

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

22.90 AUTOMACIÓN INDUSTRIAL

Trabajo práctico Final

Grupo 4

LAGO, Valentina	57249
MARTORELL, Ariel	56209
PARRA, Rocío	57669
REGUEIRA, Marcelo	58300

Profesores

ARIAS, Rodolfo Enrique
GHERSIN, Alejandro Simón
SOFIO AVOGADRO, Federico
SPINELLI, Mariano Tomás

Presentado: 11/11/2020

Índice

1. Introducción	2
1.1. Parámetros DH del manipulador	2
1.2. Ecuación en espacio de estados	2
2. Control de posición	3
2.1. Ecuación en espacio de estados cartesiano	3
2.2. Diagrama en bloques en Simulink del controlador	3
2.3. Coordenadas en espacio de Joint a Coordenadas en espacio cartesiano	4
2.4. Elección de las constantes Kp y Kv	4
2.5. Desplazamiento del end effector del punto (1;-1) al punto (1;1)	4
2.5.1. Ángulos de Joint en función del tiempo	5
2.5.2. Posición deseada y real en espacio cartesiano en función del tiempo	5
2.5.3. Posición deseada y real en espacio cartesiano en plano XY	6
2.5.4. Perturbación del modelo	6
3. Control de fuerza	8
3.1. Determinación de la posición inicial	8
3.2. Diagrama en bloques en Simulink del controlador	9
3.3. Elección de las constantes Kpf y Kvf	9
3.4. Control de Fuerza	10
3.4.1. Ángulos de Joint en función del tiempo	10
3.4.2. Posición real en espacio cartesiano	10
3.4.3. Fuerza de control deseada y ejercida	11
3.4.4. Perturbación del modelo	11
4. Control híbrido	13
4.1. Diagrama en bloques en Simulink del controlador	13
4.1.1. Ángulos de Joint en función del tiempo	14
4.1.2. Posición real en espacio cartesiano	14
4.1.3. Posición deseada y real en espacio cartesiano en plano XY	15
4.1.4. Fuerza de control deseada y ejercida	15
4.1.5. Perturbación del modelo	16

1. Introducción

En el presente trabajo práctico se realiza el control de posición, fuerza e híbrido de un manipulador robótico RR de dos links. Cada link tiene $1m$ de largo, masa unitaria concentrada al final del link y fricción unitaria.

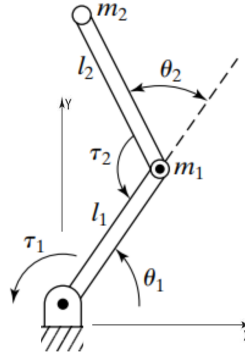


Figura 1: Manipulador RR

El manipulador se mueve únicamente en el plano (x, y) y la gravedad apunta en dirección $(-\hat{z})$

$$g = (0 \quad 0 \quad -g) \quad (1)$$

1.1. Parámetros DH del manipulador

i	α_{i-1}	a_{i-1}	θ_i	d_i
1	0	0	θ_1	0
2	0	L_1	θ_2	0
EE	0	L_2	0	0

1.2. Ecuación en espacio de estados

A partir de lo obtenido en la sección 1.1 y haciendo uso del script `Calculo_Tau_RR.m` en Matlab visto en clase, se obtiene:

$$\tau = M(\theta) \cdot \ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (2)$$

Siendo

- $M(\theta)$: Matriz de influencia de masas/inercia en vector de torques
- $V(\theta, \dot{\theta})$: Vector de influencia de términos centrífugos y de coriolis
- $G(\theta)$: Vector de influencia de la gravedad

2. Control de posición

2.1. Ecuación en espacio de estados cartesiano

El vector ficticio de fuerza-momento cartesiano \mathcal{F} que actúa en el end effector del manipulador es:

$$\mathcal{F} = M_x(\theta) \cdot \ddot{\chi} + V_x(\theta, \dot{\theta}) + G_x(\theta) \quad (3)$$

Donde:

$$M_x(\theta) = J^{-T}(\theta) \cdot M(\theta) \cdot J^{-1}(\theta) \quad (4)$$

$$V_x(\theta, \dot{\theta}) = J^{-T}(\theta) \cdot (V(\theta, \dot{\theta}) - M(\theta) \cdot J^{-1}(\theta) \cdot J^{-i}(\theta) \cdot \dot{\theta}) \quad (5)$$

$$G_x(\theta) = J^{-T}(\theta) \cdot G(\theta) \quad (6)$$

χ es el vector cartesiano que representa la posición y orientación del end effector.

Como no podemos hacer que se aplique una fuerza cartesiana al efector final; en vez de ello calculamos los momentos de torsión de articulación requeridos para balancear efectivamente el sistema:

$$\tau = J^T(\theta) \cdot \mathcal{F} \quad (7)$$

2.2. Diagrama en bloques en Simulink del controlador

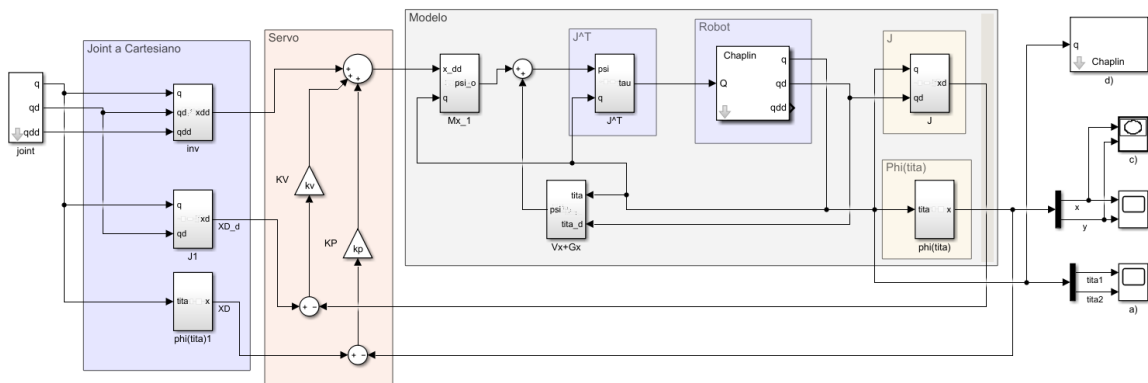


Figura 2: Control cartesiano en Simulink

2.3. Coordenadas en espacio de Joint a Coordenadas en espacio cartesiano

Para las coordenadas de posición, se utilizaron las funciones *fkine* y *T2xyz* del Robotic Toolbox de Peter Corke, como se muestra a continuación:

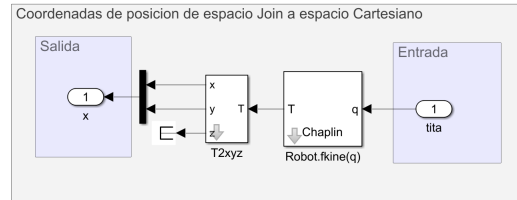


Figura 3: Coordenadas de posición de espacio Joint a espacio Cartesiano

Para la velocidad y aceleración, se utilizaron las formulas:

$$\dot{\chi} = J \cdot \dot{\theta} \quad (8)$$

$$\ddot{\chi} = \dot{J} \cdot \dot{\theta} + J \cdot \ddot{\theta} \quad (9)$$

2.4. Elección de las constantes K_p y K_v

Para simplificar el diseño de la realimentación, se considera el caso críticamente amortiguado, donde se verifica que:

$$K_v = 2\sqrt{K_p} \quad (10)$$

De manera que podemos elegir un valor para K_p y queda definido K_v . Se lo ajusta para que el sistema tenga una respuesta rápida en el tiempo que cambia la trayectoria (por defecto se deja en 10 segundos). Tomando entonces $K_p = 100$, nos queda $K_v = 20$.

2.5. Desplazamiento del end effector del punto (1;-1) al punto (1;1)

En coordenadas en espacio Joint esto equivale a mover nuestro end effector de la posición $\theta = [0, -\pi/2]$ a $\theta = [\pi/2, -\pi/2]$. Con estas coordenadas inicial y final se simula la evolución de los ángulos y posición en función del tiempo.

2.5.1. Ángulos de Joint en función del tiempo

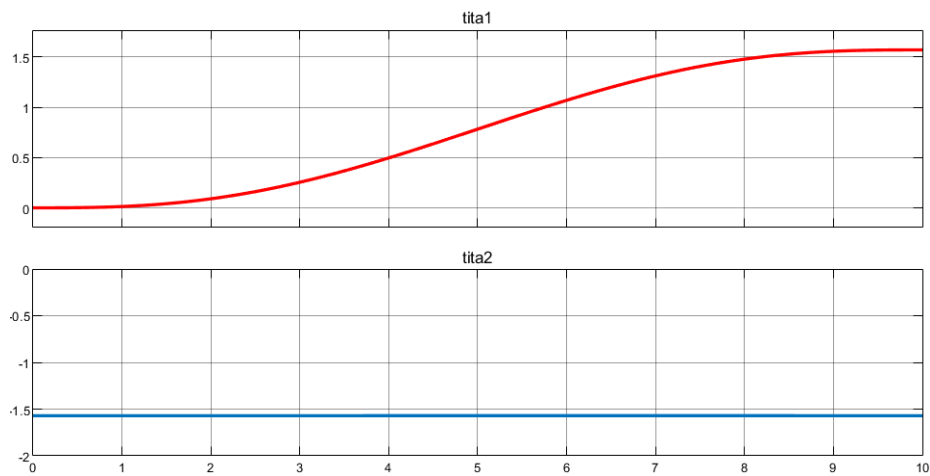


Figura 4: Ángulos de Joint en función del tiempo

Planteando la posición inicial con $\Theta = [0; -90^\circ]$, vemos que el movimiento efectuado para trasladarse de una coordenada a otra consta de rotar únicamente θ_1 en 90° , dado que el efector final ya quedaría en la posición final buscada. La idea de elegir esta posición inicial para los ángulos es evitar que un momento de la trayectoria se pase por $\Theta = [0; 0]$, dado que es una singularidad del sistema.

2.5.2. Posición deseada y real en espacio cartesiano en función del tiempo

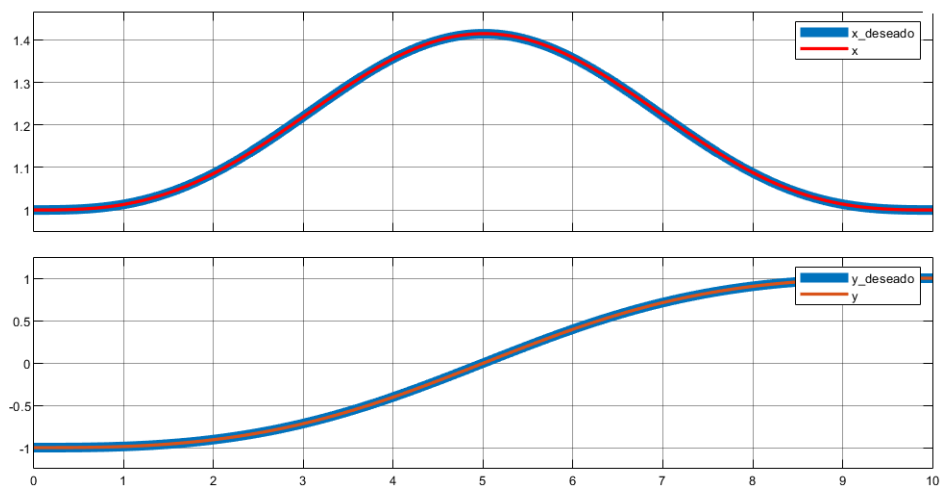


Figura 5: Posición en espacio cartesiano: Real VS Deseada

Vemos que para las constantes ajustadas, el modelo del robot sigue sin dificultad la trayectoria impuesta, dado que la cancelación de los términos no lineales es correcta.

2.5.3. Posición deseada y real en espacio cartesiano en plano XY

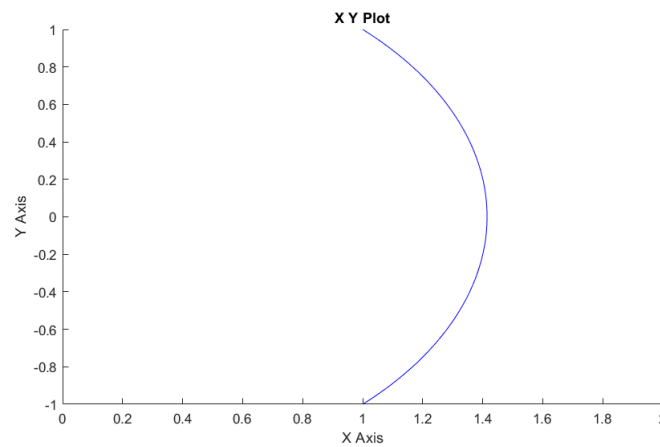


Figura 6: Posición en espacio cartesiano: Gráfica XY

En la gráfica vemos el recorrido que realiza el end effector, considerando que θ_2 no se mueve como mencionamos anteriormente, y sólo rota θ_1 . La trayectoria resultante es un arco de circunferencia.

