Modelos y Simulación 2017
Trabajo Especial
Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Farias, Juan Ignacio
Moresi, Marco

17 de junio de 2017

1. Introducción

1.1. Presentación del problema

El problema consta de un lavadero de ropa automático que cuenta con 5 máquinas en funcionamiento y 2 máquinas de repuesto, todas de igual marca, modelo y antigüedad. Además, el lavadero cuenta con un técnico encargado de reparar las lavadoras que dejan de funcionar. El técnico repara las maquinas en serie, encargándose de una sola por vez.

Se desea aumentar el tiempo medio hasta la falla del sistema, considerando como falla del sistema al hecho de que haya menos de 5 maquinas en funcionamiento y no queden repuestos disponibles, para ello se plantean dos posibilidades: Incorporar una nueva maquina extra como repuesto, o bien, contratar un nuevo empleado para el taller.

1.2. Procedimiento

Se realizará una simulación del sistema mediante un programa desarrollado en el lenguaje de programación Python.[1]

Para realizar esta simulación, se toma como referencia el algoritmo propuesto en el libro Simulation de Sheldon M. Ross [2], explicado de manera sintética, el algoritmo simula los tiempos de falla de las N maquinas en funcionamiento, el tiempo de falla luego del recambio y el tiempo que demandará la reparación de cada máquina, una vez que llega a la cola de reparación. El tiempo calculado por el algoritmo avanza a medida que ocurren eventos que pueden ser, la falla o la reparación de una máquina, esto se repite hasta que las máquinas en funcionamiento sean menos de N y no haya máquinas de repuesto disponibles. Por último, el algoritmo calcula el tiempo del funcionamiento del servicio hasta que ocurre lo mencionado anteriormente.

2. Algoritmo y descripción de las variables

2.1. Modelo de reparación

El modelo utilizado fue el que presenta Sheldon M. Ross en el libro Simulation, llamado Modelo de Reparación, este permite simular la forma en que las máquinas van dejando de funcionar y son reemplazadas por las que están disponibles para repuesto. Además permite simular la reparación de las máquinas que dejan de funcionar a lo largo del tiempo. En base a ese modelo se implementa el algoritmo que se describe a continuación.

Se tiene, como dato, que los tiempos de falla y tiempos de reparación son variables aleatorias independientes con distribución exponencial. Por el enunciado del problema se sabe que el tiempo medio de falla es igual a $T_F = 1$ y el tiempo medio de reparación es igual a $T_R = 1/8$ i.e

$$E[T_F] = 1$$

$$E[T_R] = 1/8$$

Por lo tanto, el tiempo de falla y de reparación son variables aleatorias con distribución exponencial de parámetro $\lambda = 1$ y $\lambda = 8$ respectivamente.

$$T_F \sim Exp(1)$$

$$T_R \sim Exp(8)$$

2.2. Algoritmos

2.2.1. Simulación de sistema hasta su falla con un operario

Parámetros: N (cantidad de máquinas en funcionamiento), S (máquinas de repuesto)
Output: T tiempo transcurrido hasta el fallo del sistema.
Inicializar $t = 0$ $r = 0$ $t^* = \infty$
Se generan $X_1..X_N$, $X_i \sim Exp(1)$ correspondientes a los tiempos de falla de las lavadoras y se ordenan de menor a mayor
El sistema se actualiza de acuerdo a los siguientes dos casos:

- **Caso 1:** $X_1 < t^*$
  En este caso se simula la situación en la que se rompe una máquina antes de que esté lista la que se estaba reparando

  1. Se establece el tiempo de la simulación igual a X_1.
     Establecer $t = X_1$

  2. Se aumenta la cantidad de máquinas en reparación.
     Establecer $r = r + 1$

  3. Si $r = S + 1$: detener la simulación y devolver T = t.

  4. Si $r < S + 1$: Generar $X \sim Exp(1)$, representa el tiempo que demorará en dejar de funcionar esta nueva maquina. Luego se ordenan $X_2..X_N$ $t + X$ de modo creciente

  5. Si $r = 1$: Generar $Y \sim Exp(8)$, representa el tiempo que el técnico demorará en reparar esta maquina. Luego se actualiza $t^* = t + Y$

- **Caso 2:** $X_1 \geq t^*$

  En este caso se simula la situación en que la máquina que se estaba reparando está lista para usarse.

