Contribuições à modelagem e controle de manipuladores paralelos

André Garnier Coutinho

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Novembro de 2019

Influência da topologia do robô

Influência da topologia do robô

- Seriais

Influência da topologia do robô

- Seriais
  - Cadeia aberta
  - Juntas ativas de 1 gl
  - N° de coord. gen. = N° atuadores = mobilidade
  - Conjunto mínimo de coord. generalizadas
  - Cinemática direta simples
  - Cinemática inversa complexa
  - Dinâmica direta - Sistema de EDOs
  - Dinâmica inversa - Sistema linear
  - Algoritmos recursivos para mod. dinâmica

Influência da topologia do robô

- Paralelos

Influência da topologia do robô

- Paralelos
  - Cadeia fechada
  - Juntas de 1, 2 ou 3 gl, ativas ou passivas
  - Grande número de elos
  - Grande quantidade de variáveis cinemáticas
  - Variáveis independentes e dependentes
  - Cinemática direta complexa
  - Cinemática inversa "simples"
  - Dinâmica direta - Sistema de EDAs ou EDOs
  - Dinâmica inversa - Sistema não linear
  - Coord. gen. ind.: coord. dos atuadores ou do efetuador

Dinâmica direta - EDAs

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbb{q}} + \mathbb{A}^{\mathsf{T}}\mathbb{\lambda} = \mathbb{\eta} \tag{2.1}$$

$$\bar{\mathbb{q}}\left(\mathbb{q}, t\right) = \mathbb{0} \tag{2.2}$$

Sendo

$$\mathbb{A}(\mathbb{q}, t) = \frac{\partial \bar{\mathbb{q}}}{\partial \mathbb{q}} \tag{2.3}$$

Dinâmica direta - EDOs

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbb{M} & \mathbb{A}^\mathsf{T} \\ \mathbb{A} & \mathbb{0} \end{bmatrix}}_{\mathbb{Y}} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbb{q}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta \\ -\mathbb{b} \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Sendo

$$\mathbb{b} = \frac{\partial(\mathbb{A}\dot{\mathbb{q}})}{\partial \mathbb{q}}\,\dot{\mathbb{q}} + 2\frac{\partial \mathbb{A}}{\partial t}\,\dot{\mathbb{q}} + \frac{\partial^2 \bar{\mathbb{q}}}{\partial t^2} \tag{2.5}$$

Dinâmica direta - EDOs

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbb{M} & \mathbb{A}^{\mathsf{T}} \\ \mathbb{A} & \mathbb{0} \end{bmatrix}}_{\mathbb{Y}} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbb{q}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta \\ -\mathbb{b} \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Sendo

$$\mathbb{b} = \frac{\partial(\mathbb{A}\dot{\mathbb{q}})}{\partial \mathbb{q}} \dot{\mathbb{q}} + 2\frac{\partial \mathbb{A}}{\partial t} \dot{\mathbb{q}} + \frac{\partial^2 \bar{\mathbb{q}}}{\partial t^2} \tag{2.5}$$

Método estabilização de Baumgarte

$$\mathbb{b}' = \mathbb{b} + 2\hat{\alpha}\dot{\bar{\mathbb{q}}} + \hat{\beta}^2 \bar{\mathbb{q}} \tag{2.6}$$

Propósito

Propósito

- Simulação

Propósito

- Simulação
  - Projeto/Dimensionamento do mecanismo/manipulador
  - Grau de detalhamento do modelo depende da aplicação
  - Não necessita rodar em tempo real

Propósito

- Simulação
  - Projeto/Dimensionamento do mecanismo/manipulador
  - Grau de detalhamento do modelo depende da aplicação
  - Não necessita rodar em tempo real
- Controle

Propósito

- Simulação
  - Projeto/Dimensionamento do mecanismo/manipulador
  - Grau de detalhamento do modelo depende da aplicação
  - Não necessita rodar em tempo real
- Controle
  - Projeto do controlador
  - Compensação de não linearidades
  - Modelos demasiadamente complexos dificultam o projeto e podem aumentar o custo computacional
  - Modelos muito simplistas podem comprometer o desempenho
  - Muitas vezes precisa rodar em tempo real

Principais formulações

- Formalismo de Newton-Euler (Arian *et al.*, 2017; Zhang *et al.*, 2014)
- Formalismo de Lagrange (Singh e Santhakumar, 2015; Yao *et al.*, 2017)
- Princípio dos Trabalhos/Potências Virtuais (Gallardo-Alvarado *et al.*, 2018; Li e Staicu, 2012)
- Formulação Lagrange-D'Alambert (Cheng *et al.*, 2001; Yen e Lai, 2009)
- Método de Kane (Ben-Horina *et al.*, 1998; Shukla e Karki, 2014)
- Formalismo de Boltzmann-Hammel (Abdellatif e Heimann, 2009; Altuzarra *et al.*, 2015)
- Formulação do Complemento Ortogonal Natural (Akbarzadeh *et al.*, 2013; Khan *et al.*, 2005)

Principais técnicas

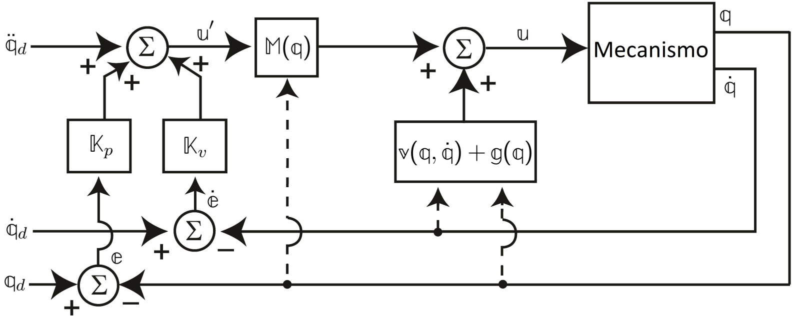
- Controle Proporcional-Integral-Derivativo
- Controle por Torque Computado (Shang e Cong, 2009; Yen e Lai, 2009)
- Controle por Torque Computado com pré-alimentação (Siciliano *et al.*, 2010; Spong *et al.*, 2006)
- Controle por Torque Computado Estendido (Zubizarreta *et al.*, 2013; Zubizarreta *et al.*, 2012)
- Controle Preditivo Baseado em Modelo (Duchaine *et al.*, 2007; Vivas e Poignet, 2005)
- Controle Adaptativo (Chemori *et al.*, 2013; Honegger *et al.*, 2000)
- Controle por Modos Deslizantes (Hu e Woo, 2006; Sadati e Ghadami, 2008)

Controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID)

- Técnica de controle linear descentralizado
- Não baseado no modelo dinâmico do mecanismo
- Simples implementação
- Baixo custo computacional
- Desempenho bastante limitado

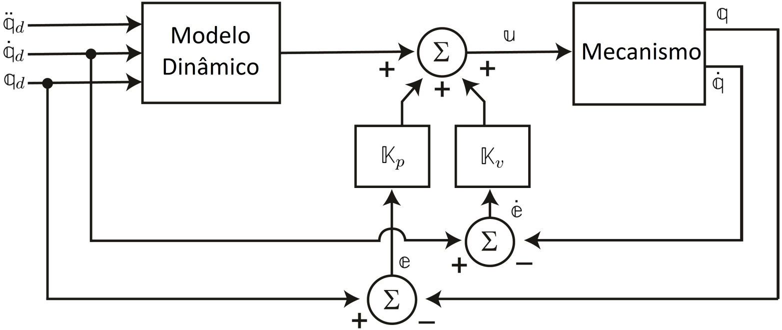
Controle por Torque Computado (CTC)

- Técnica de controle não linear multivariável
- Baseado no modelo dinâmico do mecanismo
- Possui uma malha interna de compensação de não linearidades por realimentação e uma malha externa de PID
- Desempenho superior ao PID simples, porém bastante dependente da qualidade do modelo dinâmico
- Implementação mais complexa
- Maior custo computacional