2.5.4. Perturbación del modelo

Agregando una perturbación aleatoria del 80 % a la masa del motor y a la ubicación de ésta sobre los links, se genera un segundo modelo de robot que será el que ahora tomemos como "real", y el resto de los bloques no se modifican.

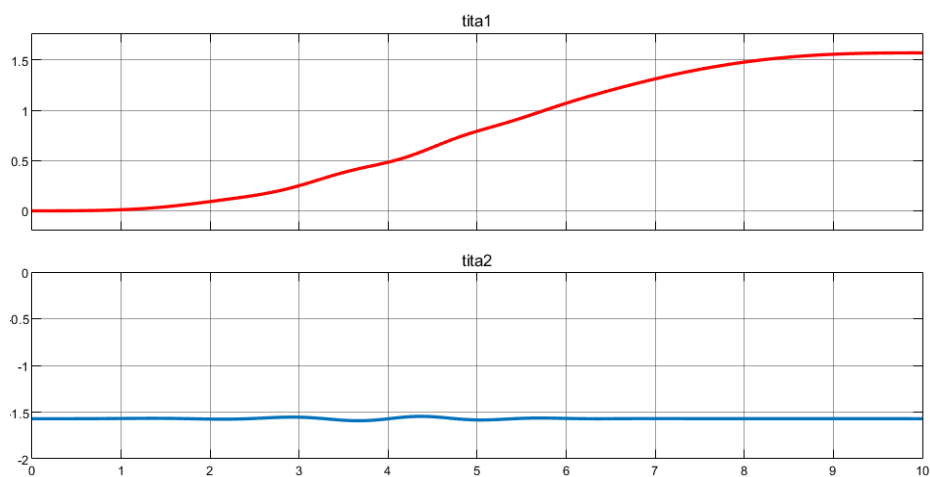


Figura 7: Ángulos de Joint en función del tiempo - Modelo perturbado

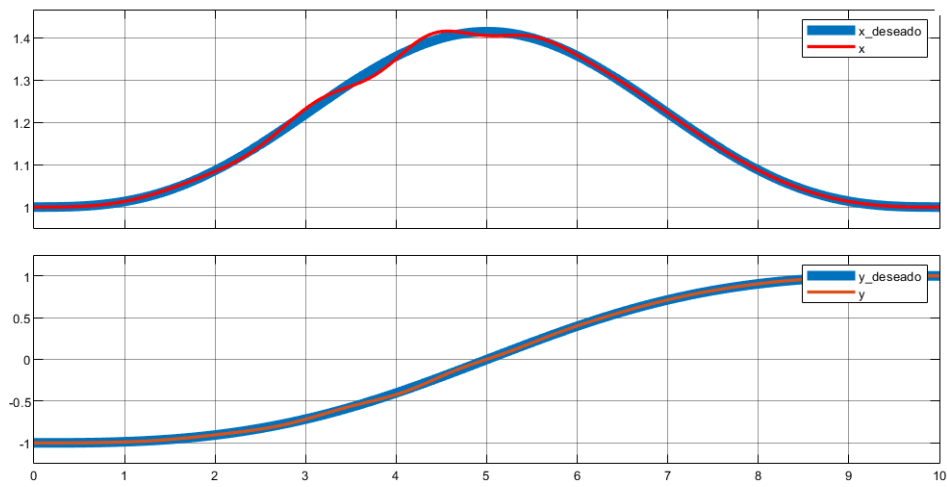


Figura 8: Posición en espacio cartesiano: Real VS Deseada - Modelo perturbado

Vemos en este caso que la gráfica resultante a la salida no es tan suave como en el caso ideal (modelo real igual al calculado), por lo que donde se tiene mayor variación de posición al inicio el end effector se desvía un poco de la trayectoria fijada, pero de todas maneras la posición final no cambia.

3. Control de fuerza

3.1. Determinación de la posición inicial

Como con este esquema de control no puede especificarse una trayectoria, se configurará la posición inicial del manipulador de forma tal que esté tocando la pared. Además, para que el modelo de fuerza sea lo más exacto posible, se buscará que la incidencia inicial sea normal.

Como sabemos que área de trabajo del primer joint es una circunferencia de radio $L_1 = 1$, este problema es equivalente a buscar un punto $p_0 = (x_0, y_0) = (\cos \theta_1, \sin \theta_1)$ en dicha circunferencia, cuya distancia a la recta definida por los puntos $p_1 = (x_1, y_1) = (2, 0)$ y $p_2 = (x_2, y_2) = (0, 2)$ sea $d = L_2 = 1$. Esto se ilustra en la Figura 9.

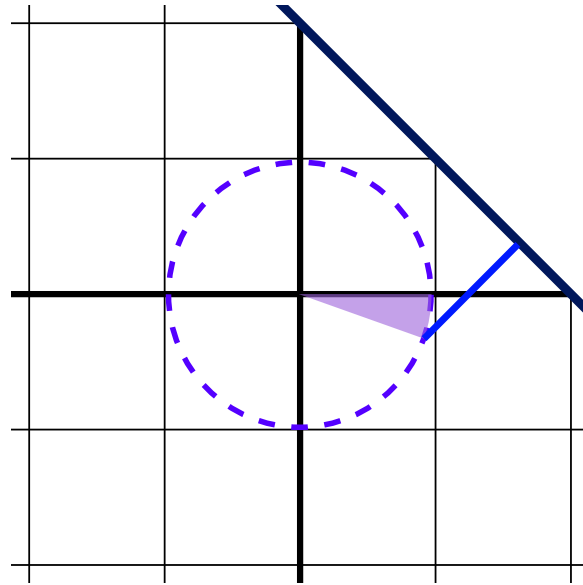


Figura 9: Problema a resolver para hallar la posición inicial requerida

Esta distancia se puede obtener con la siguiente fórmula¹:

$$\begin{aligned}
 d &= \frac{|(y_2 - y_1) \cdot x_0 - (x_2 - x_1) \cdot y_0 + x_2 \cdot y_1 - y_2 \cdot x_1|}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \\
 &= \frac{|2x_0 + 2y_0 - 4|}{2\sqrt{2}} = \frac{|x_0 + y_0 - 2|}{\sqrt{2}}
 \end{aligned} \tag{11}$$

