = r_{TM} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad \text{in} \quad t_{TE} = t_{TM} = \frac{4n_1 n_2}{n_1 + n_2}. \quad (1.48)$$

Ob pravokotnem vpodu iz zraka na steklo ($n_2 \approx 1,5$) je tako odbojnost

$$\mathcal{R} = \left(\frac{1 - n_2}{1 + n_2} \right) \approx 0,04. \quad (1.49)$$

Poglejmo še odvisnost odbojnosti in prepustnosti od vpasnega kota (slika 1.3). Pri tem je pomembno, ali se svetloba lomi v optično gostejše ($n_1 < n_2$) ali v optično redkejše sredstvo ($n_1 > n_2$). Najprej obravnavajmo primer loma v optično gostejšo snov (sliki a in c). Vidimo, da je pri nekem kotu, imenujemo ga Brewstrov kot⁸, odbojnost za TM polarizirano valovanje enaka nič. Posledično je ob vpodu pod Brewstrovim kotom odbito valovanje vedno TE polarizirano. Vse TM valovanje je prepuščeno, zato pri Brewstrovem kotu velja $\mathcal{T}_{TM} = 1$ in $\mathcal{T}_{TE} < 1$.

Naloga 1.6.1

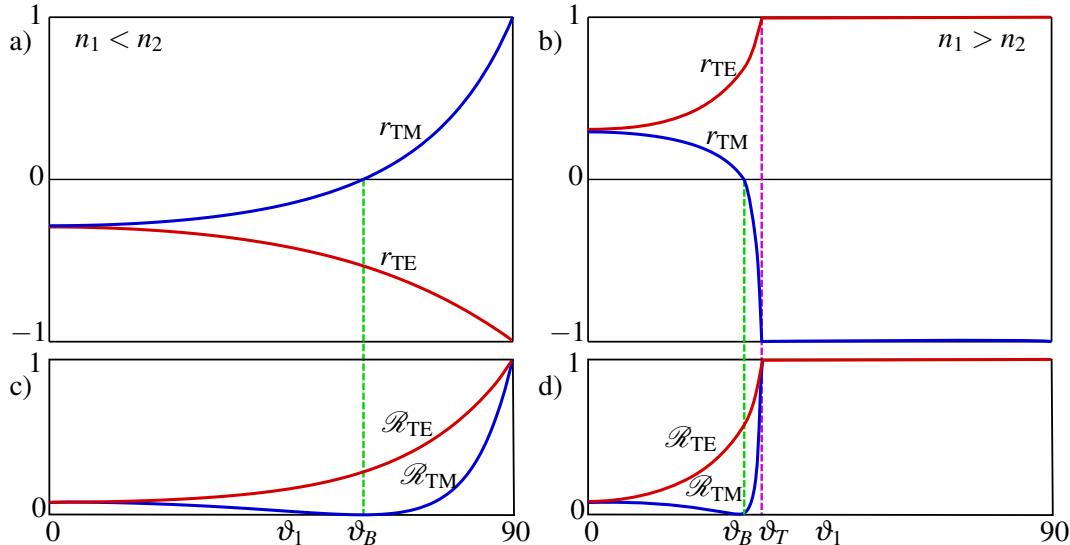
Pokaži, da Brewstrov kot izračunamo kot

$$\vartheta_B = \arctan \left(\frac{n_2}{n_1} \right). \quad (1.50)$$

Negativen predznak odbojnosti r_{TE} pomeni, da ima odbiti TE polarizirani val pri vpodu na optično gostejše sredstvo nasprotno fazo od vpasnega. Za TM val je faza pri vpasnih kotih, manjših od Brewstrovega, nasprotna, pri večjih vpasnih kotih pa ima odbita svetloba enako fazo kot vpadna.

Pri vpodu na optično redkejše sredstvo (sliki 1.3 b in d) je pomemben še en kot, to je mejni kot totalnega odboja $\vartheta_T = \arcsin(n_2/n_1)$. Pri vpasnih kotih, ki so večji od ϑ_T , se svetloba v celoti odbije in govorimo o totalnem ali popolnem odboju. Kljub temu električna poljska jakost v optično redkejšem sredstvu ni enaka nič, saj se tam pojavi evanescentno polje. To je polje, ki se širi v smeri mejne ravnine, njegova amplituda pa pojema eksponentno z oddaljenostjo od nje. Vdorna globina je odvisna od valovne dolžine valovanja, lomnega količnika snovi in tudi od vpasnega kota. Čeprav se v optično redkejši snovi pojavi električno polje, je Poyntingov vektor v smeri pravokotno na mejno ploskev v povprečju enak nič in zato ne pride do prenosa energije v drugo snov.

⁸Škotski fizik in znanstvenik Sir David Brewster, 1781–1868.



Slika 1.3: Amplitudna odbojnosc r za obe vpadni polarizaciji (a, b) in razmerje med intenziteto odbite in vpadne svetlobe \mathcal{R} za obe polarizacije v odvisnosti od vpadnega kota (c, d). Za primer na slikah (a) in (c) velja $n_1 < n_2$, za primer na slikah (b) in (d) pa $n_1 > n_2$. Z zeleno je označen Brewstrov kot ϑ_B , z vijolično pa mejni kot totalnega odboja ϑ_T .

★ Prozorne ploščice, ki so postavljene pod Brewstrovim kotom glede na smer vpadne svetlobe, imenujemo Brewstrova okna. Njihova značilnost je, da eno polarizacijo (TM) prepustijo v celoti, druge polarizacije (TE) pa se del odbije, del pa prepusti. Brewstrova okna so zelo uporabna pri izdelavi resonatorjev plinskih laserjev, saj so izgube za izbrano polarizacijo zelo majhne, za drugo pa razmeroma velike.

★ Pri prehodu skozi optične elemente se – razen TM polariziranega valovanja pri Brewstrovem kotu – vedno nekaj svetlobe odbije. Da zmanjšamo te izgube, optične elemente navadno prekrijemo z antirefleksno plastjo, to je nanosom ene ali več primerno debelih plasti dielektrikov z ustreznimi lomnimi količniki. Zaradi destruktivne interference se količina odbite svetlobe z izbrano valovno dolžino občutno zmanjša. Ker so laserji koherentni izvori svetlobe s točno določeno valovno dolžino, za zmanjšanje izgub, na primer v resonatorju laserja, uporabljamo optične elemente (leče, kristale, akusto-optične modulatorje ...) z ustreznou antirefleksno plastjo.

1.7 Uklon svetlobe

Kadar svetloba vpade na oviro, za oviro nastane senca. Nastala senca ni ostra, ampak ima zaradi uklona zabrisane robe. Obravnave uklona svetlobe na odprtinah ali zaslonkah se lotimo z uporabo skalarnega približka teorije elektromagnetnega polja. To pomeni, da vpliva polarizacije ne upoštevamo. Ta je pomemben zgolj pri zelo majhnih odprtinah, kjer je velikost odprtine po velikosti podobna valovni dolžini svetlobe $a \sim \lambda$. Vendar so tudi v tem primeru uklonske slike za različne polarizacije podobne, razlikujejo pa se po intenziteti uklonjene svetlobe.

★ Primer, kjer skalarni približek ne da pravih rezultatov, je uklon na mrežici, narejeni iz zelo tankih prevodnih žic. Takšna mrežica deluje kot polarizator za vpadno elektromagnetno valovanje. Elektromagnetni val s polarizacijo, ki je vzporedna žicam, pri prečkanju v žicah inducira tok in val se delno odbije in delno absorbira. Za valovanje, ki je polarizirano pravokotno na žice, je inducirani tok bistveno manjši, saj je tok omejen na smer vzdolž žice. Posledično je val, polariziran pravokotno na žice, prepuščen, val, polariziran vzporedno z žicami, pa ne. Takšni polarizatorji se večinoma uporabljajo v mikrovalovni tehniki, vendar se v zadnjih letih z razvojem in izboljšavo litografskih postopkov vse pogosteje uporablja tudi v bližnjem infrardečem delu svetlobe.

Pri velikostih odprtin $a \gg \lambda$ torej uporabimo skalarno obliko valovne enačbe (enačba 1.13)

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0. \quad (1.51)$$

Časovna odvisnost polja E je harmonična funkcija in je sorazmerna z $e^{-i\omega t}$. Z uporabo Greenovega izreka jakost polja E_P v točki prostora P izrazimo s poljem na poljubni ploskvi, ki to točko obkroža. Zvezo opisuje Kirchhoffov integral⁹

$$E_P = -\frac{1}{4\pi} \oint \left(E \mathbf{n} \cdot \nabla \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \mathbf{n} \cdot \nabla E \right) dS, \quad (1.52)$$

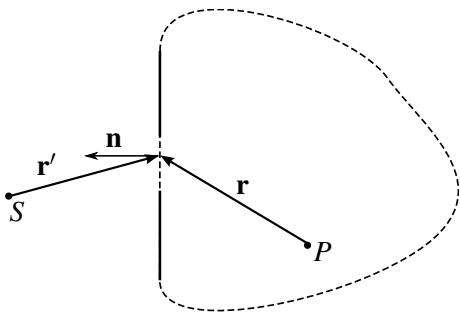
kjer je \mathbf{n} normala na ploskev, po kateri teče integral, r pa oddaljenost od P do dela ploskve dS .

Naj svetloba iz točkastega izvora v točki S (slika 1.4) vpada na zaslonsko ploskvo z odprtino poljubne oblike. Izračunajmo skalarno polje v točki P na drugi strani zaslona. Vpadno svetlobo zapišemo kot

$$E = A \frac{e^{ikr'}}{r'}, \quad (1.53)$$

kjer je r' razdalja od izvora do točke na zaslunu, A pa zaradi ohranitve energije konstanta.

Integracijska ploskev je lahko poljubna sklenjena ploskev, ki objema točko P . Izberemo ploskev, ki zajema odprtino na zaslunu, poleg tega pa naredimo še dva približka: jakost polja E in njen gradient doprineseta k integralu le na odprtini, na preostanku ploskve pa sta njuna prispevka zanemarljivo majhna; vrednost E in njen gradient sta na odprtini takšna, kot da zaslona ne bi bilo. Približka sta precej groba, vendar se izkaže, da se kljub temu dobro ujemata z eksperimentalno določeno uklonsko sliko, s čimer upravičimo njuno uporabo.



Slika 1.4: Integracijska ploskev v Kirchhoffovem integralu zajema odprtino in objema točko P .

Kirchhoffov integral za točkast izvor svetlobe se zapiše kot integral po odprtini

$$E_P = -\frac{ikAe^{-i\omega t}}{4\pi} \int \frac{e^{ik(r+r')}}{rr'} (\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) - \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}')) dS. \quad (1.54)$$

Imenujemo ga Fresnel-Kirchhoffov uklonski integral.

Naloga 1.7.1 Uporabi Kirchhoffov integral (enačba 1.52) in pokaži, da za primer krožnega vpadnega vala (enačba 1.53) polje v točki P zapišemo s Fresnel-Kirchhoffovim integralom (enačba 1.54). Pri tem privzemi, da je oddaljenost točke P od odprtine $r \gg \lambda$.

⁹Nemški fizik Gustav Robert Kirchhoff, 1824–1887.

Oglejmo si poseben primer, ko leži točkast izvor svetlobe na osi okrogle odprtine. Polje v točki P izračunamo kot

$$E_P = -\frac{ik}{4\pi} \int E_S \frac{e^{ikr-i\omega t}}{r} (\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) + 1) dS, \quad (1.55)$$

pri čemer E_S predstavlja kompleksno amplitudo vpadnega polja v odprtini

$$E_S = A \frac{e^{ikr'}}{r'}. \quad (1.56)$$

Zgornja oblika Fresnel-Kirchhoffovega integrala ni pravzaprav nič drugega kot matematičen zapis Huygensovega načela¹⁰. Spomnimo se, da Huygensovo načelo pravi, da lahko vsako točko valovne fronte obravnavamo kot izvor novega krogelnega vala. Točno to je zapisano tudi v gornjem integralu. Vpadni val E_S v vsakem od elementov odprtine dS vzbudi krogelno valovanje s kompleksno amplitudo

$$E = A_0 \frac{e^{ikr}}{r}, \quad (1.57)$$

polje v izbrani točki P pa je vsota prispevkov posameznih krogelnih valovanj. Za razliko od osnovnega Huygensovega načela, v Fresnel-Kirchhoffovem integralu (enačba 1.55) nastopa še faktor $(\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) + 1)$, ki poskrbi, da ni valovanja v smeri nazaj proti izvoru. Tudi faktor $-i$ manjka v osnovnem Huygensovem načelu, pomeni pa, da je uklonjeno valovanje fazno zakasnjenjo za $\pi/2$ glede na osnovno valovanje E_S .

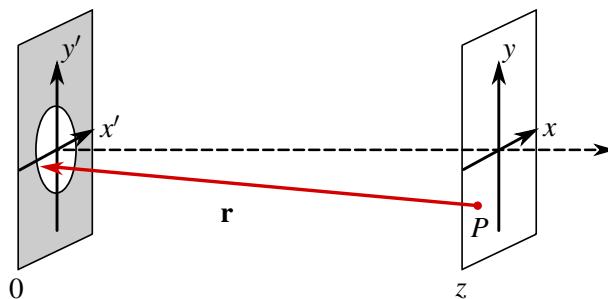
Fresnel-Kirchhoffov uklonski integral uporabno razširimo z dodatkom prepustnostne funkcije odprtine T . Z njo na splošno popišemo amplitudne in fazne spremembe, do katerih pride na raznih odprtinah, lečah, uklonskih mrežicah ... Razširjen uklonski integral zapišemo kot

$$E_P = -\frac{ik}{4\pi} \int T(r') E_S(r') \frac{e^{ikr-i\omega t}}{r} (\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) + 1) dS, \quad (1.58)$$

pri čemer smo upoštevali tudi splošno obliko vpadnega vala $E_S(r')$.

Fraunhoferjev in Fresnelov približek

Izračun Fresnel-Kirchhoffovega integrala (enačba 1.52) je na splošno zelo zapleten, zato se pogosto poslužujemo dveh približkov: Fraunhoferjevega¹¹ in Fresnelovega.



Slika 1.5: K izračunu Fraunhoferjevega in Fresnelovega uklona

¹⁰Nizozemski znanstvenik Christiaan Huygens, 1629–1695.

¹¹Nemški fizik Joseph von Fraunhofer, 1787–1826.

Izhajamo iz Fresnel-Kirchhoffovega integrala za točkast izvor (enačba 1.54) in zapišemo lego točke P s koordinatami x, y in z , razdaljo r pa s koordinatami točke P in koordinatama na zaslonu x' in y' (slika 1.5). Privzamemo, da je oddaljenost do zaslona z bistveno večja od prečnih dimenzij x in y . Zapišemo razdaljo r in jo razvijemo

$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2} \approx z + \frac{(x-x')^2}{2z} + \frac{(y-y')^2}{2z}. \quad (1.59)$$

Vstavimo razvoj v uklonski integral (enačba 1.55), pri čemer r v imenovalcu nadomestimo kar z z . Pridemo do Fresnelovega uklonskega približka

$$E_P(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda z} e^{ikz} \int \int E_S e^{ik((x-x')^2 + (y-y')^2)/2z} dx' dy'. \quad (1.60)$$

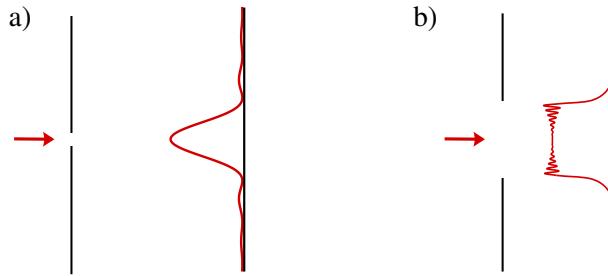
Kadar je oddaljenost do zaslona dovolj velika oziroma prečne dimenzije dovolj majhne, da zadošča razvoj do linearnih členov, govorimo o Fraunhoferjevem uklonu in uklonski integral je

$$E_P(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda z} e^{ik(z+(x^2+y^2)/2z)} \int \int E_S e^{-ik(xx'+yy')/z} dx' dy'. \quad (1.61)$$

V njem prepoznamo Fourierovo transformacijo polja E_S . Fraunhoferjeva uklonska slika velja za razmeroma velike oddaljenosti zaslona od uklonske odprtine, ko lahko uklonjeni val dovolj dobro opišemo z ravnim valom. Bolj zapleteno Fresnelovo uklonsko sliko moramo uporabiti, kadar obravnavamo primer bližnjega polja. Mejo med Fraunhoferjevim in Fresnelovim približkom kvalitativno določa Fresnelovo število

$$F = \frac{a^2}{L\lambda}. \quad (1.62)$$

Pri tem je a karakteristična dimenzija odprtine, L tipična oddaljenost zaslona od odprtine ter λ valovna dolžina svetlobe. V grobem velja, da lahko Fraunhoferjev približek uporabimo, kadar je $F < 1$ in je odstopanje faze od ravnega vala znotraj odprtine majhno. Sicer moramo uklon obravnavati v Fresnelovem približku ali celo v polni obliki.



Slika 1.6: Značilna uklonska slika odprtine v Fraunhoferjevem (a) in Fresnelovem režimu (b)

Naloga 1.7.2 Pokaži, da je v Fraunhoferjevi uklonski sliki uklon na okrogli odprtini podan z

$$I_P = I_0 \frac{4J_1(kap/z)}{kap/z}, \quad (1.63)$$

kjer je a polmer odprtine, $J_1(x)$ je Besslova funkcija in $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$.

1.8 EM valovanje v anizotropnih snoveh

Do zdaj smo obravnavali elektromagnetno valovanje v izotropnih snoveh, v katerih je dielektričnost skalar in hitrost valovanja neodvisna od njegove smeri. Na splošno so snovi anizotropne, dielektričnost je tenzor, hitrost potovanja svetlobe skozi snov pa je odvisna od smeri širjenja in od polarizacije valovanja.

Gostoto električnega polja v anizotropni snovi zapišemo kot

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \underline{\epsilon} \cdot \mathbf{E} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \mathbf{E}, \quad (1.64)$$

kjer je $\underline{\epsilon}$ tenzor drugega ranga in ima na splošno devet komponent.

V dielektričnih snoveh, v katerih ne pride do optične aktivnosti ali absorpcije, je tenzor realen in simetričen $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}^*$. Tak tenzor lahko vedno diagonaliziramo, torej poiščemo koordinatni sistem, v katerem je diagonalen. V takem koordinatnem sistemu velja

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix} \mathbf{E} \quad (1.65)$$

in

$$\begin{aligned} D_1 &= \epsilon_0 \epsilon_1 E_1, \\ D_2 &= \epsilon_0 \epsilon_2 E_2, \\ D_3 &= \epsilon_0 \epsilon_3 E_3. \end{aligned} \quad (1.66)$$

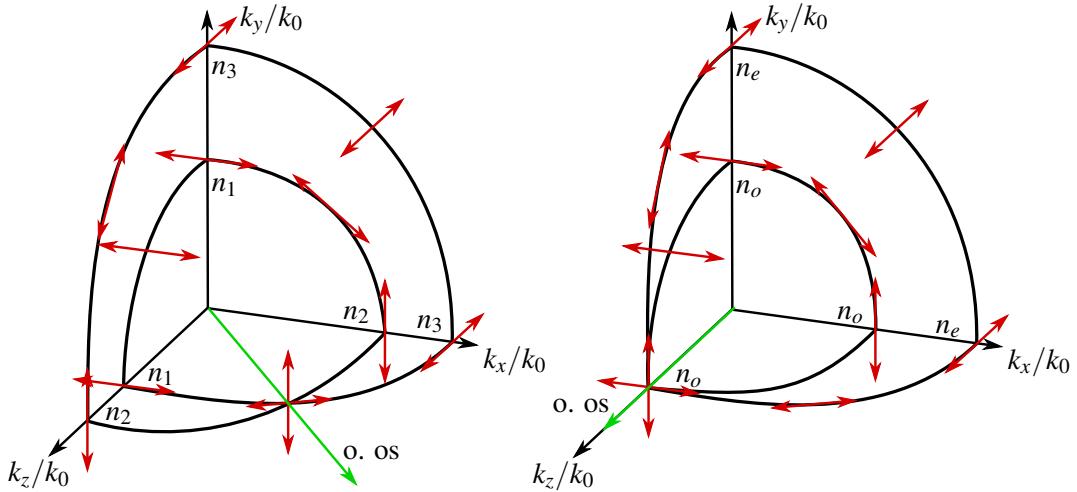
Glavne osi novega koordinatnega sistema določajo smeri, vzdolž katerih sta jakost in gostota električnega polja vzporedni, iz lastnih vrednosti pa izračunamo tri lomni količnike $n_i = \sqrt{\epsilon_i}$. Snovi, za katere so vse tri vrednosti n_i različne, imenujemo optično dvoosne snovi, medtem ko sta v optično enoosnih snoveh dve lastni vrednosti enaki $n_1 = n_2$. Če so enake vse tri lastne vrednosti, je snov izotropna.

Ploskev valovnega vektorja

V anizotropnih snoveh je lomni količnik odvisen od smeri širjenja svetlobe in izkaže se, da tudi od njene polarizacije. Poglejmo najprej preprost primer, ko se svetloba širi vzdolž lastne osi, naj bo to os z . Če je vpadno valovanje polarizirano vzdolž lastne osi x , se pri prehodu skozi kristal polarizacija valovanja ohrani, lomni količnik za tak val je n_1 . Podobno velja za val, polariziran v smeri y , za katerega je lomni količnik enak n_2 . Če polarizacija valovanja, ki se širi vzdolž lastne osi z , ne sovpada z lastnima osema x ali y , nastane po prehodu skozi kristal iz vpadnega linearno polariziranega valovanja na splošno eliptično valovanje. Lastni komponenti namreč potujeta različno hitro, zato pride med njima do faznega zamika.

Za poljubno smer širjenja valovanja in poljubno polarizacijo je račun razmeroma zapleten. Formalen pristop izhaja iz valovne enačbe (enačba 1.13), v kateri moramo upoštevati tudi električno polarizacijo $\mathbf{P} = \epsilon_0(\underline{\epsilon} - I)\mathbf{E}$. Iz nje sledi sistem enačb za komponente valovnega vektorja in električne poljske jakosti.

Rešitev tega sistema najbolj nazorno predstavimo s ploskvijo valovnega vektorja, ki je sklenjena dvolistna ploskev (slika 1.7). Dvolistnost ploskve vodi pri vsakem valovnem vektorju \mathbf{k} do dveh rešitev in dveh različnih lomnih količnikov, od katerih vsak ustreza eni od ortogonalnih polarizacij. Točke, v katerih se ploskev dotika sama sebe in sta lomna količnika za obe polarizacije enaka, določajo smeri optičnih osi.



Slika 1.7: Dvolistna ploskev valovnega vektorja, pri čemer zaradi nazornosti rišemo le prvi oktant. V dvoosnem kristalu (levo) sta dve optični osi. Druga os ni narisana, leži pa simetrično glede na os z . Privzeli smo, da velja $n_1 < n_2 < n_3$. V optično enoosnem kristalu (desno) je le ena optična os, po dogovoru je to os z . Rdeče puščice označujejo ustrezeno polarizacijo.

Optično enoosni kristali

V optično enoosnih kristalih sta dve lastni vrednosti enaki. Lastne vrednosti izberemo tako, da velja $n_1 = n_2 \neq n_3$. Navadno vpeljemo nove oznake: $n_1 = n_2 = n_o = n_{\perp}$, ki ga imenujemo redni (*ordinary*) lomni količnik, in $n_3 = n_e = n_{\parallel}$, ki je izredni (*extraordinary*) lomni količnik. V eni smeri sta lomna količnika za obe polarizacije enaka in tisti smeri pravimo optična os. Po dogovoru je to os z . Hitrost valovanja, ki se širi vzdolž optične osi, je tako neodvisna od njegove polarizacije. Ker je optična os samo ena, imenujemo kristal optično enoosen.

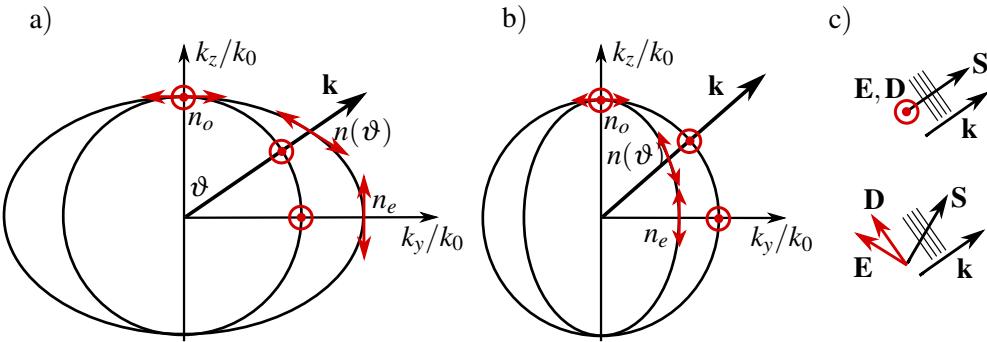
Za lažjo predstavo si oglejmo ploskev valovnega vektorja (slika 1.7, desno). V tem primeru ni treba obravnavati celotne ploskve, ampak zaradi rotacijske simetrije zadošča, da narišemo presek ploskve valovnega vektorja z ravnino, ki jo določata optična os in valovni vektor \mathbf{k} (vpadno ravnino). Pomemben je le kot ϑ med valovnim vektorjem \mathbf{k} in optično osjo z , zato si lahko drugo koordinatno os poljubno izberemo. Tukaj izberemo os y (slika 1.8).

Za vsako smer valovnega vektorja, torej za vsak kot ϑ , obstajata dve rešitvi, ki pripadata dvema lastnima polarizacijama z ustreznima lomnima količnikoma. Lomni količnik za žarek, ki je polariziran pravokotno na vpadno ravnino, je neodvisen od ϑ . To je redni žarek, njegov lomni količnik pa je vedno n_o , ne glede na vpadni kot. Na skici temu žarku ustreza krožnica.

Žarek, katerega polarizacija leži v vpadni ravnini, je izredni žarek. Pripadajoč lomni količnik je odvisen od kota ϑ in ga izračunamo iz sledeče enačbe elipse s polosema n_o in n_e :

$$\frac{1}{n^2(\vartheta)} = \frac{\cos^2 \vartheta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \vartheta}{n_e^2}. \quad (1.67)$$

Navadno sta pri ravnem valu vektorja \mathbf{E} in \mathbf{D} vzporedna, prav tako \mathbf{k} in \mathbf{S} . Žarek se širi v smeri valovnega vektorja, valovne fronte pa so pravokotne nanj. To velja tudi za redni žarek v anizotropnih snoveh. Izredni žarek pa ima, kot že ime nakazuje, "izredne" lastnosti. Vektorja \mathbf{E} in \mathbf{D} nista vzporedna, zato tudi valovni vektor \mathbf{k} ni vzporen energetskemu toku oziroma Poyntingovemu vektorju \mathbf{S} (slika 1.8 c). Smer energijskega toka, ki ni enaka smeri valovnega vektorja, določimo kot normalo na elipso pri kotu ϑ .



Slika 1.8: V optično enoosnih kristalih je lomni količnik odvisen od smeri valovnega vektorja \mathbf{k} in polarizacije. Poznamo pozitivno anizotropne snovi, pri katerih je $n_e > n_o$ (a) in negativno anizotropne snovi, kjer velja $n_e < n_o$ (b). V obeh primerih je redni žarek polariziran pravokotno na vpadno ravnino. Zanj velja, da je $\mathbf{D} \parallel \mathbf{E}$ in $\mathbf{S} \parallel \mathbf{k}$ (c, zgornje). Polarizacija izrednega žarka leži v vpadni ravnini. Smer \mathbf{S} ni vzporedna z valovnim vektorjem \mathbf{k} , prav tako valovne fronte niso pravokotne nanjo (c, spodaj). Primer je narisani za pozitivno anizotropno snov.

Dvojni lom

Ko vpade žarek na snov, se lomi. Hitrost valovanja – in s tem tudi kot, pod katerim se lomi – je v anizotropnih snoveh odvisna od polarizacije. Na splošno se pojavita dva lomljena žarka z različnima polarizacijama, kar da ime pojavi: dvolomnost (slika 1.9). Pri zapisu lomnega zakona (enčba 1.41) v anizotropnih snoveh moramo biti pazljivi.

Za redni val s TE polarizacijo (pravokotno na vpadno ravnino) velja navadni lomni zakon, pri čemer je lomni količnik snovi enak rednemu lomnemu količniku n_o

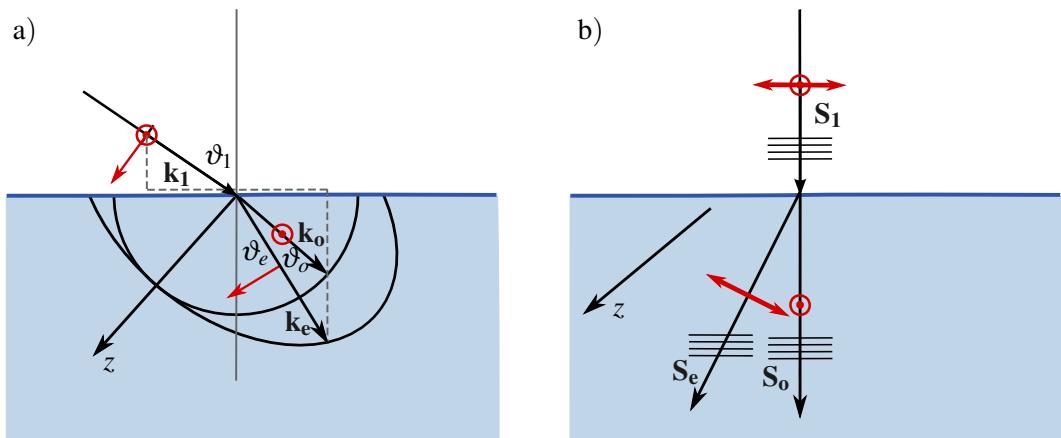
$$\sin \vartheta_1 = n_o \sin \vartheta_o. \quad (1.68)$$

Pri zapisu smo privzeli, da je lomni količnik snovi, iz katere valovanje prehaja v anizotropno snov, enak 1. Za izredni val s TM polarizacijo (električna poljska jakost leži v vpadni ravnini) prav tako zapišemo lomni zakon

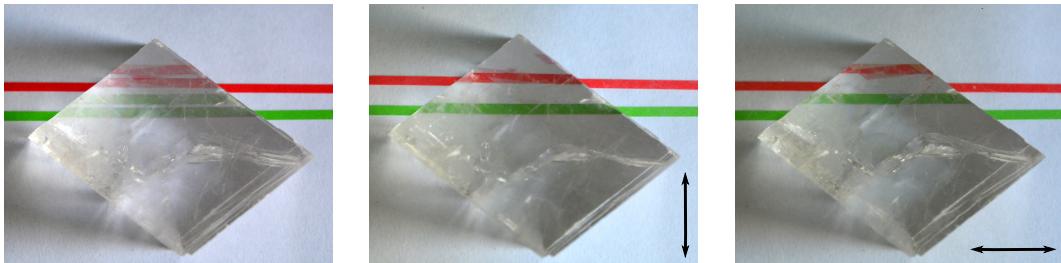
$$\sin \vartheta_1 = n(\vartheta_e) \sin \vartheta_e, \quad (1.69)$$

Ie da je lomni količnik $n(\vartheta_e)$ odvisen od smeri širjenja valovanja in je določen z enačbo elipse (enčba 1.67).

Kadar vpada valovanje pravokotno na izotropno snov, se žarek ne lomi. V dvolomnih snoveh pa lahko tudi pri pravokotnem vpodu pride do razklona svetlobe (slika 1.9 b). Kadar je optična os nagnjena glede na vpadnico, sta valovna vektorja obih prepuščenih žarkov sicer vzporedna valovnemu vektorju vpadnega žarka ($\mathbf{k}_1 \parallel \mathbf{k}_o \parallel \mathbf{k}_e$), razlikujeta pa se smeri Poyntingovih vektorjev ($\mathbf{S}_1 \parallel \mathbf{S}_o \nparallel \mathbf{S}_e$). Ob prehodu skozi plast anizotropne snovi tako svetloba potuje v dveh smereh in nastaneta dve slike z medsebojno pravokotnima polarizacijama (slika 1.10).



Slika 1.9: Dvojni lom. Pri poševnem vpadu na anizotropno snov se valovanje loči na dva različno polarizirana žarka (a). Če je optična os usmerjena pod poljubnim kotom glede na normalo mejne ravnine, pride do razklona svetlobe tudi pri pravokotnem vpadu. Valovna vektorja sta tudi v tem primeru kolinearna, Poyntingova vektorja pa imata različne smeri (b).



Slika 1.10: Dvojni lom v kristalu kalcita (islandski dvolomec). Po prehodu skozi kristal nastaneta dve razmazknjeni sliki in z linearnim polarizatorjem pokažemo, da imata sliki različni polarizaciji.

Snov	n_o	n_e
CaCO ₃ (kalcit)	1,6557	1,4849
BaTiO ₃	2,4042	2,3605
LiNbO ₃	2,2864	2,2022
KH ₂ PO ₄ (KDP)	1,5074	1,4669
tekoči kristal 5CB (25 °C)	1,5319	1,7060
telur ($\lambda = 10 \mu\text{m}$)	4,7969	6,2455

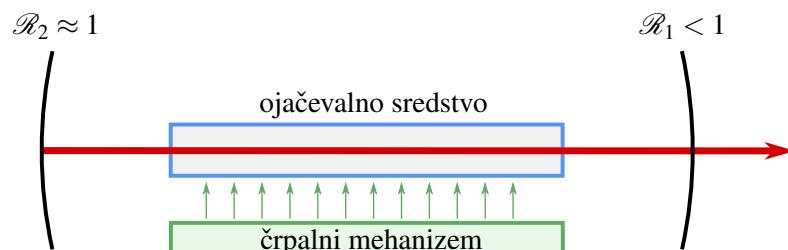
Tabela 1.1: Redni in izredni lomni količniki za nekaj izbranih optično enoosnih kristalov. Razen v primeru telurja veljajo vrednosti za svetlobo z valovno dolžino 633 nm.

2. Laser

V prejšnjih poglavjih smo spoznali resonatorje, pojasnili ojačevanje svetlobe in opisali črpanje, ki je potrebno za ojačevanje optičnega signala. V tem poglavju bomo vsa ta spoznanja združili in komponenete sestavili v eno samo napravo – laser. Opisali bomo delovanje laserjev in spoznali njihove prednosti pred navadnimi svetili. Zapisali bomo zasedbene enačbe in razložili delovanje laserjev, spoznali zanimive spremljujoče pojave, opisali načine delovanja laserjev v sunkih in na koncu predstavili še semiklasični model laserja.

2.1 Laser

Spoznali smo, da se svetloba pri prehodu skozi sredstvo z obrnjeno zasedenostjo med dvema nivojem ojačuje. Postavimo tako sredstvo v optični resonator. Na začetku nastaja predvsem spontano izsevana svetloba, ki se med zrcalom resonatorja odbija in ob vsakem preletu skozi snov postopoma ojačuje. Vzbuja se nihanja resonatorja z nihajnimi frekvencami blizu frekvence atomskega prehoda, pri katerih snov ojačuje. Energija nihanj z dovolj majhnimi izgubami narašča, dokler se ojačenje ne izenači z izgubami. Sistem preide v stacionarno stanje in seva močno koherentno svetljivo. Tak izvor svetlobe imenujemo laser. Beseda laser je nastala iz kratice za *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* – ojačenje svetlobe s stimuliranim sevanjem.



Slika 2.1: Shema laserja s ključnimi deli: ojačevalno sredstvo, črpalni mehanizem in resonator



Kot klasično analogijo za laser vzemimo klarinet, ki je sestavljen iz cevi in ustnika. Cev deluje kot resonator, v katerem nastane stojni zvočni val, pri čemer je frekvenca stoječega vala določena z dolžino cevi in s številom vozlov. Naloga ustnika je dovajanje energije in s tem vzdrževanje konstantne amplitудe nihanja. To glasbenik doseže s pihanjem v ustnik in tresenjem prožnega jezička, ki s tresljaji proizvaja zvok. Tresenje jezička je približno periodično in vsebuje mnogo različnih frekvenc, tudi take, ki ustrezojo frekvenci stoječih valov v cevi. Ko amplituda tlaka v cevi naraste nad neko mejo, pride do zanimivega pojava. Nihanje tlaka v gornjem koncu cevi povratno deluje na ustnik in ga sila, da niha s frekvenco najmočneje vzbujenega stoječega vala v cevi, druge frekvence pa zamrejo. Moč pihanja gre le še v nihanje jezička s pravo frekvenco in ojačuje nihanje zračnega stolpca. Tako se s povratno zvezo med nihanjem jezička in stoječim valovanjem v cevi vzdržuje stoječe valovanje s konstantno amplitudo.

V grobem ima laser tri ključne sestavne dele: ojačevalno sredstvo, črpalni mehanizem in ukrivljeni zrcali, ki tvorita resonator (slika 2.1). Črpalni mehanizem vzdržuje obrnjeno zasedenost v ojačevalnem sredstvu, resonator pa omogoča, da se svetloba dovolj ojači in tako stimulirano sevanje prevlada nad spontanim. Odbojnostenost vsaj enega od zrcal mora biti manjša od 1, da skozenj lahko izhaja svetloba.

Pri osnovnem opisu delovanja laserja se omejimo na najpreprostejši model in privzemimo, da frekvenca le enega resonatorskega nihanja sovpada s frekvenco prehoda aktivne snovi. Ta privzeteck v večini laserjev ni avtomatično izpolnjen, vendar ga je pogosto mogoče doseči z dodatnimi elementi v resonatorju. Aktivno snov ozioroma ojačevalno sredstvo v laserju stalno črpamo in s tem vzdržujemo obrnjeno zasedenost.

Naj bo W energija svetlobnega valovanja v resonatorju. Zaradi izgub skozi zrcali in zaradi absorpcije ter sisanja v resonatorju se energija na en obhod resonatorja zmanjša za (enačba ??)

$$\Delta W_{\text{izgube}} = -\Lambda W = -(1 - \mathcal{R}_1 + 1 - \mathcal{R}_2 + 2\alpha L)W, \quad (2.1)$$

kjer so Λ celotne izgube, α so izgube na enoto poti zaradi absoprcije in sisanja, L je dolžina resonatorja, \mathcal{R}_1 in \mathcal{R}_2 pa sta odbojnnosti zrcal. V ojačevalnem sredstvu, v katerem vzdržujemo obrnjeno zasedenost, pride do ojačevanja s stimuliranim sevanjem. Energija nihanja resonatorja se tako na en obhod po enačbi (??) poveča za

$$\Delta W_{\text{ojačenje}} = \frac{G}{1 + W/W_s} W 2L'. \quad (2.2)$$

Namesto saturacijske gostote svetlobnega toka j_s smo vpeljali saturacijsko energijo $W_s = V j_s/c$, L' pa označuje dolžino ojačevalnega sredstva. Račun pogosto poenostavimo, tako da vzamemo $L' = L$, tukaj pa zaradi jasnosti obdržimo ločen zapis. Privzeli smo tudi, da je ojačenje na en obhod dovolj majhno, da enačbe (??) ni treba integrirati.

V stacionarnem stanju se zmanjšanje energije zaradi izgub ravno izenači s povečanjem energije zaradi ojačenja. Zapišemo

$$|\Delta W_{\text{izgube}}| = |\Delta W_{\text{ojačenje}}|, \quad (2.3)$$

od koder sledi

$$\Lambda W = \frac{G 2L'}{1 + W/W_s} W. \quad (2.4)$$

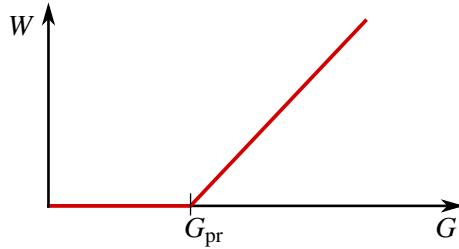
Ta enačba ima dve rešitvi za energijo svetlobnega nihanja. Prva je $W = 0$, druga pa

$$W = W_s \left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right), \quad (2.5)$$

pri čemer je

$$G_{\text{pr}} = \frac{\Lambda}{2L'}. \quad (2.6)$$

Združimo obe rešitvi: energija svetlobe v laserju je pod določeno vrednostjo ojačenja, imenujemo jo ojačenje na pragu delovanja G_{pr} , enaka nič, nad pragom pa linearno narašča z ojačenjem G (slika 2.2). Ojačenje je seveda odvisno od stopnje obrnjene zasedenosti, ta pa je povezana z močjo črpanja.



Slika 2.2: Odvisnost energije svetlobe v laserju od ojačenja

Izhodna moč laserja je enaka energiji, ki zapusti resonator skozi izhodno zrcalo, deljeni s časom obhoda resonatorja $2L/c$

$$P = (1 - \mathcal{R}_1) \frac{c}{2L} W. \quad (2.7)$$

Ker so vsi predfaktorji v gornji enačbi konstantni, je izhodna moč kar sorazmerna z energijo svetlobe v resonatorju. Odvisnost izhodne moči laserja od črpanja je tako do konstante enaka, kot je prikazana na sliki (2.2).