$\ddot{\mathbb{q}}_d$
+
+
Σ
$\mathbb{u}'$
+
$\mathbb{M}(\mathbb{q})$
Σ
$\mathbb{u}$
+
+
Mecanismo
$\mathbb{q}$
$\dot{\mathbb{q}}$
$\mathbb{K}_p$
$\mathbb{K}_v$
$\mathbb{v}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) + \mathbb{g}(\mathbb{q})$
$\dot{\mathbb{e}}$
$\dot{\mathbb{q}}_d$
Σ
+
−
$\mathbb{e}$
$\mathbb{q}_d$
Σ
+
−

Controle por Torque Computado com pré-alimentação (CTCp)

- Lei de controle similar ao CTC
- Realiza compensação de não linearidades por pré-alimentação
- Menor custo computacional em relação ao CTC
- Implementação mais simples que o CTC
- Menor robustez em relação ao CTC

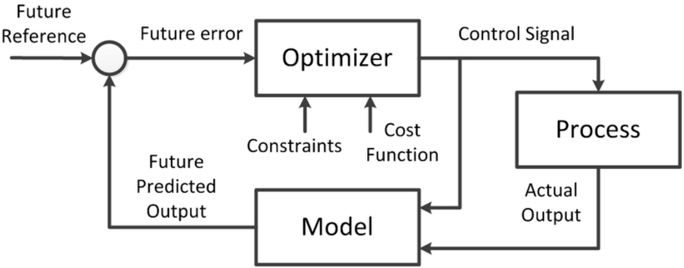

$\ddot{q}_d$
$\dot{q}_d$
q_d
Modelo Dinâmico
Σ
u
Mecanismo
q
$\dot{q}$
$\mathbb{K}_p$
$\mathbb{K}_v$
$\dot{e}$
e

Controle por Torque Computado Estendido (CTCe)

- Lei de controle similar ao CTC
- Realiza compensação de não linearidades por realimentação
- Utiliza informação redundante obtida pelo sensoriamento de juntas passivas na lei de controle
- Maior robustez a incertezas paramétricas

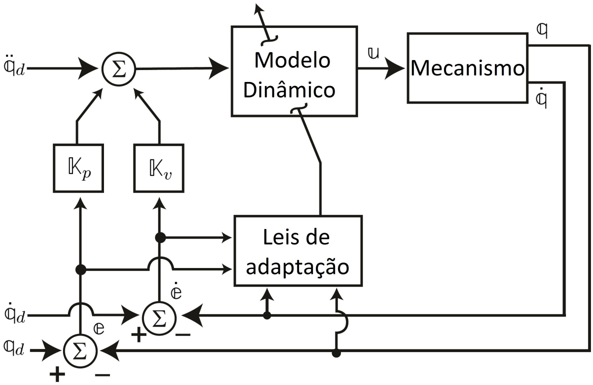
Controle Preditivo Baseado em Modelo (CPM)

- Técnica de controle multi-variável baseado em modelo
- Muito utilizado no controle de processos industriais
- Realiza otimização em tempo real de uma função custo que envolve o erro e o esforço de controle em tempo futuro
- Custo computacional bastante dependente da complexidade do modelo
- Boa robustez a incertezas paramétricas


Future
Reference
Future error
Optimizer
Control Signal
Process
Constraints
Cost
Function
Future
Predicted
Output
Actual
Output
Model

Controle Adaptativo (CA)

- Técnica de controle baseado em modelo
- Estimação em tempo real de parâmetros do sistema
- Baixa sensibilidade a incertezas paramétricas
- Necessita de modelo dinâmico linear em relação aos parâmetros
- Alternativamente pode realizar a estimação de termos não lineares de compensação dinâmica
- Custo computacional adicional relativo a integração das leis de adaptação
- Maior complexidade de projeto e implementação



$\ddot{\mathbb{q}}_d$
Σ
Modelo Dinâmico
$\mathbb{u}$
Mecanismo
$\mathbb{q}$
$\dot{\mathbb{q}}$
$\mathbb{K}_p$
$\mathbb{K}_v$
Leis de adaptação
$\dot{\mathbb{e}}$
$\dot{\mathbb{q}}_d$
$\mathbb{e}$
$\mathbb{q}_d$
+
−

Controle por Modos Deslizantes (CMD)

- Técnica de controle não linear robusto
- Alta robustez em relação a incertezas estruturadas e não estuturadas
- Desempenho menos dependente da qualidade do modelo dinâmico
- Utiliza funções descontínuas na lei de controle, o que pode causar *chattering*
- Bastante utilizado em combinação com lógica *fuzzy* e redes neurais (Begon *et al.*, 1995; Ertugrul e Kaynak, 2000; Hu e Woo, 2006; Sadati e Ghadami, 2008)

Técnicas de controle combinadas

- "PD-SMC"(Ouyang, Acob, Pano, 2014)
  - Lei de controle combinada não baseada em modelo
  - Simulação
  - Mecanismo serial prismático (PPP)
- "PD-SMC"(Li, Ghasemi, Xie, Gao, 2018)
  - Lei de controle combinada não baseada em modelo
  - Experimento (movimento lento, trajetória de 150s, controle por câmera)
  - Mecanismo serial de 6 gl
- "Hybrid PD-SMC"(Acob, 2015)
  - Lei de controle combinada não baseada em modelo
  - Simulação
  - Mecanismo serial de 3 gl e mecanismo paralelo de 2 gl

Técnicas de controle combinadas

- "PD-SMC-GA"(Mahmoodabadi, Taherkhorsandi, Talebipour, Castilho-Villar, 2015)
  - Lei de controle combinada baseada em modelo
  - Simulação
  - Pêndulo invertido
- "NN-SMC"(Truong, Tran, Ahn, 2019)
  - Lei de controle baseada em modelo
  - Experimento (movimento lento, ciclo de 10s)
  - Mecanismo serial hidráulico de 3 gl
  - Rede neural realiza a sintonização em tempo real dos ganho do controlador

Metodologia da Pesquisa

Metodologia da Pesquisa

Modelagem

Desenvolvimento e implementação de algoritmo genérico para modelagem dinâmica de mecanismos paralelos translacionais

Metodologia da Pesquisa

Modelagem

Desenvolvimento e implementação de algoritmo genérico para modelagem dinâmica de mecanismos paralelos translacionais

Controle

Estudo, síntese, e simulação de leis de controle não linear robusto de alto desempenho para mecanismos paralelos

Metodologia da Pesquisa

Modelagem

Desenvolvimento e implementação de algoritmo genérico para modelagem dinâmica de mecanismos paralelos translacionais

Controle

Estudo, síntese, e simulação de leis de controle não linear robusto de alto desempenho para mecanismos paralelos

Experimento

Contrução de um protótipo de manipulador paralelo translacional e realização de ensaios experimentais com o intuito de:

- Validar a eficácia da utilização do modelo gerado pelo algoritmo em leis de controle baseadas em modelo
- Comparar o desempenho das leis de controle propostas com leis de controle já consagradas pela literatura

Elementos

- Elos
- Juntas
- Atuadores

Elementos

- Elos
- Juntas
- Atuadores

Descrição Topológica

- Parâmetros de Denavit-Hartenberg
- Coordenadas dos centros de massa dos elos nos sistemas móveis

Elementos

- Elos
- Juntas
- Atuadores

Descrição Topológica

- Parâmetros de Denavit-Hartenberg
- Coordenadas dos centros de massa dos elos nos sistemas móveis

Efeitos considerados

- Ação da gravidade
- Inércia distribuída
- Atritos
- Esforço e dinâmica dos atuadores

Algoritmo de Modelagem
Manipulador paralelo

Algoritmo de Modelagem
Manipulador paralelo

Efetuador

- Subsistema $\mathscr{B}_0$
- Sistema de coordenadas móvel $\mathtt{B}$
- Sistema de coordenadas fixo $\mathtt{N}_0$

Efetuador

- Subsistema $\mathscr{B}_0$
- Sistema de coordenadas móvel $\mathtt{B}$
- Sistema de coordenadas fixo $\mathtt{N}_0$

Cadeias seriais

- Subsistemas $\mathscr{B}_1, \mathscr{B}_2, \ldots, \mathscr{B}_n$
- Sistemas de coordenadas fixos $\mathtt{N}_1, \mathtt{N}_2, \ldots, \mathtt{N}_n$

