

FIGURA 13.20.
Oscilador de relajamiento controlado por corriente.

En el circuito de la figura 13.20, el OTA se utiliza como fuente/sumidero de una corriente de valor I_C , y por lo tanto para cargar/descargar C a una velocidad programable. La forma de onda triangular resulta alterna entre 5 V y 10 V, que son los umbrales del temporizador CMOS de alta impedancia de entrada. La frecuencia de oscilación es (véase el problema 13.16),

$$f_0 = \frac{I_C}{10C} \quad (13.32)$$

Como es usual, I_C se puede controlar ya sea lineal o exponencialmente. Si se utiliza la onda triangular quizá se requiera de un amplificador de buffer.

13.4 LAZOS POR AMARRE DE FASE

Un *lazo por amarre de fase* (PLL) es un circuito selectivo de frecuencia diseñado para sincronizar con una señal entrante y para mantener la sincronización a pesar del ruido o las variaciones en la frecuencia de la señal entrante. Como se muestra en la figura 13.21, el sistema básico del PLL comprende un *detector de fase*, un *filtro de lazo* y un *oscilador controlado por voltaje* (VCO).

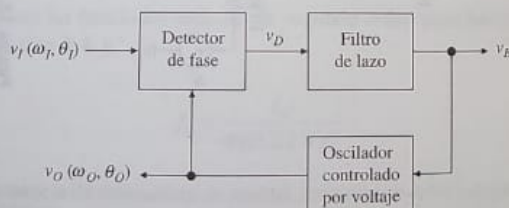


FIGURA 13.21.
Lazo por amarre de fase básico.

El detector de fase compara la fase θ_I de la señal entrante v_I contra la fase θ_O de la salida del VCO, y desarrolla un voltaje v_D proporcional a la diferencia $\theta_I - \theta_O$. Este voltaje se envía a través de un filtro pasa bajas para suprimir el rizo y el ruido de alta frecuencia, y el resultado, llamado el *error de voltaje* v_E , se aplica a la entrada de control del VCO para ajustar su frecuencia ω_O .

El VCO se diseña de forma que con $v_E = 0$, oscile en alguna frecuencia inicial ω_0 llamada *frecuencia de carrera libre*, por lo tanto su característica es

$$\omega_O(t) = \omega_0 + K_o v_E(t) \quad (13.33)$$

donde K_o es la *sensibilidad* del VCO en radianes por segundo por volt. Si al PLL se le aplica una entrada periódica con frecuencia ω_I lo suficientemente cercana a la frecuencia de carrera libre ω_0 , se desarrollará un voltaje de error v_E , el cual ajustará a ω_O hasta que v_O se sincronice con v_I , esto es, hasta que *por cada ciclo de entrada haya un, y sólo un, ciclo de VCO*. En este punto se dice que el PLL está *amarrado* sobre la señal entrante, y que proporciona exactamente $\omega_O = \omega_I$.

Si ω_I se modifica, el cambio de fase entre v_O y v_I comenzará a crecer, modificando a v_D y, por ende, al voltaje de control v_E . Este cambio en v_E está diseñado para ajustar el VCO hasta que ω_O sea llevado al mismo valor que ω_I . Esta capacidad de autoajuste le permite al PLL, una vez amarrado, rastrear los cambios en la frecuencia de entrada. Como un cambio en ω_I se refleja finalmente mediante un cambio en v_E , este último se utiliza como la salida del PLL siempre que se desee detectar cambios en ω_I , como en la demodulación de FM y FSK.

Un PLL se puede diseñar para amarrarse sobre la señal de entrada a pesar del ruido que pueda afectar a dicha señal. Por lo general, una entrada con ruido ocasionará que la salida v_D del detector de fase fluctúe alrededor de algún valor promedio. Sin embargo, si la frecuencia de corte del filtro es lo suficientemente baja para suprimir esta fluctuación, v_E emergerá como una señal limpia, lo que a su vez resultará en una frecuencia y una fase de VCO estables. Por lo tanto, ω_O se usa como la salida del PLL siempre que se desee recuperar una señal enterrada en ruido, y también en aplicaciones relacionadas con la frecuencia como lo son la síntesis y la sincronización de frecuencias.

Amarre y captura

Para desarrollar un entendimiento concreto de la operación del PLL, se considerará el caso de la detección de fase realizada con un mezclador balanceado del tipo expuesto en la sección 13.2. Como es sabido, la salida del mezclador contiene las frecuencias de suma y resta $\omega_I \pm \omega_O$. Cuando el lazo está amarrado, la suma es dos veces ω_I y la diferencia es cero o cc. El filtro pasa bajas suprime la suma pero pasa el componente de cc, el cual mantiene entonces al lazo en amarre.

Si el lazo no está amarrado, y la frecuencia de la diferencia cae por encima de la frecuencia de corte del filtro, ésta será suprimida junto con la frecuencia de suma, dejando al lazo desamarrado y oscilando en su frecuencia de carrera libre. Sin embargo, si ω_O está lo suficientemente cerca de ω_I para hacer que la frecuencia de diferencia se aproxime al límite de la banda del filtro, parte de este componente pasa, tendiendo a llevar a ω_O hacia ω_I . Conforme se reduce la diferencia $\omega_O - \omega_I$, se transmite más señal de error hacia el VCO, lo que resulta en un efecto constructivo que finalmente lleva al PLL hasta el amarre.

El *rango de captura* es el rango de frecuencia $\pm \Delta\omega_C$, centrado alrededor de ω_0 , en el cual el lazo puede adquirir amarre. Este rango resulta afectado por las características del

filtro, y proporciona una indicación de qué tan cerca debe estar ω_i de ω_0 para tener amarre. El *rango de amarre* es el rango de frecuencia $\pm\Delta\omega_L$, también centrado alrededor de ω_0 , en el cual el lazo puede rastrear la entrada una vez que se ha establecido el amarre. Por su parte, el rango de amarre resulta afectado por el rango de operación del detector de fase y el VCO. El proceso de captura es un fenómeno complejo; además, el rango de captura nunca es más grande que el rango de amarre.

El tiempo requerido para que un PLL capture la señal entrante es llamado el *tiempo de captura* o el *tiempo de empuje*. Este tiempo depende de la frecuencia inicial y de las diferencias de fase entre v_i y v_o , así como del filtro y otras características del lazo. En general, es posible afirmar que si se reduce el ancho de banda del filtro se tienen los siguientes efectos: a) el proceso de captura se hace más lento, b) el tiempo de empuje se incrementa, c) el rango de captura decrece, y d) las capacidades del lazo para rechazar la interferencia se incrementan.