Si se pide que esta distancia sea 1, de manera tal que el segundo link incida perpendicularmente sobre la pared, se obtiene que θ_1 debe cumplir:

$$\cos \theta_1 + \sin \theta_1 - 2 = \pm \sqrt{2}$$

Usando las propiedades trigonométricas de suma de cosenos y relación entre seno y coseno, se obtiene que:

$$\sqrt{2} \cdot \cos(\theta_1 - 45^\circ) = 2 \pm \sqrt{2}$$

¹Fuente: https://en.wikipedia.org/wiki/Distance_from_a_point_to_a_line

Una de las dos soluciones implica que el coseno sea mayor que uno, con lo cual se descarta. Sin embargo, tanto el ángulo obtenido de aplicar arcoseno como su opuesto son soluciones válidas. Se obtiene entonces:

$$\theta_1 = \pm \arccos(\sqrt{2} - 1) + 45^\circ = \begin{cases} 110.53^\circ \\ -20.53^\circ \end{cases} \quad (12)$$

El segundo resultado corresponde al ilustrado en la [Figura 9](#), y se elige arbitrariamente esta opción.

Habiendo determinado θ_1 , θ_2 se puede obtener trivialmente: como el ángulo entre el joint 2 el y el eje x es de 45° (la pendiente de la pared), se forma un triángulo debajo del eje x que tiene ángulos $|\theta_1|$, 45° y $180 - \theta_2$. Por lo tanto, $\theta_2 = 45^\circ + |\theta_1| = 65.53^\circ$.

En la simulación se verificó que dado al redondeo, el error numérico introducido causa que la posición inicial del end effector sea “adentro” de la pared, provocando que la fuerza inicial sea mayor que 0 pero menor que la deseada. Esto facilita el correcto funcionamiento del controlador.

3.2. Diagrama en bloques en Simulink del controlador

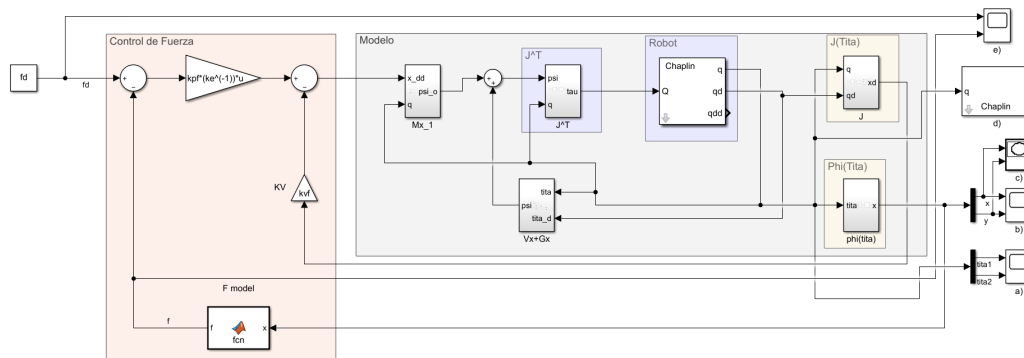


Figura 10: Control de fuerza en Simulink

3.3. Elección de las constantes K_{pf} y K_{vf}

Para simplificar el diseño de la realimentación, se considera el caso críticamente amortiguado, donde se verifica que:

$$K_{vf} = 2\sqrt{K_{pf}} \quad (13)$$

De manera que podemos elegir un valor para K_{pf} y queda definido K_{vf} . Se lo ajusta para que el sistema tenga una respuesta rápida en el tiempo que cambia la trayectoria (por defecto se deja en 10 segundos). Tomando entonces $K_{pf} = 100$, nos queda $K_{vf} = 20$.

3.4. Control de Fuerza

3.4.1. Ángulos de Joint en función del tiempo

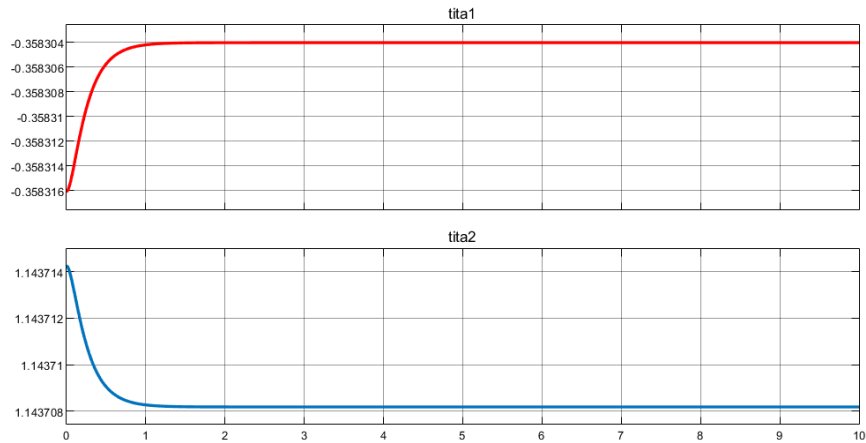


Figura 11: Ángulos de Joint en función del tiempo

El desplazamiento respecto a la posición inicial es muy pequeño. Lo importante a destacar en este caso no es los valores en sí, sino la forma de las curvas, que se corresponden al transitorio de la fuerza f_e de control, como veremos luego.

3.4.2. Posición real en espacio cartesiano

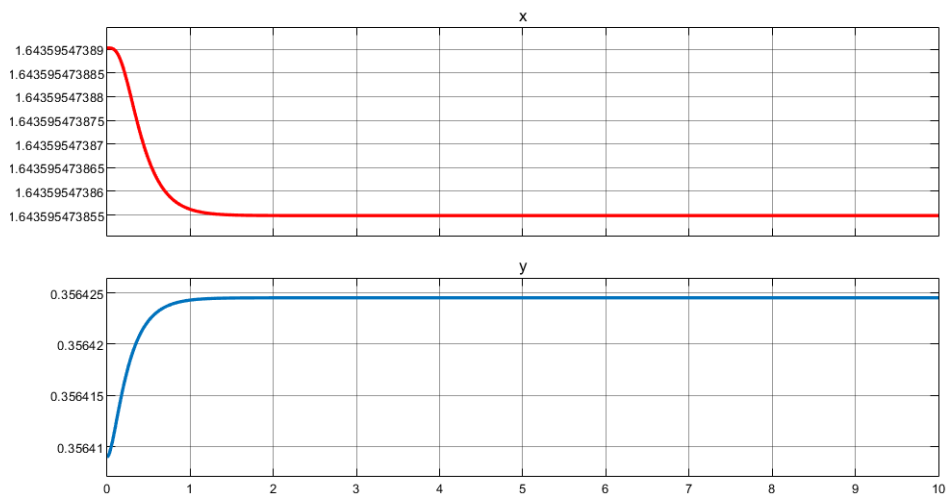


Figura 12: Posición en espacio cartesiano

Vemos de igual forma que para los ángulos de joint, que el desplazamiento es muy pequeño (por esto no sería representativo un diagrama en el plano xy), pero se corresponde al transitorio de la fuerza f_e de control.

