

Contribuições à modelagem e controle de manipuladores paralelos

André Garnier Coutinho

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Novembro de 2019

Revisão da Literatura

Modelagem Dinâmica

Influência da topologia do robô

Influência da topologia do robô

- Seriais

Influência da topologia do robô

- Seriais
 - Cadeia aberta
 - Juntas ativas de 1 gl
 - N° de coord. gen. = N° atuadores = mobilidade
 - Conjunto mínimo de coord. generalizadas
 - Cinemática direta simples
 - Cinemática inversa complexa
 - Dinâmica direta - Sistema de EDOs
 - Dinâmica inversa - Sistema linear
 - Algoritmos recursivos para mod. dinâmica

Influência da topologia do robô

- Paralelos

Influência da topologia do robô

- Paralelos
 - Cadeia fechada
 - Juntas de 1, 2 ou 3 gl, ativas ou passivas
 - Grande número de elos
 - Grande quantidade de variáveis cinemáticas
 - Variáveis independentes e dependentes
 - Cinemática direta complexa
 - Cinemática inversa "simples"
 - Dinâmica direta - Sistema de EDAs ou EDOs
 - Dinâmica inversa - Sistema não linear
 - Coord. gen. ind.: coord. dos atuadores ou do efetuador

Dinâmica direta - EDAs

$$M\ddot{q} + A^T \lambda = \tau \quad (2.1)$$

$$\bar{q}(q, t) = 0 \quad (2.2)$$

Sendo

$$A(q, t) = \frac{\partial \bar{q}}{\partial q} \quad (2.3)$$

Dinâmica direta - EDOs

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M & A^T \\ A & 0 \end{bmatrix}}_Y \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta \\ -b \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Sendo

$$b = \frac{\partial(A\dot{q})}{\partial q} \dot{q} + 2 \frac{\partial A}{\partial t} \dot{q} + \frac{\partial^2 \bar{q}}{\partial t^2} \quad (2.5)$$

Dinâmica direta - EDOs

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M & A^T \\ A & 0 \end{bmatrix}}_Y \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta \\ -b \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Sendo

$$b = \frac{\partial(A\dot{q})}{\partial q} \dot{q} + 2 \frac{\partial A}{\partial t} \dot{q} + \frac{\partial^2 \bar{q}}{\partial t^2} \quad (2.5)$$

Método estabilização de Baumgarte

$$b' = b + 2\hat{\alpha}\dot{\bar{q}} + \hat{\beta}^2\bar{q} \quad (2.6)$$

Propósito

Propósito

- Simulação

Propósito

- Simulação
 - Projeto/Dimensionamento do mecanismo/manipulador
 - Grau de detalhamento do modelo depende da aplicação
 - Não necessita rodar em tempo real

Propósito

- Simulação
 - Projeto/Dimensionamento do mecanismo/manipulador
 - Grau de detalhamento do modelo depende da aplicação
 - Não necessita rodar em tempo real
- Controle

Propósito

- Simulação
 - Projeto/Dimensionamento do mecanismo/manipulador
 - Grau de detalhamento do modelo depende da aplicação
 - Não necessita rodar em tempo real
- Controle
 - Projeto do controlador
 - Compensação de não linearidades
 - Modelos demasiadamente complexos dificultam o projeto e podem aumentar o custo computacional
 - Modelos muito simplistas podem comprometer o desempenho
 - Muitas vezes precisa rodar em tempo real

Principais formulações

- Formalismo de Newton-Euler (Arian *et al.*, 2017; Zhang *et al.*, 2014)
- Formalismo de Lagrange (Singh e Santhakumar, 2015; Yao *et al.*, 2017)
- Princípio dos Trabalhos/Potências Virtuais (Gallardo-Alvarado *et al.*, 2018; Li e Staicu, 2012)
- Formulação Lagrange-D'Alembert (Cheng *et al.*, 2001; Yen e Lai, 2009)
- Método de Kane (Ben-Horina *et al.*, 1998; Shukla e Karki, 2014)
- Formalismo de Boltzmann-Hammel (Abdellatif e Heimann, 2009; Altuzarra *et al.*, 2015)
- Formulação do Complemento Ortogonal Natural (Akbarzadeh *et al.*, 2013; Khan *et al.*, 2005)

Revisão da Literatura

Controle

Principais técnicas

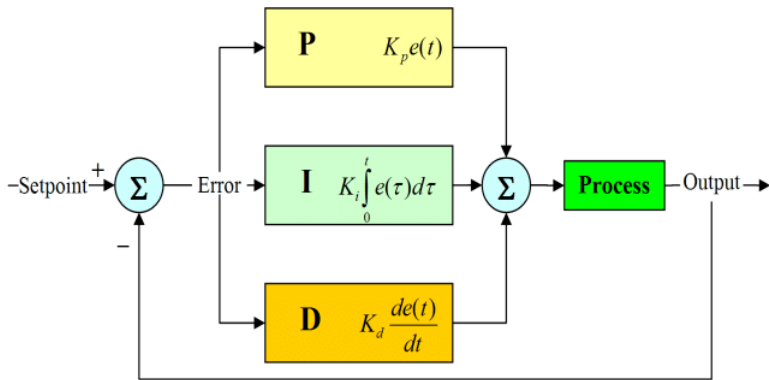
- Controle Proporcional-Integral-Derivativo
- Controle por Torque Computado (Shang e Cong, 2009; Yen e Lai, 2009)
- Controle por Torque Computado com pré-alimentação (Siciliano *et al.*, 2010; Spong *et al.*, 2006)
- Controle por Torque Computado Estendido (Zubizarreta *et al.*, 2013; Zubizarreta *et al.*, 2012)
- Controle Preditivo Baseado em Modelo (Duchaine *et al.*, 2007; Vivas e Poignet, 2005)
- Controle Adaptativo (Chemori *et al.*, 2013; Honegger *et al.*, 2000)
- Controle por Modos Deslizantes (Hu e Woo, 2006; Sadati e Ghadami, 2008)

Controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID)

- Técnica de controle linear descentralizado
- Não baseado no modelo dinâmico do mecanismo
- Simples implementação
- Baixo custo computacional
- Desempenho bastante limitado

Revisão da Literatura

Controle

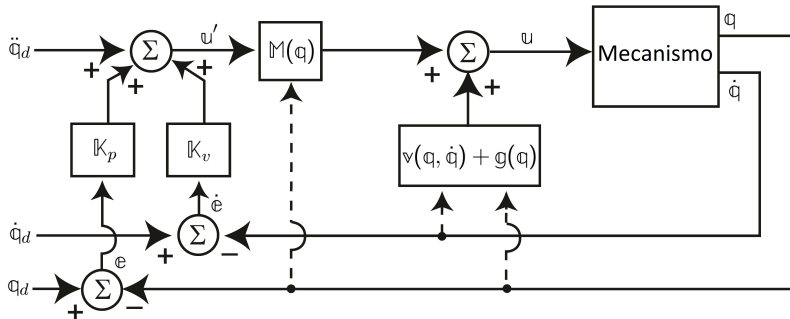


Controle por Torque Computado (CTC)

- Técnica de controle não linear multivariável
- Baseado no modelo dinâmico do mecanismo
- Possui uma malha interna de compensação de não linearidades por realimentação e uma malha externa de PID
- Desempenho superior ao PID simples, porém bastante dependente da qualidade do modelo dinâmico
- Implementação mais complexa
- Maior custo computacional

Revisão da Literatura

Controle

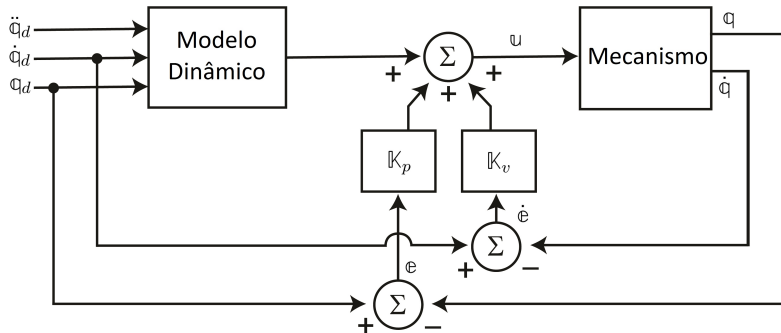


Controle por Torque Computado com pré-alimentação (CTCp)

- Lei de controle similar ao CTC
- Realiza compensação de não linearidades por pré-alimentação
- Menor custo computacional em relação ao CTC
- Implementação mais simples que o CTC
- Menor robustez em relação ao CTC

Revisão da Literatura

Controle



Controle por Torque Computado Estendido (CTCe)

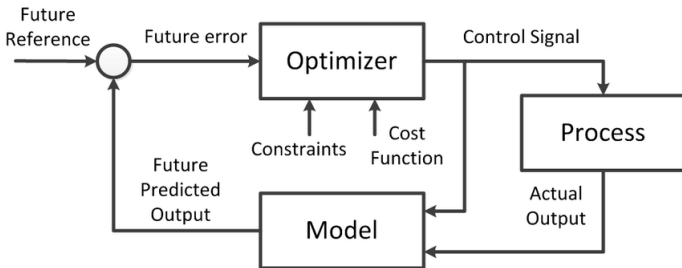
- Lei de controle similar ao CTC
- Realiza compensação de não linearidades por realimentação
- Utiliza informação redundante obtida pelo sensoramento de juntas passivas na lei de controle
- Maior robustez a incertezas paramétricas

Controle Preditivo Baseado em Modelo (CPM)

- Técnica de controle multi-variável baseado em modelo
- Muito utilizado no controle de processos industriais
- Realiza otimização em tempo real de uma função custo que envolve o erro e o esforço de controle em tempo futuro
- Custo computacional bastante dependente da complexidade do modelo
- Boa robustez a incertezas paramétricas

Revisão da Literatura

Controle

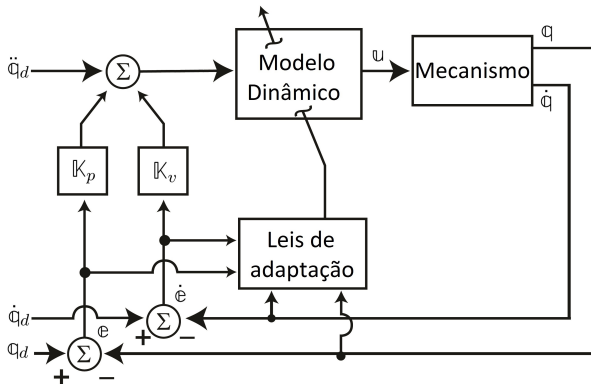


Controle Adaptativo (CA)

- Técnica de controle baseado em modelo
- Estimação em tempo real de parâmetros do sistema
- Baixa sensibilidade a incertezas paramétricas
- Necessita de modelo dinâmico linear em relação aos parâmetros
- Alternativamente pode realizar a estimação de termos não lineares de compensação dinâmica
- Custo computacional adicional relativo a integração das leis de adaptação
- Maior complexidade de projeto e implementação

