

1. Modulación PWM y realimentación

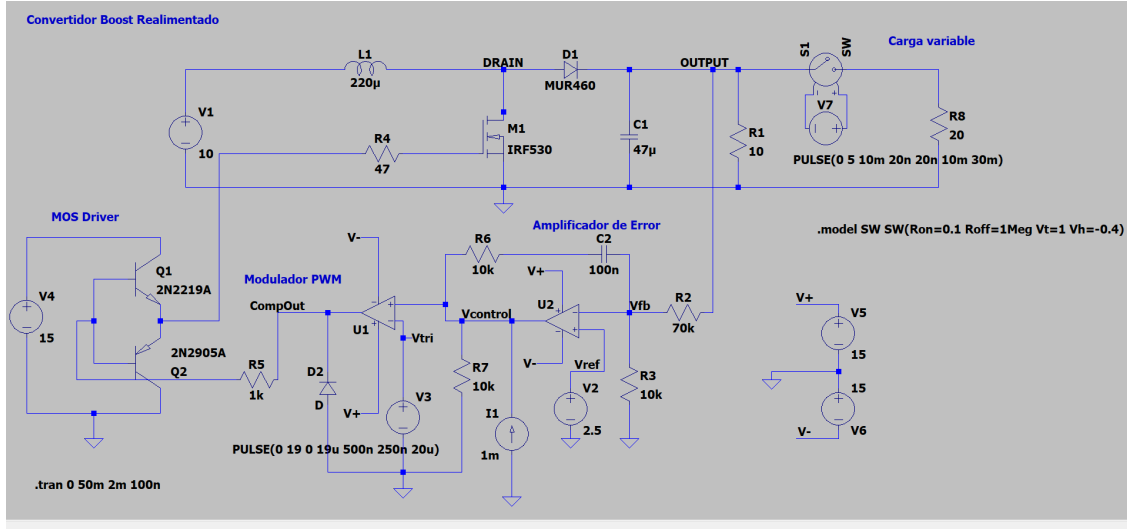


Figura 1: Circuito realimentado a analizar

1.1. Amplificador de error

a) Valores de R_2 y R_3 si $V_o = 25VDC$

Como V_{FB} es el divisor de tensión de V_o y se busca cumplir $V_{FB} = V_{REF}$, se obtiene:

$$V_{FB} = V_{REF} = V_o \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} \quad (1)$$

Depejando de la ecuación (1) y suponiendo que $R_3 = 10k\Omega$, obtenemos:

$$R_2 = R_3 \cdot \left(\frac{V_o}{V_{REF}} - 1 \right) = 90k\Omega \quad (2)$$

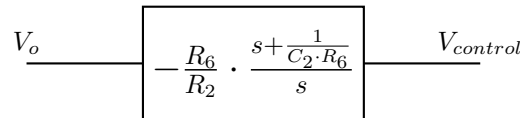
b) Transferencia $\frac{\tilde{v}_c(s)}{\tilde{v}_o(s)}$ para pequeñas variaciones

La transferencia a pequeñas variaciones del amplificador de error se obtiene analizando el inversor con $Z_1 = R_2$ y $Z_2 = R_6 + \frac{1}{s \cdot C_2}$. Esto se debe a que a pequeñas variaciones, tanto la fuente de tensión V_2 como la fuente de corriente I_1 se pasivan.

$$\frac{\tilde{v}_c(s)}{\tilde{v}_o(s)} = - \frac{R_6 + \frac{1}{s \cdot C_2}}{R_2} \quad (3)$$

c) Amplificador de error como bloque de un sistema LTI. Ganancia, Polos y Ceros

Reacomodando la ecuación (3), el diagrama en bloque resulta:



El amplificador de error cuenta con una ganancia $G_{amp} = \frac{R_6}{R_2} = \frac{1}{9}$, un polo en $f_p = \frac{1}{2\pi \cdot C_2 \cdot R_6} = 159.15Hz$ y un cero en el origen.

d) Conjunto fuente de corriente I_1 y R_7

La fuente de corriente I_1 genera sobre la resistencia R_7 una caída de tensión que marca el punto de operación con que queremos trabajar. En el caso del circuito que estamos analizando, esa tensión es $V_{control} = 10k\Omega \cdot 1mA = 10V$.

