Primena fazi logike u obradi slika

Jelena Mrdak, mi15021 Tijana Jevtić

1. januar 2019

Sadržaj

1 FCM 1

1 FCM

Fuzzy C-means (FCM) je jedan od najpopularnijih algoritama za fazi klasterovanje. U ovom poglavlju ćemo ga najpre detaljno opisati, a zatim ćemo ga iskoristiti za binarizaciju slike.

Cilj ovog algoritma je da skup $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ particioniše na k delova (klastera) po nekom kriterijumu. Preciznije, kriterijum je minimizacija sledeće funkcije:

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} w_{ij}^{m} \|x_i - c_j\|^2,$$
(1)

gde $w_{ij} \in [0,1]$ predstavlja pripadnost tačke x_i j-tom klasteru i $\sum_{j=1}^k w_{ij} = 1$, dok je c_j centroid j-tog klastera. Parametar m predstavlja faktor fazifikacije i on se zadaje unapred. U nastavku ćemo preciznije odrediti ove koeficijente. Sada ćemo samo ukratko opisati korake algoritma.

FCM je veoma sličan algoritmu k-means i sastoji se iz sledećih koraka:

- Izabrati broj klastera k.
- Svakoj tački x_i dodeliti koeficijente $w_{ij} \in [0, 1], j = 1, 2, ..., k$.
- Ponavljati sve dok ne dođe do konvergencije:
 - Izračunati centroide za svaki klaster.
 - Ažurirati koeficijente.
- Tačku x_i dodeliti klasteru kom najviše pripada, tj. r-tom klasteru, gde je $w_{ir} = \max_{j} w_{ij}$.

Teorema 1.1. Funkcija (1) dostiže minimum za:

$$c_{j} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_{ij}^{m} \cdot x_{i}}{\sum_{i=1}^{n} w_{ij}^{m}}$$
 (2)

i

$$w_{ij} = \frac{1}{\sum_{u=1}^{k} \left(\frac{\|x_i - c_j\|}{\|x_i - c_u\|}\right)^{\frac{2}{m-1}}}$$
(3)

Dokaz.