

ITBA

TEORÍA DE CIRCUITOS

Trabajo Práctico N° 1

Filtros pasivos y propagación de errores

GRUPO 4

Integrantes:

Guillermo BERLIN	54048
Luciano CASTROGIOVANNI	55362
Gaston KURACZ	53049
Ezequiel MORCILLO ROSO	56004
Augusto RAYES	55146



20/08/2016

Contenidos

1	PROPAGACIÓN DE ERRORES	4
1.1	Introducción	4
1.2	Función Transferencia	4
1.3	Ganancia	5
1.4	Análisis de polos	5
1.4.1	Subamortiguado	5
1.4.2	Criticamente amortiguado	6
1.4.3	Sobreamortiguado	6
1.5	Conclusión	7
2	FILTRO NOTCH PASIVO	9
2.1	Introducción	9
2.2	Análisis teórico	9
2.2.1	Circuito utilizado	9
2.2.2	Caracterizando el circuito: Función transferencia y Respuesta impulsiva	10
2.2.3	Respuesta al Escalon	11
2.2.4	Respuesta en frecuencia	12
2.3	Análisis de mediciones	13
2.3.1	Teoria vs Realidad: Respuesta en frecuencia	13
2.3.2	Teoria vs Realidad: Respuesta al escalon	16
2.4	Conclusión	17
3	FILTRO PASA-BAJOS	18
3.1	Introducción	18
3.2	Analisis teórico	18
3.3	Analisis de mediciones	24
3.3.1	Optimización del circuito	24
3.3.2	Comparación del filtro a 640 Hz y 32k Hz	27
3.3.3	Utilización del filtro como integrador	28
3.4	Conclusión	29
4	RESISTOR TOOL	31
4.1	Introducción	31
4.1.1	Consideraciones	31
4.2	Llamada de la función	31
4.2.1	Entrada	31
4.2.2	Retorno del programa	32
4.3	Funcionamiento del programa	32
4.3.1	CS, función auxiliar	32
4.3.2	ResistorTool, resistencia en serie	33
4.3.3	ResistorTool, resistencia en paralelo	33
4.3.4	ResistorTool, cualquier topología	34

4.3.5	Resistortool, capacitancias	34
4.4	Conclusión	34
4.4.1	Limitaciones de ResistorTool	34
4.4.2	Utilización	34

INTRODUCCIÓN

El presente informe aborda tópicos y experiencias correspondientes a filtros pasivos y propagación de errores. Se presentan las siguientes cuatro experiencias: Propagación de errores, Filtro Notch Pasivo, Filtro Pasa-Bajos Pasivo, Resistor Tool.

1 PROPAGACIÓN DE ERRORES

1.1 Introducción

Se propone el circuito de la Figura 1 al cual se le desea obtener la función transferencia a partir de un divisor resistivo, el cual se detalla más adelante. Este apartado tiene como objetivo hacer un análisis teórico de la función previamente mencionada y propagar los errores de la misma a partir de la siguiente fórmula:

$$\Delta F(X_1, X_2, \dots, X_n) = \left| \frac{dF}{dX_1} \right| \cdot \Delta X_1 + \left| \frac{dF}{dX_2} \right| \cdot \Delta X_2 + \dots + \left| \frac{dF}{dX_n} \right| \cdot \Delta X_n$$

A partir de la caracterización de los circuitos y el análisis de las singularidades, se justifica la ventaja o desventaja de asignarles a las cotas de error un valor del 5% para cada variable de la función; o si, en cambio, resulta más favorable asignar un valor del 2% a una variable y 8% al resto. Como se plantea el ejercicio para todos los componentes teóricos, esta desición se toma a partir de la observación de los resultados de la propagación de errores de los parámetros que caracterizan al circuito en diferentes casos de amortiguamiento.

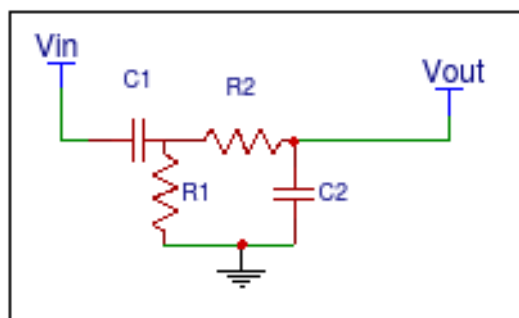


Figure 1: El circuito que se observa es el que será analizado con valores de los componentes genéricos.

1.2 Función Transferencia

A partir del circuito mostrado en la Figure 1, se procede a calcular y enumerar los pasos para hallar la función transferencia del mismo. Se comienza planteando el voltaje en el nodo A

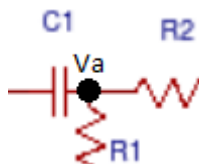


Figure 2: El nodo A de la imagen señala el voltaje A que se utiliza para hallar la función transferencia a partir de un divisor resistivo.

A continuación, se plantea la siguiente transferencia: $\frac{V_a}{V_{in}} = \frac{Z_{Eq.1}}{Z_{C1} + Z_{Eq.1}}$,

siendo $Z_{Eq.1}$ la impedancia equivalente que resulta de conectar el C_2 en serie con la R_2 que están en paralelo con la : $Z_{Eq.1} = \frac{R_1 \cdot \left(\frac{S \cdot C_2 \cdot R_2 + 1}{S \cdot C_2 \cdot R_2} \right)}{R_1 + \left(\frac{S \cdot C_2 \cdot R_2 + 1}{S \cdot C_2 \cdot R_2} \right)}$ y $Z_{C1} = \frac{1}{S \cdot C_1}$.

De la misma manera, planteando la función de transferencia: $\frac{V_o}{V_a} = \frac{\frac{1}{S \cdot C_2}}{R_2 + \frac{1}{S \cdot C_2}}$

Entonces, habiendo hallado las anteriores dos funciones de transferencias, se procede a hacer el producto de las mismas resultando

$\left(\frac{V_a}{V_{in}} \right) \cdot \left(\frac{V_o}{V_a} \right) = \frac{V_o}{V_{in}} = H(S)$, que efectuando las simplificaciones adecuadas, se obtiene la función de transferencia final

$$H(S) = \frac{S \cdot C_1 \cdot R_1}{S^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 + S \cdot (R_1 \cdot C_1 + R_2 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_2) + 1}$$

1.3 Ganancia

El circuito debe ser caracterizado. Para hacerlo se toman como parámetros la ganancia de la función de transferencia y las frecuencias de corte, a los cuales se les hará la propagación de errores.

De esta forma, la ganancia queda dada por $G = C_1 \cdot R_1$

Luego se procede a propagar errores de la expresión previamente mencionada

$$\Rightarrow \Delta G(R_1, C_1) = \left| \frac{dG}{dR_1} \right| \cdot \Delta R_1 + \left| \frac{dG}{dC_1} \right| \cdot \Delta C_1$$

Reemplazando los valores de las derivadas parciales resulta

$$\Rightarrow \Delta G = |C_1| \cdot \Delta R_1 + |R_1| \cdot \Delta C_1$$

1.4 Análisis de polos

En el siguiente apartado se estudiarán los posibles tres casos del circuito: subamortiguado, críticamente amortiguado, y sobreamortiguado. Siendo los polos:

$$S_1 = \frac{-(R_1 \cdot C_1 + R_2 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_2) - \sqrt{(R_1 \cdot C_1)^2 + 2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1^2 - 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 + (R_1 \cdot C_2)^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_2^2 + (R_2 \cdot C_2)^2}}{2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}$$

y

$$S_2 = \frac{-(R_1 \cdot C_1 + R_2 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_2) + \sqrt{(R_1 \cdot C_1)^2 + 2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1^2 - 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 + (R_1 \cdot C_2)^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_2^2 + (R_2 \cdot C_2)^2}}{2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}$$

A continuación se analizarán estos polos a partir de la caracterización del circuito según convenga.

1.4.1 Subamortiguado

En este caso, los polos son complejos conjugados, siendo la frecuencia de corte

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}}$$

Haciendo la adecuada propagación de errores se obtiene la siguiente expresión

$$\Rightarrow \Delta \omega_0(R_1, R_2, C_1, C_2) = \left| \frac{d\omega_0}{dR_1} \right| \cdot \Delta R_1 + \left| \frac{d\omega_0}{dR_2} \right| \cdot \Delta R_2 + \left| \frac{d\omega_0}{dC_1} \right| \cdot \Delta C_1 + \left| \frac{d\omega_0}{dC_2} \right| \cdot \Delta C_2$$

Luego, se procede a reemplazar los valores de las derivadas parciales, resultando

$$\Rightarrow \Delta \omega_0 = \left| \frac{1}{2\sqrt{R_1^3 C_2 C_1 R_2}} \right| \Delta R_1 + \left| \frac{1}{2\sqrt{R_2^3 C_2 R_1 C_1}} \right| \Delta R_2 + \left| \frac{1}{2\sqrt{C_1^3 C_2 R_1 R_2}} \right| \Delta C_1 + \left| \frac{1}{2\sqrt{C_2^3 C_1 R_1 R_2}} \right| \Delta C_2$$

y el factor de calidad

$$Q = \frac{R_1 \cdot C_1 + R_2 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_2}{\sqrt{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}}$$

Entonces, haciendo la propagación de errores del Q , resulta

$$\Rightarrow \Delta Q(R_1, R_2, C_1, C_2) = \left| \frac{dQ}{dR_1} \right| \cdot \Delta R_1 + \left| \frac{dQ}{dR_2} \right| \cdot \Delta R_2 + \left| \frac{dQ}{dC_1} \right| \cdot \Delta C_1 + \left| \frac{dQ}{dC_2} \right| \cdot \Delta C_2$$

que reemplazando los valores de las derivadas parciales se obtiene

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta Q = & \left| \frac{R_1 \cdot C_1 - R_2 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_2}{2 \cdot R_1 \cdot \sqrt{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}} \right| \cdot \Delta R_1 + \left| -\frac{R_1 \cdot C_1 - R_2 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_2}{2 \cdot R_2 \cdot \sqrt{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}} \right| \cdot \Delta R_2 \\ & + \left| \frac{R_1 \cdot C_1 - R_2 \cdot C_2 - R_1 \cdot C_2}{2 \cdot C_1 \cdot \sqrt{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}} \right| \cdot \Delta C_1 + \left| -\frac{R_1 \cdot C_1 - R_2 \cdot C_2 - R_1 \cdot C_2}{2 \cdot C_2 \cdot \sqrt{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}} \right| \cdot \Delta C_2 \end{aligned}$$

1.4.2 Criticamente amortiguado

Para el segundo caso, los polos son reales e iguales. Es decir que los miembros que se hayan dentro de la raíz de ambas S_1 y S_2 se anulan, quedando un único polo

$$S_{1,2} = -\frac{R_1 \cdot C_1 + R_2 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_2}{2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}$$

Su frecuencia de corte es

$$\omega_c = \frac{R_1 \cdot C_1 + R_2 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_2}{2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}$$

De forma que propagando errores queda la siguiente expresión

$$\Rightarrow \Delta \omega_c(R_1, R_2, C_1, C_2) = \left| \frac{d\omega_c}{dR_1} \right| \Delta R_1 + \left| \frac{d\omega_c}{dR_2} \right| \Delta R_2 + \left| \frac{d\omega_c}{dC_1} \right| \Delta C_1 + \left| \frac{d\omega_c}{dC_2} \right| \Delta C_2$$

Entonces, remplazando los valores que se obtienen de las derivadas parciales resulta

$$\Rightarrow \Delta \omega_c = \left| \frac{1}{2 \cdot C_1 \cdot R_1^2} \right| \Delta R_1 + \left| \frac{C_1 + C_2}{2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_2^2} \right| \Delta R_2 + \left| \frac{R_1 + R_2}{2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1^2} \right| \Delta C_1 + \left| \frac{1}{2 \cdot R_2 \cdot C_2^2} \right| \Delta C_2$$

1.4.3 Sobrearmortiguado

Finalmente, en el tercer caso, los polos son reales y distintos debido a que los términos dentro de las raíces de S_1 y S_2 son positivos

$$(R_1 \cdot C_1)^2 + 2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1^2 - 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 + (R_1 \cdot C_2)^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_2^2 + (R_2 \cdot C_2)^2 > 0$$

. Es decir que los polos se hayan ubicados sobre el eje real del Plano S. Además, los polos son efectivamente S_1 y S_2 , siendo sus frecuencias de corte

$$\omega_1 = \frac{R_1 \cdot C_1 + R_2 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_2 + \sqrt{(R_1 \cdot C_1)^2 + 2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1^2 - 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 + (R_1 \cdot C_2)^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_2^2 + (R_2 \cdot C_2)^2}}{2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}$$

y

$$\omega_2 = \frac{R_1 \cdot C_1 + R_2 \cdot C_2 + R_1 \cdot C_2 - \sqrt{(R_1 \cdot C_1)^2 + 2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1^2 - 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 + (R_1 \cdot C_2)^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_2^2 + (R_2 \cdot C_2)^2}}{2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}$$

De los cuales se propagan errores de la siguiente forma

$$\Delta \omega_k(R_1, R_2, C_1, C_2) = \left| \frac{d\omega_k}{dR_1} \right| \Delta R_1 + \left| \frac{d\omega_k}{dR_2} \right| \Delta R_2 + \left| \frac{d\omega_k}{dC_1} \right| \Delta C_1 + \left| \frac{d\omega_k}{dC_2} \right| \Delta C_2, \text{ siendo } k=1,2.$$

Se considera que las derivadas parciales de ambos polos son demasiado extensas para agregar y carentes de sentido puesto que simplemente se reduce a un cálculo matemático. Es por este motivo que simplemente se muestran las derivadas parciales de ω_1 y se asume que las derivadas parciales de ω_2 son casi idénticas, y por lo tanto no es preciso detallarlas debajo.