Revisão da Literatura

Controle

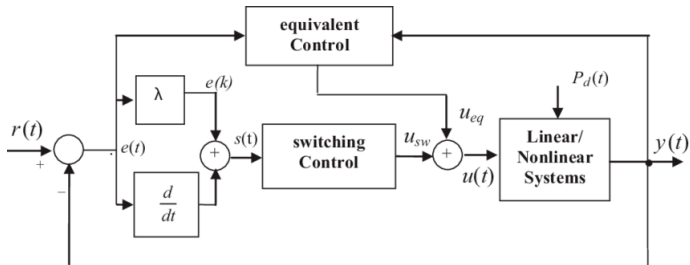


Controle por Modos Deslizantes (CMD)

- Técnica de controle não linear robusto
- Alta robustez em relação a incertezas estruturadas e não estruturadas
- Desempenho menos dependente da qualidade do modelo dinâmico
- Utiliza funções descontínuas na lei de controle, o que pode causar *chattering*
- Bastante utilizado em combinação com lógica *fuzzy* e redes neurais (Begon *et al.*, 1995; Ertugrul e Kaynak, 2000; Hu e Woo, 2006; Sadati e Ghadami, 2008)

Revisão da Literatura

Controle



Técnicas de controle combinadas

- "PD-SMC"(Ouyang, Acob, Pano, 2014)
 - Lei de controle combinada não baseada em modelo
 - Simulação
 - Mecanismo serial prismático (PPP)
- "PD-SMC"(Li, Ghasemi, Xie, Gao, 2018)
 - Lei de controle combinada não baseada em modelo
 - Experimento (movimento lento, trajetória de 150s, controle por câmera)
 - Mecanismo serial de 6 gl
- "Hybrid PD-SMC"(Acob, 2015)
 - Lei de controle combinada não baseada em modelo
 - Simulação
 - Mecanismo serial de 3 gl e mecanismo paralelo de 2 gl

Técnicas de controle combinadas

- "PD-SMC-GA"(Mahmoodabadi, Taherkhorsandi, Talebipour, Castilho-Villar, 2015)
 - Lei de controle combinada baseada em modelo
 - Simulação
 - Pêndulo invertido
- "NN-SMC"(Truong, Tran, Ahn, 2019)
 - Lei de controle baseada em modelo
 - Experimento (movimento lento, ciclo de 10s)
 - Mecanismo serial hidráulico de 3 gl
 - Rede neural realiza a sintonização em tempo real dos ganho do controlador

Modelagem

Desenvolvimento e implementação de algoritmo genérico para modelagem dinâmica de mecanismos paralelos translacionais

Modelagem

Desenvolvimento e implementação de algoritmo genérico para modelagem dinâmica de mecanismos paralelos translacionais

Controle

Estudo, síntese, e simulação de leis de controle não linear robusto de alto desempenho para mecanismos paralelos

Metodologia da Pesquisa

Modelagem

Desenvolvimento e implementação de algoritmo genérico para modelagem dinâmica de mecanismos paralelos translacionais

Controle

Estudo, síntese, e simulação de leis de controle não linear robusto de alto desempenho para mecanismos paralelos

Experimento

Construção de um protótipo de manipulador paralelo translacional e realização de ensaios experimentais com o intuito de:

- Validar a eficácia da utilização do modelo gerado pelo algoritmo em leis de controle baseadas em modelo
- Comparar o desempenho das leis de controle propostas com leis de controle já consagradas pela literatura

Algoritmo de Modelagem

Cadeias seriais

Algoritmo de Modelagem

Cadeias seriais

Elementos

- Elos
- Juntas
- Atuadores

Algoritmo de Modelagem

Cadeias seriais

Elementos

- Elos
- Juntas
- Atuadores

Descrição Topológica

- Parâmetros de Denavit-Hartenberg
- Coordenadas dos centros de massa dos elos nos sistemas móveis

Algoritmo de Modelagem

Cadeias seriais

Elementos

- Elos
- Juntas
- Atuadores

Descrição Topológica

- Parâmetros de Denavit-Hartenberg
- Coordenadas dos centros de massa dos elos nos sistemas móveis

Efeitos considerados

- Ação da gravidade
- Inércia distribuída
- Atritos
- Esforço e dinâmica dos atuadores

Algoritmo de Modelagem

Manipulador paralelo

Algoritmo de Modelagem

Manipulador paralelo

Efetuator

- Subsistema \mathcal{B}_0
- Sistema de coordenadas móvel B
- Sistema de coordenadas fixo N_0

Algoritmo de Modelagem

Manipulador paralelo

Efetuator

- Subsistema \mathcal{B}_0
- Sistema de coordenadas móvel B
- Sistema de coordenadas fixo N_0

Cadeias seriais

- Subsistemas $\mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2, \dots, \mathcal{B}_n$
- Sistemas de coordenadas fixos N_1, N_2, \dots, N_n

Algoritmo de Modelagem

Manipulador paralelo

Efetuator

- Subsistema \mathcal{B}_0
- Sistema de coordenadas móvel B
- Sistema de coordenadas fixo N_0

Cadeias seriais

- Subsistemas $\mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2, \dots, \mathcal{B}_n$
- Sistemas de coordenadas fixos N_1, N_2, \dots, N_n

Coordenadas generalizadas

- q^* ou q_0 : Coordenadas x, y, z do CM do efetuador \mathcal{B}_0 no sistema N_0
- q_i : Deslocamentos relativos das juntas da cadeia \mathcal{B}_i , $i = 1, \dots, n$
- q^\diamond : Concatenação de todos q_i , $i = 1, \dots, n$
- q : Concatenação de q^* com q^\diamond