3.4.3. Fuerza de control deseada y ejercida

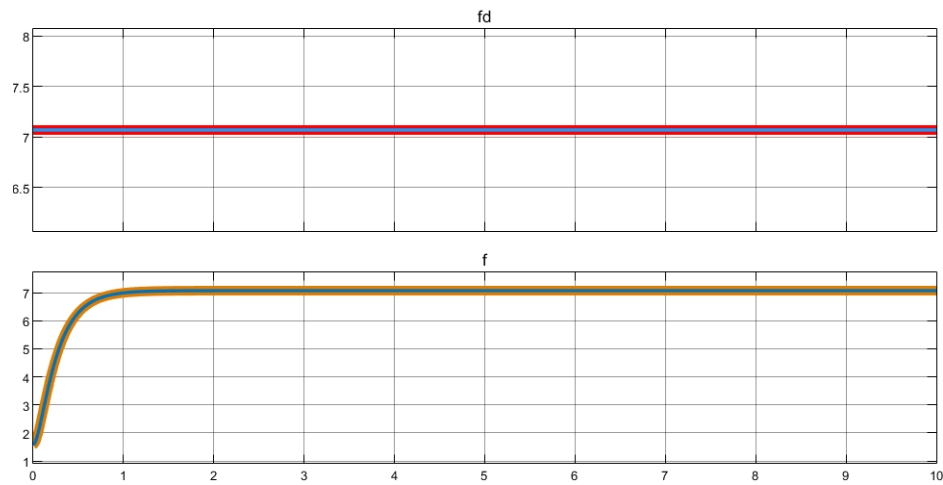


Figura 13: Fuerza deseada y ejercida por el manipulador

Vemos que la fuerza de control (cada componente de f_e) se establece en el valor de f_d correspondiente. Recordemos que el módulo de $f_d = 10N$ perpendicular a la pared, por lo que se descompone en sus componentes x e y . La respuesta es críticamente amortiguada (dado las constantes de realimentación elegidas previamente), y como se mencionó previamente este comportamiento lo vemos en las pequeñas variaciones de los ángulos de joint (y por ende, en las posiciones x e y).

3.4.4. Perturbación del modelo

Realizando una perturbación del 80% similar como en control de posición, se genera un segundo modelo de robot que será el que ahora tomemos como “real”, y el resto de los bloques no se modifican.

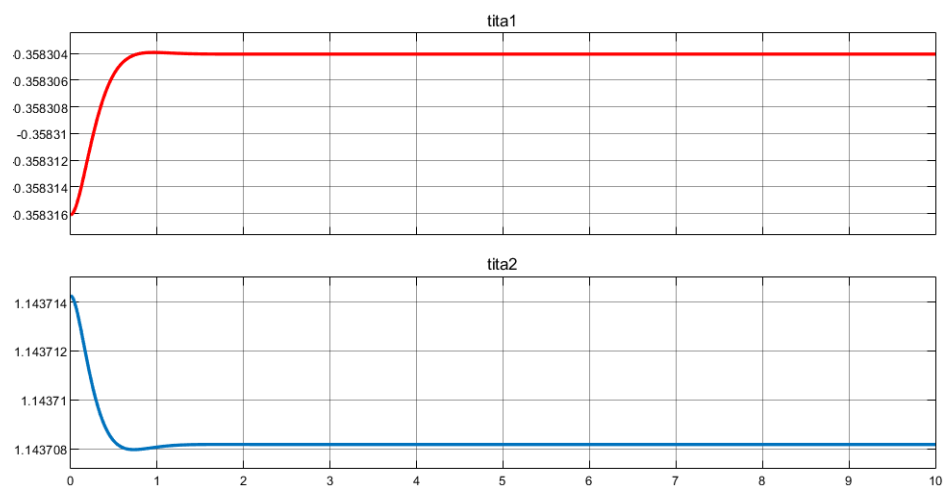


Figura 14: Ángulos de Joint en función del tiempo

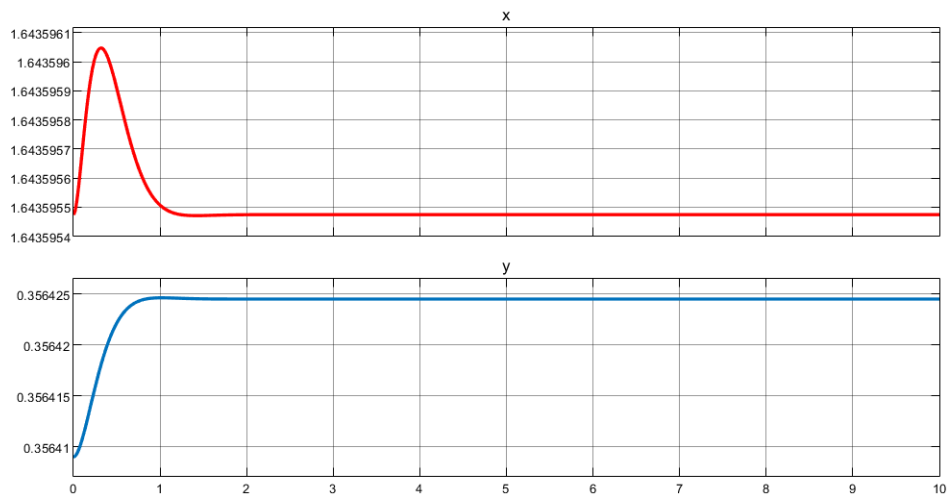


Figura 15: Posición en espacio cartesiano

Vemos nuevamente que los desplazamientos son pequeños, pero al tener el modelo del robot modificado, vemos que el tipo de respuesta cambia, pasando a ser subamortiguada.

