Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра систем управления и информатики

Отчет по лабораторной работе №1

«НАЗВАНИЕ РАБОТЫ»

по дисциплине «Название дисциплины»

Выполнили: студенты гр. P4135
Фамилия И.О.,
Фамилия И.О.

Преподаватель: Фамилия И.О.,
должность каф. СУиИ

Санкт-Петербург

2017

Содержание

Обозначения и сокращения **3**

Введение **5**

1 Описание манипулятора **6**

2 Математическая модель манипулятора **8**

2.1 Кинематика манипулятора 8

2.1.1 Прямая задача кинематики 11

2.1.2 Обратная задача кинематики 13

3 Синтез систем управления **15**

Заключение **16**

Список использованных источников **17**

Приложение А Название приложения **18**

Обозначения и сокращения

Используемые далее по тексту общие обозначения:

СК — система координат;

КП — кинематическая пара;

ДХ — Денавита-Хартенберга (Denavit–Hartenberg), например, соглашение;

ИСО — инерциальная система отсчета;

q_i — i-ая ($i = \overline{1, n}$) обобщенная координата манипулятора (угол, регистрируемый энкодером робота в i-ом сочленении);

n — количество звеньев робота, $n = 5$;

${}^iR_j$ — матрица поворота, характеризующая поворот СК $Ox_jy_jz_j$ относительно СК $Ox_iy_iz_i$;

${}^iA_j$ — матрица однородных преобразований, описывающая смещение и поворот СК $Ox_jy_jz_j$ относительно СК $Ox_iy_iz_i$

$r^i_{j,k}$ — вектор из начала $Ox_jy_jz_j$ в начало $Ox_ky_kz_k$, выраженный относительно $Ox_iy_iz_i$;

g_i — ускорение свободного падения, выраженное относительно $Ox_iy_iz_i$;

V^i_j — линейная скорость начала $Ox_jy_jz_j$ относительно используемой в решении ИСО, выраженная относительно $Ox_iy_iz_i$;

a^i_j — линейное ускорение начала $Ox_jy_jz_j$ относительно ИСО, выраженное относительно $Ox_iy_iz_i$;

ω^i_j — угловая скорость вращения $Ox_jy_jz_j$ относительно ИСО, выраженная относительно $Ox_iy_iz_i$;

$\omega^i_{j,k}$ — угловая скорость вращения $Ox_ky_kz_k$ относительно $Ox_jy_jz_j$, выраженная относительно $Ox_iy_iz_i$;

$\dot{\omega}^i_j$ — угловое ускорение $Ox_jy_jz_j$ относительно ИСО, выраженное относительно $Ox_iy_iz_i$;

z_j^i — орт $[0\ 0\ 1]^T$ системы координат $Ox_jy_jz_j$, выраженный относительно $Ox_iy_iz_i$;

f_j^i — сила, действующая на j-ое звено (тело) механизма со стороны $(j-1)$-го звена (тела), выраженная относительно $Ox_iy_iz_i$;

τ_j^i — момент силы, действующий на j-ое звено (тело) механизма со стороны $(j-1)$-го звена (тела), выраженный относительно $Ox_iy_iz_i$;

τ_i — обобщенный момент, ответственный за изменение обобщенной координаты q_i;

m_i — масса i-го звена;

$\mathcal{I}_j^i$ — тензор инерции j-го звена, выраженный относительно жестко связанной с его центром масс системой координат, сонаправленной с $Ox_iy_iz_i$;

a_i, d_i — обозначения для длин, входящих в число параметров Денавита-Хартенберга, $i = \overline{1, n}$;

α_i, θ_i — обозначения для углов, входящих в число параметров Денавита-Хартенберга, $i = \overline{1, n}$;

Введение

В данном документе будет рассказано о процессе разработки системы управления для манипулятора робота Kuka Youbot [1], дающей ему возможность для совершения двух действий: занятия позиции, при которой его схват будет принимать заданные положение и ориентацию, а также перемещения схвата по заданной траектории*. В целом содержание пояснительной записки можно описать примерно так:

- в разделе 1 будут приведены технические сведения о роботе, необходимые для решения поставленных задач;
- раздел 2 расскажет о процессе составления математической модели манипулятора, а именно о решении применительно к нему прямой и обратной задач кинематики и о составлении дифференциальных уравнений, описывающих протекающие в роботе электрические и механические процессы;
- в разделе 3 речь пойдет о синтезе соответствующих систем управления, о проверке их работоспособности с помощью моделирования, о результатах аппробации на реальном роботе и проч.