A continuación se muestra la deriva parcial de ω_1 respecto de R_1

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_1}{dR_1} = & -\frac{1}{2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2} (C_1 + C_2 \\ & - \frac{2 \cdot C_1^2 \cdot R_1 + 4 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 - 2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_2 + 2 \cdot C_2^2 \cdot R_1 + 2 \cdot C_2^2 \cdot R_2}{2 \cdot \sqrt{(R_1 \cdot C_1)^2 + 2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1^2 - 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 + (R_1 \cdot C_2)^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_2^2 + (R_2 \cdot C_2)^2}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2.C_1.C_2.R_1^2.R_2} (C_1.R_1 + C_2.R_1 + C_2.R_2 \\
& - \sqrt{(R_1.C_1)^2 + 2.C_1.C_2.R_1^2 - 2.R_1.R_2.C_1.C_2 + (R_1.C_2)^2 + 2.R_1.R_2.C_2^2 + (R_2.C_2)^2})
\end{aligned}$$

A continuación se muestra la deriva parcial de ω_1 respecto de R_2

$$\begin{aligned}
\frac{d\omega_1}{dR_2} &= - \frac{1}{2.C_1.C_2.R_1.R_2} (C_2 \\
& - \frac{-2.C_1.C_2.R_1 + 2.C_2^2.R_1 + 2.C_2^2.R_2}{2.\sqrt{(R_1.C_1)^2 + 2.C_1.C_2.R_1^2 - 2.R_1.R_2.C_1.C_2 + (R_1.C_2)^2 + 2.R_1.R_2.C_2^2 + (R_2.C_2)^2}}) \\
& + \frac{1}{2.C_1.C_2.R_2^2.R_1} (C_1.R_1 + C_2.R_1 + C_2.R_2 \\
& - \sqrt{(R_1.C_1)^2 + 2.C_1.C_2.R_1^2 - 2.R_1.R_2.C_1.C_2 + (R_1.C_2)^2 + 2.R_1.R_2.C_2^2 + (R_2.C_2)^2})
\end{aligned}$$

A continuación se muestra la deriva parcial de ω_1 respecto de C_1

$$\begin{aligned}
\frac{d\omega_1}{dC_1} &= - \frac{1}{2.C_1.C_2.R_1.R_2} (R_1 \\
& - \frac{2.R_1^2.C_1 + 2.R_1^2.C_2 - 2.R_1.R_2.C_2}{2.\sqrt{(R_1.C_1)^2 + 2.C_1.C_2.R_1^2 - 2.R_1.R_2.C_1.C_2 + (R_1.C_2)^2 + 2.R_1.R_2.C_2^2 + (R_2.C_2)^2}}) \\
& + \frac{1}{2.C_1.C_2.R_1^2.R_2} (C_1.R_1 + C_2.R_1 + C_2.R_2 \\
& - \sqrt{(R_1.C_1)^2 + 2.C_1.C_2.R_1^2 - 2.R_1.R_2.C_1.C_2 + (R_1.C_2)^2 + 2.R_1.R_2.C_2^2 + (R_2.C_2)^2})
\end{aligned}$$

Finalmente se muestra la deriva de parcial ω_1 respecto de C_2

$$\begin{aligned}
\frac{d\omega_1}{dC_2} &= - \frac{1}{2.C_1.C_2.R_1.R_2} (R_1 + R_2 \\
& - \frac{2.R_1^2.C_1 - 2.C_1.R_1.R_2 + 2.C_2.R_1^2 + 4.R_1.R_2.C_2 + 2.C_2.R_2^2}{2.\sqrt{(R_1.C_1)^2 + 2.C_1.C_2.R_1^2 - 2.R_1.R_2.C_1.C_2 + (R_1.C_2)^2 + 2.R_1.R_2.C_2^2 + (R_2.C_2)^2}}) \\
& + \frac{1}{2.C_1.C_2.R_1^2.R_2} (C_1.R_1 + C_2.R_1 + C_2.R_2 \\
& - \sqrt{(R_1.C_1)^2 + 2.C_1.C_2.R_1^2 - 2.R_1.R_2.C_1.C_2 + (R_1.C_2)^2 + 2.R_1.R_2.C_2^2 + (R_2.C_2)^2})
\end{aligned}$$

1.5 Conclusión

Finalmente, se puede observar que para la ganancia los dos términos son similares puesto que ambos resultan ser el producto entre uno de los dos componentes por la cota de error del otro. Por este motivo se

interpreta que siendo simplemente un análisis teórico y frente a la simetría de los términos, la mejor cota de error sucede cuando ambas son del 5%. Sin embargo, estas podrían ser mejoradas si se conociesen los valores originales de un caso particular.

Además, haciendo a un lado la distinción entre los diferentes casos de amortiguamiento, se observa también analíticamente que todos los términos de las diferentes propagaciones de errores para cada uno de los $\omega(\omega_o, \omega_c, \omega_1, \omega_2)$ y la Q , ocurre lo mismo que sucede para la ganancia. Es decir que todos los miembros son simétricos debido a que el módulo de las derivadas parciales son suficientemente parecidas para afirmar que nuevamente es conveniente utilizar una cota de error de 5% en todos los casos.

2 FILTRO NOTCH PASIVO

2.1 Introducción

Un filtro Notch pasivo es un circuito cuya función es rechazar un grupo angosto de frecuencias centradas en una principal, la cual se desea anular por completo. Un ejemplo de aplicación es en equipos de audio para cancelar sonidos no deseados o en circuitos con picos de resonancia para protegerse de los mismos. En esta sección se explica como se diseñó un tipo de implementación de este circuito para una frecuencia central ubicada en $f = 10.80kHz$. Se analizarán las características del mismo con intención de comparar la teoría con el circuito real y dilucidar problemas que pudieran confrontarse con este modelo. Se inició con un análisis del circuito dado para hallar la forma más eficiente de encontrar su función transferencia con el fin de aislar la expresión de la frecuencia de corte del filtro en función de los componentes y poder así diseñarlo bajo los parámetros requeridos.

2.2 Análisis teórico

2.2.1 Circuito utilizado

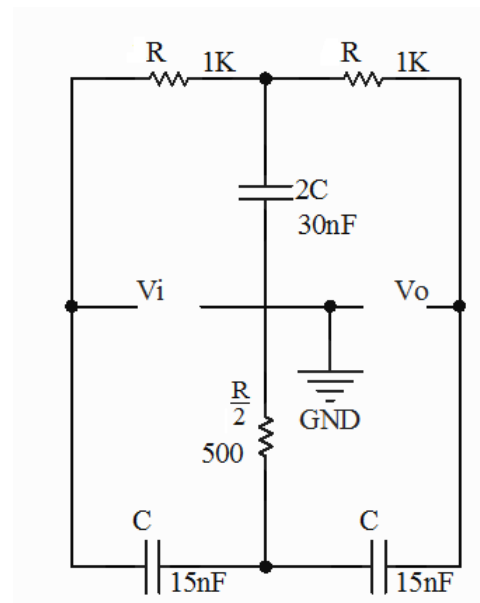


Figure 3: Circuito Notch Pasivo.

Luego de analizar el circuito de la figura 7, se concluyó que la forma más fácil y eficiente para llevar a cabo éste y los análisis solicitados, consiste en pensar al circuito como dos cuadripolos conectados en paralelo. Los cuadripolos son formados por dos circuitos en forma estrella (forma T) y comprendidos por resistencias y capacitores en la base de la T y en la línea principal respectivamente, según de cual cuadripolo se trate (ver figura 4). No es menor notar que cada cuadripolo por si solo representa un filtro pasa bajos o pasa altos. La manera más simple de resolver la función transferencia, dada esta información, fue obtener la matriz de impedancia de cada cuadripolo, invertirlas, sumar las matrices de admitancia y luego utilizar la ecuación que relaciona la matriz con la función transferencia (ver ecuación 1). Todos estos pasos fueron resueltos con la ayuda del programa de matemática simbólica Maple17. A partir de la función transferencia se diseñó el circuito eligiendo componentes adecuados y se utilizó la transformada inversa de Laplace para

obtener la respuesta al impulso y la convolución (por ser sistema LTI) para obtener la respuesta al escalón. Con estos datos se armaron los gráficos en Matlab para poder comparar los análisis teóricos, las mediciones y las simulaciones obtenidas de LTspice. Las mediciones se llevaron a cabo con un osciloscopio utilizando una placa multiperforada para evitar las capacitancias y resistencias parásitas de los protoboards.

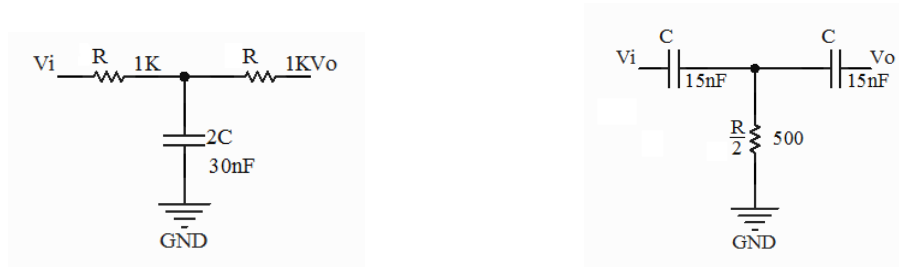


Figure 4: Cuadripolos tipo T cuyo paralelo forma el circuito Notch de la figura anterior.

2.2.2 Caracterizando el circuito: Función transferencia y Respuesta impulsiva

Al analizar los cuadripolos en formato estrella se obtiene rápidamente la matriz impedancia de cada uno ya que los circuitos a resolver resultan ser de malla simple. Recordamos que la obtención de las matrices se efectúa elemento por elemento aplicando una fuente de corriente en la entrada y salida del cuadripolo en el caso de la matriz impedancia y pasivando una y otra fuente según sea necesario aplicando el principio de superposición. El circuito a su vez resulta simétrico, con lo que la matriz también resulta ser simétrica.

$$Z = \begin{bmatrix} Z + Z_t & Z_t \\ Z_t & Z + Z_t \end{bmatrix}$$

Donde para cada cuadripolo $Z_{ta} = \frac{1}{2sC}$, $Z_a = R$ y $Z_{tb} = \frac{R}{2}$, $Z_b = \frac{1}{sC}$ respectivamente. Utilizando Maple se obtuvieron las matrices inversas y se sumaron para obtener la matriz admitancia total del circuito Notch. Recordamos que cuando dos cuadripolos se encuentran en disposición paralelo se deben sumar sus matrices admitancia de manera similar cuando se suman las matrices impedancia en disposición serie.

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \frac{2CRs+1}{R(CRs+1)} + \frac{1}{4} \frac{(CRs+2)sC}{CRs+1} & -\frac{1}{4} \frac{1}{R(CRs+1)} - \frac{1}{4} \frac{Rs^2C^2}{CRs+1} \\ -\frac{1}{4} \frac{1}{R(CRs+1)} - \frac{1}{4} \frac{Rs^2C^2}{CRs+1} & \frac{1}{4} \frac{2CRs+1}{R(CRs+1)} + \frac{1}{4} \frac{(CRs+2)sC}{CRs+1} \end{bmatrix}$$

Por los conocimientos de la cursada de Electrotecnia, la relación entre los elementos de esta matriz y la función transferencia es:

$$H(s) = -\frac{Y_{21}}{Y_{22}} \quad (1)$$

Obteniéndose la función transferencia:

$$H(s) = \frac{C^2 R^2 s^2 + 1}{C^2 R^2 s^2 + 4 C R s + 1} \quad (2)$$

La transferencia se corresponde con la de un circuito rechaza banda, con dos polos marcando el ancho de banda y dos ceros ubicados en la frecuencia de corte. Para obtener la frecuencia deseada se obtuvo la expresión de la frecuencia de corte a partir de la transferencia:

$$f = \frac{1}{2\pi RC}$$

Notese que la misma resultado ser idéntica a la frecuencia de corte de un circuito básico RC. Para llegar a $f = 10.8kHz$ se opto por utilizar $R = 1000\Omega$ y $C = 15nF$ ya que fue la combinación de valores comerciales que más acercó el valor de la frecuencia de corte a la deseada con $f = 10.61kHz$ la cual da una diferencia aceptable de menos de 200Hz a valores nominales. Reemplazando los valores se obtuvo el plano de polos y ceros y el bode utilizando Matlab.

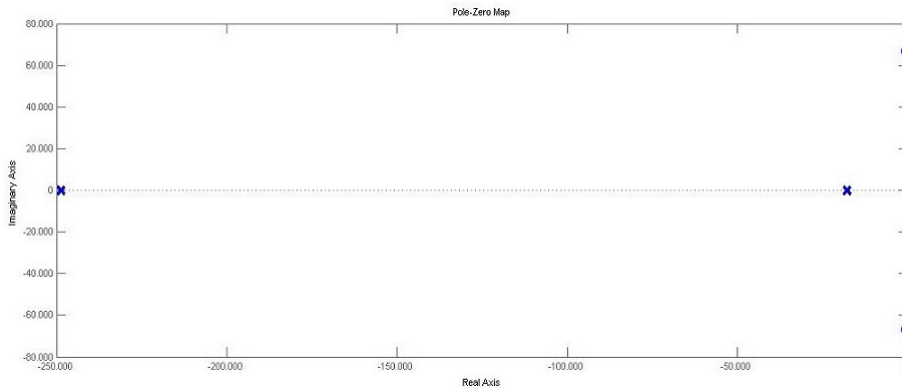


Figure 5: Grafico de polos y ceros generado en MatLab.