Algoritmo de Modelagem

Manipulador paralelo

Cinemática das cadeias seriais

- $\mathbf{x}_i(q_i)$: Coordenadas x, y, z do efetuador de \mathcal{B}_i no sistema N_i
- $\mathbf{v}_i(q_i, \dot{q}_i)$: Velocidade linear do efetuador de \mathcal{B}_i no sistema N_i
- $\mathbf{a}_i(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i)$: Aceleração linear do efetuador de \mathcal{B}_i no sistema N_i
- $\boldsymbol{\omega}_i(q_i, \dot{q}_i)$: Velocidade angular do efetuador de \mathcal{B}_i no sistema N_i
- $\dot{\boldsymbol{\omega}}_i(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i)$: Aceleração angular do efetuador de \mathcal{B}_i no sistema N_i

Cinemática das cadeias seriais

- $\mathbf{x}_i(q_i)$: Coordenadas x, y, z do efetuador de \mathcal{B}_i no sistema N_i
- $\mathbf{v}_i(q_i, \dot{q}_i)$: Velocidade linear do efetuador de \mathcal{B}_i no sistema N_i
- $\mathbf{a}_i(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i)$: Aceleração linear do efetuador de \mathcal{B}_i no sistema N_i
- $\boldsymbol{\omega}_i(q_i, \dot{q}_i)$: Velocidade angular do efetuador de \mathcal{B}_i no sistema N_i
- $\dot{\boldsymbol{\omega}}_i(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i)$: Aceleração angular do efetuador de \mathcal{B}_i no sistema N_i

$$\mathbf{v}(q^\diamond, \dot{q}^\diamond) = \mathbf{J}_v(q^\diamond) \cdot \dot{q}^\diamond$$

$$\mathbf{a}(q^\diamond, \dot{q}^\diamond, \ddot{q}^\diamond) = \mathbf{J}_v(q^\diamond) \cdot \ddot{q}^\diamond + \mathbf{g}(q^\diamond, \dot{q}^\diamond)$$

$$\boldsymbol{\omega}(q^\diamond, \dot{q}^\diamond) = \mathbf{J}_w(q^\diamond) \cdot \dot{q}^\diamond$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}(q^\diamond, \dot{q}^\diamond, \ddot{q}^\diamond) = \mathbf{J}_w(q^\diamond) \cdot \ddot{q}^\diamond + \dot{\boldsymbol{\omega}}(q^\diamond, \dot{q}^\diamond)$$

Algoritmo de Modelagem

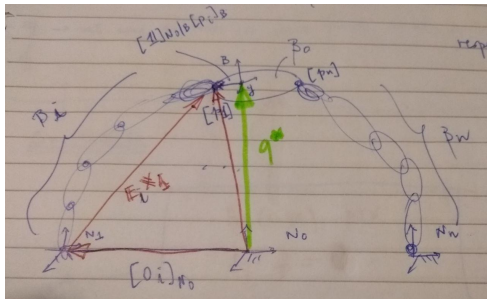
Manipulador paralelo

Vínculos de posição

Vinculando o efetuador de cada cadeia \mathcal{B}_i ao efetuador \mathcal{B}_0 :

$$\mathbf{q}^* = \mathbf{d}_i + \mathbb{E}_i \mathbf{x}_i(\mathbf{q}_i), \quad i = 1, \dots, n \quad (5.13)$$

$$\mathbf{d}_i = [\mathbf{o}_i]_{N_0} - [\mathbf{1}]_{N_0 | B} [\mathbf{p}_i]_B$$



Algoritmo de Modelagem

Manipulador paralelo

Vínculos de posição

Definindo vínculos afins adicionais (se necessário):

$$\mathbb{D}_{\oplus} \cdot q^* = d_{\oplus} + \mathbb{F}_{\oplus} \cdot q^{\diamond} \quad (5.15)$$

Vínculos de posição

Definindo vínculos afins adicionais (se necessário):

$$\mathbb{D}_{\oplus} \cdot \mathbf{q}^* = \mathbf{d}_{\oplus} + \mathbb{F}_{\oplus} \cdot \mathbf{q}^{\diamond} \quad (5.15)$$

Juntando todas as equações vinculares obtidas:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \mathbb{D}_{\oplus} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{q}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{d}_n \\ \mathbf{d}_{\oplus} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbb{E}_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \mathbb{E}_n \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(\mathbf{q}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n(\mathbf{q}_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \mathbb{F}_{\oplus} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{q}^{\diamond} \quad (5.16)$$

Vínculos de posição

Definindo vínculos afins adicionais (se necessário):

$$\mathbb{D}_{\oplus} \cdot \mathbf{q}^* = \mathbf{d}_{\oplus} + \mathbb{F}_{\oplus} \cdot \mathbf{q}^{\diamond} \quad (5.15)$$

Juntando todas as equações vinculares obtidas:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \vdots \\ \mathbf{1} \\ \mathbb{D}_{\oplus} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{q}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{d}_n \\ \mathbf{d}_{\oplus} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbb{E}_1 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbb{E}_n \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(\mathbf{q}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n(\mathbf{q}_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ \mathbb{F}_{\oplus} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{q}^{\diamond} \quad (5.16)$$

Assim, temos:

$$\therefore \bar{\mathbf{q}}(\mathbf{q}) = \mathbb{D} \cdot \mathbf{q}^* - \mathbf{d} - \mathbb{E} \cdot \mathbf{x}(\mathbf{q}) - \mathbb{F} \cdot \mathbf{q}^{\diamond} = \mathbf{0} \quad (5.17)$$

Vínculos de quasi-velocidades

$$\overline{\mathbf{p}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \dot{\overline{\mathbf{q}}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \\ \overline{\mathbf{w}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{D} \cdot \dot{\mathbf{q}}^* - \mathbb{E} \cdot \mathbf{J}_v(\mathbf{q}^\diamond) \cdot \dot{\mathbf{q}}^\diamond - \mathbb{F} \cdot \dot{\mathbf{q}}^\diamond \\ -\mathbf{Q} \cdot \mathbf{J}_w(\mathbf{q}^\diamond) \cdot \dot{\mathbf{q}}^\diamond \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (5.32)$$

