Студент: Калмак Даниил
Группа: 0303
Вариант: 9
Дата: 31 мая 2022 г.

Теория вероятностей и математическая статистика
Индивидуальное домашнее задание №5

Задание 1. *Из файла population.csv для столбца ν (для нечётных вариантов) или для столбца E(для чётных вариантов) сформировать выборку объёма n согласно правилу: $n = 100 + N_{var} mod 21$, где N_{var} – номер варианта. Выбрать программное обеспечение/язык программирования для обработки результатов.*

Решение. $n = 109$

Была выбрана СКА: SageMath для выполнения работы. Поскольку он позволяет удобно строить графики и проводить вычисления.

□

Задание 2. *Последовательно преобразовать выборку в ранжированный, вариационный и интервальный ряды.*

Решение. Выборка: [480, 510, 426, 482, 393, 510, 403, 506, 393, 442, 411, 514, 525, 543, 412, 449, 482, 569, 484, 472, 453, 422, 320, 547, 408, 331, 467, 545, 396, 351, 503, 402, 542, 437, 453, 386, 434, 418, 391, 399, 486, 421, 496, 463, 508, 419, 434, 440, 405, 434, 344, 415, 463, 475, 463, 392, 452, 504, 443, 461, 340, 438, 523, 416, 483, 440, 423, 386, 321, 433, 351, 481, 465, 390, 463, 468, 488, 443, 505, 395, 474, 490, 396, 362, 566, 418, 502, 500, 359, 443, 421, 433, 514, 320, 406, 465, 487, 532, 330, 438, 593, 445, 518, 496, 473, 522, 547, 560, 412]

— ранжированный ряд (выборка, отсортированная в порядке неубывания) [320, 320, 321, 330, 331, 340, 344, 351, 351, 359, 362, 386, 386, 390, 391, 392, 393, 393, 395, 396, 396, 399, 402, 403, 405, 406, 408, 411, 412, 412, 415, 416, 418, 418, 419, 421, 421, 422, 423, 426, 433, 433, 434, 434, 434, 437, 438, 438, 440, 440, 442, 443, 443, 443, 445, 449, 452, 453, 453, 461, 463, 463, 463, 463, 465, 465, 467, 468, 472, 473, 474, 475, 480, 481, 482, 482, 483, 484, 486, 487, 488, 490, 496, 496, 500, 502, 503, 504, 505, 506, 508, 510, 510, 514, 514, 518, 522, 523, 525, 532, 542, 543, 545, 547, 547, 560, 566, 569, 593]

— вариационный ряд (ранжированный ряд без повторов элементов, с учетом частоты и частости) Каждый элемент списка содержит: элемент, его частоту n_i, его частость $p_i^* = n_i/n$:

[[320, 2, 0.02], [321, 1, 0.01], [330, 1, 0.01], [331, 1, 0.01], [340, 1, 0.01], [344, 1, 0.01], [351, 2, 0.02], [359, 1, 0.01], [362, 1, 0.01], [386, 2, 0.02], [390, 1, 0.01], [391, 1, 0.01], [392, 1, 0.01], [393, 2, 0.02], [395, 1, 0.01], [396, 2, 0.02], [399, 1, 0.01], [402, 1, 0.01], [403, 1, 0.01], [405, 1, 0.01], [406, 1, 0.01], [408, 1, 0.01], [411, 1, 0.01], [412, 2, 0.02], [415, 1, 0.01], [416, 1, 0.01], [418, 2, 0.02], [419, 1, 0.01], [421, 2, 0.02], [422, 1, 0.01], [423, 1, 0.01], [426, 1, 0.01], [433, 2, 0.02], [434, 3, 0.03], [437, 1, 0.01], [438, 2, 0.02], [440, 2, 0.02], [442, 1, 0.01], [443, 3, 0.03], [445, 1, 0.01], [449, 1, 0.01], [452, 1, 0.01], [453, 2, 0.02], [461, 1, 0.01], [463, 4, 0.04], [465, 2, 0.02], [467, 1, 0.01], [468, 1, 0.01], [472, 1, 0.01], [473, 1, 0.01], [474, 1, 0.01], [475, 1, 0.01], [480, 1, 0.01], [481, 1, 0.01], [482, 2, 0.02], [483, 1, 0.01], [484, 1, 0.01], [486, 1, 0.01], [487, 1, 0.01], [488, 1, 0.01], [490, 1, 0.01], [496, 2, 0.02], [500, 1, 0.01], [502, 1, 0.01], [503, 1, 0.01], [504, 1, 0.01], [505, 1, 0.01], [506, 1, 0.01], [508, 1, 0.01], [510, 2, 0.02], [514, 2, 0.02], [518, 1, 0.01], [522, 1, 0.01], [523, 1, 0.01], [525, 1, 0.01], [532, 1, 0.01], [542, 1, 0.01], [543, 1, 0.01], [545, 1, 0.01], [547, 2, 0.02], [560, 1, 0.01], [566, 1, 0.01], [569, 1, 0.01], [593, 1, 0.01]]