Se puede notar a partir de este gráfico que se tienen dos ceros complejos conjugados sobre el plano $j\omega$, lo cual resultara en un salto de fase a la frecuencia de corte, y dos polos reales y distintos los cuales predicen una respuesta transitoria sobreamortiguada. La respuesta al impulso se obtuvo aplicando la transformada inversa de laplace sobre la función transferencia. Con este fin se utilizo Maple y se simplifico a la siguiente expresión:

$$h(t) = \delta(t) - 4 \frac{1}{CR} \cosh\left(\frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{C^2 R^2}}\right) e^{-2 \frac{t}{CR}} + \frac{8}{3} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{C^2 R^2}} \sinh\left(\frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{C^2 R^2}}\right) e^{-2 \frac{t}{CR}}$$

2.2.3 Respuesta al Escalon

A partir de esta, se obtiene la respuesta al escalón aplicando convolución. Esto es posible gracias a que el circuito dado es un sistema Lineal Tiempo Invariante causal, dado que tiene función transferencia en función de la variable de laplace. A causa de la inexistencia de una función de convolución en programas matemáticos se decidió remitirse a la función transferencia en variable s , y multiplicar por la transformada de laplace del escalón, para luego aplicar la transformada inversa desde Maple y así obtener la respuesta al escalón, utilizando la propiedad de la transformada de laplace de la convolución, donde la misma es el producto de las transformadas. Así se obtuvo la siguiente expresión:

$$H[u] = \left(1 - \frac{4}{3} \frac{\sqrt{C^2 R^2} \sqrt{3}}{CR} \left(\frac{1}{2} e^{\frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{C^2 R^2}}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{C^2 R^2}}}\right) e^{-2 \frac{t}{CR}}\right) u(t)$$

Es esperable que esta respuesta tenga la forma de una señal sobreamortiguada, dado la distribución de los polos en el plano de polos y ceros. Esto se confirma al graficar la respuesta al escalón, la cual presenta

una forma acorde a una señal sobrearmortiguada invertida con un mínimo cuyo estado estacionario resulta en el valor del escalón sin oscilar más de una vez (ver fig 6). Se puede entender este fenómeno incluso a partir de la función del rechaza banda y la comprensión de las componentes en frecuencia de la señal escalón. Tal y como una señal cuadrada, la misma esta conformada por señales de alta frecuencia en la porción de salto vertical, y de baja frecuencia en la porción horizontal de la señal. Luego como el rechaza banda atenúa únicamente una banda de frecuencias entre altas y bajas, existe una porción de alta frecuencia y una de baja frecuencia que no son atenuadas y forman la señal de salida en la porción inicial de salto, que se asimila a una exponencial decreciente, y a la porción final que tiende a subir suavemente como una cuadrada pasada por un pasa bajos respectivamente. El mínimo de la función estara en el lugar que más dependa de la frecuencia de corte.

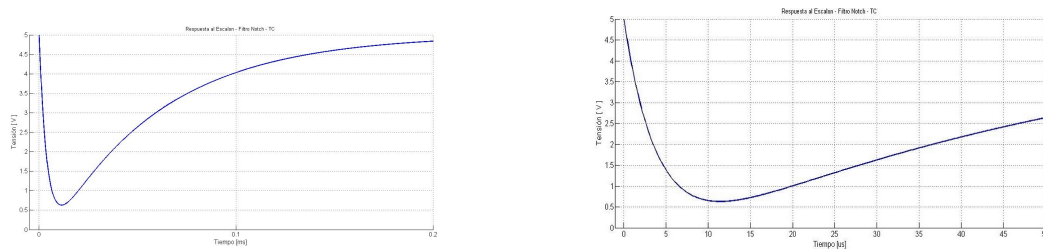


Figure 6: Respuesta al escalon teorica, graficada en MatLab.

Físicamente se puede describir el fenómeno inclusive en mas detalle. Los cuadripolos en paralelo cada uno componen una mitad del filtro Notch. La señal en tensión se transmite por igual por ambos circuitos; en el pasa altos vera el escalón transformado en una exponencial decreciente (vea figura 7), mientras que en el pasa bajos se suaviza la señal ralentizando la subida de tensión (vea figura 7). El resultado final será la superposición de ambos fenómenos, resultando en la señal representada.

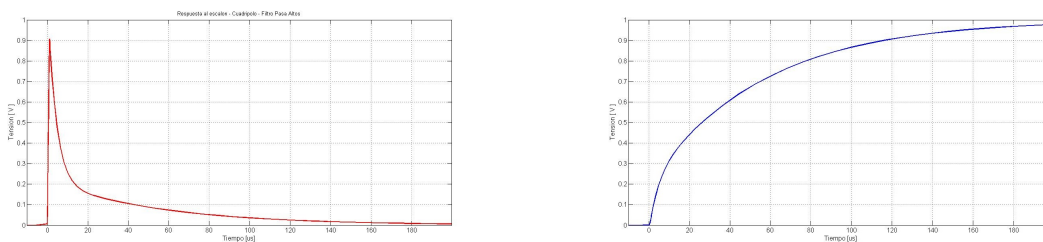


Figure 7: Respuesta al escalon cuadripolo pasa altos (izquierda, en rojo) y pasa altos (derecha, verde).

2.2.4 Respuesta en frecuencia

La explicación física puede extenderse a la respuesta en frecuencia del circuito (ver figura 8) la cual puede verse como la superposición de la respuesta de un filtro pasa bajos con otro pasa altos. Cada cuadripolo atenúa una porción de frecuencias la señal y dejará pasar otra, efectivamente dejando pasar en la superposición tanto frecuencias por debajo del polo del pasa bajos como por encima del de pasa altos. En la intersección de las respuestas de ambos filtros se encontrara la frecuencia de corte. La fase ademas se ve afectada por los ceros complejos conjugados que le otorgan un salto de 180° en la frecuencia de corte. La fase inicia el cambio una decada antes del primer polo y en la teoria encuentra los ceros conjugados justo al finalizar el descenso de fase, donde salta a la fase opuesta de $+90^\circ$ y es empujado a 0° por el polo

de alta frecuencia.

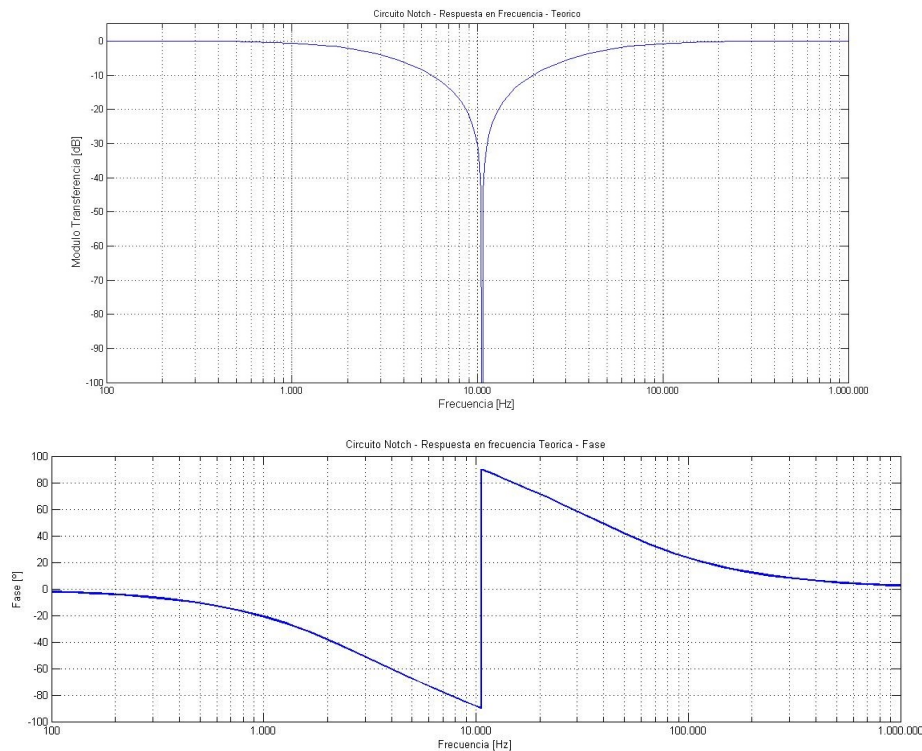


Figure 8: Respuesta en frecuencia del filtro calculada a través de MatLab con la transferencia obtenida teóricamente.

Luego de este análisis puede comprenderse la razón por la cual los valores de los componentes se relacionan en $R_1=R_2=2R_3$, $C_1=C_2=\frac{C_3}{2}$, ya que esto asegura un balance entre los filtros de tal manera que se logre un ancho de banda simétrico alrededor de la frecuencia de corte, y como esto afecta a la respuesta del escalón.

2.3 Análisis de mediciones

Se armó el circuito en una placa multiperforada para evitar los efectos parásitos del protoboard que podrían exacerbarse con la cantidad de componentes del circuito en cuestión. Para obtener la relación entre los componentes en la bases de las T se conectaron componentes de igual valor en paralelo ya que se obtiene el valor deseado y se utilizó directamente 4 resistencias y capacitores de igual valor. Se procedió a medir con un osciloscopio utilizando una senoidal de un generador de funciones la respuesta en frecuencia. Se obtuvieron las frecuencias de los polos reales y la frecuencia de corte. Se obtuvo la respuesta al escalón con una señal cuadrada de 1kHz. Se simuló el circuito en LTspice para obtener la respuesta en frecuencia y al escalón y poder compararlas con las anteriores.

2.3.1 Teoría vs Realidad: Respuesta en frecuencia

La simulación se mantuvo acorde al bode calculado teóricamente con la función transferencia en Matlab (ver figura 8), como era de esperarse ya que se calculan de manera similar con la salvedad de que la atenuación en la frecuencia de corte solo llega a un mínimo de -100dB en la simulación en contraparte a los -200dB en el bode calculado. Esto se debe a la forma en la que LTspice produce los gráficos, calculando

puntos equiespaciados en la recta logarítmica que limita la resolución del gráfico. Se tuvieron que pedir un millón de puntos en el simulador para obtener la atenuación máxima, un ejemplo de la importancia de la distribución de los puntos tomados en el gráfico. Tomando esto en cuenta, se pudo obtener un gráfico de respuesta en frecuencia fiel a la resolución del cálculo teórico, con algunas discrepancias a tomar en cuenta.

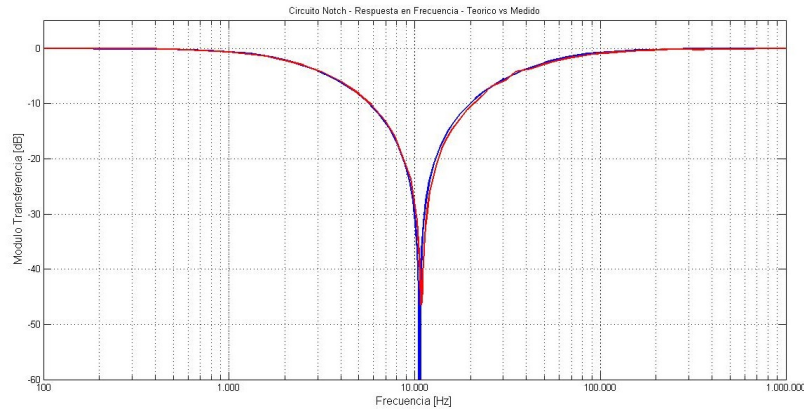


Figure 9: Contraste respuesta en frecuencia en magnitud del bode teorico (azul) y medido (rojo).

Por un lado notese que el punto de la frecuencia de corte tiene un limite de atenuación recién en aproximadamente -50dB, esto se debe al limite presentado por el piso de ruido en el analisis real. Cuando una señal se atenúa por debajo de este piso, la atenuación medida pasa a ser la diferencia entre la amplitud de la señal y la del ruido. Esta es la razón por la cual la atenuación no sigue aumentando infinitamente a medida que nos acercamos con mayor precisión a la frecuencia de corte real. La frecuencia de corte medida resulto ser 10.8kHz, con un error menor al 1% a partir del Quick Measure del osciloscopio, con una atenuación de -47dB correspondiente al piso de ruido de un circuito conectado a una fuente. Esta a su vez se desvia 190Hz de la frecuencia calculada para los valores nominales elegidos (aproximadamente 2%) pero encaja con menos de 1% de error con la frecuencia asignada para el diseño. Este leve corrimiento de frecuencia se atribuye a las desviaciones de los valores reales con respecto a los medidos que no fueron tomados en cuenta.

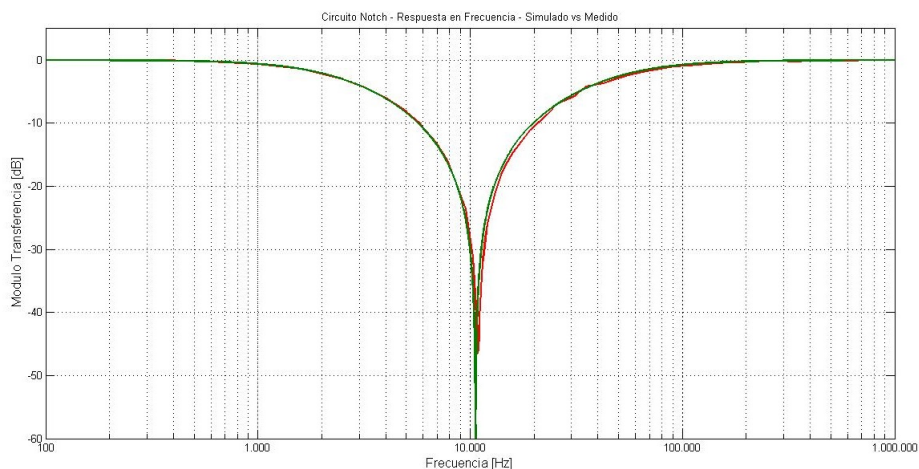


Figure 10: Contraste respuesta en frecuencia en magnitud bode simulado (verde) y medido (rojo).

El ancho de banda del circuito real tampoco tuvo discrepancias mayores, resultando en un Q medido de 0.24 que difiere del teórico de 0.25 en menos de un 4%. Este último se obtuvo de la función transferencia. Las frecuencias de los polos no discreparon más del 10%, siendo el más desviado el polo de alta frecuencia de 48.20kHz medidos contra un 44.94kHz esperados, mientras que el polo de baja frecuencia no difirió más del 0.2% donde empieza a tomar importancia la precisión del instrumental. El ancho de banda de 45.70kHz no varió más de un 10% del 42.44kHz esperado. La simulación fue más acertada con la realidad que el diagrama teórico como era de esperarse, pero no presenta el impedimento del piso de ruido de atenuación. El trazo es casi idéntico de no ser por errores de medición derivados del ruido superpuesto, los errores del instrumental y el error humano en la medición.

