**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**

**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**

**Кафедра МО ЭВМ**

**ОТЧЕТ**

**по лабораторной работе №3**

**по дисциплине «Методы оптимизации»**

**Тема: Решение прямой и двойственной задачи**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 0303 |  | Калмак Д.А. |
| Преподаватель |  | Мальцева Н.В. |

Санкт-Петербург

2023

**Цели работы.**

1. Постановка задачи линейного программирования и её решение с помощью стандартной программы.
2. Исследование прямой и двойственной задачи.

**Задание.**

Вариант 5. Для изготовления двух видов продукции P1, P2 используют три вида сырья: S1, S2, S3. Запасы сырья, количество единиц сырья, затрачиваемых на изготовление единицы продукции, а также величина прибыли, получаемая от реализации единицы продукции, приведены в табл. 1. Прибыль от единицы продукции первого вида составляет 50 р., второго вида – 40 р.

Необходимо составить такой план выпуска продукции, чтобы при ее реализации получить максимальную прибыль.

Таблица 1 - Данные

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Виды сырья** | **Запас сырья** | **Количество единиц сырья, идущих на изготовление единицы продукции** | |
| **P1** | **P2** |
| S1 | 20 | 2 | 5 |
| S2 | 40 | 8 | 5 |
| S3 | 30 | 5 | 6 |

**Основные теоретические положения.**

Если исходная задача линейного программирования представлена в виде:

найти минимум функции на множестве

, (3.1)

то двойственная задача линейного программирования может быть сформулирована следующим образом:

найти максимум функции на множестве  где - матрица, транспонированная к . Двойственная к двойственной задаче есть исходная задача.

Известно, что если существует решение исходной задачи, то существует решение и двойственной задачи, причем значения экстремумов совпадают. При этом координаты экстремальной точки для двойственной задачи являются коэффициентами чувствительности результата в исходной задаче по коэффициентам вектора .

Рассмотрим видоизмененную исходную задачу:

Найти на множестве  , где ,



Если исходная задача имеет единственное решение , то при малых и видоизмененная задача имеет решение ; причем если -значение минимума , то существует

 Оказывается, что есть i-я координата оптимальной точки для двойственной задачи.

**Выполнение работы.**

По заданной содержательной постановке задачи поставим задачу

формально, а именно приведем к виду 3.1:

Найти минимум , где . Целевая функция

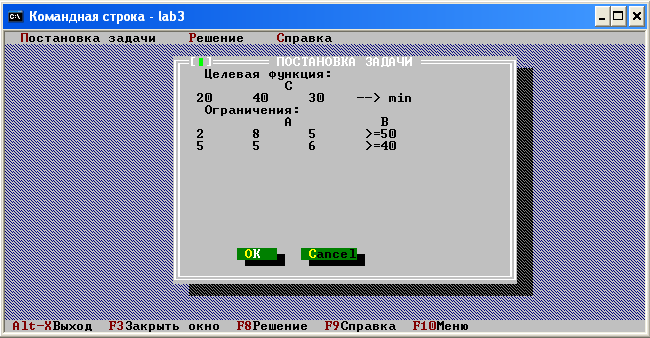
принимает вид: .

Ограничения имеют следующий вид, где

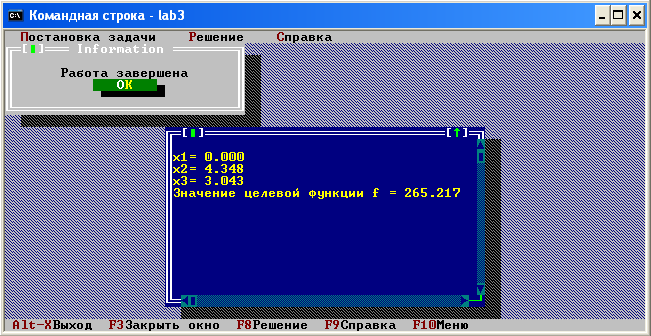
, . Получаем систему ограничений:

Необходимо минимизировать функцию:

Введем данные и поставим задачу в программе:

**

Получим решение с помощью программы:



Поставим двойственную задачу:

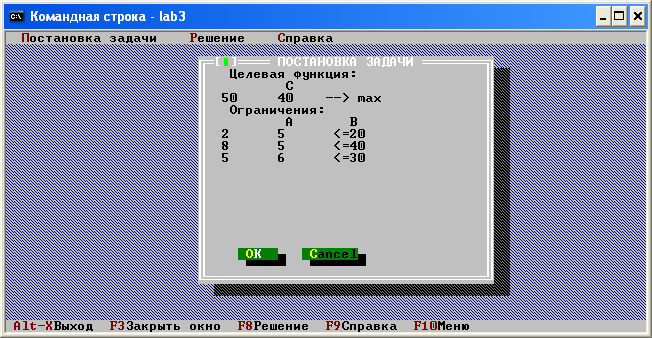
Найти максимум , где . Целевая функция

принимает вид: .