— интервальный ряд

Рассчитано значение $k = 1 + lb(n) = 1 + lb(109)$:

$k = 7$

Рассчитано значение шага $h = \dfrac{max - min}{k}$, где max - максимальный элемент выборки, а min - минимальный элемент выборки:

$h = \dfrac{593 - 320}{7} = 39$

Интервальный ряд:

$[x_{i-1},x_i]$	n_i	p_i^*
$[320;359]$	10	0.09
$(359;398]$	11	0.1
$(398;437]$	25	0.23
$(437;476]$	26	0.24
$(476;515]$	23	0.21
$(515;554]$	10	0.09
$(554;593]$	4	0.04

Разработанный код представлен в конце файла. Каждое задание логически разделено на блоки.

□

Задание 3. *Для интервального ряда абсолютных частот построить и отобразить графически полигон, гистограмму и эмпирическую функцию.*

Решение. Полигон абсолютных частот представлен на рис. 1.

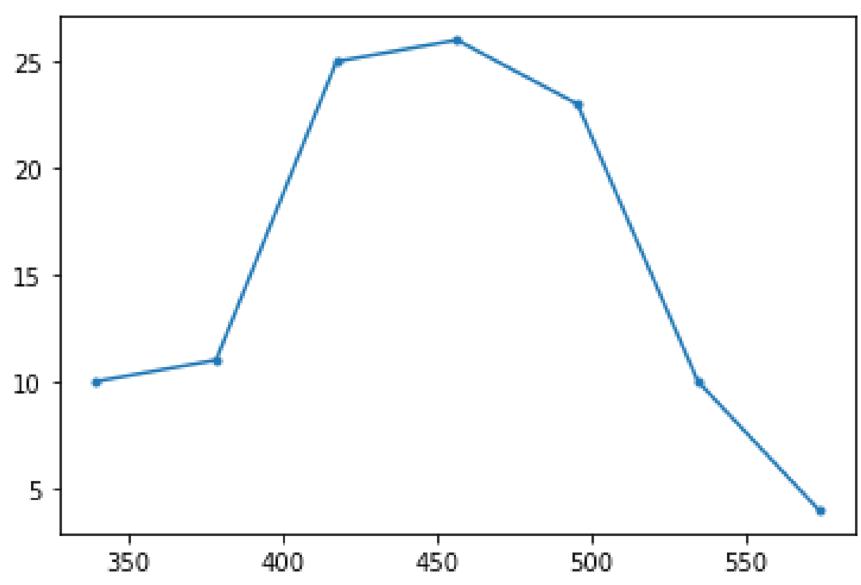

Рис. 1 – Полигон абсолютных частот

Гистограмма абсолютных частот представлена на рис. 2.

Высоты равны $f_i = \dfrac{n_i}{h}$.

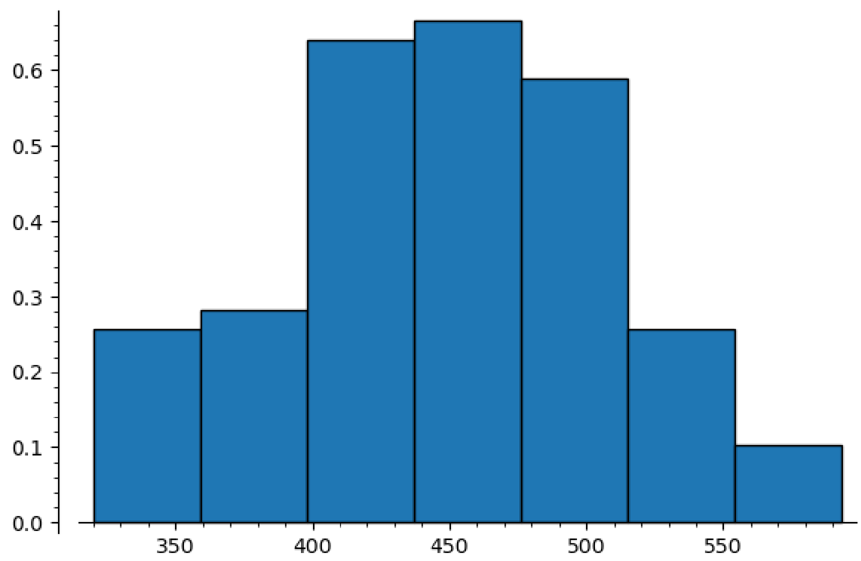

Рис. 2 – Гистограмма абсолютных частот

Эмпирическая функция $F^*(x) = \dfrac{n_x}{n}$, где n_x - количество вариант строго меньших, чем x. Эмпирическая функция абсолютных частот представлена на рис. 3.