PLL en la condición de amarre

Un PLL se puede modelar cuando está en la condición de amarre,¹⁰⁻¹² como se observa en la figura 13.22. Este diagrama es similar al de la figura 13.21, excepto que ahora se está trabajando con transformadas de Laplace de *cambios de señal* (simbolizadas mediante las letras minúsculas con subíndices también en minúsculas) alrededor de algún punto de operación, así como en *operaciones* sobre estos cambios, los cuales por lo general en ambos casos son funciones de la frecuencia compleja s . El detector de fase desarrolla el cambio de voltaje

$$v_d(s) = K_d \theta_d(s) \quad (13.34a)$$

$$\theta_d(s) = \theta_i(s) - \theta_o(s) \quad (13.34b)$$

donde K_d es la *sensibilidad* del detector de fase, en volts por radián. Este voltaje se envía a través del filtro de lazo, cuya función de transferencia se denota como $F(s)$, y posiblemente a través de un amplificador con ganancia K_a , en volts por volt, para producir la variación del voltaje de error $v_e(s)$, que a su vez es convertida mediante la ecuación 13.33 a una variación de frecuencia $\omega_o(s) = K_o v_e(s)$.

Como el detector de fase procesa precisamente una fase, se necesita un medio para convertir de frecuencia a fase. Considerando que la frecuencia representa la velocidad de cambio de la fase en el tiempo, o bien $\omega = d\theta(t)/dt$, se tiene

$$\theta(t) = \theta(0) + \int_0^t \omega(\xi) d\xi \quad (13.35)$$

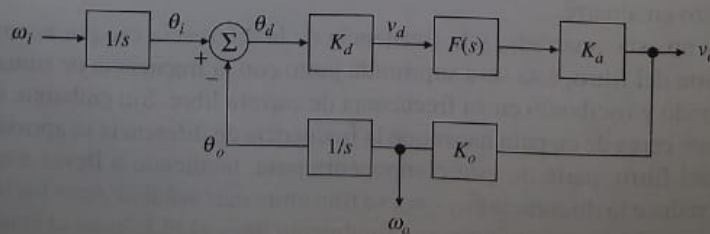


FIGURA 13.22.
Diagrama de bloques del sistema PLL básico en la condición de amarre.

lo cual indica que la conversión de frecuencia a fase es, en forma inherente, una operación de integración. Al aprovechar la propiedad bien conocida de la transformada de Laplace de que la integración en el dominio del tiempo corresponde a la división entre s en el dominio de la frecuencia, se utilizan los bloques $1/s$ mostrados.

Si el lazo se abriera en la entrada inversora del comparador de fase, la ganancia total experimentada por $\theta_i(s)$ al recorrer la trayectoria y emerger como $\theta_o(s)$ sería $K_d \times F(s) \times K_a \times K_o \times 1/s$, o bien

$$T(s) = K_v \frac{F(s)}{s} \quad (13.36)$$

$$K_v = K_d K_a K_o \quad (13.37)$$

donde $T(s)$ es la *ganancia de lazo abierto*, en radianes por radián, y K_v es llamado el *factor de ganancia*, en s^{-1} . Con el lazo cerrado se encuentra fácilmente que

$$H(s) = \frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} = \frac{T(s)}{1 + T(s)} = \frac{K_v F(s)}{s + K_v F(s)} \quad (13.38)$$

Otras funciones de transferencia pueden tener un interés especial, dependiendo de lo que se considere como entrada y como salida. Por ejemplo, al sustituir $\theta_i(s) = \omega_i(s)/s$ y $\theta_o = (K_o/s)v_e(s)$, se obtiene fácilmente

$$\frac{v_e(s)}{\omega_i(s)} = \frac{1}{K_o} H(s) \quad (13.39)$$

lo cual permite encontrar el cambio de voltaje $v_e(s)$ en respuesta a un cambio de la frecuencia de entrada $\omega_i(s)$, como en la demodulación FM y FSK.

Al comparar la figura 13.22 con la figura 1.21 se observa que un PLL es un sistema de retroalimentación negativa con $x_i = \theta_i$, $x_f = \theta_o$, y $a\beta = T = K_v F(s)/s$, lo cual indica que la ganancia de lazo abierto T también desempeña el papel de la *ganancia de lazo* del sistema. Después, aun cuando el enfoque de este estudio está en la frecuencia, se debe reconocer que la entrada natural de un PLL es la fase. Como $T \rightarrow \infty$ conforme $s \rightarrow 0$, el PLL obligará a θ_o a rastrear a θ_i , de la misma forma que un seguidor de voltaje de amp op obliga a v_o a rastrear a v_i . A este respecto, resulta conveniente observar al PLL como un *seguidor de fase*. El hecho de que éste también obligue a ω_o a rastrear a ω_i es una consecuencia de esta acción de seguidor de fase, junto con la relación de la frecuencia de fase $\omega = d\theta/dt$.

Como se vio en el capítulo 8, la ganancia de lazo T afecta la dinámica y la estabilidad del PLL. De hecho, $T(s)$ está fuertemente influida por $F(s)$. Se hacen las siguientes observaciones: a) el número de polos de $H(s)$ define el *orden* del lazo; b) el número de términos $1/s$ (o integraciones) presentes dentro del lazo define el *tipo* del lazo. En virtud de la función $1/s$ asociada con el VCO, un PLL es al menos del tipo I, y su orden es igual al orden del filtro más 1.

Lazo de primer orden

Considere el caso instructivo en el cual no existe filtro de lazo, o bien $F(s) = 1$. El resultado es un *lazo de primer orden* y, después de la sustitución $s \rightarrow j\omega$, las ecuaciones descritas con anterioridad se simplifican de la siguiente forma

(13.40)

$$T(j\omega) = \frac{1}{j\omega/K_v}$$

(13.41)

$$\frac{v_e(j\omega)}{\omega_i(j\omega)} = \frac{1/K_o}{1 + j\omega/K_v}$$

La ecuación 13.40 indica un lazo del Tipo I con frecuencia de cruce $\omega_x = K_v$ y margen de fase $\phi_m = 90^\circ$. La ecuación 13.41 indica que el lazo proporciona en forma inherente una respuesta pasa bajas de primer orden con una ganancia de cc de $1/K_o$ V/(rad/s) y una frecuencia de corte de K_v rad/s.

Si $\omega_i(t)$ es un cambio de paso, el cambio resultante $v_e(t)$ será un transitorio exponencial gobernado por la constante de tiempo $\tau = 1/K_v$. Si $\omega_i(t)$ se varía en forma senoidal con una frecuencia de modulación ω_m , $v_e(t)$ también variará senoidalmente con la misma frecuencia ω_m ; su amplitud es $|v_e| = (1/K_o)|\omega_i|$ en frecuencias bajas, y cae junto con ω_m a razón de -1 dec/dec después de K_v .

EJEMPLO 13.3. Un PLL de primer orden con $K_v = 10^4 \text{ s}^{-1}$ utiliza un VCO con una frecuencia de carrera libre de 10 kHz y una sensibilidad de 5 kHz/V. a) ¿Cuál es el voltaje de control que se necesita para amarrar el PLL sobre una señal de entrada de 20 kHz? ¿Sobre una señal de entrada de 5 kHz? b) Encuentre la respuesta $v_e(t)$ si la frecuencia de entrada se cambia en cada paso de acuerdo con $f_i = [10 + u(t)]$ kHz, donde $u(t) = 0$ para $t < 0$ y $u(t) = 1$ para $t > 0$. c) Repita el ejercicio si la frecuencia de entrada se modula de acuerdo con $f_i = 10(1 + 0.1 \cos 2\pi f_m t)$ kHz, $f_m = 2.5$ kHz.