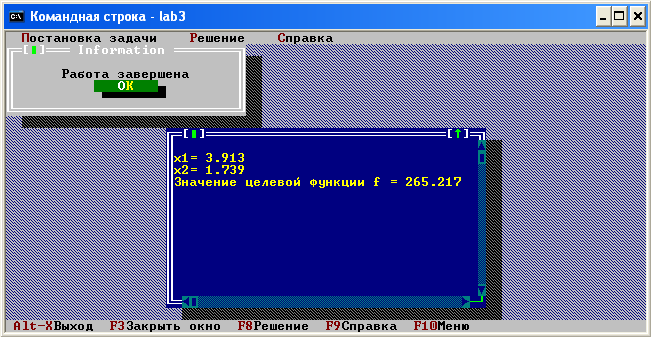
Ограничения имеют следующий вид , где , . Получаем систему ограничений:

Необходимо максимизировать функцию: .

Введем данные и поставим задачу в программе:

**

Получим решение с помощью программы:



Определим коэффициенты чувствительности исходной задачи по

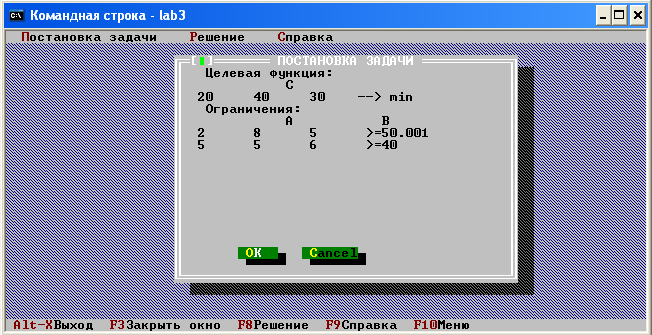
координатам правой части ограничений (вектора ). Для этого:

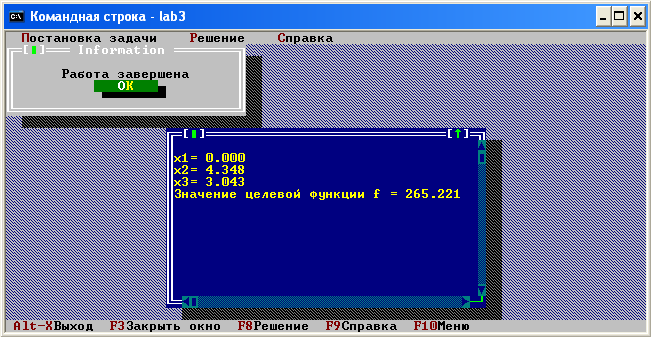
Найдем на множестве  , где ,

, ответ -;

Коэффициент чувствительности вычислим по формуле

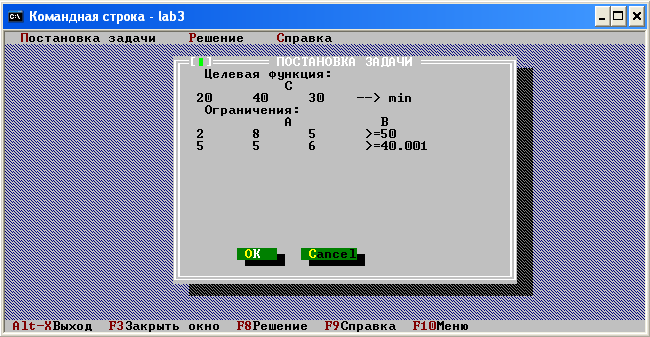
i = 1

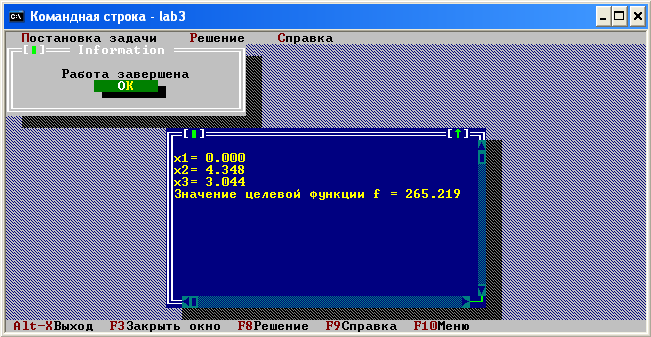




В двойственной задаче , что примерно равно .

i = 2





В двойственной задаче , что примерно равно .