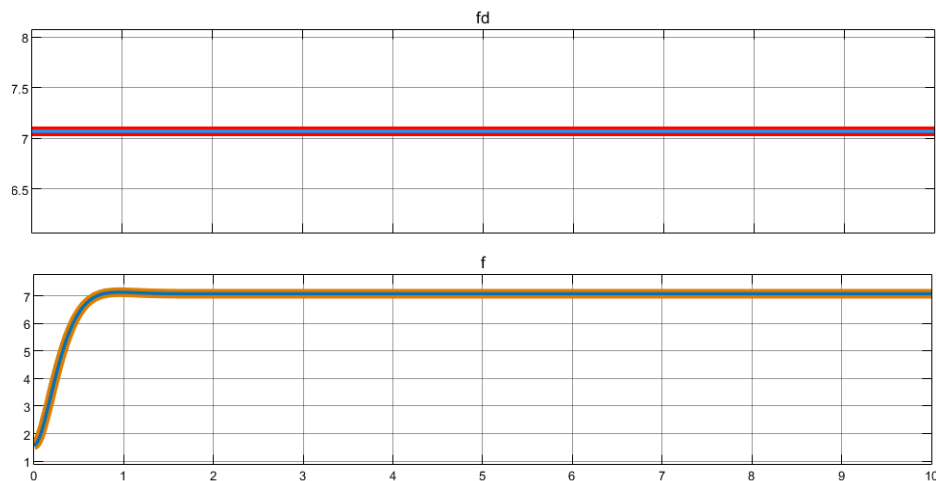


Figura 16: Fuerza deseada y ejercida por el manipulador

En el transitorio de la fuerza f_e , vemos que la respuesta pasó a ser subamortiguada debido a la perturbación sobre el modelo ideal. Las constantes de control estaban calculadas para régimen crítico, por lo cual es consistente que los polos se desplacen pasen a ser complejos conjugados.

4. Control híbrido

Para el control híbrido, se reutiliza nuevamente el modelo del robot desarrollado en la primer sección, y el control de posición y de fuerza tratados previamente, con ciertas modificaciones.

Para poder controlar fuerza por un lado y posición por el otro, se rotan los ejes cartesianos a un nuevo sistema donde se tiene un eje perpendicular a la pared (para el control de fuerza), y otro paralelo a la misma (para el control de desplazamiento).

Luego, al momento de sumar ambos controles, se los ubica en sus correspondientes ejes y se aplica la matriz de rotación previamente utilizada pero traspuesta, para volver a las coordenadas cartesianas e ingresar al sistema (modelo del robot).

4.1. Diagrama en bloques en Simulink del controlador

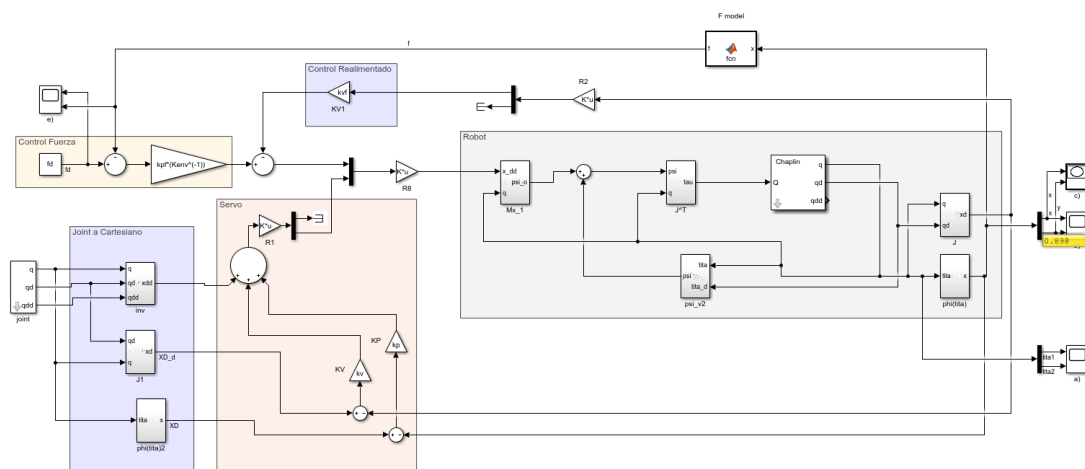


Figura 17: Control híbrido en Simulink

4.1.1. Ángulos de Joint en función del tiempo

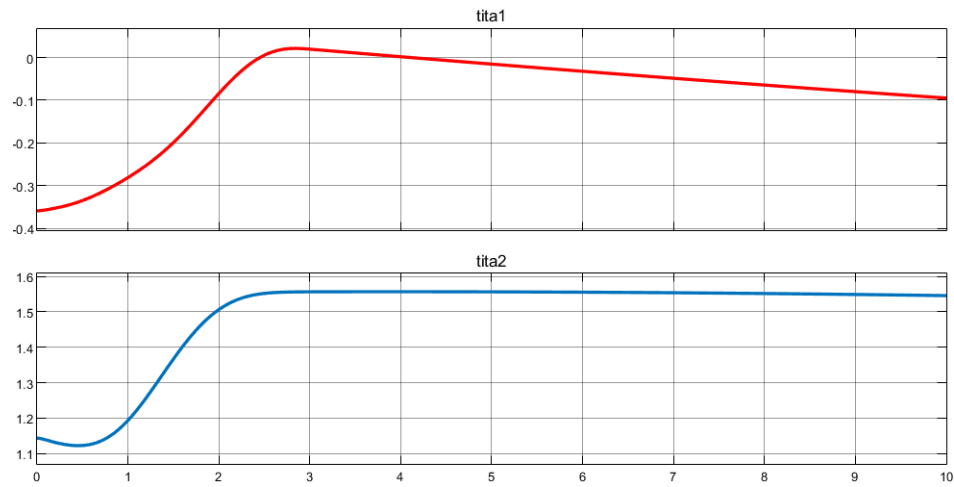


Figura 18: Ángulos de Joint en función del tiempo

El controlador logra alcanzar la posición final deseada satisfactoriamente en el tiempo especificado. A su vez, la fuerza ejercida por el manipulador alcanza el valor deseado antes de llegar al tiempo final de 3s.

Sin embargo, la posición final no permanece constante en el tiempo. En cambio, aparece un error tipo rampa que el controlador no es capaz de contrarrestar.