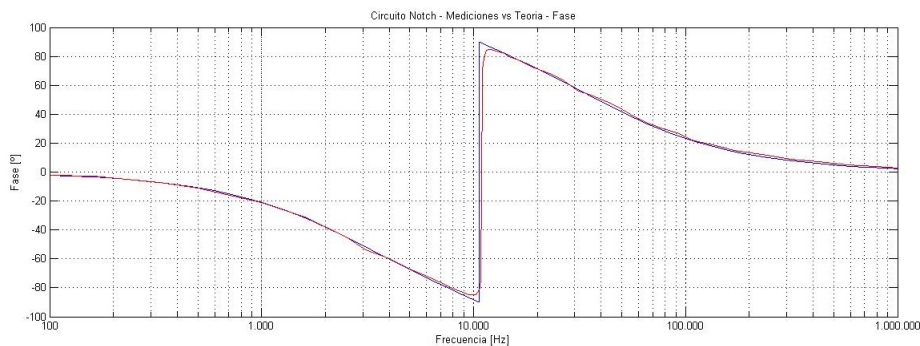


Figure 11: Contraste respuesta en frecuencia en fase modelo teórico (azul) vs medido (rojo).

El diagrama de fase idénticamente con el de magnitud se corresponde fielmente con la teoría. Aquí se pueden notar algunas discrepancias importantes con respecto a la teoría, como lo es el hecho de que el salto de fase es un hecho ideal difícilmente instantáneo en la realidad. Se puede notar una cierta pendiente en el gráfico medido para el salto de fase, y con un cursor se puede separar el salto en dos partes. Una región que escapa a la posibilidad de medición ya que es donde se incurre el salto de fase, y tanto antes como después de dicha región se puede ver un intento de descenso suave, que puede darse por un leve desfase en los ceros que logran afectar por separado antes de llegar al salto de fase. La simulación en este caso se mostró más acorde al gráfico teórico que al medido en contrapuesta con el caso de la magnitud, ambos gráficos son casi idénticos. Lo que indica que los efectos que suavizan el cambio de fase no son parte de lo que la simulación toma en cuenta en sus cálculos.

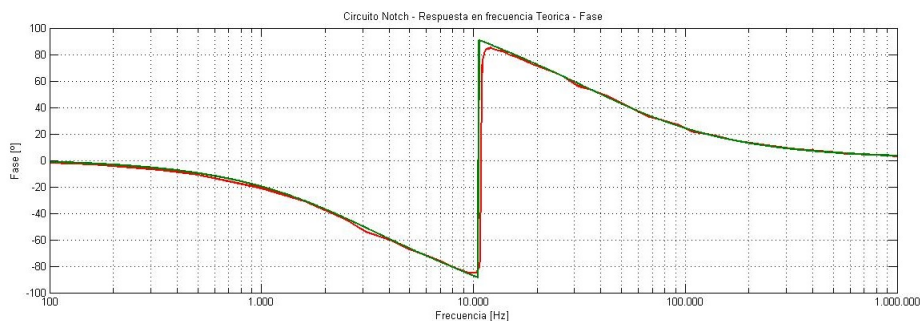


Figure 12: Contraste respuesta en frecuencia en fase simulación (verde) vs medido (rojo).

2.3.2 Teoría vs Realidad: Respuesta al escalon

La respuesta al escalon del circuito se obtuvo con una cuadrada de 1kHz a 5V. La misma representa la respuesta sobreamortiguada predicha por los polos reales y distintos y tiene un tiempo característico de $4\mu s$. Durante la obtención de la simulación de esta respuesta en LTspice, se tuvo que tomar en cuenta el rise time del escalon y se comprendió que el mismo debía ser menor al tiempo característico para poder comenzar a ver el transitorio. Se optó por elegir el rise time de la cuadrada vista en el osciloscopio de 14ns para obtener una simulación más fiel a la realidad. La misma resultó ser perfectamente idéntica a la calculada teóricamente, apoyando los procedimientos y cálculos utilizados.

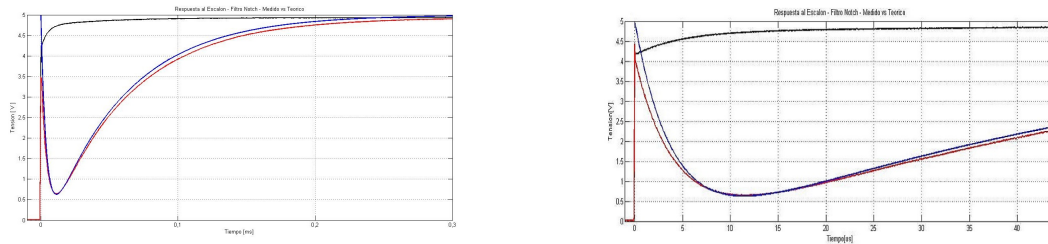


Figure 13: Contraste respuesta al escalon modelo teorico (azul) vs medido (rojo). La señal negra es la entrada utilizada.

Se puede notar principalmente el contraste entre el pico inicial del transitorio medido y aquel del cálculo teórico. El pico teórico alcanza la amplitud completa de la señal antes de mostrar el efecto sobreamortiguado del filtro y la banda que es rechazada de los armónicos del escalon. Mientras tanto, la medición solo logra alcanzar aproximadamente 4.5V de altura antes de comenzar a bajar. Esto no se debe a un efecto inherente del transitorio, sino más bien de un error de diseño proveniente de los valores de los componentes seleccionados. Se puede ver por la señal negra que representa la entrada que la misma no es una cuadrada perfecta, sino que llega hasta 4.5V y luego aumenta logaritmicamente su valor hasta llegar al máximo. El efecto que esto tiene sobre la respuesta al escalon es que la misma responderá al salto de 4.5V en vez de al de 5V, razón por la cual los gráficos teórico y medido difieren de allí en adelante. La razón de que la cuadrada de la entrada no sea perfecta no proviene del filtro diseñado o de algún filtro externo, sino que es causado por una limitación de corriente en los generadores de funciones a disposición en el laboratorio. La impedancia de entrada de el circuito Notch diseñado le requiere el límite de corriente al generador y esto causa la limitación presente. Esta impedancia no fue calculada, pero se sabe que depende de la frecuencia. Sin embargo, no se encontraron frecuencias convenientes para evitar este efecto que permitiesen medir la respuesta del circuito. La causa se adjudica a los valores bajos de resistencia utilizados y la carga de los capacitores. En un futuro se debería considerar repetir el filtro con resistencias de mayor valor y capacitores más pequeños.

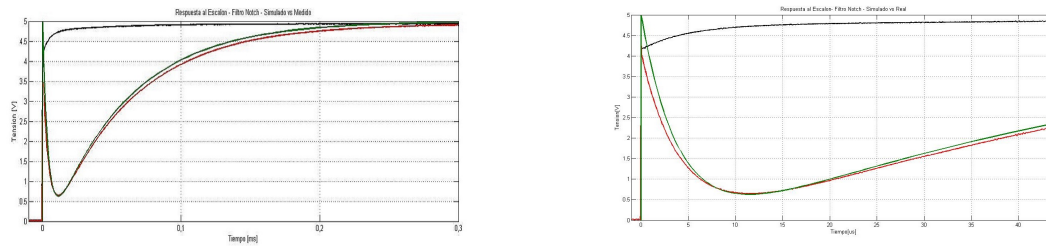


Figure 14: Contraste respuesta al escalon simulaciones (verde) vs medido (rojo). La señal negra es la entrada utilizada.

Notese en cualquier caso, que para todos los graficos presentes, hay un punto en el que todas las respuestas coinciden. Este es el minimo de la respuesta que se puede obtener derivando la expresi3n de la respuesta al escalon e igualandola a cero resolviendo la ecuaci3n. Se efectu3 este calculo con la ayuda de Maple17 y se obtuvo:

$$-\frac{\ln(7 - 4\sqrt{3})\sqrt{3}}{400000}$$

Este minimo representa la porci3n del escalon cuyos armonicos se encuentran dentro de la parte angosta alrededor de la frecuencia de corte.

2.4 Conclusi3n

Tras haber concluido la esta experiencia se puede reconocer ciertas pautas de importancia. Por un lado, se debe considerar los detalles que pudieron haberse mejorado. No se midieron en el analizador de impedancias los valores reales de los componentes, lo cual impidio un analisis m3s especifico de lo que la teoria habria esperado bajo esas circunstancias e impidio que se pudieran aislar dichos efectos en las comparaciones. No se tomo en cuenta ni en la teoria ni en las simulaciones los efectos de las puntas del osciloscopio durante la medici3n, dicho analisis pudo haber brindado claridad en las comparaciones y dado robustez a la experiencia. Por ultimo se debio haber considerado la impedancia de entrada y a traves del calculo asistido encontrado valores de componentes que no incidiesen en la comparaci3n del transitorio.

Por otro lado, se reconoce que esta concordancia tan cercana entre realidad y teoria es fruto de muchas coincidencias afortunadas, y el hecho de que el circuito pasivo no era muy complejo. Esta informaci3n puede ser una base util tanto para contrastar con circuitos que presenten desviaciones m3s graves que puedan provenir de multiples origenes y usarlo como ejemplo de como los desvios de los valores nominales afectan un circuito y tambi3n para recordar que tan bien logrados pueden llegar a estar los circuitos logrando confrontar las limitaciones de antemano.

3 FILTRO PASA-BAJOS

3.1 Introducción

Se comenzó el trabajo realizando una interpretación analítica y teórica del circuito dado (ver figura 15), de manera que permita observar si los resultados obtenidos en la experiencia del laboratorio coinciden o no con el análisis previamente realizado. Es importante para el estudio de un filtro realizar el análisis de la respuesta en frecuencia de éste y también de realizar diagramas espectrales de la señales de entrada y salida. Además, se analizó si éste puede o no comportarse como un circuito integrador.

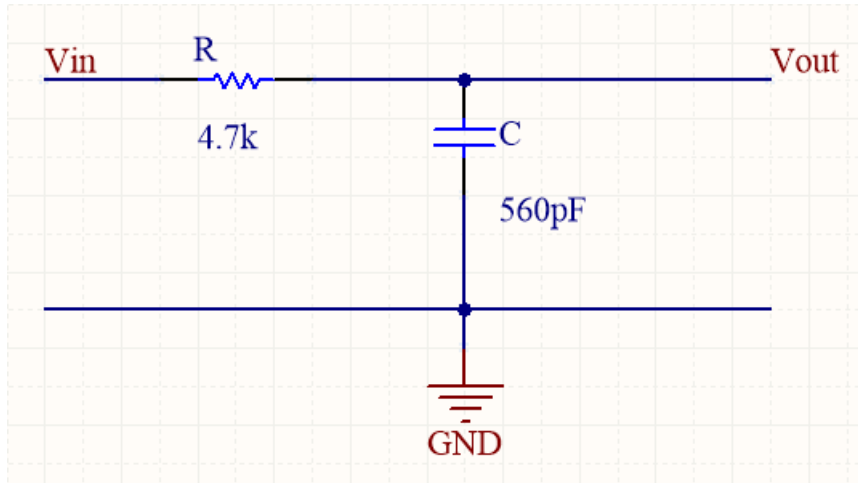


Figure 15: El circuito presentado es un filtro RC pasabajo de primer orden.

3.2 Analisis teórico

A partir del circuito dado en el trabajo (ver figura 15) se obtuvo la función de transferencia (ver formula 3), la cual corresponde a un filtro pasa-bajo de primer orden con un polo en $\omega_o = \frac{1}{RC} \Rightarrow f_o = \frac{1}{2\pi RC} = 60469Hz$. Se utilizó una resistencia de $R = 4.7k\Omega$ y un capacitor film de $C = 560pF$.

$$\frac{V_{in} - V_{out}}{R} - \frac{V_{out}}{\frac{1}{sC}} = 0 \Rightarrow H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + sRC} \quad (3)$$

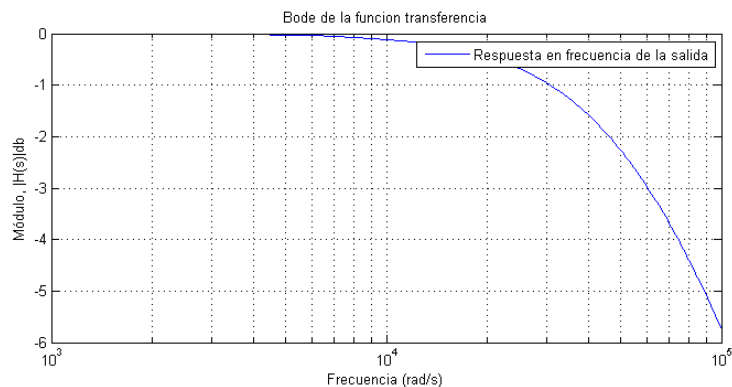


Figure 16: Bode de la funcion transferencia calculada del filtro.