Efetuador

- Subsistema $\mathscr{B}_0$
- Sistema de coordenadas móvel $\mathtt{B}$
- Sistema de coordenadas fixo $\mathtt{N}_0$

Cadeias seriais

- Subsistemas $\mathscr{B}_1, \mathscr{B}_2, \ldots, \mathscr{B}_n$
- Sistemas de coordenadas fixos $\mathtt{N}_1, \mathtt{N}_2, \ldots, \mathtt{N}_n$

Coordenadas generalizadas

- $\mathbb{q}^*$ ou $\mathbb{q}_0$: Coordenadas x, y, z do CM do efetuador $\mathscr{B}_0$ no sistema $\mathtt{N}_0$
- $\mathbb{q}_i$: Deslocamentos relativos das juntas da cadeia $\mathscr{B}_i$, $i = 1, \ldots, n$
- $\mathbb{q}^\diamond$: Concatenação de todos $\mathbb{q}_i$, $i = 1, \ldots, n$
- $\mathbb{q}$: Concatenação de $\mathbb{q}^*$ com $\mathbb{q}^\diamond$

Cinemática das cadeias seriais

- $\mathbb{x}_i(\mathbb{q}_i)$: Coordenadas x, y, z do efetuador de $\mathscr{B}_i$ no sistema $\mathtt{N}_i$
- $\mathbb{v}_i(\mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i)$: Velocidade linear do efetuador de $\mathscr{B}_i$ no sistema $\mathtt{N}_i$
- $\mathbb{a}_i(\mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i, \ddot{\mathbb{q}}_i)$: Aceleração linear do efetuador de $\mathscr{B}_i$ no sistema $\mathtt{N}_i$
- $\omega_i(\mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i)$: Velocidade angular do efetuador de $\mathscr{B}_i$ no sistema $\mathtt{N}_i$
- $\dot{\omega}_i(\mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i, \ddot{\mathbb{q}}_i)$: Aceleração angular do efetuador de $\mathscr{B}_i$ no sistema $\mathtt{N}_i$

Cinemática das cadeias seriais

- $\mathbb{x}_i(\mathbb{q}_i)$: Coordenadas x, y, z do efetuador de $\mathscr{B}_i$ no sistema $\mathtt{N}_i$
- $\mathbb{v}_i(\mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i)$: Velocidade linear do efetuador de $\mathscr{B}_i$ no sistema $\mathtt{N}_i$
- $\mathbb{a}_i(\mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i, \ddot{\mathbb{q}}_i)$: Aceleração linear do efetuador de $\mathscr{B}_i$ no sistema $\mathtt{N}_i$
- $\mathbb{\omega}_i(\mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i)$: Velocidade angular do efetuador de $\mathscr{B}_i$ no sistema $\mathtt{N}_i$
- $\dot{\mathbb{\omega}}_i(\mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i, \ddot{\mathbb{q}}_i)$: Aceleração angular do efetuador de $\mathscr{B}_i$ no sistema $\mathtt{N}_i$

$$\mathbb{v}(\mathbb{q}^\diamond, \dot{\mathbb{q}}^\diamond) = \mathbb{J}_\mathsf{v}(\mathbb{q}^\diamond) \cdot \dot{\mathbb{q}}^\diamond$$

$$\mathbb{a}(\mathbb{q}^\diamond, \dot{\mathbb{q}}^\diamond, \ddot{\mathbb{q}}^\diamond) = \mathbb{J}_\mathsf{v}(\mathbb{q}^\diamond) \cdot \ddot{\mathbb{q}}^\diamond + \underset{\sim}{\mathbb{a}}(\mathbb{q}^\diamond, \dot{\mathbb{q}}^\diamond)$$

$$\mathbb{\omega}(\mathbb{q}^\diamond, \dot{\mathbb{q}}^\diamond) = \mathbb{J}_\mathsf{w}(\mathbb{q}^\diamond) \cdot \dot{\mathbb{q}}^\diamond$$

$$\dot{\mathbb{\omega}}(\mathbb{q}^\diamond, \dot{\mathbb{q}}^\diamond, \ddot{\mathbb{q}}^\diamond) = \mathbb{J}_\mathsf{w}(\mathbb{q}^\diamond) \cdot \ddot{\mathbb{q}}^\diamond + \underset{\sim}{\dot{\mathbb{\omega}}}(\mathbb{q}^\diamond, \dot{\mathbb{q}}^\diamond)$$

Vínculos de posição

Vinculando o efetuador de cada cadeia $\mathscr{B}_i$ ao efetuador $\mathscr{B}_0$:

$$\mathbb{q}^* = \mathbb{d}_i + \mathbb{E}_i\, \mathbb{x}_i(\mathbb{q}_i),\ \ i = 1, ..., n \tag{5.13}$$

$$\mathbb{d}_i = [\mathrm{o}_i]_{\mathtt{N}_0} - [\mathbf{1}]_{\mathtt{N}_0 \mid \mathtt{B}}\, [\mathrm{p}_i]_{\mathtt{B}}$$

Vínculos de posição

Definindo vínculos afins adicionais (se necessário):

$$\mathbb{D}_{\oplus} \cdot \mathbb{q}^{*} = \mathbb{d}_{\oplus} + \mathbb{F}_{\oplus} \cdot \mathbb{q}^{\diamond} \tag{5.15}$$

Vínculos de posição

Definindo vínculos afins adicionais (se necessário):

$$\mathbb{D}_{\oplus} \cdot \mathbb{q}^{*} = \mathbb{d}_{\oplus} + \mathbb{F}_{\oplus} \cdot \mathbb{q}^{\diamond} \tag{5.15}$$

Juntando todas as equações vinculares obtidas:

$$\begin{bmatrix} \mathbb{1} \\ \vdots \\ \mathbb{1} \\ \mathbb{D}_{\oplus} \end{bmatrix} \cdot \mathbb{q}^{*} = \begin{bmatrix} \mathbb{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbb{d}_n \\ \mathbb{d}_{\oplus} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbb{E}_1 & \dots & \mathbb{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{0} & \dots & \mathbb{E}_n \\ \mathbb{0} & \dots & \mathbb{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbb{x}_1(\mathbb{q}_1) \\ \vdots \\ \mathbb{x}_n(\mathbb{q}_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbb{0} \\ \vdots \\ \mathbb{0} \\ \mathbb{F}_{\oplus} \end{bmatrix} \cdot \mathbb{q}^{\diamond} \tag{5.16}$$

Vínculos de posição

Definindo vínculos afins adicionais (se necessário):

$$\mathbb{D}_\oplus \cdot \mathbb{q}^* = \mathbb{d}_\oplus + \mathbb{F}_\oplus \cdot \mathbb{q}^\diamond \tag{5.15}$$

Juntando todas as equações vinculares obtidas:

$$\begin{bmatrix} \mathbb{1} \\ \vdots \\ \mathbb{1} \\ \mathbb{D}_\oplus \end{bmatrix} \cdot \mathbb{q}^* = \begin{bmatrix} \mathbb{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbb{d}_n \\ \mathbb{d}_\oplus \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbb{E}_1 & \dots & \mathbb{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{0} & \dots & \mathbb{E}_n \\ \mathbb{0} & \dots & \mathbb{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varkappa_1(\mathbb{q}_1) \\ \vdots \\ \varkappa_n(\mathbb{q}_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbb{0} \\ \vdots \\ \mathbb{0} \\ \mathbb{F}_\oplus \end{bmatrix} \cdot \mathbb{q}^\diamond \tag{5.16}$$

Assim, temos:

$$\therefore \overline{\mathbb{q}}(\mathbb{q}) = \mathbb{D} \cdot \mathbb{q}^* - \mathbb{d} - \mathbb{E} \cdot \varkappa(\mathbb{q}) - \mathbb{F} \cdot \mathbb{q}^\diamond = \mathbb{0} \tag{5.17}$$

