

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ,
МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра систем управления и информатики

Отчет по лабораторной работе №1
«НАЗВАНИЕ РАБОТЫ»
по дисциплине «Название дисциплины»

Выполнили: студенты гр. Р4135
Фамилия И.О.,
Фамилия И.О.

Преподаватель: Фамилия И.О.,
должность каф. СУиИ

Санкт-Петербург

2017

Содержание

Введение	3
1 Описание манипулятора	4
2 Математическая модель манипулятора	5
2.1 Кинематика манипулятора	5
2.1.1 Прямая задача кинематики	8
2.1.2 Обратная задача кинематики	10
3 Синтез систем управления	13
Заключение	14
Список использованных источников	15
Приложение А Название приложения	16

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	<div>КСУИ.101.4135.001 ПЗ</div> <div>Разработка системы управления для манипулятора Kuka Youbot Пояснительная записка</div> <div> <div>Лит.</div> <div>Лист</div> <div>Листов</div> <div> <div></div> <div>2</div> <div>16</div> </div> <div> <div>Университет ИТМО</div> <div>Кафедра СУиИ</div> <div>гр. Р4135</div> </div> </div>
	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	
	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	
	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	
	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	
Разраб.	Антонов, Артемьев				
Пров.	Котельников Ю.П.				
Н. контр.					
Утв.					

Введение

В данном документе будет рассказано о процессе разработке системы управления для манипулятора робота Kuka Youbot [1], дающей ему возможность для совершения двух действий: занятия позиции, при которой его схват будет принимать заданные положение и ориентацию, а также перемещения схвата по заданной траектории*. В целом содержание пояснительной записки можно описать примерно так:

- в разделе 1 будут приведены технические сведения о роботе, необходимые для решения поставленных задач;
- раздел 2 расскажет о процессе составления математической модели манипулятора, а именно о решении применительно к нему прямой и обратной задач кинематики и о составлении дифференциальных уравнений, описывающих протекающие в роботе электрические и механические процессы;
- в разделе 3 речь пойдет о синтезе соответствующих систем управления, о проверке их работоспособности с помощью моделирования, о результатах апробации на реальном роботе и проч.

* Здесь и далее, когда речь будет идти о траектории движения схвата, под последней будет подразумеваться не просто кривая, описываемая при этом схватом в пространстве, но таковая, явно параметризованная временем.

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ					Лист
										3
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