A partir del hecho de que la señal de entrada es cuadrada (ver formula 4) se optó por obtener su

representación en Serie de Fourier (ver formula 5) debido a que ésta permite un estudio matemático mas completo y de mayor flexibilidad:

$$x(t) = 5 \prod\left(\frac{t - \frac{\tau}{4}}{\frac{\tau}{2}}\right) - 5 \prod\left(\frac{t - \frac{3\tau}{4}}{\frac{\tau}{2}}\right) \quad (4)$$

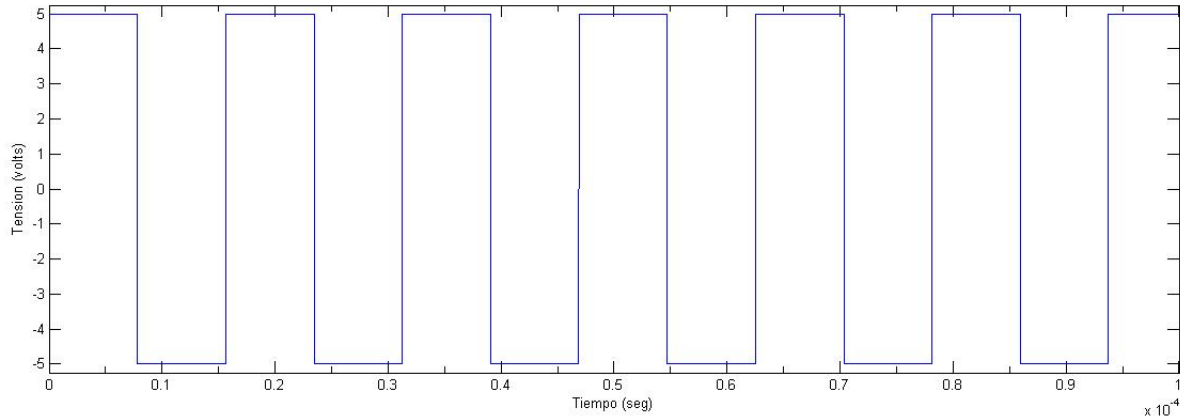


Figure 17: Representación gráfica de la onda cuadrada a $10V_{pp}$ a $64k\text{ Hz}$.

Sabiendo que esta es una señal impar se obtiene su serie trigonométrica de Fourier:

$$a_o = a_n = 0$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_o}^{t_o+T} x(t) \sin(n\omega_o t) dt = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} x(t) \sin(n\omega_o t) dt$$

Como esta señal es periódica se puede descomponer de la siguiente manera:

$$x(t) = \begin{cases} 5 & , 0 < t < \frac{T}{2} \\ -5 & , \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$

$$x(t) = x(t + T)$$

Por lo cual utilizando esta nueva definición, se buscan sus coeficientes de la Serie de Fourier:

$$b_n = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} 5 \sin(n\omega_o t) dt = \frac{20}{T} \cos(n\omega_o t) \frac{-1}{n\omega_o} \Big|_0^{\frac{T}{2}} = \frac{20}{(2k+1)\pi} \quad / n \text{ es impar}$$

$$X_n = \frac{-jb_n}{2} = \frac{10}{j\pi(2k+1)}$$

$$x(t) = \sum_{n \in N} X_n e^{j2\pi f n t} = \sum_{k \in N} \frac{10}{j\pi(2k+1)} e^{j2\pi f(2k+1)t} \quad (5)$$

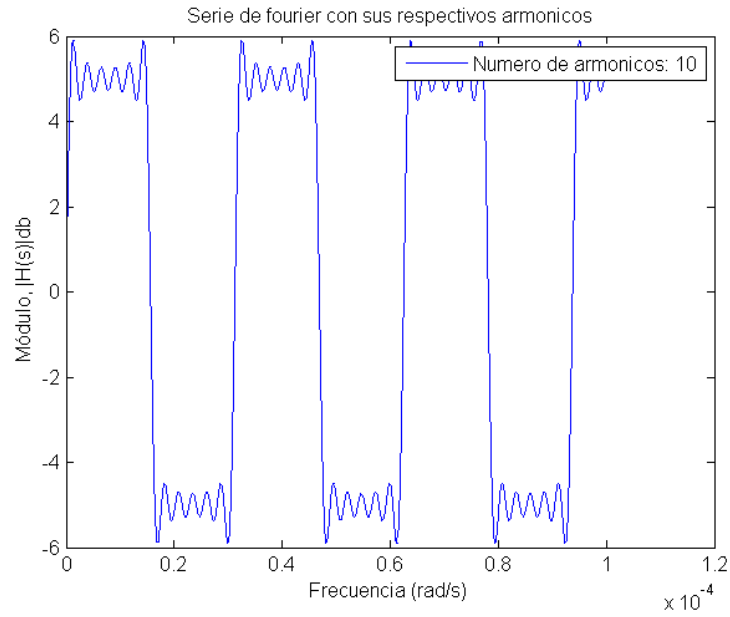


Figure 18: Serie de Fourier de la onda cuadrada con sus respectivos armónicos.

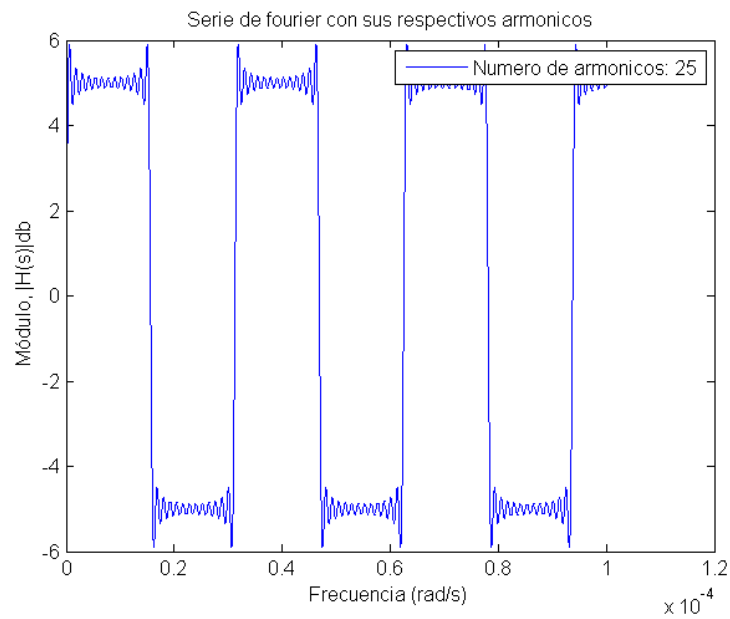


Figure 19: Serie de Fourier de la onda cuadrada con sus respectivos armónicos.

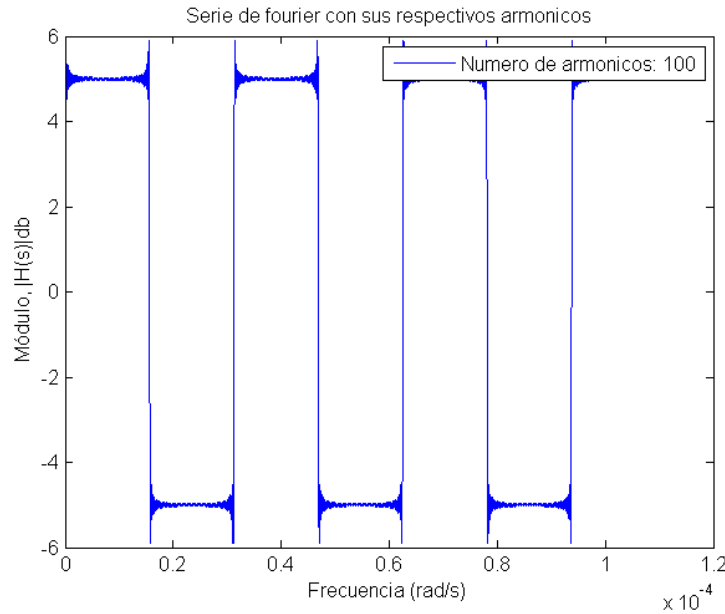


Figure 20: Serie de Fourier de la onda cuadrada con sus respectivos armónicos.

Para poder observar y analizar la salida de la señal de entrada analíticamente, se requiere hacer un producto de convolución de la señal de entrada con su respuesta impulsiva. Por este motivo se realizó la transformada de Fourier del mismo llegando a la expresión matemática 6.

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} \Rightarrow Y(f) = H(f)X(f) = \mathcal{F}[y(t)]_{(f)} = \mathcal{F}[x(t) * h(t)]_{(f)} \quad (6)$$

$$Y(f) = H(f)X(f) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{X_n}{1 + j2\pi f n RC} \delta(f - n f_o)$$

$$X_n = -j \frac{b_n}{2} = \frac{10}{j\pi(2k+1)} \Rightarrow Y(f) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \frac{10}{j\pi(2k+1)} \frac{1}{(1 + j2\pi f RC(2k+1))} \delta(f - (2k+1)f_o)$$

Utilizando el módulo de los coeficientes de éstos, es posible analizar el espectro en frecuencia de las señales dadas (ver ecuación 7).

$$Y_n = \frac{10}{j\pi(2k+1)} \frac{1}{(1 + j2\pi f RC(2k+1))} \Rightarrow |Y_n| = \frac{10}{\sqrt{(\pi(2k+1))^2 + (2RC\pi^2(2k+1)^2)^2}} \quad (7)$$

Como se obtuvo el módulo de los coeficientes de Fourier de la señal de entrada y de salida se graficó el diagrama espectral de las mismas (ver figura 21).

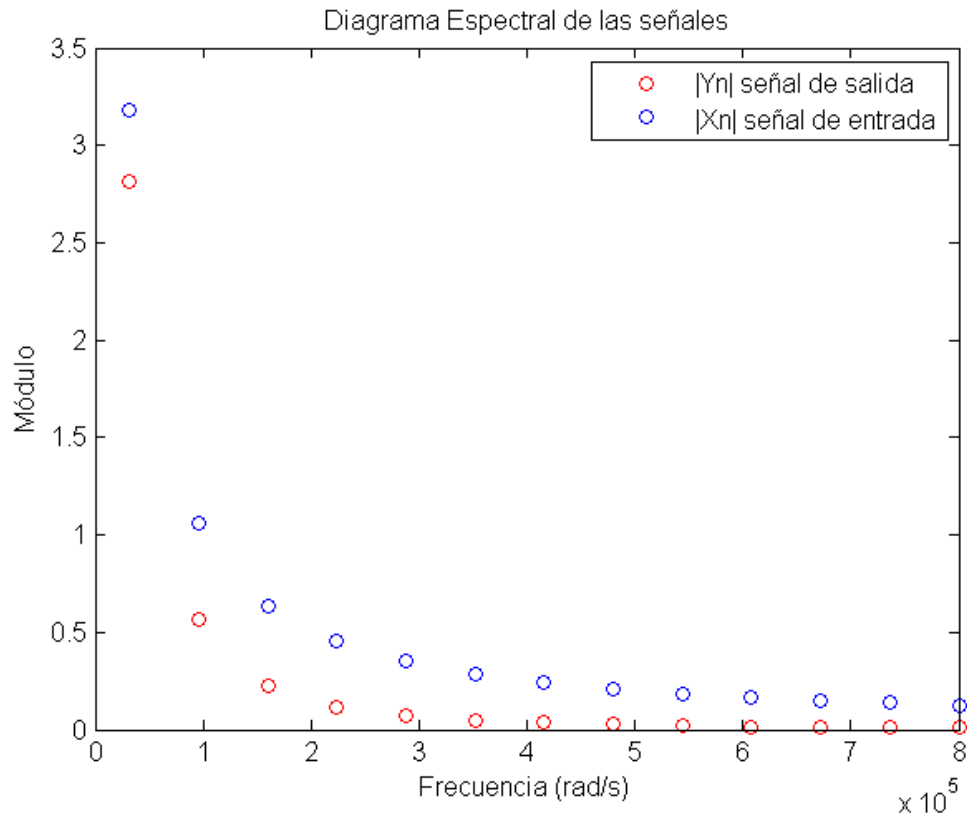


Figure 21: Diagrama espectral de las señales de entrada y salida.

Una vez concluido el análisis matemático se realizó una simulación del circuito usando el programa LTspice obteniendo la figura 22. Analizando ésta, se puede observar el filtro pasabajo de primer orden cuyo polo se encuentra en $\omega_o = \frac{1}{RC} = 379939 \frac{rad}{s}$; Este filtro le genera un cambio de fase de 90° a la señal.

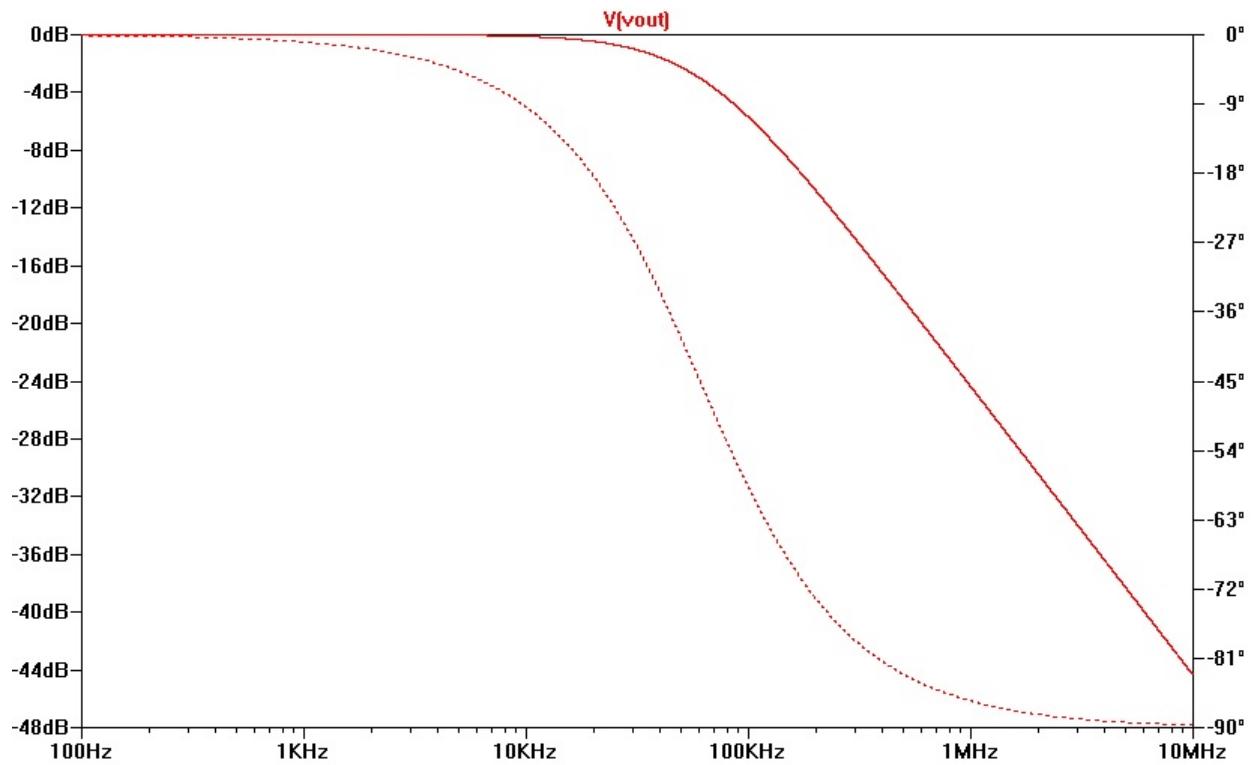


Figure 22: Simulación del Bode en LTSpice del filtro RC pasa bajos. La representación de la fase está dada por el trazo punteado y la caída en decibeles por el trazo continuo.

