प्रश्न 1 (2024): कूलाम के नियम को सदिश रूप में लिखिए और बताइए कि यह न्यूटन के तीसरे नियम का पालन कैसे करता है?

हल:

सदिश रूप:

दो बिंदु आवेशों q1 और q2 के बीच लगने वाला बल:

F12 = (1 / 4 π ε0) × (q1 × q2 / r2) × r_कैप21

(यहाँ F12 आवेश q1 पर q2 द्वारा लगाया गया बल है, और r_कैप21 इकाई सदिश है।)

न्यूटन का तीसरा नियम:

इसी प्रकार आवेश q2 पर q1 द्वारा लगाया गया बल:

F21 = - F12

इससे सिद्ध होता है कि दोनों आवेशों द्वारा एक-दूसरे पर लगाया गया बल परिमाण में बराबर तथा दिशा में विपरीत होता है। अतः यह न्यूटन के क्रिया-प्रतिक्रिया (तीसरे) नियम का पालन करता है।

प्रश्न 2 (2023): वैद्युत द्विध्रुव क्या है? इसके द्विध्रुव आघूर्ण की परिभाषा और एस.आई. मात्रक लिखिए।

हल:

वैद्युत द्विध्रुव: जब दो बराबर परिमाण लेकिन विपरीत प्रकृति के आवेश (+q तथा -q) एक-दूसरे से बहुत अल्प दूरी (2l) पर स्थित होते हैं, तो इस निकाय को वैद्युत द्विध्रुव कहते हैं।

वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण (p): किसी एक आवेश के परिमाण (q) और दोनों आवेशों के बीच की दूरी (2l) के गुणनफल को वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण कहते हैं।

$p = q \times 2l$

प्रश्न 3 (2024 / 2025): गाउस के नियम का प्रयोग करके एक अनंत लंबाई के आवेशित तार के कारण किसी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता का सूत्र निगमित कीजिए।

हल:

माना कि: तार का रैखिक आवेश घनत्व = λ है। तार से r दूरी पर एक बिंदु P है जहाँ वैद्युत क्षेत्र ज्ञात करना है।

गाउस के पृष्ठ की कल्पना: तार के चारों ओर r त्रिज्या और L लंबाई का एक बेलनाकार गाउसीय पृष्ठ खींचते हैं।

कुल वैद्युत फ्लक्स (Φ):

बेलन के तीन पृष्ठ होते हैं - दो समतल वृत्ताकार कैप और एक वक्र पृष्ठ।

समतल कैप्स पर वैद्युत क्षेत्र और क्षेत्रफल सदिश 90 डिग्री पर होते हैं, इसलिए उनसे गुजरने वाला फ्लक्स शून्य (0) होगा।

वक्र पृष्ठ पर वैद्युत क्षेत्र और क्षेत्रफल सदिश एक ही दिशा में होते हैं (θ = 0 डिग्री):

$\Phi = E \times (2 \times \pi \times r \times L)$

गाउस के नियम से:

$\Phi = q / \varepsilon 0$

जहाँ कुल आवेश $q = \lambda \times L$ है।

दोनों समीकरण को बराबर करने पर:

$E \times (2 \times \pi \times r \times L) = (\lambda \times L) / \varepsilon 0$

$E = \lambda / (2 \times \pi \times \varepsilon 0 \times r)$

प्रश्न 4 (2023 / 2024): वैद्युत द्विध्रुव के कारण उसकी अक्षीय स्थिति पर स्थित किसी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता का सूत्र प्राप्त कीजिए।

हल:

माना कि एक द्विध्रुव $-q$ और $+q$ आवेशों से बना है जिनके बीच की दूरी $2a$ है। द्विध्रुव के केंद्र O से r दूरी पर अक्षीय स्थिति में एक बिंदु P है।

$+q$ आवेश से बिंदु P की दूरी = $(r - a)$

$-q$ आवेश से बिंदु P की दूरी = $(r + a)$

$+q$ आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र ($E1$):

$E1 = (1 / 4 \times \pi \times \varepsilon 0) \times [q / (r - a)2]$

$-q$ आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र ($E2$):

$E2 = (1 / 4 \times \pi \times \varepsilon 0) \times [q / (r + a)2]$

परिणामी वैद्युत क्षेत्र ($E = E1 - E2$):

$E = (q / 4 \times \pi \times \varepsilon 0) \times [\{1 / (r - a)2\} - \{1 / (r + a)2\}]$

$E = (q / 4 \times \pi \times \varepsilon 0) \times [(4 \times r \times a) / (r2 - a2)2]$

$p = q \times 2a$ रखने पर:

$E = (1 / 4 \times \pi \times \varepsilon 0) \times [(2 \times p \times r) / (r2 - a2)2]$

(यदि r की तुलना में a बहुत छोटा हो, तो $a2$ को छोड़ने पर):

$E = (1 / 4 \times \pi \times \varepsilon 0) \times (2 \times p / r3)$

प्रश्न 5 (2024): 2 x 10^-8 कूलाम-मीटर द्विध्रुव आघूर्ण वाला एक वैद्युत द्विध्रुव 5 x 10^4 न्यूटन/कूलाम के एकल वैद्युत क्षेत्र से 30 डिग्री के कोण पर रखा है। इस पर लगने वाले बल-युग्म के आघूर्ण (τ) की गणना कीजिए।

हल:

दिया गया है:

वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण (p) = 2 x 10^-8 कूलाम-मीटर

वैद्युत क्षेत्र (E) = 5 x 10^4 न्यूटन/कूलाम

कोण (θ) = 30 डिग्री

सूत्र:

τ = p x E x sin(θ)

गणना:

τ = (2 x 10^-8) x (5 x 10^4) x sin(30 डिग्री)

(हम जानते हैं कि sin 30 डिग्री = 1/2 = 0.5)

τ = (10 x 10^-4) x 0.5

τ = 10^-3 x 0.5

τ = 5 x 10^-4 न्यूटन-मीटर

उत्तर: द्विध्रुव पर लगने वाला बल-युग्म का आघूर्ण 5 x 10^-4 न्यूटन-मीटर होगा।