Niektóre definicje pochodzą z http://mst.mimuw.edu.pl/lecture.php?lecture=bad&part=Ch6 (autor Zbigniew Jurkiewicz)

Rozwiązania mogą zawierać błędy, nie należy podchodzić do nich bezkrytycznie.
Proszę o zgłaszanie wszystkich znalezionych błędów.

```
##############################
#
# Zadanie 8.1
#
##############################
```

H = {P,O,E,B,K}
F = {{P,O} → E, {P,E} → O, {P,O} → B, B → K}

Wyznacz wszystkie klucze relacji R:

Wskazówka:
Podzbiór N zbioru atrybutów relacji R(A1,A2,A3,...) nazywamy jej nadkluczem, jeśli zachodzi zależność funkcyjna:
N -> {A1 A2 A3 ...}
Czyli zbiór wszystkich atrybutów relacji na pewno jest jej nadkluczem.
Podzbiór K zbioru atrybutów relacji R(A1,A2,A3,...) nazywamy jej kluczem, jeśli jest on nadkluczem i żaden jego podzbiór nie jest nadkluczem.
Inaczej mówiąc, klucze relacji to jej minimalne nadklucze.

Klucz jest to więc taki minimalny zbiór atrybutów, że jego domknięcie jest zbiorem wszystkich atrybutów relacji.
Sprawdzamy więc domknięcia:

```
{P}+  = {P}
{P,O}+ = {P,O,E,B,K}
{P,E}+ = {P,E,O,B,K}
{P,B}+  = {P,B,K}
```

KLUCZE: {P,O} {P,E}

Wyznacz co najmniej 5 nietrywialnych i prostych zależności funkcyjnych należących do F+, ale nie należących do F.

Wskazówka:
Zależność jest prosta, gdy prawa strona jest pojedynczym atrybutem (jest zbiorem jednoelementowym).

```
F+ = {

    {P,O} -> K
    {P,E} -> B
    {P,E} -> K
    {P,O,E} -> B
    {P,O,E} -> K

}
```

Jest minimalny, nie da się niczego usunąć ani uprościć.

```
##############################
#
# Zadanie 8.2
#
##############################

H = {P,O,E,B,K}
F = {{P,O} → E, {P,E} → O, {P,O} → B, B → K}

Które z poniższych zależności należą do zbioru F+?

P → E            NIE ponieważ {P}+ = {P}
{P,K} → B        NIE ponieważ {P,K}+ = {P,K}
{P,E} → B        TAK ponieważ {P,E}+ = {P,O,E,B,K}
{P,E,O} → K      TAK ponieważ {P,E,O}+ = {P,O,E,B,K}
B → O            NIE ponieważ {B}+ = {B,K}
{P,E} → {K,B}    TAK ponieważ {P,E}+ = {P,O,E,B,K}

##############################
#
# Zadanie 8.3
#
##############################

Wyznacz minimalny zbiór zależności funkcyjnych dla poniższych zbiorów:

8.3.1
F = {C → {A,B}, E → {A,D}, C → D, E → B}
obliczenia:
F = {C → {A,B}, E → {A,D}, C → D, E → D}
F = {C → A, C → B, E → A, E → D, C → D, E → B}
F = {C → A, C → B, C → D, E → A, E → B, E → D}

------------------------------

8.3.2
F = {A → B, A → C, {A,B} → D, {A,C} → {B,D}}
obliczenia:
F = {A → B, A → C, {A,B} → D, {A,C} → B, {A,C} → D}
z tego można wnioskować, że:
F = {A → B, A → C, A → D, A → B, A → D}
F = {A → B, A → C, A → D}

------------------------------

8.3.3
F = { A → B, B → C, A → C, C → A, C → B, B → A}
obliczenia:
F = {A → B, B → C, C → B, B → A}
```

##############################
#
Zadanie 8.4
#
##############################

Dana jest relacja R o schemacie H = {A,C,G,N,S,R,T}

Aktor,
Czas trwania filmu,
Gaża,
Nagroda (dla Aktora, rozważane są tylko Oscary),
Studio filmowe,
Rok produkcji,
Tytuł filmu.

oraz zbiór zależności funkcyjnych F = {{S,T} → R, {R,T} → C, {R,T} → S, {A,T} → G, {A,T} → N, {N,R,T} → A}.