Solución.

- a) A partir de la ecuación 13.33, $v_E = (\omega_O - \omega_0)/K_o$, donde $\omega_0 = 2\pi \cdot 10^4$ rad/s y $K_o = 2\pi \times 5 \times 10^3 = \pi \cdot 10^4$ (rad/s)/V. Para $\omega_O = 2\pi \times 20 \times 10^3$ rad/s se obtiene $v_E = 2$ V, y para $\omega_O = 2\pi \times 5 \times 10^3$ rad/s se obtiene $v_E = -1$ V.
- b) La respuesta a un incremento de paso $\omega_i(t) = 2\pi u(t)$ krad/s es un transitorio exponencial con amplitud $|\omega_i(t)|/K_o = 2\pi \cdot 10^3 / 10^4 \pi = 0.2$ V, y constante de tiempo $1/K_v = 1/10^4 = 100$ μ s, por lo tanto

$$v_e(t) = 0.2[1 - e^{-t/(100\mu s)}]u(t) \text{ V}$$

- c) Ahora $\omega_i(t) = 2\pi \times 10^4 \times 0.1 \cos 2\pi f_m t = 2\pi \cdot 10^3 \cos 2\pi \cdot 2500 t$ rad/s. Al calcular la ecuación 13.41 en $j\omega = j\omega_m = j2\pi \cdot 2500$ rad/s se obtiene

$$\frac{v_e(j\omega_m)}{\omega_i(j\omega_m)} = \frac{1/10^4 \pi}{1 + j2\pi \cdot 2500 / 10^4} = \frac{0.5370}{10^4 \pi} \angle -57.52^\circ \text{ V/(rad/s)}$$

Si $\omega_i(j\omega_m) = 2\pi \cdot 10^3 \angle 0^\circ$ rad/s se obtiene $v_e(j\omega_m) = 0.1074 \angle -57.52^\circ$ V, por lo tanto

$$v_e(t) = 0.1074 \cos(2\pi \cdot 2500 t - 57.52^\circ) \text{ V}$$

La ausencia de un filtro de lazo limita en forma drástica las capacidades de selectividad y de supresión del ruido en un PLL, es por eso que en la práctica los lazos de primer orden se usan sólo en raras ocasiones.

Lazos de segundo orden

La mayoría de los PLLs utilizan un filtro pasa bajas de un polo y por lo tanto son *lazos de segundo orden*. Un filtro de este tipo proporciona una función del tipo gobernador que

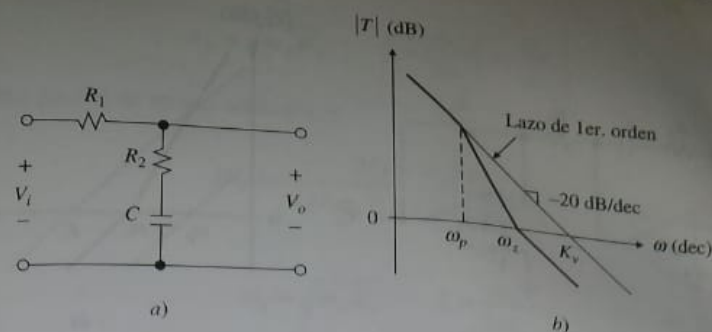


FIGURA 13.23.

Filtro pasivo de atraso-adelanto, y gráfica de magnitud de la ganancia de lazo T .

permite que el VCO suavice el ruido y los saltos en la frecuencia de entrada. Como se estudió en el capítulo 8, la presencia de un segundo polo dentro del lazo erosiona el margen de fase, por lo tanto se debe tener cuidado para evitar la inestabilidad. Los lazos de segundo orden se estabilizan introduciendo también un cero de filtro para contrabalancear el atraso de la fase debido al polo del filtro.

En la figura 13.23a se muestra un filtro de lazo popular. Este filtro, llamado *filtro pasivo de atraso-adelanto*, proporciona la función de transferencia

$$F(s) = \frac{1 + s/\omega_z}{1 + s/\omega_p} \quad (13.42)$$

donde $\omega_z = 1/R_2C$ y $\omega_p = 1/(R_1 + R_2)C$. A partir de la ecuación 13.36, el lazo de ganancia ahora es

$$T(j\omega) = \frac{1 + j\omega/\omega_z}{(j\omega/K_v)(1 + j\omega/\omega_p)} \quad (13.43)$$

lo cual indica un *lazo de segundo orden y del Tipo I*. En la figura 13.23b se grafica esta ganancia para el caso en el que ω_z se posiciona en la media geométrica de ω_p y K_v , o bien $\omega_z = \sqrt{\omega_p K_v}$. Entonces, la frecuencia de cruce es la misma ω_z y el margen de fase es 45° . Para fines de comparación, también se muestra la ganancia de lazo que corresponde al lazo de primer orden o $F(s) = 1$.

EJEMPLO 13.4. a) Dado un sistema PLL con $K_v = 10^4 \text{ s}^{-1}$, especifique un filtro pasivo de atraso-adelanto para una frecuencia de cruce $\omega_x = 10^3 \text{ rad/s}$ y un margen de fase $\phi_m = 45^\circ$.
b) ¿Cuáles son los valores reales de ω_x y ϕ_m ?

Solución.

a) Para $\phi_m \approx 45^\circ$ se quiere $\omega_z = \omega_x = 10^3 \text{ rad/s}$, por lo tanto $\omega_p = \omega_z^2/K_v = 10^6/10^4 = 100 \text{ rad/s}$. Sea $C = 0.1 \mu\text{F}$. Entonces, $R_2 = 1/\omega_z C = 10 \text{ k}\Omega$, y $R_1 = 1/\omega_p C - R_2 = 90 \text{ k}\Omega$ (usar $91 \text{ k}\Omega$).

b) Al utilizar la ecuación 13.43, junto con la técnica de prueba y error del ejemplo 8.1, se encuentran los valores reales $\omega_x = 1.27 \text{ krad/s}$, y $\phi_m = 180^\circ + \angle T(j1.27 \times 10^3) = 56^\circ$.

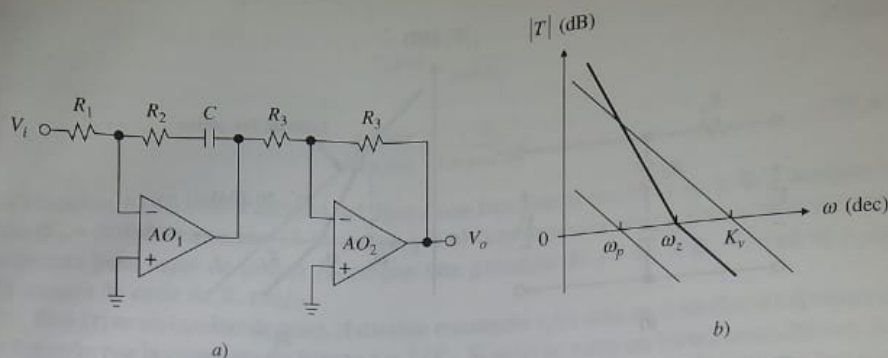


FIGURA 13.24.
Filtro activo PI, y gráfica de magnitud de la ganancia de lazo T .