Получилось, что коэффициенты чувствительности исходной задачи примерно равны решению двойственной задачи.

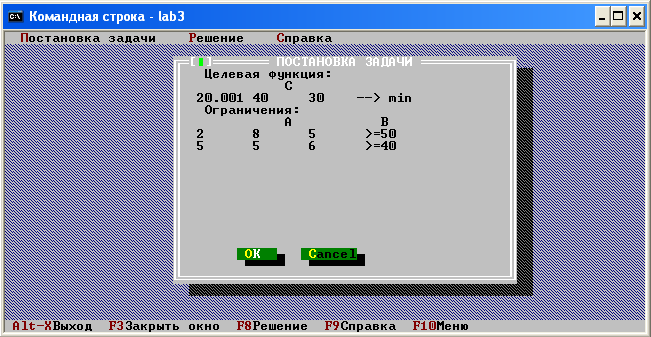
Повторим определение коэффициентов чувствительности исходной задачи, но по коэффициентам целевой функции – компонентам вектора . Для этого:

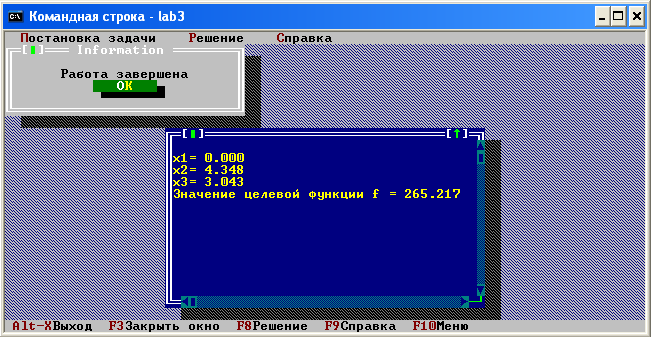
Найдем на множестве  , где ,

, ответ -;

Коэффициент чувствительности вычислим по формуле

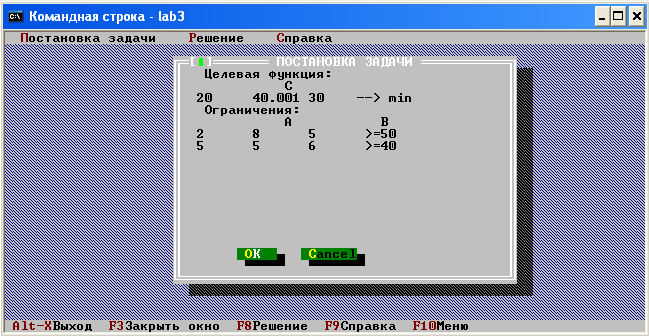
i = 1

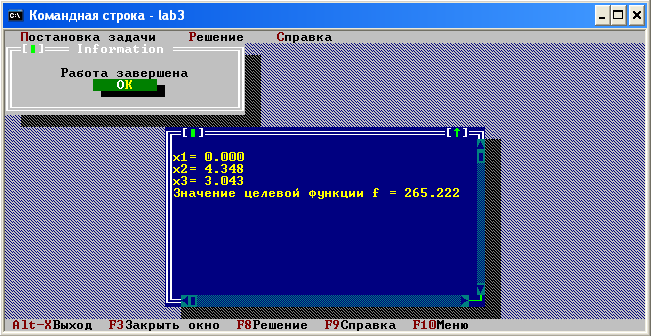




В исходной задаче , что равно .

