

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ,
МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра систем управления и информатики

Отчет по лабораторной работе №1
«НАЗВАНИЕ РАБОТЫ»
по дисциплине «Название дисциплины»

Выполнили: студенты гр. Р4135
Фамилия И.О.,
Фамилия И.О.

Преподаватель: Фамилия И.О.,
должность каф. СУиИ

Санкт-Петербург

2017

Содержание

Обозначения и сокращения	3
Введение	5
1 Описание манипулятора	6
2 Математическая модель манипулятора	8
2.1 Кинематика манипулятора	8
2.1.1 Прямая задача кинематики	11
2.1.2 Обратная задача кинематики	13
3 Синтез систем управления	15
Заключение	16
Список использованных источников	17
Приложение А Название приложения	18

[illegible]

Обозначения и сокращения

Используемые далее по тексту общие обозначения:

СК — система координат;

КП — кинематическая пара;

ДХ — Денавита-Хартенберга (Denavit–Hartenberg), например, соглашение;

q_i — i -ая ($i = \overline{1, n}$) обобщенная координата манипулятора (угол, регистрируемый энкодером робота в i -ом сочленении);

n — количество звеньев робота, $n = 5$;

${}^i R_j$ — матрица поворота, характеризующая поворот СК $0x_j y_j z_j$ относительно СК $0x_i y_i z_i$;

${}^i A_j$ — матрица однородных преобразований, описывающая смещение и поворот СК $0x_j y_j z_j$ относительно СК $0x_i y_i z_i$;

$r_{j,k}^i$ — вектор из начала $0x_j y_j z_j$ в начало $0x_k y_k z_k$, выраженный относительно $0x_i y_i z_i$;

g_i — ускорение свободного падения, выраженное относительно $0x_i y_i z_i$;

V_j^i — линейная скорость начала $0x_j y_j z_j$ относительно используемой в решении инерциальной системы отсчета (ИСО), выраженная относительно $0x_i y_i z_i$;

a_j^i — линейное ускорение начала $0x_j y_j z_j$ относительно ИСО, выраженное относительно $0x_i y_i z_i$;

ω_j^i — угловая скорость вращения $0x_j y_j z_j$ относительно ИСО, выраженная относительно $0x_i y_i z_i$;

$\omega_{j,k}^i$ — угловая скорость вращения $0x_k y_k z_k$ относительно $0x_j y_j z_j$, выраженная относительно $0x_i y_i z_i$;

$\dot{\omega}_j^i$ — угловое ускорение $0x_j y_j z_j$ относительно ИСО, выраженное относительно $0x_i y_i z_i$;

z_j^i — орт $[0 \ 0 \ 1]^T$ системы координат $0x_j y_j z_j$, выраженный относительно $0x_i y_i z_i$;

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ					Лист
										3
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

f_j^i — сила, действующая на j -ое звено (тело) механизма со стороны $(j-1)$ -го звена (тела), выраженная относительно $0x_i y_i z_i$;

τ_j^i — момент силы, действующий на j -ое звено (тело) механизма со стороны $(j - 1)$ -го звена (тела), выраженный относительно $0x_i y_i z_i$;

τ_i — обобщенный момент, ответственный за изменение обобщенной координаты q_i ;

m_i — масса i -го звена;

\mathcal{I}_j^i — тензор инерции j -го звена, выраженный относительно жестко связанной с его центром масс системой координат, сонаправленной с $0x_i y_i z_i$;

a_i, d_i — обозначения для длин, входящих в число параметров Денавита-Хартенберга, $i = \overline{1, n}$;

α_i, θ_i — обозначения для углов, входящих в число параметров Денавита-Хартенберга, $i = \overline{1, n}$;

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ	Лист
						4

Введение

В данном документе будет рассказано о процессе разработке системы управления для манипулятора робота Kuka Youbot [1], дающей ему возможность для совершения двух действий: занятия позиции, при которой его схват будет принимать заданные положение и ориентацию, а также перемещения схвата по заданной траектории*. В целом содержание пояснительной записки можно описать примерно так:

- в разделе 1 будут приведены технические сведения о роботе, необходимые для решения поставленных задач;
- раздел 2 расскажет о процессе составления математической модели манипулятора, а именно о решении применительно к нему прямой и обратной задач кинематики и о составлении дифференциальных уравнений, описывающих протекающие в роботе электрические и механические процессы;
- в разделе 3 речь пойдет о синтезе соответствующих систем управления, о проверке их работоспособности с помощью моделирования, о результатах апробации на реальном роботе и проч.

* Здесь и далее, когда речь будет идти о траектории движения схвата, под последней будет подразумеваться не просто кривая, описываемая при этом схватом в пространстве, но таковая, явно параметризованная временем.

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата
КСУИ.101.4135.001 ПЗ				
				Лист
				5

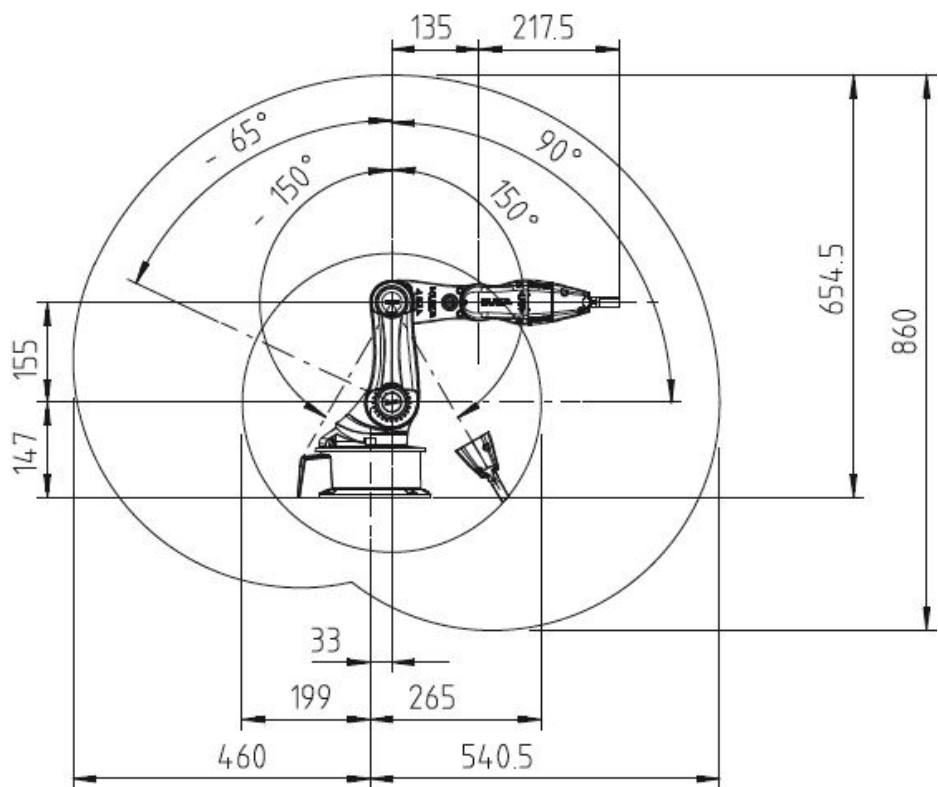
1 Описание манипулятора

Рассматриваемый в данной работе манипулятор робота Kuka Youbot представляет собой пятизвенный манипулятор, снабженный двухпальцевым схватом. Описание его массогабаритных параметров дается таблицей 1.1 и рисунком 1.1. Неуказанные там параметры робота, требуемые для дальнейших расчетов, неизвестны и поэтому подлежат измерению или идентификации, речь о которых пойдет ниже по тексту.

