

سوال (۲) الف) حل مساله كمترین مربعات با SVD:

Linear full rank: $Ax = b$

$$A \in \mathbb{C}^{m \times n}, b \in \mathbb{C}^m, x \in \mathbb{C}^n$$

$$b \notin N(A^*)$$

$$A^*Ax = A^*b \Rightarrow x = (A^*A)^{-1} A^*b$$

مساله شبیه معکوس $\rightarrow A^+ = (A^*A)^{-1} A^*$

با استفاده از SVD: $A = U \Sigma V^* = [U_R \ U_N] \begin{bmatrix} S \\ 0 \end{bmatrix} V_R^*$

معکوس می‌کنیم $\Rightarrow A^*A = V_R S V_R^*$

$$\rightarrow (A^*A)^{-1} = V_R S^{-1} V_R^*$$

$$\rightarrow (A^*A)^{-1} A^* = V_R S^{-1} V_R^* (V_R S U_R^*) =$$

$$= V_R S^{-1} U_R^* = A^+$$