Otro filtro de lazo popular es el *filtro activo PI* de la figura 13.24a, llamado así porque su salida es proporcional tanto a la entrada como a la integral de la entrada. La etapa inversora AO_2 se puede omitir, si esto es necesario, al intercambiar las entradas del detector de fase. Suponiendo amps op ideales, el filtro proporciona

$$F(s) = \frac{1 + s/\omega_z}{s/\omega_p} \quad (13.44)$$

donde $\omega_z = 1/R_2C$ y $\omega_p = 1/R_1C$. La ganancia de lazo correspondiente es

$$T(j\omega) = \frac{1 + j\omega/\omega_z}{(j\omega/K_v)(j\omega/\omega_p)} \quad (13.45)$$

lo que indica un *lazo de segundo orden* y *Tipo II*. Como se muestra en la figura 13.24b, la pendiente es de -40 dB/dec por debajo de ω_z , y de -20 dB/dec por encima de ω_z . Estableciendo de nuevo $\omega_z = \sqrt{\omega_p K_v}$ se obtiene $\omega_x \cong \omega_z$ y $\phi_m \cong 45^\circ$.

En comparación con el filtro pasivo, cuya ganancia de cc es $F(0) = 1$, el filtro activo proporciona $F(0) = \infty$, lo que indica que el error de fase θ_D requerido para sostener el voltaje de control v_E se aproxima a cero cuando se usa el filtro PI. En la práctica, $F(0)$ está limitada por la ganancia de cc finita de AO_1 ; aún así, θ_D todavía será pequeño, lo cual implica $\theta_O \cong \theta_I$, o coherencia de fase en la entrada del detector. El uso del filtro activo también evita los posibles efectos de carga en la salida.

Características de amortiguamiento

Para obtener un conocimiento adicional, se sustituyen las ecuaciones 13.42 y 13.44 en la ecuación 13.38, y después esta última se expresa en la forma estándar de la ecuación 3.40. Los resultados son (véase el problema 13.20)

$$H(s) = \frac{(2\zeta - \omega_n/K_v)(s/\omega_n) + 1}{(s/\omega_n)^2 + 2\zeta(s/\omega_n) + 1} \quad (13.46a)$$

$$\omega_n = \sqrt{\omega_p K_v} \quad \zeta = \frac{\omega_n}{2\omega_z} \left(1 + \frac{\omega_z}{K_v} \right) \quad (13.46b)$$

para el filtro pasivo de atraso-adelanto, y

$$H(s) = \frac{2\zeta(s/\omega_n) + 1}{(s/\omega_n)^2 + 2\zeta(s/\omega_n) + 1} \quad (13.47a)$$

$$\omega_n = \sqrt{\omega_p K_v} \quad \zeta = \frac{\omega_n}{2\omega_z} \quad (13.47b)$$

para el filtro activo PI. Como es sabido, ω_n es la *frecuencia natural no amortiguada*, y ζ es la *razón de amortiguamiento*. Si $\omega_n \ll K_v$, como por lo general sucede, la ecuación 13.46 se reduce a la ecuación 13.47 y se dice que el PLL con filtro pasivo de atraso-adelanto tiene un *lazo de ganancia alta*. Se observa que en ambos casos $H(s)$ es una combinación de la respuesta pasa banda H_{BP} y la respuesta pasa bajas H_{LP} . En frecuencias bajas $H \rightarrow H_{LP}$, pero en frecuencias altas $H \rightarrow H_{BP}$.

Es importante recordar que para $\zeta < 1$ la respuesta al escalón muestra sobretiro. Para mantener dicha respuesta dentro de lo razonable, se acostumbra diseñar para $0.5 \leq \zeta \leq 1$. Bajo esta condición, la constante de tiempo que rige la respuesta de lazo para los pequeños cambios de fase o de frecuencia es aproximadamente⁷

$$\tau \cong \frac{1}{\omega_n} \quad (13.48)$$

y el ancho de banda del lazo, obtenido al establecer $|H(j\omega)| = 1/\sqrt{2}$ es¹³

$$\omega_{-3dB} = \omega [1 \pm 2\zeta^2 + \sqrt{1 + (1 \pm 2\zeta^2)^2}]^{1/2} \quad (13.49)$$

donde el signo de más (menos) significa lazos de ganancia alta (ganancia baja).

EJEMPLO 13.5. a) Encuéntrese ζ , τ , y ω_{-3dB} para el PLL del ejemplo 13.4. b) Encuéntrese la respuesta $v_e(t)$ a pequeños cambios de entrada del tipo $\omega_i = |\omega_i|u(t)$ y $\omega_i = |\omega_i|\cos\omega_m t$, $\omega_m = 1$ krad/s.

Solución.

a) A partir de la ecuación 13.4b, $\omega_n = \sqrt{10^2 \times 10^4} = 1$ krad/s y $\zeta = [10^3 / (2 \times 10^3)](1 + 10^3/10^4) = 0.55$. Usando la ecuación 13.49 para el caso del lazo con ganancia alta se obtiene $\omega_{-3dB} \cong 1.9\omega_n = 1.9$ krad/s. A partir de la ecuación 13.48, $\tau \cong 1/10^3 = 1$ ms.

b) Al sustituir los datos anteriores en la ecuación 13.46a se obtiene

$$H(s) = \frac{s/10^3 + 1}{(s/10^3)^2 + 1.1(s/10^3) + 1}$$

Esta función tiene un par complejo de polos en $s = -550 \pm j835$ Np/s complejos, lo que indica una respuesta al escalón del tipo

$$v_e(t) = \frac{|\omega_i|}{K_o} [1 - Ae^{-550t} \cos(835t + \phi)]$$

con las constantes adecuadas A y ϕ . Si se calcula $H(s)$ en $s = j\omega_m$ como en el ejemplo 13.3, se encuentra que la respuesta de ca es

$$v_e(t) = \frac{|w_i|}{K_o} 1.286 \cos(10^3 t - 45^\circ)$$

Criterios de diseño del filtro

En general, ω_n se elige lo suficientemente alto para asegurar una dinámica satisfactoria, y lo suficientemente bajo para proporcionar alguna acción de gobernador que permita suavizar los saltos y el ruido no deseados en la frecuencia. Un proceso típico de diseño se realiza de la siguiente manera: a) primero, se elige ω_n para lograr ya sea la ω_{-3dB} deseada o la τ deseada, dependiendo de la aplicación; b) en seguida, con la ecuación 13.46b o 13.47b, se especifica ω_p para la ω_n elegida; c) finalmente, se especifica ω_z para la ζ deseada.

Se observa que debido al cero del filtro, un PLL de segundo orden actúa como un lazo de primer orden en frecuencias altas, lo que indica una capacidad reducida para suprimir el rizo y el ruido. Este inconveniente se puede contrarrestar agregando una capacitancia $C_2 \ll C$ en paralelo con R_2 en cualquiera de los filtros anteriores. Esto crea un polo adicional de alta frecuencia y convierte al lazo en un lazo de tercer orden. Para evitar la perturbación significativa de los valores existentes de ω_x y ϕ_m , este polo se coloca alrededor de una década por debajo de ω_x mediante el establecimiento de $1/R_2 C_2 \cong 10\omega_x$.