  1. Se establece el tiempo de la simulación igual a t^*
     Establecer $t = t^*$
  2. Se resta la máquina que se acaba de reparar.
     Establecer $r = r - 1$
  3. Si $r > 0$: Se genera $Y \sim Exp(8)$. Luego se actualiza $t^* = t + Y$
  4. Si $r = 0$
     Establecer $t^* = \infty$

2.2.2. Variables

En el algoritmo se utilizan las siguientes variables

- N : Cantidad de lavadoras en servicio.
- S : Cantidad de lavadoras de repuesto.
- t : Tiempo actual de la simulación.
- t* : Tiempo en el que la lavadora que se estaba reparando vuelve a estar disponible.
- r : Cantidad de lavadoras en reparación
- T : Tiempo de vida del lavadero hasta que falló

2.2.3. Explicación del pseudocódigo

Primero se inicializan las variables $t = 0$ (tiempo de simulación cuando comienza es 0) y $r = 0$ y $t^* = \infty$, ya que en primer momento no hay ninguna máquina por reparar. Luego se simulan los tiempos en los que van a fallar las N máquinas en funcionamiento, se ordenan de menor a mayor, entonces se sabrá cual es la primera en fallar.

Ahora se analizan dos casos posibles:
Caso 1: $(X_1 < t^*)$ el caso donde X_1 (tiempo en el que dejará de funcionar la primer lavadora) es menor que el tiempo en que una reparación es terminada. Esto significa que una máquina dejará de funcionar, por lo tanto se aumenta la cantidad de lavadoras en reparación en una unidad. Y se avanza el tiempo de la simulación hasta X_1
Luego se chequea:

- Si $r = S + 1$, la cantidad de máquinas en reparación son más que las que hay para repuesto, por lo tanto el sistema falla. Se detiene la simulación y se devuelve $T = t$
- Si $r < S + 1$, en este caso quedan máquinas de repuesto para reemplazar la que ha fallado, entonces se genera el tiempo de falla de la lavadora que se incorpora. Y se reordenan los tiempos $X_2, ..X_N, t + X$.
- Si $r = 1$ significa que es la primera mquina que debe ser reparada, por lo tanto de inmediato es puesta en reparación para ello se simula el tiempo que demanda ser reparada y se actualiza $t^* = t + Y$

Caso 2: $(X_1 \geq t^*)$ en este caso $X_1 \geq t^*$, es decir primero se completará la reparación de una máquina antes que deje de funcionar otra, entonces se decrementa en 1 el contador de máquinas en reparación. Luego se deben chequear las dos siguientes posibilidades:

- Si $r > 0$, significa que todavía quedan máquinas por reparar por lo tanto se pone una nueva lavadora en reparación entonces se debe generar el tiempo que demorará en repararse y se actualiza t^*.
- Si $r = 0$ significa que el técnico acaba de reparar la última máquina que estaba rota, por lo tanto se setea t^* en ∞, lo cual denota que el ténico no tiene máquinas por reparar.

Se utilizó el algoritmo explicado previamente para simular las siguientes configuraciones, N=5, S=2, Op=1 y N=5, S=3, Op=1. Pero fue necesario extenderlo para poder simular la situación donde se incorpora un nuevo técnico, para ello se programo el siguiente algoritmo.

2.3. Simulación del sistema hasta su fallo con dos operarios

Parámetros: N (cantidad de máquinas en funcionamiento), S (máquinas de repuestos)
Output: T :tiempo transcurrido hasta el fallo del sistema.
Inicializar $t = 0$ $r = 0$ $t^* = [\infty, \infty]$
Se generan $X_1..X_N$, $X_i \sim Exp(1)$ correspondientes a los tiempos de falla de las lavadoras y se ordenan de menor a mayor
Se calcula $t_i^* = minimo(t^*)$
El sistema se actualiza de acuerdo a los siguientes dos casos:

- **Caso 1:** $X_1 < t_i^*$
  En este caso se simula la situación en la que se rompe una máquina antes de que esté lista la que se estaba reparando

