

1. Modulación PWM y realimentación

1.1. Amplificador de error

a) Valores de R_2 y R_3 si $V_o = 25VDC$

Como V_{FB} es el divisor de tensión de V_o y se busca cumplir $V_{FB} = V_{REF}$, se obtiene:

$$V_{FB} = V_{REF} = V_o \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} \quad (1)$$

Depejando de la ecuación (1) y suponiendo que $R_3 = 10k\Omega$, obtenemos:

$$R_2 = R_3 \cdot \left(\frac{V_o}{V_{REF}} - 1 \right) = 90k\Omega \quad (2)$$

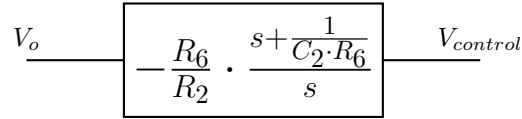
b) Transferencia $\frac{\tilde{v}_c(s)}{\tilde{v}_o(s)}$ para pequeñas variaciones

La transferencia a pequeñas variaciones del amplificador de error se obtiene analizando el inversor con $Z_1 = R_2$ y $Z_2 = R_6 + \frac{1}{sC}$. Esto se debe a que a pequeñas variaciones, tanto la fuente de tensión V_2 como la fuente de corriente I_1 se pasivan.

$$\frac{\tilde{v}_c(s)}{\tilde{v}_o(s)} = - \frac{R_6 + \frac{1}{sC_2}}{R_2} \quad (3)$$

c) Amplificador de error como bloque de un sistema LTI. Ganancia, Polos y Ceros

Reacomodando la ecuación (3), el diagrama en bloque resulta:



El amplificador de error cuenta con una ganancia $G_{amp} = \frac{R_6}{R_2} = \frac{1}{9}$, un polo en $f_p = \frac{1}{2\pi \cdot C_2 \cdot R_6} = 159.15Hz$ y un cero en el origen.

d) Conjunto fuente de corriente I_1 y R_7

La fuente de corriente I_1 genera sobre la resistencia R_7 una caída de tensión que marca el punto de operación con que queremos trabajar. En el caso del circuito que estamos analizando, esa tensión es $V_{control} = 10k\Omega \cdot 1mA = 10V$.

Cuando se compara V_{FB} con V_{REF} a la entrada del amplificador de error, se obtiene una diferencia. Dicha diferencia es la que nos determina cuánto nos movemos del punto de operación antes mencionado. Se trabaja alrededor de ese punto porque es el que nos determina el duty requerido a la salida.

1.2. Modulación PWM

a) Características de la señal triangular

Como podemos observar, la señal triangular que se le inserta en el terminal negativo al amplificador U1 es una señal triangular con un período de $20 \mu s$ (50kHz) y una tensión pico $V_p = 19V$. Posee un tiempo de rise $t_r = 19\mu s$ y un tiempo de caída $t_f = 500ns$. Con estos valores, podemos establecer que tiene un duty cycle de: $d_t = \frac{t_r}{T} = 0.95$.

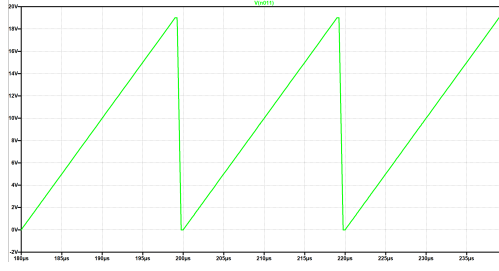


Figura 1: Señal triangular.

b) Duty cycle máximo

Para obtener el duty cycle máximo que puede obtener CompOut, debemos primero calcular la tensión de la señal triangular en el tiempo. Dicha tensión se puede expresar de la siguiente manera:

$$V_{Triang}(t) = \frac{V_{maxTriang}}{T_s} \cdot t \quad (4)$$

Sabiendo que el duty cycle es $d = \frac{t}{T_s}$, y que el máximo duty se da cuando la tensión de la señal triangular es igual a la tensión de saturación del amplificador, por lo que la ecuación queda de la siguiente manera:

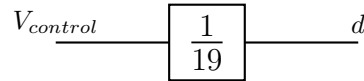
$$V_{satOpamp} = d \cdot V_{maxtriang} \Rightarrow d = \frac{V_{satOpamp}}{V_{maxTriang}} = \frac{15V}{19V} = 0.79 \quad (5)$$

c) Modulador PWM como bloque de un sistema LTI.