4.1.2. Posición real en espacio cartesiano

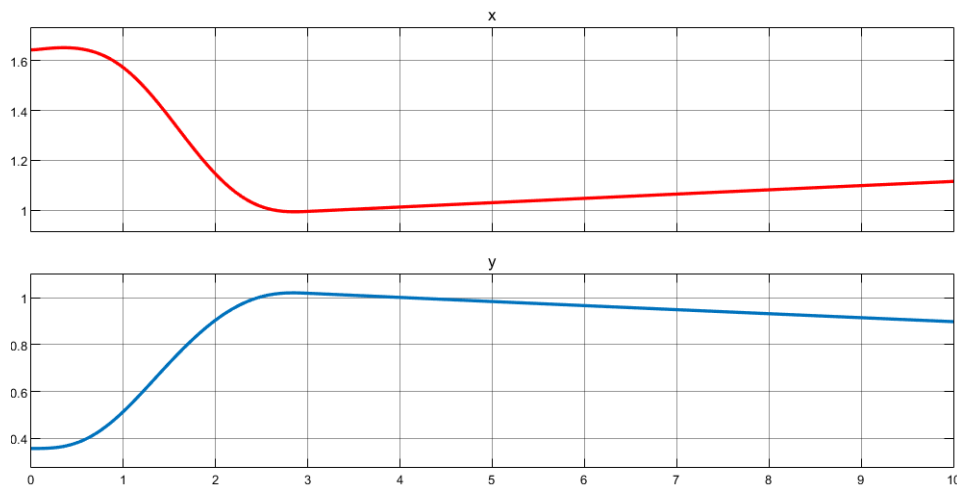


Figura 19: Posición en espacio cartesiano

4.1.3. Posición deseada y real en espacio cartesiano en plano XY

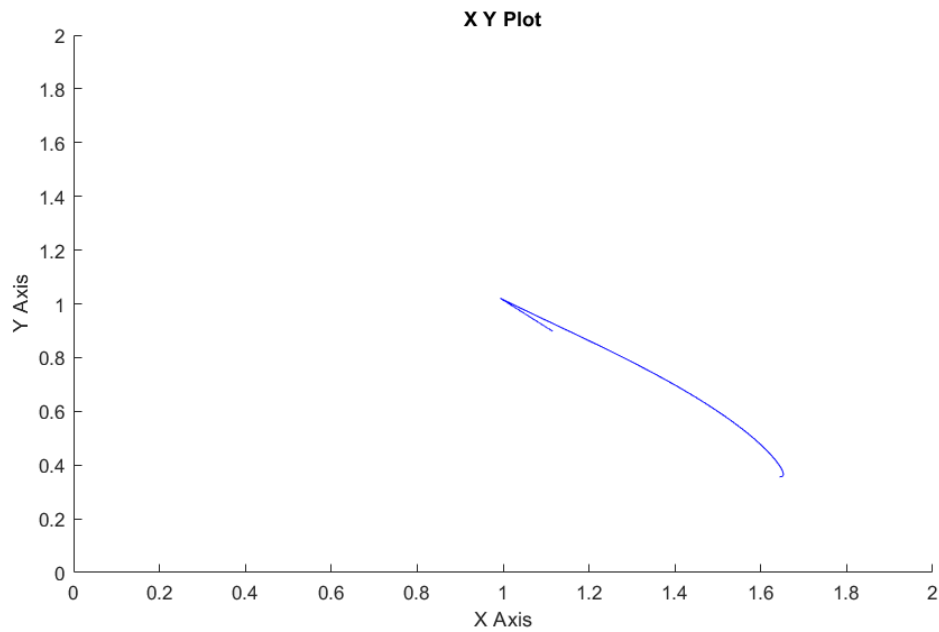


Figura 20: Posición en espacio cartesiano: Gráfica XY

4.1.4. Fuerza de control deseada y ejercida

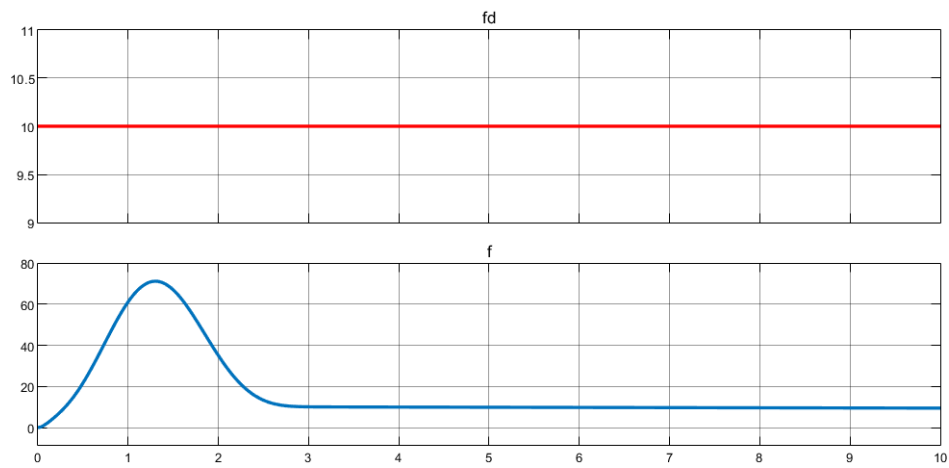


Figura 21: Fuerza deseada y ejercida por el manipulador

4.1.5. Perturbación del modelo

Realizando una perturbación del 80 % similar como en los controles anteriores, se genera un segundo modelo de robot que será el que ahora tomemos como “real”, y el resto de los bloques no se modifican.