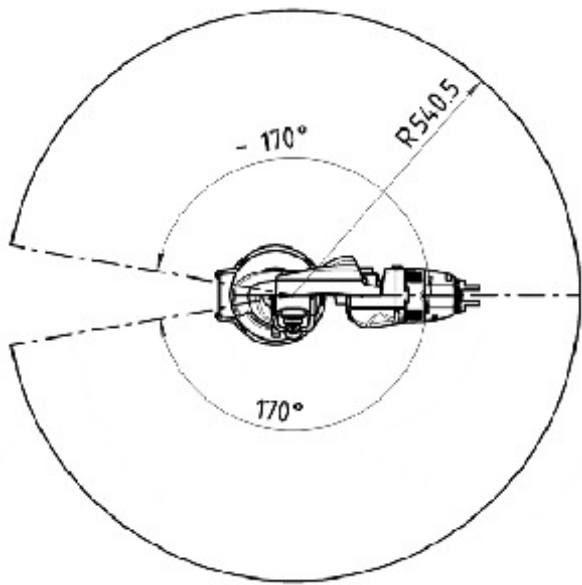
Таблица 1.1 – Общая информация о манипуляторе робота Kuka Youbot.

Параметр	Значение
Количество сочленений	5
Масса	5.3 кг
Допустимая нагрузка	0.5 кг
Точность повторного воспроизведения позиции	1 мм
Максимальная скорость в сочленении	90° с ⁻¹
Интерфейс	EtherCAT
Напряжение питание	24 В

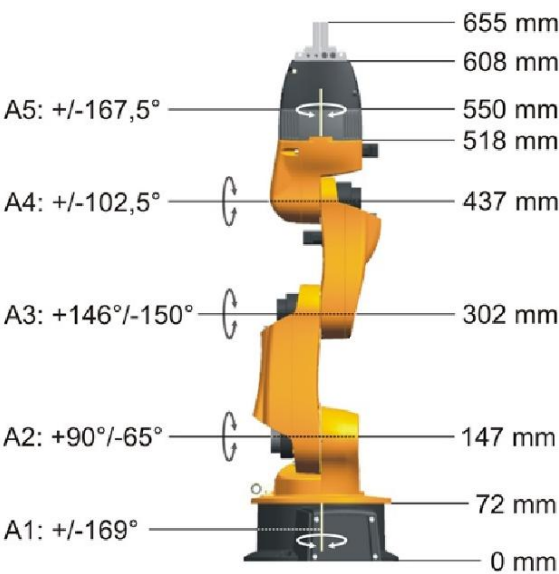
Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата



а)



б)



в)

Рисунок 1.1 – Некоторые параметры манипулятора Kuka Youbot: а — размеры рабочей области; б — размеры рабочей области (вид сверху); в — длины звеньев и предельные значения для углов вращения по каждому из сочленений [2].

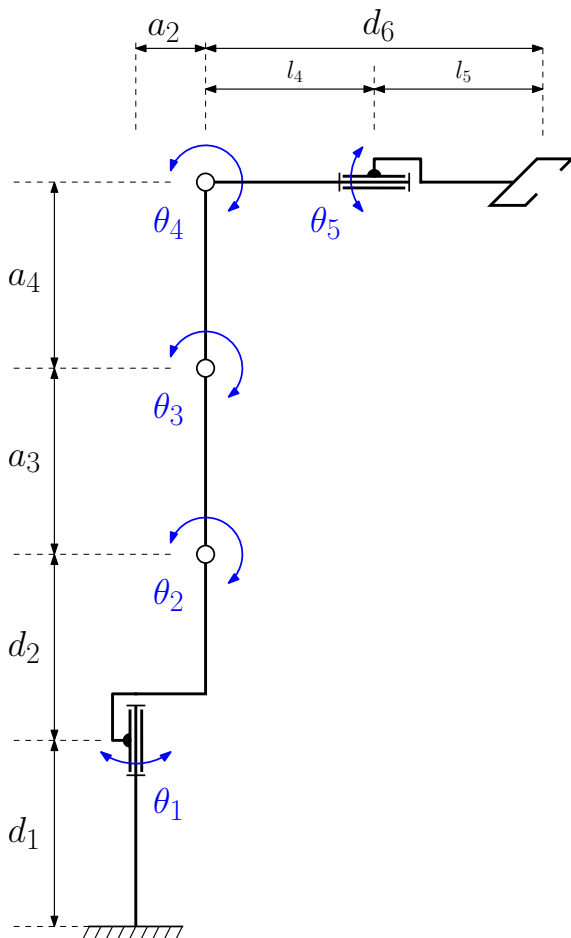
Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