Naloga 2.1.1 Izračunaj izhodno moč iz laserja pri dani dolžini resonatorja $L = L'$, odbojnosti enega zrcala $\mathcal{R}_2 = 1$, notranjih izgubah na enoto dolžine α in ojačenju G . Pokaži, da je izhodna moč največja pri odbojnosti izhodnega zrcala

$$\mathcal{R}_1 = 1 - 2\alpha L \left(\sqrt{\frac{G}{\alpha}} - 1 \right). \quad (2.8)$$

2.2 Zasedbene enačbe

Za podrobnejši opis delovanja laserja zapišimo zasedbene enačbe. Enačbam za zasedenosť atomskih nivojev v trinivojskem sistemu (enačbe ??–??) dodamo še enačbo za energijo lastnega valovanja v resonatorju. Še naprej obravnavajmo primer, ko je vzbujeno le eno resonatorsko stanje, opazujemo pa prehode med prvim in drugim vzbujenim stanjem (slika ?? b).

Preden zapišemo enačbe, napravimo še nekaj poenostavitev. Najprej privzamemo, da je razpadni čas spodnjega laserskega stanja $|1\rangle$, ki ga določa koeficient A_{10} , dosti krajši od razpadnega časa zgornjega stanja $|2\rangle$. Tedaj vsi atomi iz spodnjega stanja zelo hitro preidejo v osnovno stanje in $N_1 \approx 0$, če le ni preveč stimuliranega sevanja. Zanemarimo tudi spontano sevanje iz drugega vzbujenega nivoja $A_{20} \approx 0$. Celoten sistem potem opišemo z dvema spremenljivkama: prva je N_2 , ki označuje zasedenosť drugega vzbujenega stanja in hkrati približno obrnjeno zasedenosť; druga je število fotonov n , ki opisuje energijo v izbranem stanju resonatorja. Gostota energije polja je $w = n\hbar\omega/V$, pri čemer je V volumen resonatorja.

Zasedbeni enačbi sta

$$\frac{dN_2}{dt} = rN - A_{21}N_2 - B_{21}gN_2 \frac{\hbar\omega}{V} n = rN - A_{21}N_2 - \frac{\sigma c}{V} N_2 n \quad (2.9)$$

in

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\sigma c}{V} N_2 (n+1) - \frac{2}{\tau} n. \quad (2.10)$$

Prva enačba sledi neposredno iz enačbe (??) ob upoštevanju zgoraj navedenih poenostavitev. Drugo pa dobimo s sledečim razmislekoma. Energija svetlobe oziroma število fotonov v resonatorju se povečuje predvsem zaradi stimuliranega sevanja, ki predstavlja zadnji člen v enačbi (2.9). Vemo pa, da je verjetnost za prehod atoma iz višjega v nižje stanje z izsevanjem fotona v izbrano stanje elektromagnetnega polja sorazmerna z $n + 1$ (enačba ??), kjer je n število fotonov v izbranem stanju. Če torej namesto n v zadnjem členu enačbe (2.9) pišemo $n + 1$, opišemo poleg stimuliranega sevanja tudi prispevek spontanega sevanja. Dodamo še člen, s katerim popišemo zmanjševanje energije svetlobe v resonatorju zaradi izgub, kar opišemo z razpadnim časom $\tau/2$ (enačba ??).

Gornji enačbi predstavlja sistem dveh sklopljenih diferencialnih enačb za časovni razvoj števila fotonov v resonatorskem stanju in za zasedenost gornjega atomskega stanja. Enačbi sta nelinearni in ju ne znamo analitično rešiti. Vseeno pa lahko nekaj povemo o takem sistemu.

Poglejmo najprej stacionarne rešitve, za katere velja $\dot{N}_2 = 0$ in $\dot{n} = 0$. Iz enačbe (2.9) izrazimo N_2 in ga vstavimo v enačbo (2.10). Sledi

$$\frac{2}{\tau}n(A_{21}V + \sigma cn) = \sigma crN(n+1). \quad (2.11)$$

Enačbo zapišemo še bolj pregledno, če vpeljemo koeficient ojačanja G (enačba ??) in ojačenje na pragu G_{pr} (enačbi ?? in 2.6)

$$G_{\text{pr}}n \left(1 + \frac{\sigma c}{VA_{21}}n \right) = G(n+1). \quad (2.12)$$

Vpeljemo še brezdimenzijsko konstanto p , pri čemer upoštevamo zvezo med Einsteinovimi koeficienti (enačba ??)

$$p = \frac{VA_{21}}{\sigma c} = \frac{VA_{21}}{B_{21}\hbar\omega g} = \frac{V\omega^2}{\pi^2 c^3 g} \simeq \frac{V\omega^2}{\pi^2 c^3} \Delta\omega. \quad (2.13)$$

V zadnjem izrazu smo privzeli, da je $g \simeq 1/\Delta\omega$. Parameter p je torej približno enak produktu gostote stanj elektromagnetnega polja v resonatorju (enačba ??) in širine atomskega prehoda (ter volumna), torej kar številu vseh stanj v frekvenčnem intervalu atomskega prehoda. To število je navadno precej veliko $p \sim 10^8\text{--}10^{10}$.

 S primerjavo izraza za p (enačba 2.13) z izrazom za saturacijsko gostoto toka (enačba ??) vidimo, da p predstavlja število fotonov v resonatorju, pri katerem pride do nasičenja ojačanja, če je frekvenca nihanja resonatorja blizu centra atomske črte.

Enačbo (2.12) prepišemo

$$\frac{n^2}{p} - \left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right)n - \frac{G}{G_{\text{pr}}} = 0 \quad (2.14)$$

s pozitivno rešitvijo

$$n = \frac{p}{2} \left(\left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right) + \sqrt{\left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right)^2 + \frac{4G}{pG_{\text{pr}}}} \right). \quad (2.15)$$

Ker je p zelo veliko število, lahko koren razvijemo, če le ni ojačenje preveč blizu praga, ko je $G/G_{\text{pr}} \simeq 1$.

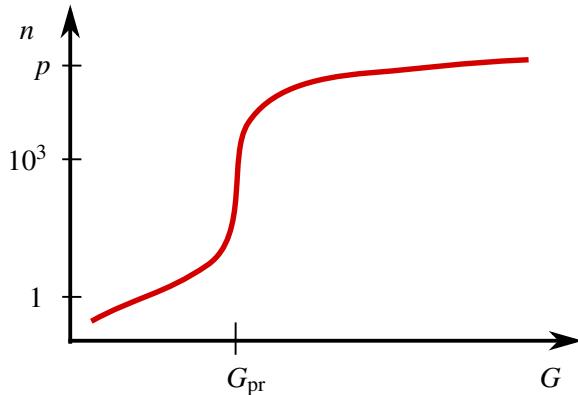
Pod pragom je $G < G_{\text{pr}}$ in

$$n \approx \frac{p}{2} \left(\left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right) + \left(1 - \frac{G}{G_{\text{pr}}} \right) + \frac{2G}{p(G_{\text{pr}} - G)} \right) = \frac{G}{G_{\text{pr}} - G}. \quad (2.16)$$

Pri razvoju korena smo upoštevali, da mora biti pozitiven. Nad pragom je število fotonov

$$n \approx p \left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right) = \frac{W_s}{\hbar\omega} \left(\frac{G}{G_{\text{pr}}} - 1 \right). \quad (2.17)$$

Rezultat, ki je po pričakovanju skladen z enačbo (2.5), si oglejmo podrobneje. Pod pragom so izgube večje od črpanja in gre praktično vsa moč, ki jo dovedemo v sistem, preko spontanega sevanja v veliko število stanj elektromagnetskoga polja. Število fotonov v izbranem resonatorskem nihanju je tako okoli ena do neposredne bližine praga, kjer hitro naraste (slika 2.3), nad pragom je reda velikosti p . Nad pragom povsem prevlada stimulirano sevanje v eno samo izbrano nihanje resonatorja. Prehod preko praga je zaradi velikega p tako hiter, da ga ni mogoče izmeriti. Izjema so polprevodniški laserji, katerih volumen – in posledično tudi p – je tako majhen, da je mogoče opaziti zvezen prehod preko praga.



Slika 2.3: Odvisnost števila fotonov v resonatorju od ojačenja za $p = 10^5$.

Izračunjamo še stacionarno zasedenosť zgornjega atomskega nivoja. Iz enačbe (2.10) sledi

$$N_2 = \frac{2V}{\tau\sigma c} \frac{n}{n+1} \approx \frac{2V}{\tau\sigma c}. \quad (2.18)$$

Na pragu je po enačbi (2.15) $n = \sqrt{p}$. Sledi

$$N_{2\text{pr}} = \frac{2V}{\tau\sigma c} \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p} + 1}. \quad (2.19)$$

Ker je p zelo veliko število, iz gornjih enačb sledi, da zasedenosť višjega nivoja oziroma obrnjena zasedenosť narašča do bližine praga, nad pragom pa je praktično konstantna in skoraj natanko enaka kot na pragu. To ni težko razumeti. Nad pragom je število fotonov v resonatorju veliko in linearno narašča z močjo črpanja. S tem se povečuje hitrost praznjenja zgornjega atomskega stanja s stimuliranim sevanjem, kar ravno izniči učinek povečanja črpanja. V stacionarno delujočem laserju obrnjene zasedenosnosti torej ni mogoče povečati nad vrednost na pragu $N_{2\text{pr}}$. To ima pomembne praktične posledice, kot bomo videli v nadaljevanju.



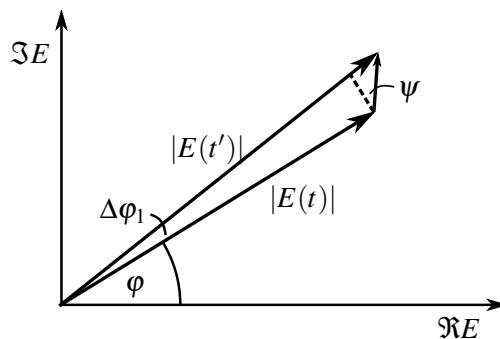
Obravnava laserja z zasedbenimi enačbami je seveda zelo groba. Nismo upoštevali, da je prostorska odvisnost polja v delajočem laserju drugačna od lastnega stanja praznega resonatorja. Poleg tega smo privzeli, da so atomi lahko le v lastnih energijskih stanjih, kar je res le v primeru stacionarnih stanj brez zunanjega, časovno odvisnega polja svetlobe. Bolj podroben pristop je semiklasični model, pri katerem za opis svetlobe uporabimo klasično valovno enačbo, za atome pa kvantno mehaniko (glej poglavje 2.12). Ta model zadošča za opis skoraj vseh pojavov v laserjih razen vpliva spontanega sevanja. Za dosledno obravnavo tega je treba svetlobo opisati s pomočjo kvantne elektrodinamike, kar presega okvir te knjige.

Povzemimo na kratko, kaj smo spoznali o delovanju enofrekvenčnega laserja. Pri dovolj velikem ojačenju, ki ravno pokriva izgube resonatorja, je v stacionarnem stanju energija in s tem amplituda izbranega lastnega nihanja resonatorja različna od nič. Frekvenca svetlobe je določena z izbranim lastnim stanjem resonatorja, ki določa tudi prostorsko odvisnost valovanja v resonatorju in obliko izhodnega snopa. V navadnem stabilnem resonatorju je polje po obliki zelo blizu Gaussovem snopu, zato je tak tudi izhodni snop. Gaussova prostorska odvisnost izhodnega snopa je morda najpomembnejša lastnost laserjev. Gaussov snop se, kot vemo, najmanj širi zaradi uklona in ga je mogoče zbrati v piko približne velikosti valovne dolžine. Laser se tako najbolj približa idealno točkastemu izvoru svetlobe.

2.3 Spektralna širina enega laserskega nihanja

Povejmo še nekaj o spektralni širini svetlobe enofrekvenčnega laserja. Če bi se lastno stanje elektromagnetnega polja v resonatorju obnašalo kot klasično harmonsko nihalo, bi bil spekter laserja neskončno ozek. Vendar imajo laserji končno spektralno širino – v idealnem primeru zaradi kvantizacije elektromagnetnega polja, v praksi pa zaradi zunanjih motenj. Poskusimo oceniti razširitev zaradi vpliva kvantizacije. Zaradi nje je poleg stimuliranega sevanja vedno prisotno tudi spontano sevanje. To predstavlja kvantni šum, ki vodi do razširitve spektra.

Predstavimo amplitudo nihanja $E(t)$ na izbranem mestu v resonatorju kot kompleksno število, ki ga v kompleksni ravnini določata dolžina $|E(t)|$ in faza φ (slika 2.4). Pri tem fazo določimo glede na neko začetno izbrano fazo. Ker je energija svetlobe sorazmerna s številom fotonov, je dolžina sorazmerna s korenem iz števila fotonov v izbranem nihanju. Stimulirano sevanje, ki ravno pokriva izgube resonatorja, vzdržuje dolžino $|E(t)|$ praktično konstantno, nespremenjena ostaja tudi faza. Spontano sevanje velikosti amplitude nihanja ne spreminja dosti, vendar stohastična narava spontano izsevanih fotonov vpliva na njeno fazo. Majhen prispevek spontanega sevanja preko spremenjajoče se faze skrajša koherenčni čas in določa spodnjo mejo za širino spektralne črte.



Slika 2.4: Amplituda polja v resonatorju in njena spremembra zaradi spontanega sevanja

Pri spontani emisiji se izseva en foton s poljubno fazo. Prispevek h kompleksni amplitudi ima torej dolžino 1 in poljubno smer (slika 2.4). Zanima nas povprečje kvadrata spremembe faznega kota pri enem spontano izsevanem fotonu

$$\overline{\Delta\varphi_1^2} = \overline{\left(\frac{\cos\psi}{\sqrt{n}}\right)^2} = \frac{1}{2\bar{n}}, \quad (2.20)$$

kjer ψ označuje kot med fazo celotnega polja in spontano izsevanega fotona. Zaporedne spontane emisije so med seboj neodvisne, zato izračunamo povprečni kvadrat spremembe faze pri m emisijah tako, da seštejemo povprečne kvadrate za posamezne fotone

$$\overline{\Delta\varphi_m^2} = m\overline{\Delta\varphi_1^2} = \frac{m}{2\bar{n}}. \quad (2.21)$$

Ocenimo še število spontano izsevanih fotonov na časovno enoto. Vemo, da stimulirano sevanje ravno pokrije izgube resonatorja, zato je stimulirano izsevanih fotonov na časovno enoto $2\bar{n}/\tau$. Vemo tudi, da je razmerje med verjetnostjo za stimulirano in spontano sevanje enako številu fotonov v danem stanju polja (enačba ??), zato je število spontanih sevanj na časovno enoto kar $2/\tau$. Tako je število spontano izsevanih fotonov v času t enako $m = 2t/\tau$ in

$$\overline{\Delta\varphi^2(t)} = \frac{t}{\bar{n}\tau}. \quad (2.22)$$

Čas t_p , v katerem se faza znatno spremeni, je torej velikostnega reda

$$t_p \sim \bar{n}\tau = \frac{W}{\hbar\omega} \tau = \frac{P}{\hbar\omega} \tau^2. \quad (2.23)$$

Ker je število fotonov v nihanju nad pragom zelo veliko ($\sim 10^9$ v majhnem He-Ne laserju), τ pa je $\sim 10^{-7}$, je karakteristični čas za fazno razširitev idealnega laserja $t_p \sim 100$ s.

Iz enačbe (2.23) vidimo tudi, da je spektralna širina, ki je podana z $1/t_p$, obratno sorazmerna z izhodno močjo laserja. Spodnjo mejo za spektralno širino pri dani izhodni moči laserja podaja Schawlow-Townseva limita¹

$$\Delta\nu_{\min} = \frac{\pi h\nu}{P} \Delta\nu_R^2, \quad (2.24)$$

pri čemer $\Delta\nu_R$ predstavlja širino nihanja praznega resonatorja.² V neposredni bližini praga, kjer je $\bar{n} \sim 1$, je spektralna širina približno enaka širini nihanj praznega resonatorja.

Dejanski laserji seveda nimajo niti približno tako ozkega spektra, kot smo ga pravkar ocenili. Vemo, da je frekvanca laserja določena z dolžino resonatorja ($\nu = nc/2L$), pri čemer je n zelo veliko celo število. Že majhna sprememba dolžine resonatorja povzroči spremembo frekvence laserja, pri znatnejši spremembi dolžine pa lahko pride tudi do preskoka vzbujenega stanja resonatorja, to je števila n . Dolžina resonatorja se spreminja predvsem zaradi zunanjih mehanskih motenj in zaradi spreminjanja temperature. Če se posebej ne potrudimo s konstrukcijo resonatorja, so fluktuacije frekvence kar reda velikosti razmika med sosednimi stanji resonatorja, to je reda velikosti ~ 100 MHz. Fluktacije dolžine je mogoče zmanjšati s skrbno konstrukcijo, temperaturno stabilizacijo in uporabo materialov z majhnim topotnim raztezkom. Na tak način je mogoče dobiti laser z efektivno spektralno širino pod ~ 1 MHz.

¹Ameriška fizika in nobelovca Arthur Leonard Schawlow, 1921–1999, in Charles Hard Townes, 1915–2015.

²Natančnejši izračun odstopa od preprosto izpeljanega za faktor 2. V zapisanem izrazu je že upoštevan pravilen predfaktor.



Zapisali smo, da lahko s posebno konstrukcijo laserjev dosežemo spektralno širino pod $\sim 1\text{MHz}$. Vendar najmanjša dosežena spektralna širina znaša $\sim 10\text{ mHz}$, kar je še 8 velikostnih redov manj! Gre za prav poseben laser iz monokristalov silicija, hlajenega na $-150\text{ }^{\circ}\text{C}$. Fluktuacije dolžine resonatorja so pogojene s termičnimi fluktuacijami v odbojnih plasteh, ki znašajo okoli 10^{-17}m . Koherenčna dolžina takega laserja je več milijonov kilometrov³.

Tu velja opozoriti, da je narava spektralne razširitve v laserju drugačna kot v navadnih svetilih. V drugem poglavju smo videli, da intenziteta svetlobe navadnega svetila fluktuirata na časovni skali koherenčnega časa, ki je obraten spektralni širini (poglavlje ??). Šum navadnih svetil je torej amplitudno moduliran šum. Pri enofrekvenčnem laserju je drugače. Amplituda in intenziteta izhodne svetlobe sta konstantni, fluktuirata le frekvence oziroma faza. Šum laserja je torej v obliki frekvenčne modulacije.

2.4 Primerjava laserjev in navadnih svetil

Povzemimo, kar smo se do zdaj naučili o laserjih in jih primerjajmo z navadnimi svetili. Primerjajmo enofrekvenčni laser, v katerem je vzbujeno le eno osnovno stanje resonatorja Gaussove oblike, z navadnim nekoherentnim izvorom svetlobe.

Svetlobni snop iz laserja ima dve takoj očitni odliki: je zelo usmerjen in zelo enobarven. Prva lastnost je posledica tega, da je lastno stanje stabilnega resonatorja Gaussove oblike in je zato tak tudi izhodni snop. Divergenca Gaussovega snopa je posledica uklona in je najmanjša možna. Valovne fronte izhodne svetlobe so gladke in na dani razdalji ves čas enake, zato je laserski snop prostorsko idealno koherenten. Koherenten Gaussov snop lahko z ustrezno optiko zberemo v pikov velikosti valovne dolžine, s čimer dosežemo že pri razmeroma majhni izhodni moči zelo veliko gostoto svetobnega toka. To je zelo uporabno v tehnologiji, na primer za natančno in čisto obdelavo materialov, ter v medicini, kjer laserje uporabljajo za zahtevne kirurške posege.

Kako pa je z navadnimi svetili? V njih atomi sevajo neodvisno, zato izsevana svetloba ni prostorsko koherentna. Valovna fronta na danem mestu je nepravilna in se v koherenčnem času znatno spremeni. Vendar tudi iz svetlobe navadnega nekoherentnega svetila lahko pridobimo koherenten snop, če na dano razdaljo od svetila postavimo zaslонko, ki je manjša od koherenčne ploskve na tistem mestu (glej razdelek ??). Ocenimo moč tako dobljenega koherentnega snopa za zaslonko.

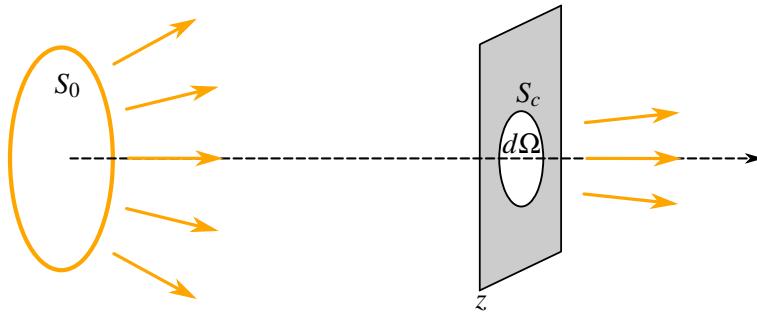
Svetilo naj ima svetlost B^4 . Moč koherentnega snopa za zaslonko, ki prepušča svetlobo skozi prostorski kot $\Delta\Omega$, je (slika 2.5)

$$P = BS_0\Delta\Omega = \frac{BS_0S_c}{z^2} \sim \frac{BS_0}{z^2} \frac{\lambda^2 z^2}{S_0} = B\lambda^2. \quad (2.25)$$

Pri tem je S_0 površina svetila, z oddaljenost zaslонke od svetila, S_c pa velikost koherenčne ploskve, za katero smo uporabili oceno (enačba ??). Da iz $S_0 = 1\text{ mm}^2$ velikega svetila dosežemo koherenten snop svetlobe z valovno dolžino okoli 550 nm , mora biti premer zaslonke, ki jo postavimo 1 m od izvora, okoli $0,6\text{ mm}$. V tem primeru znaša moč, ki prehaja skozi zaslonko, pri svetlosti 100 W/cm^2 le približno $3 \cdot 10^{-7}\text{ W}$. Pri podobni divergenci žarka je močno navadno svetilo torej štiri reda velikosti šibkejše od zelo šibkih laserjev z močjo 1 mW .

³Phys. Rev. Lett. **118**, 263202 (2017).

⁴Svetilnost je moč, izsevana v dan prostorski kot $I = dP/d\Omega$; svetlost pa je svetilnost na enoto ploskve $B = I/S = dP/Sd\Omega$.



Slika 2.5: K izračunu moči koherentnega snopa svetlobe iz nekoherentnega svetila

Druga odlična lastnost svetlobe iz enofrekvenčnega laserja je njena zelo majhna spektralna širina. Z nekaj truda je ta lahko pod 1 kHz, emisijske črte v plinu pa so zaradi Dopplerjeve razširitve široke vsaj nekaj GHz, pa še to le v razmeroma redkem in hladnem plinu, kjer je svetlost majhna. Primerjajmo spektralno gostoto moči laserja in navadnih svetil. Majhen He-Ne laser seva 1 mW v približno 10⁷ Hz in spektralna gostota moči je $dP/dv \sim 10^{-10}$ W/Hz. Po drugi strani zelo svetla živosrebrna svetilka seva v močno razširjene spektralne črte s širino okoli 10 nm, kar ustreza $\sim 10^{13}$ Hz. Spektralna gostota v koherentnem snopu, ki smo ga pripravili iz navadne svetilke, je tako le okoli $3 \cdot 10^{-20}$ W/Hz. Šolski He-Ne laser torej prekaša najmočnejše nekoherentno svetilo za 10 velikostnih redov. Z laserji je seveda mogoče doseči znatno večje moči, v sunkih tipično do okoli 10¹² W, tako da po spektralni gostoti moči v koherentnem snopu laserji prekašajo običajna svetila 20–25 velikostnih redov. Verjetno v zgodovini težko najdemo še kak drug izum, ki je prinesel tolikšno izboljšavo v neki bistveni količini in tako ni nenavadno, da je prihod laserjev v začetku 60-ih let povzročil preporod optike.

2.5 Večfrekvenčni laser

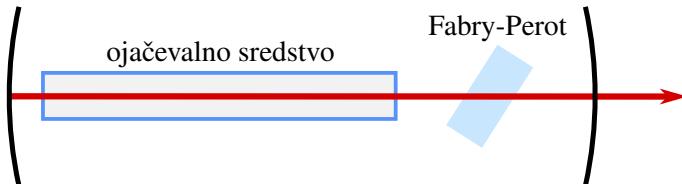
Do zdaj smo obravnavali laserje, v katerih je bilo vzbujeno eno samo valovanje. Vendar je ojačevalna širina večine aktivnih sredstev navadno večja od razlike med frekvencami posameznih stanj resonatorja. V plinih, na primer, je ojačevalna širina zaradi Dopplerjevega pojava vsaj nekaj GHz, lastne frekvence resonatorja pa so pri 30 cm dolgem resonatorju razmagnjene za 500 MHz. Tako se lahko zgodi, da ojačenje v laserju za več nihanj hkrati presega ojačenje na pragu in vzbujenih je več nihanj. Svetloba iz takega večfrekvenčnega laserja ni monokromatska, temveč je sestavljena iz množice ozkih črt znotraj ojačevalnega pasu. Izsevana svetloba tako ni bistveno bolj monokromatska od ustrezne spektralne komponente svetlečega plina. Ostaja pa seveda prostorsko koherentna.

Za holografijo, interferometrijo in nekatere spektroskopske uporabe potrebujemo ozko spektralno črto. Zato moramo poskrbeti, da je vzbujeno le eno samo nihanje resonatorja, najbolje tisto, ki je najbližje vrhu ojačanja aktivnega sredstva. To dosežemo tako, da za vsa ostala nihanja povečamo izgube, na primer s Fabry-Perotovim etalonom, ki ga vstavimo v laserski resonator (slika 2.6). Njegova prepustnost v odvisnosti od krožne frekvence ω , debeline L , lomnega količnika n , odbojnost sten \mathcal{R} in nagiba glede na os resonatorja ϕ je podana z enačbo (??)

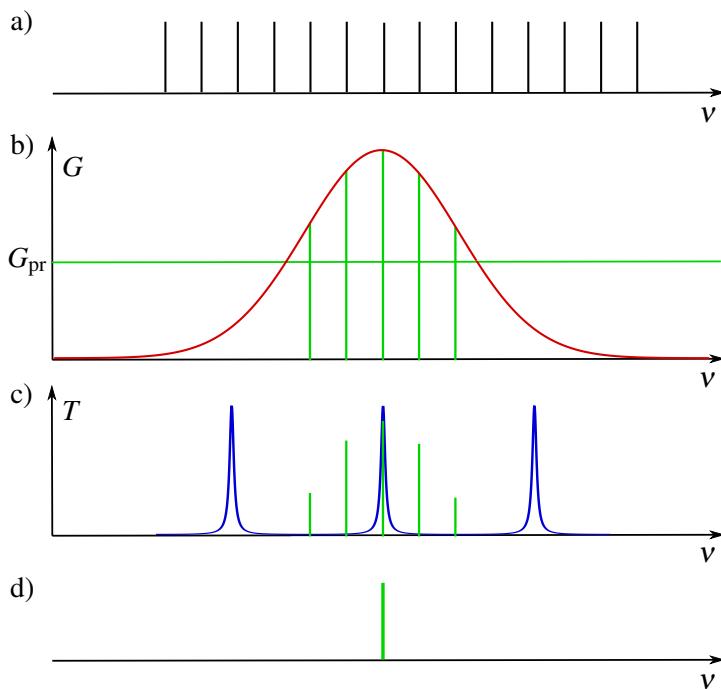
$$T = \frac{1}{1 + \frac{4\mathcal{R}}{(1-\mathcal{R})^2} \sin^2(\frac{n\omega}{c} L \cos \phi)} \quad (2.26)$$

in jo kaže slika (??).

Debelino etalona in njegov nagib izberemo tako, da vrh prepustnosti sovpada z izbranim stanjem resonatorja. Izgube za ostala nihanja, ki bi sicer bila ojačena, se tako povečajo in laser svetle pri eni sami izbrani frekvenci. Ta proces je shematsko prikazan na sliki (2.7): izmed vseh možnih stanj v resonatorju (a) svetijo le tista, za katere je ojačenje nad pragom (b). Ko v resonator dodamo Fabry-Perotov etalon z razmeroma velikim razmikom med sosednjimi vrhovi prepustnosti (c), je ojačeno eno samo nihanje (d). Ker zadošča že zmerno povečanje izgub, je odbojnost sten etalona navadno dokaj nizka, pod 0,5.



Slika 2.6: Shema laserja s Fabry-Perotovim etalonom



Slika 2.7: Lastne frekvence resonatorja (a) in frekvenčna odvisnost ojačenja z označenim pragom delovanja (b). Z zeleno so označene tiste lastne frekvence, ki se v laserju ojačujejo. Ko dodamo Fabry-Perotov etalon z dano prepustnostjo (c), povečamo izgube za vse načine, ki bi sicer bili ojačeni, razen za enega. Tako dosežemo delovanje laserja pri eni sami frekvenci (d).



Nagib etalona omogoča natančno spreminjanje izbrane frekvence, poleg tega pa je nujen, da se neprepuščena svetloba odbije ven iz smeri osi resonatorja. Če bi bila os etalona vzporedna z osjo resonatorja, bi se pojavile dodatne resonance, kar bi močno motilo delovanje laserja.

Opisali smo, kako v laserju dosežemo delovanje pri enem samem longitudinalnem nihanju. Poleg tega je treba omejiti tudi ojačenje višjih prečnih nihanj. To navadno dosežemo z zaslonkami, saj so snopi višjih redov bolj razširjeni od osnovnega.

2.6 Relaksacijske oscilacije

Stacionarno delovanje laserjev smo že dodobra spoznali. Za obravnavo nestacionarnega delovanja pa se moramo vrniti k obravnani zasedbenih enačb (2.9) in (2.10). Na splošno je treba zapisan sistem diferencialnih enačb reševati numerično, vseeno pa lahko nekaj povemo o obnašanju laserja v bližini stacionarnega delovanja.

Spet se omejimo na enofrekvenčni laser, v katerem zasedenost vzbujenega stanja in število fotonov v njem opišemo z enačbama (2.9) in (2.10). Najprej zaradi preglednosti vpeljemo brezdimnezijski čas $t' = tA$ in $\tau' = \tau A$, kar pomeni, da merimo čas v enotah življenskega časa laserskega nivoja. Ponovno uporabimo parameter $p = VA/(B\hbar\omega g)$ (enačba 2.13), ki pomeni število stanj elektromagnetnega polja v volumnu V in znotraj spektralne širine laserskega nivoja. Enačbi zapišemo

$$\frac{dN_2}{dt'} = -\frac{nN_2}{p} - N_2 + N_{20} \quad (2.27)$$

$$\frac{dn}{dt'} = \frac{nN_2}{p} - \frac{2}{\tau'} n. \quad (2.28)$$

Pri tem smo vpeljali konstanto $N_{20} = rN/A$, ki ima tudi nazornen pomen. Predstavlja zasedenost, ki bi jo dobili pri danem stacionarnem črpanju, če v izbranem stanju ne bi bilo fotonov in s tem ne stimuliranega sevanja. Meri torej moč črpanja. V enačbi za hitrost spremenjanja števila fotonov smo zanemarili prispevek spontanega sevanja, za katerega smo že ugotovili, da se pozna le do praga.

Poščimo približne rešitve sistema sklopljenih diferencialnih enačb z linearizacijo. Naj laser najprej deluje stacionarno, v nekem trenutku pa se nekoliko izmakne iz stacionarnega stanja. To se lahko zgodi, na primer, če spremenimo moč črpanja. Trenutno zasedenost N_2 in število fotonov n lahko zapišemo v obliki

$$N_2 = N_{2s} + x \quad \text{in} \quad n = n_s + y, \quad (2.29)$$

kjer sta N_{2s} in n_s vrednosti v stacionarnem stanju. Zanju velja

$$N_{2s} = \frac{2p}{\tau'} \quad (2.30)$$

in

$$n_s = p \frac{N_{20} - N_{2s}}{N_{2s}} = p(a - 1). \quad (2.31)$$

Enačba (2.30) je v skladu s tem, da je stacionarna zasedenost enaka zasedenosti na pragu, ta pa je odvisna od izgub resonatorja. Razmerje $a = N_{20}/N_{2s}$ je mera za moč črpanja in mora biti v delajočem laserju večje od 1. V večini praktičnih primerov doseže vrednosti $a \sim 5$.

Vstavimo nastavka (enačbi 2.29) v enačbi (2.27) in (2.28). Dobimo sistem enačb

$$\frac{dx}{dt'} = -\frac{n_s N_{2s}}{p} - N_{2s} + N_{20} - \frac{1}{p}(n_s x + N_{2s} y + xy) - x \quad (2.32)$$

$$\frac{dy}{dt'} = \frac{n_s N_{2s}}{p} - \frac{2}{\tau'} n_s + \frac{1}{p}(n_s x + N_{2s} y + xy) - \frac{2}{\tau'} y. \quad (2.33)$$

Ker sta x in y majhna v primerjavi s stacionarnimi vrednostmi, lahko mešan produkt xy zanemarimo. Vsi členi, ki vsebujejo le stacionarne vrednosti, dajo ravno 0, saj smo jih tako določili.

Če upoštevamo še izraza za stacionarni vrednosti (enačbi 2.30 in 2.31), zapišemo linearizirani diferencialni enačbi za odmika od stacionarnih vrednosti

$$\frac{dx}{dt'} = -ax - \frac{2}{\tau'} y \quad \text{in} \quad \frac{dy}{dt'} = (a-1)x. \quad (2.34)$$

Zapisan linearni sistemi diferencialnih enačb s konstantnimi koeficienti rešimo tako, da poiščemo rešitev v obliki eksponentne funkcije

$$x = x_0 e^{\lambda t'} \quad \text{in} \quad y = y_0 e^{\lambda t'}. \quad (2.35)$$

Dobljeni homogeni sistem linearnih enačb

$$(a + \lambda)x_0 + \frac{2}{\tau'}y_0 = 0 \quad (2.36)$$

$$-(a-1)x_0 + \lambda y_0 = 0 \quad (2.37)$$

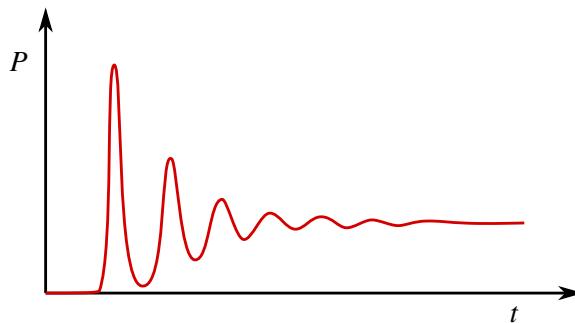
ima netrivialno rešitev le, če je njegova determinanta enaka nič

$$\lambda^2 + a\lambda + \frac{2}{\tau'}(a-1) = 0. \quad (2.38)$$

Rešitvi sta

$$\lambda = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{2}{\tau'}(a-1)}. \quad (2.39)$$

Obnašanje rešitve je odvisno od velikosti brezdimenzijskega relaksacijskega časa nihanja resonatorja $\tau' = A\tau$. Kratek račun pokaže, da je za $\tau' > 2$ izraz pod korenom za vse vrednosti a pozitiven in laser se vrača v stacionarno stanje eksponentno. Za $\tau' < 2$ pa je koren v določenem območju parametra a imaginaren in laser se vrača v stacionarno stanje z dušenim nihanjem, ki mu pravimo relaksacijske oscilacije. Primer takega nihanja pri vključitvi laserja kaže slika (2.8).



Slika 2.8: Relaksacijske oscilacije intenzitete laserja po vklopu

Poglejmo še primer. Vzemimo vrednost $\tau \sim 10^{-7}$ s in razpadno konstanto laserskega nivoja $A \sim 10^5$ /s. Tedaj je $\tau' \sim 10^{-2}$ in relaksacijske oscilacije se pojavijo pri vseh dosegljivih vrednostih črpanja nad pragom, to je za $a > 1$. Ker a v praksi ni nikoli dosti večji od 3–5, je krožna frekvenca oscilacij v brezdimenzijskih enotah približno enaka $\omega_r' \sim 1/\sqrt{\tau'}$. Ko preidemo nazaj na prave enote časa, dobimo $\omega_r \sim \sqrt{A/\tau}$. Krožna frekvenca relaksacijskih oscilacij je v tem primeru velikostnega reda geometrijske sredine med razpadnima konstantama nihanja resonatorja in atomskega stanja. Tipične vrednosti frekvence relaksacijskih oscilacij so $\sim 10^5$ Hz, karakteristični čas dušenja pa $\sim 10^{-5}$ s.



Relaksacijske oscilacije so praktično pomembne, saj določajo gornjo mejo hitrosti, s katero lahko izhodna moč laserja sledi modulaciji črpanja. Poleg tega se pri tej frekvenci pojavi resonanca, pri kateri se šum črpanja ojačeno prenaša v šum izhodne moči.

2.7 Sunkovni laserji

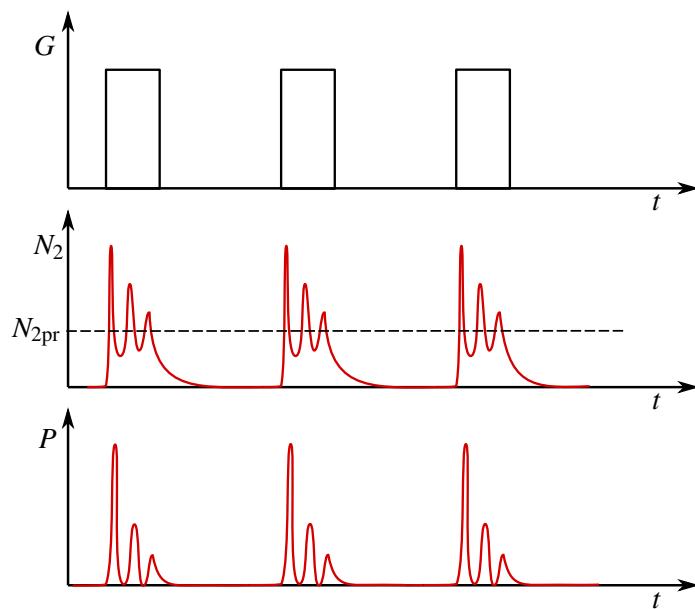
Kadar potrebujemo veliko izhodno moč laserja pri zmerni povprečni porabi energije, zvezno delajoči laserji, ki smo jih obravnavali do zdaj, niso primerni. Poslužiti se moramo sunkovnih laserjev, ki v kratkem časovnem intervalu delujejo z zelo veliko izhodno močjo.

Poglejmo primer. Močan zvezno delajoč laser ima izhodno moč 10 kW. Sunkovni laser pa naj oddaja svetlobo v 10 ns dolgih sunkih s povprečno energijo 1 J in s ponovitvijo 1000/s. Povprečna moč, s katero deluje tak laser, je 1 kW, moč, ki jo dosega v sunkih, pa je 100 MW. Tako pri nižji povprečni moči laserja dosežemo moči, ki so za 5–10 velikostnih redov večje od moči zvezno delajočih laserjev.

V grobem ločimo dva načina sunkovnega delovanja laserjev. V prvem primeru periodično spremojamo črpalno moč, v drugem pa periodično spremojamo izgube v resonatorju. V slednjo skupino uvrščamo laserje na preklop dobrote in laserje, ki uklepajo faze valovanj.

Obravnavajmo najprej najpreprostejši način, pri katerem moduliramo črpanje. To dosežemo na primer z bliskavko ali drugim sunkovnim laserjem. V intervalu črpanja je ojačenje večje od izgub in svetloba izhaja iz laserja, ko pa črpanja ni, so izgube prevelike in laser ne sveti. Tipična frekvenca modulacije črpanja je $v \sim 20$ Hz. Najbolj pogosto se modulacija črpanja uporablja v polprevodniških laserjih, saj je zelo preprosto modulirati črpalni električni tok.

Vendar se pri modulaciji črpanja lahko pojavi težava. Ko ob močnem črpanju obrnjena zasedenost znatno preseže zasedenost praga (v nestacionarnem stanju je to mogoče), laser posveti in v kratkem času zasedenost pade nazaj pod prag. Če tedaj črpanje še traja, zasedenost naraste in laser ponovno posveti. To se lahko večkrat ponovi. Razmiki med zaporednimi sunki so reda velikosti periode relaksacijskih oscilacij, so pa lahko precej nepravilni (slika 2.9). Pri takem režimu delovanja v posameznem sunku ne dobimo razpoložljive energije črpanja v enem samem lepo oblikovanem sunku, kar močno omejuje uporabnost tega pristopa.