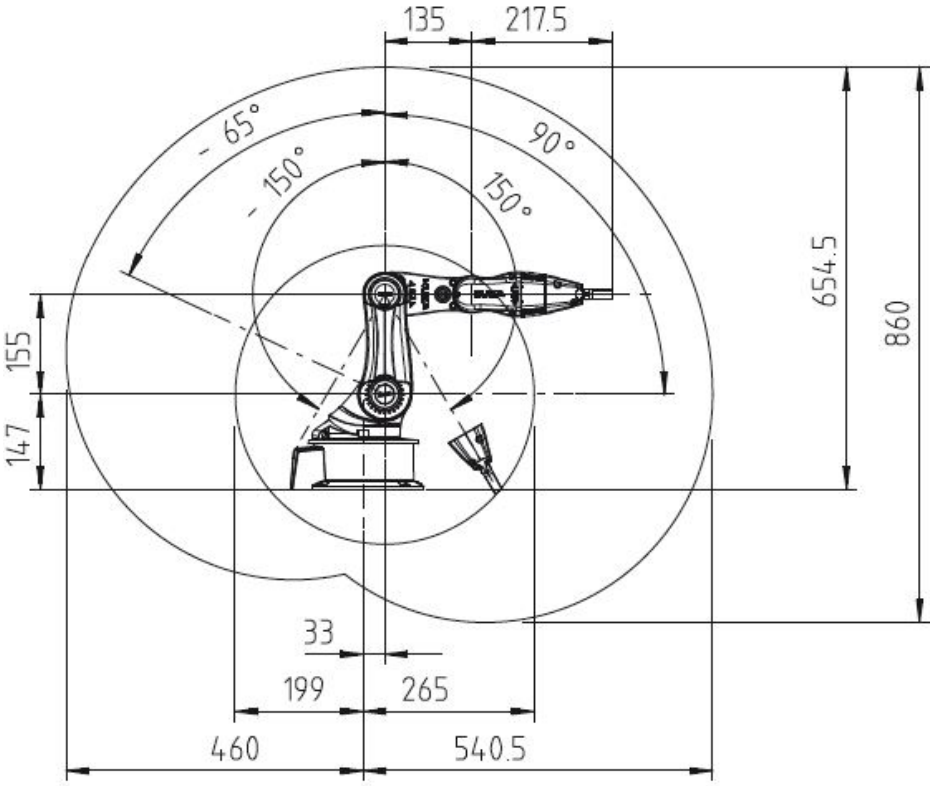
* Здесь и далее, когда речь будет идти о траектории движении схвата, под последней будет подразумеваться не просто кривая, описываемая при этом схватом в пространстве, но таковая, явно параметризованная временем.

1 Описание манипулятора

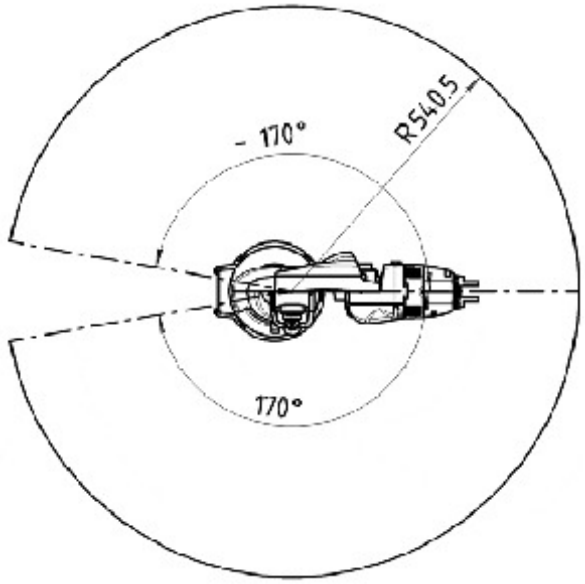
Рассматриваемый в данной работе манипулятор робота Kuka Youbot представляет собой пятизвенный манипулятор, снабженный двухпальцевым схватом. Описание его массогабаритных параметров дается таблицей 1.1 и рисунком 1.1. Неуказанные там параметры робота, требуемые для дальнейших расчетов, неизвестны и поэтому подлежат измерению или идентификации, речь о которых пойдет ниже по тексту.