Se realizó utilizando MATLAB un diagrama espectral teórico de los componentes de la señal de entrada y se lo superpuso con la respuesta en frecuencia del filtro (ver figura 23).

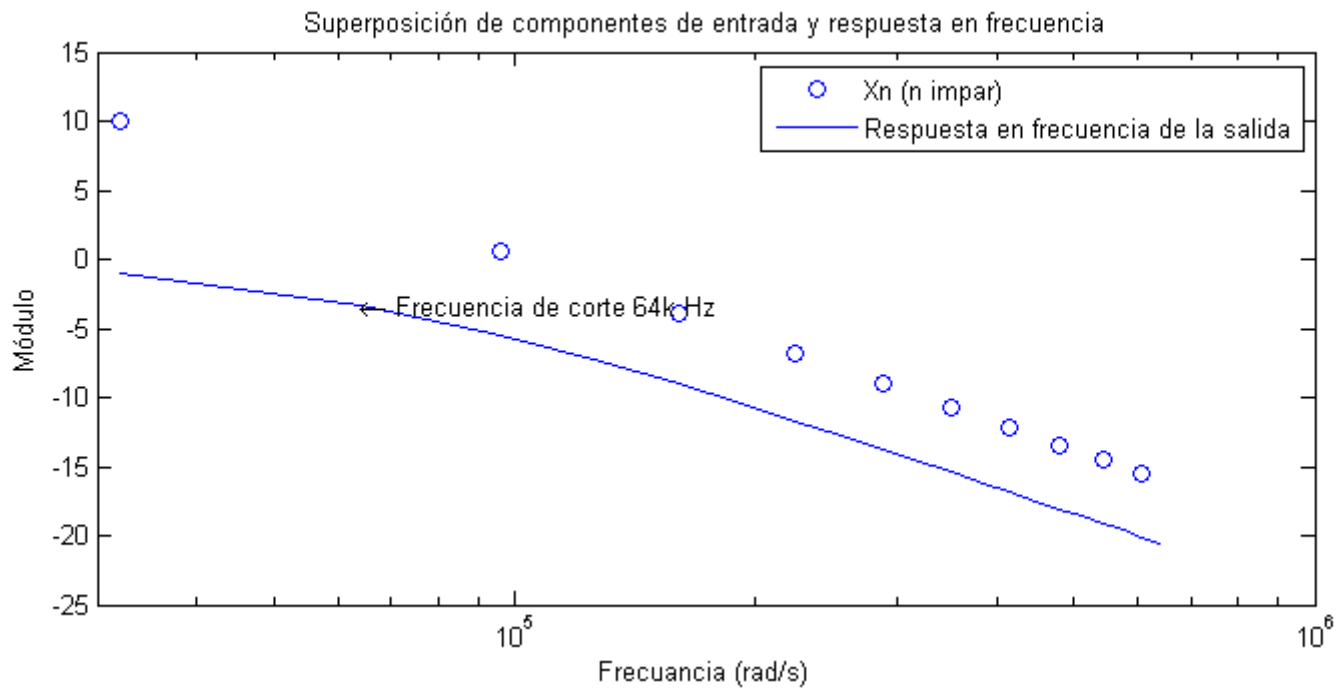


Figure 23: Superposición espectral teórica de los componentes de la señal de entrada y de la respuesta en frecuencia del filtro.

3.3 Análisis de mediciones

Para finalizar se procedió a construir el circuito en una protoboard, en la cual se tuvo la precaución de solamente conectar los pines de los componentes en el nodo común, realizando las mediciones de las señales fuera de la protoboard sobre los terminales. De esta forma se redujeron las capacitancias y resistencias no deseadas de la protoboard. Se continuó con el análisis del funcionamiento del mismo mediante la utilización de un osciloscopio.

3.3.1 Optimización del circuito

El circuito se comporta de forma aproximada a los resultados obtenidos en la simulación y análisis teórico. Observando los gráficos 26 (a una frecuencia baja de $f=640\text{Hz}$), la función cuadrada del generador no sólo tiene un transitorio propio de la cuadrada, sino que además la señal cuadrada utilizada tarda en estabilizarse. Esto se debe a que la resistencia del pasa-bajos es lo suficientemente comparable a la resistencia del generador de 50Ω dando como resultado que el filtro utilizado le introduce una carga al generador. Este efecto se produce de forma más notoria con los primeros valores que se tomaron para hacer el filtro ($R=1.2\text{k}$ y $C=2.2\text{nF}$). Debido a ello se decidió buscar valores que disminuyeran este efecto sobre la fuente de alimentación, pero que no modificaran el circuito dado por las capacitancias parásitas de los cables del generador de funciones y las puntas del osciloscopio. Una vez disminuido el efecto del filtro sobre el generador de funciones se procedió a hacer las mediciones de comportamiento del mismo.

Luego de realizadas dichas mediciones y con el circuito armado sobre la protoboard se midió la frecuencia de corte real del filtro, que arrojó un resultado aproximado de 60k Hz . Se evaluó armarlo en una placa perforada para que su valor se aproxime al teórico, pero cuando se volvieron a realizar las mediciones, la frecuencia de corte bajó a 54k Hz . Se dedujo que las capacitancias parásitas y resistencias dentro de la protoboard compensaban la idealización de los componentes utilizados, como por ejemplo del capacitor. No está de más aclarar que se soldaron los pines entre los dos resistores que se utilizaron, buscando evitar conectar éstos dentro de la protoboard. Otra de las suposiciones que se logró verificar cuando la frecuencia de corte bajó a 54k Hz , utilizando los valores $R = 4700\Omega$ y $C=560\text{pF}$, fue que, debido a que las puntas de los osciloscopios utilizadas para realizar las mediciones tienen una capacitancia conectada en paralelo de aproximadamente $C_{probe} = 10\text{pF}$, y que este valor era comparable a los utilizados, modificaba el valor del filtro construido. Por este motivo se utilizó un modelo más aproximado del capacitor, con un valor de mayor, para calcular los valores de los componentes nuevos utilizando el analizador de impedancias del laboratorio de electrónica, lo que arrojó los siguientes valores teóricos e idealizados $R_{total} = 327.5 + 2205 = 2532.5\Omega$ $C_{real}=0.99\text{nF}$ $R_C = 161290\Omega$ (ver figura 24). Al tener un circuito equivalente, se tuvo que buscar una nueva expresión de la función transferencia del filtro dado en 8. Una vez realizadas las mediciones con estos nuevos valores se obtuvo una frecuencia de corte de $f_o=63139\text{ Hz}$.

$$H(S) = \frac{\frac{R_{total}}{R_{total}+R_C}}{1 + S \frac{R_{total}R_C}{R_{total}+R_C}} \quad (8)$$

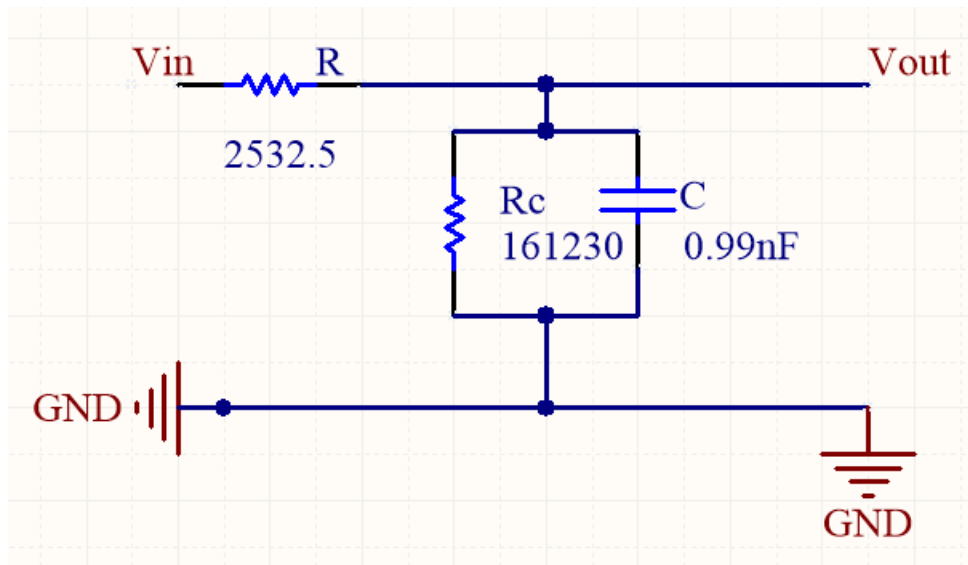


Figure 24: Circuito RC dado con el circuito equivalente del capacitor.

Se comprobó el adecuado funcionamiento del filtro a baja frecuencia $f_o = 640\text{Hz}$ (ver figuras 25 y 26). Además, se ajustó ésta a una frecuencia igual a la mitad de la frecuencia de corte del filtro ideal (ver figura 27). Como se puede observar, la frecuencia real del filtro esta desplazada por $\Delta f = 861\text{Hz}$ y no coincide exactamente con los valores medidos en la teoría. Esto se debe principalmente a la idealización de los valores de la resistencia y capacitor (ver tabla de valores).

Componente	Ideal	Real (medidos con el analizador de impedancias)
Resistencia ($R//R_c$)	2486.8Ω	2532.5Ω
Capacitor	1nF	0.99nF

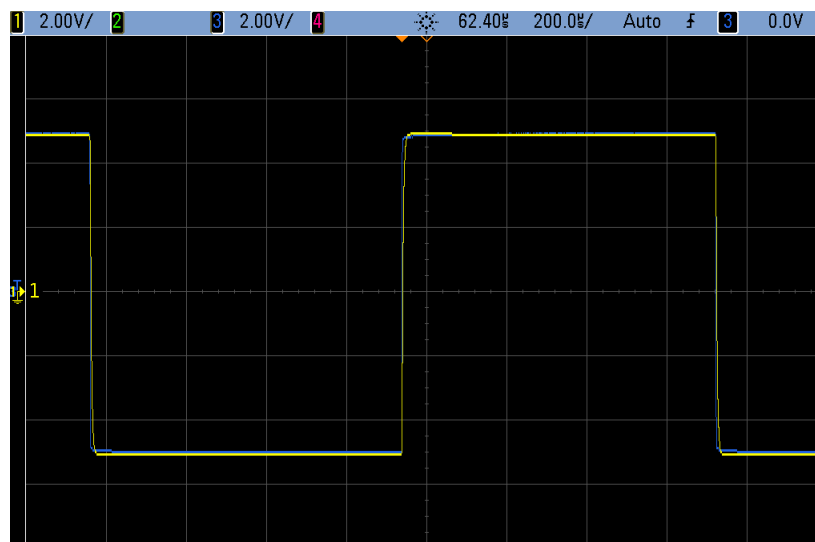


Figure 25: Medición de la señal de entrada a 640 Hz (azul) y señal de salida (amarillo). Se puede observar a una distancia alejada donde no se aprecia el transitorio de la señal de entrada.

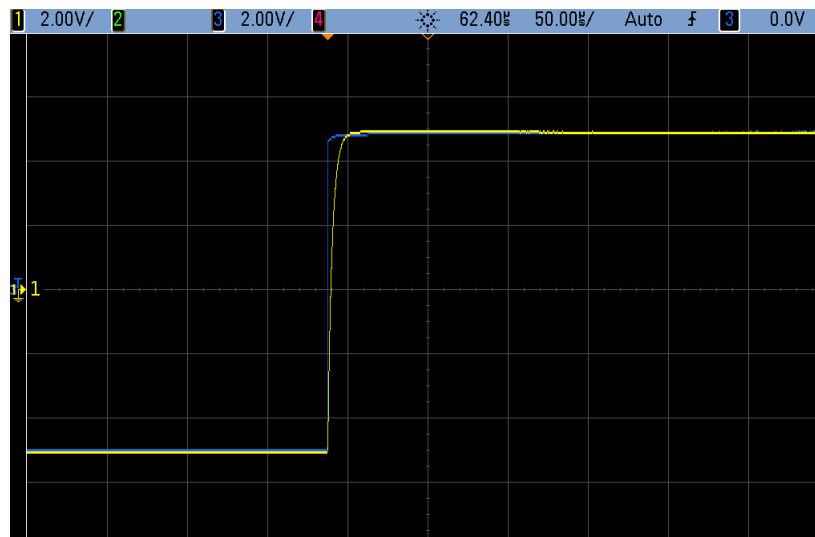


Figure 26: Medición de la señal de entrada a 640 Hz (azul) y señal de salida (amarillo). Se puede observar a una distancia cerca donde se aprecia el transitorio de la señal de entrada.

