Przykład 8.3. Wykażemy, że funkcje

$$f(x) = -\arctan x \qquad \textit{i} \qquad g(x) = \arccos \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

różnią się jedynie o stałą $B = -\frac{\pi}{2}$.

Dla każdego $x \in \mathbb{R}$, mamy:

$$f'(x) = \frac{-1}{1+x^2},$$

$$g'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)^2}} \cdot \frac{\sqrt{1+x^2} - \frac{2x^2}{2\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} = \frac{-1}{1+x^2};$$

oznacza to, że:

$$f'(x) = g'(x),$$

więc na podstawie ostatniego wniosku możemy napisać:

$$\forall x \in \mathbb{R} : f(x) = g(x) + B.$$

Jednocześnie, np. dla x=0, mamy:

$$f(0) = 0, \qquad g(0) = \frac{\pi}{2},$$

zatem nietrudna zauważyć, że ostatnia równość ma miejsce, gdy $B = -\frac{\pi}{2}$.$\blacksquare$