Таблица 1.1 – Общая информация о манипуляторе робота Kuka Youbot.

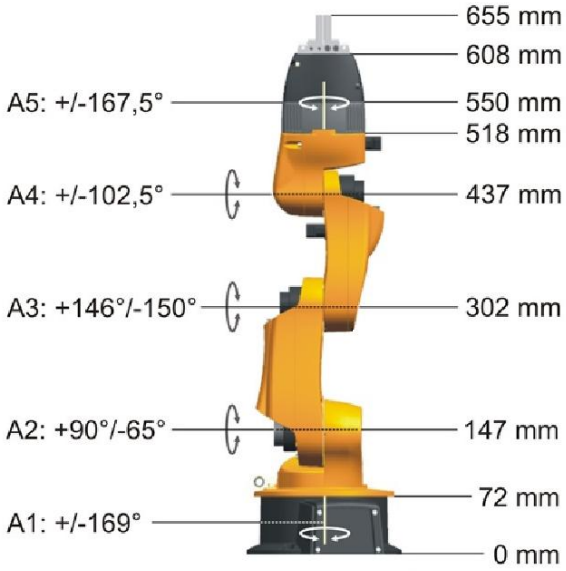
Параметр	Значение
Количество сочленений	5
Масса	5.3 кг
Допустимая нагрузка	0.5 кг
Точность повторного воспроизведения позиции	1 мм
Максимальная скорость в сочленении	90° c^{-1}
Интерфейс	EtherCAT
Напряжение питание	24 В



а)



б)



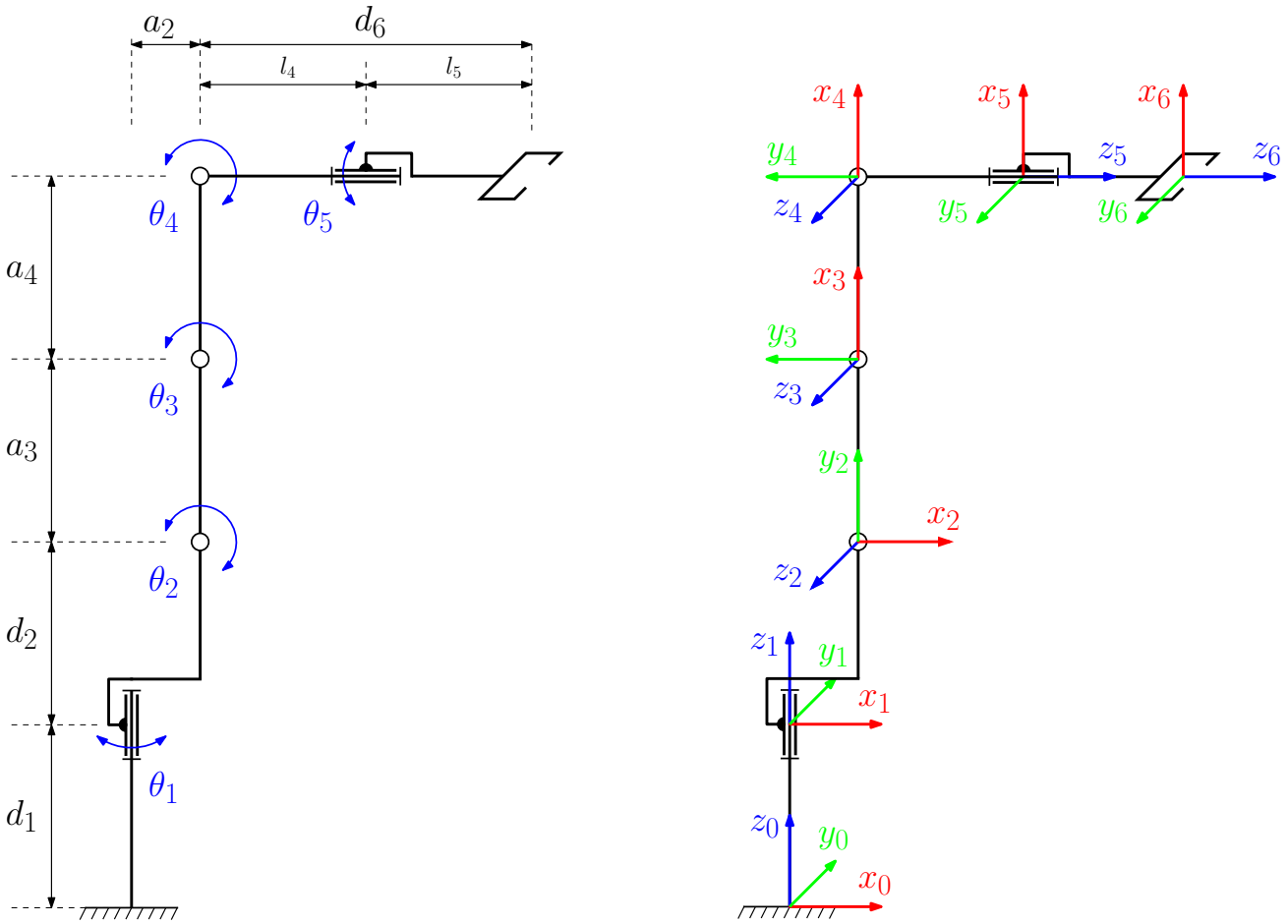
в)