  1. Se establece el tiempo de la simulación igual a X_1.
     Establecer $t = X_1$
  2. Se aumenta la cantidad de máquinas en reparación.
     Establecer $r = r + 1$
  3. Si $r = S + 1$: detener la simulación y devolver T = t.
  4. Si $r < S + 1$: Generar $X \sim Exp(1)$, representa el tiempo que demorará en dejar de funcionar esta nueva maquina. Luego se ordenan $X_2..X_N$ $t + X$ de modo creciente
  5. Si $r = 1$ o $r = 2$: Generar $Y \sim Exp(8)$, representa el tiempo que el tecnico demorará en reparar esta maquina.
     - Si t_1^* es ∞ reasigno $t_1^* = t + Y$
     - Si t_2^* es ∞ reasigno $t_2^* = t + Y$

- **Caso 2:** $X_1 \geq t_i^*$

  En este caso se simula la situación en que la máquina que se estaba reparando está lista para usarse.

  1. Establecer $t = t_i^*$
  2. Se resta la máquina que se acaba de reparar.
     Establecer $r = r - 1$
  3. Si $r > 1$: Se genera $Y \sim Exp(8)$. Luego se actualiza $t_i^* = t + Y$
  4. Si $r = 0$
     Establecer $t_i^* = \infty$

2.3.1. Variables

Para este algoritmo se utilizaron las mismas variables que para el modelo anterior (ver sección 2.3), pero se cambio el tipo de variable de t^*, ahora es una lista que representa la cantidad de operarios contratados en la lavanderia, en este caso en particular el largo de la lista es dos.

2.3.2. Explicación del pseudocódigo

Este algoritmo es una extensión del anterior, introducimos ahora una lista de operarios pero se mantiene la forma de simular los tiempos tanto de falla como de reparación de las lavadoras. Ahora en t_i^* se almacena el tiempo que demora el i-ésimo técnico en reparar la máquina que se le asignó. En nuestro caso $i = 1, 2$ (se podría parametrizar y extenderlo a la cantidad de operarios que se quieran simular).

Primero se inicializan las variables $t = 0$ (tiempo de simulación cuando comienza es 0) y $r = 0$ y $t^* = [\infty, \infty]$, ya que en primer momento no hay ninguna máquina por reparar.
Luego se simulan los tiempos en los que van a fallar las N máquinas en funcionamiento, se ordenan de menor a mayor, entonces se sabrá cual es la primera en fallar.
Ahora se analizan dos casos posibles:

Caso 1: $(X_1 < t_i^*)$ el caso donde X_1 (tiempo en el que dejará de funcionar la primer lavadora) es menor que el tiempo que demanda para ser reparada la máquina que está más próxima, temporalmente, a ser reparada. Esto significa que una máquina dejará de funcionar, por lo tanto se aumenta la cantidad de lavadoras en reparación en una unidad. Y se avanza el tiempo de la simulación hasta X_1
Luego se chequea:

- Si $r = S + 1$, la cantidad de máquinas en reparación son más que las que hay para repuesto, por lo tanto el sistema falla. Se detiene la simulación y se devuelve $T = t$

- Si $r < S + 1$, en este caso quedan máquinas de repuesto para reemplazar la que ha fallado, entonces se genera el tiempo de falla de la lavadora que se incorpora. Y se reordenan los tiempos $X_2, ..X_N, t + X$.

- Si $r = 1$ o $r = 2$ significa que o bien es la primera máquina que debe ser reparada, o hay un operario desocupado, por lo tanto de inmediato es puesta en reparación para ello, se chequea quien está disponible de los técnicos, revisando quien tiene seteado ∞ como tiempo de reparación. Una vez encontrado, se simula el tiempo que demanda ser reparada y se actualiza $t_i^* = t + Y$, donde t_i^* es el técnico que está desocupado al momento que deja de funcionar la máquina.

Caso 2: $(X_1 \geq t_i^*)$ en este caso $X_1 \geq t_i^*$, es decir primero se completará la reparación de una máquina antes que deje de funcionar otra, entonces se avanza el tiempo de la simulación hasta ese momento y se decrementa en 1 el contador de máquinas en reparación. Luego se deben chequear las siguientes posibilidades:

- Si $r > 1$, significa que todavía quedan máquinas por reparar por lo tanto se pone una nueva lavadora en reparación entonces se debe generar el tiempo que demorará en repararse y se actualiza t_i^*.