Cuando se compara V_{FB} con V_{REF} a la entrada del amplificador de error, se obtiene una diferencia. Dicha diferencia es la que nos determina cuánto nos movemos del punto de operación antes mencionado. Se trabaja alrededor de ese punto porque es el que nos determina el duty requerido a la salida.

1.2. Modulación PWM

a) Características de la señal triangular

Como podemos observar, la señal que se le inserta en el terminal negativo al amplificador U1 es una señal triangular con un período de $20\mu s$ (50kHz) y una tensión pico $V_p = 19V$. Posee un tiempo de rise $t_r = 19\mu s$ y un tiempo de caída $t_f = 500ns$. Con estos valores, podemos establecer que tiene un duty cycle de: $d_{Triang} = \frac{t_r}{T} = 0.95$.

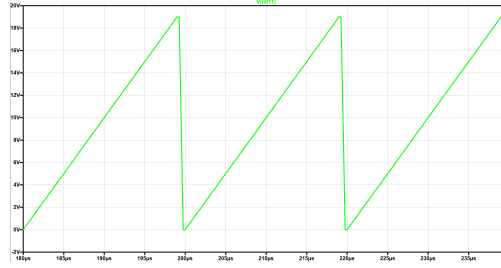


Figura 2: Señal triangular.

b) Duty cycle máximo

Para obtener el duty cycle máximo que puede obtener CompOut, debemos primero calcular la tensión de la señal triangular en el tiempo. Dicha tensión se puede expresar de la siguiente manera:

$$V_{Triang}(t) = \frac{V_{maxTriang}}{T_s} \cdot t \quad (4)$$

Sabiendo que el duty cycle es $d = \frac{t}{T_s}$, y que el máximo duty se da cuando la tensión de la señal triangular es igual a la tensión de saturación del amplificador, la ecuación queda de la siguiente manera:

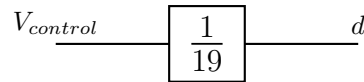
$$V_{satOpamp} = d_{max} \cdot V_{maxtriang} \quad \Rightarrow \quad d_{max} = \frac{V_{satOpamp}}{V_{maxTriang}} = \frac{15V}{19V} = 0.79 \quad (5)$$

c) Modulador PWM como bloque de un sistema LTI.

Para modelar el PWM como un bloque de un sistema LTI, primero debemos hallar su transferencia $\frac{d}{V_{control}}$. Partiendo de la ecuación previa de la diente de sierra, podemos despejar el tiempo y, dividiendo por el período de la señal, encontramos la siguiente transferencia:

$$\frac{d}{V_{control}} = \frac{1}{V_{maxTriang}} = \frac{1}{19} \quad (6)$$

De esta forma, el bloque queda conformado de la siguiente forma:



1.3. Convertidor DC/DC

a) Función transferencia del convertidor

Considerando el diodo y el MOS como ideales, comenzamos analizando el espacio de estados.

Durante el tiempo que la llave se encuentra cerrada (SW=ON) obtenemos:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{V}_{C_1} \end{bmatrix}}_{\dot{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_L \cdot C_1} \end{bmatrix}}_{A_{on}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{L_1} \\ V_{C_1} \end{bmatrix}}_X + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_{on}} V_1 \quad (7)$$

$$V_o = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C_{on}} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ V_{C_1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Por otro lado, durante el tiempo que la llave se encuentra abierta (SW=OFF), se obtiene que:

$$A_{off} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_L \cdot C_1} \end{bmatrix} \quad B_{off} = B_{on} \quad C_{off} = C_{on} \quad (9)$$

A continuación se calcula el promedio ponderado de las matrices de estado:

$$\bar{A} = A_{on} \cdot d + A_{off} \cdot (1 - d) \quad \bar{B} = B_{on} = B_{off} \quad \bar{C} = C_{on} = C_{off} \quad (10)$$

Finalmente, utilizando la ecuación provista por la cátedra en la clase de Transferencias y reemplazando los valores obtenidos anteriormente obtenemos la transferencia deseada.

$$\frac{\tilde{v}_o(s)}{\tilde{d}(s)} = \bar{C} \cdot (s \cdot I - \bar{A})^{-1} [(A_{on} - A_{off})X(s) + (B_{on} - B_{off})V_1] + (C_{on} - C_{off})X(s) \quad (11)$$