Para modelar el PWM como un bloque de un sistema LTI, primero debemos hallar su transferencia $\frac{d}{V_{ComOut}}$. Partiendo de la ecuación previa de la diente de sierra, podemos despejar el tiempo y, dividiendo por el período de la señal, encontramos la siguiente transferencia:

$$\frac{d}{V_{control}} = \frac{1}{V_{maxTriang}} = \frac{1}{19} \quad (6)$$

De esta forma, el bloque queda conformado de la siguiente forma:



1.3. Convertidor DC/DC

a) Función transferencia del convertidor

Considerando el diodo y el MOS como ideales, comenzamos analizando el espacio de estados. Durante el tiempo que la llave se encuentra cerrada (SW=ON) obtenemos:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{V}_{C_1} \end{bmatrix}}_{\dot{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_L \cdot C_1} \end{bmatrix}}_{A_{on}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{L_1} \\ V_{C_1} \end{bmatrix}}_X + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_{on}} V_1 \quad (7)$$

$$V_o = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C_{on}} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ V_{C_1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Por otro lado, durante el tiempo que la llave se encuentra abierta (SW=OFF), se obtiene que:

$$A_{off} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L \cdot C_1} \end{bmatrix} \quad B_{off} = B_{on} \quad C_{off} = C_{on} \quad (9)$$

A continuación se calcula el promedio ponderado de las matrices de estado:

$$\bar{A} = A_{on} \cdot d + A_{off} \cdot (1 - d) \quad \bar{B} = B_{on} = B_{off} \quad \bar{C} = C_{on} = C_{off} \quad (10)$$

Finalmente, utilizando la ecuación provista por la cátedra en la clase de Transferencias y reemplazando los valores obtenidos anteriormente obtenemos la transferencia deseada.

$$\frac{\tilde{v}_o(s)}{\tilde{d}(s)} = \overline{C} \cdot (s \cdot I - \overline{A})^{-1} [(A_{on} - A_{off})X(s) + (B_{on} - B_{off})V_1] + (C_{on} - C_{off})X(s) \quad (11)$$

Donde $X(s)$ es el vector en estado estacionario:

$$X(s) = \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ V_{C_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{I_o}{1-d} \\ \frac{V_1}{1-d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_1}{R_L(1-d)^2} \\ \frac{V_1}{1-d} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\frac{\tilde{v}_o(s)}{\tilde{d}(s)} = \frac{V_1}{(d-1)^2} \cdot \frac{1 - \frac{L_1}{R_L \cdot (d-1)^2} \cdot s}{\frac{L_1 \cdot C_1}{(1-d)^2} \cdot s^2 + \frac{L_1}{R_L \cdot (1-d)^2} \cdot s + 1} \quad (13)$$

El sistema cuenta con dos polos complejos conjugados en el semi-plano izquierdo y un cero real en el semi-plano derecho.

$$z = \frac{R_L \cdot (d-1)^2}{L_1} \quad (14)$$

$$p = -\epsilon \cdot w_n \pm j \cdot w_n \cdot \sqrt{1 - \epsilon^2} \quad \begin{cases} w_n = \sqrt{\frac{(1-d)^2}{L_1 \cdot C_1}} \\ \epsilon = \frac{1}{2 \cdot w_n \cdot R_L \cdot C_1} \end{cases} \quad (15)$$

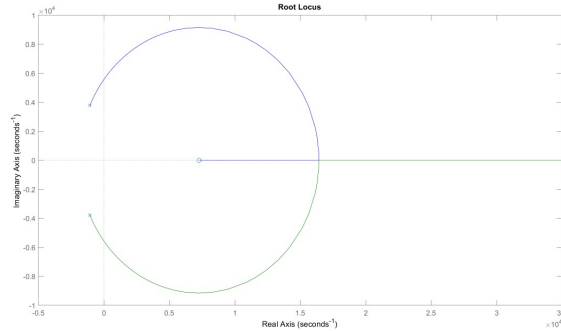


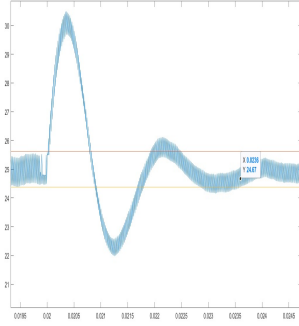
Figura 2: Mapa de raíces del convertidor Boost

b) Valor real del Duty cycle

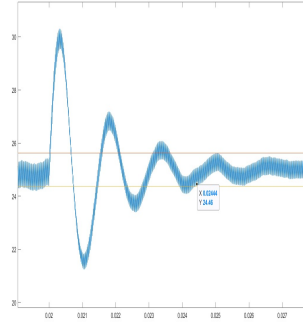
El valor real de duty cycle es $d_{real} = 0.56$ mientras que el ideal es $d_{ideal} = \frac{V_o - V_1}{V_o} = 0.6$.

