

Strahlung und Zerfall

Jahr 4 - Semester 2 - Test 4

Markus Reichl

25. Mai 2017

Inhaltsverzeichnis

1	Atommodelle	2
1.1	Bohr'sches Atommodell	2
1.1.1	Bohr'sche Postulate	2
1.1.2	Festkörper	2
2	Quantenphysik	3
2.1	Plancksches Wirkungsquantum	3
2.1.1	Bsp.: Masse eines Photons	3
2.2	Bsp.: Fotozelle	4
2.2.1	Bsp.: Glühbirne	4
2.3	Unschärferelation	5
2.3.1	Bsp.: Auto	5
3	Röntgenröhre	6
3.1	Energie des Elektrons	6
3.1.1	Bsp.: Geschwindigkeit von e^-	7
4	Radioaktivität	8
4.1	Auswirkungen	8
4.2	Wechselwirkung von Strahlung und Materie	8
5	Zerfallsgesetze	9
5.1	Mittlere Lebensdauer	9
5.1.1	Bsp.: Holz	10

1 Atommodelle

1.1 Bohr'sches Atommodell

Atome bestehen bei diesem Modell aus einem positiv geladenen Atomkern und negativ geladenen Elektronen, die den Atomkern auf geschlossenen Bahnen umkreisen.[1]

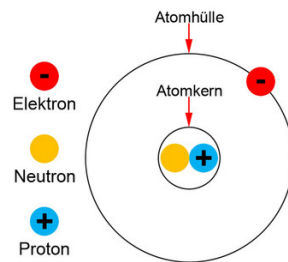


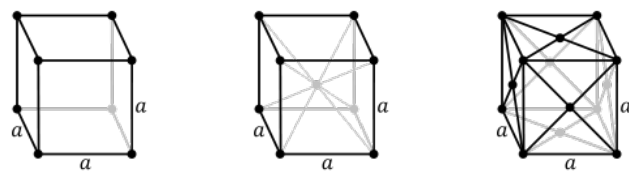
Abbildung 1: Bohr'sches Atommodell

1.1.1 Bohr'sche Postulate¹

1. Elektronen umkreisen strahlungsfrei den Atomkern
2. Beim Übergang von Elektronen zwischen zwei Elektronenbahnen wird Energie abgestrahlt oder aufgenommen

1.1.2 Festkörper

Bei Festkörpern sind Atome in einem Kristallgitter angeordnet. Stahl, als Beispiel, hat im Eisengitter ein C-Atom angeordnet.



(a) Primitiv (b) Raumzentriert (c) Flächenzentriert

Abbildung 2: Kubische Gitter

- (a) **Kubisch primitives Gitter** Es ist kein weiteres C-Atom enthalten
- (b) **Kubisch raumzentriertes Gitter** Das C-Atom befindet sich im Zentrum
- (c) **Kubisch flächenzentriertes Gitter** Jede Fläche enthält ein C-Atom in der Mitte

¹ Eine wissenschaftliche Annahme oder Behauptung

2 Quantenphysik

Nach Max Planck, ist jede Strahlung aus Quanten zusammengesetzt. Quanten sind Objekte, welche durch einen Zustandswechsel (meist Energie) erzeugt werden.

2.1 Plancksches Wirkungsquantum

Das Plancksche Wirkungsquantum h , beschreibt das Verhältnis von Energie E und Frequenz f eines Photons^I.

$$E = h * f$$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

h ... Wirkungsquantum $6.63 * 10^{-34} Js$

f ... Frequenz s

λ ... Wellenlänge m

2.1.1 Bsp.: Masse eines Photons

Einsteins Äquivalenzenprinzip und das Plancksche Wirkungsquantum können gleichgesetzt werden, womit sich die Masse eines Photons, bei einer bestimmten Wellenlänge (hier $500nm$) errechnen lässt.

$$E = m * c^2$$

E ... Energie J

m ... Masse kg

c ... Lichtgeschwindigkeit $3 * 10^8 ms^{-2}$

$$h * f = m * c^2$$

$$m = \frac{6.63 * 10^{-34} * 500 * 10^{-9}}{c^2}$$

$$m \approx 44.2 * 10^{-34} g$$

^I In diesem Kontext auch als Lichtquant bekannt

2.2 Bsp.: Fotozelle

Eine Fotozelle spricht an, wenn sie mit Licht der Leistung $P = 10^{-18}$ Watt bestrahlt wird. Wie viele Lichtquanten N (Photonen) der Wellenlänge $\lambda = 6.44 * 10^{-7}$ Meter fallen pro Sekunde auf die Fotozelle?

$$E = P * t$$

Die Energie gilt der Anzahl der Photonen N , diese wird einfach als Faktor des Wirkungsquantum hinzugefügt.