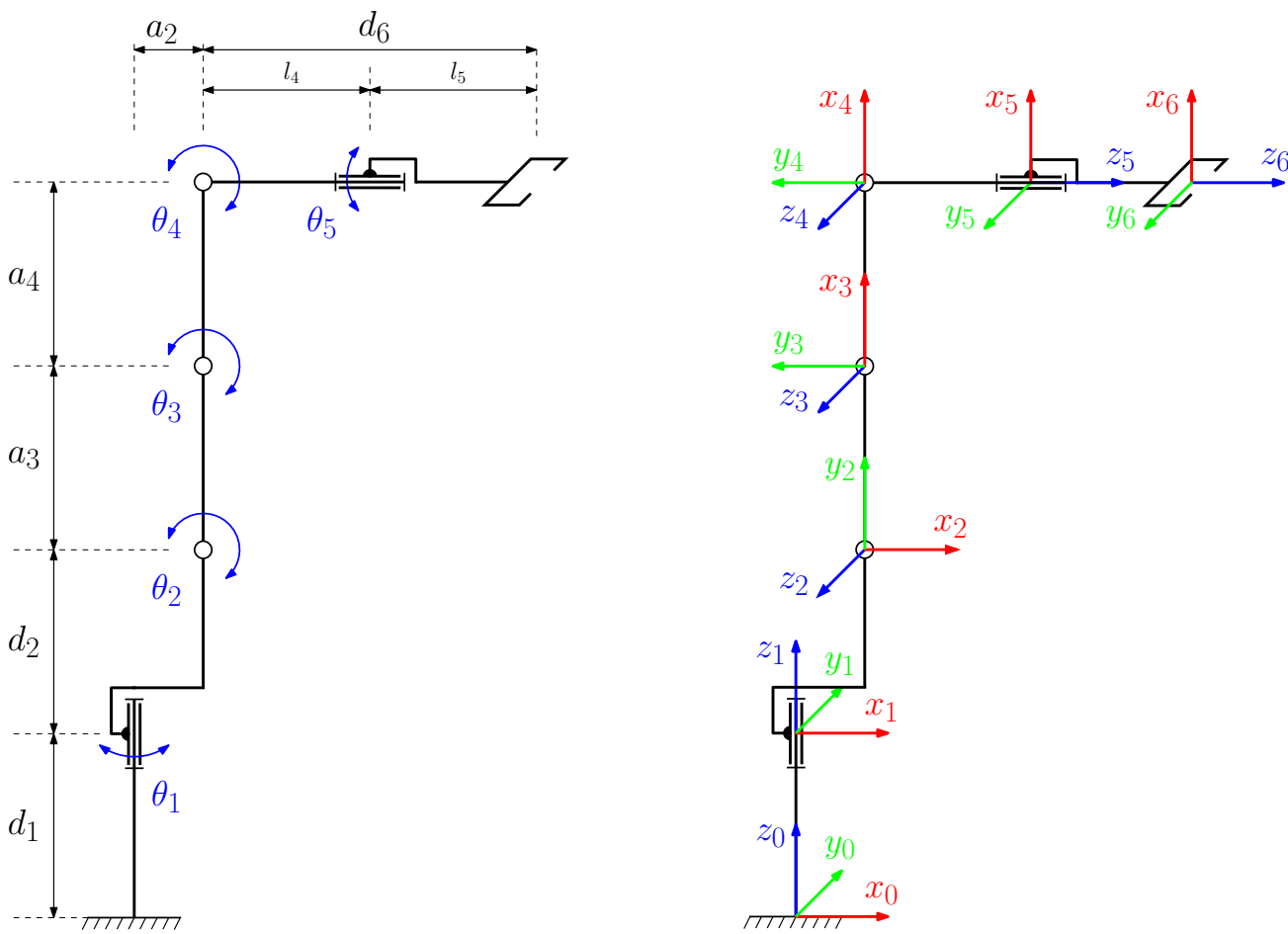
1 Описание манипулятора

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

2 Математическая модель манипулятора

2.1 Кинематика манипулятора

Представим рассматриваемый манипулятор в виде последовательной кинематической цепи, каждое звено которой входит в состав одной или двух кинематических пар (КП). Все КП вращательные, V-класса – цилиндрические шарниры. Принципиальная схема изображена на рисунке 2.1 а.



а) кинематическая схема б) схема расположения СК КП

Рисунок 2.1 – Схемы

Звенья будем рассматривать как абсолютно твердые тела, определяющие связь между двумя соседними шарнирами. Для описания шарнирных соединений между смежными звеньями воспользуемся методом Денавита и Хартенберга (ДХ-представление), который может быть представлен, как последователь-

Инов. № подл.	Подп. и дата
Взам. инв. №	Инов. № дубл.
Подп. и дата	Инов. № дубл.
Инов. № подл.	Подп. и дата

ность из двух описанных ниже шагов*.

Первым шагом, следует сформировать системы координат для каждой КП, руководствуясь следующими правилами:

- а) ось z_{i-1} направлена вдоль оси i -ой КП;
- б) ось x_i параллельна общему перпендикуляру: $x_i = z_i \times z_{i-1}$. Если оси z_i и z_{i-1} пересекаются, то x_i выбирается, как нормаль к образованной ими плоскости;
- в) ось y_i дополняет оси z_i и x_i до правой декартовой системы координат.

Вторым шагом, нужно определить параметры ДХ:

- а) a_i – расстояние от z_{i-1} до z_i вдоль x_i ;
- б) α_i – угол от z_{i-1} до z_i вокруг x_i ;
- в) d_i – расстояние от x_{i-1} до x_i вдоль z_{i-1} ;
- г) θ_i – угол от x_{i-1} до x_i вокруг z_{i-1} .

Таким образом, ДХ-представление твердых звеньев зависит от четырех геометрических параметров, соответствующих каждому звену. Эти четыре параметра полностью описывают любое вращательное или поступательное движение.