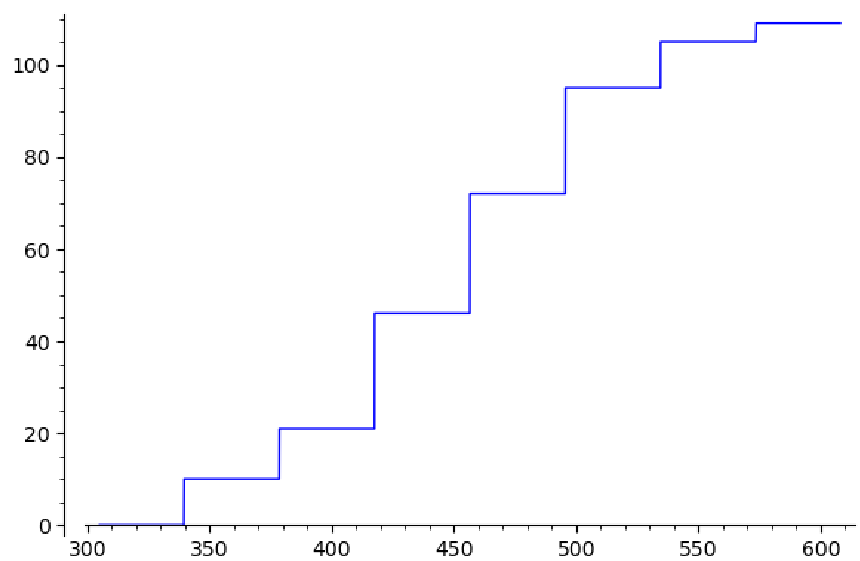

Рис. 3 – Эмпирическая функция абсолютных частот

$\square$

Задание 4. *Аналогичные действия выполнить для интервального ряда относительных частот.*

Решение. Полигон относительных частот представлен на рис. 4.

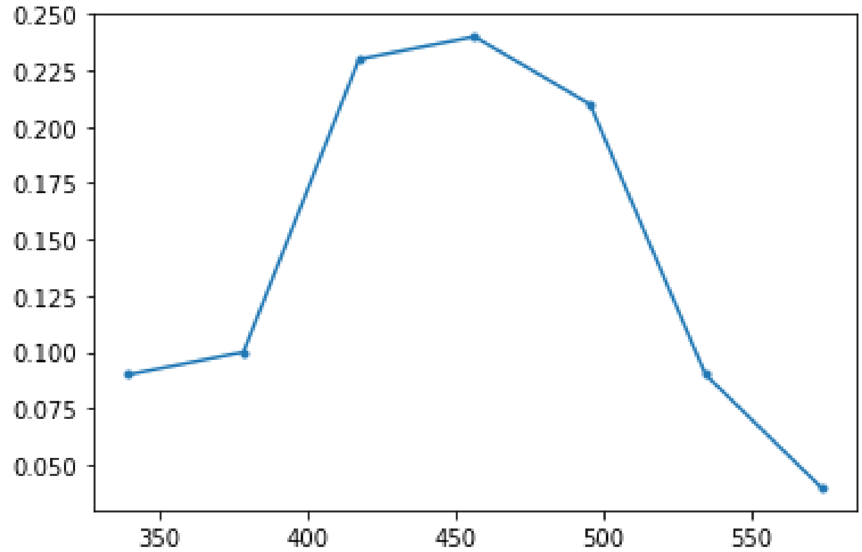

Рис. 4 – Полигон относительных частот

Гистограмма относительных частот представлена на рис. 5.

Высоты равны $f_i^* = \dfrac{p_i^*}{h}$.