EJEMPLO 13.6. Rediseñe el filtro del ejemplo 13.4 para $\omega_{-3dB} = 1$ krad/s y $\zeta = 1/\sqrt{2}$. ¿Cuáles son los nuevos valores de τ y ϕ_m ? ¿Qué valor de C_2 produciría un lazo de tercer orden sin reducir demasiado a ϕ_m ?

Solución. Con $\zeta = 1/\sqrt{2}$ se obtiene $\omega_n \cong \omega_{-3dB}/2 = 10^3/2.0 = 500$ rad/s, por lo tanto $\tau \cong 2$ ms. De la ecuación 13.46b se obtiene $\omega_p = 25$ rad/s y $\omega_z = 366$ rad/s, lo cual se puede alcanzar con $C = 1 \mu F$, $R_1 = 39$ k Ω , y $R_2 = 2.7$ k Ω . Si se procede como en el ejemplo 13.4, se encuentra $\omega_x \cong 757$ rad/s, y $\phi_m \cong 66^\circ$. Se usa $C_2 \cong C/10 = 0.1 \mu F$.

13.5 PLLs MONOLÍTICOS

Los PLLs monolíticos están disponibles en varias tecnologías y en un amplio rango de especificaciones de rendimiento.¹² En el siguiente apartado se expone el PLL CMOS 4046 como un ejemplo representativo.

PLL CMOS 74HC(T)4046A

La familia de PLLs CMOS 4046, originalmente desarrollada por la RCA, ha evolucionado a través de una serie de mejoras, y en la actualidad incluye al 74HC(T)4046A, el 74HC(T)7046A y el 74HC(T)9046A (Phillips).¹³ Se seleccionó la versión 4046A, que se muestra en forma simplificada en la figura 13.25, porque ésta incluye los tres tipos de detector de fase más comunes, conocidos como *comparadores de fase Tipo I (PC₁)*, *Tipo II (PC₂)* y *Tipo III (PC₃)*. Como la potencia del circuito es alimentada desde una sola fuente de poder (típicamente $V_{SS} = 0$ V y $V_{DD} = 5$ V), todas las señales analógicas están referenciadas a $V_{DD}/2$, esto es 2.5 V.

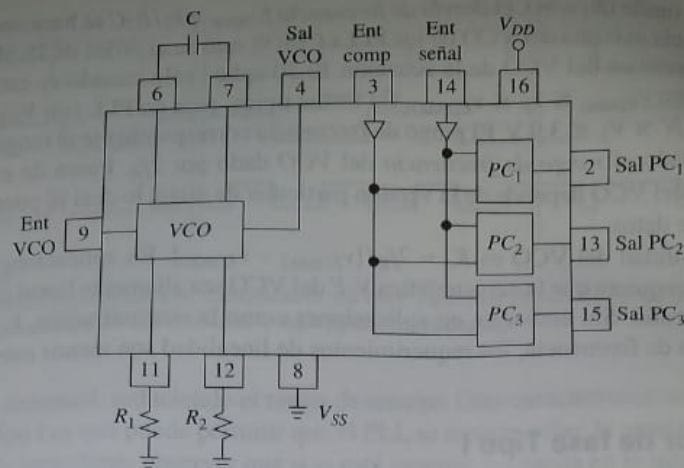


FIGURA 13.25.
Diagrama de bloques simplificado del PLL CMOS 4046A.

VCO

El VCO, cuyos detalles^{7,13} se omiten por brevedad, es un multivibrador controlado por corriente que opera sobre un principio similar al del VCO de emisor acoplado de la figura 10.30. La corriente para el capacitor se obtiene del voltaje de control v_E mediante un convertidor $V-I$ cuya sensibilidad es establecida por R_1 y cuya salida tiene una componente de cc establecida por R_2 . La característica del VCO es del tipo

$$f_O = \frac{k_1}{R_1 C} v_E + \frac{k_2}{R_2 C} \quad (13.50)$$

donde k_1 y k_2 son las constantes adecuadas del circuito. Como se muestra en la figura 13.26, el valor de f_O correspondiente a $v_E = V_{DD}/2$ se denomina la *frecuencia central* f_0 . Resulta eviden-

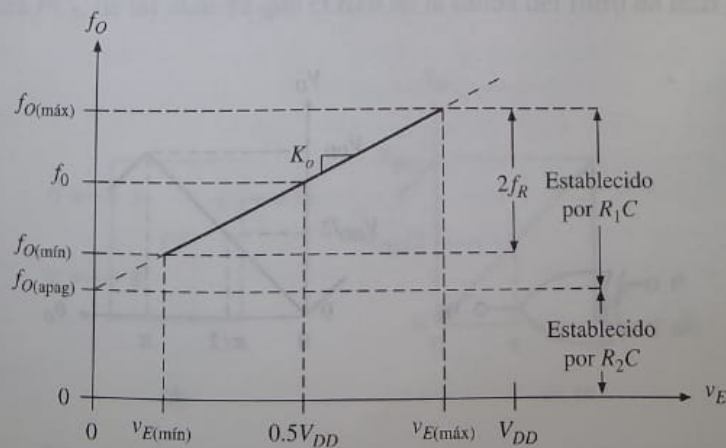


FIGURA 13.26.
Característica del VCO y su terminología.

te que si R_2 se omite ($R_2 = \infty$), el *desvío de frecuencia* $f_{O(\text{apag})} = k_2/R_2C$ se hace cero. Es típico que la frecuencia máxima del VCO de los PLLs CMOS esté en el orden de 10 MHz.

La característica del VCO de la ecuación 13.50 aplica sólo cuando v_E está confinado dentro del rango $v_{E(\text{mín})} \leq v_E \leq v_{E(\text{máx})}$. En forma típica, para un PLL con $V_{DD} = 5$ V, este rango es $1.1 \text{ V} \leq v_E \leq 3.9 \text{ V}$. El rango de frecuencia correspondiente al rango permisible de v_E es llamado el *rango de frecuencia* del VCO dado por $2f_R$. Fuera de este rango la característica del VCO depende de la versión particular de 4046, lo cual se puede encontrar en las hojas de datos.

La sensibilidad del VCO es $K_o = 2f_R/[v_{E(\text{máx})} - v_{E(\text{mín})}]$. En aplicaciones de FM, es común que se requiera que la característica V - F del VCO sea altamente lineal para así minimizar la distorsión. Sin embargo, en aplicaciones como la sincronización, la síntesis y la reconstrucción de frecuencia, los requerimientos de linealidad son menos estrictos.