- Si $r = 0$ significa que el técnico acaba de reparar la última máquina que estaba rota, por lo tanto se setea t_i^* en ∞, lo cual denota que el ténico no tiene máquinas por reparar.

3. Resultados

3.1. Tabulados

En esta sección se muestran los resultados obtenidos luego de haber ejecutado, diez mil simulaciones de los algortimos expuestos previamente para estimar la media μ, varianza σ^2, y desviación standard σ del tiempo de fallo del sistema de la lavanderia. Los resultados son los siguientes:

Configuración	μ	σ^2	σ
N=5, S=2 Op=1	1.773	2.582	1.607
N=5, S=2 Op=2	2.554	5.669	2.381
N=5, S=3 Op=1	3.664	11.518	3.394

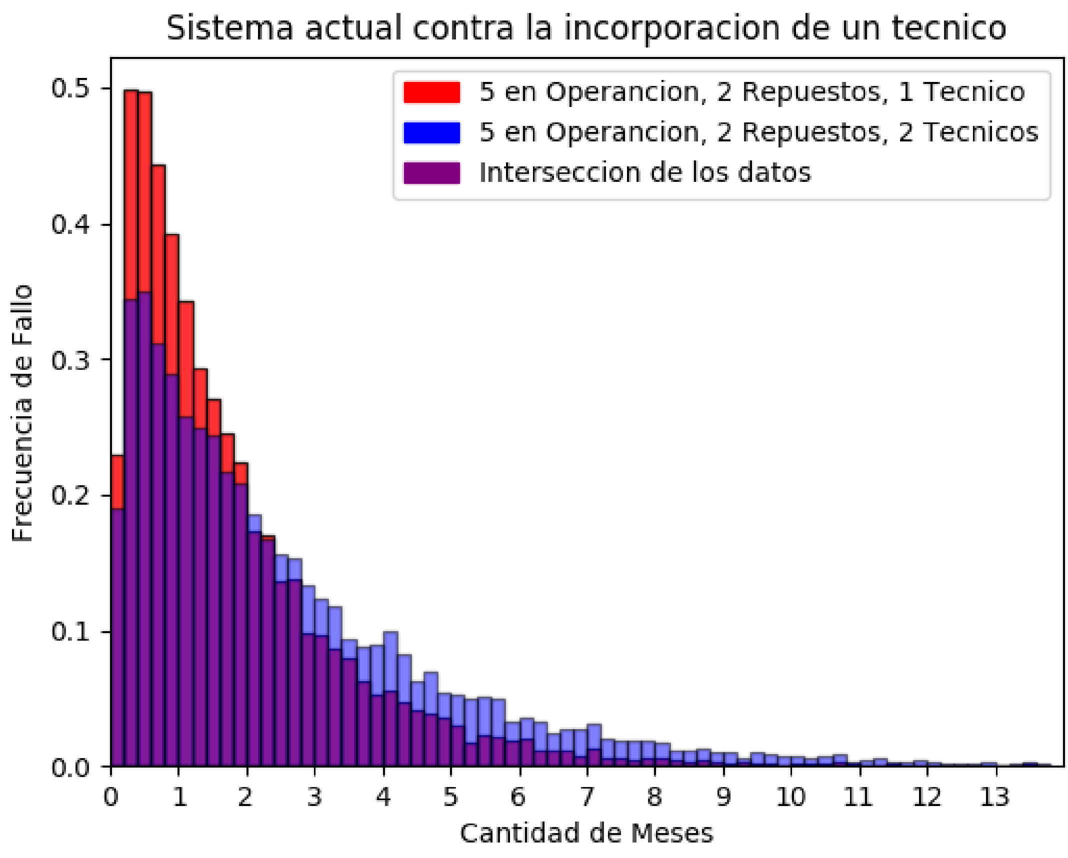
Cuadro 1: Resultados obtenidos luego de 10000 simulaciones.