Для вращательных КП параметры d_i , a_i и α_i не изменяются и являются их геометрическими размерами. В то время, как θ_i переменная величина, изменяющаяся при вращении i -го звена относительно $(i - 1)$ -го.

Для каждого звена этот алгоритм формирует ортонормированную систему координат. Системы координат нумеруются в порядке возрастания от основания к схвату манипулятора. Для обследуемого манипулятора, выбранные системы координат изображены на рисунке 2.1 б.

Параметры ДХ указаны в таблице 2.1

* Представление Денавита-Хартенберга состоит в формировании однородной матрицы преобразования, имеющей размерность 4×4 и описывающей положение системы координат каждого звена относительно системы координат предыдущего звена.

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	г) θ_i – угол от x_{i-1} до x_i вокруг z_{i-1} .									
					Таким образом, ДХ-представление твердых звеньев зависит от четырех геометрических параметров, соответствующих каждому звену. Эти четыре параметра полностью описывают любое вращательное или поступательное движение.									
					Для вращательных КП параметры d_i , a_i и α_i не изменяются и являются их геометрическими размерами. В то время, как θ_i переменная величина, изменяющаяся при вращении i -го звена относительно $(i - 1)$ -го.									
					Для каждого звена этот алгоритм формирует ортонормированную систему координат. Системы координат нумеруются в порядке возрастания от основания к схвату манипулятора. Для обследуемого манипулятора, выбранные системы координат изображены на рисунке 2.1 б.									
Параметры ДХ указаны в таблице 2.1														
<hr/>										* Представление Денавита-Хартенберга состоит в формировании однородной матрицы преобразования, имеющей размерность 4×4 и описывающей положение системы координат каждого звена относительно системы координат предыдущего звена.				
Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата						КСУИ.101.4135.001 ПЗ	Лист			
											6			
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата										

Таблица 2.1 – Параметры Денавита-Хартенберга

Звено	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	0
2	a_2	$\pi/2$	d_2	θ_1
3	a_3	0	0	$\theta_2 + \pi/2$
4	a_4	0	0	θ_3
5	0	$\pi/2$	0	θ_4
6	0	0	d_6	θ_5

Взаимное расположение соседних звеньев описывается однородной матрицей преобразования (2.2) размерностью 4×4 , которая формируется в соответствии с формулой (2.1).

$${}^iA_{i+1} = R_{z_i, \theta_i} \cdot T_{z_i, d_i} \cdot T_{x_i, a_i} \cdot R_{x_i, \alpha_i} \quad (2.1)$$

где R_{z_i, θ_i} — матрица поворота вокруг оси z_i на угол θ_i , T_{z_i, d_i} — матрица трансформации вдоль оси z_i на расстояние d_i , T_{x_i, a_i} — матрица трансформации вдоль оси x_i на расстояние a_i , R_{x_i, α_i} — матрица поворота вокруг оси x_i на угол α_i .

$${}^iA_{i+1} = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & p_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

где $R_{3 \times 3}$ — матрица поворота СК_{*i*} в СК_{*i+1*}, $p_{3 \times 1}$ — вектор соединяющий СК_{*i*} и СК_{*i+1*}.

Для описания движения манипулятора, в робототехнике решаются две основные задачи кинематики: прямая и обратная.

Решением прямой задачи, находят положение схвата манипулятора в декартовой системе координат, при заданных обобщенных координатах.

Решение обратной задачи позволяет найти обобщенные координаты при заданном положении и ориентации схвата.

Инь. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата	<div>КСУИ.101.4135.001 ПЗ</div>					Лист
										7
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

2.1.1 Прямая задача кинематики

Представим прямую задачу кинематики (ПЗК) манипулятора выражением:

$${}^0A_6 = \prod_{i=1}^6 {}^{i-1}A_i(q_i) = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 \cdot {}^3A_4 \cdot {}^4A_5 \cdot {}^5A_6 \quad (2.3)$$

где 0A_6 — матрица 4×4 , первые 3 столбца которой представляют ориентацию, последний — положение схвата; ${}^{i-1}A_i$ — однородная матрица преобразования из $(i-1)$ в i -ую СК в общем виде:

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Теперь, учитывая ДХ-параметры из таблицы 2.1 находим матрицы преобразования СК, рисунок 2.1 б.