Рисунок 1.1 – Некоторые параметры манипулятора Kuka Youbot: а — размеры рабочей области (вид сбоку); б — размеры рабочей области (вид сверху); в — длины звеньев и предельные значения для углов вращения по каждому из сочленений [2].

2 Математическая модель манипулятора

2.1 Кинематика манипулятора

Представим рассматриваемый манипулятор в виде последовательной кинематической цепи, каждое звено которой входит в состав одной или двух кинематических пар (КП). Все КП вращательные, V-класса – цилиндрические шарниры. Принципиальная схема изображена на рисунке 2.1 а.



а) кинематическая схема б) схема расположения СК КП

Рисунок 2.1 – Схемы

Звенья будем рассматривать как абсолютно твердые тела, определяющие связь между двумя соседними шарнирами. Для описания шарнирных соединений между смежными звеньями воспользуемся методом Денавита и Хартенберга (ДХ-представление), который может быть представлен, как последователь-

ность из двух описанных ниже шагов*.

Первым шагом, следует сформировать системы координат для каждой КП, руководствуясь следующими правилами:

а) ось z_{i-1} направлена вдоль оси i-ой КП;

б) ось x_i параллельна общему перпендикуляру: $x_i = z_i \times z_{i-1}$. Если оси z_i и z_{i-1} пересекаются, то x_i выбирается, как нормаль к образованной ими плоскости;

в) ось y_i дополняет оси z_i и x_i до правой декартовой системы координат.

Вторым шагом, нужно определить параметры ДХ:

а) a_i – расстояние от z_{i-1} до z_i вдоль x_i;

б) α_i – угол от z_{i-1} до z_i вокруг x_i;

в) d_i – расстояние от x_{i-1} до x_i вдоль z_{i-1};

г) θ_i – угол от x_{i-1} до x_i вокруг z_{i-1}.

Таким образом, ДХ-представление твердых звеньев зависит от четырех геометрических параметров, соответствующих каждому звену. Эти четыре параметра полностью описывают любое вращательное или поступательное движение.

Для вращательных КП параметры d_i, a_i и α_i не изменяются и являются их геометрическими размерами. В то время, как θ_i переменная величина, изменяющаяся при вращении i-го звена относительно $(i-1)$-го.

Для каждого звена этот алгоритм формирует ортонормированную систему координат. Системы координат нумеруются в порядке возрастания от основания к схвату манипулятора. Для обследуемого манипулятора, выбранные системы координат изображены на рисунке 2.1 б.