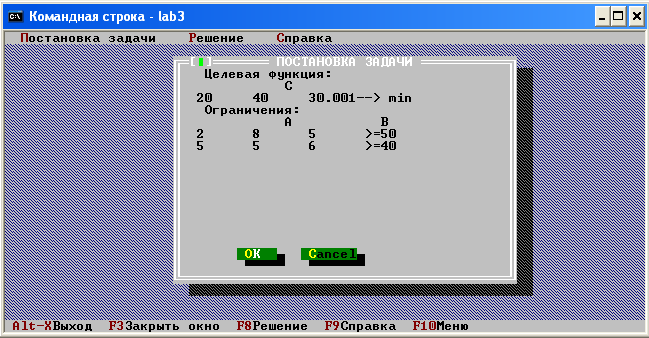
i = 2

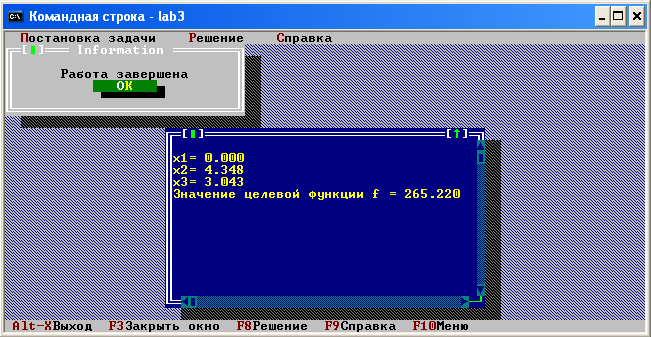




В исходной задаче , что не совсем равно , однако программа показывает значение целевой функции до тысячных и превышение на 15 %, что не совсем большая разница.

i = 3





В исходной задаче , что примерно равно .

Получилось, что коэффициенты чувствительности исходной задачи при изменении коэффициентов целевой функции – компонент вектора примерно равны решению исходной задачи.

Протокол работы программы с исходной задачей представлен на рис. 1-6, протокол работы программы с двойственной задачей представлен на рис. 7.

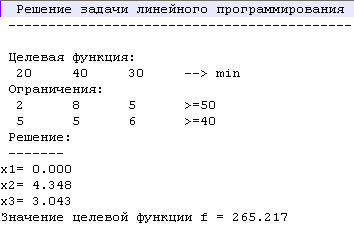
**

Рисунок 1 – Исходная задача

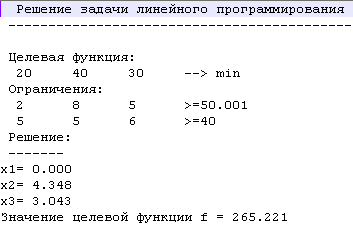
**

Рисунок 2 – Исходная задача с

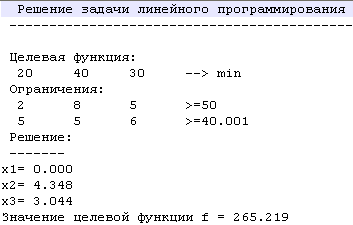
**

Рисунок 3 – Исходная задача с

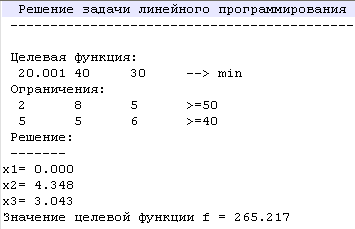


Рисунок 4 –Исходная задача с

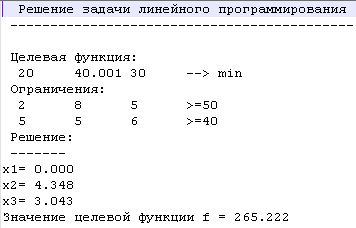


Рисунок 5 –Исходная задача с

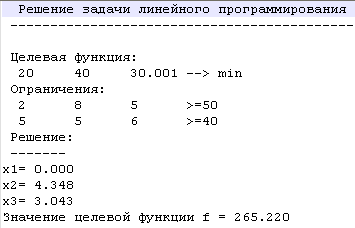


Рисунок 6 –Исходная задача с

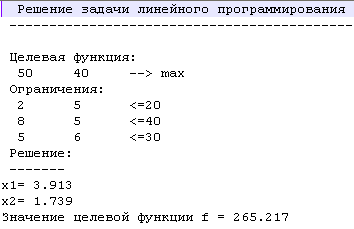
**

Рисунок 7 – Двойственная задача

**Вывод.**

Таким образом, была поставлена задача линейного программирования и решена с помощью стандартной программы. Проведено исследование прямой и двойственной задач, из которого можно сказать, что значения экстремумов прямой и двойственной задач совпадают, а координаты экстремальной точки для двойственной задачи являются коэффициентами чувствительности результата в прямой задаче по коэффициентам вектора *B*.