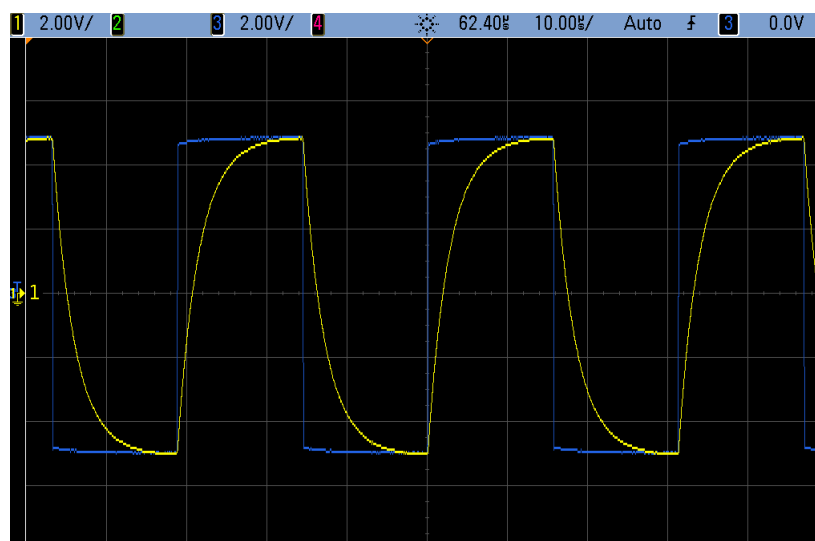


Figure 27: Imagen tomada del osciloscopio de la señal de entrada (azul) y la señal de salida (amarillo) a 32k Hz.

Una vez realizadas todas las mediciones, poniendo énfasis alrededor de la frecuencia de corte, se procedió a representar el bode y fase del filtro (ver figuras 28 y 29). Observando el bode, éste se aproxima al teórico y, en cambio, la fase contiene sobrepicos causados por la variación de las puntas conectadas a los componentes.

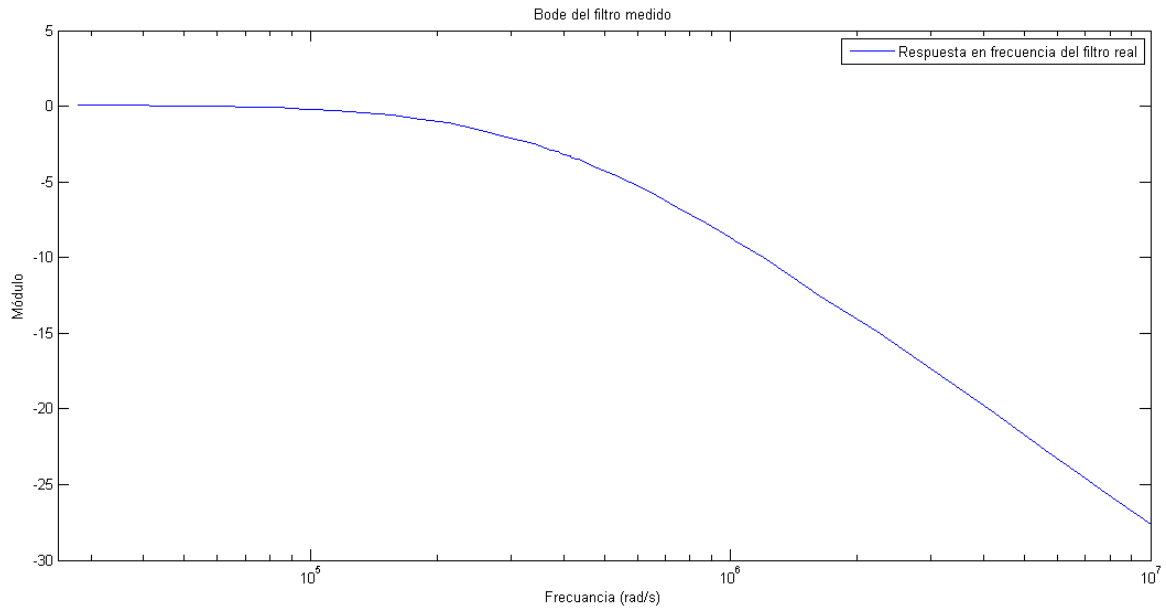


Figure 28: Bode del filtro real tomando los valores de las mediciones.

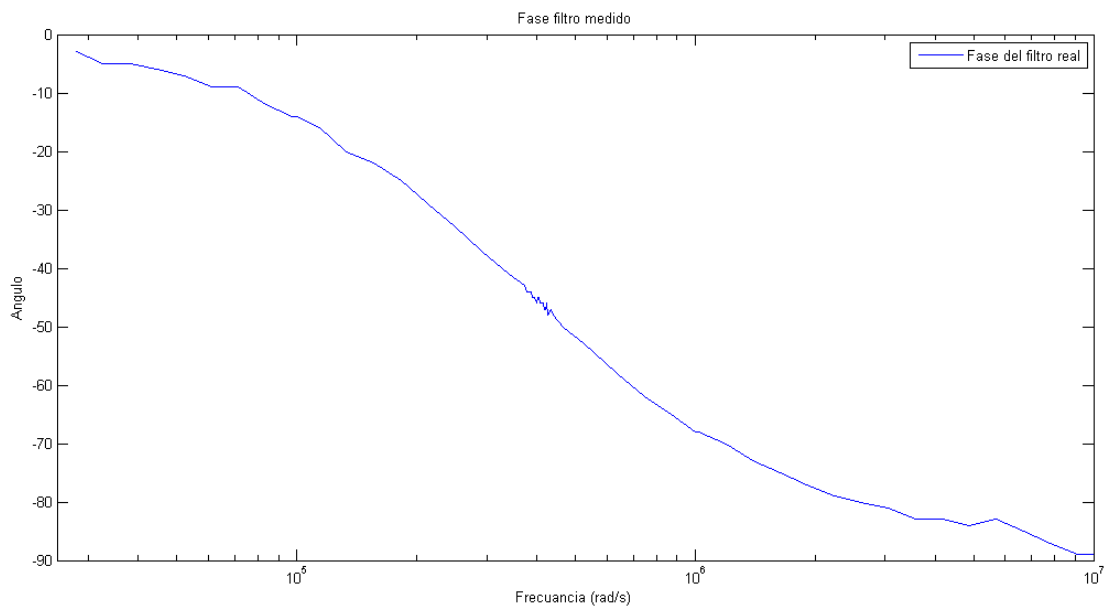


Figure 29: Fase del filtro real tomando los valores de las mediciones.

3.3.2 Comparación del filtro a 640 Hz y 32k Hz

Para señales cuadradas con frecuencias muy bajas con respecto a la frecuencia de corte del filtro (640 Hz), el efecto del mismo sobre la señal es bajo, dado que idealmente los 10 primeros armónicos de la señal no se ven atenuados por el pasa bajos. Sin embargo, a medida de que los armónicos están más cerca de la frecuencia de corte, se ven más afectados por un desplazamiento de la fase (ver figuras 25 y 26). Para una frecuencia de 32K Hz idealmente la frecuencia de corte coincide con el primer armónico de la señal, por lo cual, el filtro atenúa ampliamente los armónicos de alta frecuencia de la señal cuadrada distorsionando la

salida (ver figura 30).

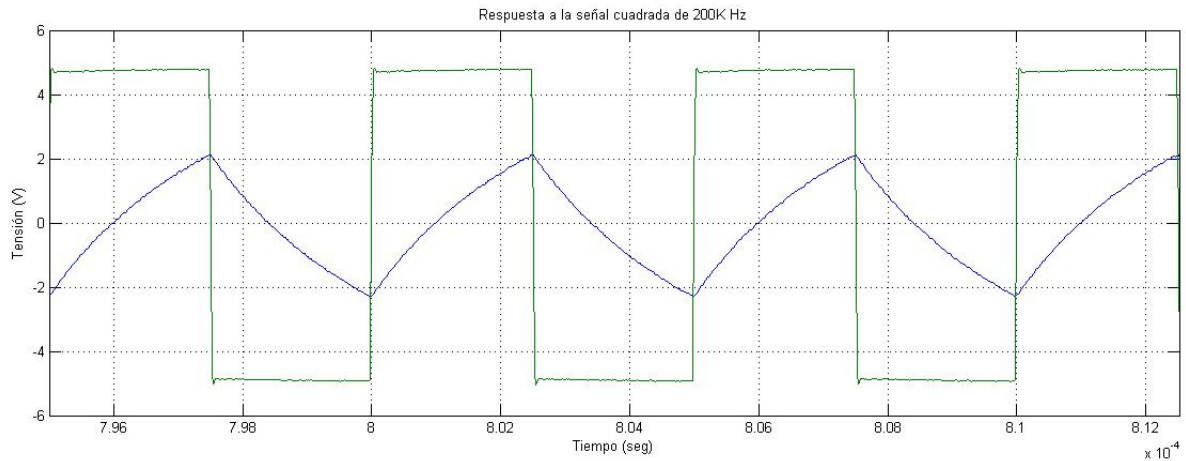


Figure 30: Respuesta del filtro a una señal cuadrada de 32k Hz. Señal de entrada (rojo) y señal de salida (azul).

3.3.3 Utilización del filtro como integrador

Además se evaluó el comportamiento para frecuencias superiores a la frecuencia de corte del filtro, llegando la conclusión de que el mismo se puede usar como un circuito integrador pero con algunos recaudos. Se debe tener en cuenta que el filtro funcionará aproximadamente como tal a partir de cierta frecuencia, ver figura 31. Como se observa en la figura 32 a esta frecuencia (350k Hz) la señal cuadrada entrante se integra y se obtiene a la salida una señal triangular. Es sumamente importante tener en consideración que cuando se supera cierto rango de frecuencias, en el cual éste funciona como integrador, la señal comienza a distorsionarse (ver figura 33).

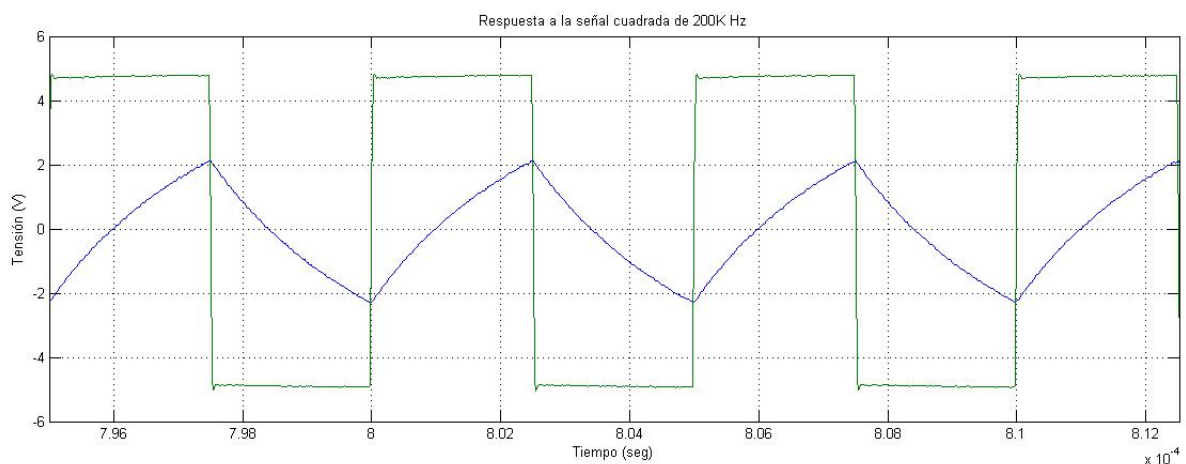


Figure 31: Respuesta del filtro a una señal cuadrada de 200KHz. Señal de entrada (rojo) y señal de salida (azul).

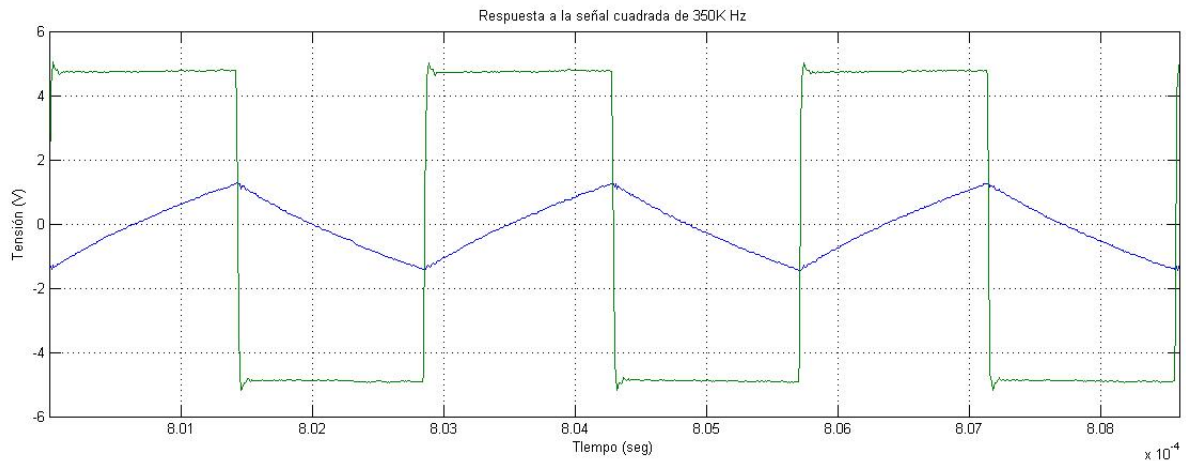


Figure 32: Respuesta del filtro a una señal cuadrada de 350KHz. Señal de entrada (rojo) y señal de salida (azul).