3.2. Histogramas Comparativos

Con los siguientes gráficos se tratará de explicitar la información obtenida con las simulaciones.

3.2.1. Incorporación de un técnico

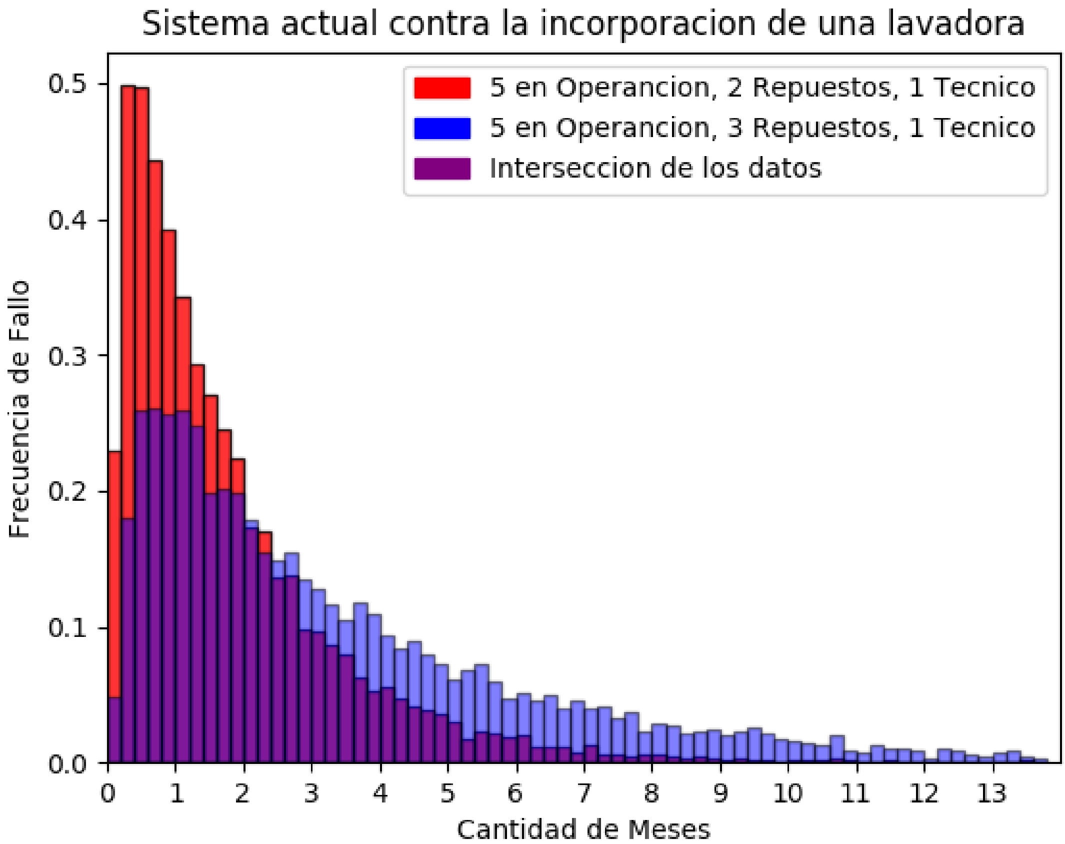
En el siguiente gráfico se comparan los resultados obtenidos del tiempo medio de falla del sistema actual, contra la contratación de un nuevo Técnico.



Mientras que la configuración actual tiene una tendencia a centrar los datos entre 0 y 1 mes, teniendo los picos más altos (i.e. la mayor concentración de resultados) antes del primer mes. La contratación de un nuevo técnico hace que esta concentración se vea extendida hasta cerca de los 2 meses. Al quedar la gráfica azul por encima de la roja por más tiempo implica que la media obtenida, como se puede ver en la tabla, aumentó casi un mes por sobre el sistema original.