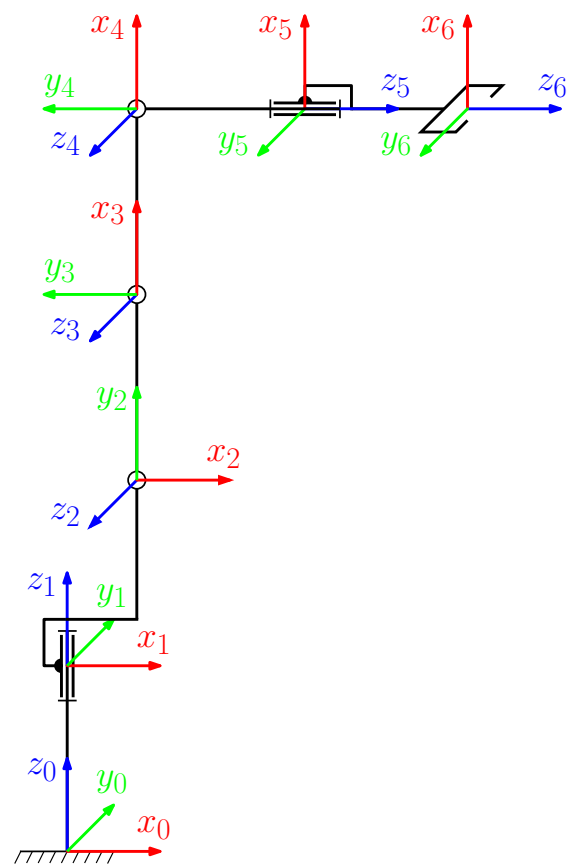
2 Математическая модель манипулятора

2.1 Кинематика манипулятора

Представим рассматриваемый манипулятор в виде последовательной кинематической цепи, каждое звено которой входит в состав одной или двух кинематических пар (КП). Все КП вращательные, V-класса – цилиндрические шарниры. Принципиальная схема изображена на рисунке 2.1 а.



а) кинематическая схема



б) схема расположения СК КП

Рисунок 2.1 – Схемы

Звенья будем рассматривать как абсолютно твердые тела, определяющие связь между двумя соседними шарнирами. Для описания шарнирных соединений между смежными звеньями воспользуемся методом Денавита и Хартенберга (ДХ-представление), который может быть представлен, как последователь-

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	а) кинематическая схема		б) схема расположения СК КП	
					Рисунок 2.1 – Схемы			
					Звенья будем рассматривать как абсолютно твердые тела, определяющие связь между двумя соседними шарнирами. Для описания шарнирных соединений между смежными звеньями воспользуемся методом Денавита и Хартенберга (ДХ-представление), который может быть представлен, как последователь-			
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ			Лист
								8

ность из двух описанных ниже шагов*.

Первым шагом, следует сформировать системы координат для каждой КП, руководствуясь следующими правилами:

- а) ось z_{i-1} направлена вдоль оси i -ой КП;
- б) ось x_i параллельна общему перпендикуляру: $x_i = z_i \times z_{i-1}$. Если оси z_i и z_{i-1} пересекаются, то x_i выбирается, как нормаль к образованной ими плоскости;
- в) ось y_i дополняет оси z_i и x_i до правой декартовой системы координат.