Comparador de fase Tipo I

El comparador de fase tipo I, que se muestra en la figura 13.27a, es una compuerta OR exclusiva (XOR). De esta compuerta sale $v_D = V_{DD}$ cuando sus niveles de entrada no corresponden entre sí, y $v_D = V_{SS} = 0$ cuando existe correspondencia entre dichos niveles. Lo anterior se ejemplifica en el diagrama de tiempo de la figura 13.28, donde se han graficado las formas de onda como una función de ωt . Resulta evidente que si $v_D(t)$ se promedia mediante un filtro pasa bajas, el resultado es $V_D = DV_{DD}$, donde D es el ciclo de trabajo de v_D . D se minimiza cuando las entradas están en fase entre sí, y se maximiza cuando las mismas se encuentran en antifase. Si ambas formas de onda de entrada tienen ciclos de trabajo de 50%, como se muestra, entonces $0 \leq D \leq 1$. En consecuencia, PC_1 mostrará la característica de la figura 13.27b, y $K_d = V_{DD}/\pi = 5/\pi = 1.59 \text{ V/rad}$.

Una realización alternativa del comparador de Tipo I, especialmente en PLLs bipolares diseñados para trabajar con entradas de baja amplitud, es un multiplicador de cuatro cuadrantes, como se expuso en la sección 13.2. El multiplicador, también llamado *modulador balanceado*, se implementa con un factor de escala lo suficientemente alto para asegurar que en forma típica v_I sobreexcite al multiplicador y por lo tanto la sensibilidad K_d sea independiente de la amplitud de v_I .¹⁰

El comparador de Tipo I requiere que ambas entradas tengan ciclos de trabajo de 50%; pero, si al menos una entrada es asimétrica (véase el problema 13.23), la característica por

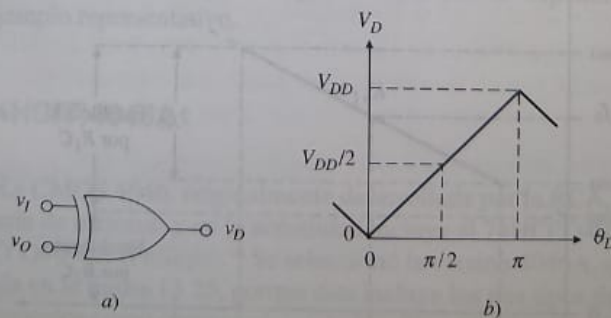


FIGURA 13.27.

Comparador de fase Tipo I y su salida promedio V_D como una función de la diferencia de fase de entrada.

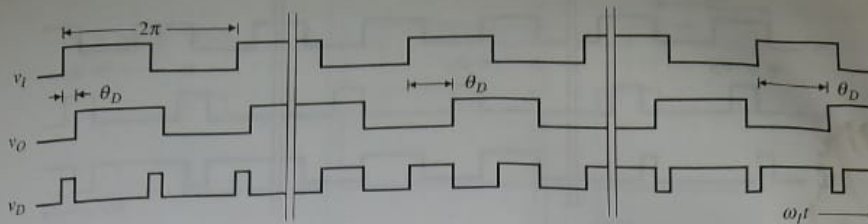


FIGURA 13.28.
Formas de onda típicas para el comparador de fase Tipo I en la condición de amarre;
 $\theta_D = \pi/6$ (izquierda), $\theta_D = \pi/2$ (centro), y $\theta_D = (5/6)\pi$ (derecha).

lo general se recortará, reduciendo el rango de amarre. Otra característica notoria del comparador de Tipo I es que puede permitir que el PLL se amarre sobre la armónica de la señal de entrada. Es importante observar que si v_I está ausente, v_D oscila en la misma frecuencia que v_O , por lo tanto el promedio de v_D es $V_D = 0.5V_{DD}$, y $\omega_O = \omega_0$.

Comparador de fase Tipo III

El comparador Tipo III, que se muestra en forma simplificada en la figura 13.29a, supera las limitaciones mencionadas con anterioridad mediante el uso de un flip-flop de inicio-reinicio (SR) con disparo en el límite. Como se muestra en la figura 13.30, ahora v_D responde sólo a los bordes crecientes de v_I y v_O , independientemente de los ciclos de trabajo. Se observa con facilidad que el rango de fase de PC_3 es dos veces más grande que el de PC_1 , por consiguiente la característica es tal como se muestra en la figura 13.29b, y $K_d = V_{DD}/2\pi = 0.796 \text{ V/rad}$.

Las ventajas de la operación con disparo en el límite se obtienen al precio de una sensibilidad más alta al ruido. Un pico en el ruido de entrada puede cambiar el estado del flip-flop en forma falsa y ocasionar errores de salida inaceptables. En contraste, con un comparador Tipo I, un pico de entrada sólo se transmite hacia la salida, donde éste es suprimido por el filtro de lazo.

Se observa que en la condición de amarre la frecuencia de salida es $\omega_D = 2\omega_I$ para PC_1 , y $\omega_D = \omega_I$ para PC_3 , de tal manera que el rizo en la salida del filtro de lazo por lo general

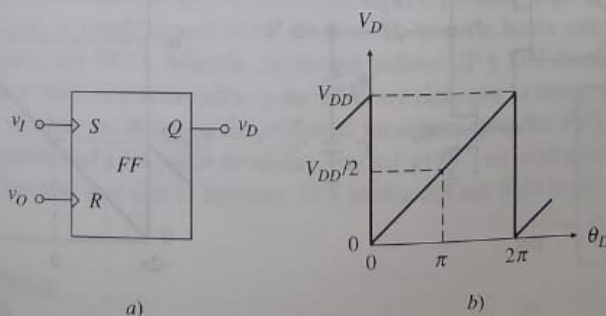


FIGURA 13.29.
Comparador de fase Tipo III y su salida promedio V_D como una función de la diferencia de fase de entrada.

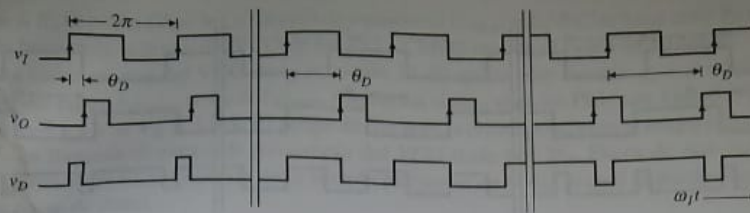


FIGURA 13.30.

Formas de onda típicas para el comparador de fase Tipo III en la condición de amarre: $\theta_D = \pi/4$ (izquierda), $\theta_D = \pi$ (centro), y $\theta_D = (7/4)\pi$ (derecha).

es más alto con PC_3 que con PC_1 . Así, con v_I ausente, PC_3 hará a ω_O tan bajo como sea posible.

Comparador de fase Tipo II

El comparador Tipo II difiere del PC_1 y del PC_3 porque su salida no sólo depende del error de fase $\theta_I - \theta_O$, sino también del error de frecuencia $\omega_I - \omega_O$ cuando el lazo aún no ha adquirido amarre. Este circuito, también llamado *detector de fase frecuencia* (PFD), se muestra en forma simplificada en la figura 13.31a.