Która z poniższych dekompozycji jest dekompozycją bezstratną?

----

1. H1 = {A,G,N,R,T}, H2 = {C,R,S,T}

H1 ^ H2 = {R,T}

Sprawdzamy czy {R,T} → {A,G,N,R,T} ∈ F+ LUB {R,T} → {C,R,S,T} ∈ F+

{R,T}+ → {C,R,S,T}

{R,T} → {C,R,S,T} ∈ F+

bezstratna

----

2. H1 = {A,G,N,T}, H2 = {C,R,S,T}

H1 ^ H2 = {T}

Sprawdzamy czy {T} → {A,G,N,R,T} ∈ F+ LUB {T} → {C,R,S,T} ∈ F+

{T}+ = {T}

stratna

----

3. H1 = {A,G,N,S,T}, H2 = {C,R,S,T}

H1 ^ H2 = {S,T}

Sprawdzamy czy {S,T} → {A,G,N,R,T} ∈ F+ LUB {S,T} → {C,R,S,T} ∈ F+

{S,T}+ = {S,T,R,C}

bezstratna

----

4. H1 = {A,G,S,T}, H2 = {A,N,R,T}, H3 = {C,S,R,T}

F = {{S,T} → R, {R,T} → C, {R,T} → S, {A,T} → G, {A,T} → N, {N,R,T} → A}

	A	C	G	N	S	R	T
H1	v	o	v	o	v	o	v
H2	v	o	o	v	o	v	v
H3		v			v	v	v

bestratna

----

5. H1 = {A,G,T}, H2 = {A,N,T}, H3 = {C,S,R,T}

F = {{S,T} → R, {R,T} → C, {R,T} → S, {A,T} → G, {A,T} → N, {N,R,T} → A}

	A	C	G	N	S	R	T
H1	v		v	o			v
H2	v		o	v			v
H3		v			v	v	v

stratna

----

6. H1 = {A,G,S,T}, H2 = {A,N,T}, H3 = {C,S,R,T}

F = {{S,T} → R, {R,T} → C, {R,T} → S, {A,T} → G, {A,T} → N, {N,R,T} → A}

	A	C	G	N	S	R	T
H1	v	o	v	o	v	o	v
H2	v		o	v			v
H3		v			v	v	v

bestratna

```
##############################
#
# Zadanie 8.5
#
##############################
```

Dana jest relacja R o schemacie H = {M,P,S,T}

    Moduł zajęć,
    Prowadzący,
    Sala,
    Termin egzaminu

oraz zbiór zależności funkcyjnych F = {{S,T} → M, M → P, P → S}.

Która z poniższych dekompozycji zachowuje wszystkie zależności funkcyjne?

1. H1 = {M,S,T}, H2 = {M,P,S}

{M}+ = {M,P,S}
{P}+ = {P,S}
{S}+ = {S}
{T}+ = {T}
{S,T}+ = {S,T,M,P}
{M,T}+ = {M,T,P,S}
{P,S}+ = {P,S}
{M,S}+ = {M,S,P}
{M,P}+ = {M,P,S}

Π H1(F) = {M → S, {S,T} → M, {M,T} → S}
Π H1(F) = {M → S, {M,T} → S}
Π H1(F) = {M → S}

Π H2(F) = {M → P, M → S, {M,S} → P, {M,P} → S}
Π H2(F) = {M → S, M → P, P → S}
Π H2(F) = {M → P, P → S}

Sprawdzamy czy każdą z zależności F = {{S,T} → M, M → P, P → S} da się wyprowadzić z Π H1(f) u Π H2(f).