Вторым шагом, нужно определить параметры ДХ:

- а) a_i – расстояние от z_{i-1} до z_i вдоль x_i ;
- б) α_i – угол от z_{i-1} до z_i вокруг x_i ;
- в) d_i – расстояние от x_{i-1} до x_i вдоль z_{i-1} ;
- г) θ_i – угол от x_{i-1} до x_i вокруг z_{i-1} .

Таким образом, ДХ-представление твердых звеньев зависит от четырех геометрических параметров, соответствующих каждому звену. Эти четыре параметра полностью описывают любое вращательное или поступательное движение.

Для вращательных КП параметры d_i , a_i и α_i не изменяются и являются их геометрическими размерами. В то время, как θ_i переменная величина, изменяющаяся при вращении i -го звена относительно $(i - 1)$ -го.

Для каждого звена этот алгоритм формирует ортонормированную систему координат. Системы координат нумеруются в порядке возрастания от основания к схвату манипулятора. Для обследуемого манипулятора, выбранные системы координат изображены на рисунке 2.1 б.

Параметры ДХ указаны в таблице 2.1

* Представление Денавита-Хартенберга состоит в формировании однородной матрицы преобразования, имеющей размерность 4×4 и описывающей положение системы координат каждого звена относительно системы координат предыдущего звена.

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ					Лист
										9
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

2.1.1 Прямая задача кинематики

Представим прямую задачу кинематики (ПЗК) манипулятора выражением:

$${}^0A_6 = \prod_{i=1}^6 {}^{i-1}A_i(q_i) = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 \cdot {}^3A_4 \cdot {}^4A_5 \cdot {}^5A_6 \quad (2.3)$$

где 0A_6 — матрица 4×4 , первые 3 столбца которой представляют ориентацию, последний — положение схвата; ${}^{i-1}A_i$ — однородная матрица преобразования из $(i-1)$ в i -ую СК в общем виде:

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Теперь, учитывая ДХ-параметры из таблицы 2.1 находим матрицы преобразования СК, рисунок 2.1 б.

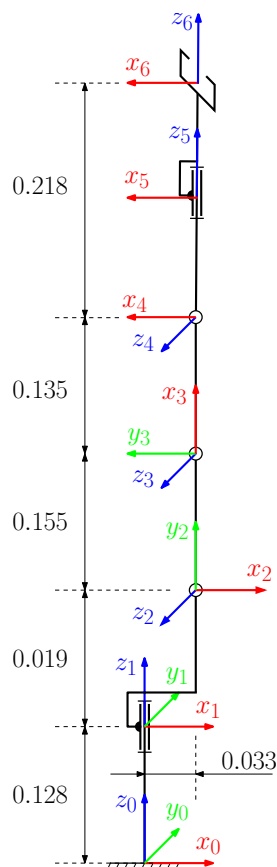
$$\begin{aligned} {}^0A_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^1A_2 = \begin{bmatrix} c_{\theta_1} & 0 & s_{\theta_1} & a_2c_{\theta_1} \\ s_{\theta_1} & 0 & -c_{\theta_1} & a_2s_{\theta_1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^2A_3 = \begin{bmatrix} c_{\theta_2} & -s_{\theta_2} & 0 & a_3c_{\theta_2} \\ s_{\theta_2} & c_{\theta_2} & 0 & a_3s_{\theta_2} \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ {}^3A_4 &= \begin{bmatrix} c_{\theta_3} & -s_{\theta_3} & 0 & a_4c_{\theta_3} \\ s_{\theta_3} & c_{\theta_3} & 0 & a_4s_{\theta_3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^4A_5 = \begin{bmatrix} c_{\theta_4} & 0 & s_{\theta_4} & 0 \\ s_{\theta_4} & 0 & -c_{\theta_4} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^5A_6 = \begin{bmatrix} c_{\theta_5} & -s_{\theta_5} & 0 & 0 \\ s_{\theta_5} & c_{\theta_5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

Таким образом, для любого вектора q , пользуясь выражением (2.3) и ДХ-параметрами манипулятора, можно определить однозначное положение и ориентацию схвата манипулятора в пространстве.

