Akademia Górniczo-Hutnicza
Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej

Podstawy Automatyki

Informatyka Stosowana, rok II

Układy z opóźnieniem

1. Aproksymacja Pade'go

Transformata Laplace'a funkcji przesuniętej w czasie o θ jednostek czasu wynosi:

$$L\{f\,(t-\theta) = f\,\mathrm{e}^{-s\theta}$$

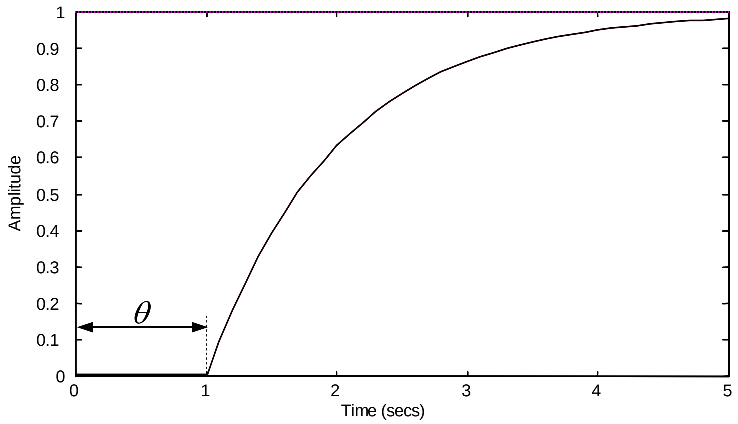
Przykładowo, układ inercyjny 1-go rzędu o transmitancji:

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1}$$

z opóźnieniem o wartości θ wyraża się transmitancją:

$$G(s) = \frac{Ke^{-s\theta}}{Ts+1}$$

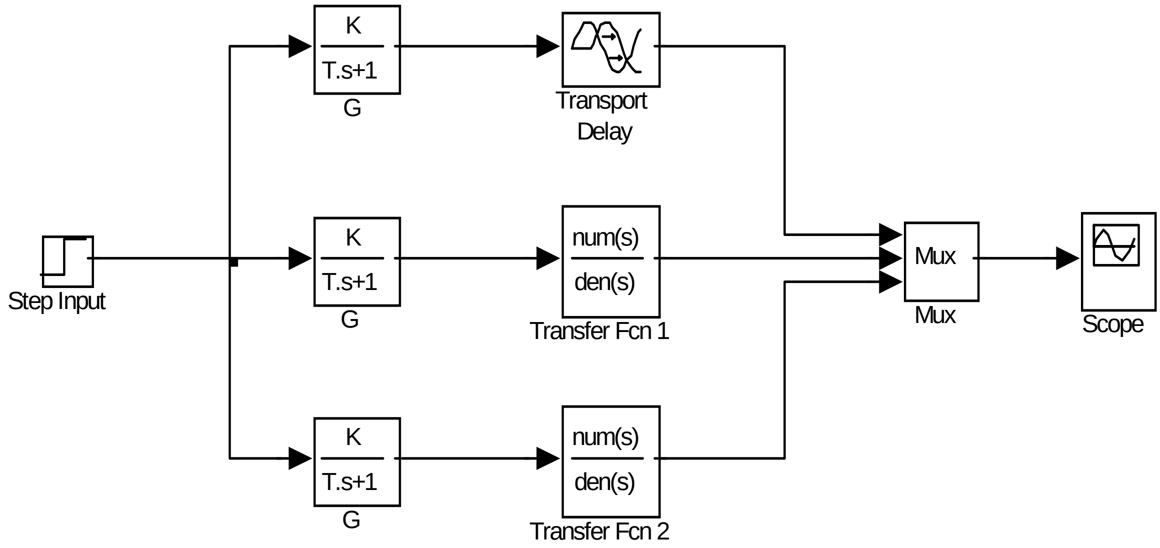
Odpowiedź skokową dla tej transmitancji przedstawia poniższy rysunek (dla $K = 1$, $T = 1$, $\theta = 1$):



Forma eksponencjalna w powyższym wzorze nie zawsze jest dogodna do analizy systemu. W szczególności nie można wtedy w prosty sposób faktoryzować układu za pomocą jedynie biegunów i zer. Jedną z metod sprowadzenia układu z opóźnieniem do postaci wielomianowej jest aproksymacja Pade'go.

Aproksymacja Pade'go 1-go rzędu:	Aproksymacja Pade'go 2-go rzędu:
$e^{-s\theta} \approx \dfrac{1-\frac{\theta}{2}s}{1+\frac{\theta}{2}s}$ (wzór 1)	$e^{-s\theta} \approx \dfrac{1-\frac{\theta}{2}s+\frac{\theta^2}{12}s^2}{1+\frac{\theta}{2}s+\frac{\theta^2}{12}s^2}$ (wzór 2)