Donde X(s) es el vector en estado estacionario:

$$X(s) = \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ V_{C_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{I_o}{1-d} \\ \frac{V_1}{1-d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_1}{R_L(1-d)^2} \\ \frac{V_1}{1-d} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\frac{\tilde{v}_o(s)}{\tilde{d}(s)} = \frac{V_1}{(d-1)^2} \cdot \frac{1 - \frac{L_1}{R_L \cdot (d-1)^2} \cdot s}{\frac{L_1 \cdot C_1}{(1-d)^2} \cdot s^2 + \frac{L_1}{R_L \cdot (1-d)^2} \cdot s + 1} \quad (13)$$

El sistema cuenta con dos polos complejos conjugados en el semi-plano izquierdo y un cero real en el semi-plano derecho.

$$z = \frac{R_L \cdot (d-1)^2}{L_1} \quad (14)$$

$$p = -\epsilon \cdot w_n \pm j \cdot w_n \cdot \sqrt{1 - \epsilon^2} \quad \begin{cases} w_n = \sqrt{\frac{(1-d)^2}{L_1 \cdot C_1}} \\ \epsilon = \frac{1}{2 \cdot w_n \cdot R_L \cdot C_1} \end{cases} \quad (15)$$

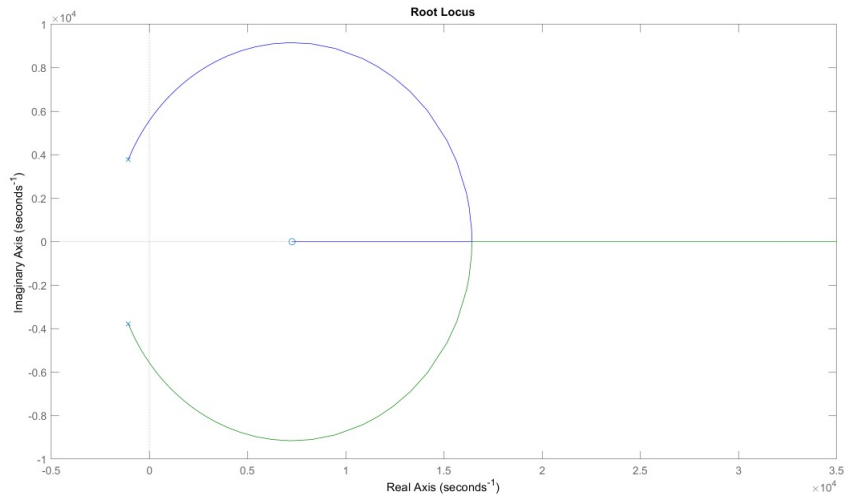


Figura 3: Mapa de raíces del convertidor Boost

b) Valor real del Duty cycle

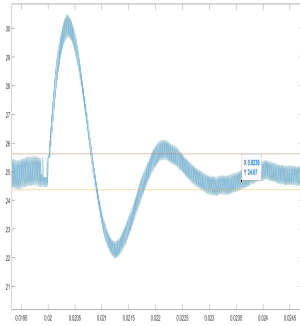
El valor real de duty cycle obtenido de la simulación es $d_{real} = 0.56$, mientras que el ideal es $d_{ideal} = \frac{V_o - V_1}{V_o} = 0.6$.

El duty real no coincide con el ideal debido a que, cuando aumentamos la carga, aumenta el valor medio de la corriente en la inductancia, por lo que la caída de tensión en el diodo es mayor. Del mismo modo, la caída de tensión en la inductancia también aumenta. Sumado a lo anterior, tenemos los efectos de la ESR_L . Todo esto contribuye a que la tensión de salida V_o se aleje del valor deseado y el duty teórico no sea el requerido en la práctica.

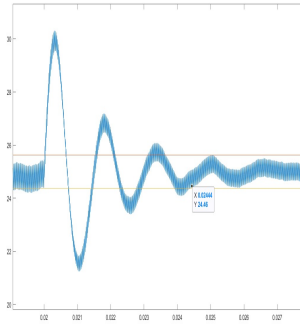
c) Tiempos de establecimiento ante los cambios de carga

Cuando ocurren cambios en la carga del circuito, la tensión de salida de la fuente se ve afectada. Se midió en LTspice el tiempo de establecimiento de la tensión de salida al 5 % ante cambios de carga, para distintos valores de R_6 .