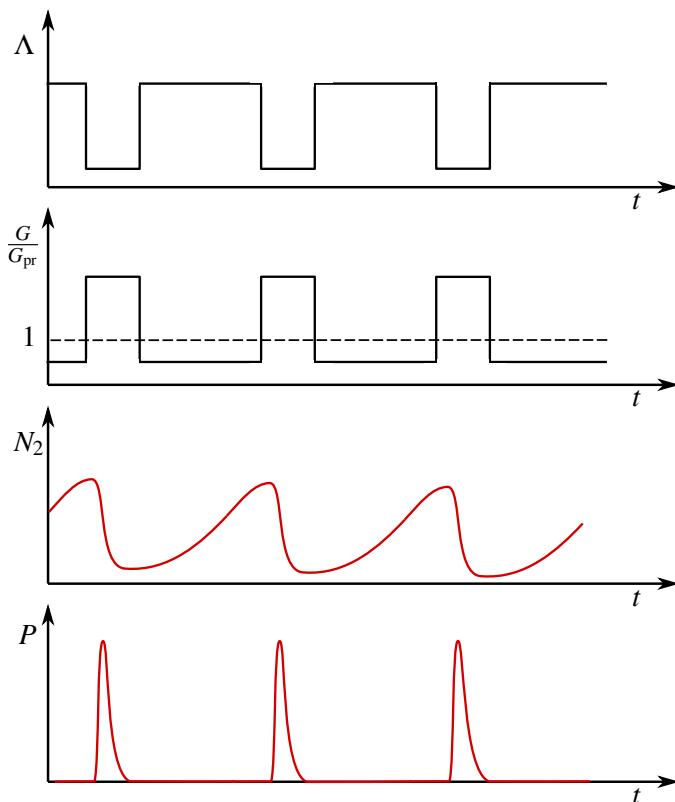
Slika 2.9: Delovanje sunkovnega laserja z periodično moduliranim črpanjem, pri katerem se pojavijo neželene oscilacije

2.8 Delovanje v sunkih s preklopom dobrote

Namesto modulacije črpanja lahko v sunkovnih laserjih periodično spremojemo izgube. Čim večje so namreč izgube, višji je prag za delovanje laserja in večja je lahko stopnja inverzije. Tako v sistemu atomov shranimo več energije, ki se lahko izseva iz sistema preko stimuliranega sevanja. Ko je enkrat ustvarjena velika obrnjena zasedenost, izgube zelo hitro zmanjšamo. Optično ojačenje je veliko in energija svetlobe v kratkem času močno naraste. S tem se tudi obrnjena zasedenost hitro zniža na vrednost močno pod pragom. Predstavljamo si lahko, da dobimo prvi nihaj relaksacijskih oscilacij, le da je začetno stanje daleč od stacionarnega in zato linearni približek ne drži več. Iz laserja dobimo kratek in zelo močan sunek svetlobe, pri čemer je energija sunka skoraj tolikšna kot je bila energija obrnjene zasedenosti. Tipične dolžine sunkov, ki jih dosežemo na ta način, so $t \sim 10$ ns, sunki pa se ponavljajo s frekvenco $v \sim 1\text{--}100$ kHz. Dogajanje v laserju kaže slika (2.10).



V elektrotehniki se izgube resonatorjev podajajo z dobroto Q , to je razmerjem frekvence lastnega stanja in njegove širine. Ker s povečanjem izgub spremenimo širino črte in z njo dobroto, opisano tehniko imenujemo preklop dobrote.



Slika 2.10: Izgube (Λ), relativno ojačenje (G/G_p), zasedenost višjega nivoja (N_2) in izsevana moč laserja (P) v odvisnosti od časa, kadar laser deluje v režimu preklopa dobrote.

Izgube resonatorja je mogoče spremojati na več načinov. Najpreprosteje je vrteti eno od ogledal. Tedaj je resonator uglašen le v kratkem trenutku, ko je ogledalo pravokotno na os. Metoda je dokaj uspešna, a zastarela. Boljši in danes najbolj razširjen način je z vgradnjijo elektro-optičnega ali akusto-optičnega modulatorja, o katerih bomo govorili v nadaljevanju (poglavlje 4). Na kratko povejmo, da lahko z njimi električno krmilimo izgube z visoko frekvenco.

Kot smo že povedali, nelinearnih laserskih enačb za zasedenost in število fotonov (enačbi 2.9) in (2.10) ne moremo analitično rešiti. Preden jih podrobneje pogledamo, napravimo nekaj ocen. Dolžina sunka je odvisna od hitrosti, s katero se izprazni zgornji laserski nivo. To se ne more zgoditi hitreje kot v nekaj preletih sunka skozi resonator. Trajanje sunka je torej vsaj nekajkrat $2L/c$, to je za 15 cm dolg resonator vsaj nekaj ns.

Ocenimo še hitrost naraščanja števila fotonov na začetku in njegovega upadanja na koncu sunka. Zapišimo najprej še enkrat enačbi za zasedenost in število fotonov, pri čemer upoštevajmo, da nas zanima le dogajanje v času sunka, ki je zeko kratek v primerjavi z atomskim razpadnim časom, zato ustrezni člen v enačbi (2.9) zanemarimo. Navadno je tudi črpanje prešibko, da bi med sunkom znatno vplivalo na zasedenost, zato lahko člen rN izpustimo. S črpanjem seveda ustvarimo začetno zasedenost N_{20} . Tako ostane

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{\sigma c}{V} n N_2 \quad (2.40)$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\sigma c}{V} n N_2 - \frac{2}{\tau} n. \quad (2.41)$$

Na začetku sunka je n majhen, N_2 pa velik in njegova vrednost se ne razlikuje dosti od začetne vrednosti N_{20} . Število fotonov na začetku sunka tako narašča približno eksponentno

$$n(t) = n_0 e^{t N_{20} \sigma c / V} = n_0 e^{t / \tau_r}. \quad (2.42)$$

Začetnega števila fotonov ne poznamo, vemo pa, da je velikostnega reda 1, saj predstavlja spontano emisijo. Da n naraste na znatno vrednost, recimo več od 10^{10} fotonov, je potreben čas blizu $30 \tau_r$.

Proti koncu sunka N_2 pojema zaradi sevanja svetlobe in $N_2 \rightarrow 0$. Ostane samo še en člen, ki da preprosto rešitev

$$n(t) = \tilde{n}_0 e^{-2t/\tau}. \quad (2.43)$$

Eksponentno pojemanje števila fotonov na koncu sunka je torej določeno z izgubami resonatorja (enačba ??).

Dogajanja v vmesnih časih ne moremo enostavno popisati, lahko pa najdemo medsebojno zvezo med n in N_2 , če iz enačb eliminiramo čas. Izrazimo dt iz enačbe (2.40) in ga vstavimo v enačbo (2.41). Sledi

$$dn = -dN_2 + \frac{\tilde{N}_2}{N_2} dN_2, \quad (2.44)$$

kjer smo zapisali $\tilde{N}_2 = 2V/(\sigma c \tau)$. Enačbo brez težav integriramo

$$n = N_{20} - N_2 + \tilde{N}_2 \ln \frac{N_2}{N_{20}}. \quad (2.45)$$

Pri tem smo privzeli, da je na začetku sunka $n = 0$ in $N_2 = N_{20}$.

Iz dobljene zveze najprej izračunamo, kolikšna je končna zasedenost N_{2k} . Na koncu mora biti zopet $n = 0$, kar da transcendentno enačbo za N_{2k}

$$\ln \frac{N_{2k}}{N_{20}} = \frac{N_{2k}}{N_{20}} - \frac{N_{20}}{\tilde{N}_2}. \quad (2.46)$$

Enačba ima obliko

$$\ln \frac{x}{a} = x - a, \quad (2.47)$$

kjer je $x = N_{2k}/N_{20}$ in $a = N_{20}/\tilde{N}_2$, in jo lahko preprosto numerično rešimo. Izkaže se, da kadar je začetna zasedenost N_{20} le malo nad pragom, tudi končna zasedenost N_{2k} ne pade dosti pod prag, zato je izraba energije slabša. Pri večjih začetnih vrednostih N_{20} pa pade končna zasedenost praktično na nič. Za $a = 2$, na primer, je $x = 0,41$, medtem ko je pri $a = 4$ vrednost x le še 0,08.

Ko poznamo začetno in končno vrednost zasedenosti, lahko izračunamo celotno energijo sunka $W = \hbar\omega(N_{20} - N_{2k})$. Če je začetna vrednost dovolj nad pragom, lahko končno zasedenost zanemarimo in je

$$W \approx \hbar\omega N_{20}. \quad (2.48)$$

Trenutna moč, ki izhaja iz laserja, je dana s $P = (\hbar\omega/2\tau)n$. Največja je v vrhu sunka, ki je določen z $dn/dN_2 = 0$. Ta enačba ima rešitev pri $N_2 = \tilde{N}_2$, vrh sunka je torej natanko tedaj, ko pade zasedenost N_2 na prag \tilde{N}_2 .

Izsevana moč je tedaj

$$P_{\max} = \frac{n_{\max}\hbar\omega}{2L/c}(1 - \mathcal{R}) = \frac{2n_{\max}\hbar\omega}{\tau}. \quad (2.49)$$

Ko vstavimo še vrednost za n_{\max} , dobimo

$$P_{\max} = \frac{2\hbar\omega}{\tau} \left(N_{20} - \tilde{N}_2 - \tilde{N}_2 \ln(N_{20}/\tilde{N}_2) \right). \quad (2.50)$$

Ker je navadno $N_{20} \gg \tilde{N}_2$, je $n_{\max} \approx N_{20}$ in

$$P_{\max} \approx \frac{2\hbar\omega N_{20}}{\tau}. \quad (2.51)$$

Poglejmo primer. Naj bo presek za stimulirano sevanje $\sigma = B\hbar\omega g/c$ okoli 10^{-19}cm^2 in začetna gostota zasedenosti $N_{20}/V = 10^{19}\text{cm}^3$, kar so tipični podatki za neodimov laser. Tedaj je $\tau_r = 30\text{ ps}$ in čas naraščanja sunka okoli $\sim 1\text{ ns}$. Število fotonov se nato zmanjšuje s krakterističnim razpadnim časom resonatorja $\tau/2 \sim 2L/(c(1 - \mathcal{R}))$. Za dosego kratkih sunkov svetlobe je zato v laserjih s preklopom dobrote odbojnost izhodnega zrcala navadno dokaj nizka, recimo 0,5. Pri $L = 15\text{ cm}$ je tako $\tau = 4\text{ ns}$. Celotno trajanje sunka je v izbranem primeru tako $\sim 10\text{ ns}$, pri čemer traja okoli 100 ns od preklopa dobrote, da sunek zraste iz šuma spontanega sevanja. Energija sunka je blizu $N_{20}\hbar\omega$, to je pri aktivnem volumnu $0,5\text{ cm}^2$ nekaj desetink joula. Od tod lahko ocenimo, da je moč v vrhu sunka velikostnega več 10 MW.

2.9 Uklepanje faz

Krajše sunke kot s preklopom dobrote je mogoče dobiti z uklepanjem faz. Pri tem gre za povsem drugačen način, ki je prav presentljiva manifestacija koherentnosti laserske svetlobe. Spoznali smo že, da v laserju navadno niha več nihanj hkrati, pri čemer so njihove frekvence enakomerno razmagnjene za $\Delta\omega = \pi c/L$ (enačba ??). Celotno električno polje v neki točki v laserju zapišemo kot vsoto

$$E(t) = \sum_{m=-N/2}^{N/2} A_m e^{i(\omega_0 + m\Delta\omega)t + i\varphi_m(t)}, \quad (2.52)$$

pri čemer je N število vseh vzbujenih nihanj. Upoštevali smo, da ima vsako nihanje lahko poljubno fazo $\varphi_m(t)$, ki je na splošno predvsem zaradi zunanjih motenj slučajna funkcija časa. Zaradi tega se tudi celotno polje slučajno spreminja, kar močno zmanjšuje uporabnost takega laserja.

Denimo, da nekako dosežemo enake faze vseh nihanj. Poleg tega zaradi enostavnosti računa privzemimo, da so tudi vse amplitude A_m enake. Tedaj postane vsota (2.52) geometrijska in jo brez težav seštejemo

$$E(t) = A_0 e^{i\omega_0 t} \frac{\sin(N\Delta\omega t/2)}{\sin(\Delta\omega t/2)}. \quad (2.53)$$

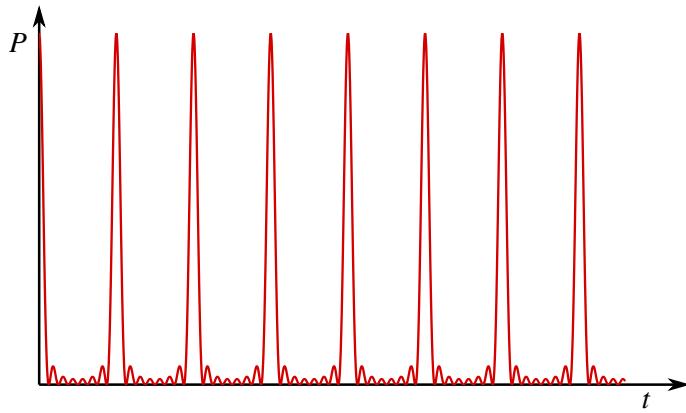
Moč izhodne svetlobe ima časovno odvisnost

$$P(t) = P_0 \frac{\sin^2(N\Delta\omega t/2)}{\sin^2(\Delta\omega t/2)}, \quad (2.54)$$

ki jo kaže slika (2.11). Predstavlja periodično zaporedje sunkov, ki si sledijo s periodom $T = 2\pi/\Delta\omega = 2L/c$, kar je enako času obhoda svetlobe v resonatorju. Konstanta P_0 je moč posameznega nihanja. Moč v vrhu sunka je tako $N^2 P_0$, povprečna moč pa $N P_0$. Računsko je pojav enak kot uklon na mrežici in lahko rečemo, da imamo opravka z interferenco v času. Dolžina sunkov je

$$\tau_{ML} = \frac{T}{N} = \frac{2\pi}{N\Delta\omega} = \frac{2\pi}{\Delta\omega_G}, \quad (2.55)$$

ker je N ravno število nihanj znotraj širine ojačevanja $\Delta\omega_G$. Dolžina sunka je torej obratno sorazmerna s širino ojačevanja aktivnega sredstva.



Slika 2.11: Časovna odvisnost moči večfrekvenčnega laserja z enakimi (uklenjenimi) fazami

Premislimo še, kakšna je prostorska odvisnost električnega polja v resonatorju. Polje na danem mestu opisuje enačba 2.53. Še krajevno odvisnost dobimo, če v 2.53 zamenjamo t s $(t - z/c)$. To pa predstavlja svetlobni paket, ki potuje sem in tja med ogledali resonatorja. Na izhodnem ogledalu se ga vsakič nekaj odbije, nekaj pa gre ven iz resonatorja (slika ??). Razmik med sunki, ki izhajajo iz resonatorja, je $2L$, prostorska dolžina posameznega sunka pa $\tau_{MLc} = 2L/N$.

V našem računu predpostavka, da so vse amplitude A_m enake, ni prav nič bistvena za osnovne ugotovitve. Če vzamemo realističen primer, da so amplitude oblike $A_m = A_0 \exp[(m\Delta\omega/\Delta\omega_G)^2]$, vsote 2.52 ne znamo točno seštetи, lahko pa jo približno pretvorimo v integral, ki je Fourierova transformiranka Gaussove funkcije (Pri prehodu z diskretne vsote na integral seveda izgubimo

Slika 2.12: Prostorska odvisnost fazno uklenjenih sunkov.

periodičnost zaporedja sunkov.). Ta je zopet Gaussova funkcija, katere širina je obratna vrednost širine prvotne funkcije, prav podobno, kot smo dobili zgoraj. Odvisnost amplitud nihanj od m vpliva torej le na točno obliko sunkov, osnovne ugotovitve pa se ne spremene. (Naloga).

Pač pa je predpostavka, da so vse faze ϕ_m enake, bistvena. V naši dosedanji sliki mnogofrekvenčnih laserjev so resonatorska stanja med seboj neodvisna, zato so faze poljubne in se zaradi motenj lahko še spreminja. Da dobijo za vsa nihanja isto vrednost, moramo poskrbeti posebej. Tako *uklepanje faz* je mogoče doseči na več načinov. Ena možnost je, da moduliramo izgube resonatorja s frekvenco, ki je ravno enaka razlike frekvenc med resonatorskimi stanji. To ni težko razložiti. Naj bo modulator tak, da je večino časa zaprt, le v razmikih $T = 2L/c$ naj bo kratek čas odprt. Postavimo ga tik ob eno ogledalo. Tedaj se v resonatorju očitno lahko uspešno ojačuje le kratek sunek, kakršen je na sliki ???. Izgube za vsa nihanja bodo majhne le tedaj, kadar bodo vse faze enake. V praksi ni potrebno, da je modulacija tako izrazita. Običajno zadošča sinusna modulacija izgub, kjer je relativna prepustnost v minimumu za nekaj destink manjša od maksimalne.

Kako pri modulaciji pride do uklepanja faz, lahko uvidimo še drugače. Modulacija amplitude posameznega nihanja povzroči, da se v spektru nihanja pojavita še stranska pasova pri frekvencah $\omega_m \pm \Delta\omega$. Ta se ravno pokrivata z obema sosednjima nihanjem in se konstruktivno prištejeta, če imata enako fazo. S tem pa so tudi izgube manjše in ima delovanje laserja z uklenjenimi fazami najnižji prag. Zadnji razmislek tudi pove, da ni dobra le amplitudna modulacija, temveč tudi fazna (ali frekvenčna), saj se tudi tedaj pojavijo stranski pasovi.

Za modulacijo se najpogosteje uporabljam akustooptični modulatorji, pri katerih izkoriščamo uklon svetlobe na stoečih zvočnih valovih v primernem kristalu (Glej 7. poglavje). Frekvenca zvočnega vala mora biti enaka polovici zahtevane modulacijske frekvence, za 1,5 m dolg laser torej 50 MHz.

Poleg opisanega aktivnega postopka je mogoče faze ukleniti tudi tako, da v resonator postavimo plast barvila, ki močno absorbira svetlobo laserja pri majnhi gostoti toka, pri veliki gostoti toka pa pride do nasičenja absorpcije (glej razdelek 4.5), zato postane barvilo prozorno. Na začetku imamo v laserju predvsem spontano sevanje, ki se pri enem prehodu skozi aktivno snov deloma ojači. Barvilo najmanj absorbira največjo fluktuacijo. Pri dovolj velikem ojačenju bo ta rastla in spet dobimo fazno uklenjeni sunek. Ker mora po prehodu sunka absorpcija v barvili zopet hitro narasti, mora biti relaksacijski čas barvila zelo kratek, v območju pikosekund.

Z uklepanjem faz je danes mogoče dobiti sunke z dolžino pod 100 fs (10^{-13} s). Tak sunek traja le še nekaj deset optičnih period. S posebnimi prijemi jih lahko še skrajšajo na okoli 10 fs. Če je

potrebna večja energija sunkov, jih ojačijo, kar ne pokvari mnogo osnovnega sunka. Zelo kratke svetlobne sunke danes na široko uporabljajo za študij hitre molekularne dinamike in kratkoživih vzbujenih elektronskih stanj v polvodnikih in mnogih drugih snoveh. Z njimi se je časovna ločljivost povečala za nekaj redov velikosti [?].

2.10 *Stabilizacija frekvence laserja na nasičeno absorpcijo

Še ožjo lasersko črto lahko dobimo z aktivno stabilizacijo dolžine resonatorja. Ideja je tako: frekvenco svetlobe, ki izhaja iz laserja, primerjamo z nekim standardom in iz razlike ugotovimo spremembo dolžine resonatorja. Eno od obeh zrcal je nameščeno na piezoelektričnem nosilcu, ki mu z električno napetostjo lahko spremiščamo dolžino in tako popravimo dolžino resonatorja.

Pogalvitna težava je seveda, kako najti dovolj stabilen primerjalni standard za frekvenco. Ena možnost je, da izhodno svetlobo spustimo skozi konfokalni interferometer, ki je skoraj v resonanci z laserjem in ima dovolj ozek vrh prepustnosti. Majhen premik frekvence laserja bo povzročil, da se bo spremenil skozi interferometer prepuščeni svetlobni tok. Na prvi pogled je videti, da s tem nismo nič pridobili, saj bo resonančna frekvanca interferometra stabilna tudi le toliko, kot je stabilna njegova dolžina. Vendar je z izolacijo in temperaturno stabilizacijo možno držati dolžino praznega resonatorja - interferometra - mnogo natančneje kot dolžino laserja, v katerem imamo aktivno sredstvo, ki mu moramo dovajati energijo.

Druga možnost je stabilizirati laser na primerno molekularno absorpcijsko črto. Te so lahko zelo ozke, zato je tudi spekter laserja lahko izredno ozek, pod 1 kHz. Pri tem moti Dopplerjeva raziširitev absorpcijske črte, ki pa se ji je mogoče izogniti. Kako to napravimo in kako je bila s tem omogočena nova definicija metra, si bomo pogledali v razdelku ????

V drugem razdelku smo videli, da je efektivna spektralna širina enofrekvenčnega laserja odvisna od fluktuacij dolžine optične poti svetlobe pri preletu resonatorja. Na to lahko poleg spremicanja geometrijske dolžine vpliva še spremjanje lomnega količnika. Če se posebej ne potrudimo, laser sveti nekje blizu vrha ojačevalnega pasu, pri čemer frekvanca pleše za znaten del razmika med resonatorskimi stanji. V šolskem He-Ne laserju je to na primer nekaj deset MHz.

Bistveno manjšo širino lahko dosežemo z aktivno stabilizacijo dolžine resonatorja. Pri tem je pogalvitni problem, kako dobiti primerjalni standard. S stabilizacijo na pomožni interferometer, ki smo jo na kratko opisali v drugem razdelku, lahko dobimo zelo ozko črto, ki pa ima le toliko natančno določeno frekvenco, kot poznamo dolžino interferometra. Včasih, na primer za natančna interferometrična merjenja dolžin, s tem nismo zadovoljni in potrebujemo drug, absoluten standard.

Tak standard za frekvenco so ozki prehodi v primerenem razredčenem plinu. Vendar naletimo na težavo. Zaradi Dopplerjevega pojava so absorpcijske črte močno razširjene. Pomagamo si s pojavom nasičenja absorpcije, o katerem smo govorili v razdelku 4.9. Tam smo videli, da se pri dvakratnem prehodu monokromatskega snopa svetlobe skozi plin v nasprotnih smereh pojavi v sredini Dopplerjevo razširjene črte vdolbina, ki ima obliko homogeno razširjene črte. Homogena širina je lahko mnogo manjša od Dopplerjeve in je zato vdolbina uporabna kot frekvenčni standard.

V laserski resonator postavimo poleg aktivnega sredstva še celico s primernim plinom, ki ima absorpcijsko črto v bližini vrha ojačenja aktivnega sredstva. Za He-Ne laser pri 633 nm so to na primer pare ioda. Zaradi absorpcije se povečajo izgube v laserju in izhodna moč se zmanjša. Spreminjammo sedaj dolžino resonatorja in s tem frekvenco laserja. Ko se ta približa na homogeno širino centru absorpcijske črte pri ω_0 , se absorpcija zmanjša in s tem se moč laserja poveča.

Slika 2.13: Odvisnost moči laserja z nasičenim absorberjem od frekvence

Slika 2.14: Shema stabilizacije laserja na nasičeno absoprcijo

Odvisnost moči laserja z absorberjem od dolžine kaže slika ???. Povečanje moči v vrhu običajno ni prav veliko, manj od procenta.

Shema stabilizacije na nasičeno absorpcijo je prikazana na sliki ???. Eno od zrcal resonatorja je na piezoelektričnem nosilcu. Nanj vodimo izmenično napetost s frekvenco Ω in s tem moduliramo frekvenco laserja, da se vozi preko absorpcijske vdolbine pri ω_0 . Zaradi tega se spreminja tudi izhodna moč laserja, ki jo opazujemo s fotodiodo. Kadar je srednja frekvenca laserja enaka ω_0 , se moč zmanjša simetrično pri odmikih navzgor in navzdol od ω_0 in se zato spreminja z dvojno frekvenco modulacije 2Ω . Kadar pa je srednja frekvenca laserja nekoliko odmaknjena od ω_0 , se izhodna moč pri odmiku v zrcala v eno stran spremeni drugače kot v drugo, kar pomeni, da je v signalu s fotodiode tudi komponenta s frekvenco Ω . Da držimo srednjo frekvenco laserja enako ω_0 , moramo torej meriti komponento izhodne moči pri modulacijski frekvenci in s povratno zanko skrbeti, da je ta enaka nič.

Komponento signala s frekvenco Ω zaznamo s faznim detektorjem, ki deluje tako, da signal množi z refenčno modulacijsko napetostjo. V produktu dobimo istosmerno komponento, ki je sorazmerna signalu pri frekvenci Ω in ki jo izločimo z nizkopasovnim filtrom. Izhod iz faznega detektorja je tako sorazmeren odmiku srednje frekvence laserja od ω_0 . Preko primerjnega ojačevalnika ga vodimo na piezoelektrični nosilec zrcala in tako popravljamo dolžino laserja.

Napravimo kvantitativno oceno opisane stabilizacijske sheme. Odvisnost izhodne moči od frekvence laserja ω lahko približno zapišemo v obliki

$$P(\omega) = P_0 + \frac{P_1 \gamma^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2} . \quad (2.56)$$

P_0 je moč laserja brez saturacijskega vrha pri ω_0 , P_1 pa povečanje moči pri ω_0 . Predpostavili smo, da se ojačenje laserja in nehomogeno razširjeni del absorpcije ne spremunjata mnogo preko homogene širine absorberja in je zato P_0 približno konstantna. Frekvenco laserja moduliramo:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega + a \sin \Omega t . \quad (2.57)$$

Z $\Delta\omega$ smo označili odstopanje srednje frekvence laserja od centra absorpcijske črte ω_0 . Če sta a in $\Delta\omega$ majhna v primeri s homogeno širino γ , lahko imenovalec v enačbi 2.56 razvijemo:

$$P(\omega) = P_0 + P_1 \left[1 - \frac{1}{\gamma^2} \Delta\omega^2 + \frac{2}{\gamma^2} a \Delta\omega \sin \Omega t - \frac{a^2}{\gamma^2} \sin^2 \Omega t \right] . \quad (2.58)$$

Amplituda signala pri Ω je $2P_1 a \Delta\omega / \gamma^2$. Najmanjša razlika, ki jo lahko zaznamo, je določena s šumom meritve. Kot bomo videli v poglavju o detekciji svetlobe, je osnovni izvor šuma fotodiode Poissonov šum števila parov elektron-vrzel, ki nastanejo zaradi fotoefekta v p-n spoju. Najmanjša sprememba svetlobne moči, ki jo lahko izmerimo, je (glej 10???. poglavje)

$$P_N \simeq \sqrt{\hbar \omega P \frac{1}{\tau}} , \quad (2.59)$$

kjer je P celotna svetlobna moč, ki vpada na diodo, τ pa čas meritve, ki je v našem primeru določen s časovno konstanto nizkopasovnega filtra na izhodu faznega detektorja.

Vzemimo na primer He-Ne laser, stabiliziran na iodove pare. Povprečna moč laserja P_0 naj je 10 mW in $P_1 = 0.1$ mW. Širina absorpcijske črte $\gamma = 10^6 \text{ s}^{-1}$. Izberimo amplitudo modulacije $a = 10^5 \text{ s}^{-1}$ in $\tau = 10^{-4} \text{ s}$. Časovna konstanta τ ne sme biti prevelika, določa namreč, kako hitro popravljamo dolžino laserja. Gornje vrednosti dajo za najmanjšo zaznavno moč pri Ω $P_N = 0.5 \times 10^{-8} \text{ W}$. Najmanjše merljivo odstopanje frekvence laserja je tedaj

$$\Delta\omega_N = \frac{P_N \gamma^2}{2P_1 a} = 2.5 \times 10^3 \text{ s}^{-1} . \quad (2.60)$$

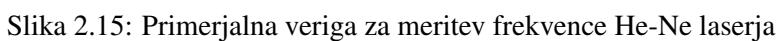
Takšno in še boljšo stabilnost frekvence tudi zares dosežejo. Pozoren bralec bo opazil, da je $\Delta\omega_N < 0.01\gamma$, to je, položaj absorpcijskega vrha je na opisan način mogoče določiti z natančnostjo nekaj tisočink celotne širine.

Na absorpcijsko črto stabiliziranega laserja navadno ne uporabljamo direktno, temveč z njim kontroliramo drug laser. Del izhodne svetlobe iz obeh laserjev zmešamo na detekcijski fotodiodi. V signalu dobimo utripanje, ki je enako razliki frekvenc obeh laserjev. S spremenjanjem dolžine drugega laserja skrbimo, da je frekvanca utripanja konstantna. Na ta način lahko v ozkem frekvenčnem intervalu še spremojamo frekvenco drugega laserja.

Z merjenjem utripanja med dvema stabiliziranimi laserjema ugotavljajo tudi njihovo stabilnost.

2.11 *Absolutna meritve frekvence laserja in definicija metra

Najnatančnejša merljiva količina je čas odnosno frekvanca. Frekvence laserja, ki sveti v vidnem področju seveda ni mogoče direktno prešteti. Pač pa je v začetku sedemdesetih let uspelo s



Slika 2.15: Primerjalna veriga za meritev frekvence He-Ne laserja

heterodinsko tehniko, ki se v mikrovalovni tehniki pogosto uporablja, napraviti primerjavo stabiliziranega He-Ne laserja z osnovno cezijevo uro in tako določiti frekvenco absorpcijske črte metana pri $3.39 \mu\text{m}$ z isto natan"nostjo, kot jo ima cezijeva ura.

S heterodinsko tehniko primerjamo frekvenci dveh ali več valovanj tako, da jih zmešamo na primerinem nelinearnem elementu, običajno neki diodi. Zaradi nelinearnosti dobimo v odzivu diode različne mnogokratnike vpadnih frekvenc, njihove vsote in razlike. Od teh je kaktera lahko dovolj nizka, da jo lahko direktno preštejemo.

Za primerjanje frekvenc nad mikrovalvnim področjem je potreben ustrezен mešalni element. Polvodniške diode nehajo biti uporabne pri približno 20 GHz. Za višje frekvence uporabijo diode kovina-izolator-kovina, ki jih sestavlja oksidirana površina niklja, ki se je dotika ostra volframska konica. Taka dioda deluje kot uporaben mešalni element do frekvenc okoli 200 THz, to je skoraj do vidnega področja.

Za primerjavo He-Ne laserja, stabiliziranega na metan pri $3.39 \mu\text{m}$, z osnovno cezijevo uro

je bilo potrebno zgraditi celo verigo vmesnih primerjav, ki jo kaže slika ???. Frekvenco CO₂ laserja dobimo na primer iz utripanja med frekvencama CO₂ laserja pri 10.2 μm in pri 9.3 μm, trikratnikom frekvence HCN laserja in še klistrona s frekvenco 20 GHz. Na ta način so izmerili, da je frekvanca CH₄ črte na katero je stabiliziran He-Ne laser, 88.376181627 THz.

Valovno dolžino laserja dobimo z interferometrično primerjavo z dolžinskim standardom, ki je bil do leta 1984 določen z neko kriptonovo črto. Iz znane frekvence in valovna dolžine določimo hitrost svetlobe. Zaradi relativno velike širine črte kriptonove svetilke je bil po starem meter definiran le z relativno natančnostjo 10⁻⁸, kar je pomenilo, da tudi hitrost svetlobe ne more biti določena bolj natančno. Meritev frekvence laserja pa je dosti natančnejša. Zato je bilo smiselno opustiti meter kot osnovno enoto in raje definirati hitrost svetlobe kot pretvornik med sekundo in metrom. Z njeno vrednost so vzeli, kar so dobili z naboljšo primerjavo stabiliziranega laserja in kriptonove črte: $c = 299792458 \text{ m/s}$. Na metan ali jod stabilizirani laser je postal sekundarni standard za dolžino. Laser je pravzaprav pri tem le pomožna naprava; standard je ustrezni molekularni prehod.

2.12 *Semiklasični model laserja

Doslej smo laserje obravnavali le z modelom zasedbenih enačb. Ta je zelo grob, saj smo zanemarili nekaj pomembnih pojavov. Svetlobo v resonatorju smo opisali smo opisali le s celotno energijo ali številom fotonov in se za njeno valovno naravo nismo menili. Kar privzeli smo, da je frekvanca delujočega laserja in oblika polja v njem enaka kot za lastno stanje praznega resonatorja. Aktivno snov smo opisali le z zasedenostjo zgornjega in spodnjega laserskega stanja in smo s tem izpustili možnost, da se zaradi sodelovanja z elektromagnetnim poljem atomi nahajajo v nestacionarnem, mešanem stanju.

Gornje pomanjkljivosti odpravimo s tem, da elektromagnetno polje v resonatorju obravnavamo z valovno enačbo, za atome aktivne snovi pa upoštevamo, da se pokoravajo Schroedingerjevi enačbi. S tem dobimo *semiklasični model* laserja. Za še natančnejši opis pa moramo tudi svetlobo obravnavati kvantno, kar presega okvir te knjige.

Aktivna snov naj bo še naprej kar najenostavnnejša, to je množica enakih dvonivojskih atomov s stanji $|1\rangle$ in $|2\rangle$, ki imata energiji W_1 in W_2 . Atomi s svetlobo sodelujejo preko dipolne interakcije oblike $e\hat{x}E(t)$, kjer je $E(t)$ polje v resonatorju, ki naj bo zaradi preprostosti polarizirano v smeri osi x . Časovno odvisno stanje atomov zapišimo v obliki

$$|\psi\rangle = c_1(t)|1\rangle \exp(-iW_1t/\hbar) + c_2(t)|2\rangle \exp(-iW_2t/\hbar). \quad (2.61)$$

Iz Schroedingerjeve enačbe dobimo za koeficiente $c_1(t)$ in $c_2(t)$

$$\dot{c}_1 = \frac{1}{i\hbar} E(t) v_{12} e^{-i\omega_0 t} c_2 \dot{c}_2 = \frac{1}{i\hbar} E(t) v_{12} e^{i\omega_0 t} c_1, \quad (2.62)$$

kjer je $\omega_0 = (W_2 - W_1)/\hbar$ in $v_{12} = e\langle 1|\hat{x}|2\rangle$.

Električni dipolni moment atoma v stanju *ket* ψ je

$$p = -e\langle \psi|\hat{x}|\psi\rangle = -(c_1^* c_2 e^{-i\omega_0 t} + c_1 c_2^* e^{i\omega_0 t}) v_{12}. \quad (2.63)$$

Razdelimo p na dva dela:

$$p = p^+ + p^- = v_{12}[\eta(t) + \eta^*(t)], \quad (2.64)$$

kjer smo vpeljali $\eta(t) = c_1^* c_2 e^{-i\omega_0 t}$.

Zanima nas, kako se dipolni moment spreminja s časom. Zato s pomočjo enačb 2.62 izrazimo

$$\dot{\eta} = -i\omega_0 \eta - \frac{1}{i\hbar} E(t) v_{12} (|c_2|^2 - |c_1|^2). \quad (2.65)$$

$|c_i|^2$ je verjetnost za zasedenost stanja $|i\rangle$. Izraz v oklepaju na desni strani gornje enačbe torej meri razliko zasednosti obeh stanj; označimo ga z ζ . Podobno kot zgoraj izrazimo časovni odvod

$$\dot{\zeta} = \frac{2v_{12}}{i\hbar} E(t) (\eta^* - \eta). \quad (2.66)$$

S tem smo iz Schroedingerjeve enačbe dobili enačbe za časovni razvoj diponega momenta in obrnjene zasedenosti, ki pa jih moramo še dopolniti. Naj bo atom na začetku v stanju $|2\rangle$ in naj bo $E(t) = 0$. Začetna vrednost $\zeta(0) = 1$ in po enačbi 2.66 naj bi bila $\zeta(t)$ konstantna. Vemo pa, da se atom, ki je v vzbujenem stanju, sčasoma vrne v osnovno stanje. Verjetnost za prehod na časovno enoto smo označili z A . Poleg tega moramo na nek način upoštevati še črpanje, s katerim vzdržujemo obrnjeno zasedenost in s tem lasersko delovanje. Za podroben opis črpanja bi morali v Hamiltonov operator dodati ustreerne člene in morda upoštevati še druga stanja atomov, vendar nas take podrobnosti na tem mestu ne zanimajo. Zaradi črpanja stacionarna vrednost ζ v odsotnosti laserskega polja $E(t)$ ni -1, temveč zavzame neko vrednost ζ_0 med -1 in 1, odvisno od moči črpanja. Tako lahko enačbo 2.66 popravimo:

$$\dot{\zeta} = A(\zeta_0 - \zeta) + \frac{2v_{12}}{i\hbar} E(t) (\eta^* - \eta), \quad (2.67)$$

kjer prvi člen popisuje spontane prehode v nižje stanje in vpliv črpanja.

Podobno dopolnimo še enačbo 2.65. Pri $E(t) = 0$ da časovno odvisnost η oblike $e^{-i\omega_0 t}$, to je brez dušenja. Vema pa, da polarizacija v mešanem stanju razpada vsaj zaradi spontanega sevanja, lahko pa še zaradi drugih vplivov, na primer trkov z drugimi atomi. Označimo koeficient dušenja polarizacije z γ , ki meri tudi spektralno širino svetlobe, ki jo sevajo atomi pri prehodu $2 \rightarrow 1$. Tako imamo

$$\dot{\eta} = -(i\omega_0 \eta + \gamma) - \frac{1}{i\hbar} E(t) v_{12} \zeta. \quad (2.68)$$

Tej enačbi moramo dodati še konjugirano kompleksno enačbo. Enačbe 2.67 in 2.68 pogosto imenujejo Blochove enačbe. Najprej so jih uporabili za obravnavo jedrske magnetne rezonance.

Potrebujemo še enačbo za polje $E(t)$. Zanj dobimo iz Maxwellovih enačb valovno enačbo, kjer moramo upoštevati, da imamo tudi od nič različno polarizacijo snovi, ki je v primeru, da so vsi atomi enakovredni, podana z

$$P = \frac{N}{V} v_{12} (\eta + \eta^*) = P^+ + P^-. \quad (2.69)$$

Valovna enačba je tedaj [?]

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \ddot{E} = \mu_0 \ddot{P}. \quad (2.70)$$

Namesto mikroskopske količine ζ lahko uvedemo še gostoto obrnjene zasedenosti $Z = (N/V)\zeta$, pa lahko enačbi 2.67 in 2.68 prepišemo v obliko

$$\dot{P}^\pm = (\mp i\omega_0 - \gamma) P^\pm + \frac{v_{12}^2}{i\hbar} E Z \quad (2.71)$$

$$\dot{Z} = A(Z_0 - Z) - \frac{2}{i\hbar} E (P^- - P^+). \quad (2.72)$$

Prehod od enačb 2.67 in 2.68 na ?? je mogoč le, kadar so vsi atomi enakovredni, to je, kadar ni nehomogene razširitve. Kako je v primeru nehomogene razširitve, si bralec lahko ogleda v [?].

Enačbe 2.67, 2.68 ali ??, skupaj z 2.70 dajejo semiklasični opis sodelovanja svetlobe in snovi. Iz izpeljave je vidno, da je v njem spontano sevanje obravnavano pomankljivo, le s fenomenološkim nastavkom, kar je moč popraviti tako, da tudi elektromagnetno polje kvantiziramo. Kljub tej pomanjkljivosti je s semiklasičnim modelom mogoče zelo podrobno obravnavati večino pojavov v laserjih in tudi druge probleme širjenja svetlobe po snovi. Reševanje zapisanega sistema nelinearnih parcialnih diferencialnih enačb pa je na splošno zelo težavno.

Da bomo semiklasične enačbe le nekoliko pobliže spoznali, na kratko poglejmo najenostavnnejši primer, to je laser, v katerem je vzbujeno le eno resonatorsko stanje. Polje ima tedaj obliko

$$E(\vec{r}, t) = E_\lambda(t) u_\lambda(\vec{r}), \quad (2.73)$$

kjer je $u_\lambda(\vec{r})$ krajevni del lastnega stanja resonatorja, ki zadošča enačbi

$$\nabla^2 u_\lambda - \frac{\omega_\lambda^2}{c^2} u_\lambda = 0. \quad (2.74)$$

$E_\lambda(t)$ opisuje časovno odvisnost, ki je za laser v stacionarnem delovanju periodična, vendar frekvenca ni nujno kar enaka lastni frekvenci praznega resonatorja ω_λ , temveč jo moramo še izračunati.