Параметры ДХ указаны в таблице 2.1

* Представление Денавита-Хартенберга состоит в формировании однородной матрицы преобразования, имеющей размерность 4×4 и описывающей положение системы координат каждого звена относительно системы координат предыдущего звена.

Таблица 2.1 – Параметры Денавита-Хартенберга

Звено	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	0
2	a_2	$\pi/2$	d_2	θ_1
3	a_3	0	0	$\theta_2 + \pi/2$
4	a_4	0	0	θ_3
5	0	$\pi/2$	0	θ_4
6	0	0	d_6	θ_5

Взаимное расположение соседних звеньев описывается однородной матрицей преобразования (2.2) размерностью 4×4, которая формируется в соответствии с формулой (2.1).

$$ {}^{i}A_{i+1} = R_{z_i,\theta_i} \cdot T_{z_i,d_i} \cdot T_{x_i,a_i} \cdot R_{x_i,\alpha_i} \tag{2.1} $$

где R_{z_i,θ_i} — матрица поворота вокруг оси z_i на угол θ_i, T_{z_i,d_i} — матрица трансформации вдоль оси z_i на расстояние d_i, T_{x_i,a_i} —матрица трансформации вдоль оси x_i на расстояние a_i, R_{x_i,α_i} — матрица поворота вокруг оси x_i на угол α_i.

$$ {}^{i}A_{i+1} = \begin{bmatrix} R_{3\times3} & p_{3\times1} \\ 0_{1\times3} & 1 \end{bmatrix} \tag{2.2} $$

где $R_{3\times3}$ — матрица поворота СК$_i$ в СК$_{i+1}$, $p_{3\times1}$ — вектор соединяющий СК$_i$ и СК$_{i+1}$.

Для описания движения манипулятора, в робототехнике решаются две основные задачи кинематики: прямая и обратная.

Решением прямой задачи, находят положение схвата манипулятора в декартовой системе координат, при заданных обобщенных координатах.

Решение обратной задачи позволяет найти обобщенные координаты при заданном положении и ориентации схвата.

2.1.1 Прямая задача кинематики

Представим прямую задачу кинематики (ПЗК) манипулятора выражением:

$$ {}^{0}A_6 = \prod_{i=1}^{6} {}^{i-1}A_i(q_i) = {}^{0}A_1 \cdot {}^{1}A_2 \cdot {}^{2}A_3 \cdot {}^{3}A_4 \cdot {}^{4}A_5 \cdot {}^{5}A_6 \tag{2.3} $$

где ${}^{0}A_6$ — матрица 4×4, первые 3 столбца которой представляют ориентацию, последний — положение схвата; ${}^{i-1}A_i$ — однородная матрица преобразования из $(i-1)$ в i-ую СК в общем виде:

$$ {}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.4} $$

Теперь, учитывая ДХ-параметры из таблицы 2.1 находим матрцы преобразования СК, рисунок 2.1 б.

$$ {}^{0}A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^{1}A_2 = \begin{bmatrix} c_{\theta_1} & 0 & s_{\theta_1} & a_2 c_{\theta_1} \\ s_{\theta_1} & 0 & -c_{\theta_1} & a_2 s_{\theta_1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^{2}A_3 = \begin{bmatrix} c_{\theta_2} & -s_{\theta_2} & 0 & a_3 c_{\theta_2} \\ s_{\theta_2} & c_{\theta_2} & 0 & a_3 s_{\theta_2} \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; $$

$$ {}^{3}A_4 = \begin{bmatrix} c_{\theta_3} & -s_{\theta_3} & 0 & a_4 c_{\theta_3} \\ s_{\theta_3} & c_{\theta_3} & 0 & a_4 s_{\theta_3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^{4}A_5 = \begin{bmatrix} c_{\theta_4} & 0 & s_{\theta_4} & 0 \\ s_{\theta_4} & 0 & -c_{\theta_4} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^{5}A_6 = \begin{bmatrix} c_{\theta_5} & -s_{\theta_5} & 0 & 0 \\ s_{\theta_5} & c_{\theta_5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Таким образом, для любого вектора q, позьзуясь выражением (2.3) и ДХ-параметрами маниплятора, можно определить однозначное положение и ориентацию схвата манипулятора в пространстве.