Для проверки, зададим вектор обобщенных координат:

$$q = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5] = [0 \ 0 \ 0 \ 90 \ 0] \quad (2.5)$$

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ					Лист
										11
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						Формат А4

Рисунок 2.2 – Конфигурация манипулятора для заданного вектора q

В результате решения ПЗК должны получить:

$$p = \begin{bmatrix} 0.033 \\ 0 \\ 0.655 \end{bmatrix}, o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 180 \end{bmatrix},$$

где p — положение схвата, o — ориентация схвата (крен, рыскание, тангаж).

Вычислим матрицу 0A_6 :

$${}^0A_6 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0.033 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.655 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Из приведенного примера следует, что ДХ-параметры и матрицы трансформации найдены верно.

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ					Лист
										12
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

2.1.2 Обратная задача кинематики

Обратную задачу кинематики представим, как функцию $g = f^{-1}$, представляющую переход из рабочего в конфигурационное пространство:

$$\mathbf{q} = g(\mathbf{p}, \mathbf{o}) = f^{-1}(\mathbf{p}, \mathbf{o}) \quad (2.7)$$

где вектор \mathbf{p} — заданное положение в рабочем пространстве, вектор \mathbf{o} — заданная ориентация системы координат схвата.

Для удобства будем пользоваться однородными матрицами преобразования. Матрица, задающая положение и ориентацию схвата в системе координат базы, имеет вид:

$${}^0T_6 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p^x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p^y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p^z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Приравняв матрицу 0T_6 и правую часть выражения (2.3) и домножив с обеих сторон на $({}^0A_1 \cdot {}^1A_2)^{-1}$, получим выражение:

$$({}^0A_1 \cdot {}^1A_2)^{-1} \cdot {}^0T_6 = {}^2A_3 \cdot {}^3A_4 \cdot {}^4A_5 \cdot {}^5A_6 \quad (2.9)$$

где левая часть:

$${}^2T_6 = \begin{bmatrix} r_{11}c_1 + r_{21}s_1 & r_{12}c_1 + r_{22}s_1 & r_{13}c_1 + r_{23}s_1 & -a_2 + p^x c_1 + p^y s_1 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & -d_1 - d_2 + p^z \\ r_{11}s_1 - r_{21}c_1 & r_{12}s_1 - r_{22}c_1 & r_{13}s_1 - r_{23}c_1 & p^x s_1 - p^y c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

правая часть:

$${}^2A_6 = \begin{bmatrix} c_5 c_{234} & -s_5 c_{234} & s_{234} & a_3 c_2 + a_4 c_{23} + d_6 s_{234} \\ s_{234} c_5 & -s_5 s_{234} & -c_{234} & a_3 s_2 + a_4 s_{23} - d_6 c_{234} \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Теперь, приравнявая элементы с одинаковыми индексами получим уравнения, из которых найдем обобщенные координаты.

Найдем θ_1 :

$$p^x s_1 - p^y c_1 = 0 \quad (2.10)$$

$$\theta_1 = \text{Atan2}(p^y, p^x) \quad (2.11)$$

$$s_5 = r_{11}s_1 - r_{21}c_1,$$

$$c_5 = r_{12}s_1 - r_{22}c_1$$

$$\theta_5 = \text{Atan2}(r_{11}s_1 - r_{21}c_1, r_{12}s_1 - r_{22}c_1) \quad (2.12)$$
$$c_{234} = -r_{33},$$

$$s_{234} = r_{13}c_1 + r_{23}s_1$$

$$\theta_{234} = \text{Atan2}(r_{13}c_1 + r_{23}s_1, -r_{33}) \quad (2.13)$$

Выпишем, пользуясь теоремой косинусов, выражения для θ_3 :