Con referencia a la figura 13.32, se observa que PC_3 produce pulsos UP en el flanco izquierdo de v_I se adelanta al de v_O , produce pulsos DN en el flanco izquierdo de v_I se retrasa con respecto al de v_O , y no produce pulsos cuando los flancos están alineados. Un pulso UP cierra el interruptor MOSFET M_p y ocasiona que la capacitancia del filtro C

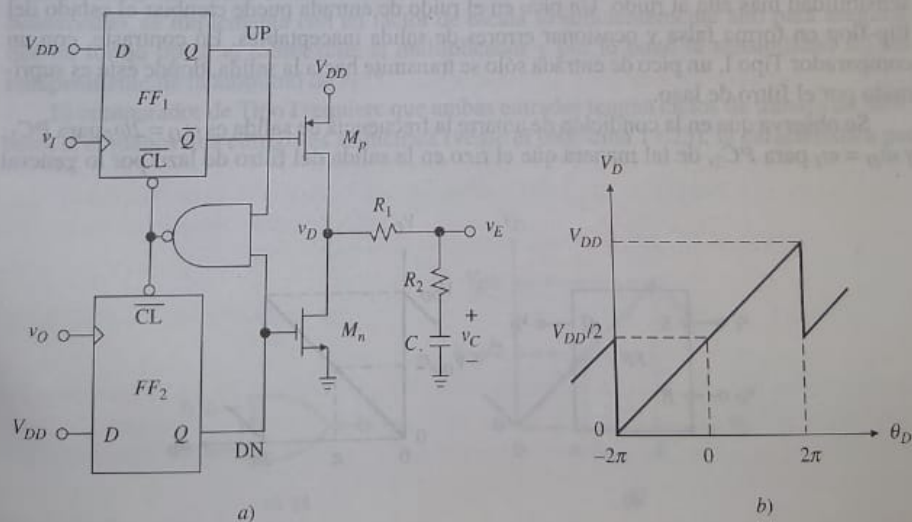


FIGURA 13.31.

Comparador de fase Tipo II y su salida promedio V_D como una función de la diferencia de fase de entrada.

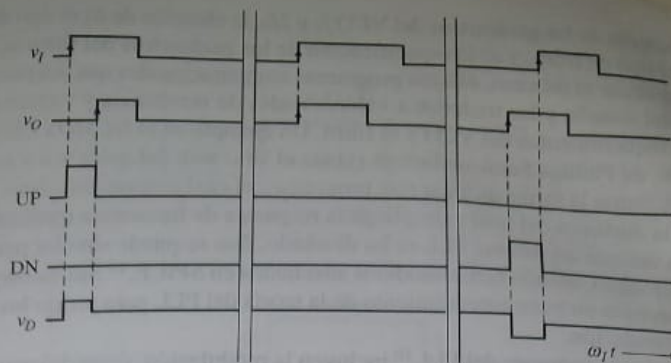


FIGURA 13.32.

Formas de onda típicas para el comparador de fase Tipo II para $\omega_O = \omega_I$: v_O atrasa a v_I (izquierda), v_O está en fase con v_I (centro), y v_O adelanta a v_I (derecha).

cargue hacia V_{DD} a través de la serie $R_1 + R_2$. Un pulso DN cierra el interruptor M_n y descarga C hacia $V_{SS} = 0$ V. Entre los pulsos, tanto M_p como M_n se apagan, proporcionando al filtro un estado de alta impedancia. Cuando PC_2 se encuentra en este estado, C actúa como una memoria analógica, reteniendo cualquier carga que haya acumulado al final del último pulso UP o DN.

En forma clara, ahora se tiene $v_D = v_E = v_C$. La característica es tal como en la figura 13.31b con $K_d = V_{DD}/4\pi = 0.398$ V/rad. Por razones obvias, el PC_2 también es llamado un *comparador de fase de bombeo de carga*.

Para apreciar su operación, se debe suponer que inicialmente se tiene $\omega_I > \omega_O$. Como v_I genera más bordes nacientes por unidad de tiempo que v_O , UP será más alto la mayor parte del tiempo, bombeando carga en C y por ende elevando ω_O . En forma inversa, cuando $\omega_I < \omega_O$, DN es más alto la mayor parte del tiempo, bombeando carga fuera de C y disminuyendo ω_O . En cualquier caso, PC_2 permanecerá bombeando carga hasta que las entradas se vuelvan iguales *tanto en frecuencia como en fase*, esto es $\omega_O = \omega_I$ y $\theta_O = \theta_I$. Se concluye que PC_2 se aproxima al comportamiento de un *integrador ideal*.

Asimismo, resulta evidente que un PLL con un comparador Tipo II se amarrará bajo cualquier condición, y conducirá al error de fase de entrada hasta cero, en el rango de frecuencia completo del VCO. Además, como los pulsos UP y DN desaparecen por completo una vez que el lazo está amarrado, v_E no mostrará rizo, por lo tanto, no existen efectos por modulación de fase no deseada. El principal inconveniente del PC_2 , al igual que del PC_3 , es su susceptibilidad a los picos de ruido. Aun así, el PC_2 es el más popular entre los tres PCs. Cabe destacar que con v_I ausente, PC_2 hará a ω_O tan bajo como sea posible.

Diseño con PLLs

El proceso de diseño de un sistema basado en PLLs involucra cierto número de decisiones¹² definidas por las especificaciones de rendimiento de la aplicación dada, junto con las consideraciones de simplicidad y costo del circuito. Para los PLLs 4046, este proceso requiere

a) la especificación de los parámetros del VCO f_0 y $2f_R$, la elección de b) el tipo de detector de fase y c) el tipo de filtro, y d) la especificación de los parámetros del filtro ω_p y ω_z .

Para simplificar el proceso, existen programas computacionales que aceptan las especificaciones del usuario y las traducen a valores reales de resistencia y capacitancia para satisfacer los requerimientos del VCO y el filtro. Un ejemplo es el *HCMOS Phase-Locked Loop Program*, de Phillips Semiconductors (visite el sitio web del autor www.mhhe.com/ franco para encontrar la forma de bajar este programa), el cual proporciona datos importantes acerca de la dinámica del lazo y despliega la respuesta de frecuencia mediante gráficos de Bode. Una vez que un sistema PLL se ha diseñado, éste se puede simular por computadora,⁷⁻¹² por ejemplo, usando macromodelos adecuados en SPICE.¹⁴ Sin embargo, aun así el diseñador necesita un buen entendimiento de la teoría del PLL para juzgar los resultados de cualquier simulación.

Las aplicaciones comunes del PLL¹⁰ incluyen la modulación/demodulación FM, PM, AM y FSK, la sincronización y síntesis de frecuencia, la reconstrucción de reloj y el control de la velocidad de motor. Aquí se exponen dos ejemplos, la demodulación de FM y la síntesis de frecuencia. En los problemas del final del capítulo se encuentran otros ejemplos.

EJEMPLO 13.7. Una señal de FM está modulada en el rango de $1 \text{ MHz} \pm 10 \text{ kHz}$ con una frecuencia de modulación de 1 kHz . Utilizando un PLL 4046A, diseñe un circuito para demodular dicha señal.