Tudi polarizacijo lahko razvijemo po lastnih funkcijah $u_\lambda(\vec{r})$. Ker so te med seboj ortogonalne, preide valovna enačba 2.70 v

$$\omega_\lambda^2 E_\lambda - \ddot{E}_\lambda = \frac{1}{\epsilon_0} \ddot{P}_\lambda. \quad (2.75)$$

Razstavimo $E_\lambda(t)$ na dva dela:

$$E_\lambda(t) = E_\lambda^+(t) + E_\lambda^-(t) = A^+(t) e^{-i\omega_\lambda t} + A^-(t) e^{i\omega_\lambda t}. \quad (2.76)$$

Dejanska frekvenca laserja je blizu ω_λ , zato pričakujemo, da bosta amplitudi $A^\pm(t)$ v primerjavi z $e^{-i\omega_\lambda t}$ le počasni funkciji časa. Izračunajmo

$$\begin{aligned} \ddot{E}_\lambda^+ &= -\omega_\lambda^2 E_\lambda^+ - 2i\omega_\lambda \dot{A}^+ e^{-i\omega_\lambda t} + \ddot{A}^+ e^{-i\omega_\lambda t} \\ &\simeq -\omega_\lambda^2 E_\lambda^+ - 2i\omega_\lambda (\dot{E}_\lambda^+ + i\omega_\lambda E_\lambda^+) \end{aligned} \quad (2.77)$$

V drugi vrstici smo izpustili člen z \ddot{A}^+ , ker pričakujemo, da je majhen. S tem smo napravili približek *počasne amplitude*.

Polarizacija snovi je približno periodična s frekvenco ω_0 , z amplitudo, ki je tudi počasna funkcija časa. Zato je $\ddot{P}_\lambda^+ \simeq -\omega_0^2 P_\lambda^+$. Pri drugem odvodu polja po času smo potrebovali en člen več, ker se člen $-\omega_\lambda^2 E_\lambda^+$ na levi strani enačbe 2.70 odšteje. Z uporabo tega približka in enačb 2.74 in 2.77 preide valovna enačba 2.70 za eno nihanje v

$$\dot{E}_\lambda^+ = -i\omega_\lambda E_\lambda^+ + \frac{i\omega_0}{2\epsilon_0} P_\lambda^+. \quad (2.78)$$

Doslej nismo upoštevali, da je polje v praznem resonatorju dušeno, zato moramo gornjo enačbo še popraviti:

$$\dot{E}_\lambda^+ = (-i\omega_\lambda - \frac{1}{\tau}) E_\lambda^+ + \frac{i\omega_0}{2\epsilon_0} P_\lambda^+. \quad (2.79)$$

Kadar v reosnatorju ni snovi, je dobljena enačba enaka kot enačba ??.

Enačbi ?? in 2.71 sta nelinearni, zato ju n moč kar tako prepisati za primer razvoja po lastnih stanjih resonatorja. Pri enačbi za razvoj polarizacije ?? imamo v zadnjem členu na desni produkt komponente polja E_λ in obrnjene zasedenosti Z , od katere bistveno prispeva le krajevno povprečje \bar{Z} , ki se tudi s časom le počasi spreminja. Seveda vsebuje Z tudi krajevno odvisne komponente, ki pa so pomembne predvsem zato, ker sklapajo različna lastna stanja resonatorja, kar presega našo trenutno obravnavo. Tako imamo

$$\dot{P}_\lambda^+ = (-i\omega_0 - \gamma)P_\lambda^+ + \frac{v_{12}^2}{i\hbar} E_\lambda^+ \bar{Z}. \quad (2.80)$$

Enačbo za \bar{Z} dobimo iz 2.71. V zadnjem členu imamo produkte $E^\pm P^\pm = E_\lambda^\pm P_\lambda^\pm u_\lambda^2(\vec{r})$, kar moramo prostorsko povprečiti. Funkcije $u_\lambda(\vec{r})$ so normirane, tako da je $\int u_\lambda^2(\vec{r}) dV = V$. Tako imamo $\overline{u_\lambda^2(\vec{r})} = 1$ in

$$\dot{\bar{Z}} = A(\bar{Z}_0 - \bar{Z}) - \frac{2}{i\hbar}(E_\lambda^+ + E_\lambda^-)(P_\lambda^- - P_\lambda^+), \quad (2.81)$$

kjer je \bar{Z}_0 povprečje nenasičene zasedenosti Z_0 . V zadnjem členu nastopajo produkti, ki nihajo s frekvencami $\omega_\lambda - \omega_0$ in $\omega_\lambda + \omega_0$. Obe frekvenci sta si zelo blizu, zato je njuna vsota mnogo večja od razlike. Členi $E_\lambda^+ P_\lambda^+$ in $E_\lambda^- P_\lambda^-$ se torej zelo hitro spreminja in skoraj nič ne vplivajo na valovanje blizu ω_λ , zato jih izpustimo. S tem je časovna odvisnost \bar{Z} podana z

$$\dot{\bar{Z}} = A(\bar{Z}_0 - \bar{Z}) - \frac{2}{i\hbar}(E_\lambda^+ P_\lambda^- - E_\lambda^- P_\lambda^+). \quad (2.82)$$

Enačbe 2.79, 2.80 in 2.82, skupaj s konjugirano kompleksnimi enačbami za E_λ^- in P_λ^- , so zaključen sistem, ki opisuje delovanje enofrekvenčnega laserja. Uporabimo jih za izračun frekvence izhodne svetlobe.

Naj bo stanje stacionarno. Tedaj lahko polje zapišemo v obliki $E_\lambda^+ = E_0 e^{-i\Omega t}$, kjer je E_0 realna konstanta, frekvenca svetlobe ω pa je blizu ω_0 in ω_λ . V stacionarnem stanju mora imeti polarizacija enako časovno odvisnost: $P_\lambda^+ = P_0 e^{-i\Omega t}$. Tedaj je v enačbi 2.82 drugi oklepaj konstanten in mora biti tudi \bar{Z} v stacionarnem stanju od časa neodvisna. Sistem enačb 2.79, 2.80 in 2.82 tako da

$$\begin{aligned} -[i(\omega_\lambda - \Omega) + \frac{1}{\tau}]E_0 - \frac{i\omega_0}{2\epsilon_0}P_0 &= 0 \\ -[i(\omega_0 - \Omega) + \gamma]P_0 + \frac{v_{12}^2}{i\hbar}E_0\bar{Z} &= 0 \\ A(\bar{Z}_0 - \bar{Z}) - \frac{2}{i\hbar}E_0(P_0^* - P_0) &= 0. \end{aligned} \quad (2.83)$$

Najprej izračunamo P_0 iz druge enačbe, ga postavimo v tretjo in izračunamo \bar{Z} :

$$\bar{Z} = \bar{Z}_0 \left[1 + \frac{v_{12}^2}{\hbar^2 A} E_0^2 \frac{2\gamma}{(\omega_0 - \Omega)^2 + \gamma^2} \right]^{-1} \quad (2.84)$$

Ta izraz že poznamo. $\pi v_{12}^2 / (\epsilon_0 \hbar^2)$ je Einsteinov koeficient B . E_0^2 je sorazmern gostoti energije polja v resonatorju, zadnji ulomek v oklepaju pa podaja obliko homogeno razširjene atomske črte:

$$\bar{Z} = \bar{Z}_0 \left[1 + \frac{2B}{A} g(\omega_0 - \Omega) w \right]^{-1} \quad (2.85)$$

To je natanko enako izrazu za nasičenje zasedenosti stanj, ki smo ga izpeljali iz zasedbenih enačb v četrtem poglavju.

Postavimo P_0 iz prve enačbe sistema 2.83 v drugo:

$$E_0[i(\Omega - \omega_\lambda) + \frac{1}{\tau}][i(\Omega - \omega_0) + \gamma] = -\frac{\nu_{12}^2 \omega_0}{2\hbar\epsilon_0} E_0 \bar{Z}. \quad (2.86)$$

V delajočem laserju je $E_0 \neq 0$, zato lahko krajšamo. \bar{Z} je realen, tako da mora biti imaginarni del leve strani enak nič:

$$(\Omega - \omega_\lambda)\gamma + (\Omega - \omega_0)\frac{1}{\tau} = 0. \quad (2.87)$$

Od tod lahko izračunamo frekvenco laserja

$$\Omega = \frac{\omega_\lambda \gamma + \omega_0 \frac{1}{\tau}}{\gamma + \frac{1}{\tau}}. \quad (2.88)$$

Frekvanca torej ni enaka frekvenci praznega resonatorja ω_λ , temveč je premaknjena proti centru atomske črte ω_0 . Premik je odvisen od razmerja širine atomske črte in izgub resonatorja.

Bralec lahko sam iz enačbe 2.86 izračuna še energijo svetlobe v resonatorju in rezultat primerja s tistim, ki smo ga dobili z uporabo zasedbenih enačb.

Gornji primer uporabe polklasičnih enačb je zelo preprost. Prava moč modela se pokaže pri obravnavi mnogofrekvenčnega laserja, na primer pri računu uklepanja faz laserskih nihanj, kar pa presega okvir te knjige. Več bo bralec našel v [?].

3. Primeri laserjev

V tem poglavju bomo spoznali nekaj najpomembnejših vrst laserjev. V grobem laserje razlikujemo po aktivnem sredstvu (plin, trdna snov, organsko barvilo, polprevodnik), pri čemer pa tudi pri izbranem sredstvu obstaja veliko različnih izvedb in načinov delovanja. Za vsak obravnavani primer bomo navedli osnovne karakteristike, v podrobnosti izvedbe pa se ne bomo spuščali.

3.1 Laserski sistemi

Laser je lahko dokaj preprosta naprava, z malo sestavnimi deli, lahko pa je zelo velik in zapleten sistem. Večina velikih laserskih sistemov je sestavljena iz osnovnega laserja, ki ni posebno močan, daje pa kvaliteten snop svetlobe, in iz enega ali več ojačevalnikov. V njih se svetloba ojačuje v sredstvu, ki je enako kot v osnovnem laserju in ki je v kolikor mogoče visokem stanju obrnjene zasedenosti. V več ojačevalnih korakih se tako doseže zelo velika svetlobna moč.

Pri velikih laserskih močeh nastopi vrsta novih težav. Da gostota svetlobnega toka ne povzroča poškodb optičnih komponent, mora premer ojačevanega snopa (in s tem premer vseh vmesnih ojačevalnih stopenj) naraščati. Zadnje stopnje velikih laserskih sistemov imajo tako premer večji od pol metra, kar seveda pomeni, da morajo imeti tolikšno odprtino tudi vse ostale optične komponente. Poleg tega je treba skrbno paziti, da se odbita svetloba ne vrača v prejšnji ojačevalnik ali v osnovni laser in moti njegovega delovanja. Zato so med ojačevalnimi stopnjami optični izolatorji, ki temeljijo na Faradayevem pojavi vrtenja polarizacije v snovi v magnetnem polju.



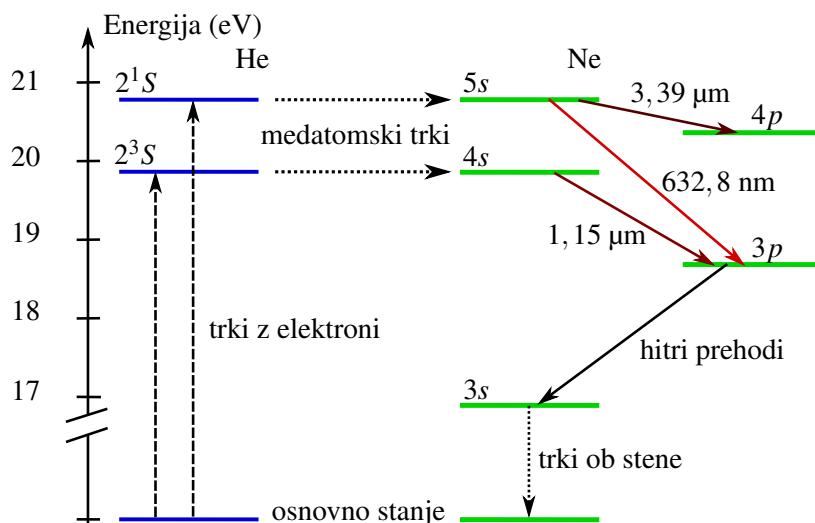
Slika 3.1: Eden najmočnejših laserskih sistemov na svetu, ki doseže 500 TW moči v sunku.
Vir: National Ignition Facility, Livermore, Kalifornija.

Moči svetlobe, ki jih oddajajo najmočnejši laserski sistemi, imajo zelo velike vrednosti. Najmočnejši zvezno delujoči laserji dosegajo tako moč prek ~ 100 kW. Še bistveno večje moči pa dosegajo sunkovni laserji, saj lahko dosežejo moč tudi $\sim 10^{15}$ W. Vendar so sunki tako velike svetlobne moči izredno kratki, tipično reda pikosekunde, tako da znaša celotna moč v takem sunku svetlobe tako "le" $\sim \text{kJ}$. Dodaten parameter pri tako močnih sunkovnih laserjih je čas, ki poteče med dvema zaporednima sunkoma. Najmočnejši laserski sistemi tako lahko izsevajo največ nekaj sunkov dnevno.

3.2 He-Ne laser

Kot prvi primer si oglejmo helij-neon (He-Ne) laser, ki je bil prvi zvezno delujoči laser in je še danes zelo razširjen. Najpogosteje deluje pri valovni dolžini 632,8 nm v rdečem delu spektra, poleg tega pa tudi pri infrardečih 1,15 μm in 3,39 μm ter nekaterih drugih valovnih dolžinah v oranžnem in zelenem delu spektra. Laser deluje v zveznem načinu delovanja s tipičnimi močmi 0,5 – 100 mW.

Slika (3.2) kaže relevantne energijske nivoje helija in neona. Atome helija s trki z elektroni vzbudimo v eno izmed dveh dolgoživih metastabilnih stanj 2^3S ali 2^1S z razpadnima časoma 0,1 ms in 5 μs . Ti dve stanji slučajno praktično sovpadata z dvema stanjem neona ($4s$ in $5s$). Ko v helij dodamo razmeroma majhno količino neon, se energija s trki prenese z vzbujenih helijevih atomov na atome neon, ki s tem preidejo v že omenjeni vzbujeni stanji, helijevi atomi pa se vrnejo v osnovno stanje. Majhna energijska razlika med nivoji helija in neona (okoli 1,2 THz) pri tem preide v kinetično energijo obeh atomov.

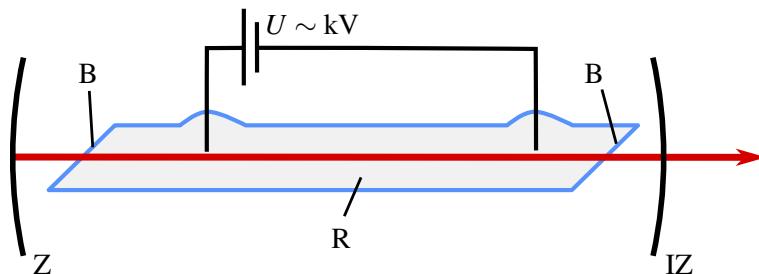


Slika 3.2: Shema energijskih nivojev v He-Ne laserju. Nivoji helija so označeni z modro in nivoji neonja z zeleno, laserski prehodi pa z rdečimi barvami in pripisano ustrezno valovno dolžino.

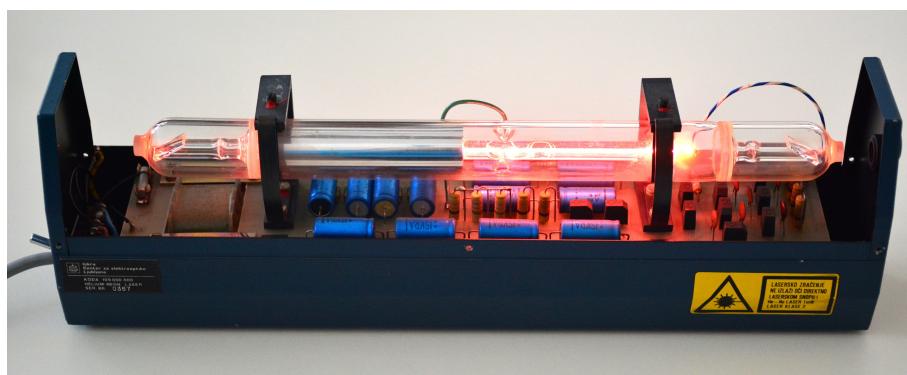
Znano rdečo svetlobo He-Ne laserja z valovno dolžino 632,8 nm dobimo pri prehodu iz stanja $5s$ v eno od stanj $3p$. Pri tem je življenjski čas stanja $5s$ okoli 100 ns, stanja $3p$ pa okoli 10 ns. Spodnji $3p$ nivo se prazni s spontano emisijo v metastabilno stanje $3s$. V njem se atomi nabirajo, saj so dipolni sevalni prehodi v osnovno stanje prepovedani, in atomi le s trki ob steno cevi prehajajo v osnovno stanje. Da pospešimo praznjenje spodnjega nivoja in povečamo obrnjeno zasedenost, moramo torej zmanjšati premer razelektritvene cevi. Zaradi gibanja atomov je spektralna črta Dopplerjevo razširjena.

Lasersko delovanje dobimo tudi pri prehodu iz $5s$ v stanje $4p$, pri katerem ima izsevana svetloba valovno dolžino $3,39 \mu\text{m}$. Ojačenje je za ta prehod celo precej večje kot za prehod pri $632,8 \text{ nm}$, deloma zaradi nižje frekvence (glej zvezo med Einsteinovima koeficientoma A in B , enačba ??), deloma pa zaradi kratke življenske dobe spodnjega laserskega nivoja $4p$. Zato bi pričakovali, da bo He-Ne laser svetil v infrardečem delu in ne vidnem. To delno prepreči absorpcija v steklu, delno pa izgube namerno povečamo s selektivno odbojnostjo resonatorskih zrcal, ki dvigne prag delovanja za $3,39 \mu\text{m}$ nad prag za $632,8 \text{ nm}$. V nekaterih primerih v laser dodamo celico metana, ki infrardeč del svetlobe močno absorbira, rdeče pa ne. Omenimo še prehode iz stanja $4s$, ki ga dosežejo neonovi atomi s trki z vzbujenimi helijevimi atomi iz nivoja 2^3S . Prehod $4s$ v $3p$, ki da svetlobo pri $1,15 \mu\text{m}$, je bil prvi opaženi prehod v He-Ne laserjih.

Tipičen He-Ne laser je razmeroma preprosto zgrajen (sliki 3.3 in 3.4). V razelektritveni cevi (napetost $\sim 1 \text{ kV}$), skozi katero teče električni tok ($\sim 10 \text{ mA}$), se nahaja mešanica helija in neona v razmerju $5 : 1 - 10 : 1$. Skupni tlak v cevi je nizek, le okoli 3 mbar , cev pa je tipično dolga okoli $0,5 \text{ m}$ s premerom $1 - 2 \text{ mm}$. Cev na obeh straneh zapirata okni, ki sta nagnjeni za Brewstrov kot (glej enačbo 1.50), tako da so izgube pri odboju za eno polarizacijo kar se da majhne. Izhodna svetloba iz laserja je zato seveda polarizirana. V manjših laserjih so namesto Brewstrovih oken na razelektritveno cev privarjena kar resonatorska zrcala. Tak laser je nepolariziran. Razelektritvena cev je obdana z dvema ukrivljenima zrcalomoma, ki imata zelo veliko odbojnost za izbrano valovno dolžino. Nekaj tipičnih podatkov za He-Ne laser je zbranih v tabeli (3.1).



Slika 3.3: Shema He-Ne laserja: R – razelektritvena cev, IZ – izhodno zrcalo, Z – zrcalo z veliko odbojnostjo, B – Brewstrov okni



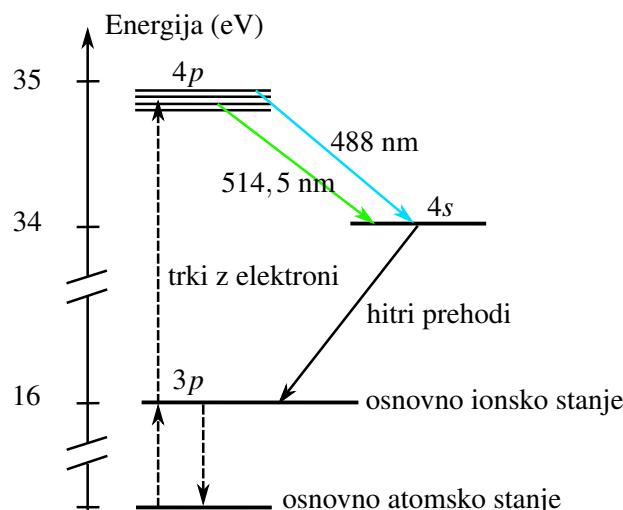
Slika 3.4: Primer starejšega He-Ne laserja, izdelanega v Sloveniji

He-Ne laserji so preprosti, stabilni, zanesljivi, poceni, imajo visoko kvalitetno žarka in dolgo služijo (do 50 000 ur). Danes jih sicer izrivajo polprevodniški laserji, vendar so še vedno v uporabi v merilnih napravah, v optičnih čitalnih sistemih, v šolah, v raziskovalnih laboratorijih za interferometrijo, holografijo itd. Na njem je osnovan tudi sekundarni standard za meter.

3.3 Argonski ionski laser

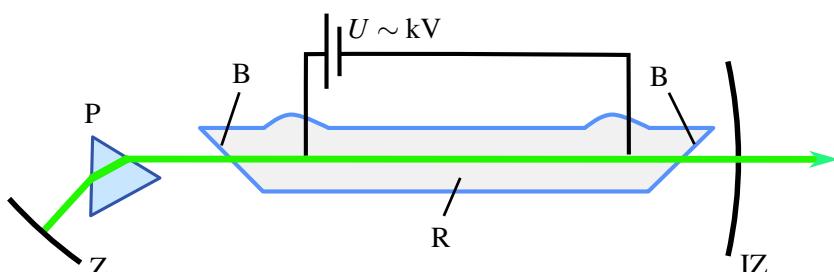
Kot drugi primer plinskega laserja obravnavajmo argonski ionski (Ar^+) laser, ki je najbolj poznan po zveznem delovanju v modrem in zelenem delu spektra pri valovnih dolžinah 488 nm in 514,4 nm, deluje pa tudi v bližnjem ultravijoličnem delu spektra. Tipične moči delovanja argonskega laserja so 100 mW – 50 W.

Kot večino drugih plinskih laserjev tudi tega črpamo z električnim tokom. Atome argona vzbudimo s trki z elektroni in ione argona, ti pa z nadaljnji trki preidejo v vzbujena stanja. Obrnjeno zasedenost dosežemo med nivojema $4p$ in $4s$ (slika 3.5). Ta dva nivoja vsebujejo veliko podnivojev, zato je tudi prehodov med njima zelo veliko. Argonski laser tako seva pri več kot tridesetih različnih valovnih dolžinah, najznačilnejši sta že omenjeni 488 nm in 514,5 nm. Življenski čas zgornjega nivoja $\sim 10^{-8}$ s je približno desetkrat daljši od življenskega časa spodnjega nivoja, od koder se ioni z rekombinacijo z elektroni vrnejo v osnovno stanje atoma. Tudi pri tem laserju je poglaviti vzrok za razširitev črte Dopplerjev pojav.



Slika 3.5: Shema energijskih nivojev v Ar^+ laserju

Argonski laser je v osnovi zgrajen podobno kot He-Ne laser. V razelektritveni cevi (tipična dolžina 1 m in premer 1 – 2 mm) se nahaja argon pri pritisku okoli 10 mbar. Ker gre pri vzbujanju atomov argona za dvostopenjski proces, mora biti električni tok, s katerim dosežemo obrnjeno zasedenost, precej velik, lahko tudi nekaj deset amperov. Pri tipični napetosti nekaj kV to pomeni, da so potrebne velike električne moči, pogosto več deset kW, in močnejši argonski laserji so zato zaradi velike količine odvečne toplotne najpogosteje vodno hlajeni.



Slika 3.6: Poenostavljena shema Ar laserja s prizmo: R – razelektritvena cev, IZ – izhodno zrcalo, Z – zrcalo z veliko odbojnostjo, B – Brewstrovi okni, P – prizma

V argonskih laserjih pogosto ustvarimo tudi vzdolžno magnetno polje, ki preprečuje elektronom, da bi predčasno zapustili ojačevalno območje in trčili v steno. S tem se poveča izhodna moč laserja, hkrati pa preprečuje poškodbe na stenah, ki bi jih lahko povzročili visokoenergijski elektroni. Iz istega razloga so pri močnejših laserjih zrcala izven plinske cevi.

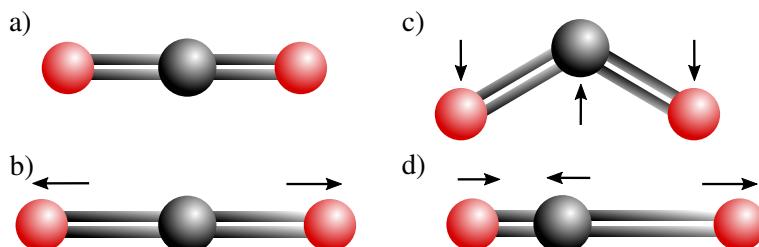
V resonator argonskega laserja pa moramo vgraditi še en dodaten element, ki omogoči izbiro ene same spektralne črte. Najpogosteje za ta frekvenčno selektiven element uporabimo kar majhno prizmo pred enim od obeh zrcal (slika 3.6). Zaradi disperzije v prizmi se snopi različnih valovnih dolžin lomijo pod različnimi koti in le tisti snop, ki vpada pravokotno na zrcalo, je ojačen. Z vrtenjem prizme ali zrcala lahko tako izberemo valovno dolžino ojačene svetlobe. Nekaj tipičnih podatkov za argonski laser je zbranih v tabeli (3.1).

Argonski laser je zanesljiv in daje zelo kvaliteten osnovni Gaussov snop pri eni sami frekvenci. Zato se dosti uporablja v optični spektroskopiji, interferometriji, holografiji in merilni tehniki. Deluje lahko v zveznem načinu, zaradi razmeroma široke črte ojačenja pa ga uporabljam tudi za fazno uklenjen sunkovni laser z dolžino sunkov okoli 150 ps. V kombinaciji s kriptonovim laserjem, ki je zelo podoben argonskemu, le da deluje v rdečem in oranžnem delu spektra, se uporablja tudi v zabavni industriji. V zadnjem času ga vse bolj izrivajo polprevodniški laserji ali pa frekvenčno podvojeni Nd:YAG.

3.4 Laser na ogljikov dioksid

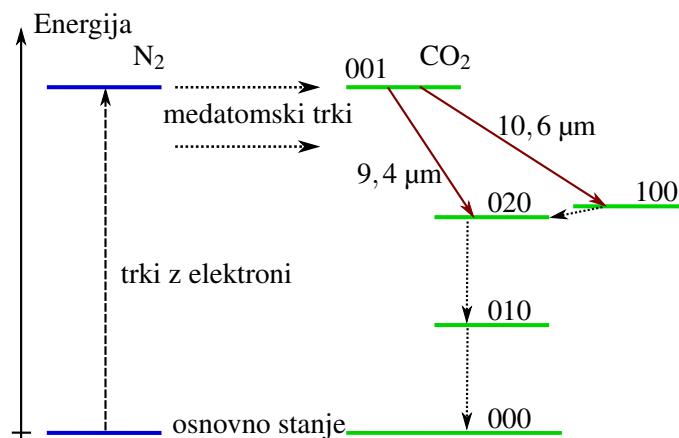
Do zdaj opisani laserji so delovali na elektronskih prehodih v atomih oziroma ionih. Laser na ogljikov dioksid pa deluje na prehode med vibracijskimi stanji molekul CO₂, pri čemer elektroni ostanejo v osnovnem stanju. Zaradi majhnih energijskih razlik med vibracijskimi stanji deluje tak laser v infrardečem delu spektra, najpogosteje pri 9,6 μm in 10,6 μm. Laser deluje v zveznem in v sunkovnem načinu, odlikuje ga pa zelo velik izkoristek (~ 30 %) in posledično zelo velike moči, 1 W – 10 kW.

Preden opišemo delovanje laserja, si na kratko oglejmo še nihajna stanja molekule ogljikovega dioksida. Molekula CO₂ je v osnovnem stanju linearna molekula (slika 3.7 a). Za molekule take oblike obstajajo trije osnovni načini nihanja atomov glede na težišče: atoma kisika nihata simetrično vzdolž osi molekule, pri čemer ogljik miruje – simetrični raztag (slika 3.7 b), atomi nihajo v smeri pravokotno na os – upogib (slika 3.7 c) in atoma kisika se gibljeta v isti smeri vzdolž osi, ogljik pa v nasprotni smeri – asimetrični raztag (slika 3.7 d). Pri tem ima najvišjo frekvenco asimetrični raztag, najnižjo pa upogib. Vsako vibracijsko stanje lahko razstavimo na osnovne nihajne načine in ga opišemo s številom energijskih kvantov v posameznem osnovnem nihanju, torej s trojico celih števil (n_1, n_2, n_3). Stanje 100 tako opisuje osnovni simetrični raztag, stanje 010 osnovno upogibno nihanje, stanje 001 pa osnovni asimetrični raztag.



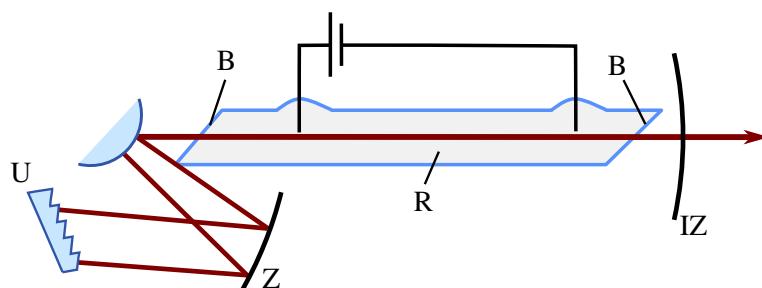
Slika 3.7: Molekula CO₂ (a) in trije osnovni načini nihanja molekule: simetrični raztag (b), upogib (c) in asimetrični raztag (d)

Vibracijska stanja molekule vzbudimo z električnim tokom skozi plin. Pri tem v razelektritveno cev dodamo dušik (N_2) in podobno kot pri He-Ne laserju se tudi CO_2 črpa predvsem preko trkov z dušikovimi molekulami. Dušikova molekula je dvoatomna in ima zato zgolj eno vibracijsko stanje, ki po energiji praktično sovpada z energijo stanja 001 (slika 3.8). Iz tega gornjega stanja prehajajo molekule v stanje 100 ($10,6 \mu m$) ali v stanje 020 ($9,4 \mu m$). Da pospešimo prehod nazaj v osnovno stanje, plinski mešanici dodamo še helij, s katerim trkajo molekule. Razmerje parcialnih tlakov je tako navadno 1:1:8 za $CO_2:N_2:He$ pri tlaku 1 mbar. Pri tako nizkih tlakih je poglavitna razširitev spektralne črte Dopplerjeva, ki pa je v primerjavi z ostalimi plinskim laserji zaradi nizih frekvenc zelo majhna, le okoli 70 MHz. V laserskih sistemih, kjer je tlak plinov večji, prevlada razširitev zaradi medmolekulskih trkov. Pri tlakih okoli 20 bar znaša razširitev že okoli 500 GHz, kar omogoča izdelavo fazno uklenjenih sunkovnih laserjev s sunki dolžine $\sim 1 \text{ ps}$. Nekaj tipičnih podatkov za laser na ogljikov dioksid je zbranih v tabeli (3.1).



Slika 3.8: Shema vibracijskih nivojev v CO_2 laserju

Najpreprostejši laser na ogljikov dioksid je po svoji zgradbi podoben že obravnavanim plinskim laserjem. Razelektritvena cev (polmer $\sim 1 \text{ cm}$ in dolžina $0,5 - 2 \text{ m}$) je na obeh koncih zaključena z Brewstrovima oknoma in zrcalom, pri čemer moramo paziti, da elementi prepuščajo oziroma odbijajo infrardeč del svetlobe. Ker lahko deluje laser pri zelo veliko različnih valovnih dolžinah, dodamo frekvenčno selektiven člen, na primer uklonsko mrežico (slika 3.9).



Slika 3.9: Poenostavljena shema najpreprostejšega CO_2 laserja: R – razelektritvena cev, IZ – izhodno zrcalo, Z – zrcalo z veliko odbojnostjo, B – Brewstrovi okni, U – uklonska mrežica

Poleg običajnih zaprtih sistemov poznamo tudi laserje z vzdolžnim ali prečnim pretokom, valovodne laserje ... Razlikujejo se po svojih specifikacijah in vrsti uporabe. Laserji na ogljikov dioksid se največ uporabljajo v industriji za zahtevne obdelave materialov, na primer za rezanje kovin, vrtanje, ablacijo, varjenje, pa tudi za vojaške in medicinske namene. Obdelava z laserji omogoča veliko natančnost, čistočo in je zelo fleksibilna.

Laser	He-Ne	Ar^+	CO_2	ekscimer
Valovna dolžina λ	632,8 nm	488 in 514,5 nm	9,6 in 10,6 μm	UV
Verjetnost za spontani prehod A	$3,4 \times 10^6/\text{s}$	$7,8 \times 10^7/\text{s}$	0,25/s	$\sim 10^8/\text{s}$
Presek za stimulirano emisijo σ	$3 \times 10^{-17} \text{ m}^2$	$2,6 \times 10^{-16} \text{ m}^2$	$3 \times 10^{-22} \text{ m}^2$	10^{-20} m^2
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$1,5 \times 10^9 \text{ Hz}$	$3,5 \times 10^9 \text{ Hz}$	$7 \times 10^7 \text{ Hz}$	10^{13} Hz
Obrnjena zasedenost $\Delta N/V$	$5 \times 10^{15}/\text{m}^3$	$2 \times 10^{15}/\text{m}^3$	$3 \times 10^{21}/\text{m}^3$	$10^{20}/\text{m}^3$

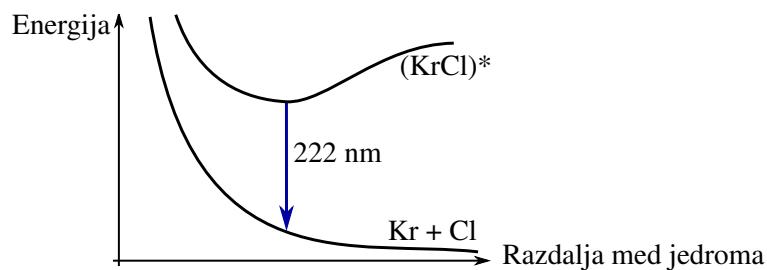
Tabela 3.1: Izbrani podatki za He-Ne, Ar^+ , CO_2 in tipičen ekscimerni laser

3.5 Ekscimerni laser

Ekscimerji (*excited dimer, excimer*) so vzbujena vezana stanja dveh atomov, ki bi se v osnovnem stanju ne vezala. Za laserje so zanimivi predvsem ekscimerji težkih žlahtnih plinov in halogenov, na primer Ar_2^* (126 nm), Kr_2^* (146 nm), Xe_2^* (172 nm), ArF (193 nm), KrF (248 nm), XeCl (308 nm), ArBr (161 nm), NeF (108 nm) ... Te molekule obstajajo samo v vzbujenem stanju, v osnovnem stanju pa je odbojna sila med atomoma prevelika in molekula neobstojna. Vsi našteti primeri oddajajo lasersko svetlobo v ultravijoličnem delu, ki ga drugi laserski sistemi le težko pokrivajo. Ekscimerni laserji delujejo v sunkih, pri čemer je tipična oddana energija v sunku $\sim 1 \text{ J}$, dolžina sunka $10 - 100 \text{ ns}$ in repeticija $\sim 100 \text{ Hz}$.

Vezano stanje dveh atomov dobimo, kadar je ionizacijska energija prvega atoma manjša od vsote elektronske afinitete drugega atoma in elektrostatične energije vezave obeh ionov. Vzemimo za primer klor in kripton. Ionizacijska energija kriptona v osnovnem stanju je 14 eV, v vzbujenem pa 5 eV. Elektronska afiniteta klora je 3,75 eV in elektrostatična vezavna energija KrCl okoli 7 eV. Tako je za nastanek molekule KrCl v osnovnem stanju potrebno dodati okoli 4 eV, pri tvorbi molekule v vzbujenem stanju pa se sprosti okoli 6 eV. Približno obliko celotne potencialne energije molekule KrCl v osnovnem in vzbujenem stanju kaže slika (3.10). Molekula, ki je vezana v vzbujenem stanju, po sevalnem prehodu v osnovno stanje takoj razpade, zato je zelo lahko doseči obrnjeno zasedenost. Pri tem je razpadni čas vezanega stanja $\sim 10 \text{ ns}$, spodnjega nevezanega pa okoli 0,1 ps. Spektralna širina prehoda je precej velika, okoli 1 nm. Da nastanejo ekscimeri, vzbujamo mešanico plinov (žlahtnega plina ali mešanice žlahtnega in halogenega plina) v heliju. Ker je pritisk razmeroma velik (npr. 2 ali 3 bar), je vzbujanje prečno, podobno kot pri nekaterih izvedbah CO_2 laserja. Nekaj tipičnih podatkov za ekscimerni laser je zbranih v tabeli (3.1).

Ekscimerni laserji delujejo v sunkih s precej veliko energijo in se uporabljajo v industriji materialov, mikroprocesorjev, fotolitografiji in medicini, predvsem oftalmologiji in kirurgiji.



Slika 3.10: Shema energije v odvisnosti od razdalje med jedromi atomov. V vzbujenem stanju se atoma povežeta v molekulo, po prehodu v nižji nivo pa atoma disociirata.

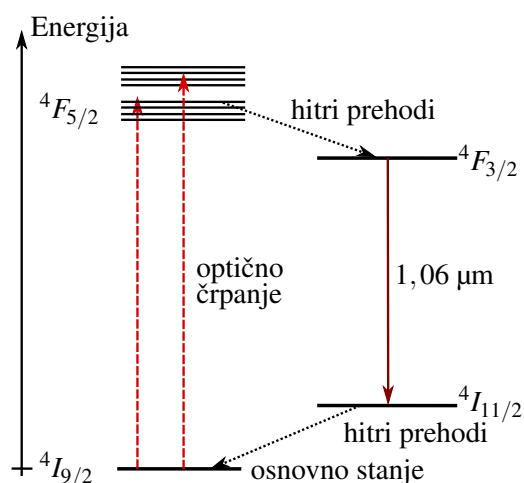
3.6 Neodimov laser

Druga skupina laserjev so trdninski laserji. Taki laserji so osnovani na elektronskih prehodih v ionih primesi, ki jih dodamo v kristal ali steklo, črpamo pa jih optično. Primesi so praviloma redke zemlje ali prehodne kovine, kristali pa so navadno oksidi ali fluoridi. Izdelava ojačevalnih sredstev na osnovi stekla je bistveno bolj preprosta in poceni, vendar ima steklo precej nižjo toplotno prevodnost od kristalov in se zato bolj greje. Začeli bomo z opisom dveh primerov neodimovega laserja, Nd:YAG in Nd:steklo. Podobne laserje dobimo, če v YAG kristalu namesto z neodimom itrijeve ione nadomestimo z iterbijem (1030 nm) ali erbijem (2940 nm).

3.6.1 Nd:YAG

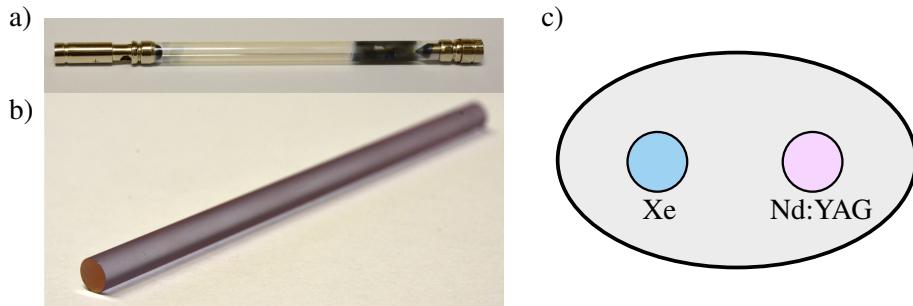
Najpomembnejši predstavnik je Nd:YAG laser, v katerem je ojačevalno sredstvo itrij-aluminijev granat ($\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$, YAG) s primesmi neodimovih ionov Nd^{3+} . Neodimov laser deluje pri valovni dolžini 1,064 μm ali frekvenčno podvojeni 532 nm. Laser lahko deluje v zveznem načinu pri močeh 5 – 100 W ali sunkovnem z dolžino sunkov okoli 100 ns in energijo sunka $\sim 1 \text{ J}$.

Neodimov laser je primer štirinivojskega laserskega sistema, pri čemer je laserski prehod med stanjem $^4F_{3/2}$ in $^4I_{11/2}$ iona neodima (slika 3.11). S svetlogo višje frekvence (tipično okoli 800 nm) črpamo elektrone v višje nivoje, ki hitro preidejo v zgornji laserski nivo. Življenski čas višjega nivoja je okoli 230 μs, spodnjega pa precej krajši, zato je lahko doseči veliko obrnjeno zasedenost. Spodnje stanje je dovolj visoko nad osnovnim, da pri sobni temperaturi v ravnovesju ni znatno zasedeno. Zato je prag neodimovega laserja nizek in je lahko doseči zvezno stacionarno delovanje, prav tako dobro pa deluje tudi v sunkih. Razširitev črte je homogena in je predvsem posledica termičnega nihanja kristalne mreže. Laser je odličen za delovanje s preklopom dobre, zaradi ozke črte pa z uklepanjem faz oddaja zelo kratke sunke (nekaj ps).