$$E = N * h * f$$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$P * t = N * \frac{h * c}{\lambda}$$

$$N = \frac{P * t * \lambda}{h * c}$$

$$N = \frac{10^{-18} * 1 * 6.44 * 10^{-7}}{6.63 * 10^{-34} * 3 * 10^8}$$

$$N \approx 3.238 \text{ Lichtquanten}$$

2.2.1 Bsp.: Glühbirne

5 Prozent der elektrischen Leistung einer 60 Watt Glühbirne, wird in Licht der Wellenlänge $\lambda = 5.6 * 10^{-7}$ Meter umgewandelt. Wie viele Lichtquanten dieser Wellenlänge werden pro Sekunde ausgesandt?

$$N = \frac{P * t * \lambda}{h * c}$$

$$N = \frac{60 * 1 * 5.6 * 10^{-7}}{6.63 * 10^{-34} * 3 * 10^8}$$

$$N \approx 0.43 * 10^{18} \text{ Lichtquanten}$$

2.3 Unschärferelation

Jede Steigerung der Genauigkeit in der Ortsbestimmung reduziert die Genauigkeit in der Geschwindigkeitsbestimmung.

Diese Ungenauigkeit ist prinzipieller Natur und kann durch verbesserte Technologien nicht reduziert werden.

Die Unschärferelation gilt auch für makroskopische Körper.

Heisenberg

$$\Delta x * \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$$

$$p = m * v$$

h	... Plancksches Wirkungsquantum	$6.63 * 10^{-34} Js$
p	... Impuls	$kg * ms$
m	... Masse	kg
v	... Geschwindigkeit	ms
Δx	... Unschärfe des Ortes	m
Δp	... Unschärfe des Impulses	$kg * ms$

2.3.1 Bsp.: Auto

Ein Auto mit der Masse $m = 1200kg$ bewegt sich mit $v = 170 \frac{km}{h}$. Welche Ungenauigkeit tritt bei der Bestimmung des Ortes mindestens auf?

$$\Delta x * \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$$

Der Impuls kann in diesem Fall genau über $m * v$ bestimmt werden, da es sich um die minimale Ungenauigkeit handelt wird das \geq zu einem $=$.

$$\Delta x = \frac{h}{2\pi * m * v}$$

$$\Delta x = \frac{6.63 * 10^{-34}}{2\pi * 1200 * \frac{170}{3.6}}$$

$$\Delta x \approx 1.76 * 10^{-39} m$$

3 Röntgenröhre

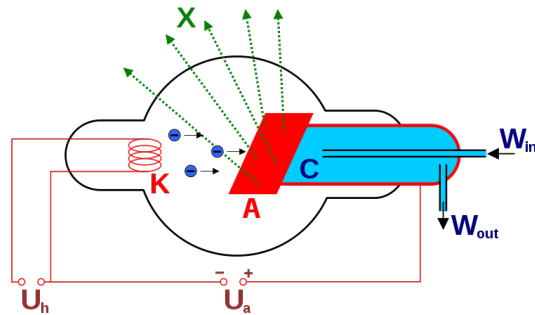


Abbildung 3: Röntgen Röhre

U ... Spannung V
 X ... Röntgenstrahlung
 K ... Kathode
 A ... Anode

Die Anode besteht aus einem Material mit hohem Atomgewicht (Wolfram oder Kupfer) und verursacht charakteristische Eigenstrahlung. Durch die Hochspannung innerhalb der Röhre wird zudem Bremsstrahlung verursacht, welche Elektronen verlangsamt.

3.1 Energie des Elektrons

Die Energie eines Elektrons kann durch folgende Formel ausgedrückt werden.

$$E = e * U$$

E ... Spannung J
 e ... Elementarladung As^I
 U ... Spannung V

3.1.1 Bsp.: Geschwindigkeit von e^-

Welche Geschwindigkeit haben e^- in einer Röntgenröhre, wenn deren Strahlen eine Wellenlänge λ von $10^{-10}m$ aufweisen und welche Spannung ist dafür notwendig?

(a) Zur Berechnung der Geschwindigkeit v muss diese zuerst über eine andere Formel eingebaut werden. Dieses Beispiel nutzt hierzu $E = \frac{m*v^2}{2}$ und $E = h * f$ mit $f = \frac{c}{\lambda}$.

$$\frac{m * v^2}{2} = \frac{h * c}{\lambda}$$

Nun kann einfach auf die Geschwindigkeit umgeformt und eingesetzt werden.

$$v = \sqrt{\frac{2 * h * c}{m * \lambda}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 * 6.63 * 10^{-34} * 3 * 10^8}{9.11 * 10^{-31} * 10^{-10}}} \approx 6.6 * 10^7 \frac{m}{s}$$

(b) Die notwendige Spannung ergibt sich aus der Formel $E = e * U$, wobei erneut mit der Formel $E = h * f$ mit $f = \frac{c}{\lambda}$ gleichgesetzt werden kann.