El duty real no coincide con el ideal por el efecto de los componentes reales. Cuando aumentamos la carga, aumenta el valor medio de la corriente de la inductancia, por lo que la caída de tensión en el diodo es mayor. Del mismo modo, la caída de tensión en la inductancia también aumenta. Sumado a lo anterior, tenemos los efectos de la ESR_L . Todo esto contribuye a que la tensión de salida V_o se aleje del valor deseado y el duty teórico no sea el requerido en la práctica.

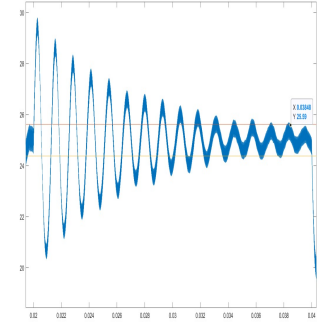
c) Tiempos de establecimiento ante los cambios de carga



(a) Con $R_6 = 1k\Omega$



(b) Con $R_6 = 10k\Omega$



(c) Con $R_6 = 22k\Omega$

Figura 3: Tiempos de establecimiento ante los cambios de carga

Los tiempos de establecimiento resultantes son:

$$t_e(R_6 = 1k\Omega) = 3.6mseg \quad t_e(R_6 = 10k\Omega) = 4.44mseg \quad t_e(R_6 = 22k\Omega) = 18.48mseg \quad (16)$$

A medida que el cero del amplificador de error se acerca al origen, el tiempo de establecimiento aumenta. En el caso de $R_6 = 22k\Omega$, el sistema resulta inestable. Mientras que en los otros dos casos, el sistema resulta amortiguado. Mirando la constelación de polos, podemos llegar a las mismas conclusiones:

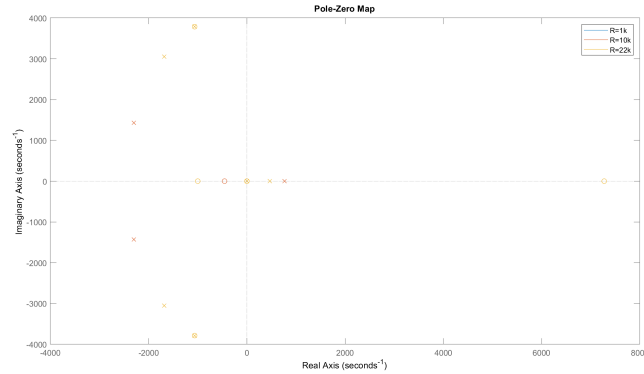


Figura 4: Constelación de polos de la transferencia a lazo cerrado

d) Diagramas de Bode

Una vez obtenida la ganancia a lazo cerrado del sistema, con matlab procedemos a trazar el diagrama de bode para cada valor de la resistencia, obteniendo los siguientes resultados:

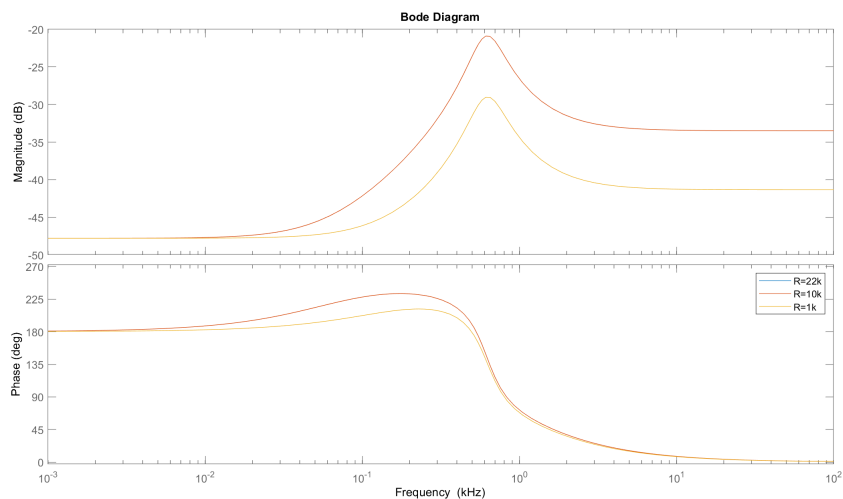


Figura 5: Diagramas de bode superpuestos

Como podemos observar, los cambios más significativos los podemos apreciar en la fase, a medida que R se incrementa, la fase comienza a tener cambios más abruptos, hasta eventualmente tener un cambio de 180° , lo que implica que el circuito posee polos en el semiplano derecho y por ende que oscila.