Vínculos de quasi-velocidades

$$\overline{\mathbb{p}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) = \begin{bmatrix} \dot{\overline{\mathbb{q}}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) \\ \overline{\mathbb{\omega}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{D} \cdot \dot{\mathbb{q}}^{*} - \mathbb{E} \cdot \mathbb{J}_{\mathsf{v}}(\mathbb{q}^{\diamond}) \cdot \dot{\mathbb{q}}^{\diamond} - \mathbb{F} \cdot \dot{\mathbb{q}}^{\diamond} \\ -\mathbb{Q} \cdot \mathbb{J}_{\mathsf{w}}(\mathbb{q}^{\diamond}) \cdot \dot{\mathbb{q}}^{\diamond} \end{bmatrix} = \mathbb{0} \qquad (5.32)$$

Vínculos de quasi-velocidades

$$\overline{\mathbb{p}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) = \begin{bmatrix} \dot{\overline{\mathbb{q}}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) \\ \overline{\omega}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{D} \cdot \dot{\mathbb{q}}^* - \mathbb{E} \cdot \mathbb{J}_v(\mathbb{q}^\diamond) \cdot \dot{\mathbb{q}}^\diamond - \mathbb{F} \cdot \dot{\mathbb{q}}^\diamond \\ -\mathbb{Q} \cdot \mathbb{J}_w(\mathbb{q}^\diamond) \cdot \dot{\mathbb{q}}^\diamond \end{bmatrix} = \mathbb{0} \qquad (5.32)$$

$$\therefore \overline{\mathbb{p}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) = \mathbb{A}(\mathbb{q})\dot{\mathbb{q}} = \mathbb{0} \qquad (5.34)$$

Sendo

$$\mathbb{A}(\mathbb{q}) = \begin{bmatrix} \mathbb{D} & -(\mathbb{E} \cdot \mathbb{J}_v(\mathbb{q}^\diamond) + \mathbb{F}) \\ \mathbb{0} & -\mathbb{Q} \cdot \mathbb{J}_w(\mathbb{q}^\diamond) \end{bmatrix} \qquad (5.35)$$

Vínculos de quasi-acelerações

$$\dot{\bar{\mathbb{p}}}(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}},\ddot{\mathbb{q}}) = \begin{bmatrix} \ddot{\bar{\mathbb{q}}}(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}},\ddot{\mathbb{q}}) \\ \dot{\bar{\omega}}(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}},\ddot{\mathbb{q}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{D}\cdot\ddot{\mathbb{q}}^{*} - \mathbb{E}\cdot(\mathbb{J}_{\mathsf{v}}(\mathbb{q}^{\diamond})\cdot\ddot{\mathbb{q}}^{\diamond} + \underset{\sim}{\mathbb{a}}(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}})) - \mathbb{F}\cdot\ddot{\mathbb{q}}^{\diamond} \\ -\mathbb{Q}\cdot(\mathbb{J}_{\mathsf{w}}(\mathbb{q}^{\diamond})\cdot\ddot{\mathbb{q}}^{\diamond} + \underset{\sim}{\dot{\omega}}(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}})) \end{bmatrix} = \mathbb{0} \tag{5.36}$$

Vínculos de quasi-acelerações

$$\dot{\bar{\mathbb{p}}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}, \ddot{\mathbb{q}}) = \begin{bmatrix} \dot{\bar{\mathbb{q}}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}, \ddot{\mathbb{q}}) \\ \dot{\bar{\omega}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}, \ddot{\mathbb{q}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{D} \cdot \ddot{\mathbb{q}}^* - \mathbb{E} \cdot (\mathbb{J}_v(\mathbb{q}^\diamond) \cdot \ddot{\mathbb{q}}^\diamond + \underset{\sim}{\mathbb{a}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}})) - \mathbb{F} \cdot \ddot{\mathbb{q}}^\diamond \\ -\mathbb{Q} \cdot (\mathbb{J}_w(\mathbb{q}^\diamond) \cdot \ddot{\mathbb{q}}^\diamond + \underset{\sim}{\dot{\omega}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}})) \end{bmatrix} = \mathbb{0} \tag{5.36}$$

$$\therefore \dot{\bar{\mathbb{p}}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}, \ddot{\mathbb{q}}) = \mathbb{A}(\mathbb{q})\ddot{\mathbb{q}} + \mathbb{b}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) = \mathbb{0} \tag{5.39}$$

Sendo

$$\mathbb{b}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) = -\begin{bmatrix} \mathbb{E} \cdot \underset{\sim}{\mathbb{a}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) \\ \mathbb{Q} \cdot \underset{\sim}{\dot{\omega}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) \end{bmatrix} \tag{5.40}$$

Modelos dinâmicos desacoplados

$$\bar{\mathbb{f}}_{\mathscr{B}_i}(\mathbb{u}_i, \mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i, \ddot{\mathbb{q}}_i) = \mathbb{u}_{\mathscr{B}_i} - \left(\mathbb{M}_{\mathscr{B}_i}(\mathbb{q}_i)\ddot{\mathbb{q}}_i + \mathbb{v}_{\mathscr{B}_i}(\mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i) + \mathbb{g}_{\mathscr{B}_i}(\mathbb{q}_i)\right) = \mathbb{0}, \; i = 0, \ldots, n \tag{5.1}$$

Modelos dinâmicos desacoplados

$$\bar{\mathbb{f}}_{\mathscr{B}_i}(\mathbb{u}_i, \mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i, \ddot{\mathbb{q}}_i) = \mathbb{u}_{\mathscr{B}_i} - \Big(\mathbb{M}_{\mathscr{B}_i}(\mathbb{q}_i)\ddot{\mathbb{q}}_i + \mathbb{v}_{\mathscr{B}_i}(\mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i) + \mathbb{g}_{\mathscr{B}_i}(\mathbb{q}_i)\Big) = \mathbb{0},\ i = 0, \dots, n \tag{5.1}$$

Princípio de D'Alambert

$$\sum_{i=0}^{n} \delta W_i = \sum_{i=0}^{n} \delta \mathbb{q}_i^{\mathsf{T}} \cdot \bar{\mathbb{f}}_{\mathscr{B}_i} = 0 \tag{5.48}$$

Modelos dinâmicos desacoplados

$$\bar{\mathbb{f}}_{\mathscr{B}_i}(\mathbb{u}_i, \mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i, \ddot{\mathbb{q}}_i) = \mathbb{u}_{\mathscr{B}_i} - \Big(\mathbb{M}_{\mathscr{B}_i}(\mathbb{q}_i)\ddot{\mathbb{q}}_i + \mathbb{v}_{\mathscr{B}_i}(\mathbb{q}_i, \dot{\mathbb{q}}_i) + \mathbb{g}_{\mathscr{B}_i}(\mathbb{q}_i)\Big) = \mathbb{0},\ i = 0, \ldots, n \tag{5.1}$$

Princípio de D'Alambert

$$\sum_{i=0}^{n} \delta W_i = \sum_{i=0}^{n} \delta \mathbb{q}_i^{\mathsf{T}} \cdot \bar{\mathbb{f}}_{\mathscr{B}_i} = 0 \tag{5.48}$$

Ou seja:

$$\delta \mathbb{q}^{\mathsf{T}} \cdot \mathbb{f} = 0 \tag{5.49}$$

Vínculos em forma diferencial

Vínculos em forma diferencial

$$\mathbb{A}(\mathbb{q})\delta\mathbb{q} = \mathbb{0} \tag{5.50}$$

Vínculos em forma diferencial

$$\mathbb{A}(\mathbb{q})\delta\mathbb{q} = \mathbb{0} \tag{5.50}$$

$$\delta\mathbb{q} = \mathbb{Q}^{\#}\delta\mathbb{q}^{\#} + \mathbb{Q}^{\circ}\delta\mathbb{q}^{\circ} \tag{5.52}$$

Vínculos em forma diferencial

$$\mathbb{A}(\mathbb{q})\delta\mathbb{q} = \mathbb{0} \tag{5.50}$$

$$\delta\mathbb{q} = \mathbb{Q}^{\#}\delta\mathbb{q}^{\#} + \mathbb{Q}^{\circ}\delta\mathbb{q}^{\circ} \tag{5.52}$$

$$\therefore \delta\mathbb{q} = \mathbb{C}(\mathbb{q}) \cdot \delta\mathbb{q}^{\#} \tag{5.54}$$