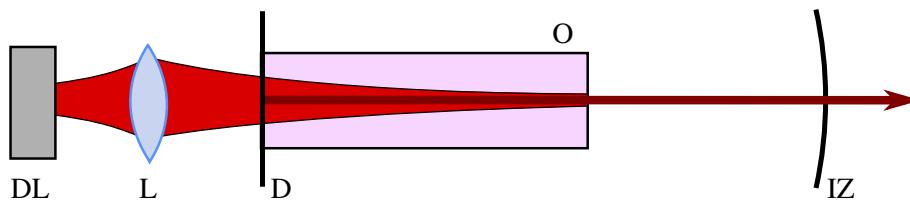
Slika 3.11: Shema energijskih nivojev v Nd^{3+} laserju

Za črpanje uporabljamo diodne laserje ali močne ksenonove svetilke za zvezno delovanje ter podobne bliskovne luči za sunkovno delovanje (slika 3.12 a). Aktivna snov v laserju je v obliki paličice dolžine od nekaj cm do dobrih 10 cm in širine do okoli 1 cm. V kristalu YAG neodimovi ioni nadomestijo približno 1 % itrijevih, zato ojačevalno sredstvo na videz ni prozorno, temveč rahlo rožnato (slika 3.12 b). Aktivna paličica in svetilka sta vgrajeni v cilindrično ali eliptično votlino z zrcalnimi ali belimi stenami, tako da se čim večji del črpalne svetlobe absorbira v laserski paličici (slika 3.12 c).



Slika 3.12: Ksenonska bliskovna svetilka (a), ojačevalno sredstvo v Nd:YAG laserju (b) in shema eliptične črpalne votline (c)

Pri črpanju s ksenonsko svetilko je le manjši del izsevane svetlobe v absorpcijskih pasovih, zato je izkoristek črpanja razmeroma slab, tipično pod 0,01 %. Za izhodno moč zvezno delujočega Nd:YAG laserja nekaj deset wattov je tako potrebna električna moč nekaj kW. Velika večina porabljenih moči gre v gretje, zato je v laserjih z nekoliko večjo povprečno močjo potrebno vodno hlajenje. Gretje povzroča tudi topotne deformacije laserske paličice, kar lahko močno spremeni lastnosti resonatorja. Topotni učinki so ena poglavitnih praktičnih težav pri izdelavi neodimovih laserjev s klasičnimi svetilkami. Danes prevladuje črpanje z diodnimi laserji, ki svetijo v območju največje absorpcije Nd^{3+} . Črpanje je lahko prečno ali pa vzdolžno (slika 3.13). Pri diodnem črpanju je izkoristek dosti večji in je manj gretja, kar omogoča bolj kompaktno konstrukcijo in boljšo stabilnost izhodne moči.



Slika 3.13: Shema vzdolžnega diodnega črpanja Nd:YAG laserja. O – ojačevalno sredstvo, IZ – izhodno zrcalo, D – dikroično zrcalo, prepustno za črpalno svetlobo in odbojno za lasersko, DL – diodni laser za črpanje, L – leča

Neodimovi laserji so zelo razširjeni, tako v osnovni kot tudi v frekvenčno podvojeni različici. Najbolj uporabni so za obdelavo materialov (na primer vrtanje in varjenje, litografija) ter v medicini (dermatologija in endoskopska kirurgija). Pomemben proizvajalec Nd:YAG laserjev za medicinske namene je tudi podjetje Fotona iz Ljubljane.

Laser	Nd:YAG	Nd:steklo	Ti:safir
Valovna dolžina	1064 nm	1050 nm	660 – 1180 nm
Verjetnost za spontani prehod A	$4 \times 10^3 / \text{s}$	$3 \times 10^3 / \text{s}$	$3 \times 10^5 / \text{s}$
Presek za stimulirano emisijo σ	$3 \times 10^{-23} \text{ m}^2$	$3 \times 10^{-24} \text{ m}^2$	$3 \times 10^{-23} \text{ m}^2$
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$1,3 \times 10^{11} \text{ Hz}$	$7 \times 10^{12} \text{ Hz}$	$1 \times 10^{14} \text{ Hz}$
Gostota obrnjene zasedenosti $\Delta N/V$	$1,6 \times 10^{23} / \text{m}^3$	$8 \times 10^{23} / \text{m}^3$	$6 \times 10^{23} / \text{m}^3$

Tabela 3.2: Tipični podatki za Nd:YAG, Nd:steklo in Ti:safirni laser

3.6.2 Nd:steklo

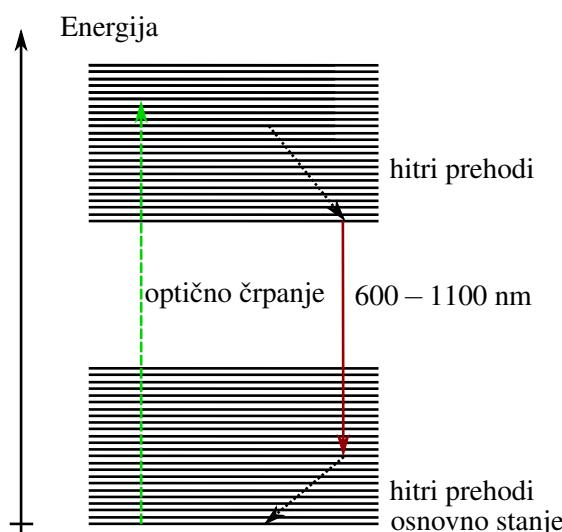
Namesto v ustrezem kristal lahko neodimove ione Nd^{3+} vgradimo tudi v steklo. Tak laser deluje pri valovni dolžini $1,050 \mu\text{m}$ v sunkovnem načinu s preklopom dobrote ali z uklepanjem faz z energijami sunkov $\sim 1 \text{ J}$. Z ojačevalniki dosežemo energije sunka nad 100 kJ . Zaradi amorfne strukture stekla in posledično nehomogenega lokalnega polja je laserska črta nehomogeno razširjena. Ojačenje je manjše kot v Nd:YAG in za prag laserskega delovanja je potrebna precej večja moč črpanja. Laserji Nd:steklo zato delujejo le v sunkovnem načinu, kjer pa so za velike energije celo boljši od Nd:YAG. Zaradi manjšega ojačenja pri dani obrnjeni zasedenosti je v laserju s preklopom dobrote mogoče doseči večjo načrpanost, ne da bi prišlo do praznjenja zaradi ojačevanja spontanega sevanja v enem preletu paličice. Problem teh laserjev predstavlja nizka topotna prevodnost stekla, ki omejuje repeticijo sunkov. Velika širina črte je zelo primerna za delovanje v načinu uklepanja faz, s katerim dosegamo ultrakratke sunke ($\sim 100 \text{ fs}$).



Energije izsevanih sunkov je mogoče še povečati z ojačevalniki. Med največjimi je laserski sistem Nd:steklo v Ročestru (New York), ki ga uporablajo za raziskave fuzije. Okoli 1 ns dolg sunek iz osnovnega laserja razdelijo na deset ojačevalnih vej, ki so dolge po 180 m . Končna energija sunka je nad $\sim 1 \text{ MJ}$. Z njim z vseh strani posvetijo na kroglico iz devterija in tritija, ki se dovolj segreje in stisne, da pride do njunega zlivanja. Vršna moč laserskega sunka je okoli 10^{15} W . Če laserski snop zberemo na površino 1 mm^2 , dobimo električno poljsko jakost okoli $5 \times 10^{11} \text{ V/m}$, kar je približno enako polju v vodikovem atomu.

3.7 Titan-safirni laser

Titan-safirni laser (Ti:safir) je trdninski laser, pri katerem so v kristal safirja Al_2O_3 primešani ioni titana Ti^{3+} . Njegova najpomembnejša značilnost je zvezna nastavljivost valovne dolžine v zelo širokem frekvenčnem pasu ($600 – 1180 \text{ nm}$) z največjo učinkovitostjo pri okoli 800 nm . Deluje v zveznem načinu z močmi do 50 W in v fazno uklenjenem načinu sunkovno z dolžino sunkov do 10 fs z vršnimi močmi nad 10^{12} W .



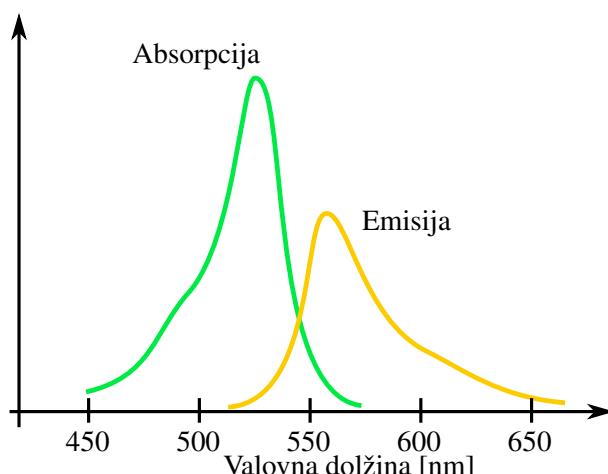
Slika 3.14: Energijski nivoji v titan-safirnem laserju. Dva nivoja sta zaradi vibracij razcepljena na veliko število podnivojev, ki pa se med seboj deloma prekrivajo. Zelo podobna je tudi shema energijskih nivojev organskih barvil.

Ojačevalno sredstvo v titan-safirnem laserju je aluminijev oksid, v katerem približno 0,2 % aluminijevih ionov nadomestimo s titanovimi. Titanovi ioni imajo v taki konfiguraciji zgolj eno vzbujeno stanje, vendar se zaradi sklopitev s fononi vibracijski nivoji posameznega stanja med seboj prekrivajo in prehod je močno razširjen. Z optičnim črpanjem vzbudimo titanov ion iz osnovnega stanja v eno izmed vibracijskih stanj vzbujenega stanja, ki hitro preide v najnižje vzbujeno stanje. Laserski prehod poteka med nižjim vzbujenim stanjem in enim od vibracijskih nivojev osnovnega stanja (slika 3.14), od koder se vrne v osnovno stanje. Življenski čas vzbujenega stanja je kratek ($3,2 \mu\text{s}$), širina črte pa največja med vsemi trdninskimi laserji. Ker je vrh absorpcijskega pasu blizu 500 nm, laser črpamo z zeleno svetlobo (argonski laser za zvezno delovanje oziroma frekvenčno podvojen neodimov laser za sunkovno). Najpomembnejša uporaba je v raziskovalnih laboratorijih za ustvarjanje zelo kratkih sunkov svetlobe z dolžino $\sim 10 \text{ fs}$. Prevedeno v dolžino je to le nekaj valovnih dolžin svetlobe.

3.8 Laserji na organska barvila

Naslednja skupina laserjev so laserji na organska barvila, v katerih je organsko barvilo raztopljeno v tekočini, praviloma vodi ali alkoholu. To so bili prvi laserji z veliko spektralno širino in nastavljivo valovno dolžino delovanja. Delujejo lahko kot zvezni laserji in z izbiro barvila lahko dosežemo delovanje v območju $300 - 1500 \mu\text{m}$ pri močeh do $\sim 2 \text{ W}$, široka spektralna širina pa omogoča sunkovno delovanje z uklepanjem faz z nekaj femtosekundnimi sunki pri energiji sunka nekaj 100 J.

Shema energijskih nivojev molekule tipičnega organskega barvila je zelo podobna shemi energijskih nivojev titan-safirnega laserja (slika 3.14). Vsi elektronski nivoji so razcepljeni v vibracijske in rotacijske podnivoje. V topotnem ravnovesju je molekula na dnu osnovnega elektronskega stanja S_0 . Z absorpcijo vidne svetlobe primerne frekvence preide v neko vzbujeno singletno stanje S_1 . Preko trkov z molekulami topila vzbujena barvilna molekula zelo hitro, v času okoli pikosekunde, preide na dno vzbujenega stanja, od koder s sevanjem preide nekam v osnovno stanje S_0 , od tam pa s trki hitro nazaj na dno osnovnega stanja. Ker sta obe elektronski stanji zaradi vibracij in rotacij razširjeni, sta absorpcijska in emisijska fluorescenčna črta široki. Tipična širina je blizu 50 nm. Energija izsevane svetlobe je zmanjšana za energijo prehodov s trki, zato je fluorescenčna črta premaknjena k nižjim frekvencam od absorpcijske. Absorpcijski in fluorescenčni spekter prehoda $S_0 - S_1$ za barvilo rodamin 6G kaže slika (3.15).



Slika 3.15: Absorpcijski in emisijski spekter barvila rodamin 6G, ki se uporablja v laserjih

Valovna dolžina	$300 - 1500 \mu\text{m}$
Verjetnost za spontani prehod A	$\sim 10^8 / \text{s}$
Presek za stimulirano emisijo σ	$3 \times 10^{-20} \text{ m}^2$
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$3 \times 10^{13} \text{ Hz}$
Gostota obrnjene zasedenosti $\Delta N/V$	$\sim 10^{22} / \text{m}^3$

Tabela 3.3: Tipični podatki za laserje na organska barvila

Laser na organska barvila lahko deluje pri vseh frekvencah znotraj široke fluorescenčne črte. Zato moramo v resonator vgraditi nek frekvenčno selektiven element, s katerim lahko nastavljamo frekvenco laserja. Uporabna je prizma, kot v primeru argonskega laserja, ali pa eno od zrcal nadomestimo z uklonsko mrežico, ki je postavljena pod takim kotom, da se po osi resonatorja odbije svetloba izbrane valovne dolžine. To lahko spremenimo s spremjanjem kota nagiba mrežice. Barvilne laserje črpamo ali z bliskovno lučjo ali z drugim laserjem primerne valovne dolžine, na primer argonskim ali ekscimernim laserjem. Široko območje ojačevanja barvila nam z uklepanjem faz omogoča dobiti tudi zelo kratke svetlobne sunke, pod 1 ps.

Laserji na organska barvila so uporabni v spektroskopiji, za ločevanje izotopov, v medicini (npr. za odstranjevanje ledvičnih kamnov), astronomiji (za umetne laserske zvezde) ...

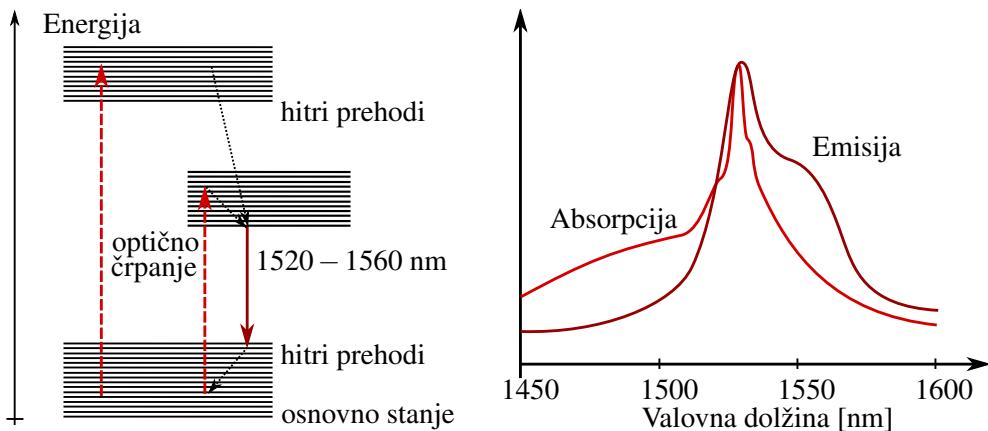
3.9 Vlakenski laserji

Posebna vrsta laserjev so vlakenski laserji, v katerih predstavlja aktivno sredstvo optično vlakno, dopirano z ioni redkih zemelj. (Za podroben opis optičnih vlaken glej poglavje ??) Valovna dolžina, pri kateri oddajajo svetlobo, je odvisna od snovi, s katero je vlakno dopirano. Najpogosteje je to erbij (1550 nm), iterbij ($\sim 1100 \text{ nm}$) ali neodim (1064 nm). Vlakenske laserje odlikuje izredno velik izkoristek (tipično okoli 70–80 %, lahko tudi več) in posledično zelo velika moč (do 20 kW). Za njih sta značilni tudi izredno velika kakovost žarka (faktor $M^2 < 1,1$, glej enačbo ??) in razmeroma majhna občutljivost na zunanje motnje. Delujejo lahko v zveznem ali sunkovnem načinu.

Oglejmo si vlakenski laser, katerega vlakno je dopirano z ioni erbija (masni delež $\sim 1 \%$). Vlakna so pogosto dodatno dopirana z iterbijem, kar poveča absorpcijo črpalnega laserja in s tem izkoristek laserja. Laser črpamo optično z lasersko diodo pri 980 nm ali 1480 nm , laserski prehodi pa se zgodijo ob povratku v osnovno stanje. Osnovno stanje je razcepljeno v več podnivojev (slika 3.16), zato je valovna dolžina oddane svetlobe v razmeroma širokem intervalu 1520 – 1560 nm . Velika spektralna širina omogoča delovanje z uklepanjem faz.

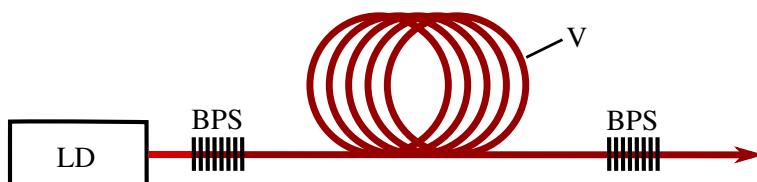
Zgradba vlakenskih laserjev se razlikuje od do zdaj opisanih. Glavna razlika je seveda v resonatorju, ki je v tem primeru kar optično vlakno. Tipičen premer je $\sim 5 \mu\text{m}$, dolžina pa več metrov. Na koncih vlakna lahko postavimo dikroična zrcala, ki omogočajo longitudinalno sklopitev črpalnega žarka v vlakno. Navadno namesto navadnih zrcal uporabimo periodične strukture na koncih vlakna, na katerih se valovanje izbrane valovne dolžine Braggovo odbija (slika 3.17). S selektivnim odbojem se spekter ojačenega izhodnega valovanja bistveno zmanjša.

Navadno uporabljamo vlakna, ki so sestavljena iz sredice in dveh pličev. Laserska svetloba ostaja ujeta v sredici vlakna, črpalno pa vodimo po notranjem pliču. To omogoča bistveno



Slika 3.16: Energijski nivoji v erbijevem vlaknenskem laserju (levo) in absorpcijski ter emisijski spekter za erbij (desno). Dodaten vrh pri 980 nm ni prikazan.

lažjo sklopitev črpalnega žarka v vlakno poleg tega povečanje efektivnega polmera žarka vodi do manjših vršnih intenzitet in manjše verjetnosti pojava neželenih nelinearnih pojavov.



Slika 3.17: Shema vlaknenskega laserja: LD – črpalna laserska dioda, BPS – Braggova periodična struktura, V – optično vlakno

Vlakenski laserji se uporabljajo v telekomunikacijah, saj oddajajo svetlobo valovnih dolžin, pri katerih je v vlaknih najmanjša disperzija (poglavlje ??). Velika intenziteta svetlobe omogoča obdelavo, varjenje, vrtanje in rezanje kovin. Zaradi svojih mehanskih lastnosti so primerni tudi za premično lasersko obdelavo snovi.

Valovna dolžina	1550 nm
Verjetnost za spontani prehod A	$\sim 90/\text{s}$
Presek za stimulirano emisijo σ	$7 \times 10^{-25} \text{ m}^2$
Spektralna širina črte $\Delta\nu$	$3 \times 10^{12} \text{ Hz}$
Gostota obrnjene zasedenosti $\Delta N/V$	$\sim 10^{24}/\text{m}^3$

Tabela 3.4: Tipični podatki za erbijev vlaknenski laser



Namesto vlaken, dopiranih z ionimi redkih zemelj, lahko za izdelavo vlaknenskih laserjev izkoristimo pojav stimuliranega Ramanovega sisanja (glej poglavje ??). Pri tem pojavu se črpalni žarek svetlobe neelastično siplje, ojači pa se žarek pri nižji frekvenci. Razlika frekvenc ustreza vibracijskim prehodom molekul, ki prevzamejo preostanek energije. Signal, ki se pri prehodu ojačuje, ostaja pretežno ujet v vlakno z Braggovimi periodičnimi strukturami na koncih. Zavedati se moramo razlike med navadnim laserjem, ki deluje zaradi vzpostavljene obrnjene zasedenosti, in Ramanskim laserjem, v katerem pride do ojačanja sipane svetlobe.

3.10 Polprevodniški laserji

Za široko uporabo so danes brez dvoma najpomembnejši polprevodniški laserji. Njihove glavne značilnosti so majhna dimenzija ($\sim 10\text{--}100 \mu\text{m}$), utečena izdelava, velik izkoristek ($\sim 50\%$), predvsem pa neposredno črpanje z električnim tokom. Za črpanje zadoščajo že majhni tokovi (tipično $\sim 100 \text{ mA}$), kar omogoča zelo hitro modulacijo svetlobne moči s spremnjajočim električnim tokom. Slabost polprevodniških laserjev je razmeroma širok spekter in posledično majhna koherenca. Polprevodniški laserji delujejo v območju valovnih dolžin od $\sim 375 \text{ nm}$ do več μm . Izhodne moči so zelo odvisne od valovne dolžine: v UV območju so nizke ($\sim 100 \text{ mW}$), sicer pa dosegajo vrednosti $\sim 3 \text{ W}$.

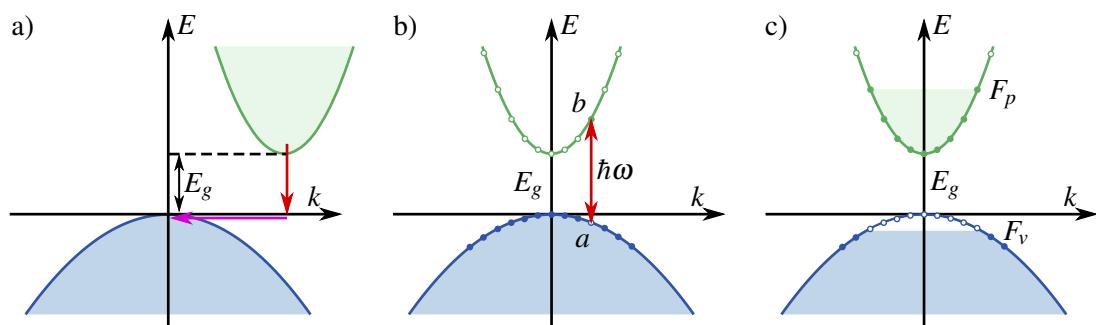
Energijski pasovi v polprevodnikih

Delovanje polprevodniških laserjev temelji na rekombinaciji elektronov iz prevodnega pasu z vrzelmi iz valenčnega pasu, pri kateri se izseva foton. Oglejmo si energijske pasove in prehode med njimi podrobnejše. Pri običajnih laserjih so elektroni lokalizirani okoli ionov in njihova kvantna stanja so točno določena. Ko elektron preide iz višjega v nižje stanje, izseva svetlobo točno določene valovne dolžine. Pri polprevodniških laserjih elektroni niso lokalizirani in zaradi interakcij se elektronska stanja razširijo v elektronske pasove, med katerimi ostanejo prepovedani pasovi oziroma energijske reže (tabela 3.5).

Snov	InSb	InAs	Ge	Si	GaAs	GaP
E_g [eV]	0,17	0,36	0,67	1,124	1,43	2,26

Tabela 3.5: Širina energijske reže v nekaterih polprevodnikih

Pri najobičajnejših polprevodnikih, siliciju in germaniju, leži vrh prevodnega pasu v centru Brillouinove cone pri valovnem vektorju $\mathbf{k} = 0$, dno prevodnega pasu pa pri $\mathbf{k} \neq 0$ (slika 3.18 a). Tako reže imenujemo indirektna reže. Pri spojinah tretje in pete skupine elementov, na primer GaAs, je reža direktna, saj ležita tako dno prevodnega kot vrh valenčnega pasu pri $\mathbf{k} = 0$. (slika 3.18 b)



Slika 3.18: Shema energijskih nivojev v polprevodniku. Zelena označuje prevodni pas, modra pa valenčni. Prehod preko indirektne reže (a) je malo verjeten, saj mora zaradi ohranitve gibalne količine priti še do interakcije s fononom. Tipični prehodi so zato preko direktne reže (b). V vzbujenem stanju (c) so najnižja mesta v prevodnem pasu zasedena in najvišja mesta valenčnega pasu izpraznjena. Za vsak pas posebej vpeljemo Fermijevo energijo F_p in F_v .

Razlika v legi vrhov ima pomembno posledico pri uporabi za izvor svetlobe. Fotoni v polprevodniku namreč nastanejo ob rekombinaciji elektrona z dna prevodnega pasu in vrzeli z vrha

valenčnega pasu. Kadar pride do prehoda v snovi z indirektno režo, pride tudi do spremembe gibalne količine elektrona. Te razlike ne more prevzeti foton, saj je njegova gibalna količina več redov velikosti premajhna, zato mora zaradi ohranitve gibalne količine priti hkrati še do emisije ali absorpcije fonona. Proces, ki vključuje foton in fonon, je mnogo manj verjeten, zato v siliciju in germaniju v običajni obliki ni mogoče dobiti znatnega sevanja s prehodi iz prevodnega v valenčni pas. Opisane težave ni pri spojinah z direktno režo, zato se te spojine uporablja za izdelavo polprevodniških laserjev.

V najpreprostejši sliki prevodni pas v bližini minimuma opišemo s parabolično odvisnostjo od valovnega vektorja \mathbf{k}

$$E_p = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p}. \quad (3.1)$$

Pri tem m_e označuje efektivno maso elektrona v prevodnem pasu, ki upošteva interakcije z mrežo in se zato razlikuje od navadne mase m_0 . Podobno z efektivno maso zapišemo energijo vrzeli v valenčnem pasu

$$E_v = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_v}. \quad (3.2)$$

Iz izraza za gostoto stanj $\rho(k)dk = k^2 dk / \pi^2$ (povsem analogen enačbi ??) lahko z upoštevanjem gornjih zvez zapišemo gostoti stanj na energijski interval za prevodni in valenčni pas

$$\rho_p(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_p}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E - E_g} \quad \text{in} \quad \rho_v(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{-E}. \quad (3.3)$$

Ključna parametra, ki nastopata v izrazih za gostoto stanj, sta efektivna masa elektronov in vrzeli. Ti dve masi sta značilni za posamezen polprevodnik in znašata, na primer v GaAs, $m_e = 0,067 m_0$ in $m_v = 0,5 m_0$, pri čemer je m_0 masa elektrona. Gostota stanj za vrzeli je v GaAs zato približno dvajsetkrat večja od gostote stanj za elektrone.

Verjetnost za zasedenost stanj je zaradi Paulijevega izključitvenega načela podana s Fermi-Diracovo funkcijo

$$f_p(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1}, \quad (3.4)$$

kjer E_F označuje Fermijevo energijo. Spomnimo, da so pri $T = 0$ vsa stanja pod Fermijevo energijo zasedena, nad njo pa prazna, Fermijeva energija torej leži v energijski reži. Pri končni temperaturi se na dnu prevodnega pasu nahajajo termično vzbujeni elektroni, na vrhu valenčnega pasu pa vrzeli. Pri tem je verjetnost za pojav vrzeli v valenčnem pasu je $f_v = 1 - f_p$.

Število elektronov v prevodnem pasu na prostorninsko enoto izračunamo kot produkt gostote stanj in verjetnost, da je stanje zasedeno, integrirano po celotnem energijskem pasu

$$N_{p0} = \int_{E_g}^{\infty} \rho_p(E) f_p(E) dE. \quad (3.5)$$

Število vrzeli v valenčnem pasu pa je

$$N_{v0} = \int_{-\infty}^0 \rho_v(E) f_v(E) dE. \quad (3.6)$$

Število elektronov v prevodnem pasu (in vrzeli v valenčnem) je pri $T = 0$ enako nič, vendar tudi pri končnih temperaturah ostaja razmeroma nizko. Znatno pa ga lahko povečamo, če polprevodnik dopiramo in s tem povisimo Fermijevo energijo.

 E_F se določi iz pogoja, da je število elektronov v prevodnem pasu enako številu vrzeli v valenčnem pasu in $N_{p0} = N_{v0}$. Fermijeva energija torej leži na sredini energijske reže le v primeru, da sta efektivni masi za elektrone in vrzeli enaki. Sicer pride do premika Fermijeve energije proti pasu z manjšo efektivno maso.

Dopiranje polprevodnika pomeni nadzorovan dodajanje ustreznih nečistoč. Če dodamo donorske primesi, ki povečajo število elektronov v snovi, govorimo o polprevodniku tipa n , če pa dodajamo akceptorske snovi, ki elektrone sprejemajo, pa govorimo o polprevodniku tipa p . Primeri donorjev za GaAs so žveplo, selen ali telur, primer akceptorjev pa cink in kadmij. Zaradi primesi se v energijski reži pojavi nov energijsk nivo. Donorski nivo je navadno tik pod prevodnim pasom, akceptorski pa tik nad valenčnim pasom. V tipu n se tako Fermijeva energija premakne navzgor, pri močnem dopiranju tudi v prevodni pas. Tako že pri sobni temperaturi dosežemo veliko število elektronov v prevodnem pasu. Podobno je v tipu p , v katerem se Fermijeva energija pomakne navzdol in število vrzeli v valenčnem pasu močno naraste.

Ko elektrone vzbudimo iz valenčnega v prevodni pas (to lahko naredimo električno ali optično), se v valenčnem pasu pojavijo vrzeli. Dokler ne pride do rekombinacije (tipično nekaj ns), vlada v prevodnem pasu kvazi-termično ravnovesje, saj je relaksacija elektronov znotraj pasu bistveno hitrejša (tipično ps). Za veliko populacijo elektronov v prevodnem in veliko populacijo vrzeli v valenčnem pasu Fermijeva funkcija ni več dobra za opis zasedenosti stanj (slika 3.18 a). Uporabimo koncept kvazi-Fermijevih nivojev F_p in F_v , s katerima opišemo porazdelitvi v vsakem pasu posebej, za prevodni in valenčni pas

$$f_p(E) = \frac{1}{e^{(E-F_p)/k_B T} + 1} \quad \text{in} \quad f_v(E) = \frac{1}{e^{(E-F_v)/k_B T} + 1}. \quad (3.7)$$

V termičnem ravnovesju je razlika med kvazi-Fermijevima energijama $F_p - F_v$ enaka nič, z naraščajočim vzbujanjem pa se razlika povečuje.

Ojačanje v polprevodnikih

Posvetimo na polprevodnik v vzbujenem stanju s svetlobo s frekvenco ω . Vpadna svetloba povzroča prehode med stanji z energijo E_a v valenčnem in med stanji z energijo E_b v prevodnem pasu (slika 3.18 b). Če je prehodov iz prevodnega pasu v valenčnega več kot prehodov v obratni smeri, pride do ojačanja svetlobe.

Za zapis verjetnosti za prehod med dvema stanjema v časovni enoti uporabimo Fermijevo zlato pravilo. Pri izračunu verjetnosti za stimuliran prehod upoštevamo, da je verjetnost za zasedenost gornjega stanja $f_p(E_b)$ in verjetnost, da je spodnje stanje nezasedeno, $1 - f_v(E_a)$. Zapišemo najprej verjetnost za določen valovni vektor, na koncu bo treba sešteeti po vseh možnih \mathbf{k} . Sledi

$$w_s(k) = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{pv}|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) f_p(E_b) [1 - f_v(E_a)], \quad (3.8)$$

kjer je $H_{pv} = \langle p|\hat{x}|v\rangle E$ matrični element za dipolni prehod v svetlobnem polju E med prevodnim in valenčnim pasom. Podobno je verjetnost za absorpcijo

$$w_a(k) = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{pv}|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) f_v(E_a) [1 - f_p(E_b)]. \quad (3.9)$$

Upoštevamo enačbi (3.1) in (3.2) in zapišemo razliko energij

$$E_b - E_a = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2} \left(\frac{1}{m_p} + \frac{1}{m_v} \right) = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r}, \quad (3.10)$$

kjer smo z $m_r = m_v m_p / (m_v + m_p)$ označili reducirano maso elektrona in vrzeli.

Število spontanih emisij oziroma absorpcij na enoto volumna v danem času izračunamo tako, da verjetnosti za prehod integriramo po vseh \mathbf{k} . Razliko med številom spontanih emisij in absorpcij na enoto volumna (kar je ekvivalentno razliki zasedenosti stanj v navadnem laserju) potem zapišemo

$$\begin{aligned} N_{pv} - N_{vp} &= \int (w_s - w_a) \rho(k) dk \\ &= \frac{2}{\pi \hbar} \int |H_{pv}|^2 (f_p(E_b) - f_v(E_a)) \delta \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + E_g - \hbar \omega \right) k^2 dk. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Upoštevali smo, da je gostota stanj $\rho(k) = k^2 dk / \pi^2$. Vpeljemo novo spremenljivko

$$X = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + E_g - \hbar \omega \quad (3.12)$$

in zapišemo integral

$$N_{pv} - N_{vp} = \frac{1}{\pi \hbar} \left(\frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int |H_{pv}|^2 (f_p(E_b) - f_v(E_a)) \sqrt{(X - E_g + \hbar \omega)} \delta(X) dX. \quad (3.13)$$

Z upoštevanjem lastnosti funkcije δ lahko zapišemo

$$N_{pv} - N_{vp} = \frac{1}{\pi \hbar} \left(\frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\hbar \omega - E_g} (f_p(E_b) - f_v(E_a)), \quad (3.14)$$

kjer je $E_p - E_v = \hbar \omega$.

Poglejmo rezultat podrobneje. Da v polprevodniku pride do ojačanja vpadne svetlobe in ne njene absorpcije, mora biti gornji izraz realen in pozitiven. Sledi pogoj

$$\frac{1}{e^{(E_p - F_p)} + 1} > \frac{1}{e^{(E_v - F_v)} + 1}. \quad (3.15)$$

Če dodamo še pogoj, da se lahko ojačujejo le tiste frekvence, ki so nad energijsko režo, zapišemo celoten pogoj za ojačevanje

$$E_g \leq \hbar \omega < F_p - F_v. \quad (3.16)$$

Ojačenje vpadne svetlobe pri dani frekvenci ω potem zapišemo kot

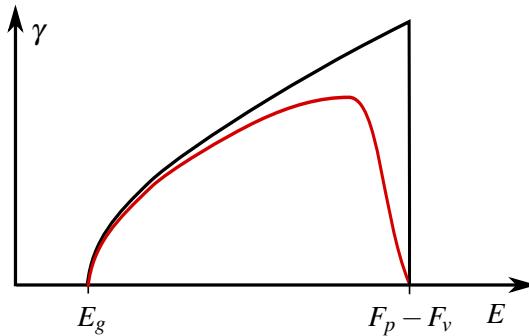
$$\gamma(\omega) = K \sqrt{\hbar \omega - E_g} (f_p(E_p) - f_v(E_v)), \quad (3.17)$$

pri čemer za ojačenje velja

$$dJ = \gamma(\omega) J dz. \quad (3.18)$$

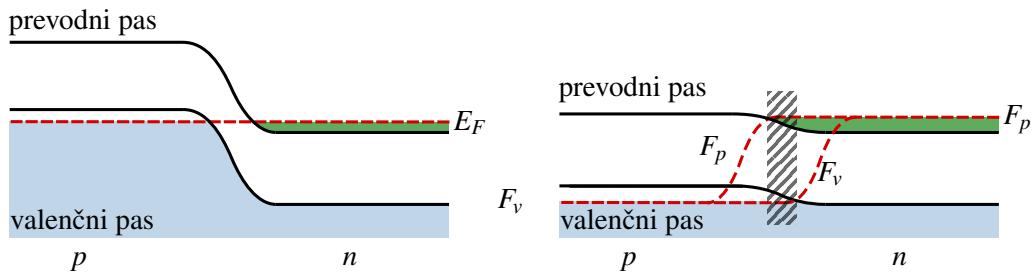
Z naraščajočo stopnjo vzbujenosti (ekvivalentu obrnjene zasedenosti) koeficient ojačanja razumljivo narašča, manjša pa se z naraščajočo temperaturo. Ojačenje kot funkcijo frekvence kaže slika (3.19).

Neravnovesno stanje, ki je pogoj za ojačanje svetlobe, lahko dosežemo, kadar v degeneriran polprevodnik tipa p z dovolj veliko hitrostjo dodajamo elektrone v prevodni pas. To lahko storimo preko stika $p-n$, na katerega priključimo napetost v prevodni smeri. Najpreprostejši primer je stik $p-n$, ki označuje stik dveh kosov iste snovi, le da je na eni strani ta snov dopirana



Slika 3.19: Ojačenje v polprevodniku kot funkcija frekvence svetlobe. Črna črta velja pri $T = 0$, rdeča pa pri $T > 0$.

z akceptorji in na drugi z donorji. Ko staknemo območji p in n , elektroni iz prevodnega pasu n strani difundirajo na stran p , vrzeli pa ravno obratno in v stacionarnem stanju nastane ozek pas, tako imenovani, izpraznjeni sloj, v katerem ni prostih nosilcev naboja. Na strani n ostanejo pozitivni donorski ioni, na strani p pa negativni akceptorski ioni, ki ustvarjajo električno polje. Nastalo polje preprečuje nadaljnjo difuzijo nosilcev naboja. V ravnotesju se Fermijeva energija na obeh straneh izenači, prevodni in valenčni pas pa se ukrivita.



Slika 3.20: Energijska pasova v močno dopiranem stiku $p-n$ (levo) in ista pasova ob priključeni napetosti U v prevodni smeri (desno). F_p in F_v označujeta kvazi-Fermijevi energiji, senčen del pa aktivno območje, v katerem pride do rekombinacije elektronov in vrzeli.

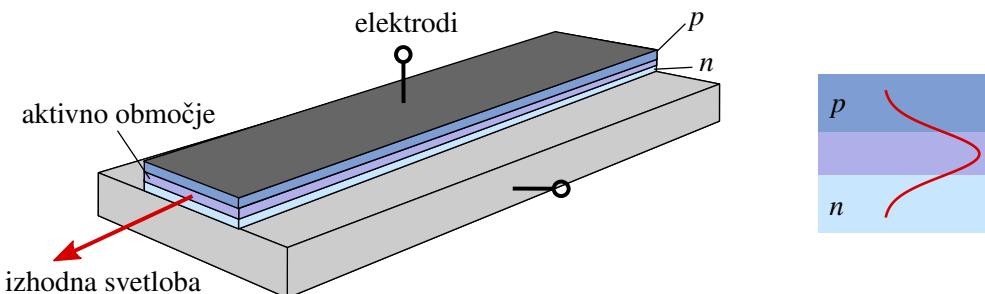
Ko na stik priključimo napetost v prevodni smeri (torej pozitivno napetost na stran p), se potencialni skok zmanjša. Hkrati se spremeni tudi Fermijev nivo na obeh straneh stika in za zasedenost opišemo s kvazi Fermijevima energijama F_p in F_v . V ozkem območju v bližini stika pride do hkratne zasedenosti elektronov v prevodnem pasu in vrzeli v valenčnem pasu. To imenujemo aktivno območje, saj v njem prihaja do rekombinacij in do nastanka fotonov. Pri nizkih priključenih napetostih oziroma nizkih tokovih skozi stik $p-n$ prihaja do spontane rekombinacije in nizke izsevane moči svetlobe. Pri večjih napetostih, ($e_0 U \approx E_g$) pride do velikih koncentracij nosilcev naboja in stimuliranih rekombinacij, ki omogočajo optično ojačenje.

Ojačenje v polprevodniških laserjih je precej veliko, lahko več od 100 mW/cm^2 , zato je mogoče dobiti delujoč laser že v zelo majhnem aktivnem območju, lahko tudi le nekaj mikronov. Običajni polprevodniški laserji so tako dolgi okoli 0,25 mm.

Zgradba laserja

Prvi polprevodniški laser (1962) je bil narejen iz GaAs in je oddajal svetlobo pri 850 nm. Shema takega laserja je na sliki (3.21). Vidimo, da polprevodniški laser nima navadnega resonatorja iz dveh odbojnih zrcal, ampak se svetloba odbija na gladko odklanih stranskih ploskvah kristala.

Zaradi velikega lomnega količnika (npr. $n = 3,5$ za GaAs) je odbojnost dovolj velika za učinkovito delovanje laserja.



Slika 3.21: Shema preprostega polprevodniškega laserja (levo) in porazdelitev svetlobne intenzitete na stiku p - n . Tipična širina je 100–200 μm , dolžina pa 200–500 μm . Svetlobni profil v laserju (desno). Svetloba se ojači v aktivnem območju (vijolična), v območju p in n pa se absorbira.