Vínculos de quasi-velocidades

$$\bar{\mathbf{p}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \dot{\bar{\mathbf{q}}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \\ \bar{\omega}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{D} \cdot \dot{\mathbf{q}}^* - \mathbb{E} \cdot \mathbf{J}_v(\mathbf{q}^\diamond) \cdot \dot{\mathbf{q}}^\diamond - \mathbb{F} \cdot \dot{\mathbf{q}}^\diamond \\ -\mathbf{Q} \cdot \mathbf{J}_w(\mathbf{q}^\diamond) \cdot \dot{\mathbf{q}}^\diamond \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (5.32)$$

$$\therefore \bar{\mathbf{p}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{A}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (5.34)$$

Sendo

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbb{D} & -(\mathbb{E} \cdot \mathbf{J}_v(\mathbf{q}^\diamond) + \mathbb{F}) \\ \mathbf{0} & -\mathbf{Q} \cdot \mathbf{J}_w(\mathbf{q}^\diamond) \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Vínculos de quasi-acelerações

$$\begin{aligned} \dot{\vec{p}}(q, \dot{q}, \ddot{q}) = \begin{bmatrix} \ddot{q}(q, \dot{q}, \ddot{q}) \\ \dot{\omega}(q, \dot{q}, \ddot{q}) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbb{D} \cdot \ddot{q}^* - \mathbb{E} \cdot (\mathbb{J}_v(q^\diamond) \cdot \ddot{q}^\diamond + \mathfrak{g}(q, \dot{q})) - \mathbb{F} \cdot \ddot{q}^\diamond \\ -\mathbb{Q} \cdot (\mathbb{J}_w(q^\diamond) \cdot \ddot{q}^\diamond + \dot{\omega}(q, \dot{q})) \end{bmatrix} \\ &= \mathbb{0} \end{aligned} \quad (5.36)$$

Vínculos de quasi-acelerações

$$\begin{aligned} \dot{\vec{p}}(q, \dot{q}, \ddot{q}) = \begin{bmatrix} \ddot{q}(q, \dot{q}, \ddot{q}) \\ \dot{\omega}(q, \dot{q}, \ddot{q}) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbb{D} \cdot \ddot{q}^* - \mathbb{E} \cdot (\mathbb{J}_v(q^\diamond) \cdot \ddot{q}^\diamond + \mathfrak{g}(q, \dot{q})) - \mathbb{F} \cdot \ddot{q}^\diamond \\ -\mathbb{Q} \cdot (\mathbb{J}_w(q^\diamond) \cdot \ddot{q}^\diamond + \dot{\omega}(q, \dot{q})) \end{bmatrix} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.36)$$

$$\therefore \dot{\vec{p}}(q, \dot{q}, \ddot{q}) = \mathbb{A}(q)\ddot{q} + \mathbb{b}(q, \dot{q}) = 0 \quad (5.39)$$

Sendo

$$\mathbb{b}(q, \dot{q}) = - \begin{bmatrix} \mathbb{E} \cdot \mathfrak{g}(q, \dot{q}) \\ \mathbb{Q} \cdot \dot{\omega}(q, \dot{q}) \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

Modelos dinâmicos desacoplados

$$\bar{f}_{\mathcal{B}_i}(u_i, q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i) = u_{\mathcal{B}_i} - \left(M_{\mathcal{B}_i}(q_i) \ddot{q}_i + \nu_{\mathcal{B}_i}(q_i, \dot{q}_i) + g_{\mathcal{B}_i}(q_i) \right) = 0, \quad i = 0, \dots, n \quad (5.1)$$

Modelos dinâmicos desacoplados

$$\bar{\mathbb{F}}_{\mathcal{B}_i}(u_i, q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i) = u_{\mathcal{B}_i} - \left(M_{\mathcal{B}_i}(q_i) \ddot{q}_i + \nu_{\mathcal{B}_i}(q_i, \dot{q}_i) + g_{\mathcal{B}_i}(q_i) \right) = 0, \quad i = 0, \dots, n \quad (5.1)$$

Princípio de D'Alembert

$$\sum_{i=0}^n \delta W_i = \sum_{i=0}^n \delta q_i^T \cdot \bar{\mathbb{F}}_{\mathcal{B}_i} = 0 \quad (5.48)$$

Modelos dinâmicos desacoplados

$$\bar{\mathbb{f}}_{\mathcal{B}_i}(u_i, q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i) = u_{\mathcal{B}_i} - \left(M_{\mathcal{B}_i}(q_i) \ddot{q}_i + \nu_{\mathcal{B}_i}(q_i, \dot{q}_i) + g_{\mathcal{B}_i}(q_i) \right) = 0, \quad i = 0, \dots, n \quad (5.1)$$

Princípio de D'Alembert

$$\sum_{i=0}^n \delta W_i = \sum_{i=0}^n \delta q_i^T \cdot \bar{\mathbb{f}}_{\mathcal{B}_i} = 0 \quad (5.48)$$

Ou seja:

$$\delta q^T \cdot \mathbb{f} = 0 \quad (5.49)$$

Algoritmo de Modelagem

Manipulador paralelo

Vínculos em forma diferencial

Vínculos em forma diferencial

$$A(q)\delta q = 0 \quad (5.50)$$

Vínculos em forma diferencial

$$A(q)\delta q = 0 \quad (5.50)$$

$$\delta q = Q^\# \delta q^\# + Q^\circ \delta q^\circ \quad (5.52)$$

Vínculos em forma diferencial

$$\mathbb{A}(\mathbf{q})\delta\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (5.50)$$

$$\delta\mathbf{q} = \mathbf{Q}^{\#}\delta\mathbf{q}^{\#} + \mathbf{Q}^{\circ}\delta\mathbf{q}^{\circ} \quad (5.52)$$

$$\therefore \delta\mathbf{q} = \mathbb{C}(\mathbf{q}) \cdot \delta\mathbf{q}^{\#} \quad (5.54)$$