Solución. Para el VCO se considera $f_0 = 1 \text{ MHz}$, y se selecciona $2f_R$ lo suficientemente amplia para incluir la dispersión de los parámetros. Por lo tanto, sea $2f_R = 0.5 \text{ MHz}$. Esto proporciona $K_o = 2\pi \times 0.5 \times 10^6 / 2.8 = 1.122 \times 10^6 \text{ (rad/s)/V}$. Con las hojas de datos del programa de PLL antes mencionado, se encuentra que un conjunto adecuado de componentes del VCO es $R_1 = 95.3 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 130 \text{ k}\Omega$ y $C = 100 \text{ pF}$.

Después, anticipando una señal de entrada con ruido, se selecciona PC_1 , por lo tanto $K_d = 5/\pi \text{ V/rad}$ y $K_v = K_d K_o = 1.786 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$. Para permitir la posibilidad de una entrada débil, se aprovecha que los buffers de entrada del detector están autopolarizados cerca de $V_{DD}/2$, donde la ganancia se maximiza. En consecuencia, la señal de entrada es acoplada por ca, como se muestra en la figura 13.33.

Finalmente, para minimizar el costo se usa un filtro pasivo de atraso-adelanto. Se establece $\zeta = 0.707$ y se elige $f_{-3\text{dB}} > f_m$, por ejemplo, $f_{-3\text{dB}} = 10 \text{ kHz}$. Si se procede como en el ejemplo 13.6 se encuentra $\omega_p = 553 \text{ rad/s}$ y $\omega_z = 22.5 \text{ krad/s}$, lo cual se logra con los componentes del filtro mostrados en la figura.

Al momento de insertar un divisor de voltaje dentro del lazo de retroalimentación de un amp op, se incrementa la excursión del voltaje de salida; pero, al insertar un divisor

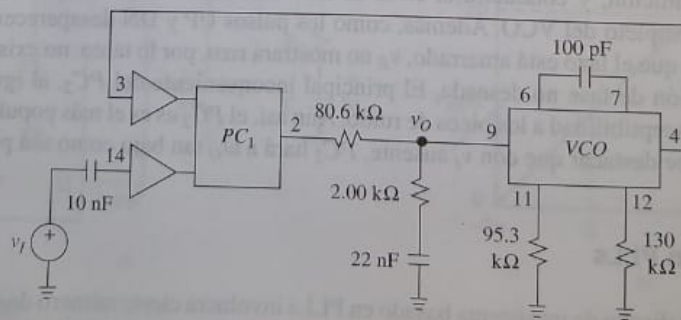


FIGURA 13.33.
Demodulador de FM que utiliza el PLL 4046A.

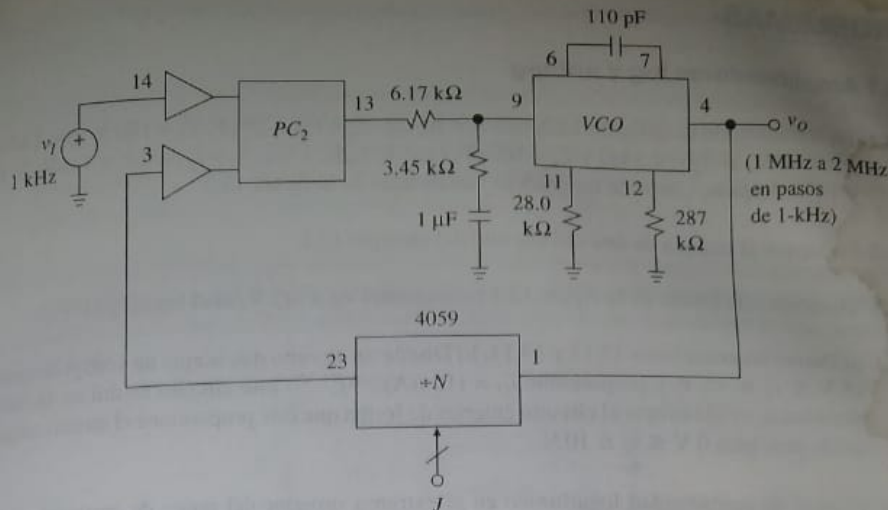


FIGURA 13.34.
Sintetizador de frecuencia que utiliza el PLL 4046A.

de frecuencia dentro del lazo del PLL corriente abajo del VCO, la frecuencia del VCO se incrementa. El divisor de frecuencia se realiza con un contador, y la frecuencia de salida del VCO se convierte en $\omega_O = N\omega_I$, donde N es el módulo del contador. Al hacer programable el contador se permite la síntesis de frecuencias variables que son múltiplos integrales de ω_I .

El formalismo del PLL aún es aplicable, pero reemplazando K_o por K_o/N . Se observa que al variar N también cambia el factor de ganancia K_v , por lo que se debe tener cuidado de mantener la estabilidad y la dinámica en el rango completo de valores de N .

EJEMPLO 13.8. Empleando un PLL 4046A, diseñe un circuito que acepte una frecuencia de referencia de 1 kHz y sintetice todas las frecuencias entre 1 MHz y 2 MHz en pasos de 1 kHz.

Solución. Para cubrir el rango dado se necesita un contador programable entre $N_{\min} = 10^6/10^3 = 1\,000$ y $N_{\max} = 2\,000$. Se elige, por ejemplo, un contador 4059, el cual permite que N se programe en cualquier punto entre 3 y 15\,999 a través de un conjunto de entradas referidas en las hojas de datos como *entradas de obstrucción J*.

Para el VCO, se especifica f_0 en el punto medio entre los extremos, esto es $f_0 = 1.5$ MHz, y de nuevo se selecciona $2f_R$ suficientemente amplia, por ejemplo $2f_R = 1.5$ MHz. Lo anterior proporciona $K_o = 3.366 \times 10^6$ (rad/s)/V. Con las hojas de datos del programa de PLL antes mencionado, se encuentran los valores de los componentes del VCO $R_1 = 28.0$ kΩ, $R_2 = 287$ kΩ, y $C = 110$ pF.

Con la anticipación de señales a bordo relativamente limpias, se elige PC_2 , por lo tanto $K_d = 5/4\pi$ V/rad. Como N es variable, un enfoque razonable¹² es diseñar para la media geométrica de los extremos, esto es para $N_{\text{media}} = \sqrt{N_{\min} N_{\max}} = 1\,414$. Entonces, el factor de ganancia correspondiente es $K_{v(\text{media})} = K_d K_o / N_{\text{media}} = 947$ s⁻¹.

De nuevo se emplea un filtro pasivo de atraso-adelanto. Estableciendo $\zeta = 0.707$ y seleccionando de manera arbitraria $\omega_n = \omega_I/20 = 2\pi \cdot 10^3/20 = \pi \cdot 100$ rad/s, se obtiene $\omega_p = 104$ rad/s y $\omega_z = 290$ rad/s. Estos parámetros se alcanzan con los componentes de filtro mostrados en la figura 13.34, donde los detalles del alambrado del contador 4059 se han omitido por simplicidad.

Por medio de la ecuación 13.46b, se encuentra $\zeta = 0.78$ para $N = 1\,000$, y $\zeta = 0.65$ para $N = 2\,000$, los cuales son valores bastante razonables.