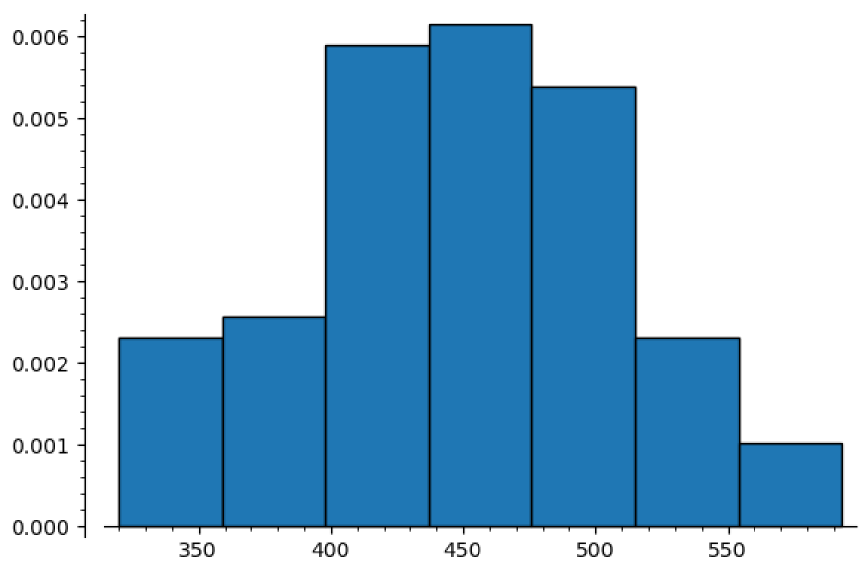

Рис. 5 – Гистограмма относительных частот представлена на рис. 5.

Эмпирическая функция относительных частот представлена на рис. 6.

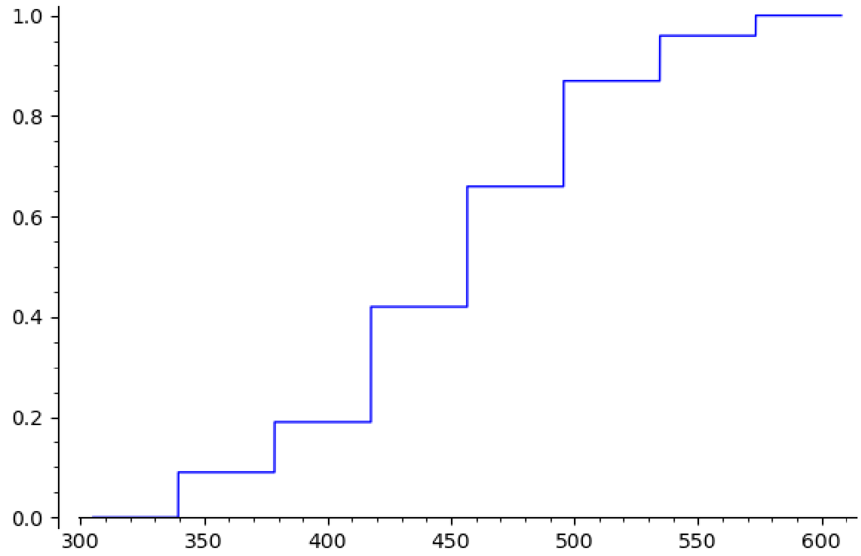

Рис. 6 – Эмпирическая функция относительных частот

Графики похожи, так как относительные частоты получаются отношением абсолютных частот к размеру выборки.

□

Задание 5. *Для интервального ряда найти середины интервалов, а также накопленные частоты.*

Решение. Середины отрезков $\overline{x_i}$ рассчитываются по формуле: $\dfrac{x_{i-1}+x_i}{2}$

Накопленная абсолютная частота $n_i^{\sum}$ рассчитывается по формуле: $n_{i+1}^{\sum} = n_i^{\sum} + n_{i+1}$.

Накопленная относительная частота $p_i^{\sum}$ рассчитывается по формуле: $p_{i+1}^{\sum} = p_i^{\sum} + p_{i+1}^{*}$.

$\overline{x_i}$	$n_i^{\sum}$	$p_i^{\sum}$
339.5	10	0.09
378.5	21	0.19
417.5	46	0.42
456.5	72	0.66
495.5	95	0.87
534.5	105	0.96
573.5	109	1

□

Задание 6. *Для полученных вариант вычислить условные варианты.*

Решение. Условные варианты u_i вычисляются по формуле: $\dfrac{\overline{x_i}-C}{h}$, где C - ложный нуль.