Для проверки, зададим вектор обобщенных координат:

$$ q = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 90 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.5} $$

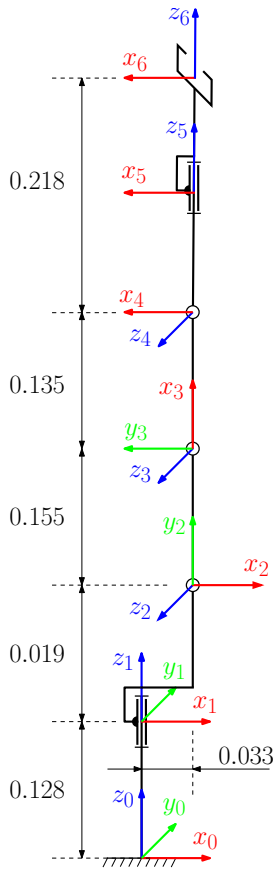


Рисунок 2.2 – Конфигурация манипулятора для заданного вектора q

В результате решения ПЗК должны получить:

$$p = \begin{bmatrix} 0.033 \\ 0 \\ 0.655 \end{bmatrix}, o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 180 \end{bmatrix},$$

где p — положение схвата, o — ориентация схвата (крен, рыскание, тангаж).

Вычислим матрицу ${}^0A_6$:

$${}^0A_6 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0.033 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.655 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

Из приведенного примера следует, что ДХ-параметры и матрицы трансформации найдены верно.

2.1.2 Обратная задача кинематики

Обратную задачу кинематики представим, как функцию $g = f^{-1}$, представляющую переход из рабочего в конфигурационное пространство:

$$\mathbf{q} = g(\mathbf{p}, \mathbf{o}) = f^{-1}(\mathbf{p}, \mathbf{o}) \tag{2.7}$$

где вектор $\mathbf{p}$ — заданное положение в рабочем пространстве, вектор $\mathbf{o}$ — заданная ориентация системы координат схвата.

Для удобства будем пользоваться однородными матрицами преобразования. Матрица, задающая положение и ориентацию схвата в системе координат базы, имеет вид:

$$^0T_6 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p^x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p^y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p^z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

Приравняв матрицу $^0T_6$ и правую часть выражения (2.3) и домножив с обеих сторон на $(^0A_1 \cdot^1 A_2)^{-1}$, получим выражение:

$$(^0A_1 \cdot^1 A_2)^{-1} \cdot^0 T_6 =^2 A_3 \cdot^3 A_4 \cdot^4 A_5 \cdot^5 A_6 \tag{2.9}$$

где левая часть:

$$^2T_6 = \begin{bmatrix} r_{11}c_1 + r_{21}s_1 & r_{12}c_1 + r_{22}s_1 & r_{13}c_1 + r_{23}s_1 & -a_2 + p^x c_1 + p^y s_1 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & -d_1 - d_2 + p^z \\ r_{11}s_1 - r_{21}c_1 & r_{12}s_1 - r_{22}c_1 & r_{13}s_1 - r_{23}c_1 & p^x s_1 - p^y c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

правая часть:

$$^2A_6 = \begin{bmatrix} c_5 c_{234} & -s_5 c_{234} & s_{234} & a_3 c_2 + a_4 c_{23} + d_6 s_{234} \\ s_{234} c_5 & -s_5 s_{234} & -c_{234} & a_3 s_2 + a_4 s_{23} - d_6 c_{234} \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Теперь, приравнивая элементы с одинаковыми индексами получим уравнения, из которых найдем обобщенные координаты.

Из равенства элементов $(3,4)$:

$$p^x s_1 - p^y c_1 = 0 \tag{2.10}$$

Найдем θ_1:

$$\theta_1 = Atan2(p^y, p^x) \tag{2.11}$$

Из равенств элементов $(3,1)$ и $(3,2)$:

$$s_5 = r_{11}s_1 - r_{21}c_1,$$
$$c_5 = r_{12}s_1 - r_{22}c_1$$

Вычислим θ_5:

$$\theta_5 = Atan2(r_{11}s_1 - r_{21}c_1, r_{12}s_1 - r_{22}c_1) \tag{2.12}$$

Из равенств элементов $(2,3)$ и $(1,3)$:

$$c_{234} = -r_{33},$$
$$s_{234} = r_{13}c_1 + r_{23}s_1$$

Вычислим θ_{234}:

$$\theta_{234} = Atan2(r_{13}c_1 + r_{23}s_1, -r_{33}) \tag{2.13}$$

Далее применим геометрический подход.