Vínculos em forma diferencial

$$\mathbb{A}(\mathbb{q})\delta\mathbb{q} = \mathbb{0} \tag{5.50}$$

$$\delta\mathbb{q} = \mathbb{Q}^{\#}\delta\mathbb{q}^{\#} + \mathbb{Q}^{\circ}\delta\mathbb{q}^{\circ} \tag{5.52}$$

$$\therefore \delta\mathbb{q} = \mathbb{C}(\mathbb{q}) \cdot \delta\mathbb{q}^{\#} \tag{5.54}$$

Sendo:

$$\mathbb{C}(\mathbb{q}) = \mathbb{Q}^{\#} - \mathbb{Q}^{\circ}(\mathbb{A}\mathbb{Q}^{\circ})^{-1}\mathbb{A}\mathbb{Q}^{\#} \tag{5.55}$$

Vínculos em forma diferencial

$$\mathbb{A}(\mathbb{q})\delta\mathbb{q} = \mathbb{0} \tag{5.50}$$

$$\delta\mathbb{q} = \mathbb{Q}^{\#}\delta\mathbb{q}^{\#} + \mathbb{Q}^{\circ}\delta\mathbb{q}^{\circ} \tag{5.52}$$

$$\therefore \delta\mathbb{q} = \mathbb{C}(\mathbb{q}) \cdot \delta\mathbb{q}^{\#} \tag{5.54}$$

Sendo:

$$\mathbb{C}(\mathbb{q}) = \mathbb{Q}^{\#} - \mathbb{Q}^{\circ}(\mathbb{A}\mathbb{Q}^{\circ})^{-1}\mathbb{A}\mathbb{Q}^{\#} \tag{5.55}$$

Equações dinâmicas

$$\delta\mathbb{q}^{\#^{\mathsf{T}}}\mathbb{C}^{\mathsf{T}}\mathbb{f} = 0 \Leftrightarrow \mathbb{C}^{\mathsf{T}}\mathbb{f} = \mathbb{0} \tag{5.57/5.58}$$

Dinâmica Direta

Dinâmica Direta

Sistema de Equações Diferenciais Algébricas

$$\begin{cases} \mathbb{C}(\mathbb{q})^\top(\mathbb{M}'(\mathbb{q})\ddot{\mathbb{q}} + \mathbb{v}'(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) + \mathbb{g}'(\mathbb{q})) = \mathbb{C}(\mathbb{q})^\top\mathbb{u}' \\ \bar{\mathbb{q}}(\mathbb{q}) = \mathbb{0} \end{cases}$$

Dinâmica Direta

Sistema de Equações Diferenciais Algébricas

$$\begin{cases} \mathbb{C}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}(\mathbb{M}'(\mathbb{q})\ddot{\mathbb{q}} + \mathbb{v}'(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}}) + \mathbb{g}'(\mathbb{q})) = \mathbb{C}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}\mathbb{u}' \\ \bar{\mathbb{q}}(\mathbb{q}) = \mathbb{0} \end{cases}$$

Sistema de Equações Diferenciais

$$\begin{cases} \mathbb{C}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}(\mathbb{M}'(\mathbb{q})\ddot{\mathbb{q}} + \mathbb{v}'(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}}) + \mathbb{g}'(\mathbb{q})) = \mathbb{C}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}\mathbb{u}' \\ \mathbb{A}(\mathbb{q})\ddot{\mathbb{q}} + \mathbb{b}(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}}) = \mathbb{0} \end{cases} \tag{5.60}$$

Dinâmica Direta

Sistema de Equações Diferenciais Algébricas

$$\begin{cases} \mathbb{C}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}(\mathbb{M}'(\mathbb{q})\ddot{\mathbb{q}} + \mathbb{v}'(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}}) + \mathbb{g}'(\mathbb{q})) = \mathbb{C}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}\mathbb{u}' \\ \bar{\mathbb{q}}(\mathbb{q}) = \mathbb{0} \end{cases}$$

Sistema de Equações Diferenciais

$$\begin{cases} \mathbb{C}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}(\mathbb{M}'(\mathbb{q})\ddot{\mathbb{q}} + \mathbb{v}'(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}}) + \mathbb{g}'(\mathbb{q})) = \mathbb{C}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}\mathbb{u}' \\ \mathbb{A}(\mathbb{q})\ddot{\mathbb{q}} + \mathbb{b}(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}}) = \mathbb{0} \end{cases} \tag{5.60}$$

Utilizando o método de estabilização de Baumgarte

$$\begin{bmatrix} \mathbb{C}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}\mathbb{M}'(\mathbb{q}) \\ \mathbb{A}(\mathbb{q}) \end{bmatrix} \cdot \ddot{\mathbb{q}} = \begin{bmatrix} \mathbb{C}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}(\mathbb{u}' - \mathbb{v}'(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}}) - \mathbb{g}'(\mathbb{q})) \\ -\mathbb{b}(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}}) - 2\lambda\mathbb{A}(\mathbb{q})\cdot\dot{\mathbb{q}} - \lambda^2\bar{\mathbb{q}}(\mathbb{q}) \end{bmatrix} \tag{5.65}$$

Dinâmica Direta

Dinâmica Direta

$$\mathbb{M}_{\mathscr{M}}(\mathbb{q})\ddot{\mathbb{q}}^{\#} + \mathbb{v}_{\mathscr{M}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) + \mathbb{g}_{\mathscr{M}}(\mathbb{q}) = \mathbb{Z}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}\mathbb{u}^{\star} \tag{5.73}$$

Dinâmica Direta

$$\mathbb{M}_{\mathscr{M}}(\mathbb{q})\ddot{\mathbb{q}}^{\#} + \mathbb{v}_{\mathscr{M}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) + \mathbb{g}_{\mathscr{M}}(\mathbb{q}) = \mathbb{Z}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}\mathbb{u}^{\star} \tag{5.73}$$

Sendo:

$$\mathbb{M}_{\mathscr{M}} = \mathbb{C}^{\mathsf{T}}\mathbb{M}'\mathbb{C} \tag{5.74}$$

$$\mathbb{v}_{\mathscr{M}} = \mathbb{C}^{\mathsf{T}}(\mathbb{M}'\mathbb{c} + \mathbb{v}') \tag{5.75}$$

$$\mathbb{g}_{\mathscr{M}} = \mathbb{C}^{\mathsf{T}}\mathbb{g}' \tag{5.76}$$

Dinâmica Direta

$$\mathbb{M}_{\mathscr{M}}(\mathbb{q})\ddot{\mathbb{q}}^{\#} + \mathbb{v}_{\mathscr{M}}(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}}) + \mathbb{g}_{\mathscr{M}}(\mathbb{q}) = \mathbb{Z}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}\mathbb{u}^{\star} \tag{5.73}$$

Sendo:

$$\mathbb{M}_{\mathscr{M}} = \mathbb{C}^{\mathsf{T}}\mathbb{M}'\mathbb{C} \tag{5.74}$$

$$\mathbb{v}_{\mathscr{M}} = \mathbb{C}^{\mathsf{T}}(\mathbb{M}'\mathbb{c} + \mathbb{v}') \tag{5.75}$$

$$\mathbb{g}_{\mathscr{M}} = \mathbb{C}^{\mathsf{T}}\mathbb{g}' \tag{5.76}$$

$$\mathbb{c} = -(\mathbb{A}\mathbb{Q}^{\circ})^{-1}\,\mathbb{b} \tag{5.68}$$

$$\mathbb{Z} = \mathbb{U}^{\mathsf{T}}\mathbb{C} \tag{5.71*}$$

$$\mathbb{u}' = \mathbb{U}\cdot\mathbb{u}^{\star} \tag{5.69}$$

Controle

Modelo

$$\mathbb{H}(\mathbb{q})\,\ddot{\mathbb{q}}^{\#} + \mathbb{h}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}}) = \mathbb{u} \tag{6.4}$$