Opisani polprevodniški laserji imajo kar nekaj slabosti. So zelo močno dopirani, dobro delujejo le močno hlajeni (prvotno pri 77 K), poleg tega je snop v takih laserjih pogosto širši od debeline aktivnega območja. Debeline aktivnega območja ne moremo nadzorovano spremenjati, saj je odvisna od difuzije in rekombinacije. Tipično znaša $\sim 1 \mu\text{m}$, širina žarka pa nekaj mikronov več, zato znaten del svetlobe potuje po območju p in n , kjer pride do absorpcije in do povečanih izgub ter segrevanja. Tokovi, potrebeni za delovanje takega laserja, so visoki ($\sim 1 \text{kA/cm}^2$), kakovost žarka pa razmeroma slaba.

Bistveno izboljšano delovanje je v tako imenovanih heterostrukturah, kjer sta območji p in n narejeni iz različnih snovi¹. Najpomembnejša primera heterostrukture sta stika n -Ga_{1-x}Al_xAs- p -GaAs- p -Ga_{1-x}Al_xAs in Ga_{1-x}In_xAs_{1-y}P_y. Prvi deluje v območju od 750 nm do 880 nm, odvisno od x in koncentracije primesi, drugi pa med 1,1 μm in 1,6 μm in je zato posebno pomemben za optične komunikacije, ki največkrat delujejo pri 1,3 μm in 1,55 μm . Prvi primer si oglejmo podrobneje.

 Poglavitni parameter pri izdelavi heterostruktur je najti snovi, ki lahko rastejo skupaj. Take plastne strukture naredijo z epitaksialno rastjo. Pri tem je pomembno, da so medatomske razdalje različnih materialov enaki, sicer pride do defektov in slabšega delovanja. GaAs in AlAs imata enako strukturo in praktično enako medatomsko razdaljo, zato lahko brez škode na strukturi atome galija zamenjamo z atomi aluminija. Tipične vrednosti x v Ga_{1-x}Al_xAs so 0,3. Zaradi dodatka aluminija se spremeni energijska reža ($\approx 1,42 + 1,3x \text{ eV}$) in lomni količnik zlitine ($\approx 3,5 - 0,71x$). S spremenjanjem koncentracije aluminija lahko toraj zvezno spremojemo širino energijske reže in lomni količnik snovi.

Heterostruktura ima dve poglaviti prednosti. Zlitina z aluminijem ima malenkost večjo energijsko režo od čistega GaAs in mejni plasti ustvarita potencialno bariero, ki preprečuje difuzijo nosilcev naboja iz aktivne plasti. Tako ostane koncentracija elektronov v prevodnem pasu in vrzeli v valenčnem pasu že pri razmeroma majhnih tokovih velika in svetloba se ojačuje. Druga prednost je večji lomni količnik zlitine, zaradi katerega ostane svetloba ujeta v aktivni plasti, podobno kot v valovnem vodniku. Ker manjši del svetlobe potuje izven aktivnega območja, so manjše tudi izgube, kar vodi do nižjih potrebnih tokov in zmanjšanja gretja.

Aktivna plast je 0,3 mikrona. Elektroni in vrzeli so vpeljani v to plast iz n- in p- regij. Zlitina

¹Za iznajdbo heterostruktur sta Zhores I. Alferov in Herbert Kroemer leta 2000 prejela Nobelovo nagrado.

GaAlAs ima večjo energijsko režo of GaAs, koliko, je odvisno od x. To ustvari potencialno bariero, ki preprečuje difuzijo nosilcev naboja iz GaAs. Enako pomembno je, da je lomni količnik GaAlAs manjši, približno $-0,4*x$. Zato se dobi valovodno obnašanje in omejitev svetlobe. Confinement zmanjša prag delovanja in izgube. Pri sobni temperaturi nizek prag (100x nižji), večje izgube in močnejše ojačenje.

struktura pgaas - pgaal - gaas - ngaal - ngaas. debelina 0,3 mikrone.

izhodna moč narašča linearno s tokom skozi stik.

Obe lastnosti sta pomembni za delovanje laserja. Aktivna plast je tanka, okoli $0,2 \mu\text{m}$ debela plast čistega GaAs. Potek energije pasov preko aktivne plasti z napetostjo v prevodni smeri kaže slika ???. Elektroni tečejo iz n-tipa $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ v prevodni pas aktivne plasti GaAs, vrzeli pa iz p $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ v valenčni pas.

Pri strukturi, ki jo kaže slika ???, je aktivna plast v prečni smeri neomejena, zato lahko hkrati sveti mnogo prečnih nihanj, zaradi česar je slabša prečna koherenca snopa in delovanje laserja nestabilno. To slabost popravijo tako, da plasti ob straneh pojedkajo, da ostane le kakih $10 \mu\text{m}$ širok greben, kot kaže slika ???. Odjedkani material nadomestijo s čistim $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$, tako da je aktivni volumen od vseh strani obdan s snovjo z večjim lomnim količnikom. S tem dobimo pravokoten svetlobni vodnik, v katerem je ujet laserski snop. Ob primerni izbiri deleža aluminija dobijo take lomne količnike, da je v laserju možen le osnovni snop brez vozlov v prečni smeri. Izhodni snop iz laserja je seveda eliptičen s presekom okoli $1 \mu\text{m}$ v navpični in $10 \mu\text{m}$ v prečni smeri. To da v večji oddaljenosti snop z divergenco kakih 70° v navpični in okoli 5° v prečni smeri. Če potrebujemo cilindrično simetričen snop, ga moramo popraviti z ustrezнимi cilindričnimi lečami (Naloga).

Galij-arsenidni laser, kakršen je prikazan na sliki ?? lahko deluje že pri črpalem toku nekaj miliamperov. Tipični tokovi so med 50 mA in 100 mA. Ker se velik delež elektronov in vrzeli rekombinira s sevanjem v aktivni plasti, je izkoristek GaAs laserjev velik, tudi preko 30 . Tipična izhodna moč je tako reda velikosti 10 mW. Zaradi velike gibljivosti elektronov in vrzeli v GaAs je mogoče tok in s tem izhodno svetlobno moč tudi zelo hitro modulirati, do nekaj GHz, kar je pomembno za uporabo v optičnih komunikacijah.

mobility pf eleltronos much higher than of holes, electrtons inject into the p region in greater number han holes diffurse into the n region.

Tedaj dobimo položaj, ki ga kaže slika ???. Naj bo N_p gostota elektronov v prevodnem pasu, I električni tok skozi spoj, τ pa čas za rekombinacijo elektrona in vrzeli. Velja

$$\frac{N_p}{\tau} = \frac{I}{eV}, \quad (3.19)$$

kjer je V volumen, v katerem se elektroni nahajajo.

yariv irena pollock davies silfvast yariv quantum nove knjige. renk - 150 strani raider undergraduate

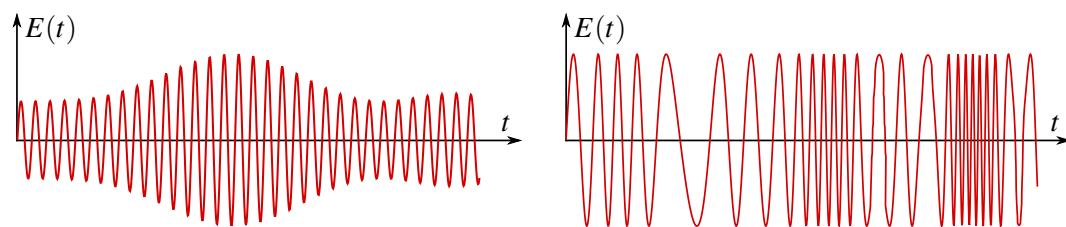
3.10.1 Svetlobne diode - LED

4. Modulacija svetlobe



Pri obravnavi širjenja svetlobe skozi snov je najpomembnejši parameter lomni količnik oziroma tenzor dielektričnosti. V tem poglavju bomo spoznali, kako lahko z zunanjim poljem vplivamo na lomni količnik in tako na širjenje svetlobe skozi snov. To omogoča spremembo – modulacijo – lastnosti svetlobe z zunanjim poljem. En primer uporabe smo že spoznali pri obravnavi laserja, kjer za preklop dobrote potrebujemo element, ki hitro spreminja prepustnost. Še pomembnejša je modulacija valovanja pri optičnem prenosu informacij.

Svetlobno valovanje lahko moduliramo na več načinov. Z ustreznim moduliranjem lomnega količnika lahko valovanju spremijamo amplitudo ali frekvenco oziroma fazo (slika 4.1).



Slika 4.1: Amplitudno (levo) in fazno oziroma frekvenčno moduliran signal (desno)

Delovanje optičnih modulatorjev temelji na različnih pojavih. V tem poglavju bomo podrobneje spoznali dva načina, to sta elektro-optični in elasto-optični pojav. Pri prvem pride do spremembe lomnega količnika snovi pod vplivom zunanjega električnega polja, pri drugem pa zaradi mehanske deformacije. Kadar mehansko deformacijo povzroči zvočno valovanje, takim modulatorjem pravimo akusto-optični. Na koncu bomo spoznali še zelo pomemben primer elektro-optičnih modulatorjev na osnovi tekočih kristalov.

4.1 Elektro-optični pojav

Elektro-optični pojav opisuje spremembe optičnih lastnosti snovi (dielektričnosti in lomnega količnika) pod vplivom zunanjega električnega polja. Omejimo se na statično zunanje polje oziroma na polje, ki se spreminja s frekvenco, ki je bistveno manjša od optične frekvence. Omejitev na nizko frekvenco je potrebna zato, da optično polje še lahko obravnavamo linearno. Kako je v nasprotnem primeru, ko je frekvanca polja primerljiva z optično frekvenco, smo na široko obravnavali v poglavju o nelinearni optiki (poglavje ??).

Vzemimo optično anizotropno snov z nemotenim tenzorjem dielektričnosti $\tilde{\epsilon}$. V snoveh brez absorpcije ali optične aktivnosti je tenzor $\tilde{\epsilon}$ realen in simetričen, zato ga lahko diagonaliziramo (enačba 1.66). Lastne vrednosti ϵ_1 , ϵ_2 in ϵ_3 ustrezajo kvadratom treh lomnih količnikov n_1^2 , n_2^2 in n_3^2 , ki so na splošno različni.

Zaradi priročnosti namesto dielektričnega tenzorja vpeljemo inverzni dielektrični tenzor

$$\underline{b} = \underline{\epsilon}^{-1}. \quad (4.1)$$

V lastnem nemotenem sistemu ga preprosto zapišemo kot

$$\tilde{\underline{b}} = \begin{bmatrix} 1/\epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\epsilon_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/n_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/n_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/n_3^2 \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Ko priključimo zunanje polje, se tenzor $\tilde{\underline{b}}$ spremeni. Pri elektro-optičnem pojavu so spremembe tenzorja dielektričnosti zaradi vpliva zunanjega polja navadno majhne in lahko spremembo komponente δb_{ij} zapišemo kot potenčno vrsto zunanjega polja E , pri čemer upoštevajmo zgolj prva dva člena v razvoju

$$\delta b_{ij} = r_{ijk}E_k + q_{ijkl}E_kE_l. \quad (4.3)$$

Prvi člen je linearno sorazmeren z zunanjim poljem in opisuje linearni elektro-optični ali Pockelsov pojav¹. Tenzor tretjega ranga r_{ijk} imenujemo elektro-optični tenzor ali tudi Pockelsov tenzor. Pockelsov tenzor je različen od nič v snoveh brez centra inverzije, značilne vrednosti Pockelsovega tenzorja pa so okoli $r \sim 10^{-12}\text{--}10^{-10} \text{ m/V}$.

Kvadratnemu elektro-optičnemu pojavu pravimo Kerrov pojav², tenzorju q_{ijkl} pa Kerrov tenzor. Kerrov pojav je praviloma precej šibkejši od Pockelsovega, vendar je različen od nič v vseh snoveh, ne glede na njihove simetrijske lastnosti, torej tudi v tekočinah. Značilna vrednost Kerrovega tenzorja je $q \sim 10^{-24} \text{ m}^2/\text{V}^2$. Navadno ločimo dva primera Kerrovega pojava: Kerrov elektro-optični pojav pri zunanjih poljih z nizko frekvenco, in optični Kerrov pojav, ki smo ga podrobnejše spoznali pri obravnavi nelinearnih optičnih pojavov (poglavje ??).

Pri uporabi trdnih kristalov navadno prevlada linearni člen, zato se osredotočimo le nanj in zapišemo

$$\delta b_{ij} = r_{ijk}E_k. \quad (4.4)$$

Elektro-optični ali Pockelsov tenzor

Simetrija snovi pomembno vpliva na obliko tenzorjev, ki opisujejo njene lastnosti. Pockelsov tenzor r je tenzor tretjega ranga, zato je lahko različen od nič le v kristalih brez centra inverzije.

Naloga 4.1.1 Razmisli, zakaj je v kristalih s centrom inverzije tenzor r vedno enak nič.

Ker je inverzni dielektrični tenzor \underline{b} vedno simetričen, je v prvih dveh indeksih simetričen tudi r

$$r_{ijk} = r_{jik}. \quad (4.5)$$

V najmanj simetričnem primeru triklinskega kristala ima tako namesto 27 zgolj 18 neodvisnih komponent, v kristalih z višjo simetrijo pa še precej manj.

¹Nemški fizik Friedrich Carl Alwin Pockels, 1865–1913.

²Škotski fizik John Kerr, 1824–1907.

Podobno kot nelinearno susceptibilnost (poglavlje ??) lahko tudi elektro-optični tenzor zaradi simetrije zapišemo le z dvema komponentama. Prva dva indeksa, v katerih je r_{ijk} simetričen, združimo v enega z vrednostmi od 1 do 6 po dogovoru

$$xx = 1 \quad yz = zy = 4 \quad (4.6)$$

$$yy = 2 \quad zx = xz = 5 \quad (4.7)$$

$$zz = 3 \quad xy = yx = 6. \quad (4.8)$$

Tako postane r_{ijk} matrika velikosti 6×3 , simetrični tenzor drugega ranga b_{ij} pa šestdimenzionalen vektor. Nekaj primerov Pockelsovih tenzorjev pri različnih kristalnih simetrijah je podanih v tabeli (4.1).

Kristal	Grupa	Neničelne komponente tenzorja r	Vrednost (10^{-12} m/V)
BaTiO ₃	4mm	$r_{xzx} = r_{yzy} = r_{zxx} = r_{zyy} = r_{51} = r_{42}$ $r_{xxz} = r_{yyz} = r_{13} = r_{23}$ $r_{zzz} = r_{33}$	(pri $1,55 \mu\text{m}$) $r_{51} = 800$ $r_{13} = 8$ $r_{33} = 28$
KDP	$\bar{4}2m$	$r_{yzx} = r_{zyx} = r_{xzy} = r_{zxy} = r_{41} = r_{52}$ $r_{xyz} = r_{yxz} = r_{63}$	$r_{41} = 8,77$ $r_{63} = -10,3$
GaAs	$\bar{4}3m$	$r_{yzx} = r_{zyx} = r_{xzy} = r_{zxy} = r_{xyz} = r_{yxz}$	(pri $10,6 \mu\text{m}$) $r_{41} = 1,5$
ZnTe		$= r_{41} = r_{52} = r_{63}$	(pri $3,4 \mu\text{m}$) $r_{41} = 4,2$
LiNbO ₃	3m	$r_{xzx} = r_{zxx} = r_{yzy} = r_{zyy} = r_{51} = r_{42}$ $r_{xxz} = r_{yyz} = r_{13} = r_{23}$ $r_{zzz} = r_{33}$ $r_{yyy} = -r_{xxy} = -r_{xyx} = -r_{yxx} =$ $= r_{22} = -r_{12} = -r_{61}$	$r_{51} = 32,6$ $r_{13} = 9,6$ $r_{33} = 30,9$ $r_{22} = 6,8$

Tabela 4.1: Koeficienti Pockelsovega tenzorja za nekaj izbranih snovi. Če ni navedeno drugače, veljajo vrednosti pri valovni dolžini okoli 600 nm.



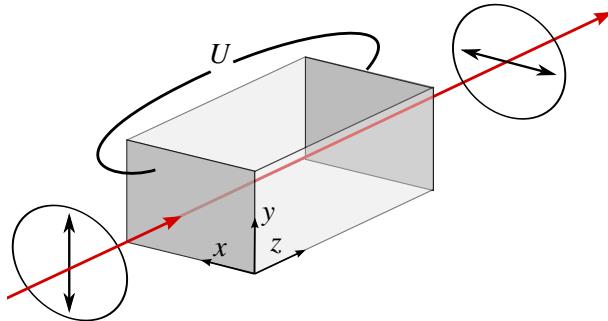
Komponente elektro-optičnega tenzorja zaradi nazornosti pogosto ponazarjamо grafično. V matriki 6×3 s piko označimo komponente, ki so enake nič, s polnim krožcem neničelne komponente, povezava med komponentami pomeni njihovo enakost, prazen krožec in črtkana črta pa označujeja neničelno komponento nasprotnega predznaka. Kot primer sta podana prikaza tenzorjev za GaAs (levo) in LiNbO₃ (desno).

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \cdot & \circ & \bullet \\ \cdot & \bullet & \bullet \\ \cdot & \cdot & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \circ & \circ & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

4.2 Longitudinalna modulacija

Poglejmo podrobneje, kako električno polje spremeni optične lastnosti elektro-optičnega kristala in kako to vpliva na svetlobo, ki potuje skozi tak kristal. Navadno se uporabljajo kristali, ki so dvolomni že brez zunanjega polja. Kot primer vzemimo kristal KH_2PO_4 (KDP), ki ima tetragonalno simetrijo ($\bar{4}2m$). Kot razberemo iz tabele (4.1) ima elektro-optični tenzor dve neodvisni komponenti: $r_{41} = r_{52} = 8,77 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ in $r_{63} = -10,3 \times 10^{-12} \text{ m/V}$.

Kristal naj bo odrezan po kristalografskih oseh, svetloba naj skozi kristal potuje v smeri optične osi, to je po dogovoru smeri z , v isti smeri pa na kristal priključimo polje E_z . Ker je smer električnega polja vzporedna s smerjo širjenja svetlobe, taki postavitevi pravimo longitudinalna in pojavu longitudinalna modulacija.



Slika 4.2: Shema longitudinalne modulacije signala. Ker je polje priključeno v smeri potovanja svetlobe, morata biti elektrodi transparentni. Z uporabo polarizatorja in analizatorja sestavimo amplitudni modulator (glej poglavje 4.4).

Inverzni tenzor dielektričnosti brez zunanjega polja za optično enoosni KDP zapišemo kot

$$\tilde{b} = \begin{bmatrix} 1/n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/n_e^2 \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

kjer sta n_o in n_e redni in izredni lomni količnik. Ko priključimo polje, se tenzor dielektričnosti zaradi Pockelsovega pojave spremeni. Sprememba inverznega tenzorja dielektričnosti je po enačbi (4.4)

$$\begin{aligned} \delta b_{xx} &= r_{xxx}E_x + r_{xxy}E_y + r_{xxz}E_z = 0, \\ \delta b_{xy} &= \delta b_{yx} = r_{xyx}E_x + r_{xyy}E_y + r_{xyz}E_z = r_{63}E_z, \\ \delta b_{xz} &= \delta b_{zx} = r_{xzz}E_z = 0, \\ \delta b_{yy} &= r_{yyz}E_z = 0, \\ \delta b_{yz} &= \delta b_{zy} = r_{yzz}E_z = 0, \\ \delta b_{zz} &= r_{zzz}E_z = 0. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Vidimo, da je večina členov enaka nič, se pa zaradi zunanjega električnega polja v smeri z pojavi izvendiagonalna komponenta

$$b = \begin{bmatrix} 1/n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/n_e^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & r_{63}E_z & 0 \\ r_{63}E_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/n_o^2 & r_{63}E_z & 0 \\ r_{63}E_z & 1/n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/n_e^2 \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Če želimo izračunati, kako se po kristalu pod napetostjo širi vpadni svetlobni snop, moramo gornji tenzor diagonalizirati. Lastne vrednosti novega tenzorja in pripadajoče nove lastne osi so

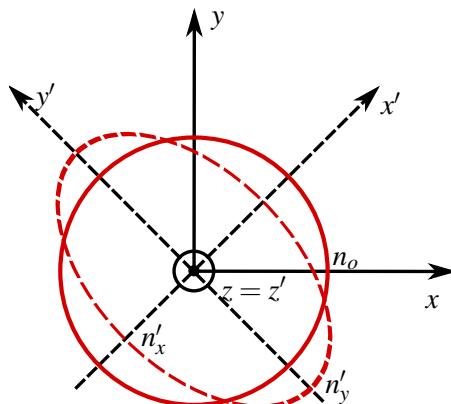
$$\lambda_1 = \frac{1}{n_o^2} + r_{63}E_z \quad \text{in} \quad \mathbf{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1, 0) \quad (4.12)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{n_o^2} - r_{63}E_z \quad \text{in} \quad \mathbf{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1, 0) \quad (4.13)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{n_e^2} \quad \text{in} \quad \mathbf{e}_3 = (0, 0, 1). \quad (4.14)$$

Os z se ohranja, drugi dve novi lastni osi pa sta zasukani za kot 45° glede na prvotni osi x in y . V novem koordinatnem sistemu je inverzni dielektrični tenzor diagonalen in enak

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} 1/n_o^2 + r_{63}E_z & 0 & 0 \\ 0 & 1/n_o^2 - r_{63}E_z & 0 \\ 0 & 0 & 1/n_e^2 \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$



Slika 4.3: Optično enoosen kristal postane pod napetostjo dvoosen. Indikatrisa, ki je pravokotno na optično os brez polja krožnica (polna črta), se pod vplivom napetosti spremeni v elipso (črtkana črta).

Spomnimo se, da potuje svetloba skozi kristal vzdolž osi z . Brez zunanjega električnega polja je kristal enoosen z optično osjo v smeri z . Lomni količnik je neodvisen od polarizacije vpadnega valovanja in je enak n_o . Ko priključimo polje, postane kristal optično dvoosen, saj so vse tri lastne vrednosti tenzorja dielektričnosti različne.

Za žarek, ki potuje vzdolž osi z , torej obstajata dve lastni smeri x' in y' z ustreznima novima lastnima količnikoma, ki ju izrazimo kot

$$\frac{1}{n_{x'}^2} = \frac{1}{n_o^2} + r_{63}E_z \quad \text{in} \quad \frac{1}{n_{y'}^2} = \frac{1}{n_o^2} - r_{63}E_z. \quad (4.16)$$

Za vsa eksperimentalno dosegljiva polja velja $rE \ll 1/n_o^2$ in gornja izraza lahko razvijemo za majhne popravke

$$n_{x'} = \sqrt{\frac{n_o^2}{1 + n_o^2 r_{63} E_z}} \approx n_o \sqrt{1 - n_o^2 r_{63} E_z} \quad (4.17)$$

Nova lomna količnika sa tako

$$n_{x'} \approx n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{63} E_z, \quad (4.18)$$

$$n_{y'} \approx n_o + \frac{1}{2} n_o^3 r_{63} E_z. \quad (4.19)$$

Različni lastni polarizaciji ob priključenem zunanjem polju potujeta vzdolž osi z z različima hitrostma. Ko prepotujeta dolžino kristala L , pride med njima do fazne razlike

$$\Delta\phi = k_0 n_{y'} L - k_0 n_{x'} L = \frac{\omega}{c_0} L n_o^3 r_{63} E_z. \quad (4.20)$$

Kadar polarizacija vpadnega valovanja ne sovpada z novima lastnima osema x' ali y' , je svetloba po preletu kristala na splošno eliptično polarizirana.

Vpeljemo še karakteristično napetost U_π (imenovano tudi π -napetost), pri kateri je dodatna fazna razlika enaka π in kristal deluje kot ploščica $\lambda/2$

$$U_\pi = \frac{\pi c_0}{\omega n_o^3 r_{63}} = \frac{\lambda}{2n_o^3 r_{63}}. \quad (4.21)$$

Za kristal KDP je π -napetost pri valovni dolžini 633 nm okoli 9000 V, kar je precej velika napetost. Velike delovne napetosti so značilne za kristalne elektro-optične modulatorje in so njihova glavna pomanjkljivost.

4.3 Transverzalna modulacija

Iz praktičnih razlogov je navadno preprosteje priključiti električno polje v smeri, ki je pravokotna na smer širjenja svetlobe. Taki postavitvi pravimo transverzalna in pojavu transverzalna modulacija. Tudi to postavitev obravnavajmo na primeru. Za zgled vzemimo kristal LiNbO₃, ki ima trigonalno simetrijo (3m) in po tabeli (4.1) štiri neodvisne komponente: $r_{51} = r_{42}$, $r_{13} = r_{23}$, r_{33} in $r_{22} = -r_{12} = -r_{61}$.

Naj se svetloba širi vzdolž osi z , ki je hkrati tudi optična os, električno polje pa priključimo v smeri y (slika 4.4). Krajši račun pokaže, da je inverzni dielektrični tenzor v polju enak

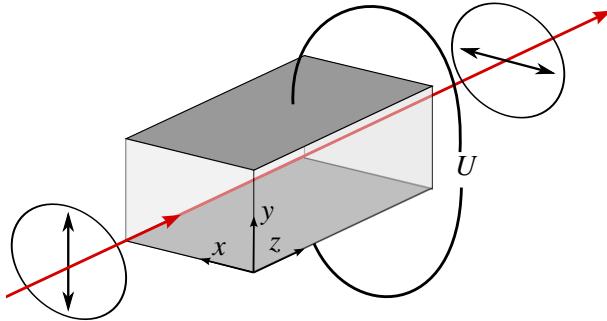
$$\underline{b} = \begin{bmatrix} 1/n_o^2 - r_{22}E_y & 0 & 0 \\ 0 & 1/n_o^2 + r_{22}E_y & r_{51}E_y \\ 0 & r_{51}E_y & 1/n_e^2 \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Tudi v tem primeru tenzor diagonaliziramo in poiščemo nove lastne vrednosti. Če privzamemo, da je sprememba zaradi električnega polja majhna ($rE \ll 1$), lahko zanemarimo člene, v katerih rE nastopa v kvadratni obliki. Nove lastne vrednosti so tako

$$\lambda_1 \approx \frac{1}{n_o^2} - r_{22}E_y, \quad (4.23)$$

$$\lambda_2 \approx \frac{1}{n_o^2} + r_{22}E_y \quad \text{in} \quad (4.24)$$

$$\lambda_3 \approx \frac{1}{n_e^2} \quad (4.25)$$



Slika 4.4: Shema transverzalne modulacije signala

in ustreznih lomnih količnikov

$$n_{x'} \approx n_o + \frac{1}{2} n_o^3 r_{22} E_y, \quad (4.26)$$

$$n_{y'} \approx n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{22} E_y \quad \text{in} \quad (4.27)$$

$$n_z' \approx n_e. \quad (4.28)$$

Kako pa je z novimi lastnimi osmi? Hitro ugotovimo (enačba 4.22), da se pri priključenem polju os x ohranja. Pojavlji se torej zasuk okoli osi x , ki ga označimo s kotom ϑ . Račun pokaže, da je za smiselne vrednosti električnega polja ta kot zelo majhen ($\vartheta \approx r_{51} E_y / (1/n_o^2 - 1/n_e^2) \sim 1$ mrad), tako da lahko v približku rečemo, da se lastne osi ohranjajo.

Če potuje svetloba vzdolž osi z , sta torej lomna količnika za polarizacijo v smeri x in y približno enaka $n_{x'}$ in $n_{y'}$, fazna razlika med polarizacijama po preletu kristala z dolžino L pa je

$$\Delta\phi = k_0 n_{y'} L - k_0 n_{x'} L = \frac{\omega}{c_0} L n_o^3 r_{22} E_y. \quad (4.29)$$

Karakteristična π -napetost je tako

$$U_\pi = \frac{\lambda d}{2 L n_o^3 r_{22}}, \quad (4.30)$$

pri čemer moramo ločiti med L , ki je dolžina kristala v smeri z , in d , ki je širina kristala v smeri, v kateri priključimo napetost. Za izbran kristal ($d = 5$ mm, $L = 1$ cm) je π -vrednost napetosti pri valovni dolžini 633 nm okoli 2000 V.



Transverzalno modulacijo lahko dosežemo tudi tako, da se žarek širi vzdolž osi y , električno polje pa priključimo vzdolž optične osi z . V tem primeru se lastne osi ohranijo in kristal ostane optično enoosen. Vendar ima tudi ta rešitev določene slabosti. Ker je kristal že sam po sebi dvolomen, povzroči zunanje polje le majhno dodatno fazno razliko, zato je najbolje, če je dolžina kristala taka, da velja $k_0 L (n_o - n_e) = 2N\pi$. Pri tem pa nastopi težava. Pogoj je lahko zaradi temperaturnega raztezanja in odvisnosti lomnih količnikov od temperature izpolnjen le pri eni temperaturi, poleg tega se mora svetloba širiti natančno v smeri y . Zato dvolomnost nemotenega kristala navadno kompenziramo, tako da postavimo dva enako dolga kristala zapored, pri čemer sta optični osi med seboj pravokotni, modulacijska napetost na drugem kristalu pa ima nasproten predznak. Tedaj se fazna razlika med obema polarizacijama zaradi naravne dvolomnosti odšteje, zaradi modulacijske napetosti pa sešteje.

4.4 Amplitudna modulacija

Poglejmo, kako lahko elektro-optični pojav izkoristimo za modulacijo amplitude svetlobnega snopa. Pod vplivom polja pride v kristalu do faznega zamika med polarizacijama, ki je sorazmeren napetosti (enačbi 4.20 in 4.29). Če za tak kristal postavimo analizator, lahko z napetostjo spremojamo moč prepuščene svetlobe – amplitudno moduliramo signal.

Vrnimo se k longitudinalni modulaciji (slika 4.2). Naj bo vpadna električna poljska jakost E_0 polarizirana v smeri y . Ko priključimo napetost, sta novi lastni osi zasukani za kot 45° glede na prvotni lastni osi (slika 4.3). Vpadno valovanje razstavimo na komponenti x' in y'

$$\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_y = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_{x'} + \mathbf{e}_{y'}) . \quad (4.31)$$

Po prehodu skozi kristal pride med njima do fazne razlike $\Delta\phi$ (enačba 4.20), zato je polje \mathbf{E}_1 ob izstopu iz kristala

$$\mathbf{E}_1 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (e^{ik_0 n_{x'} L} \mathbf{e}_{x'} + e^{ik_0 n_{y'} L} \mathbf{e}_{y'}) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{ik_0 n_{x'} L} (\mathbf{e}_{x'} + e^{i\Delta\phi} \mathbf{e}_{y'}) . \quad (4.32)$$

Analizator na izhodni strani je obrnjen v smeri x , to je pravokotno na smer vpadne polarizacije, in prepusti le projekcijo obeh lastnih polarizacij na os x

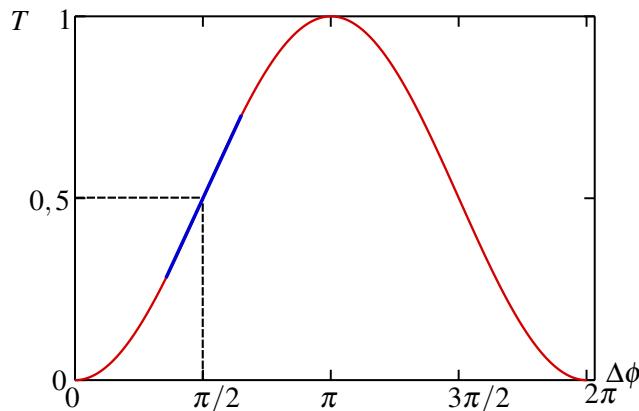
$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{e}_x = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{ik_0 n_{x'} L} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\Delta\phi} \right) \mathbf{e}_x . \quad (4.33)$$

Gostota prepuščenega svetlobnega toka ob vpadnem toku j_0 je tako

$$j = \frac{1}{4} j_0 |1 - e^{i\Delta\phi}|^2 = \frac{1}{2} j_0 (1 - \cos \Delta\phi) . \quad (4.34)$$

Preoblikujemo izraz in zapišemo prepustnost takega modulatorja ob upoštevanju enačbe (4.20)

$$T = \frac{j}{j_0} = \sin \left(\frac{\Delta\phi}{2} \right)^2 = \sin \left(\frac{\pi n_o r_{63} U}{\lambda} \right)^2 . \quad (4.35)$$



Slika 4.5: Prepustnost amplitudnega modulatorja v odvisnosti od faznega zamika $\Delta\phi$, sorazmernega priključeni napetosti U (rdeča črta). Če pred vzorec dodamo ploščico $\lambda/4$, pride do faznega zamika $\pi/2$ in odvisnost prepustnosti od priključene napetosti je približno linearna (modra črta).

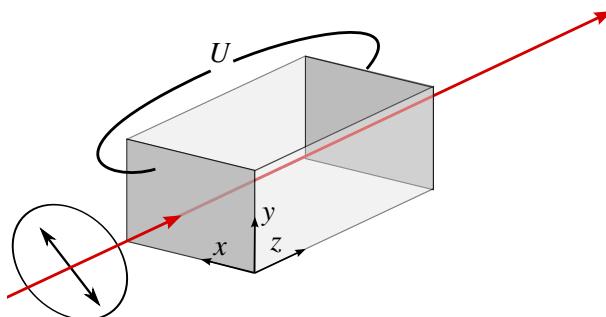
Ko je napetost na kristalu enaka nič, je $\Delta\phi = 0$ in tudi intenziteta prepuščene svetlobe $j = 0$. To je pričakovano, saj sta analizator in polarizator prekrižana, vpadni žarek pa se širi vzdolž lastne osi kristala. Prepustnost doseže največjo vrednost, ko je $\Delta\phi = \pi$, kar je ravno pri π -napetosti. Ko torej napetost povečamo z 0 na U_π , se prepustnost modulatorja spremeni z 0 na 1 (slika 4.5).

Pogosto želimo, da je zveza med modulacijsko napetostjo in izhodno gostoto toka linearna. To lahko dosežemo, če modulator deluje v okolici $\Delta\phi = \pi/2$ (slika 4.5). Ena rešitev je dodati stalno visoko napetost, signal pa modulirati okoli te vrednosti. Precej bolj praktičen pristop je z uporabo ploščice $\lambda/4$, ki jo dodamo med polarizator in kristal, tako da se pojavi stalni fazni premik med rednim in izrednim valom. Potem lahko z razmeroma majhno napetostjo linearno amplitudno moduliramo svetlobo.

4.5 Fazna in frekvenčna modulacija

Svetlobo amplitudno moduliramo, tako da z zunanjim poljem spremenimo fazi lastnih valov, zaradi česar postane linearno polarizirano vpadno valovanje po prehodu kristala eliptično polarizirano. Spremembo polarizacije z analizatorjem prevedemo v spremembo amplitude.

Včasih pa želimo modulirati fazo vpadne svetlobe. Tudi to si oglejmo na primeru longitudinalne modulacije. Fazno oziroma frekvenčno modulacijo dosežemo tako, da vhodno polarizacijo izberemo vzporedno eni od novih lastnih osi kristala, na primeri osi x' , izhodni polarizator pa odstranimo (slika 4.6).



Slika 4.6: Shema fazne modulacije signala. Vpadna polarizacija je vzporedna eni od novih lastnih osi kristala, ki se pojavi pod vplivom zunanjega polja.

Celoten fazni zamik po preletu skozi kristal zapišemo kot

$$\phi = k_0 n_{x'} L - \omega_0 t = \frac{\omega_0}{c_0} L \left(n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{63} \frac{U}{L} \right) - \omega_0 t, \quad (4.36)$$

pri čemer smo lomni količnik zapisali skladno z enačbo (4.18). Opazimo, da je fazni zamik odvisen od priključene zunanjega napetosti.

Obravnavajmo dva primera spremenljajoče se napetosti. V prvem primeru naj bo napetost linearna funkcija časa

$$U = U_0 + \frac{\Delta U}{\Delta t} t. \quad (4.37)$$

Celotna faza prepuščenega valovanja je potem

$$\phi = \frac{\omega_0}{c_0} L n_o - \frac{\omega_0 n_o^3 r_{63}}{2 c_0} \left(U_0 + \frac{\Delta U}{\Delta t} t \right) - \omega_0 t. \quad (4.38)$$

Trenutno frekvenco valovanja izračunamo kot negativni odvod faze po času

$$\omega = -\frac{d\phi}{dt} = \omega_0 + \frac{\omega_0 n_o^3 r_{63}}{2c_0} \frac{\Delta U}{\Delta t} = \omega_0 + \Delta\omega. \quad (4.39)$$

Linearno spremenljajoča se modulacijska napetost da torej konstanten frekvenčni premik, kar v optiki pogosto potrebujemo. Dosegljive spremembe frekvence so seveda dokaj majhne, do nekaj sto MHz, saj so omejene s hitrostjo spremenjanja napetosti. Napetost seveda tudi ne more neomejeno naraščati. Kadar se napetost vrača na nič, pride do frekvenčnega premika v nasprotni smeri, ki pa ga lahko zanemarimo, če je čas vračanja bistveno krajši od časa naraščanja.

Poglejmo še primer, ko se priključena napetost periodično spreminja kot $U = U_0 \sin(\omega_m t)$. Vstavimo izraz v enačbo (4.36) in zapišemo fazo izhodnega valovanja

$$\phi = \frac{\omega_0}{c_0} L n_o - \frac{\omega_0 n_o^3 r_{63}}{2c_0} U_0 \sin(\omega_m t) - \omega_0 t. \quad (4.40)$$

V primeru linearno spremenljajoče se napetosti smo na tem mestu fazo odvajali in dobili hitrost, ki je bila konstantna. V tem primeru z odvajanjem dobimo kotno hitrost, ki se spreminja s časom. Zato se računa lotimo drugače. Konstantni člen v gornjem izrazu lahko izpustimo in zapišemo električno poljsko jakost prepuščenega valovanja

$$E = E_0 \cos \left(\omega_0 t + \frac{\omega_0 n_o^3 r_{63}}{2c_0} U_0 \sin(\omega_m t) \right) = E_0 \cos (\omega_0 t + \delta \sin(\omega_m t)), \quad (4.41)$$

pri čemer je

$$\delta = \frac{\omega_0 n_o^3 r_{63}}{2c_0} U_0. \quad (4.42)$$

Z uporabo Jacobi-Angerjevih³ identitet

$$\begin{aligned} \cos(\delta \sin x) &= J_0(\delta) + 2J_2(\delta) \cos 2x + 2J_4(\delta) \cos 4x + \dots \quad \text{in} \\ \sin(\delta \sin x) &= 2J_1(\delta) \sin x + 2J_3 \sin 3x + 2J_5 \sin 5x + \dots \end{aligned} \quad (4.43)$$

je izhodno polje mogoče zapisati v obliki

$$\begin{aligned} \frac{E}{E_0} &= J_0(\delta) \cos(\omega_0 t) + \\ &+ J_1(\delta) \cos(\omega_0 + \omega_m)t - J_1(\delta) \cos(\omega_0 - \omega_m)t + \\ &+ J_2(\delta) \cos(\omega_0 + 2\omega_m)t + J_2(\delta) \cos(\omega_0 - 2\omega_m)t + \\ &+ J_3(\delta) \cos(\omega_0 + 3\omega_m)t - J_3(\delta) \cos(\omega_0 - 3\omega_m)t + \dots \end{aligned} \quad (4.44)$$

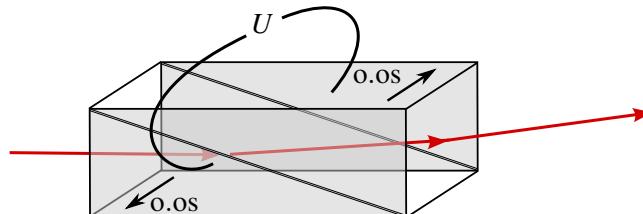
Naloga 4.5.1 Ob upoštevanju Jacobi-Angerjevih identitet (enačbi 4.43) pokaži, da električno polje izhodne svetlobe ob priključeni izmenični napetosti s frekvenco ω_m ustreza polju v enačbi (4.44).

Zaradi periodične fazne modulacije se v spektru pojavijo stranski pasovi, ki so od osnovne frekvence ω_0 odmaknjeni za večkratnike modulacijske frekvence ω_m . Njihova velikost je podana s kvadratom Besslovih funkcij parametra δ . Ker je ta navadno majhen, za opis pogosto zadošča le prvi člen.

³Nemška matematika Carl Gustav Jacob Jacobi, 1804–1851, in Carl Theodor Anger, 1803–1858.