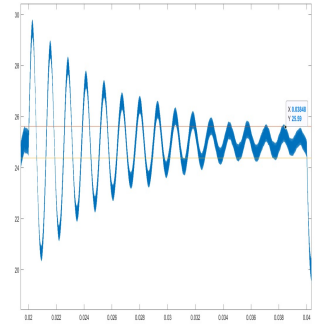
El tiempo que tarda en establecerse el circuito cuando la llave se abre (disminución de la carga) es mayor al tiempo que tarda en establecerse cuando la llave se cierra (aumento de la carga). A modo comparativo, solo se muestran a continuación los gráficos dichos tiempos cuando la llave se abre.



(a) Con $R_6 = 1k\Omega$



(b) Con $R_6 = 10k\Omega$



(c) Con $R_6 = 22k\Omega$

Figura 4: Tiempos de establecimiento ante los cambios de carga cuando la llave se abre

Los tiempos de establecimiento resultantes cuando la llave se abre son:

$$t_e(R_6 = 1k\Omega) = 3.6mseg \quad t_e(R_6 = 10k\Omega) = 4.44mseg \quad t_e(R_6 = 22k\Omega) = 18.48mseg \quad (16)$$

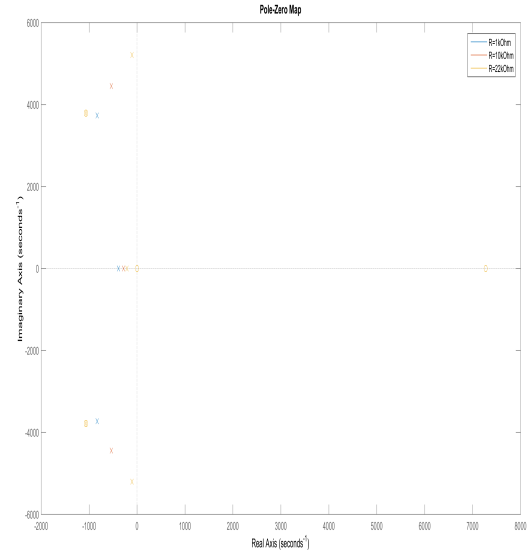
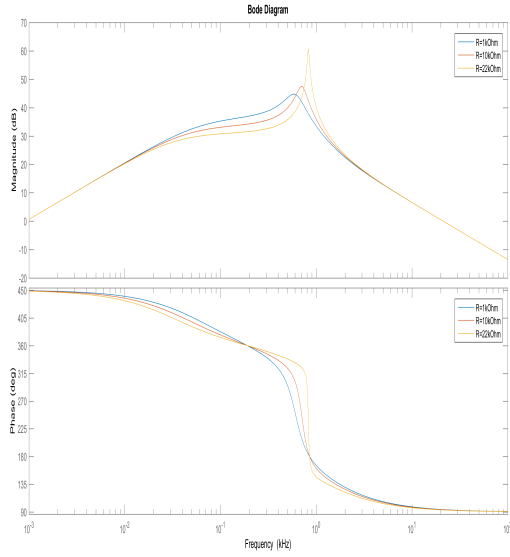
Para el caso de $R_6 = 10k\Omega$ también se midió el tiempo de establecimiento al 5 % cuando la llave se cierra resultando un 30 % menor a $t_e(R_6 = 10k\Omega)$.

A partir de analizar la Figura 4, notamos que medida que aumenta R_6 , el tiempo de establecimiento es mayor. El sistema más amortiguado resulta el de $R_6 = 1k\Omega$, luego le sigue $R = 10k\Omega$ y, finalmente, el sistema de $R_6 = 22k\Omega$ con un movimiento ligeramente amortiguado. Los motivos por los cuales sucede esto serán explicados a continuación en el ítem d).

d) Diagramas de bode de la ganancia a lazo cerrado

Una vez obtenida la ganancia a lazo cerrado del sistema en Matlab, procedemos a trazar el diagrama de bode y el diagrama de polos y ceros para los distintos valores de resistencia R_6 , obteniendo los siguientes resultados:

$$G_{lazo\ cerrado} = \frac{\frac{\tilde{v}_o(s)}{d(s)}}{1 - \frac{\tilde{v}_o(s)}{d(s)} \cdot \frac{\tilde{v}_c(s)}{v_o(s)} \cdot \frac{1}{9}} \quad (17)$$