Controle

Modelo

$$\mathbb{H}(\mathbb{q})\,\ddot{\mathbb{q}}^{\#} + \mathbb{h}(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}}) = \mathbb{u} \tag{6.4}$$

Sendo

$$\mathbb{H}(\mathbb{q}) = \mathbb{M}_{\mathscr{M}}(\mathbb{q}) \tag{6.1}$$

$$\mathbb{h}(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}}) = \mathbb{v}_{\mathscr{M}}(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}}) + \mathbb{g}_{\mathscr{M}}(\mathbb{q}) \tag{6.2}$$

$$\mathbb{u} = \mathbb{Z}(\mathbb{q})^{\mathsf{T}}\mathbb{u}^{\star} \tag{6.3}$$

Superfície de escorregamento

$$\sigma : \mathbb{s} = \underline{\mathbb{s}}(\mathbb{x}, \mathbb{r}) = \mathbb{0}$$

Superfície de escorregamento

$$\sigma : \mathbb{s} = \underline{\mathbb{s}}(\mathbb{x}, \mathbb{r}) = \mathbb{0}$$

$$\mathbb{s} = \mathbb{0} \Rightarrow \mathbb{e} \to \mathbb{0}$$

Superfície de escorregamento

$$\sigma : \mathbb{s} = \underline{\mathbb{s}}(\mathbb{x}, \mathbb{r}) = \mathbb{0}$$

$$\mathbb{s} = \mathbb{0} \Rightarrow \mathbb{e} \rightarrow \mathbb{0}$$

Condição de escorregamento

$$V(\mathbb{s}) = \frac{1}{2}\mathbb{s}^{\mathsf{T}}\mathbb{W}\,\mathbb{s} \tag{6.17}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V(\mathbb{s}) \leq -\mathbb{s}^{\mathsf{T}}\underline{\eta}\,\mathrm{sign}(\mathbb{s}) \tag{6.18}$$

Escolha convencional

$$\mathbb{s} = \dot{\mathbb{e}} + \underline{\lambda}\mathbb{e} \tag{6.14}$$

Escolha convencional

$$\mathbb{s} = \dot{\mathbb{e}} + \underline{\lambda}\mathbb{e} \tag{6.14}$$

Para $\mathbb{W} = \mathbb{1}$:

$$\mathbb{u} = \hat{\mathbb{H}}(\ddot{\mathbb{q}}_d^{\#} + \underline{\lambda}\dot{\mathbb{e}} + \underline{k}\,\mathbf{sign}(\mathbb{s})) + \hat{\mathbb{h}} \tag{6.28*}$$

Escolha convencional

$$\mathbb{s} = \dot{\mathbb{e}} + \underline{\lambda}\mathbb{e} \tag{6.14}$$

Para $\mathbb{W} = \mathbb{1}$:

$$\mathbb{u} = \hat{\mathbb{H}}(\ddot{\mathbb{q}}_d^\# + \underline{\lambda}\dot{\mathbb{e}} + \underline{k}\,\mathrm{sign}(\mathbb{s})) + \hat{\mathbb{h}} \tag{6.28*}$$

$$(\mathbb{1} - |\mathbb{H}^{-1}\tilde{\mathbb{H}}|_{max}) \cdot \mathrm{diag}(\underline{k}) \geq \mathrm{diag}(\underline{\eta}) + |\mathbb{H}^{-1}\tilde{\mathbb{H}}|_{max}|\ddot{\mathbb{q}}_d^\# + \underline{\lambda}\dot{\mathbb{e}}| + |\mathbb{H}^{-1}\tilde{\mathbb{h}}|_{max} \tag{6.32}$$

Escolha convencional

$$\mathbb{s} = \dot{\mathbb{e}} + \underline{\lambda}\mathbb{e} \tag{6.14}$$

Para $\mathbb{W} = \mathbb{H}$:

$$\mathbb{u} = \hat{\mathbb{H}}(\ddot{\mathbb{q}}_d^{\#} + \underline{\lambda}\dot{\mathbb{e}}) + \frac{1}{2}\dot{\hat{\mathbb{H}}}\,\mathbb{s} + \hat{\mathbb{h}} + \underline{k}\,\mathbf{sign}(\mathbb{s}) \tag{6.35*}$$

Escolha convencional

$$\mathbb{s} = \dot{\mathbb{e}} + \underline{\lambda}\mathbb{e} \tag{6.14}$$

Para $\mathbb{W} = \mathbb{H}$:

$$\mathbb{u} = \hat{\mathbb{H}}(\ddot{\mathbb{q}}_d^{\#} + \underline{\lambda}\dot{\mathbb{e}}) + \frac{1}{2}\dot{\hat{\mathbb{H}}}\,\mathbb{s} + \hat{\mathbb{h}} + \underline{k}\,\mathbf{sign}(\mathbb{s}) \tag{6.35*}$$

$$\text{diag}(\underline{k}) \geq \text{diag}(\underline{\eta}) + \frac{1}{2}|\dot{\tilde{\mathbb{H}}}|_{max}|\mathbb{s}| + |\tilde{\mathbb{H}}|_{max}|\ddot{\mathbb{q}}_d^{\#} + \underline{\lambda}\dot{\mathbb{e}}| + |\tilde{\mathbb{h}}|_{max} \tag{6.39}$$

Nova escolha proposta

$$\mathbb{s} = \ddot{\mathbb{e}} + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} \tag{6.15}$$

Nova escolha proposta

$$\mathbb{s} = \ddot{\mathbb{e}} + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} \tag{6.15}$$

Para $\mathbb{W} = \mathbb{1}$:

$$\mathbb{u} = \hat{\mathbb{H}} \left(\ddot{\mathbb{q}}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} + \int_0^t \underline{k}\, \mathrm{sign}(\mathbb{s})\, \mathrm{d}\tau \right) + \hat{\mathbb{h}} \tag{6.52*}$$

Nova escolha proposta

$$\mathbb{s} = \ddot{\mathbb{e}} + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} \tag{6.15}$$

Para $\mathbb{W} = \mathbb{1}$:

$$\mathbb{u} = \hat{\mathbb{H}}\left(\ddot{\mathbb{q}}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} + \int_0^t \underline{k}\,\mathrm{sign}(\mathbb{s})\,\mathrm{d}\tau\right) + \hat{\mathbb{h}} \tag{6.52*}$$

$$\begin{aligned}(\mathbb{1} - |\mathbb{H}^{-1}\tilde{\mathbb{H}}|_{max}) \cdot \mathrm{diag}(\underline{k}) \geq \mathrm{diag}(\underline{\eta}) + |\mathbb{H}^{-1}(\dot{\mathbb{H}}\mathbb{H}^{-1}\tilde{\mathbb{H}} - \dot{\tilde{\mathbb{H}}})|_{max}|\mathbb{u}'' - \mathbb{\sigma}| + \\ |\mathbb{H}^{-1}\tilde{\mathbb{H}}|_{max}|\dot{\mathbb{\sigma}}| + |\mathbb{H}^{-1}\dot{\mathbb{H}}\mathbb{H}^{-1}\tilde{\mathbb{h}}|_{max} + |\mathbb{H}^{-1}\dot{\tilde{\mathbb{h}}}|_{max}\end{aligned} \tag{6.56}$$

Nova escolha proposta

$$\mathbb{s} = \ddot{\mathbb{e}} + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} \tag{6.15}$$

Para $\mathbb{W} = \mathbb{H}$:

$$\mathbb{u} = \hat{\mathbb{H}}\left(\ddot{\mathbb{q}}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} + \int_0^t \hat{\mathbb{H}}^{-1}\left(\underline{k}\,\mathbf{sign}(\mathbb{s}) + \frac{1}{2}\dot{\hat{\mathbb{H}}}\,\mathbb{s}\right) \mathrm{d}\tau\right) + \hat{\mathbb{h}} \tag{6.59*}$$

Nova escolha proposta

$$\mathbb{s} = \ddot{\mathbb{e}} + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} \tag{6.15}$$

Para $\mathbb{W} = \mathbb{H}$:

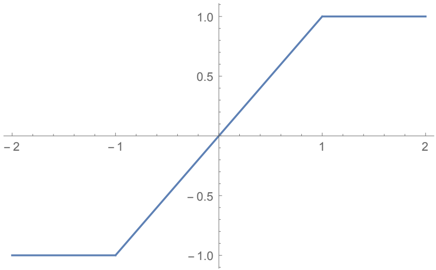
$$\mathbb{u} = \hat{\mathbb{H}}\left(\ddot{\mathbb{q}}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} + \int_0^t \hat{\mathbb{H}}^{-1}\left(\underline{k}\,\mathbf{sign}(\mathbb{s}) + \frac{1}{2}\dot{\hat{\mathbb{H}}}\,\mathbb{s}\right) d\tau\right) + \hat{\mathbb{h}} \tag{6.59*}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{diag}(\underline{k}) \geq \mathrm{diag}(\underline{\eta}) + \frac{1}{2}|\dot{\tilde{\mathbb{H}}}|_{max}|\mathbb{s}| + |(\dot{\mathbb{H}}\mathbb{H}^{-1}\tilde{\mathbb{H}} - \dot{\tilde{\mathbb{H}}})|_{max}|\mathbb{u}'' - \mathbb{\sigma}| + \\ |\tilde{\mathbb{H}}|_{max}|\dot{\mathbb{\sigma}}| + |\dot{\mathbb{H}}\mathbb{H}^{-1}\tilde{\mathbb{h}}|_{max} + |\dot{\tilde{\mathbb{h}}}|_{max}\end{aligned} \tag{6.63}$$

Camada limite

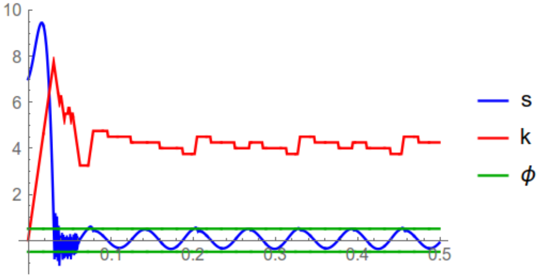
$$\text{sign}(\mathbb{s}) \rightarrow \text{sat}(\mathbb{s}/\phi)$$

$$-\phi < s_i < \phi \Rightarrow e_{max} = \phi/k_p$$



Lei de Adaptação

- $\underline{k}_i[k+1] = \underline{k}_i[k] + \gamma_i$: Se estiver fora da camada limite e s_i não trocou de sinal
- $\underline{k}_i[k+1] = \underline{k}_i[k] - \gamma_i$: Se s_i trocou de sinal e $\underline{k}_i[k] \geq \gamma_i$:
- $\underline{k}_i[k+1] = \underline{k}_i[k]$: Caso contrário



Lei de controle escolhida

$$\mathbb{u} = \hat{\mathbb{H}}(\mathbb{q})\left(\ddot{\mathbb{q}}_d^{\#} + \underline{k}_v\dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p\mathbb{e} + \int_0^t \underline{k}\ \mathsf{sat}(\mathbb{s}/\phi)\,\mathrm{d}\tau\right) + \hat{\mathbb{h}}(\mathbb{q},\dot{\mathbb{q}})$$

Sendo:

$$\mathbb{s} = \ddot{\mathbb{e}} + \underline{k}_v\dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p\mathbb{e}$$

Lei de controle escolhida

$$\mathbb{u} = \hat{\mathbb{H}}(\mathbb{q})\left(\ddot{\mathbb{q}}_d^{\#} + \underline{k}_v\dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p\mathbb{e} + \int_0^t \underline{k}\ \mathsf{sat}(\mathbb{s}/\phi)\,\mathrm{d}\tau\right) + \hat{\mathbb{h}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}})$$

Sendo:

$$\mathbb{s} = \ddot{\mathbb{e}} + \underline{k}_v\dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p\mathbb{e}$$

Propriedades

- Robustez característica do CMD
- Grande redução de *chattering* devido à integral
- Similar à lei de CTC (adição de 1 termo)
- Custo computacional muito similar ao do CTC

PD

$$\mathbb{u} = m^* \left(\ddot{\mathbb{q}}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} \right)$$

PD

$$\mathbb{u} = m^* \left(\ddot{\mathbb{q}}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} \right)$$

PDMD

$$\mathbb{u} = m^* \left(\ddot{\mathbb{q}}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} + \int_0^t \underline{k}\ \mathrm{sat}(\mathbb{s}/\phi)\, \mathrm{d}\tau \right)$$

Controle
Leis utilizadas

PD

$$\mathbb{u} = m^* \left(\ddot{\mathbb{q}}_d^\# + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} \right)$$

PDMD

$$\mathbb{u} = m^* \left(\ddot{\mathbb{q}}_d^\# + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} + \int_0^t \underline{k} \, \mathrm{sat}(\mathbb{s}/\phi) \, \mathrm{d}\tau \right)$$

TC

$$\mathbb{u} = \hat{\mathbb{H}}(\mathbb{q}) \left(\ddot{\mathbb{q}}_d^\# + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} \right) + \hat{\mathbb{h}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}})$$

Controle
Leis utilizadas

PD

$$\mathbb{u} = m^* \left(\ddot{\mathbb{q}}_d^\# + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} \right)$$

PDMD

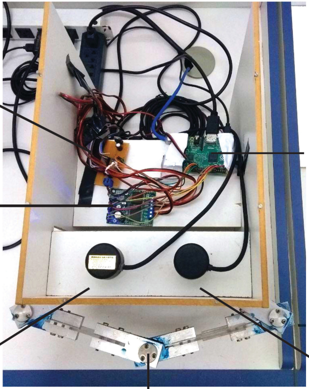
$$\mathbb{u} = m^* \left(\ddot{\mathbb{q}}_d^\# + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} + \int_0^t \underline{k}\ \mathrm{sat}(\mathbb{s}/\phi)\, \mathrm{d}\tau \right)$$

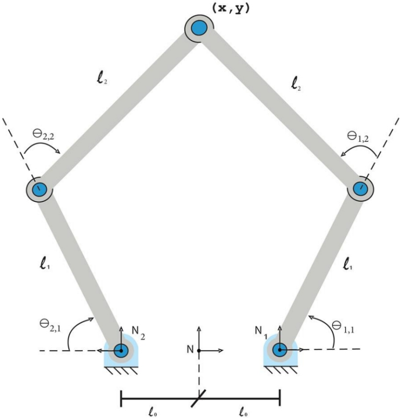
TC

$$\mathbb{u} = \hat{\mathbb{H}}(\mathbb{q}) \left(\ddot{\mathbb{q}}_d^\# + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} \right) + \hat{\mathbb{h}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}})$$

TCMD

$$\mathbb{u} = \hat{\mathbb{H}}(\mathbb{q}) \left(\ddot{\mathbb{q}}_d^\# + \underline{k}_v \dot{\mathbb{e}} + \underline{k}_p \mathbb{e} + \int_0^t \underline{k}\ \mathrm{sat}(\mathbb{s}/\phi)\, \mathrm{d}\tau \right) + \hat{\mathbb{h}}(\mathbb{q}, \dot{\mathbb{q}})$$


Placa conversão de níveis de tensão do encoder.
Microprocessador
Driver
Encoder
Encoder
Mecanismo


(x,y)
ℓ₂
ℓ₂
Θ2,2
Θ1,2
ℓ₁
ℓ₁
Θ2,1
Θ1,1
N 2
N 1
N
ℓ₀
ℓ₀

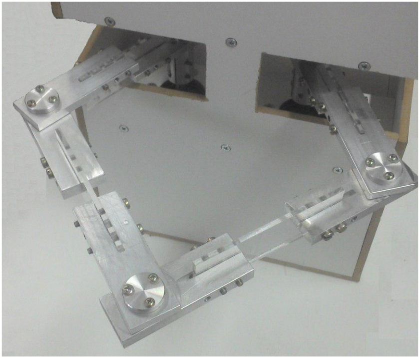
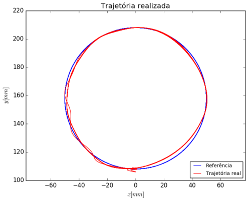