Elektro-optični pojav izkorisčamo tudi za uklanjanje žarkov. Najpreprostejši primer deflektorja je trikotna prizma z elektrodama na osnovnih ploskvah. Svetloba se ob prehodu skozi prizmo lomi v odvisnosti od njenega lomnega količnika, tega pa lahko spremojmo z napetostjo na elektrodah. Praktično je bolj uporabna dvojna prizma. Sestavljena je iz dveh enakih prizem, ki skupaj tvorita kvader, pri tem pa optični osi zgornje in spodnje prizme kažeta v nasprotni smeri. S spremjanjem napetosti, ki jo priključimo prečno na smer razširjanja svetlobe, lahko zelo hitro in zelo natančno spremojmo smer izhodnega žarka. Vendar ta pristop ni splošno uveljavljen, predvsem zaradi velike napetosti, ki je potrebna za znatno uklanjanje. Veliko bolj razširjen je akusto-optični pojav, ki ga bomo spoznali v nadaljevanju.



Slika 4.7: Shema elektro-optičnega deflektorja



Elektro-optični pojav ima dva prispevka: direktnega, kjer zunanje polje vpliva neposredno na elektronsko polarizabilnost, in posredno spremembo lomnega količnika zaradi piezoelektrične deformacije. Pri nizkih frekvencah sta prispevka primerljiva, pri velikih frekvencah pa deformacija kristala ne more slediti modulacijski napetosti in ostane le direktni prispevek. To se zgodi nad akustičnimi resonancami kristala. Pri akustičnih resonancah, ko modulacija v kristalu vzbudi stopeče zvočno valovanje, pa se piezoelektrični prispevek resonančno poveča. Pogoj za akustično resonanco je, da je dimenzija kristala mnogokratnik polovice valovne dolžine akustičnega vala v kristalu. Pri kristalih reda velikosti centimeter in hitrosti zvočnih valov okoli 5000 m/s so resonance v območju od nekaj sto kHz do nekaj deset MHz.

Pri visokih frekvencah postane pomembna tudi električna vezava modulatorja, saj kristal predstavlja kapacitivno breme. Njegova impedanca pojema z rastoco frekvenco, zato je vedno večji del padca napetosti na notranjem uporu izvora napetosti. Pomagamo si z vzporedno vezavo tuljave, tako da je resonančna frekvanca $1/(LC)$ nastalega nihajnega kroga enaka modulacijski frekvenci, z dodatnim uporom pa spremojmo širino resonance. Tipična moč, ki je potrebna za modulacijo je nekaj 10 W, kar je za visokonapetosten in hiter izvor že znatna moč.

4.6 Elasto-optični in akusto-optični pojav

Pri elasto-optičnem pojavu dielektrične lastnosti snovi in njen lomni količnik spremojmo z mehansko deformacijo. Tudi tu opišemo pojav s spremembou inverznega dielektričnega tenzorja

$$\underline{b} = \tilde{\underline{b}} + \delta \underline{b}, \quad (4.45)$$

pri čemer je $\tilde{\underline{b}}$ tenzor v odsotnosti mehanske deformacije, $\delta \underline{b}$ pa sprememba tenzorja zaradi deformacije snovi. V prvem približku jo zapišemo kot

$$\delta b_{ij} = p_{ijkl} S_{kl}. \quad (4.46)$$

Sorazmerna je s tenzorjem deformacije snovi (Greenovim tenzorjem⁴) v linearinem približku

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right), \quad (4.47)$$

pri čemer je \mathbf{u} vektor deformacije.

⁴Angleški matematični fizik George Green, 1793–1841.

Vpeljali smo še sorazmernostni faktor p_{ijkl} , ki ga imenujemo elasto-optični tenzor. Tenzor p je različen od nič v vsaki snovi, saj povezuje dva simetrična tenzorja drugega ranga. Posledično je simetričen v prvem in drugem paru indeksov

$$p_{ijkl} = p_{jikl} = p_{ijlk} = p_{jilk}. \quad (4.48)$$

V najbolj splošnem primeru triklinske kristalne simetrije ima tako 36 neodvisnih komponent, v bolj simetričnih snoveh pa se število neodvisnih komponent še zmanjša. Če vpeljemo skrajšan zapis indeksov ($xx = 1, yy = 2, zz = 3, yz = 4, zx = 5, xy = 6$), zapišemo tenzor za primer izotropne snovi kot

$$\underline{p}_{\text{izo}} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{12} & p_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} \end{bmatrix}, \quad (4.49)$$

pri čemer je $p_{44} = \frac{1}{2}(p_{11} - p_{12})$. Koeficienti tenzorja so brezdimenzijski, njihova tipična vrednost pa je $p \sim 0, 1$. Za vodo, na primer, velja $p_{11} \approx p_{12} = 0,31$, za LiNbO₃ pa $p_{11} = -0,02, p_{12} = 0,08, p_{13} = 0,13, p_{14} = -0,08, p_{31} = 0,17, p_{33} = 0,07, p_{41} = -0,15, p_{44} = 0,12$.

Iz enačbe (4.46) izrazimo spremembo dielektričnega tenzorja

$$\delta \epsilon_{ij} = -\tilde{\epsilon}_{ii}\tilde{\epsilon}_{jj}p_{ijkl}S_{kl}, \quad (4.50)$$

kjer smo privzeli, da je nemoten $\tilde{\epsilon}$ diagonalen.

Dvojni lom, ki se pojavi v deformirani snovi, izkorističamo za študij mehanskih napetosti v modelih, ki so izdelani iz prozorne plastične snovi. Nas bo v nadaljevanju zanimal uklon svetlobe na periodični modulaciji lomnega količnika, ki nastane zaradi zvočnega valovanja v snovi. Takemu pojavu pravimo tudi akusto-optični pojav.

Naloga 4.6.1 Po izotropni snovi se širi longitudinalno valovanje vzdolž smeri z , tako da deformacijo v snovi zapišemo kot

$$\mathbf{u} = A \cos(qz - \Omega t) \mathbf{e}_z. \quad (4.51)$$

Pokaži, da je taka snov dvolomna z optično osjo vzdolž osi z , lastni lomni količniki pa so

$$n_x' \approx n(1 + \frac{1}{2}n^2 p_{12} q A \sin(qz - \Omega t)) \quad (4.52)$$

$$n_y' \approx n(1 + \frac{1}{2}n^2 p_{12} q A \sin(qz - \Omega t)) \quad (4.53)$$

$$n_z' \approx n(1 + \frac{1}{2}n^2 p_{11} q A \sin(qz - \Omega t)), \quad (4.54)$$

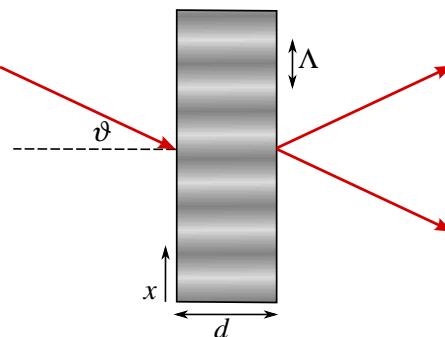
kjer je n lomni količnik v odsotnosti motnje.

4.7 Uklon svetlobe na zvočnem valovanju

Vzбудimo v plasti prozorne izotropne snovi zvočno valovanje z valovno dolžino Λ , ki potuje v smeri x . To naredimo tako, da na eno stran snovi priključimo piezoelektrik, ki se pod izmenično napetostjo periodično krči in razteza s krožno frekvenco Ω . Na drugo stran kristala damo akustični absorber ali pa reflektor, tako da lahko v snovi vzbudimo tudi stoječe valovanje. Zaradi zvočnega valovanja se v snovi periodično spreminja gostota in z njo lomni količnik

$$n = \tilde{n} + \delta n \sin\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x - \Omega t\right). \quad (4.55)$$

V zgoščini je lomni količnik nekoliko večji kot v razredčini, zato je optična pot na takem mestu skozi plast daljša. Ravno svetlobno valovanje, ki vpada na plast pravokotno glede na smer širjenja zvoka, po izstopu zato nima povsod enake faze, valovno čelo pa je periodično modulirano s periodom valovne dolžine zvočnega valovanja. Zvočno valovanje v snovi torej deluje kot optična fazna mrežica. Tipična frekvenca, s katero vzbujamo elastično deformacijo, je okoli $\Omega = 50$ MHz, ustreznata valovna dolžina pa okoli $\Lambda = 100$ μm. Frekvence, ki so v uporabi, navadno sežejo od nekaj MHz prek 10 GHz. Čeprav so vse te frekvence daleč nad slišnimi, pogosto imenujemo ta valovanja kar zvočna.



Slika 4.8: Vpadna svetloba se na stoječem zvočnem valovanju v snovi uklanja.

Oglejmo si dva limitna primerja. V prvem primeru je debelina plasti, v kateri vzbujamo zvočno valovanje, zelo majhna in $d \ll \Lambda^2/\lambda$ (slika 4.9 a). Takrat modulator deluje kot tanka uklonska mrežica in pojavi se veliko uklonskih vrhov, intenziteta posameznega žarka pa je razmeroma majhna. Kote, pod katerimi se pojavijo ojačitve, izračunamo po preprosti enačbi

$$\Lambda(\sin \vartheta - \sin \beta) = N\lambda, \quad (4.56)$$

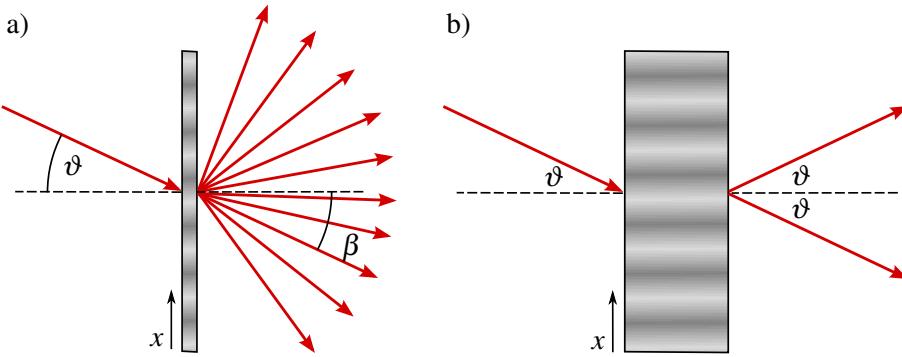
pri čemer je λ valovna dolžina svetlobe v snovi, N pa celo število. Takemu pojavu pravimo Raman-Nathov uklon⁵. Opazimo ga pri razmeroma nizkih zvočnih frekvencah (pod ~ 10 MHz) in majhnih debelinah (pod ~ 1 cm) pri poljubnem vpadnem kotu ϑ .

V nasprotnem limitnem primeru se svetloba uklanja na ravnih zvočnih valovih in modulator deluje kot debela uklonska mrežica (slika 4.9 b). Na splošno je delež uklonjene svetlobe na taki mrežici neuporabno majhen. Znaten postane le tedaj, kadar je izpolnjen Braggov pogoj⁶

$$2\Lambda \sin \vartheta = N\lambda. \quad (4.57)$$

⁵Indijski fizik in nobelovec Sir Chandrasekhara Venkata Raman, 1888–1970, in indijski fizik N. S. Nagendra Nath.

⁶Angleška znanstvenika in nobelovca oče in sin Sir William Henry Bragg, 1862–1942, in Sir William Lawrence Bragg, 1890–1971.

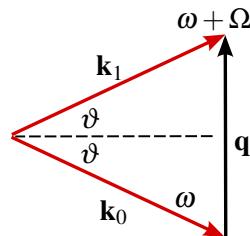


Slika 4.9: Ob vpadu svetlobe na tanko plast zvočnega valovanja (a) se pojavi veliko uklonskih vrhov, na debeli plasti zvočnega valovanja (b) pa je opazen zgolj en uklonjen vrh, pa še ta le ob izpolnjenem Braggovem pogoju.

Poglejmo natančneje, kako pridemo do gornjega pogoja. Zapišimo pogoj za ohranitev gibalne količine fotona pri sisanju na zvočnem valu

$$\mathbf{k}_0 \pm \mathbf{q} = \mathbf{k}_1, \quad (4.58)$$

kjer je \mathbf{k}_0 valovni vektor vpadne svetlobe, \mathbf{k}_1 valovni vektor uklonjenega svetlobnega snopa, \mathbf{q} pa valovni vektor zvočnega vala. Znak plus velja, kadar potuje zvok proti projekciji \mathbf{k}_0 na \mathbf{q} , negativen predznak pa ob potovanju zvoka v nasprotno smer. Ker je frekvenca zvočnega vala dosti nižja od frekvence svetlobe, se frekvenca svetlobe pri sisanju le malo spremeni in \mathbf{k}_0 in \mathbf{k}_1 sta po velikosti skoraj enaka. Tedaj je $q = 2k_0 \sin \vartheta$ (glej sliko 4.10), od koder sledi Braggov pogoj (enačba 4.57). Obenem je vpadni kot na zvočni val enak izhodnemu, kar pomeni, da se na zvočnem valu Braggovo siana svetloba zrcalno odbije. Razmere so torej povsem analogne Braggovemu sisanju rentgenske svetlobe na kristalnih ravninah. Kot bomo pokazali v nadaljevanju, je ob izpolnjenem Braggovem pogoju mogoče doseči, da se vsa vpadna svetloba uklanja.



Slika 4.10: K izpeljavi Braggovega pogoja



Poskusimo še malo bolj natančno oceniti, kdaj je v veljavi Raman-Nathov in kdaj Braggov režim. Izhajajmo iz pogoja, da je razširitev žarka na debelini plasti zvočnega valovanja dovolj majhna, da se snop ne širi iz območja zgoščine v območje razredčine, da se torej ne razširi za več kot za $\Lambda/2$. Tako zapišemo divergenco kot (enačba ??) $\theta \sim \lambda/w_0 \sim 2\lambda/\Lambda$. Po drugi strani pa zaradi modulacije divergencia valovanja ne sme presegati razširitev $\theta \sim \Lambda/2d$. Sledi kriterij za debelino d , pri kateri preidemo iz enega v drug režim

$$d \sim \frac{\Lambda^2}{4\lambda}. \quad (4.59)$$

Če svetloba z $\lambda = 1 \mu\text{m}$ vpade na kristal, v katerem je vzbujeno zvočno valovanje z valovno dolžino $\Lambda = 0,2 \text{ mm}$ in frekvenco $\Omega = 150 \text{ MHz}$, je mejna debelina $d \sim 1 \text{ cm}$.

Če je zvočno valovanje potupoče, kar smo v gornjem razmišljanju že privzeli s tem, da smo mu pripisali natanko določen valovni vektor \mathbf{q} , se spremeni tudi frekvence sisanega vala zaradi Dopplerjevega premika pri odboju na zvočnem valovanju, ki potuje s hitrostjo v_z . Upoštevati moramo le projekcijo na smer vpadne in odbite svetlobe, zato je

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \pm \frac{2v_z \sin \vartheta}{c} = \pm \frac{2\Omega\Lambda \sin \vartheta}{2\pi c} = \pm \frac{\Omega}{\omega}, \quad (4.60)$$

pri čemer smo uporabili Braggov pogoj (enačba 4.57). Sprememba frekvence siane svetlobe je torej kar enaka frekvenci zvočnega valovanja. To je seveda v skladu z gornjo zahtevo, da se pri uklonu na zvočnem valovanju ohranja energija vpadnega fotona in kvanta zvočnega valovanja (fonona), ki se pri sisanju absorbira ali pri njem nastane.

Malenkost drugačno je obnašanje, ko v snovi vzbudimo stopeče zvočno valovanje. Takrat lahko sisanje obravnavamo kot vsoto sisanja na dveh valovanjih z valovnima vektorjema \mathbf{q} in $-\mathbf{q}$. Smer Braggovo sisanega vala je obakrat enaka, frekvanca pa se enkrat poveča, drugič zmanjša za Ω . Zato se pojavi utripanje sisanega vala s frekvenco 2Ω .

Uporaba akusto-optičnih modulatorjev

Spoznali smo, da lahko z zvočnim valovanjem spremojemo smer vpadne svetlobe. Bistvena razlika od navadnih uklonskih mrežic je dinamičnost akusto-optičnih modulatorjev, saj lahko uklonski kot svetlobe hitro spremojamo. Pri tem smo omejeni s tem, da mora biti vsaj približno izpolnjen Braggov pogoj. S kombinacijo dveh med seboj pravokotnih akusto-optičnih modulatorjev lahko žarek premikamo po ravnini, kar s pridom uporabljamo v različnih optičnih napravah, na primer v optičnih pincetah, optičnih čitalcih ali optičnih litografskih zapisovalnikih.

Z vklapljanjem in izklopjanjem zvočnega valovanja, ki ga vzbujamo s piezoelektričnim elementom, na katerega pritisnemo izmenično napetost, lahko moduliramo intenziteto direktnega svetlobnega snopa. To potrebujemo na primer pri preklapljanju dobrote laserskega resonatorja.

Tretji primer uporabe je spremjanje frekvence svetlobe. Možne so spremembe do nekaj 100 MHz, kar je ravno primerno za uporabo v laserskih merilnikih hitrosti, kjer merimo frekvenco utripanja med referenčno svetobo in svetobo, odbito od merjenega predmeta. Če ima referenčna svetloba isto frekvenco kot merilni snop, ni mogoče določiti predznaka hitrosti predmeta, če pa referenčni svetlobi nekoliko spremojemo frekvenco, se pojavi utripanje tudi tedaj, ko predmet miruje. Frekvencia utripanja se poveča ali zmanjša glede na predznak hitrosti predmeta.

Naslednji primer uporabe akusto-optičnih modulatorjev je za uklepanje faz v laserskem resonatorju. Če je v Braggovem elementu prisotno stopeče zvočno valovanje, je amplituda direktnega snopa modulirana s frekvenco zvoka. Kadar je frekvanca zvoka ravno enaka razmiku frekvenc laserskih nihanj, lahko nastanejo uklenjene faze vzbujenih nihanj in s tem kratki sunki svetlobe.

Zanimiva je tudi uporaba Braggovega elementa za izdelavo hitrega frekvenčnega analizatorja električnih signalov. Piezoelektrični element vzbujamo z električnim signalom, ki ima neznan spekter. Enak spekter imajo tudi vzbujeni zvočni valovi, pri čemer vsakemu valu določene frekvence ustrezata določen kot odklona svetlobnega snopa. Za Braggovim elementom postavimo lečo. Vsak delni uklonjeni snop da v goriščni ravnini svetlo točko, katere položaj je odvisen od kota odklona in torej od frekvence zvočnega vala. Spekter zaznamo z vrstičnim detektorjem. Akusto-optični element oziroma Braggova celica torej frekvenčni spekter zvočnih valov prevede v prostorski spekter prepuščene svetlobe. Prostorski spekter svetlobe pa lahko analiziramo z lečo, ki v goriščni ravnini da prostorsko Fourierovo transformiranko svetlobnega snopa pred lečo.

4.8 *Račun akusto-optičnega pojava

Izračunajmo intenziteto svetlobe, ki se uklanja na zvočnem valovanju. Izhajamo iz valovne enačbe v nehomogenem sredstvu, kar je dokaj težaven problem in se moramo zateči k približkom. Uporabili bomo metodo sklopljenih valov.

Naj vzporeden snop zvočnega valovanja s širino d in valovnim vektorjem \mathbf{q} potuje v smeri x . Nanj pod kotom ϑ glede na os z (normalo na kristal) vpada ravno svetlobno valovanje z valovnim vektorjem $\mathbf{k} = (k_x, 0, k_z) = k(\sin \vartheta, 0, \cos \vartheta)$. Vse valovanje, vpadno na levi od zvočnega snopa in izhodno na njegovi desni, obravnavajmo znotraj snovi, da ni treba upoštevati še loma, ki le zaplete izraze.

Privzemimo, da se v snovi zaradi zvočnih valov spremeni le velikost dielektrične konstante. Ob upoštevanju zveze med spremembjo dielektričnosti in deformacijo v zvočnem valu (enačba 4.50) spremembu dielektričnosti zapišemo kot

$$\epsilon = \tilde{\epsilon} + \delta\epsilon = \tilde{\epsilon} - \tilde{\epsilon}^2 p S_0 \sin(qx - \Omega t). \quad (4.61)$$

Zaradi spremembe dielektričnosti pride do pojava dodatne električne polarizacije δP

$$\delta P = \epsilon_0 \delta\epsilon E = -\epsilon_0 \tilde{\epsilon}^2 p S_0 \sin(qx - \Omega t) E. \quad (4.62)$$

Dodatna polarizacija v valovno enačbo doprinese nehomogen člen, podobno kot pri nelinearni optiki (enačba ??). Zapišemo

$$\nabla^2 E - \frac{\tilde{\epsilon}}{c^2} \frac{\partial E^2}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \delta P}{\partial t^2}, \quad (4.63)$$

pri čemer smo privzeli, da je $\nabla \cdot \mathbf{E} \approx 0$, čeprav je ϵ funkcija kraja.

Enačbo (4.63) brez dodane polarizacije δP rešijo ravni valovi z valovnim vektorjem \mathbf{k} in frekvenco ω . Tej rešitvi se primešajo valovi z valovnim vektorjem $\mathbf{k} \pm n\mathbf{q}$ in frekvenco $\omega \pm n\Omega$. Zato iščemo rešitve v obliki vsote ravnih valov, torej Fouriereve vrste

$$E = \sum_n A_n(z) e^{in(qx - \Omega t)} e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)}. \quad (4.64)$$

Zaradi sklopitev preko δP smo dopustili, da so amplitude A_n funkcije z . Če je $\delta\epsilon$ dovolj majhen, se $A_n(z)$ le počasi spreminja.

Izračunajmo

$$\nabla^2 E = \sum_n \left(-(k_z^2 + (k_x + nq)^2) A_n(z) + 2ik_z A'_n(z) \right) e^{i((k_x + nq)x + k_z z - (\omega + n\Omega)t)}. \quad (4.65)$$

Člene z A''_n lahko izpustimo, če je le $k_z A'_n \gg A''_n$ oziroma kadar se A_n spreminjajo počasi v primerjavi z $\exp(ik_z z)$. Drugi odvod polarizacije po času da

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \delta P}{\partial t^2} &= -\frac{\epsilon_0 \tilde{\epsilon}^2 p S_0}{2i} \sum_n A_n(z) \exp(i((k_x + nq)x + k_z z - (\omega + n\Omega)t)) \cdot \\ &\quad \left(-(n\Omega + \omega + \Omega)^2 e^{i(qx - \Omega t)} + (n\Omega + \omega - \Omega)^2 e^{i(-qx + \Omega t)} \right), \end{aligned} \quad (4.66)$$

drugi odvod polja po času pa

$$\frac{\partial E^2}{\partial t^2} = -\sum_n (n\Omega + \omega)^2 A_n(z) e^{in(qx - \Omega t)} e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)}. \quad (4.67)$$

Vstavimo izraze (4.65), (4.66) in (4.67) v valovno enačbo (4.63) in izenačimo člene z isto časovno in prostorsko frekvenco, na primer s $k_z z + (k_x + mq)x - (\omega + m\Omega)t$. Sledi

$$-(k_z^2 + (k_x + mq)^2)A_m + 2ik_z A'_m + \frac{\tilde{\epsilon}}{c^2}(m\Omega + \omega)^2 A_m = \quad (4.68)$$

$$= \frac{\mu_0 \epsilon_0 \tilde{\epsilon}^2 p S_0}{2i} (\omega + m\Omega)^2 (A_{m-1} - A_{m+1}). \quad (4.69)$$

Upoštevamo, da je

$$k_x^2 + k_z^2 = k^2 = \frac{\tilde{\epsilon} \omega^2}{c^2} \quad (4.70)$$

in naredimo približek $(\omega + m\Omega)^2 \approx \omega^2$. Sledi

$$A'_m + i\beta_m A_m + \xi (A_{m+1} - A_{m-1}) = 0, \quad (4.71)$$

kjer sta

$$\beta_m = \frac{mq}{k_z} (k_x + \frac{1}{2}mq) \quad \text{in} \quad \xi = -\frac{\tilde{\epsilon} p S_0 k^2}{4k_z}. \quad (4.72)$$

Reševanje sistema enačb (4.71) je težavno, zato poiščimo rešitve le v treh pomembnih limitnih primerih. Amplituda vala, ki vpada z leve, naj bo $A_0(0) = A_0$, za ostale pa naj velja $A_n(0) = 0$.

Braggov uklon ob šibki pretvorbi

Najprej privzemimo, da je $\xi d \ll 1$, da je torej velikost $\delta\epsilon$ majhna in debelina zvočnega snopa ne prevelika. Tedaj pri vseh z in za pozitivne m velja $A_{m+1} \ll A_m$ in lahko člen A_{m+1} v enačbi (4.71) izpustimo. S tem zapišemo preprost sistem enačb

$$A'_m + i\beta_m A_m = \xi A_{m-1}, \quad (4.73)$$

ki jih lahko zapored integriramo

$$A_m(z) = \xi e^{-i\beta_m z} \int_0^z A_{m-1}(z') e^{i\beta_m z'} dz'. \quad (4.74)$$

Podobne izraze izpeljemo za negativne m .

Poglejmo posebej prvi uklonjeni val z amplitudo A_1 . Po predpostavki, da je $A_{\pm 1} \ll A_0$, se le malo energije uklanja iz osnovnega vala in lahko privzamemo, da je $A_0(z)$ skoraj konstanta. Potem lahko integral v enačbi (4.74) izračunamo

$$A_1(d) = A_0 \xi d \frac{\sin \beta_1 d / 2}{\beta_1 d / 2} e^{-i\beta_1 d / 2}, \quad (4.75)$$

pri čemer je d debelina plasti zvočnega valovanja. Funkcija $A_1(d)$ ima vrh pri $\beta_1 = 0$, to je po enačbi (4.72) pri

$$k_x + \frac{q}{2} = k \sin \vartheta + \frac{q}{2} = 0 \quad \text{ali} \quad 2\Lambda \sin \vartheta = -\lambda. \quad (4.76)$$

Vidimo, da predstavlja $\beta_1 = 0$ ravno pogoj za Braggovo sisanje vpadnega vala.

Delež moči uklonjenega vala je

$$\frac{I_1}{I_0} = \left| \frac{A_1}{A_0} \right|^2 = (\xi d)^2 \left(\frac{\sin \beta_1 d / 2}{\beta_1 d / 2} \right)^2. \quad (4.77)$$

Če je Braggov pogoj izpolnjen, je $I_1/I_0 = (\xi d)^2$ in naraščanje parabolično. To seveda lahko velja le, dokler je $\xi d \ll 1$. Kadar intenziteta uklonjenega žarka tako naraste, da ta pogoj ni več izpolnjen, je treba v računu upoštevati tudi zmanjšanje moči vpadnega snopa.

Braggov uklon ob znatni pretvorbi

Drug primer naj bo približek, da sta le A_0 in A_1 različna od nič, opustimo pa omejitev $\xi d \ll 1$. Ta približek je smiseln, saj je Braggov pogoj hkrati lahko izpolnjen le za en uklonjen val, na primer $m = 1$. Tedaj so vse ostale amplitude $A_{m,m \neq 0,1}$ majhne in ne vplivajo na A_1 . Zaradi velike pretvorbe $A_0(z)$ ne smemo več obravnavati kot konstante. Upoštevamo izpolnjen Braggov pogoj (enačba 4.76) in iz sistema enačb (4.71) sledi

$$\begin{aligned} A'_0 + \xi A_1 &= 0 \\ A'_1 - \xi A_0 &= 0. \end{aligned} \quad (4.78)$$

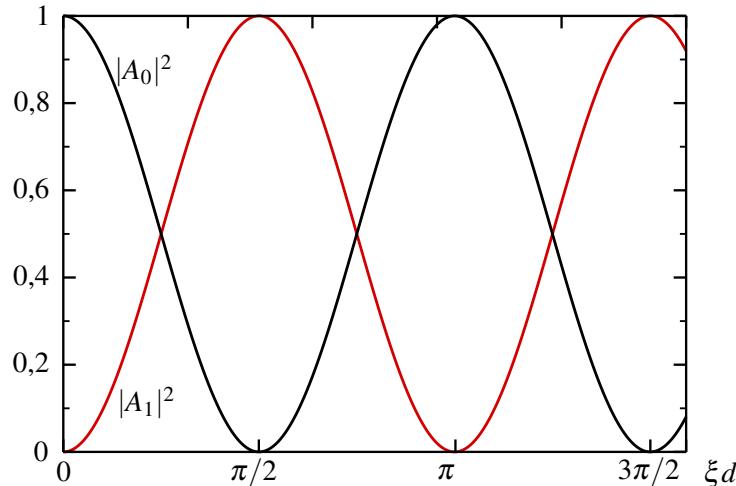
Ob začetnih pogojih $A_0(0) = A_0$ in $A_1(0) = 0$ sta rešitvi gornjih enačb

$$A_0(d) = A_0 \cos(\xi d) \quad (4.79)$$

in

$$A_1(d) = A_0 \sin(\xi d). \quad (4.80)$$

Če je izpolnjen Braggov pogoj, se moč vpadnega vala na razdalji $\pi/(2\xi)$ skoraj vsa pretoči v uklonjeni snop, nato pa zopet nazaj (slika 4.11). Za čim bolj učinkovito delovanje akusto-optičnega modulatorja seveda želimo doseči ravno take pogoje.



Slika 4.11: Intenziteta prepuščenega (črna) in uklonjenega (rdeča) valovanja na zvočnem valovanju v odvisnosti od debeline plasti zvočnega valovanja

V gornja izraza vstavimo še parameter ξ , ki je podan z enačbo (4.72). Razmerje med močjo uklonjenega in vpadnega snopa je tako

$$\frac{I_1}{I_0} = \sin^2 \left(\frac{\pi n_0^3 p S_0 d}{2\lambda \cos \vartheta} \right). \quad (4.81)$$

Poščimo še amplitudo deformacije S_0 . Za longitudinalne (zvočne) valove v snovi oblike $u = u_0 \cos(qz - \Omega t)$ je deformacija

$$S_{zz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right) = \frac{\partial u}{\partial z} = -u_0 q \sin(qz - \Omega t). \quad (4.82)$$

Povprečna gostota energijskega toka je

$$j_z = \frac{1}{T} \int_0^T v_z \left(\frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} \rho v_z^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right) dt = \frac{1}{2} \rho v_z^3 S_0^2, \quad (4.83)$$

kjer je v_z hitrost zvoka v snovi in ρ gostota snovi. Sledi

$$S_0 = \sqrt{\frac{2 j_z}{\rho v_z^3}}. \quad (4.84)$$

Praktično je vpeljati merilo uporabnosti neke snovi za akusto-optični modulator. To je koeficient

$$M = \frac{n_0^6 p^2}{\rho v_z^3}. \quad (4.85)$$

Večja kot je vrednost koeficiente M , bolj izrazit je akusto-optični pojav v dani snovi.

Poglejmo primer. V kremenu z gostoto $\rho = 2,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ je hitrost zvoka $v_z = 6000 \text{ m/s}$, $\tilde{n} = 1,46$ in $p = 0,2$. To da $M = 8 \cdot 10^{-16} \text{ W/m}^2$. Pri gostoti zvočnega toka 10 W/cm^2 in valovni dolžini svetlobe 633 nm pride do popolnega prenosa moči v uklonjeni snop pri debelini $d = 3 \text{ cm}$. Gornja gostota zvočnega toka je kar velika in je ni prav lahko doseči, zato so uklonski izkoristki navadno nekaj manjši od 1.

Izračunajmo še kot odklona uklonjenega vala $\theta = 2\vartheta$

$$\theta \approx \frac{q}{k} = \frac{\lambda}{\tilde{n}\Lambda} = 1,7 \cdot 10^{-3}. \quad (4.86)$$

Uklonski kot je torej precej majhen.

 Opisani račun izkoristka uklona na zvočnih valovih je uporaben tudi pri računu izkoristka holograma. V primeru faznega holograma je račun povsem enak in jasno kaže razliko med tankim in debelim hologramom. Kako pa je z izkoristkom amplitudnega holograma, kjer je modulirana absorpcija v snovi, lahko bralec izračuna sam ali najde v literaturi.⁷

Raman-Nathov uklon

Oglejmo si še tretji primer. Izhajamo iz sistema enačb (4.71), ki smo ga zaenkrat rešili za primer Braggovega uklona oziroma v njegovi bližini. Enačbe je preprosto rešiti še v primeru tanke mrežice oziroma t. i. Raman-Nathovega približka. Vpeljimo novo neodvisno spremenljivko $\zeta = 2\xi z$. Zveza (4.71) preide v

$$2 \frac{dA_m(\zeta)}{d\zeta} + A_{m+1}(\zeta) - A_{m-1}(\zeta) = \frac{\beta_m}{i\xi} A_m. \quad (4.87)$$

Člen na desni lahko izpustimo, če je

$$\frac{\beta_m}{\xi} = \left| \frac{4mq}{\tilde{\epsilon} p S_0 k} \left(\sin \vartheta + \frac{mq}{2k} \right) \right| \ll 1, \quad (4.88)$$

oziora če je valovna dolžina zvoka dovolj velika v primerjavi z valovno dolžino svetlobe. Potem v enačbi (4.87) prepoznamo rekurzjsko zvezo za Besslove funkcije

$$2J'_n + J_{n+1} - J_{n-1} = 0 \quad (4.89)$$

z rešitvijo $A_m(z) = A_0 J_m(2\xi z)$. Kadar je $2\xi d$ ničla funkcije J_0 , prvič je to pri $2\xi d \approx 2,4$, se vsa energija ukloni iz vpadnega snopa, vendar se v tem primeru razporedi v mnogo uklonjenih snopov.

⁷H. Kogelnik, Bell Syst. Tech. J. 48, 2909 (1969).

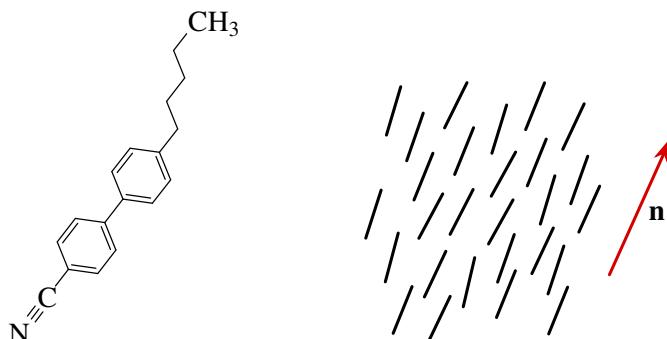
4.9 Modulacija s tekočimi kristali

Nematični tekoči kristali

Za konec opišimo še modulacijo svetlobe s tekočimi kristali. Tekoči kristali so anizotropne kapljevine. To pomeni, da so tekoči kot kapljevine, imajo pa določene anizotropne lastnosti kot trdni kristali. Tekoče kristale tvorijo podolgovate ali ploščate molekule, ki odražajo različne stopnje urejenosti.

Omejimo se na najosnovnejši primer, to so podolgovate organske molekule v nematični fazi tekočega kristala. Navadno so to molekule z razmeroma togim jedrom iz dveh ali treh benzenovih obročev, ki imajo na koncih krajše ali daljše alifatske verige (slika 4.12). Značilnost nematične faze je, da so v njej težišča molekul neurejena, enako kot v navadni tekočini, osi molekul pa so v povprečju urejene v določeno smer. Pravimo, da imajo molekule v nematiku orientacijsko ureditev dolgega dosega. Če nematic segrejemo, preide v izotropno tekočo fazo, če pa ga ohladimo, neposredno ali prek drugih tekočekristalnih faz preide v trdno kristalno obliko.

Smer povprečne urejenosti podolgovatih molekul opišemo z enotskim vektorjem \mathbf{n} , ki ga imenujemo direktor. Smeri \mathbf{n} in $-\mathbf{n}$ sta enakovredni, saj molekule z enako verjetnostjo kažejo v smer $+\mathbf{n}$ kot v $-\mathbf{n}$. Stopnja urejenosti v mikroskopski sliki ni prav velika, povprečen odklon molekul od \mathbf{n} je nekaj deset stopinj, odvisno seveda od temperature.

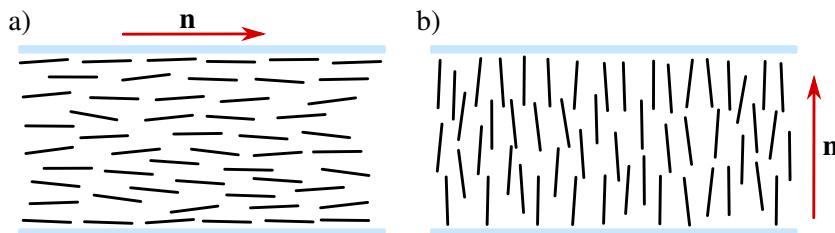


Slika 4.12: Molekula enega najbolj razširjenih tekočih kristalov, 4-ciano-4'pentil-bifenila ali 5CB (levo) in shematski prikaz nematične faze z označenim direktorjem (desno)

Molekule so v nematični fazi v povprečju orientacijsko urejene, zato se nematic obnaša kot enoosen dvolomni kristal. Njegova optična os je vzporedna z \mathbf{n} , lastni vrednosti dielektričnega tenzorja pa sta ϵ_{\perp} in ϵ_{\parallel} , ki ustrezata rednemu (n_o) in izrednemu (n_e) lomnemu količniku. Ker je optična polarizabilnost benzenovih obročev vzdolž osi molekul precej večja kot v prečni smeri, je razlika med rednim in izrednim lomnim količnikom v nematiku razmeroma velika, navadno med 0,1 in 0,2, seveda spet odvisno od temperature.

V povprečju so molekule urejene v smeri direktorja. Če se smer direktorja lokalno spremeni, je energija takega deformiranega stanja nekoliko večja od energije homogenega urejenega stanja. Tekoči kristal na drugače orientiran delček snovi zato deluje z navorom v smeri zmanjševanja nehomogenosti \mathbf{n} . To lastnost, ki je značilna za tekoče kristale, imenujemo orientacijska elastičnost. Vendar so v makroskopskem vzorcu nematičnega tekočega kristala elastični navori prešibki, da bi uredili celoten vzorec, zato se na splošno smer direktorja \mathbf{n} po vzorcu neurejeno spreminja. V optičnih napravah pa potrebujemo urejene vzorce, zato moramo ureditev vzorca vsiliti. To naredimo z zunanjim električnim ali magnetnim poljem, ali pa vzorce pripravimo dovolj tanke, da ureditev vsilijo mejne površine.

Poglejmo, kako nastane urejen vzorec v tankih plasteh. Če površino, ki je v stiku s tekočim kristalom, ustrežno pripravimo (prevlečemo s posebnimi plastmi ali mehansko obdelamo), se molekule tekočega kristala tik ob površini uredijo v dani smeri. Tako na primer podrgnjena tanka plast najlona uredi \mathbf{n} ob površini v smeri drgnjenja vzporedno s površino (slika 4.13 a). Po drugi strani pa tanka plast lecitina ali surfaktanta silana uredi direktor pravokotno na površino (slika 4.13 b). Ti dve snovi imata namreč polarno glavo, ki se adsorbira na stekleno površino, in alifatsko verigo, ki stoji približno pravokotno na površino. Zato se tudi alifatski repi molekul tekočega kristala uredijo pravokotno na steklo. V obeh primerih, vzporedni (planarni) ali pravokotni (homeotropni) ureditvi ob steni, se urejenost zaradi orientacijske elastičnosti ohranja tudi stran od stene, tako da lahko brez težav naredimo urejene vzorce debeline do kakih 200 µm. Pri večjih debelinah so elastični navori prešibki in v vzorcu nastanejo defekti.



Slika 4.13: Ureditev tekočega kristala navadno vsilimo z urejevalno površino. Dva primera sta planarna ureditev (a), kjer je direktor vzporeden z urejevalno površino, in homeotropna ureditev (b), kjer je direktor pravokoten na mejno ploskev.

Na ureditev molekul tekočega kristala vpliva zunanje električno ali magnetno polje. Zaradi urejenosti molekul električna (ali magnetna) susceptibilnost nematičnega tekočega kristala ni skalar, temveč ima dve različni lastni vrednosti, eno za smer vzporedno z \mathbf{n} , drugo za pravokotno nanj. Zato je elektrostatična energija odvisna od kota med zunanjim poljem \mathbf{E} in direktorjem \mathbf{n} . Gostoto električne energije zapišemo kot

$$w_{el} = -\frac{1}{2}\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}. \quad (4.90)$$

Električno polje lahko razstavimo na del, ki je vzporeden z \mathbf{n} , in del, ki je pravokoten nanj

$$\mathbf{E} = (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + (\mathbf{E} - (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}). \quad (4.91)$$

Potem je

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_{\perp} \mathbf{E} + \epsilon_0 \epsilon_a (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}, \quad (4.92)$$

pri čemer je $\epsilon_a = \epsilon_{||} - \epsilon_{\perp}$ anizotropni del dielektrične konstante. Anizotropni del gostote energije je tako do konstante

$$w_a = -\frac{1}{2}\epsilon_0 \epsilon_a (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n})^2, \quad (4.93)$$

Če je $\epsilon_a > 0$, se molekule tekočega kristala uredijo v smeri zunanjega polja, v nasprotnem primeru pa pravokotno nanj.

Urejenost tekočekristalnega vzorca je tako odvisna od orientacijske elastičnosti, robnih pogojev, ki jih določimo z obdelavo mejne površine, in od jakosti ter smeri zunanjega električnega ali magnetnega polja.