Vínculos em forma diferencial

$$\mathbb{A}(\mathbf{q})\delta\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (5.50)$$

$$\delta\mathbf{q} = \mathbf{Q}^{\#}\delta\mathbf{q}^{\#} + \mathbf{Q}^{\circ}\delta\mathbf{q}^{\circ} \quad (5.52)$$

$$\therefore \delta\mathbf{q} = \mathbb{C}(\mathbf{q}) \cdot \delta\mathbf{q}^{\#} \quad (5.54)$$

Sendo:

$$\mathbb{C}(\mathbf{q}) = \mathbf{Q}^{\#} - \mathbf{Q}^{\circ}(\mathbb{A}\mathbf{Q}^{\circ})^{-1}\mathbb{A}\mathbf{Q}^{\#} \quad (5.55)$$

Algoritmo de Modelagem

Manipulador paralelo

Vínculos em forma diferencial

$$\mathbb{A}(\mathbf{q})\delta\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (5.50)$$

$$\delta\mathbf{q} = \mathbf{Q}^\# \delta\mathbf{q}^\# + \mathbf{Q}^\circ \delta\mathbf{q}^\circ \quad (5.52)$$

$$\therefore \delta\mathbf{q} = \mathbb{C}(\mathbf{q}) \cdot \delta\mathbf{q}^\# \quad (5.54)$$

Sendo:

$$\mathbb{C}(\mathbf{q}) = \mathbf{Q}^\# - \mathbf{Q}^\circ (\mathbb{A}\mathbf{Q}^\circ)^{-1} \mathbb{A}\mathbf{Q}^\# \quad (5.55)$$

Equações dinâmicas

$$\delta\mathbf{q}^\#{}^T \mathbb{C}^T \mathbb{f} = 0 \Leftrightarrow \mathbb{C}^T \mathbb{f} = 0 \quad (5.57/5.58)$$

Algoritmo de Modelagem

Manipulador paralelo

Dinâmica Direta

Dinâmica Direta

Sistema de Equações Diferenciais Algébricas

$$\begin{cases} \mathbb{C}(\mathbf{q})^T (\mathbb{M}'(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{v}'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}'(\mathbf{q})) = \mathbb{C}(\mathbf{q})^T \mathbf{u}' \\ \bar{\mathbf{q}}(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \end{cases}$$

Dinâmica Direta

Sistema de Equações Diferenciais Algébricas

$$\begin{cases} \mathbb{C}(\mathbf{q})^T (\mathbb{M}'(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{v}'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}'(\mathbf{q})) = \mathbb{C}(\mathbf{q})^T \mathbf{u}' \\ \bar{\mathbf{q}}(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \end{cases}$$

Sistema de Equações Diferenciais

$$\begin{cases} \mathbb{C}(\mathbf{q})^T (\mathbb{M}'(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{v}'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}'(\mathbf{q})) = \mathbb{C}(\mathbf{q})^T \mathbf{u}' \\ \mathbb{A}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbb{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (5.60)$$

Dinâmica Direta

Sistema de Equações Diferenciais Algébricas

$$\begin{cases} \mathbb{C}(\mathbf{q})^T (\mathbb{M}'(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{v}'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}'(\mathbf{q})) = \mathbb{C}(\mathbf{q})^T \mathbf{u}' \\ \bar{\mathbf{q}}(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \end{cases}$$

Sistema de Equações Diferenciais

$$\begin{cases} \mathbb{C}(\mathbf{q})^T (\mathbb{M}'(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{v}'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}'(\mathbf{q})) = \mathbb{C}(\mathbf{q})^T \mathbf{u}' \\ \mathbb{A}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbb{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (5.60)$$

Utilizando o método de estabilização de Baumgarte

$$\begin{bmatrix} \mathbb{C}(\mathbf{q})^T \mathbb{M}'(\mathbf{q}) \\ \mathbb{A}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \cdot \ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbb{C}(\mathbf{q})^T (\mathbf{u}' - \mathbf{v}'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{g}'(\mathbf{q})) \\ -\mathbb{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - 2\lambda \mathbb{A}(\mathbf{q}) \cdot \dot{\mathbf{q}} - \lambda^2 \bar{\mathbf{q}}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (5.65)$$

Algoritmo de Modelagem

Manipulador paralelo

Dinâmica Direta

Dinâmica Direta

$$\mathbb{M}_{\mathcal{M}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}^{\#} + \nu_{\mathcal{M}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}_{\mathcal{M}}(\mathbf{q}) = \mathbb{Z}(\mathbf{q})^T \mathbf{u}^{\star} \quad (5.73)$$

Dinâmica Direta

$$\mathbb{M}_{\mathcal{M}}(q)\ddot{q}^{\#} + \nu_{\mathcal{M}}(q, \dot{q}) + g_{\mathcal{M}}(q) = \mathbb{Z}(q)^T u^{\star} \quad (5.73)$$

Sendo:

$$\mathbb{M}_{\mathcal{M}} = \mathbb{C}^T \mathbb{M}' \mathbb{C} \quad (5.74)$$

$$\nu_{\mathcal{M}} = \mathbb{C}^T (\mathbb{M}' \dot{\mathbb{C}} + \nu') \quad (5.75)$$

$$g_{\mathcal{M}} = \mathbb{C}^T g' \quad (5.76)$$

Dinâmica Direta

$$\mathbb{M}_{\mathcal{M}}(q)\ddot{q}^{\#} + \nu_{\mathcal{M}}(q, \dot{q}) + g_{\mathcal{M}}(q) = \mathbb{Z}(q)^T u^{\star} \quad (5.73)$$