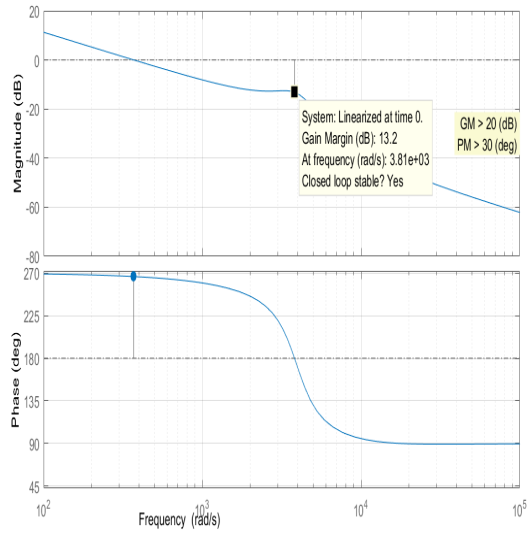
(a) Diagrama de Bode de la ganancia a lazo cerrado

(b) Diagrama de polos y ceros de la ganancia a lazo cerrado

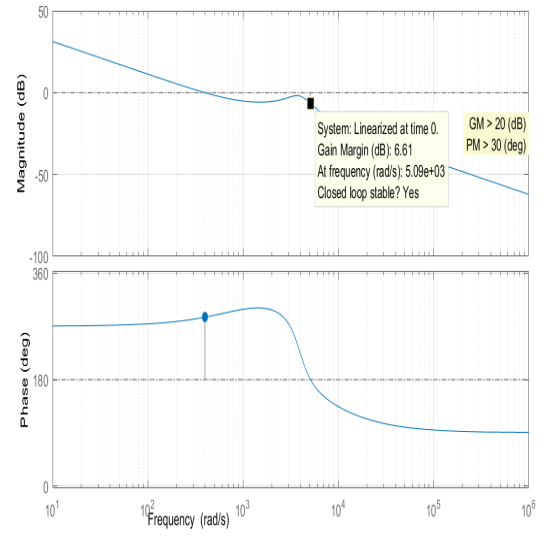
A medida que aumentamos R_6 , estamos aumentando la ganancia proporcional (Ver sección 1.1.c) por lo que los polos del sistema se acercan cada vez más al eje jw haciendo tender el sistema a un sistema cada vez más inestable. Este es el motivo por el cual los tiempos de establecimiento de la sección anterior aumentaban a medida que R_6 se hacia más grande.

A partir del diagrama de bode, notamos que el factor de amortiguamiento aumenta a medida que disminuimos R_6 , resultando en un sistema cada vez más amortiguado.

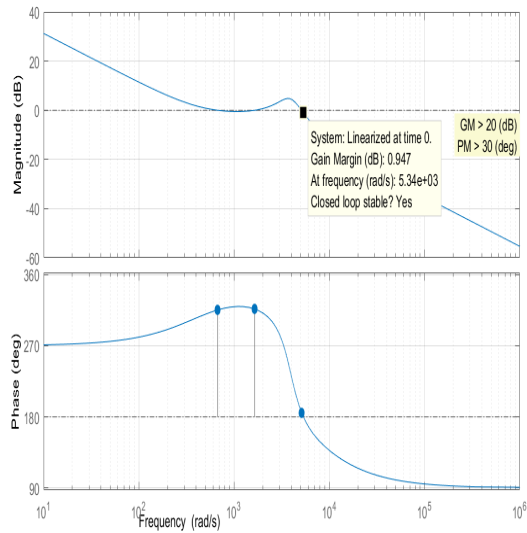
Por último, vemos el análisis del margen de ganancia y del margen de fase para cada caso:



(a) Margen de ganancia y fase para $R = 1k\Omega$



(b) Margen de ganancia y fase para $R = 10k\Omega$



(c) Margen de ganancia y fase para $R = 22k\Omega$

Como podemos observar, a medida que R_6 aumenta, el margen de ganancia va disminuyendo, por lo que el sistema tiende a ser inestable, como se observó en las respuestas temporales. Para los casos de R_6 simulados no se llega a dicha condición pero si bastante cerca.