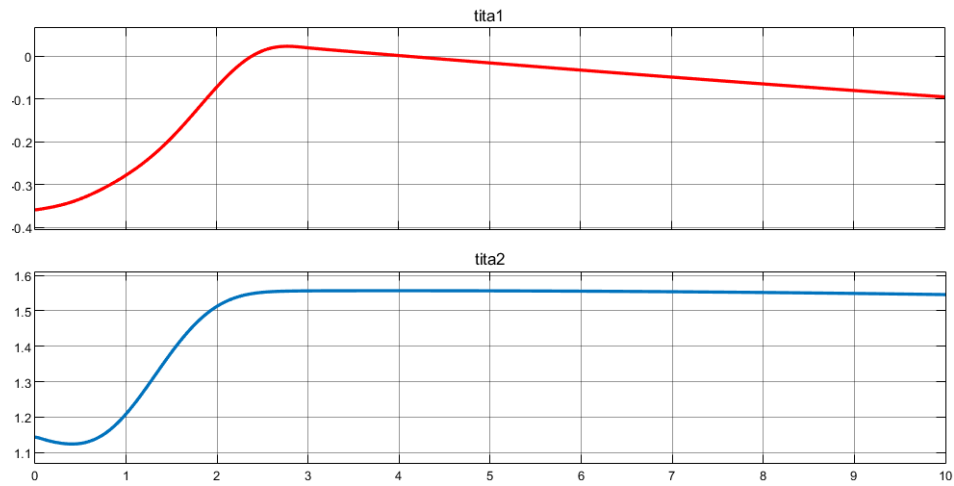


Figura 22: Ángulos de Joint en función del tiempo

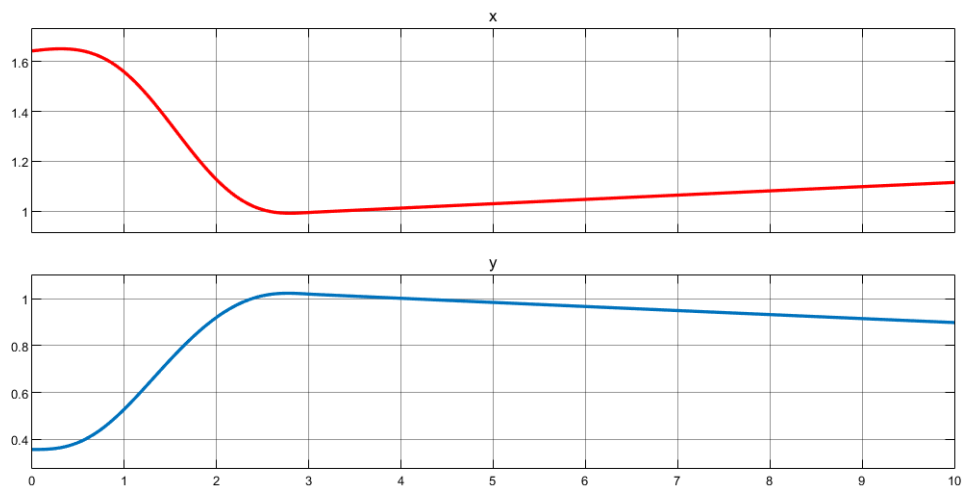


Figura 23: Posición en espacio cartesiano

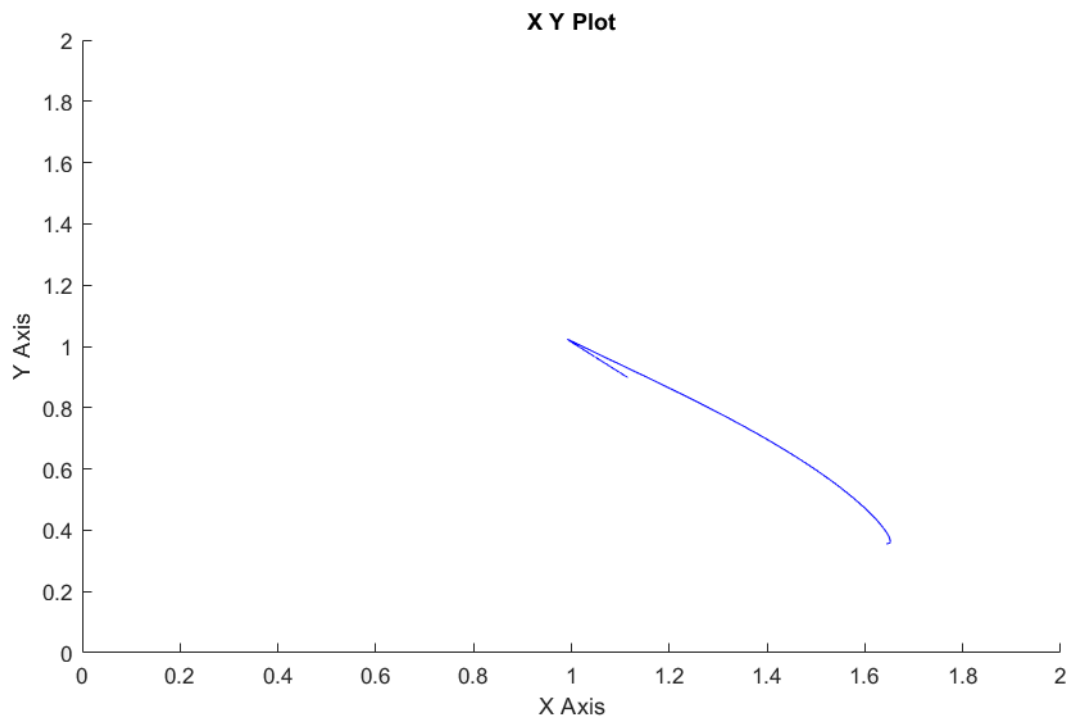


Figura 24: Posición en espacio cartesiano: Gráfica XY

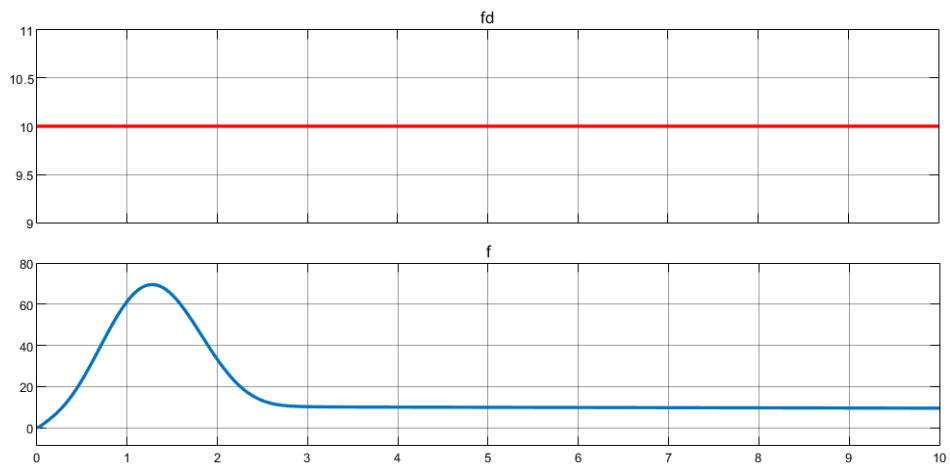


Figura 25: Fuerza deseada y ejercida por el manipulador

El error tipo rampa apreciado previamente sigue presente.