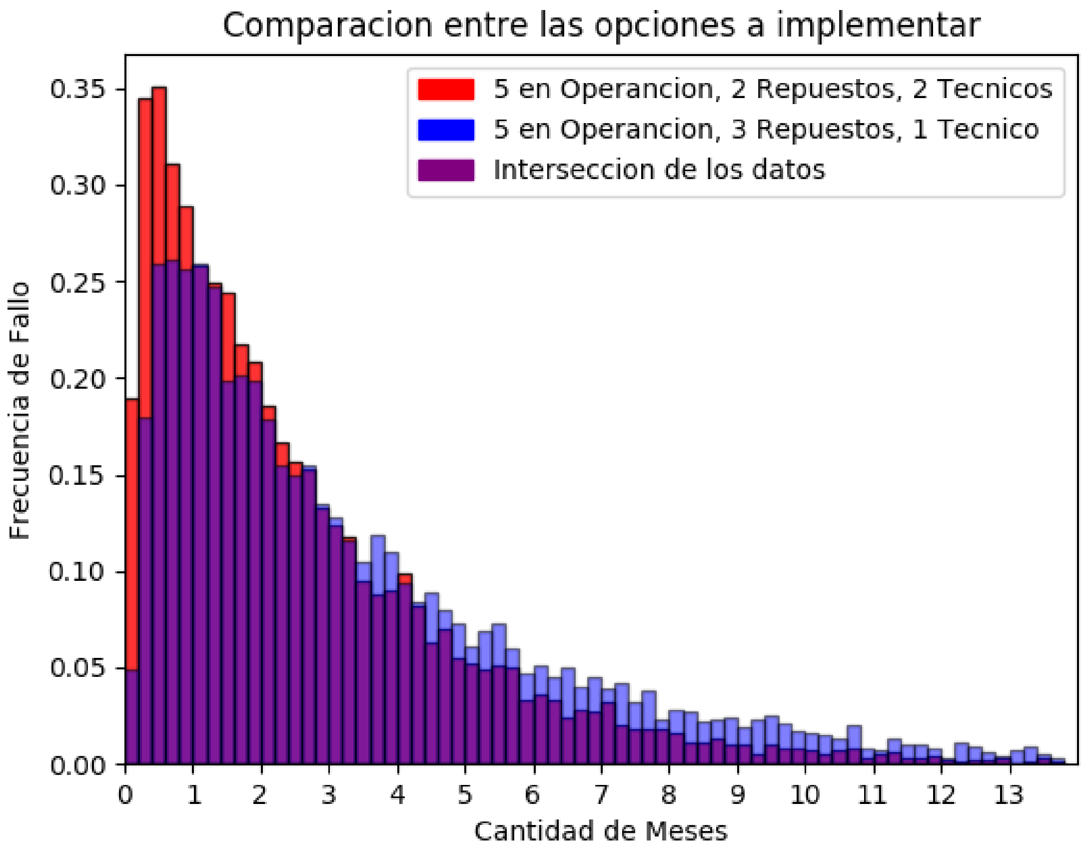
3.2.2. Incorporación de una nueva lavadora

En el siguiente gráfico se comparan los resultados obtenidos del tiempo medio de falla del sistema actual, contra la compra de una nueva lavadora.



En este gráfico vemos que la incorporación de una nueva lavadora mejora aún más el tiempo medio de vida, ya que en casi toda la extensión del histograma la gráfica azul queda por encima de la roja.

3.2.3. Comparación de las dos opciones



En las gráficas previas notamos que ambas opciones mejoraban el sistema actual, en esta gráfica podemos ver, tal como lo muestran los datos tabulados. Que la opción de adquirir una nueva lavadora es la que aumenta el tiempo medio de vida del sistema en mayor medida.

4. Conclusiones

A partir de los datos obtenidos en las simulaciones, se puede concluir, que la opción de contratar un nuevo técnico aumentará el tiempo de vida del lavadero en alrededor de un mes, mientras que adquirir una nueva lavadora manteniendo un sólo técnico contratado es la opción que aumentará de modo más significativo el tiempo de vida del servicio, llevandoló a un tiempo esperado de vida de 3.66 Meses. Dado que ambas opciones aumentan el tiempo medio de vida del sistema, queda a consideración del dueño del Lavadero que opción escoger en base a los costos que generan estas dos nuevas opciones. Nuestra recomendación en base a los datos observados es la compra de una nueva máquina lavadora.

5. Referencias

[1]Código fuente de la simulación
[2] Simulation. Sheldon M Ross. Quinta Edición.