C равно элементу, находящемуся в середине. $C = 456.5$

$\overline{x_i}$	$n_i^{\sum}$	$p_i^{\sum}$	u_i
339.5	10	0.09	-3
378.5	21	0.19	-2
417.5	46	0.42	-1
456.5	72	0.66	0
495.5	95	0.87	1
534.5	105	0.96	2
573.5	109	1	3

□

Задание 7. *Вычислить выборочные среднее и дисперсию. Вычислить исправленную выборочную дисперсию и исправленное СКО. Сравнить данные оценки с смещёнными оценками дисперсии и СКО.*

Решение. Выборочное среднее вычисляется по формуле: $\overline{x_v} = \dfrac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{k} \overline{x_i} \cdot n_i$.

$\overline{x_v} = 448.63$

Выборочная дисперсия вычисляется по формуле: $\sigma_v^2 = \dfrac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{k} (\overline{x_i} - \overline{x_v})^2 \cdot n_i$.

$\sigma_v^2 = 3538.2$

Исправленная выборочная дисперсия вычисляется по формуле: $s^2 = \dfrac{n}{n-1} \cdot \sigma_v^2$.

$s^2 = 3570.96$

Исправленное СКО вычисляется по формуле: $s = \sqrt{\dfrac{n}{n-1} \cdot \sigma_v^2}$.

$s = 59.76$

Выборочное СКО вычисляется по формуле: $\sigma_v = \sqrt{\sigma_v^2}$.

$\sigma_v = 59.48$

Разница между исправленной дисперсией, исправленным СКО и смещенными оценками дисперсии и СКО небольшая.

□

Задание 8. *Найти статистическую оценку коэффициентов асимметрии и эксцесса.*

Решение. Обычный эмпирический момент: $v'_r = \sum_{i=1}^{k} (\overline{x_i} - C)^r \cdot p_i^*$.

Начальный момент, $C = 0$: $v_r = \sum_{i=1}^{k} \overline{x_i}^r \cdot p_i^*$.

Центральный эмпирический момент порядка r, $C = \overline{x_v}$: $\mu_r^* = \sum_{i=1}^{k} (\overline{x_i} - \overline{x_v})^r \cdot p_i^*$.

Центральный эмпирический момент можно найти через начальный:

$\mu_1^* = 0$

$\mu_2^* = \nu_2 - \nu_1^2$

$\mu_3^* = \nu_3 - 3\nu_2\nu_1 + 2\nu_1^3$

$\mu_4^* = \nu_4 - 4\nu_3\nu_1 + 6\nu_2\nu_1^2 - 3\nu_1^4$

Статистические оценки коэффициентов асимметрии и эксцесса вычисляются с помощью центральных эмпирических моментов:

Статистическая оценка коэффициента ассиметрии:

$a_s^* = \dfrac{\mu_3^*}{\sigma_v^3}$

$a_s^* = -0.045$

Статистическая оценка коэффициента эксцесса:

$\epsilon_k^* = \dfrac{\mu_4^*}{\sigma_v^4} - 3$

$\epsilon_k^* = -0.555$

Полученные значения и графики соответствуют друг другу.

□

Задание 9. *Вычислить моду, медиану и коэффициент вариации для заданного распределения.*

Решение. Мода вычисляется по формуле:

$$M_o^* = x_{M_o}^{(0)} + h \cdot \frac{n_{M_o} - n_{M_o-1}}{(n_{M_o} - n_{M_o-1}) + (n_{M_o} - n_{M_o+1})}$$

Модальный интервал: $(437; 476]$

$x_{M_o}^{(0)}$ - значение начала модального интервала.
n_{M_o} - частота модального интервала.
n_{M_o-1} - частота интервала, находящегося перед модальным.
n_{M_o+1} - частота интервала, находящегося после модального.
$M_o^* = 466.25$

Медиана вычисляется по формуле:
$M_e^* = x_{M_e}^{(0)} + \dfrac{h}{p_{M_e}^*} \cdot (0.5 - p_{M_e-1}^{\sum})$
Медианный интервал: $(437; 476]$
$x_{M_e}^{(0)}$ - значение начала медианного интервала.
$p_{M_e}^*$ - частость медианного интервала.
$p_{M_e-1}^{\sum}$ - накопленная частость интервала, находящегося перед медианным.
$M_e^* = 469.17$

Коэффициент вариации находится по формуле:
$\nu^* = \dfrac{\sigma_v}{|\overline{x_v}|} \cdot 100\%$
$\nu^* = 13.26\%$
Коэффициент вариации соответствует несильному разбросу точек данных вокруг среднего значения.

□

Задание 10. *Вычислить точность и доверительный интервал для математического ожидания при неизвестном среднеквадратичном отклонении при заданном объёме выборки для доверительной точности* $\gamma \in \{0.95, 0.99\}$.