Możliwe jest wyprowadzenie wszystkich zależności.

Dekompozycja zachowuje zależności funkcyjne.

----

2. H1 = {M,S,T}, H2 = {P,S}

{M}+ = {M,P,S}
{P}+ = {P,S}
{S}+ = {S}
{T}+ = {T}
{S,T}+ = {S,T,M,P}
{M,T}+ = {M,T,P,S}
{P,S}+ = {P,S}
{M,S}+ = {M,S,P}
{M,P}+ = {M,P,S}

Π H1(f) = {M → S, {S,T} → M, {M,T} → S}
Π H1(f) = {M → S, {M,T} → S}
Π H1(f) = {M → S}

Π H2(f) = {P → S}

Sprawdzamy czy każdą z zależności F = {{S,T} → M, M → P, P → S} da się wyprowadzić z Π H1(f) u Π H2(f).

Nie da się wyprowadzić M → P.

Dekompozycja nie zachowuje zależności funkcyjnych.

----

3. H1 = {M,P,S}, H2 = {S,T}

{M}+ = {M,P,S}
{P}+ = {P,S}
{S}+ = {S}
{T}+ = {T}
{S,T}+ = {S,T,M,P}
{M,T}+ = {M,T,P,S}
{P,S}+ = {P,S}
{M,S}+ = {M,S,P}
{M,P}+ = {M,P,S}

Π H1(f) = {M → P, M → S, P → S, {M,S} → P, {M,P} → S}
Π H1(f) = {M → P, M → S, P → S}

Π H2(f) = puste

Sprawdzamy czy każdą z zależności F = {{S,T} → M, M → P, P → S} da się wyprowadzić z Π H1(f) u Π H2(f).

Nie da się wyprowadzić {S,T} → M.

Dekompozycja nie zachowuje zależności funkcyjnych.

```
##############################
#
# Teoria do zadań z postaci
#
##############################
```

1NF:
Warunkiem pierwszej postaci normalnej jest to, by każdy atrybut w relacji przyjmował
tylko wartości niepodzielne. Przez wartości niepodzielne rozumiemy takie pojedyncze wartości,
jak używane w atrybutach "numer klienta" czy "nazwisko klienta".

BCNF:
Relacja R jest w tej postaci, jeśli jest w 1NF oraz dla każdej nietrywialnej zależności X → Y
zachodzącej w R, lewa strona zależności (X) jest nadkluczem.
Jeżeli relacja jest w BCNF, to jest również w 3NF.

2NF:
Należy określić klucze relacji. Warunkiem na drugą postać normalną jest to,
aby każdy niekluczowy atrybut zależał w pełni funkcyjnie od wszystkich kluczy.

3NF:
Relacja jest w 3NF jeśli jest w 1NF oraz dla każdej nietrywialnej zależności X->Y:
- lewa strona zależności X jest nadkluczem
LUB
- prawa strona zależności Y zawiera tylko atrybuty z kluczy (bo kluczy może być kilka)
Podsumowując: Atrybuty niekluczowe powinny zależeć funkcyjnie wyłącznie od klucza i niczego więcej.

##############################
#
Zadanie 8.6
#
##############################

Dana jest relacja R o schemacie:

H = {M,P,S,T} (patrz zadanie 8.5)

oraz zbiór zależności funkcyjnych:

F = {{S,T} → M, M → P, P → S}

Zakładając, że R jest w 1NF, wyznacz w jakiej maksymalnej postaci normalnej jest relacja R.

{S,T}+ = {M,P,S,T} = H (klucz)
{M,T}+ = {M,P,S,T} = H (klucz)
{T,P}+ = {M,P,S,T} = H (klucz)

kluczowe - M,P,S,T
niekluczowe - brak

Jest w 2NF ponieważ każdy niekluczowy atrybut zależy funkcyjnie od całego klucza (wszystkie są kluczowe, a więc automatycznie 2NF).