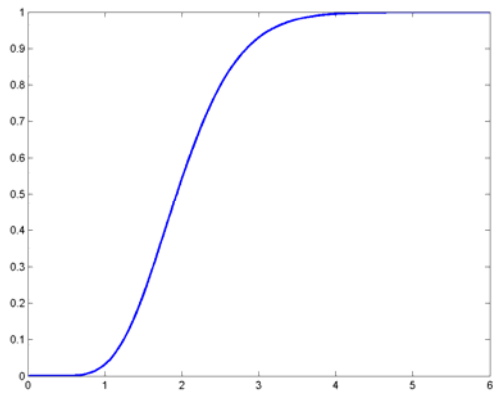
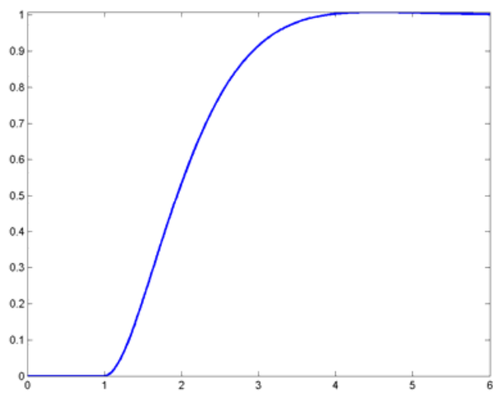
Zbuduj układ porównawczy aproksymacja Pade'go1-go i 2-go rzędu (dla parametrów: $K = 1$, $T = 1$, $\theta = 2$, czas symulacji 5s).



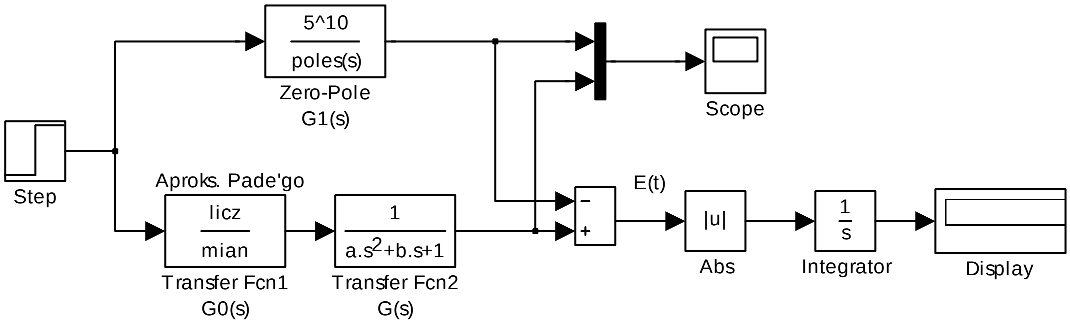
W bloku *Transport Delay* (opóźnienie transportowe) w polu *Time delay* należy wpisać opóźnienie θ. W bloku *Transfer Function 1* należy wpisać transmitancję Pade'go 1-go rzędu (wzór 1), natomiast w bloku *Transfer Function 2* należy wpisać transmitancję Pade'go 2-go rzędu (wzór 2). W bloku *Step Input* należy ustawić *Step time* = 0.

2. Aproksymacja układu wysokiego rzędu przez układ niskiego rzędu z opóźnieniem

Im wyższy rząd układu tym bardziej skomplikowane stają się obliczenia z nim związane. W związku z tym, często zamiast układu wysokiego rzędu stosuje się układ niskiego rzędu z odpowiednio dobranym opóźnieniem.

Układ 10-go rzędu	**Układ 2-go rzędu z opóźnieniem $\theta = 1[s]$**
	
$G(s)=\dfrac{5^{10}}{(s+5)^{10}}$	$G(s)=\dfrac{e^{-\theta s}}{as+bs+1}$

Zbuduj układ, za pomocą którego można znaleźć parametry układu 2-go rzędu (*a*, *b* oraz wartość opóźnienia θ), o transmitancji $G(s)=\dfrac{e^{-\theta s}}{as+bs+1}$, tak aby można nią było aproksymować układ 10-go rzędu $G_1(s)=\dfrac{5^{10}}{(s+5)^{10}}$ z jak najmniejszym błędem. Wymienione parametry dobierz tak, aby minimalizować całkę z wartości bezwzględnej błędu $\min\limits_{a,b,\theta}\int_0^\infty |E(t)|dt$, która będzie wyświetlana w bloczku *Display*:



W celu zapisania członu opóźnienia (bloczek G0(s)) należy w MATLABIE policzyć jego aproksymację Pade'go:

$$G_0 = e^{-s\theta} \approx \frac{licz(s)}{mian(s)}$$

Licznik i mianownik tej transmitancji oblicz za pomocą funkcji **`Pade`**:

`[licz, mian] = pade(θ, n)`

gdzie θ – opóźnienie, n – rząd aproksymacji (np. n = 5).

Dla jakich wartości parametrów *a*, *b* oraz *θ* otrzymałeś najmniejszy błąd?

2.1. Optymalizacja numeryczna

Dobierając parametry na chybił trafił, trudno dojść do zadawalających rezultatów. Lepiej użyć którąś z funkcji optymalizujących.

Napisz skrypt za pomocą którego obliczysz parametry optymalne (*a*, *b*, θ) układu. Wykorzystaj funkcję **`fminsearch`**.

Jakie otrzymałeś wartości parametrów *a*, *b* oraz *θ* ? Czy znacznie różnią się od tych dobranych „ręcznie”?