Tekočekristalni prikazovalnik

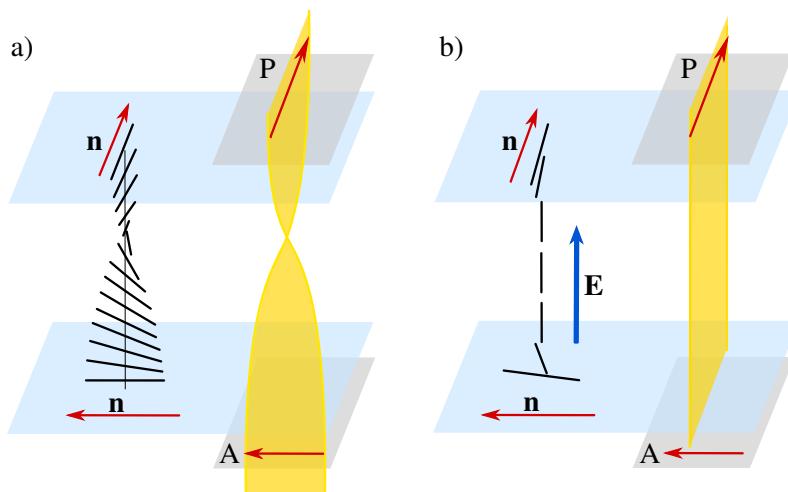
Vzemimo tanko plast tekočega kristala med dvema površinama, ki vsiljujeta vzporedno planarno ureditev. Vzorec je urejen in homogen, optična os leži v ravnini plasti. Če dodamo na površini še prozorni elektrodi, lahko z zunanjim napetostjo spremojemo orientacijo molekul v plasti in tako tudi smer optične osi. Dovolj velika napetost zasuče \mathbf{n} in optična os se postavi pravokotno na stene, razen tik ob površini. Tipično so take napetosti okoli nekaj volтов.

Ta pojav lahko izkoristimo za izdelavo preprostega optičnega preklopnika. Naj debelina plasti d ustreza debelini ploščice $\lambda/2$ za izbrano valovno dolžino svetlobe

$$d(n_e - n_o) = (2N + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad (4.94)$$

kjer je N celo število, n_e izredni in n_o redni lomni količnik. Ker je v nematikih $n_e - n_o \sim 0,1$, je ustrezna debelina d nekaj μm . Tak vzorec damo med dva prekrizana polarizatorja s prepustno smerjo pod kotom 45° glede na \mathbf{n} oziroma optično os. Vzorec, ki deluje kot ploščica $\lambda/2$, polarizacijo svetlobe z izbrano valovno dolžino zasuče za 90° in svetloba prehaja skozi analizator. Ko priključimo napetost, se optična os obrne v smeri polja. Polarizacija vpadne svetlobe se pri prehodu skozi plast ohrani in analizator je ne prepusti. Z električnim poljem smo torej preklopili iz stanja, ki prepusta svetljivo, v stanje, ki svetljivo ne prepusta. Vendar ima tak preklopnik nekaj slabosti. Prepustnost je odvisna od valovne dolžine svetlobe in od temperature, poleg tega mora biti debelina plasti povsem enaka. Zato se v praksi uporablja zasukan nematic.

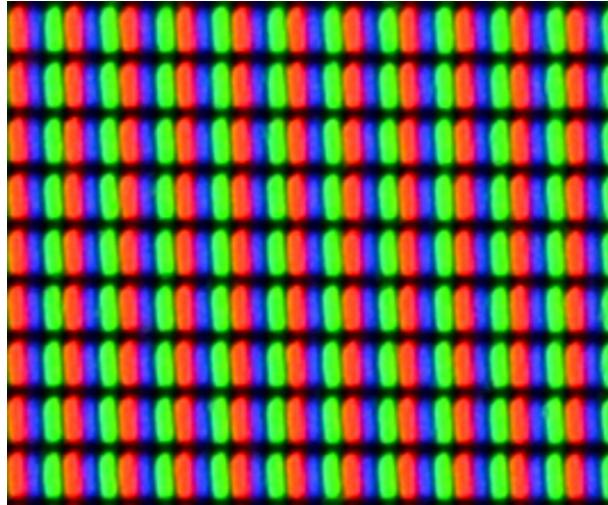
Zasukan nematic nastane tako, da površini, ki vsiljujeta planarno ureditev, zasučemo za kot 90° eno glede na drugo (slika 4.14 a), zato se \mathbf{n} v plasti zvezno zavrti. Pokazali bomo, da polarizacija svetlobe, ki je ob vstopu v plast polarizirana v smeri urejanja, pri prehodu skozi plast približno sledi \mathbf{n} in je ob izstopu iz plasti pravokotna na vpadno polarizacijo. Ko priključimo električno polje, se direktor obrne v smer pravokotno na plast tekočega kristala (slika 4.14 b). V tem primeru se polarizacija ne zasuče in analizator svetlobe ne prepusti. Plast med prekrizanimi polarizatorji brez polja torej prepusta svetljivo, s poljem pa ne. Pri tem delovanje prikazovalnika ni dosti odvisno niti od debeline plasti niti od valovne dolžine svetlobe.



Slika 4.14: a) Zasukana nematicna celica. Polarizacija (P) približno sledi smeri zasukanega direktorja in analizator (A) prepusti svetljivo. b) Ko priključimo električno polje (\mathbf{E}), se tekočekristalne molekule zasučejo v smer polja. Polarizacija svetlobe (P) se ohranja in analizator (A) svetljivo ne prepusta.



Tekočekristalni zasloni, ki jih uporabljam v praksi, so precej bolj zapleteni. Najpreprostejši so črno-beli prikazovalniki, ki delujejo z odbito svetlogo (npr. v žepnih računalih), zato imajo za analizatorjem odbojno površino. Večina sodobnih prikazovalnikov (npr. računalniški ali telefonski zasloni) pa za osvetlitev uporablja LED ali fluorescenčna svetila. Barve dosežemo z barvnimi filterji (rdečim, modrim in zelenim) na vsakem pikslu posebej, natančno krmiljenje pikslov pa s tankoplastnimi tranzistorji (*Thin film transistors, TFT*). Veliko sodobnejših zaslonov ima tekoče kristale urejene planarno, tekočekristalne zaslone pa lahko z dodatnimi plastmi naredimo tudi občutljive na dotik.



Slika 4.15: Vsak piksel tekočekristalnega zaslona je sestavljen iz treh barv.

4.10 *Račun prehoda svetlobe skozi zasukan nematik

Pokazati moramo še, da polarizacija svetlobe pri prehodu skozi zasukan nematik približno sledi zasuku optične osi. Vzemimo vzorec, kakršen je na sliki (4.14 a) in ga obravnavajmo kot lokalno optično enoosno snov. Pri $z = 0$ naj bo optična os v smeri x , ko se premikamo vzdolž osi z , pa naj se optična os suče v ravnini xy . Kot med optično osjo in osjo x tako zapišemo

$$\varphi = qz. \quad (4.95)$$

Poleg zasukane nematične celice je pomemben primer snovi s takimi lastnostmi holesterični tekoči kristal, ki je zelo podoben nematičnemu, le da so molekule kiralne in se \mathbf{n} spontano suče okoli smeri, pravokotne na \mathbf{n} . Zanimajmo se le za širjenje svetlobe v smeri z . Tedaj potrebujemo le del dielektričnega tenzorja v xy ravnini.

Naloga 4.10.1 Pokaži, da se dielektrični tenzor v zasukani nematični plasti zapiše kot

$$\boldsymbol{\varepsilon}(z) = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon} + \frac{1}{2}\varepsilon_a \cos(2qz) & \frac{1}{2}\varepsilon_a \sin(2qz) \\ \frac{1}{2}\varepsilon_a \sin(2qz) & \bar{\varepsilon} - \frac{1}{2}\varepsilon_a \cos(2qz) \end{bmatrix}, \quad (4.96)$$

kjer je z razdalja od plasti, v kateri je direktor obrnjen v smeri x , povprečna vrednost $\bar{\varepsilon}$ pa

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\parallel} + \varepsilon_{\perp}}{2}. \quad (4.97)$$

Iz Maxwellovih enačb (enačbe 1.1–1.4) hitro uvidimo, da je valovna enačba za valovanje s frekvenco ω oblike

$$\frac{d^2\mathbf{E}}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \boldsymbol{\epsilon}(z) \mathbf{E} = 0 \quad (4.98)$$

ali po komponentah, upoštevajoč tenzor dielektričnosti (enačba 4.96)

$$\frac{d^2E_x}{dz^2} + (\beta^2 + \alpha^2 \cos(2qz)) E_x + \alpha^2 E_y \sin(2qz) = 0 \quad (4.99)$$

in

$$\frac{d^2E_y}{dz^2} + \alpha^2 E_x \sin(2qz) + (\beta^2 - \alpha^2 \cos(2qz)) E_y = 0, \quad (4.100)$$

kjer je $\alpha^2 = \epsilon_a \omega^2 / (2c^2)$ in $\beta^2 = \bar{\epsilon} \omega^2 / c^2$. Dobili smo torej sistem dveh sklopljenih diferencialnih enačb.

Za reševanje je ugodno vpeljati krožni polarizaciji $E_+ = E_x + iE_y$ in $E_- = E_x - iE_y$. Enačbi (4.99) in (4.100) prepisemo v

$$-\frac{d^2E_+}{dz^2} = \beta^2 E_+ + \alpha^2 E_- e^{2iqz} \quad (4.101)$$

in

$$-\frac{d^2E_-}{dz^2} = \alpha^2 E_+ e^{-2iqz} + \beta^2 E_-. \quad (4.102)$$

Lastne rešitve poiščemo v obliki

$$E_+ = A e^{i(k+q)z} \quad (4.103)$$

in

$$E_- = B e^{i(k-q)z}. \quad (4.104)$$

Nastavek reši sistem enačb (4.101) in (4.102), natanko takrat, kadar A in B rešita sistem homogenih linearnih enačb

$$((k+q)^2 - \beta^2) A - \alpha^2 B = 0 \quad (4.105)$$

in

$$-\alpha^2 A + ((k-q)^2 - \beta^2) B = 0. \quad (4.106)$$

Sistem je netrivialno rešljiv, če je determinant koeficientov enaka nič

$$(k^2 + q^2 - \beta^2)^2 - 4k^2 q^2 - \alpha^4 = 0. \quad (4.107)$$

Spomnimo se, da sta β in α sorazmerna z ω , zato dobljena enačba predstavlja disperzijsko relacijo – zvezo med ω in k – za svetlobo v zavitem sredstvu

$$\left(k^2 + q^2 - \frac{\bar{\epsilon} \omega^2}{c^2} \right)^2 - 4k^2 q^2 - \frac{\epsilon_a^2 \omega^4}{4c^4} = 0. \quad (4.108)$$

Na splošno je iskanje rešitev gornje enačbe zapleten problem, vendar za razlago delovanja zasukane nematične celice zadošča približek $q \ll \beta$ in α , ko je torej perioda sukanja optične osi velika v primerjavi z valovno dolžino svetlobe. Tedaj lahko q v disperzijski zvezi (enačba 4.107) zanemarimo in velja

$$k^2 = \begin{cases} \beta^2 + \alpha^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\parallel} \\ \beta^2 - \alpha^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\perp} \end{cases} \quad (4.109)$$

Ti vrednosti ustrezata velikosti valovnega vektorja za izredni in redni val v navadnem enoosnem kristalu. Vstavimo ju v enačbi (4.103) ali (4.104) in za polarizacijo lastnih valov velja $B = \pm A$.

Izračunajmo še obe kartezični komponenti električnega polja za prvo rešitev

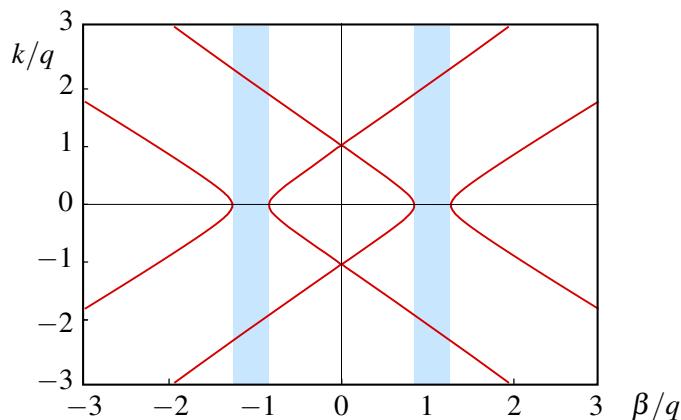
$$E_x = \frac{1}{2}(E_+ + E_-) = \frac{1}{2}Ae^{ikz}(e^{iqz} + e^{-iqz}) = Ae^{ikz} \cos qz \quad (4.110)$$

$$E_y = \frac{1}{2i}(E_+ - E_-) = \frac{1}{2i}Ae^{ikz}(e^{iqz} - e^{-iqz}) = Ae^{ikz} \sin qz. \quad (4.111)$$

Polarizacija torej res sledi optični osi. Druga rešitev da val, ki je polariziran pravokotno na lokalno optično os in se prav tako suče z njo. Pri tem se prvi val širi s fazno hitrostjo c/n_e , torej kot izredni val, drugi pa s c/n_o , to je kot redni val. Če na zasukano nematično celico vpada svetloba, ki je polarizirana ali vzporedno z optično osjo ob meji ali pravokotno nanjo, se pojavi na izhodni strani polarizacija, zasukana za enak kot, kot je zasukana optična os. V primeru, da vpadna polarizacija ne sovpada z eno od lastnih osi, jo razstavimo na obe lastni in po prehodu skozi tekoči kristal zopet sestavimo, s čemer seveda na splošno nastane eliptična polarizacija.



Disperzijsko zvezo (enačba 4.107 oziroma 4.108) lahko rešimo numerično (slika 4.16). Pri izbrani vrednosti α obstajajo pri vseh frekvencah, razen v ozkem območju – rečemo mu frekvenčna reža – štiri realne rešitve za k , po dve za valovanji v pozitivni in v negativni smeri. V območju reže je en par rešitev imaginaren. Vsaki vrednosti k pripada neko razmerje amplitud A in B , ki ga izračunamo iz enačb (4.103) in (4.104) in ki določa polarizacijo lastnega vala. Polarizacije lastnih valov so na splošno eliptične in pri dani frekvenci med seboj niso pravokotne, saj zapisani sistem enačb ne predstavlja čisto navadnega problema lastnih vektorjev simetrične matrike. V območju frekvenčne reže le en par rešitev predstavlja potujoč val, drug pa polje, ki eksponentno pojema v sredstvo. Zato se svetloba s frekvenco v reži in z ustrezno polarizacijo, ki vpada na holesterični tekoči kristal, totalno odbije. Pojav je povsem analogen Braggovemu odboju na kristalih in daje holesterikom značilen obarvan videz.



Slika 4.16: Rešitve disperzijske zveze (enačba 4.107) v zasukanem nematiku ali holesteriku pri danem α . Razen v frekvenčni reži (modra pasova) obstajajo štiri rešitve za vsako frekvenco.

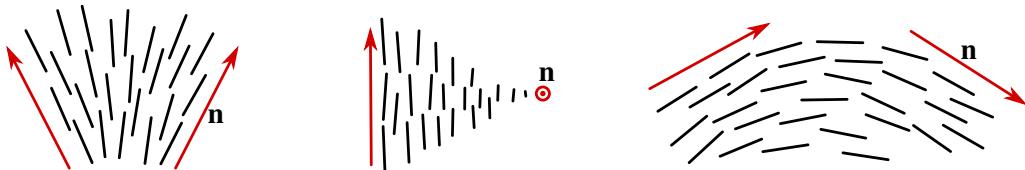
4.11 Račun preklopa v tekočem kristalu – Frederiksov prehod

Omenili smo, da lahko z dovolj velikim zunanjim poljem molekule tekočega kristala, razen tik ob površini, obrnemo v smeri polja. Izračunajmo jakost polja, ki je potrebna za ta zasuk.

Energija nematičnega tekočega kristala je najnižja, kadar je direktor \mathbf{n} povsod obrnjen v isto smer. Povečanje energije zaradi krajevne odvisnosti \mathbf{n} zapišemo z orientacijsko elastično energijo oziroma Frankovo prosto energijo⁸

$$F_e = \frac{1}{2} \int \left\{ K_1(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_2(\mathbf{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{n}))^2 + K_3(\mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{n}))^2 \right\} dV. \quad (4.112)$$

Pri tem so K_1 , K_2 in K_3 tri Frankove elastične konstante, ki so odvisne od snovi in tudi od temperature. Prvi člen predstavlja povečanje energije zaradi deformacije v obliki pahljače, drugi zaradi zasuka, tretji pa zaradi upogiba (slika 4.17).



Slika 4.17: Trije načini deformacije ureditve tekočega kristala so pahljačasta deformacija, zasuk in upogib.

V zunanjem električnem polju se energija tekočega kristala dodatno spremeni. Navadno je neodvisna električna količina električna poljska jakost, saj je polje posledica zunane napetosti na elektrodah. Ustrezni člen v prosti energiji je tedaj (enačbi 4.90 in 4.92)

$$F_{el} = - \int \frac{1}{2} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} dV = - \frac{1}{2} \int (\epsilon_0 \epsilon_{\perp} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} + \epsilon_0 \epsilon_a (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n})^2) dV = F_0 + F_{el,a}. \quad (4.113)$$

Prvi člen je neodvisen od \mathbf{n} , zato ni pomemben pri izračunu preklopa. Prosta energija nematičnega tekočega kristala v električnem polju je tako

$$F = F_0 + F_e - \int \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_a (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n})^2 dV = F_0 + F_e + F_{el,a}, \quad (4.114)$$

kjer F_0 predstavlja del proste energije, ki je neodvisen od \mathbf{n} . Tekoči kristal je v ravnovesju, ko je prosta energija najmanjša. Kadar je $\epsilon_a > 0$, se zato skuša \mathbf{n} postaviti vzporedno s poljem, popoln zasuk pa onemogoča mejna urejevalna plast. Da lahko z minimizacijo F izrazimo $\mathbf{n}(\mathbf{r})$, moramo torej poznati še robne pogoje.

Poglejmo primer. Naj bo nematični tekoči kristal med dvema vzporednima steklenima ploščama, med katerima je razmik d . Na obeh ploščah naj bo \mathbf{n} vzporen s površino in obrnjen v isto smer, tako da je brez zunanjega polja \mathbf{n} povsod enako usmerjen. Naj bo to smer x . Na stekleni plošči dodamo elektrodi, ki ustvarjata polje pravokotno na prvotno smer direktorja, naj bo to smer z . Ko priključimo polje, je energijsko ugodnejše, da se molekule vsaj delno zasučejo v smer polja. Ta zasuk opišemo s komponento vektorja \mathbf{n} v smeri z

$$\mathbf{n}(z) = (n_x(z), 0, n_z(z)). \quad (4.115)$$

⁸Angleški fizik Sir Frederick Charles Frank, 1911–1998.

Robni pogoj, kateremu mora direktor zadostiti, je $n_z(0) = n_z(d) = 0$. Približno rešitev zato iščemo z nastavkom

$$n_z(z) = a \sin(qz), \quad q = \frac{\pi}{d}, \quad (4.116)$$

ki ni nič drugega kot prvi člen razvoja prave rešitve v Fourierovo vrsto. Ker je direktor enotski vektor, velja

$$n_x = \sqrt{1 - a^2 \sin^2(qz)} \approx 1 - \frac{a^2}{2} \sin^2(qz). \quad (4.117)$$

Vzdolž smeri x in y se direktor ne spreminja, zato velja

$$\nabla \times \mathbf{n} = (0, \frac{dn_x}{dz}, 0) \quad (4.118)$$

in

$$\mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{n}) = (-n_z \frac{dn_x}{dz}, 0, n_x \frac{dn_x}{dz}). \quad (4.119)$$

Površinska gostota proste energije je tako

$$\begin{aligned} F_S &= \frac{1}{2} \int \left(K_1 \left(\frac{dn_z}{dz} \right)^2 + K_3 (n_x^2 + n_z^2) \left(\frac{dn_x}{dz} \right)^2 - \epsilon_0 \epsilon_a (n_z E)^2 \right) dz = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^d (K_1 q^2 a^2 \cos^2(qz) + K_3 q^2 a^4 \sin^2(qz) \cos^2(qz) - \epsilon_0 \epsilon_a E^2 a^2 \sin^2(qz)) z = \\ &= \frac{d}{4q} a^2 \left(K_1 q^2 + \frac{1}{4} K_3 q^2 a^2 - \epsilon_0 \epsilon_a E^2 \right). \end{aligned} \quad (4.120)$$

V našem primeru smo integral lahko izračunali, saj smo uporabili nastavek (enačba 4.116). Sicer bi morali uporabiti Euler-Lagrangeovo metodo za minimizacijo proste energije, ki jo poznamo iz variacijskega računa.

Zdaj lahko poiščemo amplitudo deformacije a , pri kateri je prosta energija najmanjša. Tedaj mora biti a rešitev enačbe

$$2(K_1 q^2 - \epsilon_0 \epsilon_a E) a + K_3 q^2 a^3 = 0. \quad (4.121)$$

Rešitvi sta

$$a = 0 \quad (4.122)$$

in

$$a^2 = 2 \frac{\epsilon_0 \epsilon_a E^2 - K_1 q^2}{K_3 q^2}. \quad (4.123)$$

Pri majhnih poljih, ko je $\epsilon_0 \epsilon_a E^2 < K_1 q^2$, je fizikalno smiselna le prva rešitev, torej brez deformacije, pri velikih poljih pa je stabilna druga rešitev. Ko večamo polje, deformacija v sredini plasti hitro naraste, tako da se \mathbf{n} postavi skoraj popolnoma v smer zunanjega polja. Tedaj naša rešitev seveda ni dobra, saj smo pri računu privzeli, da je $n_z \ll 1$. Prehodu iz nedeformiranega stanja v deformirano stanje pravimo Frederiksov prehod⁹. Na njem temelji preklapljanje optičnih prikazovalnikov na nematične tekoče kristale.

⁹Ruski fizik Vsevolod Konstantinovič Frederiks, tudi Fréedericksz, 1885–1944.

Izračunajmo še kritično jakost električnega polja, pri kateri pride do prehoda v deformirano fazo. To se zgodi pri

$$\varepsilon_0 \varepsilon_a E_c^2 - K_1 q^2 = 0 \quad (4.124)$$

oziroma

$$E_c = \frac{\pi}{d} \sqrt{\frac{K_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_a}}. \quad (4.125)$$

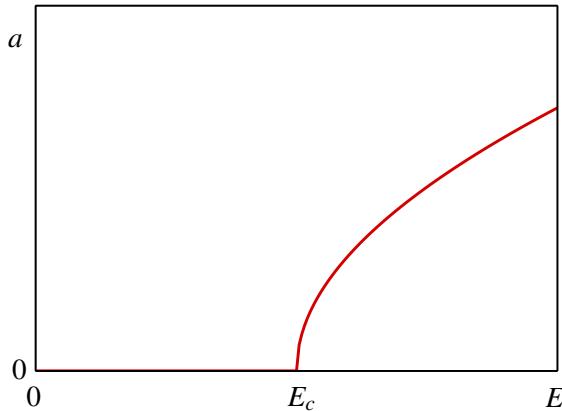
Poglejmo še, kako narašča amplituda deformacije v bližini prehoda. Iz enačbe (4.123) sledi

$$a = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_a}{K_3 q^2} (E^2 - E_c^2)}. \quad (4.126)$$

Pogosto naredimo približek enakih konstant, kjer privzamemo, da so vse Frankove elastične konstante enake vrednosti. V tem približku je

$$a \approx \sqrt{\frac{2(E^2 - E_c^2)}{E_c^2}} \quad (4.127)$$

in amplituda korensko narašča s naraščajočim poljem (slika 4.18). Tak prehod je fazni prehod drugega reda, saj količina, ki opisuje prehod (amplituda deformacije a) zvezno preide iz vrednosti $a = 0$ v končno vrednost.



Slika 4.18: Kvalitativno obnašanje amplitude deformacije a ob Frederiksovem prehodu

Naloga 4.11.1 Izračunaj Frederiksov prehod v zasukani nematični celici (kot zasuka med zgornjo in spodnjo mejno ploskvijo naj bo $\pi/2$) in pokaži, da je kritično polje za prehod enako

$$E_c = \frac{\pi}{d} \sqrt{\frac{K_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_a}} \sqrt{1 + \frac{K_3 - 2K_2}{4K_1}}. \quad (4.128)$$

Namig: uporabi nastavek $\varphi = z\pi/2d$ in $\vartheta = a \sin(\pi z/d)$.

Stvarno kazalo

- NEP*, 261
SNR
 see Razmerje signal proti šumu, 258
 π -napetost, 181, 182, 184
Čričkanje, 165
Črikanje, 237
Črpanje, 81, 94
Štirinivojski sistem, 81, 123, 125, 127
Šum, 256
 štetja, 256, 257
 seštevanje, 260
 sevanja ozadja, 256, 260
 temnega toka, 256, 260
 termični, 256, 259
Življenski čas nihanj, 62
- Absorpcija, 78, 225, 239
Absorpcija fotona, 75, 82
Absorpcijski koeficient, 78, 80, 86
Akusto-optični modulator, 190
Akusto-optični pojav, 186, 188, 191
Atenuacijski koeficient, 225
Avtokorelacijska funkcija, 28
- BaTiO₃, 24, 141, 142, 178
Bennettova vdolbina, 86
Besslov snop, 45
 divergenca, 45
Bining, *glej* Združevanje pikslov
Bolometer, 238, 240, 254
Boltzmannova porazdelitev, 73, 77, 259
Braggov odboj, 66, 189, 200
Braggov uklon, 188, 192, 193
Brewstrov kot, 16
Brewstrovo okno, 17
Brillouinovo sisanje, 173
 stimulirano, 173, 237
- CaCO₃, *glej* Kalcit
CS₂, 159–161, 175
- Detektor, 238
 CCD, 254
 CMOS, 254, 256
 kvantni, 238, 243
- občutljivost, 238, 244
odzivni čas, 238–240, 252
prag detekcije, 238
spektralni odziv, 238, 248
termični, 238, 239
- DFG, *glej* Generacija razlike frekvenc
Dielektričnost, 9, 21, 191, 195
 inverzna, 176, 186
Disperzija, 165, 166, 205, 217
 kompenzacija, 224
 materialna, 219
 podaljšanje sunka, 221
 polarizacijska, 218
 rodovna, 218, 236
 valovodna, 219
- Dobrota resonatorja, 63
Dopplerjeva razširitev, 29, 54, 84, 85, 121, 123, 125
- Dvolomnost, 23, 147, 182, 187
 dvoosne snovi, 21, 180, 182
 enoosne snovi, 21, 22, 147, 179, 180, 195, 198
- Dvonivojski sistem, 74, 77, 85, 88, 91
- Einsteinovi koeficienti, 76, 88, 90
Elasto-optični pojav, 186
Elasto-optični tenzor, 187
Električna polarizacija, 9, 140, 158, 174, 191
Električno polje
 gostota, 9, 21
 jakost, 9, 11, 140
- Elektro-optična modulacija
 amplitudna, 176, 183
 fazna, 176, 184
 frekvenčna, 176, 184
 linearna, 184
 longitudinalna, 179, 183, 184
 transverzalna, 181
- Elektro-optični deflektor, 186
Elektro-optični pojav, 176
 kvadratni, *glej* Kerrov pojav
 linearni, *glej* Pockelsov pojav
- Elektro-optični tenzor, 177
Elektromagnetno valovanje, 11, 71

- Energija polja, 73
 Energjski nivoji
 argon, 123
 CO₂, 125
 ekscimer, 126
 He-Ne, 121
 Nd:YAG, 127
 Ti:safir, 129
 Erbij, 131, 228
 Evanescenčno polje, 16, 229, 231
 Fabry-Perotov interferometer, 53, 55, 63, 69
 Faktor M^2 , 40
 Fotocelica, *glej* Fotodioda, vakuumski
 Fotodioda, 248, 258
 p-i-n, 248, 252, 253
 p-n, 248, 252
 fotovoltaik, 248, 250, 251
 heterostruktorna, 252
 kratko sklenjena, 248, 250, 251
 plazovna, 238, 243, 253, 254, 260
 polprevodniška, 238, 243, 261
 prevodna smer, 248, 249
 Schottkyjeva, 252, 254
 vakuumski, 238, 243
 zaporna smer, 248, 250, 252, 253
 Fotoefekt, 238, 243
 notranji, 243, 246, 248
 zunanji, 243
 Foton, 73
 Fotopomnoževalka, 243, 246, 260
 Fotoprevodnik, 243, 246, 254
 Fotupornik, *glej* Fotoprevodnik
 Fourierova optika, 38
 Fourierova spektroskopija, 32
 Frankova prosta energija, 201
 Fraunhoferjev uklon, 20, 34, 37, 44
 Frederiksov prehod, 201
 Fresnel-Kirchhoffov integral, 18
 Fresnelov uklon, 19, 34, 37, 38, 44
 Fresnelove enačbe, 15
 Fresnelovo število, 20, 55, 62
 GaAs, 157, 160, 178, 245
 GaP, 157
 GaSe, 157
 Gaussov snop, 39, 42, 56
 divergenca, 40
 dolžina grla, 40
 efektivni polmer, 213, 230
 faza, 41
 frekvenčno podvajanje, 150, 151
 grlo, 39
 intenziteta, 42
 krivinski radij, 41
 polmer, 39
 Gaussov sunek, 222
 Generacija razlike frekvenc, 142
 Generacija vsote frekvenc, 142
 Germanij, 246, 248, 260, 261
 Gibljivost, 247
 Gostota električnega toka, 247
 Gostota energije, 11, 13, 74, 196
 Gostota energijskega toka, 11–13, 29, 164, 194, 209
 Gostota stanj, 53, 72, 77
 Gouyeva faza, 42, 43, 60
 Hamiltonova funkcija, 73, 91
 Harmonski oscilator, 73, 89, 174, 216
 Helmholzova enačba, 11, 38, 45, 206, 210, 227
 Hermite-Gaussovi snopi, 43, 66
 Heterodinska detekcija, 262
 Hitrost valovanja, 10, 21
 fazna, 205
 grupna, 167, 205, 217, 222
 solitonov, 164
 Hologram, 194
 Homodinska detekcija, 263
 Huygenovo načelo, 19
 Infrardeče valovanje, 17, 32, 121, 124, 144, 153, 155, 225, 238, 242, 243, 245, 246, 248, 254, 260, 263
 InGaAs, 248
 Intenziteta, *glej* Gostota energijskega toka
 Interferenca, 25, 28, 32, 35
 Iterbij, 131
 Izgube v optičnih vlaknih, 225
 Rayleighovo sisanje, 225
 spoj dveh vlaken, 230
 ukriviljeno vlakno, 226
 Izgube v resonatorju, 62, 67, 93, 94
 notranje, 62
 Izhodna moč laserja, 95
 Izstopno delo, 243
 Johnson-Nyquistov šum, *glej* Šum, termični
 Johnsonov šum, *glej* Šum, termični
 Jonesov vektor, 13

- Jonesova matrika, 14
- Kalcit, 24
- Karakteristika diode, 250
- Karakteristika fotodiode, 251, 253
- KDP, 24, 141, 145, 149, 151, 178, 179, 181
- Kerrov pojav, 177
optični, 158, 171, 237
- Kerrov tenzor, 177
- KH_2PO_4 , *glej* KDP
- Kirchhoffov integral, 18, 64
- Kleinmanova domneva, 141
- Koeficient M , 194
- Koeficient ojačenja, 83, 96
- Koherenčna dolžina, 28
- Koherenčna ploskev, 32, 34
- Koherenčna razdalja, 26, 32
- Koherenčni čas, 25, 28, 30
- Koherenca, 25
časovna, 25, 27
prostorska, 26, 32
- Kompleksna ukrivljenost, 42
- Kompleksni krivinski radij, 42
- Kvantizacija polja, 71, 88
- Kvantna limita detekcije, 262
- Kvantni izkoristek, 244, 247
notranji, 244
zunanji, 244
- Laguerre-Gaussovi snopi, 44
- Lambova vdolbina, 87
- Laser, 93, 120
argonski, 81, 123, 126
 CO_2 , 124, 126
ekscimerni, 126
He-Ne, 48, 81, 84, 85, 121, 126
Nd:steklo, 128, 129
Nd:YAG, 81, 84, 85, 127, 128, 144
organska barvila, 130, 224
polprevodniški, 81
Ti:safir, 81, 128, 129, 224
vlakenski, 29, 66, 131
zgradba, 122, 123, 125, 128, 131
- Laserski sistemi, 120
- Lastne frekvence resonatorja, 53, 54, 60
- LED, 29
- LiNbO_3 , 24, 141, 155, 156, 175, 178, 181, 187
- LiTaO_3 , 241, 242
- Lomni količnik, 10, 21, 22, 147, 176, 180, 187, 188, 195, 204
- efektivni, 159
- izredni, 22
- nelinearni, 159
- redni, 22
- Lomni zakon, 15, 23
- Magnetizacija, 9
- Magnetna permeabilnost, 9
- Magnetno polje
gostota, 9, 11
jakost, 9
- Makerjeve oscilacije, 146
- Marcusejeva formula, 213, 231
- Matrike ABCD, 49, 51, 59
- Maxwellova porazdelitev, 85
- Maxwellove enačbe, 9
robni pogoji, 10
- Metoda sklopljenih valov, 191
- Metoda vzdolžnega premika, 162
- Michelsonov interferometer, 27
- Multipleksiranje, 226
- Nasičena absorpcija, 79
nehomogeno razširjene črte, 85
- Navzkrižna fazna modulacija, 237
- Navzkrižna korelacijska funkcija, 33
- Nedejavni žarek, 154
- Nelinearna optika, 140
drugega reda, 142, 236
tretjega reda, 158, 237
v vlaknih, 236
- Neodim, 131
- Neujemanje faz, 155
- Ničelna energija, 73
- Normirana frekvenca, 209
- Notranje ojačenje, 253, 260
- Numerična odprtina, 204
- Nyquistov šum, *glej* Šum, termični
- Območje bližnjega polja, 40
- Obosna valovna enačba, 38, 43, 56, 152, 162, 222
- Obrnjena zasedenost, 81, 82, 95, 228
- Ojačenje s stimuliranim sevanjem, *glej* Stimulirano sevanje
- Ojačenje signala, 247
- Ojačevanje s stimuliranim sevanjem, *glej* Stimulirano sevanje
- Omejen snop, 37
- Operator

- anihilacijski, 89
- kreacijski, 89
- Optična fazna konjugacija, 169, 170
- Optična os, 22
- Optična pinceta, 190
- Optični parametrični oscilator, 155
- Optični vodnik, 204
 - štевilo rodov, 209
 - enorodovni, 205, 208
 - lastni rodovi, 206
 - lihi rodovi, 207
 - plašč, 204
 - planparalelni, 204, 206, 226
 - sodi rodovi, 207
 - sredica, 204
 - TE rodovi, 206
 - TM rodovi, 209
 - večrodovni, 208
- Optično črpanje, 82
- Optično frekvenčno podvajanje, 142, 144, 150, 236
- Optično ojačevanje, 81, 84, 93
 - v vlaknih, 175, 228
- Optično parametrično ojačevanje, 153
- Optično usmerjanje, 142, 156
- Optično vlakno, 131, 204, 210
 - dopirano z erbijem, 228
 - EH rodovi, 213
 - enorodovno, 205, 210, 221, 225
 - HE rodovi, 213
 - LP rodovi, 214
 - parabolični profil, 216
 - TE rodovi, 211
 - TM rodovi, 211
 - večrodovno, 210, 218
- Paraksialna enačba, *glej* Obosna valovna enačba
- Parametrično ojačevanje, *glej* Optično parametrično ojačevanje
- Pasovna širina detekcije, 258
- PbS, 246
- Piksel, 254, 256
- Piroelektrični detektor, 238, 241
- Planckov zakon, 74, 260
- Ploščica $\lambda/2$, 14, 181, 197
- Ploščica $\lambda/4$, 14, 184
- Ploskev valovnega vektorja, 21
- Pockelsov pojav, 177
- Pockelsov tenzor, *glej* Elektro-optični tenzor
- Poissonova porazdelitev, 257
- Polarizacija, 13
 - circularna, 13
 - eliptična, 13, 21
 - linearna, 13
 - TE, 15, 205
 - TM, 15, 205
- Polprevodniška fotodioda, *glej* Fotodioda, polprevodniška
- Polprevodnik
 - izpraznjeni sloj, 249
 - tip n , 249
 - tip p , 249
- Poyntingov izrek, 11
- Poyntingov vektor, 11, 45
- Prag delovanja laserja, 94, 96
- Preklop dobrote, 190
- Prekrivalni integral, 229, 230
- Presek za absorpcijo, 78, 84
- Presek za stimulirano sevanje, 83, 84
- Preslikava z lečo, 46
- Rabijeva frekvenca, 91
- Rabijkeve oscilacije, 91
- Raman-Nathov uklon, 188, 194
- Ramanovo sipanje, 173
 - anti-Stokesovo, 173
 - stimulirano, 173, 237
 - Stokesovo, 173
- Ravni val, 12, 26, 37, 38, 71
- Rayleighova dolžina, 40
- Rayleighovo območje, *glej* Območje bližnjega polja
- Rayleighovo sipanje, 173, 225
- Razmerje signal proti šumu, 238, 258
- Razpadni čas, 75
- Resonator, 53, 93
 - ciklični, 66
 - koncentrični, 58, 59
 - konfokalni, 58, 61, 62, 64
 - nestabilni, 59
 - odprtji, 54
 - parametrični oscilator, 155
 - planparalelni, 56, 58, 59, 61
 - simetrični, 57
- Samo-fazna modulacija, 237
- Samozbiranje, 158, 160
- Saturacijska energija, 94
- Saturacijska gostota toka, 79, 83
- Schrödingerjeva enačba, 91

- nelinearna, 163, 168
 Sekularna enačba
 lihi rodovi, 207
 sodi rodovi, 207
 TE rodovi, 212
 Semiklasični model, 91
 Sevanje črnega telesa, 29, 32, 74, 76, 260
 SFG, *glej* Generacija vsote frekvenc
 SHG, *glej* Optično frekvenčno podvajanje
 Silicij, 246–248, 254, 260, 261
 SiO_2 , 168, 175, 219, 220, 225, 236, 252, 254
 Sklopitev štirih valov, 237
 Sklopitev med valovodi, 230
 3-dB sklopitev, 234
 Sklopitev resonatorja
 z okolico, 66
 z resonatorjem, 70
 Sklopitev v optično vlakno, 229
 čelna sklopitev, 229
 bočna sklopitev, 229
 Soliton
 krajevni, 160–162
 optični, 165, 166, 237
 Spekter, 29
 Gaussov, 29, 31, 85
 Lorentzov, 29, 31, 63, 75, 84
 Planckov, 32
 Voigtov, 85
 Spektralna črta, 75, 98
 homogena razširitev, 84
 nehomogena razširitev, 84, 129
 Spektralna gostota energije, 74–77
 Spontano sevanje, 75, 82, 90, 93
 Stabilnost resonatorja, 55, 57, 60
 Standardni odklon, 257
 Stik p - n , 249
 Stimulirano sevanje, 76, 82, 90, 228
 Stoječe valovanje, 53, 55, 66, 71
 Susceptibilnost
 efektivna, 144, 148, 174
 električna, 9
 kompleksna, 175
 linearna, 140
 magnetna, 9
 nelinearna, 140, 141
 nelinearna, efektivna, 159
 Tekočekristalni prikazovalnik, 197
 Tekoči kristali, 24, 195
 5CB, 195
 direktor, 195
 holesterik, 200
 nematik, 195
 zasukan nematik, 197, 198
 Telur, 24, 141, 150
 TEM_{00} , 59
 Temni tok, 245, 250, 251, 260
 Teraherčno valovanje, 156, 238, 240
 Termistor, 240
 Termočlen, 238, 241
 TGS, 241
 Tirna vrtilna količina, 45
 Totalni odboj, 16, 66, 204, 229
 Trinivojski sistem, 81, 95, 121
 Ujemanje faz, 146, 147, 150, 152, 154, 158, 236
 Uklepanje faz, 190, 223, 224
 Uklon, 17, 37, 64, 187, 188
 Uklonska mrežica, 109, 125, 131, 188, 190, 224
 Ultravijolično valovanje, 123, 126, 150, 225, 238, 243, 245, 248, 252
 Valovna enačba, 10, 210
 nelinearna, 142, 166, 171
 Valovni vektor, 12, 71, 205
 Valovno število, 11, 206
 van Cittert-Zernikov izrek, 34
 Varianca, 257
 Verjetnost za prehod, 75, 88
 Wiener-Hinčinov izrek, 30
 Youngov poskus, 25, 32
 Z-scan, *glej* Metoda vzdoljnega premika
 Zaporni tok, *glej* Temni tok
 Zasedbene enačbe, 95
 Zasedenost stanj, 77
 Združevanje pikslov, 255
 ZnSe, 160
 ZnTe, 157, 178