Sendo:

$$\mathbb{M}_{\mathcal{M}} = \mathbb{C}^T \mathbb{M}' \mathbb{C} \quad (5.74)$$

$$\nu_{\mathcal{M}} = \mathbb{C}^T (\mathbb{M}' \mathbb{c} + \nu') \quad (5.75)$$

$$g_{\mathcal{M}} = \mathbb{C}^T g' \quad (5.76)$$

$$\mathbb{c} = -(\mathbb{A} \mathbb{Q}^0)^{-1} \mathbb{b} \quad (5.68)$$

$$\mathbb{Z} = \mathbb{U}^T \mathbb{C} \quad (5.71^*)$$

$$u' = \mathbb{U} \cdot u^{\star} \quad (5.69)$$

Modelo

$$\mathbb{H}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}^\# + \mathbb{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{u} \quad (6.4)$$

Modelo

$$\mathbb{H}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}^\# + \mathbb{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{v} \quad (6.4)$$

Sendo

$$\mathbb{H}(\mathbf{q}) = \mathbb{M}_{\mathcal{M}}(\mathbf{q}) \quad (6.1)$$

$$\mathbb{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{v}_{\mathcal{M}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}_{\mathcal{M}}(\mathbf{q}) \quad (6.2)$$

$$\mathbf{v} = \mathbb{Z}(\mathbf{q})^T \mathbf{u}^\star \quad (6.3)$$

Controle

Modos deslizantes

Superfície de escorregamento

$$\sigma : s = \underline{s}(x, r) = 0$$

Superfície de escorregamento

$$\sigma : s = \underline{s}(x, r) = 0$$

$$s = 0 \Rightarrow e \rightarrow 0$$

Superfície de escorregamento

$$\sigma : s = \underline{s}(x, r) = 0$$

$$s = 0 \Rightarrow e \rightarrow 0$$

Condição de escorregamento

$$V(s) = \frac{1}{2} s^T W s \quad (6.17)$$

$$\frac{d}{dt} V(s) \leq -s^T \underline{\eta} \operatorname{sign}(s) \quad (6.18)$$

Controle

Modos deslizantes

Escolha convencional

$$\dot{s} = \dot{e} + \underline{\lambda}e \quad (6.14)$$

Escolha convencional

$$s = \dot{e} + \underline{\lambda}e \quad (6.14)$$

Para $W = 1$:

$$u = \hat{H}(\ddot{q}_d^\# + \underline{\lambda}\dot{e} + \underline{k} \operatorname{sign}(s)) + \hat{h} \quad (6.28^*)$$

Escolha convencional

$$s = \dot{e} + \underline{\lambda}e \quad (6.14)$$

Para $W = \mathbb{1}$:

$$u = \hat{H}(\ddot{q}_d^\# + \underline{\lambda}\dot{e} + \underline{k} \operatorname{sign}(s)) + \hat{h} \quad (6.28^*)$$

$$(\mathbb{1} - |\mathbb{H}^{-1}\tilde{H}|_{\max}) \cdot \operatorname{diag}(\underline{k}) \geq \operatorname{diag}(\underline{\eta}) + |\mathbb{H}^{-1}\tilde{H}|_{\max}|\ddot{q}_d^\# + \underline{\lambda}\dot{e}| + |\mathbb{H}^{-1}\tilde{h}|_{\max} \quad (6.32)$$

Escolha convencional

$$s = \dot{e} + \underline{\lambda}e \quad (6.14)$$

Para $W = \mathbb{H}$:

$$u = \hat{H}(\ddot{q}_d^\# + \underline{\lambda}\dot{e}) + \frac{1}{2}\dot{\hat{H}}s + \hat{h} + \underline{k} \operatorname{sign}(s) \quad (6.35^*)$$

Escolha convencional

$$s = \dot{e} + \underline{\lambda}e \quad (6.14)$$

Para $W = \mathbb{H}$:

$$u = \hat{H}(\ddot{q}_d^\# + \underline{\lambda}\dot{e}) + \frac{1}{2}\dot{\hat{H}}s + \hat{h} + \underline{k} \operatorname{sign}(s) \quad (6.35^*)$$

$$\operatorname{diag}(\underline{k}) \geq \operatorname{diag}(\underline{\eta}) + \frac{1}{2}|\dot{\tilde{H}}|_{\max}|s| + |\tilde{H}|_{\max}|\ddot{q}_d^\# + \underline{\lambda}\dot{e}| + |\tilde{h}|_{\max} \quad (6.39)$$

Controle

Modos deslizantes

Nova escolha proposta

$$\ddot{s} = \ddot{e} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e \quad (6.15)$$

Nova escolha proposta

$$s = \ddot{e} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e \quad (6.15)$$

Para $W = 1$:

$$u = \hat{H} \left(\ddot{q}_d^\# + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e + \int_0^t \underline{k} \operatorname{sign}(s) d\tau \right) + \hat{h} \quad (6.52^*)$$

Nova escolha proposta

$$s = \ddot{e} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e \quad (6.15)$$