Jest w 3NF bo wszystkie elementy F posiadają po lewej stronie nadklucze lub po prawej atrybuty z kluczy.

Nie jest w BCNF.

##############################
#
Zadanie 8.7
#
##############################

Dana jest relacja R o schemacie:

H = {G,P,T,W}

oraz zbiór zależności funkcyjnych:

F = {{P,T} → G, P → W, {G,T} → P }

Zakładając, że R jest w 1NF, wyznacz w jakiej maksymalnej postaci normalnej jest relacja R.

{G,T}+ = {G,T,P,W} = H (klucz)
{P,T}+ = {G,T,P,W} = H (klucz)

kluczowe - GPT
niekluczowe - W

Nie jest w 2NF ponieważ nie każdy niekluczowy atrybut zależy funkcyjnie od całego klucza (P → W).
Mówiąc inaczej: w podzbiorze właściwym klucza PT jest zależność P → W.

Nie jest w 3NF bo nie wszystkie elementy F posiadają po lewej stronie nadklucze lub po prawej atrybuty z kluczy (P → W).

Wobec tego jest w 1NF.

```
##############################
#
# Zadanie 8.8
#
##############################

Dana jest relacja R o schemacie:

H = {C,N,O,P}

oraz zbiór zależności funkcyjnych:

F = {N → P, {N,O} → C }

1. Zakładając, że R jest w 1NF, wyznacz w jakiej maksymalnej postaci normalnej
jest relacja R.
2. Sprowadź relację do 3NF.
3. Czy wszystkie relacje w wyniku dekompozycji są w BCNF?

-------------------------------------------

{N,O}+ = {N,O,P,C} = H (klucz)

kluczowe - NO
niekluczowe - PC

Nie jest w 2NF bo N → P.

W drugim podpunkcie upewniamy się, że F jest minimalny.
Tworzymy Hn dla każdej zależności z F (jeżeli jeden schemat
jest podzbiorem drugiego to bierzemy większy).
Łączymy ze sobą schematy mające ten sam klucz.

H1 = {N,P}
H2 = {N,O,C}

   | C | N | O | P
--------------------
H1 |   | v |   | v            dekompozycja bezstratna
--------------------
H2 | v | v | v | o


H1 = {N,P} - klucz N                  H2 = {N,O,C} - klucz NO

{N}+ = {N,P}                          {N,O}+ = {N,O,C}
{N,P}+ = {N,P}

F1 = Π H1(F) = {N → P}                F2 = Π H2(F) = {{N,O} → C}

Sprawdzamy czy każdą z zależności F = {N → P, {N,O} → C }
da się wyprowadzić z Π H1(f) u Π H2(f).

Możliwe jest wyprowadzenie wszystkich.

Dekompozycja zachowuje zależności funkcyjne.

Są w BCNF (każdy klucz jest nadkluczem).
```

##############################
#
Zadanie 8.9
#
##############################

Sprowadź relację z zadania 8.6 do BCNF. Czy istnieje dekompozycja, która zachowuje zależności funkcyjne?

$H = \{M,P,S,T\}$

$F = \{\{S,T\} \to M,\ M \to P,\ P \to S\}$

$\{S,T\}^+ = \{M,P,S,T\} = H$
$\{M\}^+ = \{M,P,S\}$
$\{P\}^+ = \{P,S\}$
$\{S\}^+ = \{S\}$
$\{T\}^+ = \{T\}$

Należy dokonać rozkładu ze względu na $M \to P$:

$H1 = \{M,P\}$
$H2 = \{M,S,T\}$

$F1 = \Pi\ H1(F) = \{M \to P\}$
$F2 = \Pi\ H2(F) = \{\{S,T\} \to M,\ M \to S\}$

Rozkładamy H2 ze względu na $M \to S$:

$H21 = \{M,S\}$
$H22 = \{M,T\}$

$F21 = \Pi\ H21(F2) = \{M \to S\}$
$F22 = \Pi\ H22(F2) =$ zbiór pusty

Sprawdzamy czy każdą z zależności $F = \{\{S,T\} \to M,\ M \to P,\ P \to S\}$
da się wyprowadzić z $\Pi\ H1(F)$ u $\Pi\ H21(F)$ $\Pi\ H22(F)$

Niemożliwe jest wyprowadzenie $P \to S$.