Решение. Точность доверительного интервала вычисляется по формуле:
$\delta = \dfrac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \dfrac{n}{N}}$
Коэффициент $t_\gamma = t(\gamma, n)$ табулирован.
$t_{0.95} = 1.9822$
$t_{0.99} = 2.6221$
Точность доверительного интервала при $\gamma = 0.95$:
$\delta_1 = 9.68$
Доверительный интервал имеет вид:
$$\overline{x_g} \in \left(\overline{x_v} - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n}{N}};\ \overline{x_v} + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n}{N}}\right)$$
$$\overline{x_g} \in \left(448.63 - 9.68;\ 448.63 + 9.68\right)$$
$$\overline{x_g} \in \left(438.95;\ 458.31\right)$$
Точность доверительного интервала при $\gamma = 0.99$:
$\delta_2 = 12.80$
Доверительный интервал имеет вид:
$$\overline{x_g} \in \left(\overline{x_v} - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n}{N}};\ \overline{x_v} + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n}{N}}\right)$$
$$\overline{x_g} \in \left(448.63 - 12.80;\ 448.63 + 12.80\right)$$
$$\overline{x_g} \in \left(435.83;\ 461.43\right)$$

Доверительные интервалы получились достаточно точными.

□

Задание 11. *Для вычисления границ доверительного интервала для среднеквадратичного отклонения определить значение q при заданных γ и n. Построить доверительные интервалы.*

Решение. $q = q(\gamma, n)$

При $\gamma = 0.95$:
$q = 0.143$
При $\gamma = 0.99$:
$q = 0.198$
Доверительный интервал для среднеквадратичного отклонения имеет вид:
$\sigma_g \in (s - sq;\ s + sq)$ при $q < 1$

При $\gamma = 0.95$:
Доверительный интервал для среднеквадратичного отклонения имеет вид:
$\sigma_g \in (59.760 - 59.760 \cdot 0.143;\ 59.760 + 59.760 \cdot 0.143)$
$\sigma_g \in (51.21;\ 68.31)$

При $\gamma = 0.99$:
Доверительный интервал для среднеквадратичного отклонения имеет вид:
$\sigma_g \in (59.760 - 59.760 \cdot 0.198;\ 59.760 + 59.760 \cdot 0.198)$
$\sigma_g \in (47.93;\ 71.59)$

□

Задание 12. *Проверить гипотезу о нормальности заданного распределения с помощью критерия χ^2 (Пирсона). Для этого необходимо найти теоретические частоты и вычислить наблюдаемое значение критерия. Далее по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы найти критическую точку и сравнить с наблюдаемым значением.*

Решение. Интервальные вероятности вычисляются по формуле:
$p_i = \Phi\left(\dfrac{x_i - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\dfrac{x_{i-1} - a}{\sigma}\right)$, где $a = \overline{x_v}$, а $\sigma = s$.

Выравнивающие частоты вычисляются по формуле:
$n'_i = n_i \cdot p_i$

Наблюдаемое значение критерия вычисляется по формуле:
$\chi^2_{nabl} = \sum_{i=1}^{k} \dfrac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$

Наблюдаемое значение критерия χ^2_{nabl} необходимо сравнить с критическим значением $\chi^2_{krit} = \chi^2(\alpha, df)$, где $df = k - r - 1$ - число степеней свободы. $r = 2$ - количество параметров.

p_i	n'_i
0.0668	7.28
0.1316	14.34
0.2244	24.46
0.2537	27.65
0.1901	20.72
0.0944	10.29
0.0389	4.24

$\chi^2_{nabl} = 2.2$
$\chi^2_{krit} = 9.5$

Наблюдаемое значение критерия меньше критического значения, то есть нет оснований отвергать гипотезу о нормальности заданного распределения.