Para $W = 1$:

$$u = \hat{H} \left(\ddot{q}_d^\# + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e + \int_0^t \underline{k} \operatorname{sign}(s) d\tau \right) + \hat{h} \quad (6.52^*)$$

$$\begin{aligned} (1 - |\mathbb{H}^{-1} \tilde{\mathbb{H}}|_{\max}) \cdot \operatorname{diag}(\underline{k}) \geq \operatorname{diag}(\underline{\eta}) + |\mathbb{H}^{-1}(\dot{\mathbb{H}} \mathbb{H}^{-1} \tilde{\mathbb{H}} - \dot{\tilde{\mathbb{H}}})|_{\max} |u'' - \sigma| + \\ |\mathbb{H}^{-1} \tilde{\mathbb{H}}|_{\max} |\dot{\sigma}| + |\mathbb{H}^{-1} \dot{\mathbb{H}} \mathbb{H}^{-1} \tilde{\mathbb{H}}|_{\max} + |\mathbb{H}^{-1} \dot{\tilde{\mathbb{H}}}|_{\max} \end{aligned} \quad (6.56)$$

Nova escolha proposta

$$s = \ddot{e} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e \quad (6.15)$$

Para $W = \mathbb{H}$:

$$u = \hat{\mathbb{H}} \left(\ddot{q}_d^\# + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e + \int_0^t \hat{\mathbb{H}}^{-1} \left(\underline{k} \operatorname{sign}(s) + \frac{1}{2} \dot{\hat{\mathbb{H}}} s \right) d\tau \right) + \hat{h} \quad (6.59^*)$$

Nova escolha proposta

$$s = \ddot{e} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e \quad (6.15)$$

Para $W = H$:

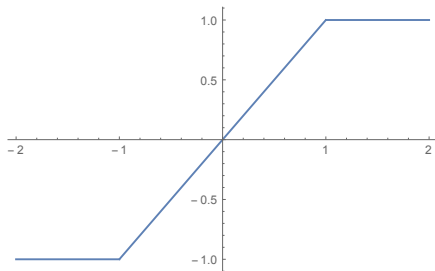
$$v = \hat{H} \left(\ddot{q}_d^\# + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e + \int_0^t \hat{H}^{-1} (\underline{k} \operatorname{sign}(s) + \frac{1}{2} \dot{\hat{H}} s) d\tau \right) + \hat{h} \quad (6.59^*)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{diag}(\underline{k}) \geq \operatorname{diag}(\underline{\eta}) + \frac{1}{2} |\dot{\hat{H}}|_{\max} |s| + |(\dot{H} H^{-1} \tilde{H} - \dot{\hat{H}})|_{\max} |v'' - \sigma| + \\ |\tilde{H}|_{\max} |\dot{\sigma}| + |\dot{H} H^{-1} \tilde{H}|_{\max} + |\dot{\hat{H}}|_{\max} \end{aligned} \quad (6.63)$$

Camada limite

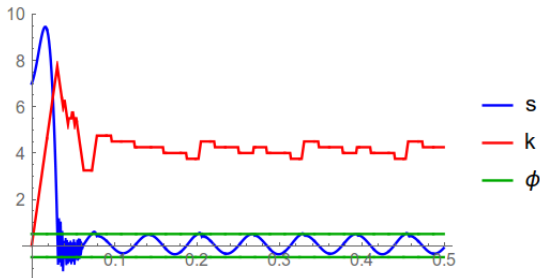
$$\text{sign}(s) \rightarrow \text{sat}(s/\phi)$$

$$-\phi < s_i < \phi \Rightarrow e_{\max} = \phi/k_p$$



Lei de Adaptação

- $\underline{k}_i[k+1] = \underline{k}_i[k] + \gamma_i$: Se estiver fora da camada limite e s_i não trocou de sinal
- $\underline{k}_i[k+1] = \underline{k}_i[k] - \gamma_i$: Se s_i trocou de sinal e $\underline{k}_i[k] \geq \gamma_i$:
- $\underline{k}_i[k+1] = \underline{k}_i[k]$: Caso contrário



Lei de controle escolhida

$$u = \hat{H}(q) \left(\ddot{q}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e + \int_0^t \underline{k} \operatorname{sat}(s/\phi) d\tau \right) + \hat{h}(q, \dot{q})$$

Sendo:

$$s = \ddot{e} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e$$

Lei de controle escolhida

$$u = \hat{H}(q) \left(\ddot{q}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e + \int_0^t \underline{k} \operatorname{sat}(s/\phi) d\tau \right) + \hat{h}(q, \dot{q})$$

Sendo:

$$s = \ddot{e} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e$$

Propriedades

- Robustez característica do CMD
- Grande redução de *chattering* devido à integral
- Similar à lei de CTC (adição de 1 termo)
- Custo computacional muito similar ao do CTC

PD

$$u = m^* \left(\ddot{q}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e \right)$$

PD

$$u = m^* \left(\ddot{q}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e \right)$$

PDMD

$$u = m^* \left(\ddot{q}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e + \int_0^t \underline{k} \operatorname{sat}(s/\phi) d\tau \right)$$

Controle

Modos deslizantes

PD

$$u = m^* \left(\ddot{q}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e \right)$$

PDMD

$$u = m^* \left(\ddot{q}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e + \int_0^t \underline{k} \operatorname{sat}(s/\phi) d\tau \right)$$

TC

$$u = \hat{H}(q) \left(\ddot{q}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e \right) + \hat{h}(q, \dot{q})$$

PD

$$u = m^* \left(\ddot{q}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e \right)$$

PDMD

$$u = m^* \left(\ddot{q}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e + \int_0^t \underline{k} \operatorname{sat}(s/\phi) d\tau \right)$$

TC

$$u = \hat{H}(q) \left(\ddot{q}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e \right) + \hat{h}(q, \dot{q})$$

TCMD

$$u = \hat{H}(q) \left(\ddot{q}_d^{\#} + \underline{k}_v \dot{e} + \underline{k}_p e + \int_0^t \underline{k} \operatorname{sat}(s/\phi) d\tau \right) + \hat{h}(q, \dot{q})$$