$$\cos \theta_3 = \frac{({}^2p_4^x)^2 + ({}^2p_4^y)^2 + ({}^2p_4^z)^2 - a_3^2 - a_3^2}{2a_3a_4} \quad (2.14)$$

$$\theta_3^{1,2} = \mp A \tan 2(\sqrt{1 - \cos^2 \theta_3}, \cos \theta_3) \quad (2.15)$$

$$\theta_2^1 = A \tan 2(\sqrt{(2p_4^x)^2 + (2p_4^y)^2}, 2p_4^z) + A \tan 2(a_4 \sin \theta_3^1, a_3 + a_4 \cos \theta_3^1) \quad (2.16)$$
$$\theta_2^2 = A \tan 2(\sqrt{(2p_4^x)^2 + (2p_4^y)^2}, 2p_4^z) - A \tan 2(a_4 \sin \theta_3^2, a_3 + a_4 \cos \theta_3^2) \quad (2.17)$$
$$\theta_4^{1,2} = \theta_{234} - \theta_2^{1,2} - \theta_3^{1,2} \quad (2.18)$$

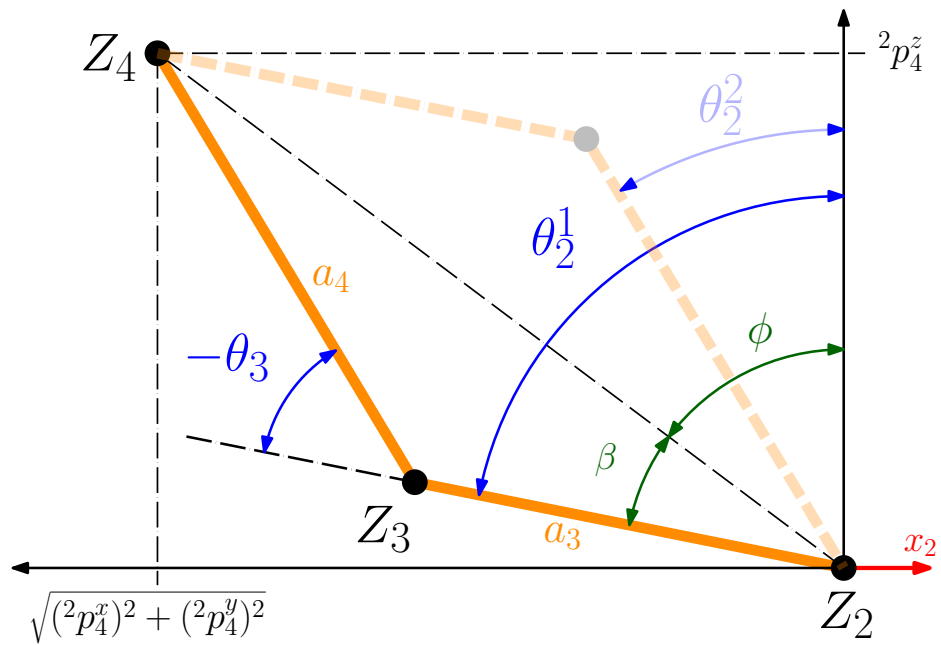


Рисунок 2.3 – Плоская часть манипулятора

3 Синтез систем управления

Инв. № подл.					Подп. и дата		Взам. инв. №		Инв. № дубл.		Подп. и дата	
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ							Лист
												15

Заключение

Текст заключения

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ	Лист
						16

Список использованных источников

- 1 KUKA YUBOT. — URL: <http://www.technomatix.ru/kuka-youbot> (дата обращения: 08.03.2017).
- 2 YouBot Detailed Specifications. — URL: http://www.youbot-store.com/wiki/index.php/YouBot_Detailed_Specifications (дата обращения: 04.04.2017).

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ					Лист
										17
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

Приложение А

(обязательное)

Название приложения

Текст приложения

[illegible]