Выпишем, пользуясь теоремой косинусов, выражения для θ_3:

$$\cos\theta_3 = \frac{({}^2p_4^x)^2 + ({}^2p_4^y)^2 + ({}^2p_4^z)^2 - a_3^2 - a_3^2}{2a_3a_4} \tag{2.14}$$

$$\theta_3^{1,2} = \mp Atan2(\sqrt{1-\cos^2\theta_3}, \cos\theta_3) \tag{2.15}$$

Из рисунка 2.3 видно, что, при $\theta_3 < 0$, $\theta_2 = \phi + \beta$:

$$\theta_2^1 = Atan2(\sqrt{({}^2p_4^x)^2 + ({}^2p_4^y)^2}, {}^2p_4^z) + Atan2(a_4\sin\theta_3^1, a_3 + a_4\cos\theta_3^1) \tag{2.16}$$

При $\theta_3 > 0$, $\theta_2 = \phi - \beta$:

$$\theta_2^2 = Atan2(\sqrt{({}^2p_4^x)^2 + ({}^2p_4^y)^2}, {}^2p_4^z) - Atan2(a_4\sin\theta_3^2, a_3 + a_4\cos\theta_3^2) \tag{2.17}$$

И, наконец:

$$\theta_4^{1,2} = \theta_{234} - \theta_2^{1,2} - \theta_3^{1,2} \tag{2.18}$$

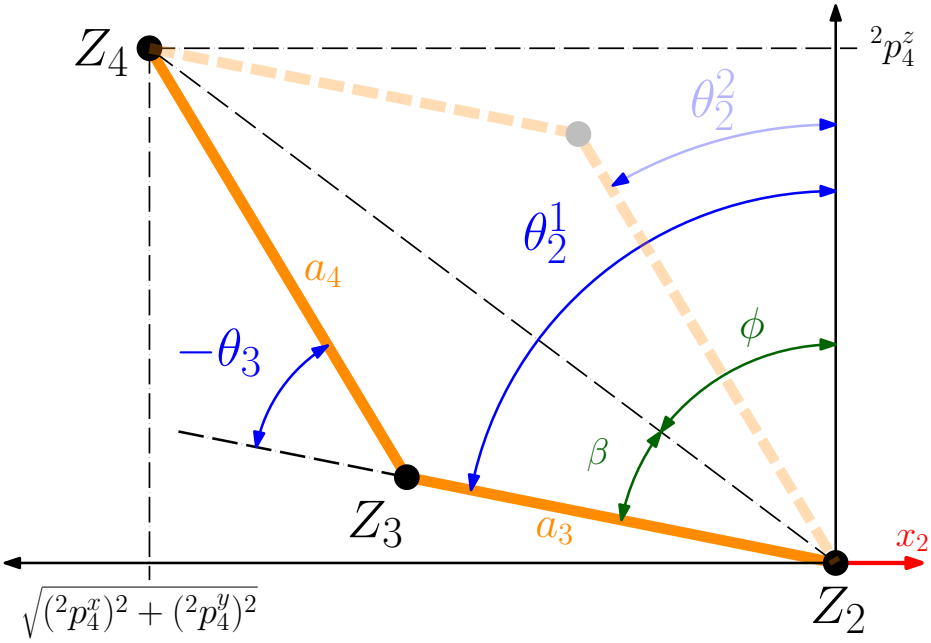


Рисунок 2.3 – Плоская часть манипулятора

3 Синтез систем управления

Заключение

Текст заключения

Список использованных источников

1 KUKA YOUBOT. — URL: http://www.technomatix.ru/kuka-youbot (дата обращения: 08.03.2017).

2 YouBot Detailed Specifications. — URL: http://www.youbot-store.com/wiki/index.php/YouBot_Detailed_Specifications (дата обращения: 04.04.2017).

Приложение А

(обязательное)

Название приложения

Текст приложения