Dekompozycja nie zachowuje zależności funkcyjnych.

```
    | M | P | S | T
--------------------
H1  | v | v | o |
--------------------
H21 | v | o | v |
--------------------
H32 | v | o | o | v
```

dekompozycja jest bezstratna,
ale nie zachowuje zależności funkcyjnych

```
##############################
#
# Zadanie 8.10
#
##############################

Dana jest relacja R o schemacie:

H = {A,B,C,D}

oraz zbiór zależności funkcyjnych:

F = { {A,B} → C, {A,C} → D }

Sprowadź relację do 3NF.

H1 = {A,B,C}
H2 = {A,C,D}

F1 = Π H1(F) = {{A,B} → C}
F2 = Π H2(F) = {{A,C} → D}

   | A | B | C | D
--------------------
H1 | v | v | v | o       dekompozycja bezstratna,
--------------------     zachowuje zależności funkcyjne
H2 | v |   | v | v

##############################
#
# Zadanie 8.11
#
##############################

Dana jest relacja R o schemacie:

H = {A,B,C,D,E}

oraz zbiór zależności funkcyjnych:

F = {{A,B} → C, {A,D} → E, C → D, E → B}.

Wyznacz wszystkie klucze relacji R.
Wyznacz co najmniej 5 nietrywialnych i prostych zależności funkcyjnych
należących do F+.

{A}+ = {A}
{A,B}+ = {A,B,C,D,E} = H (klucz)
{A,C}+ = {A,C,D,E,B} = H (klucz)
{A,D}+ = {A,D,E,B,C} = H (klucz)
{A,E}+ = {A,E,B,C,D} = H (klucz)

F+ = {{A,B} → D, {A,B} → E, {A,C} → B, {A,C} → D, {A,D} → C, .....}
```

##############################
#
Zadanie 8.12
#
##############################

Zadanie identyczne jak 8.4. Odpowiedzi:
1. stratna
2. bezstratna
3. stratna
4. stratna
5. stratna
6. bezstratna

##############################
#
Zadanie 8.13
#
##############################

Dana jest relacja R o schemacie:

H = {A,B,C,D}

oraz zbiór zależności funkcyjnych:

F = { {A,B} → C, A → D, {C,D} → B }

Zakładając, że R jest w 1NF, wyznacz w jakiej maksymalnej postaci normalnej jest relacja R.

{A,B}+ = {A,B,C,D} = H (klucz)
{A,C}+ = {A,B,C,D} = H (klucz)

kluczowe - ABC
niekluczowe - D

Warunkiem na drugą postać normalną jest to, aby każdy
niekluczowy atrybut zależał funkcyjnie od całego klucza.

Ze względu na A → D, nie jest w 2NF.

##############################
#
Zadanie 8.14
#
##############################

Dana jest relacja R o schemacie H = {A,B,C,D} oraz zbiór zależności funkcyjnych

F = { {A,B} → C, {A,D} → C }

Zakładając, że R jest w 1NF, wyznacz w jakiej maksymalnej postaci normalnej jest relacja R.

{A,B,D}+ = {A,B,C,D} = H (klucz)

kluczowe - ABD
niekluczowe - C

Warunkiem na drugą postać normalną jest to, aby każdy
niekluczowy atrybut zależał funkcyjnie od całego klucza.

W związku z tym nie jest w 2NF oraz nie jest w 3NF (patrz opisy nad zad. 8.6).