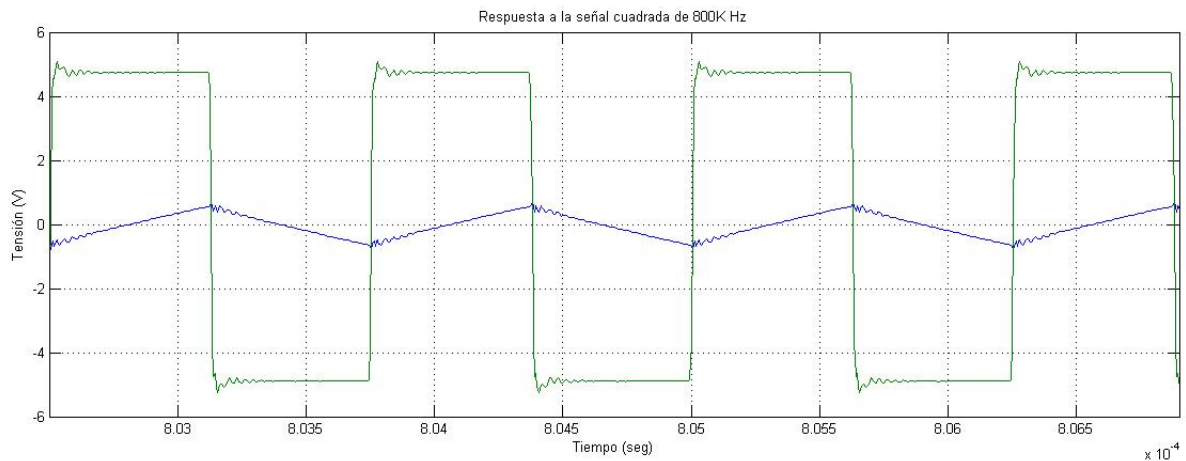


Figure 33: Respuesta del filtro a una señal cuadrada de 800KHz. Señal de entrada (rojo) y señal de salida (azul).

3.4 Conclusión

Luego de la realización de las experiencias previamente detalladas, se puede comprobar que los diferentes componentes elegidos para el circuito y sus respectivos valores no garantizan un comportamiento como se esperaría teóricamente. Es decir, si bien es posible obtener la frecuencia de corte analítica deseada a partir de la implementación de determinados componentes, en la práctica se logró comprobar que se debe optar por componentes cuyos valores hagan que los valores parásitos sean despreciables para que los mismos no afecten el comportamiento del filtro.

Además, con el análisis reflejado en los gráficos de la sección 3, resulta simple obtener las siguientes conclusiones: a) como la señal de entrada, es en este caso una onda cuadrada que tiene puntos en la cual presenta una discontinuidad de tipo salto, la suma parcial de la serie de Fourier describe una anomalía en la cual sobreestima o subestima el valor de la función. Por esta razón se pueden ver picos y oscilaciones en el entorno de este punto. Este efecto se conoce como efecto Gibbs ¹. b) Observando la Figura 7,

¹Efecto Gibbs <http://www.math.unm.edu/~crisp/students/kouroshMStthesis.pdf>

la representación gráfica de los armónicos, se observa cómo a medida que aumenta la frecuencia de la señal de entrada (azul) aumenta la atenuación a la salida (roja) debido a la presencia del filtro pasa-bajos estudiado. Por último, se comprobó que el filtro puede utilizarse como un circuito integrador dentro de un rango determinado de frecuencias altas. Es decir, para frecuencias altas se puede observar que la salida representa la integración de la señal de entrada; sin embargo, una vez pasado determinado valor de frecuencias, la señal de salida comienza a deformarse.

Luego de esta experiencia se puede destacar la importancia de considerar las resistencias y capacitancias parásitas dentro de las protoboard y en caso de utilizar valores pequeños de capacitores, tener en consideración la capacitancia de las puntas. También se destaca la adecuada utilización del analizador de impedancias, la cual requiere que se espere unos minutos (aproximadamente 15 minutos) hasta que éste pase el transitorio correspondiente llegando al equilibrio térmico propio de trabajo del instrumento para lograr una medición precisa. Además, es importante destacar que dependiendo de la precisión que uno quiere obtener deberá emplear, y tener en consideración muchas pautas que a simple vista resultan despreciables, como el desarrollo de los circuitos equivalentes de cada componente.

4 RESISTOR TOOL

4.1 Introducción

Muchas veces, la utilización de un solo componente para obtener un valor de resistencia o capacitancia no es suficiente, debido a que existen ciertos valores comerciales de dichos componentes y el valor deseado no es uno de ellos. Por eso, la combinación de más de un componente en diferentes configuraciones es una manera usual de obtener un valor de impedancia o capacitancia deseado, o al menos una aproximación suficientemente buena, con valores comerciales de éstos, y por ende, más accesibles.

Esta última experiencia consiste en la creación de una herramienta digital (función de MATLAB llamada ResistorTool) para la obtención de dichas configuraciones posibles, con dos componentes de valores comerciales tanto de capacitancias como de resistencias.

4.1.1 Consideraciones

ResistorTool trabaja con los valores comerciales de resistencias y capacitancias. Para las resistencias toma valores pertenecientes a las tolerancias de 2% y 5%, y devuelve como máximo tantas configuraciones posibles como se hayan solicitado. El motivo por el cual se decidió usar aquellos valores nominales es debido a la gran disponibilidad de aquellos valores.

4.2 Llamada de la función

```
>> PosiblesCombinaciones=ResistorTool(4790.5, 'ambas', 'R', 10)

PosiblesCombinaciones =

    'serie'      [4700]    [    91]    [1.0437e-04]
    'serie'      [4700]    [    82]    [   0.0018]
    'serie'      [3600]    [   1200]    [   0.0020]
    'serie'      [3300]    [   1500]    [   0.0020]
    'serie'      [3000]    [   1800]    [   0.0020]
    'serie'      [2400]    [   2400]    [   0.0020]
    'paralelo'    [5100]    [ 82000]    [   0.0023]
    'serie'      [4300]    [510.0000]    [   0.0041]
    'serie'      [3900]    [    910]    [   0.0041]
    'serie'      [4300]    [    470]    [   0.0043]
```

Figure 34: Ejemplo del llamado y retorno de la función ResistorTool.

4.2.1 Entrada

La función ResistorTool toma cuatro parámetros y devuelve una matriz de celdas de cuatro columnas y filas dependiendo de uno de los parámetros de entrada. Las entradas son explicadas a continuación:

Para el primero de los parámetros, el programa acepta un valor numérico para el valor de resistencia o capacitancia deseado y realiza una verificación de dicho valor, asegurándose de que éste sea numérico y mayor estrictamente a cero (0), dado que valores negativos carecen de sentido físico y el valor cero (0) carece de sentido para el programa, ya que implica la falta de componentes (solamente un cable ideal).

Como segundo parámetro, se toma una cadena de caracteres para determinar la topología solicitada. Para el caso serie, deberá ingresarse 'serie'; para el de paralelo, 'paralelo'; y cualquier otra entrada se asumirá como que cualquiera de las dos configuraciones puede ser usada. El programa verifica que la entrada sea de este tipo de dato.

Al igual que el parámetro 2, el tercero toma una cadena de caracteres, verifica el correcto tipo de dato, y determina los componentes a utilizar, a saber: 'C' para capacitancias y poder usar los valores comerciales de éstas y 'R' para resistencias. Cualquier otra entrada sera inválida y el programa dejará de ejecutarse.

Finalmente, se toma un valor numérico que define el tamaño en filas de la matriz devuelta. Es la cantidad de combinaciones diferentes solicitadas. Las combinaciones se presentarán en orden ascendente de error relativo.

4.2.2 Retorno del programa

El programa retornará las posibles configuraciones en la forma de una matriz de celdas (ver figura). Cada fila de la matriz representara una combinación diferente de componentes para lograr la aproximación. La primera columna de cada fila indica la topología usada para lograr la aproximación. La segunda columna es el valor del primer componente. La tercera columna es el valor del segundo componente. Finalmente, la cuarta columna es el error relativo de la aproximación.

Cabe destacar que, en el caso de que se soliciten una cantidad de combinaciones mayores a las que el programa se encuentra dispuesto a devolver, se obtendra una matriz con filas vacías.

4.3 Funcionamiento del programa

Para comprender el funcionamiento del programa, y facilitar su edición, se ha utilizado una función auxiliar (CS) la cual se explicará a continuación:

4.3.1 CS, función auxiliar

La función CS es necesaria para devolver un valor nominal cercano al valor solicitado del componente deseado, ambos pasados por parametro. Mediante el logaritmo en base diez del valor deseado se obtiene la década en la cual el programa buscará dicho valor. Luego se recorre un arreglo con valores comerciales del componente deseado y se obtiene un valor cercano al mismo. La proximidad del valor nominal retornado y el valor solicitado dependen de un parámetro extra, la proximidad. Si dicho parámetro es 1, se busca el valor nominal más cercano al solicitado, mientras que sea menor a éste. Si, en cambio, el parametro fuera 3, esto indicaria que se desea obtener el tercer valor nominal menor al solicitado más proximo a éste. Luego encontramos el caso del valor -1, lo cual indica que se requiere el valor nominal más cercano mayor al solicitado.

Finalmente, otro parámetro (topología) determina si se debe invertir el arreglo que contiene los valores nominales de resistencia o capacitancia (obteniendo así los valores nominales de admitancia y "capacitancia inversa"), lo cual permite al programa trabajar fácilmente con conexiones de resistencias en paralelo o de capacitores en serie. Tanto como para capacitancia en topología paralelo como para resistencia en topología serie, CS no invierte los valores comerciales. Recíprocamente, para resistencias o capacitancias en paralelo, invierte el arreglo con los valores comerciales.

4.3.2 ResistorTool, resistencia en serie

Cuando la topología solicitada es serie y el componente resistencia, distinguiremos los siguientes tres casos:

1. Aquel en que se aproxima al valor con un valor nominal mayor al deseado. Se llama a CS indicándole que se requiere el valor nominal mayor cercano al deseado (valor de -1 en la proximidad). Se almacena el valor en una matriz auxiliar de igual formato a la salida del programa. Luego se indica que el otro componente es cero (0), dado que cualquier otro valor aumentaría la resistencia obtenida. Finalmente, se calcula el error relativo y se almacena al igual que los otros dos valores. Se almacena también la topología 'serie' para dicha configuración.
2. Aquel en que se aproxima al valor con dos valores nominales mayores al deseado. Se llama a CS para obtener la aproximación nominal cercana al valor deseado, comenzando por un valor de proximidad de 1. Luego, se vuelve a llamar a CS pero esta vez con la diferencia entre la resistencia solicitada y la obtenida en el llamado previo; buscando obtener la aproximación nominal menor más cercana al valor deseado. Debe notarse que cuando la diferencia sea cero (0), la resistencia solicitada será exactamente un valor comercial, y se retornará que la otra resistencia deberá tener un valor de cero (0) y el error relativo será también cero (0). Se almacenan ambas resistencias, la topología serie y el error relativo. Este proceso se repite para valores de proximidad mayores, hasta llegar al valor de ocho (8). El motivo por el cual son ocho (8) llamados se debe a que al decrecer esta cantidad de veces en los valores nominales, se obtiene un valor menor o igual al encontrado al comienzo. El programa carece de sentido para valores menores a los de este caso, porque las aproximaciones ya no son las mejores posibles.
3. El tercer caso es similar al segundo, a excepción de que el segundo llamado de CS indica que se requiere una resistencia nominal mayor a la requerida. Como resultado, la resistencia total será mayor o igual a la solicitada en el llamado a ResistorTool.

Una vez almacenadas todas las configuraciones "candidatas" para la topología serie del valor de la resistencia deseada, se las compara entre sí, buscando el menor error relativo y son devueltas al programa aquellas configuraciones que presenten el menor error. Se ha tomado un valor arbitrario de 20% de error relativo como máximo devuelto por el programa, con el fin de no devolver valores ridículos como por ejemplo, el doble de la resistencia deseada.

4.3.3 ResistorTool, resistencia en paralelo

En caso de que la topología solicitada sea paralela, ésta es similar a la resistencia en serie, con las salvedades siguientes:

- Al cominezo, se invierte la resistencia solicitada y se trabaja con admitancias.
- El llamado de CS se hace de manera tal que se indica que se debe trabajar con admitancias.
- Si una sola admitancia es suficiente para formar la solicitada, la otra admitancia se guarda como infinito (debido a la disposición en paralelo).

En cuanto al resto del funcionamiento de este llamado, se comporta igual al llamado de la topología serie de resistencias. Separa en tres casos, guarda las configuraciones posibles y devuelve las mejores solicitadas a ResistorTool.

4.3.4 ResistorTool, cualquier topología

En el caso de que se llame a la función sin indicar topología, ésta se llama a sí misma dos veces, solicitando ambas, obteniéndose ambas matrices de devolución del programa hasta ahora explicadas. Concatena dichas matrices y devuelve finalmente los valores que presenten menor error relativo.

4.3.5 ResistortTool, capacitancias

El cálculo de capacitancias es igual al de resistencia a excepción de que el llamado de CS se ejecuta con la indicación de que los componentes a tratar son capacitancias. El caso de capacitancia en serie es análogo al caso de resistencias en paralelo, en el ámbito que se debe invertir el valor de capacitancia solicitada, e invertir los valores de los componentes una vez hallados.

4.4 Conclusión

4.4.1 Limitaciones de ResistorTool

Si bien el programa es de gran utilidad, no carece de limitaciones. Estas son que ResistorTool:

- Solo aproxima con valores nominales de 2% y 5% para resistencias.
- No efectúa cálculos de propagación de errores. Por ende, el programa considerará, por ejemplo, el paralelo de 16Ω y 240Ω como una excelente aproximación al valor de 15Ω , si bien el error que puede presentarse por usar una resistencia de 240Ω es elevado.
- No distingue valores prácticamente imposibles, ni considera que hay un límite a los valores comerciales de resistencias y capacitancias. Por ejemplo, el programa permite calcular configuraciones para obtener capacitancias del orden de los kilofaradios, utilizando capacitancias de kilofaradios, si bien son valores inaccesibles.
- Se encuentra limitada al uso máximo de dos componentes para la obtención del valor.

4.4.2 Utilización

En conclusión, debido a las limitaciones de ResistorTool, ésta se encuentra diseñada para el uso inteligente, se presenta como una ayuda al ingenio adquirido por la práctica y no como un reemplazo de la misma. Se encuentra a cargo del usuario conocer, tanto las limitaciones del programa, como identificar casos extremos en que se comienza a perder el sentido práctico (capacitores demasiado elevados) y físico (resistencias del orden de los pico ohms).