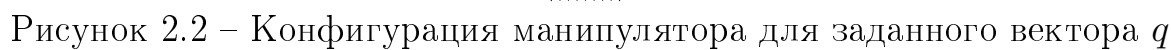
$$\begin{aligned} {}^0A_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^1A_2 = \begin{bmatrix} c_{\theta_1} & 0 & s_{\theta_1} & a_2c_{\theta_1} \\ s_{\theta_1} & 0 & -c_{\theta_1} & a_2s_{\theta_1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^2A_3 = \begin{bmatrix} c_{\theta_2} & -s_{\theta_2} & 0 & a_3c_{\theta_2} \\ s_{\theta_2} & c_{\theta_2} & 0 & a_3s_{\theta_2} \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ {}^3A_4 &= \begin{bmatrix} c_{\theta_3} & -s_{\theta_3} & 0 & a_4c_{\theta_3} \\ s_{\theta_3} & c_{\theta_3} & 0 & a_4s_{\theta_3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^4A_5 = \begin{bmatrix} c_{\theta_4} & 0 & s_{\theta_4} & 0 \\ s_{\theta_4} & 0 & -c_{\theta_4} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; {}^5A_6 = \begin{bmatrix} c_{\theta_5} & -s_{\theta_5} & 0 & 0 \\ s_{\theta_5} & c_{\theta_5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

Таким образом, для любого вектора q , пользуясь выражением (2.3) и ДХ-параметрами манипулятора, можно определить однозначное положение и ориентацию схвата манипулятора в пространстве.

Для проверки, зададим вектор обобщенных координат:

$$q = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5] = [0 \ 0 \ 0 \ 90 \ 0] \quad (2.5)$$

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ					Лист
										8
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						Формат А4


$$p = \begin{bmatrix} 0.033 \\ 0 \\ 0.655 \end{bmatrix}, o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 180 \end{bmatrix},$$

Вычислим матрицу 0A_6 :

$${}^0A_6 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0.033 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.655 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Из приведенного примера следует, что ДХ-параметры и матрицы трансформации найдены верно.

2.1.2 Обратная задача кинематики

$${}^0T_6 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 \cdot {}^3A_4 \cdot {}^4A_5 \cdot {}^5A_6 \quad (2.7)$$

где 0T_6 — матрица задающая положение и ориентацию схвата в пространстве относительно базовой системы координат.

Заданная матрица:

$${}^0T_6 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Уравнение (2.7) домножим с обеих сторон на $({}^0A_1 \cdot {}^1A_2)^{-1}$ и получим выражение:

$$({}^0A_1 \cdot {}^1A_2)^{-1} \cdot {}^0T_6 = {}^2A_3 \cdot {}^3A_4 \cdot {}^4A_5 \cdot {}^5A_6 \quad (2.9)$$

$${}^2T_6 = ({}^0A_2)^{-1} \cdot {}^0T_6 = {}^2A_6 \quad (2.10)$$

В матричном виде:

$${}^2T_6 = \begin{bmatrix} r_{11}c_1 + r_{21}s_1 & r_{12}c_1 + r_{22}s_1 & r_{13}c_1 + r_{23}s_1 & -a_2 + p_x c_1 + p_y s_1 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & -d_1 - d_2 + p_z \\ r_{11}s_1 - r_{21}c_1 & r_{12}s_1 - r_{22}c_1 & r_{13}s_1 - r_{23}c_1 & p_x s_1 - p_y c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2A_6 = \begin{bmatrix} c_5 c_{234} & -s_5 c_{234} & s_{234} & a_3 c_2 + a_4 c_{23} + d_6 s_{234} \\ s_{234} c_5 & -s_5 s_{234} & -c_{234} & a_3 s_2 + a_4 s_{23} - d_6 c_{234} \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Из равенства элементов $(3, 4)$ матриц:

$$p_x s_1 - p_y c_1 = 0 \quad (2.11)$$

Найдем θ_1 :

$$\theta_1 = \text{Atan2}(p_y, p_x) \quad (2.12)$$

Из равенств элементов (3, 1) и (3, 2):

$$s_5 = r_{11}s_1 - r_{21}c_1,$$

$$c_5 = r_{12}s_1 - r_{22}c_1$$

Вычислим θ_5 :

$$\theta_5 = \text{Atan2}(r_{11}s_1 - r_{21}c_1, r_{12}s_1 - r_{22}c_1) \quad (2.13)$$