□

Код программы:

```
import math
from scipy.stats import laplace
import scipy.stats
import matplotlib.pyplot as plt

f = open("population.csv", "r")
sel = []
for i in range(0, 4):
    f.readline()
for i in range(0, 109):
    sel.append(int(f.readline().split(',')[0]))
print(sel)

# ранжированный ряд
sel_r = sel.copy()
sel_r.sort()
print("----- ранжированный ряд")
print(sel_r)

# вариационный ряд
sel_v = sel_r.copy()
sel_v = sorted(set(sel_v))
print("----- вариационный ряд")
print(sel_v)
fr = []
for i in sel_v:
    fr.append(sel.count(i))
print(fr)
sel_vfr = sel_v.copy()
for i in range(0, len(sel_vfr)):
    sel_vfr[i] = [sel_vfr[i], fr[i], round(fr[i]/109, 2)]
print(sel_vfr)

# интервальный ряд
s = sel_v.copy()
print("----- интервальный ряд")
k = int(1 + math.log2(109))
print("k =", k)
ma = max(s)
mi = min(s)
h = int((ma - mi)/k)
print("h =", h)
ni = []
ni += [sel.count(i) for i in range(mi, mi+h+1)]
ni = sum(ni)
ni_list = [ni]
pi_list = [round(ni/109, 2)]
int_list = [[mi, mi + h]]
```

```
print("[x_i-1,x_i] ni pi*")
print("[", mi, mi+h, "]", ni, round(ni/109, 2))
mic = mi + h
for i in range(k-1):
    ni = []
    ni += [sel.count(i) for i in range(mic + 1, mic + h + 1)]
    ni = sum(ni)
    ni_list.append(ni)
    pi_list.append(round(ni / 109, 2))
    int_list.append([mic, mic + h])
    print("(", mic, mic + h, "]", ni, round(ni / 109, 2))
    mic = mic + h

# середины интервалов и накопленные частоты
int2_list = [float((i + j)/2) for i, j in int_list]
acc_ni_list = []
temp = 0
for i in ni_list:
    temp += i
    acc_ni_list.append(temp)
acc_pi_list = []
temp = 0
for i in pi_list:
    temp += i
    acc_pi_list.append(round(temp, 2))
print("Середины интервалов: ", int2_list)
print("Накопленные абсолютные частоты: ", acc_ni_list)
print("Накопленные относительные частоты: ", acc_pi_list)
print("ni-   wi wi*")
for i in range(0, len(int2_list)):
    print(int2_list[i], acc_ni_list[i], acc_pi_list[i])

# условные варианты
mid = int2_list[3]
if_list = []
for i in int2_list:
    if_list.append(int((i - mid)/h))
print("Условные варианты: ", if_list)
print("ui")
for i in if_list:
    print(i)

# выборочные среднее и дисперсию. Вычислить исправленную выборочную
# дисперсию и исправленное СКО. Сравнить данные оценки
# с смещёнными оценками дисперсии и СКО.
sam_ave = 0
for i in range(len(ni_list)):
    sam_ave += int2_list[i] * ni_list[i]
sam_ave /= 109
sam_ave = round(sam_ave, 2)
print("Выборочное среднее: ", sam_ave)
sam_var = 0
for i in range(len(ni_list)):
```

```
    sam_var += ((int2_list[i] - sam_ave) ** 2) * ni_list[i]
sam_var /= 109
sam_var = round(sam_var, 2)
print("Выборочная дисперсия: ", sam_var)
com_sam_var = round(109/(109-1) * sam_var, 2)
print("Исправленная выборочная дисперсия: ", com_sam_var)
cor_sko = round(math.sqrt(109/(109-1) * sam_var), 2)
print("Исправленное СКО: ", cor_sko)
sko = round(math.sqrt(sam_var), 2)
print("Смещенная оценка СКО: ", sko)

# Найти статистическую оценку коэффициентов асимметрии и эксцесса.
v1 = 0
for i in range(len(ni_list)):
    v1 += (int2_list[i] ** 1) * ni_list[i]
v1 /= 109
v2 = 0
for i in range(len(ni_list)):
    v2 += (int2_list[i] ** 2) * ni_list[i]
v2 /= 109
v3 = 0
for i in range(len(ni_list)):
    v3 += (int2_list[i] ** 3) * ni_list[i]
v3 /= 109
v4 = 0
for i in range(len(ni_list)):
    v4 += (int2_list[i] ** 4) * ni_list[i]
v4 /= 109
m3 = v3 - 3*v2*v1 + 2*(v1**3)
m4 = v4 - 4*v3*v1 + 6*v2*(v1**2) - 3*(v1**4)
assy = round(m3/(sko**3), 3)
ecce = round(m4/(sko**4) - 3, 3)
print("Статистическая оценка коэффициента ассиметрии: ", assy)
print("Статистическая оценка коэффициента эксцесса: ", ecce)

# Вычислить моду, медиану и коэффициент вариации для заданного распределения.
x_m0 = int2_list[3]