Tabela 2: Parâmetros da cadeia serial 1

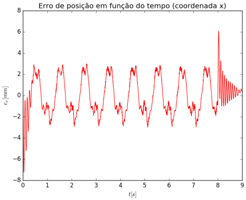
Parâmetros	Valores	Unidades
l_0	0.050	m
l_1	0.120	m
l_2	0.160	m
l_{g1}	0.060	m
l_{g2}	0.078	m
m_1	0.062	kg
m_2	0.124	kg
J_{z1}	$1.073 \cdot 10^{-4}$	$kg.m^2$
J_{z2}	$4.380 \cdot 10^{-4}$	$kg.m^2$

Tabela 3: Parâmetros da cadeia 2

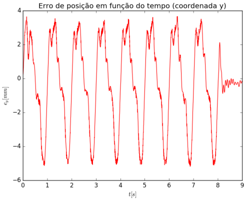
Parâmetros	Valores	Unidades
l_0	0.050	m
l_1	0.120	m
l_2	0.160	m
l_{g1}	0.060	m
l_{g2}	0.058	m
m_1	0.062	kg
m_2	0.097	kg
J_{z1}	$2.960 \cdot 10^{-4}$	$kg.m^2$
J_{z2}	$9.800 \cdot 10^{-4}$	$kg.m^2$



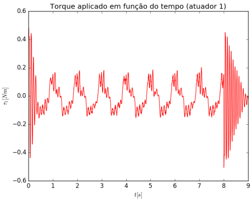
(a) Trajetória



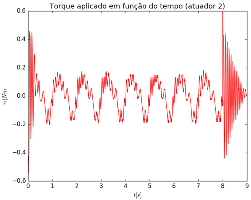
(b) e_x



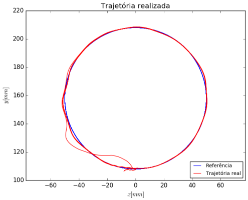
(c) e_y



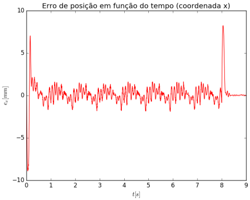
(d) τ_1



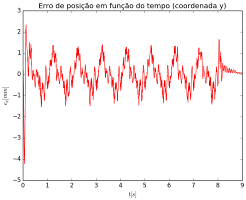
(e) τ_2



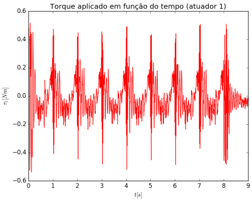
(a) Trajetória



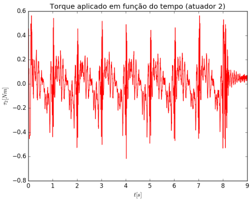
(b) e_x



(c) e_y

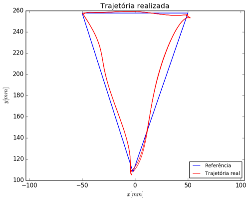


(d) τ_1

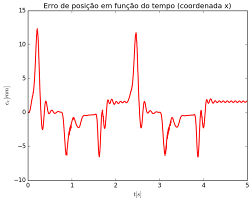


(e) τ_2

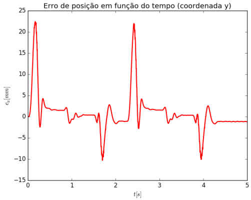
Experimento
PDq - Trejória triangular



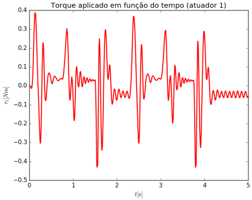
(a) Trajetória



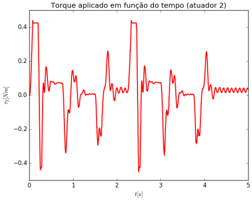
(b) e_x



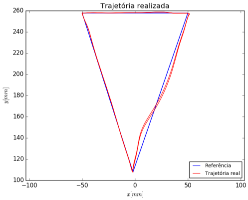
(c) e_y



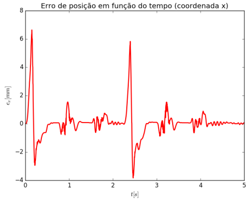
(d) τ_1



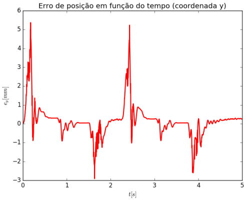
(e) τ_2



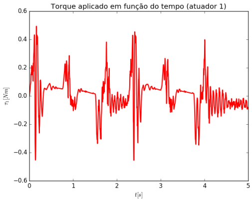
(a) Trajetória



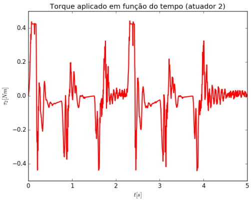
(b) e_x



(c) e_y



(d) τ_1



(e) τ_2

Discussão

Tabela 7: Trajetória circular

Estratégia	$e_{ef}[mm]$	$\tau_{ef}[N.m]$
PDq	3.15	0.132
PDMDq	2.37	0.141
TCq	1.14	0.143
TCMDq	0.77	0.168
PDx	0.91	0.155
PDMDx	0.65	0.169
TCx	1.16	0.150
TCMDx	0.90	0.185

Discussão

Tabela 8: Trajetória triangular

Estratégia	$e_{ef}[mm]$	$\tau_{ef}[N.m]$
PDq	5.39	0.197
PDMDq	5.16	0.212
TCq	1.85	0.181
TCMDq	1.63	0.191
PDx	1.98	0.191
PDMDx	1.79	0.188
TCx	1.83	0.188
TCMDx	1.36	0.186

Discussão

Combinação com MD

- Diminuição do e_{ef} em todos os casos
- Diminuição considerável do erro estacionário de posição
- Aumento perceptível do τ_{ef} na trajetória circular
- Aumento sutil do τ_{ef} na trajetória triangular
- Diminuição nos valores de pico do erro na trajetória triangular
- Aumento do conteúdo harmônico do esforço de controle

Discussão

Combinação com MD

- Diminuição do e_{ef} em todos os casos
- Diminuição considerável do erro estacionário de posição
- Aumento perceptível do τ_{ef} na trajetória circular
- Aumento sutil do τ_{ef} na trajetória triangular
- Diminuição nos valores de pico do erro na trajetória triangular
- Aumento do conteúdo harmônico do esforço de controle

Espaço das juntas vs Espaço da tarefa

- Desempenho superior do PD e PDMD no espaço da tarefa
- Desempenho equivalente do TC e TCMD em ambos espaços

Discussão

Trajetória circular: partida e parada

- PDx e PDMDx apresentam os menores picos de erro
- Combinação com MD aumenta os valores de pico do erro

Discussão

Trajetória circular: partida e parada

- PDx e PDMDx apresentam os menores picos de erro
- Combinação com MD aumenta os valores de pico do erro

Trajetória triangular

- Para as leis beseadas em modelos, o erro é maior no trecho I
- PDq e PDMDq apresentam maior erro nos trechos I e III
- PDx e PDMDx apresentam maior erro nos trecho II
- Combinação com MD diminui os valores de pico do erro (efeito *undershoot*)

Discussão

Consumo energético

- Valores de τ_{ef} muito próximos na trajetória triangular
- PDq, PDMDq e TCq apresentam os menores valores de τ_{ef} na trajetória circular
- TCMDq, PDMDx e TCMDx apresentam os maiores valores de τ_{ef} na trajetória circular

Discussão

Consumo energético

- Valores de τ_{ef} muito próximos na trajetória triangular
- PDq, PDMDq e TCq apresentam os menores valores de τ_{ef} na trajetória circular
- TCMDq, PDMDx e TCMDx apresentam os maiores valores de τ_{ef} na trajetória circular

Erro de controle

- PDq e PDMDq apresentam os maiores valores de e_{ef} em ambas as trajetórias
- TCMDx e PDMDx apresentam os menores valores de e_{ef} na trajetória circular
- TCMDx e TCMDq apresentam os menores valores de e_{ef} na trajetória triangular