Из равенств элементов (2, 3) и (1, 3):

$$-c_{234} = r_{33},$$

$$s_{234} = r_{13}c_1 + r_{23}s_1$$

Вычислим θ_{234} :

$$\theta_{234} = \text{Atan2}(r_{13}c_1 + r_{23}s_1, -r_{33}) \quad (2.14)$$

Далее применим геометрический подход.

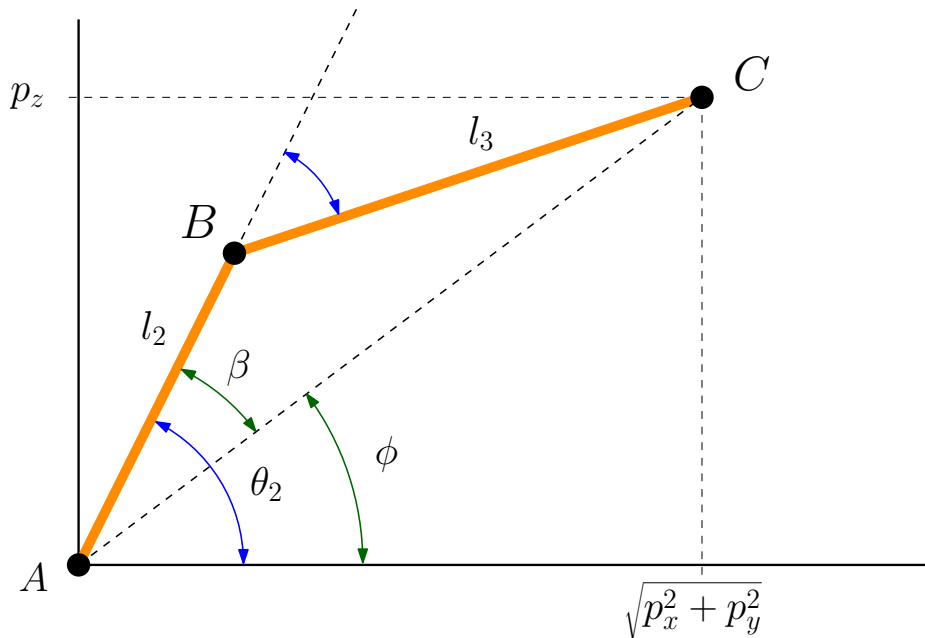


Рисунок 2.3 – Плоская часть манипулятора

$$\cos \theta_3 = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2l_3} \quad (2.15)$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ	Лист 11
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		

$$\theta_3 = \text{Atan2}(\sqrt{1 - \cos^2 \theta_3}, \cos \theta_3) \quad (2.16)$$

Из рисунка видно что $\theta_2 = -\phi - \beta$ или

$$\theta_2 = -A \tan 2(p_z, \sqrt{p_x^2 + p_y^2}) - A \tan 2(l_3 \sin \theta_3, l_2 + l_3 \cos \theta_3) \quad (2.17)$$

И, наконец:

$$\theta_4 = \theta_{234} - \theta_2 - \theta_3 \quad (2.18)$$

[illegible]

3 Синтез систем управления

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ	Лист
						13

Заключение

Текст заключения

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Список использованных источников

1 KUKA YOUNBOT. — URL: <http://www.technomatix.ru/kuka-youbot> (дата обращения: 08.03.2017).

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ					Лист
										15
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						Копировал
										Формат А4

Приложение А
(обязательное)

Название приложения

Текст приложения

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.101.4135.001 ПЗ					Лист
										16
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						Копировал
										Формат А4