m0 = x_m0 + h*((ni_list[3] - ni_list[2])/((ni_list[3] - ni_list[2]) + (ni_list[3] - ni_list[4])))
print("Мода: ", m0)
x_me = int2_list[3]
me = round(x_me + h/pi_list[3]*(0.5 - acc_ni_list[2]/109), 2)
print("Медиана: ", me)
vstar = round(sko/abs(sam_ave) * 100, 2)
print("Коэффициент вариации v* = {}%".format(vstar))

# Вычислить точность и доверительный интервал для математического ожидания при неизвестном
# среднеквадратичном отклонении при заданном объёме выборки для доверительной
# точности \gamma \in {0.95, 0.99}.
gamma1 = 0.95
gamma2 = 0.99
tg1 = 1.9822
tg2 = 2.6221
accuracy1 = round(tg1*cor_sko/math.sqrt(109)*math.sqrt(1-(109/400)), 2)
```

```
accuracy2 = round(tg2*cor_sko/math.sqrt(109)*math.sqrt(1-(109/400)), 2)
print("Точность доверительного интервала (0.95): ", accuracy1)
print("Точность доверительного интервала (0.99): ", accuracy2)
print("Доверительный интервал (0.95): xг принадлежит (", sam_ave - accuracy1, sam_ave + accuracy1, ")")
print("Доверительный интервал (0.99): xг принадлежит (", sam_ave - accuracy2, sam_ave + accuracy2, ")")

# Для вычисления границ доверительного интервала для среднеквадратичного отклонения
# определить значение q при заданных \sigma и n
q1 = 0.143
q2 = 0.198
print("Доверительный интервал для среднеквадратического отклонения (0.95): (",\
round(cor_sko - cor_sko*q1, 2), round(cor_sko + cor_sko*q1, 2), ")")
print("Доверительный интервал для среднеквадратического отклонения (0.99): (",\
round(cor_sko - cor_sko*q2, 2), round(cor_sko + cor_sko*q2, 2), ")")

# Проверить гипотезу о нормальности заданного распределения с помощью критерия xi^2 (Пирсона).
# Для этого необходимо найти теоретические частоты и вычислить наблюдаемое
# значение критерия. Далее по заданному уровню значимости \alpha = 0.05 и числу
# степеней свободы найти критическую точку и сравнить с наблюдаемым значением.
pi_f = []
pi_f.append(round(scipy.stats.norm.cdf((359 - sam_ave)/cor_sko) - 0.5 + 0.5, 4))
for i in range(1, len(int_list) - 1):
    pi_f.append(round(scipy.stats.norm.cdf((int_list[i][1] - sam_ave)/cor_sko) - 0.5 -\
    (scipy.stats.norm.cdf((int_list[i][0] - sam_ave)/cor_sko) - 0.5), 4))
pi_f.append(round(-scipy.stats.norm.cdf((554 - sam_ave)/cor_sko) + 0.5 + 0.5, 4))
ni_f = [round(i*109, 2) for i in pi_f]
print("pi     ni'")
for i in range(0, len(pi_f)):
    print(pi_f[i], ni_f[i])
nini_f = []
for i in range(0, len(ni_list)):
    nini_f.append((ni_list[i] - ni_f[i])**2)
nini_f_ni_f = []
for i in range(0, len(nini_f)):
    nini_f_ni_f.append(nini_f[i]/ni_f[i])
x_obs = round(sum(nini_f_ni_f), 1)
print("Хнабл^2 = ", x_obs)
alpha = 0.05
count = 4
x_crit = 9.5
print("Хкрит^2 = ", x_crit)
print("Проверена гипотеза о нормальности заданного распределения с помощью критерия Пирсона: ",\
x_obs < x_crit)

# график абсолютных частот
polygon1 = [[339.5, 10], [378.5, 11], [417.5, 25], [456.5, 26], [495.5, 23], [534.5, 10], [573.5, 4]]
xs, ys = zip(*polygon1)
plt.figure()
plt.plot(xs, ys, marker='.')
plt.show()

# график относительных частот
polygon2 = [[339.5, 0.09], [378.5, 0.1], [417.5, 0.23], [456.5, 0.24],\
```

```
[495.5, 0.21], [534.5, 0.09], [573.5, 0.04]]
xs, ys = zip(*polygon2)
plt.figure()
plt.plot(xs, ys, marker='.')
plt.show()

# график абсолютных частот
fi_list1 = [i/h for i in ni_list]
histogram(int2_list, weights=fi_list1, bins = k, range=[mi, ma])

# график относительных частот
fi_list2 = [i/h for i in pi_list]
histogram(int2_list, weights=fi_list2, bins = k, range=[mi, ma])

# график абсолютных частот
def emp_f(x):
    return sum([ni_list[i] for i in range(k) if int2_list[i] < x])

plot(emp_f, mi-15, ma+15)

# график относительных частот
def emp2_f(x):
    return sum([pi_list[i] for i in range(k) if int2_list[i] < x])

plot(emp2_f, mi-15, ma+15)

f.close()
```