$$e * U = \frac{h * c}{\lambda}$$

$$U = \frac{h * c}{e * \lambda}$$

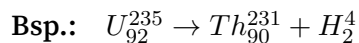
$$U = \frac{6.63 * 10^{-34} * 3 * 10^8}{9.11 * 10^{-31} * 10^{-10}} \approx 12.4kV$$

4 Radioaktivität

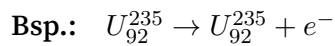
“Radioaktivität ist die Eigenschaft instabiler Atomkerne, spontan ionisierende Strahlung auszusenden.” [2]

Radioaktive Elemente haben die Fähigkeit ihre Kerne unter Aussendung von Strahlung umzuwandeln. Dieser Prozess unterscheidet mehrere Fälle.

Alpha Zerfall Aus einem Atom wird ein Alpha Teilchen^I H_2^4 herausgelöst.



Beta Zerfall Aus einem Atom wird ein Beta Teilchen^{II} e^- herausgelöst.



Gamma Strahlung Anstatt von Teilchen wird hier elektromagnetische Strahlung in Form von Photonen ausgesandt.

4.1 Auswirkungen

Art	Strahlung	Reichweite	Schaden	Schutz
α -Strahlung	α -Teilchen	Gering	Hoch	Papier
β -Strahlung	β -Teilchen	Mittel	Mittel	Metallplatte
γ -Strahlung	Elektromagnetische Strahlung	Hoch	Gering	Bleiwand

4.2 Wechselwirkung von Strahlung und Materie

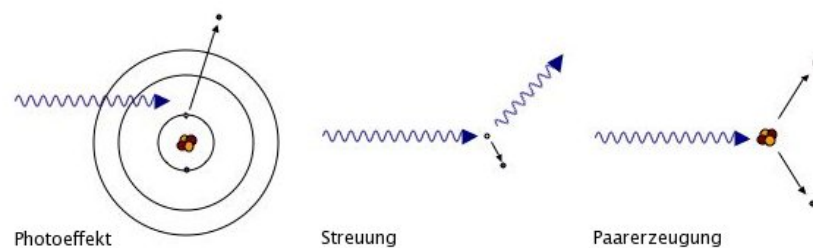


Abbildung 4: Strahlung und Materie

^I Ein Helium Atom mit 2 Protonen und 2 Neutronen

^{II} Elektron mit $r = 10^{-8} \frac{m}{s}$

5 Zerfallsgesetze

Betrachtet man ein radioaktives Präparat mit anfänglich N_0 Atomkernen und der Aktivität A , so gilt folgendes für die Anzahl N der in der Zeit t noch nicht zerfallenen Kerne.

$$A = -\frac{dN}{dt} \text{ mit } A = \lambda * N$$

Durch Integration erhält man damit folgende formel.

$$N(t) = N_0 * e^{-\lambda * t}$$

5.1 Mittlere Lebensdauer

Die Zerfallskonstante λ ist der Kehrwert der mittleren Lebensdauer $\tau = \frac{1}{\lambda}$, also der Zeit, nach der die Zahl der Atome sich um den Faktor e verringert hat. τ unterscheidet sich von der Halbwertszeit $T_{1/2}$ nur um den konstanten Faktor $\ln(2)$.

$$N(t) = N_0 * e^{\frac{-\ln(2)}{T_{1/2}} * t}$$

$T_{1/2}$...Halbwertszeit (Zerfallsakte)

N ...Atomkerne

A ...Aktivität

t ...Zeit s

5.1.1 Bsp.: Holz

Das Holz lebender Bäume enthält unabhängig von der Art des Baumes so viel $^{14}_{16}\text{C}$, dass sich im Mittel 15.3 Zerfallsakte je Minute und je Gramm Kohlenstoffgehalt ereignen. In einer Höhle wurde Holzkohle gefunden, die nur noch 12.5 Zerfallsakte je Minute und je Gramm Kohlenstoffgehalt aufwies.

- (a) Wie alt muss die Holzkohle sein, wenn die Halbwertszeit $T_{14} = 5568$ Jahre angesetzt wird.
 - (b) Welche Unsicherheit ergibt sich für das errechnete Alter, wenn die Halbwertszeit auf 30 Jahre ungenau ist, also $T_{14} = 5568 \pm 40$ Jahre betragen kann.
- (a) Im Text werden die jeweiligen Zerfallsakte, sowie die Halbwertszeit angegeben.

$$T_{14} = 5568 \text{ Jahre}$$

$$N_0 = 15.3 \frac{T_{1/2}}{m * t}$$

$$N(t) = 11.5 \frac{T_{1/2}}{m * t}$$

Diese Werte können einfach in die Zerfallsformel eingesetzt werden. Das Alter des Holzes aus der Höhle kann dann durch umformen auf t errechnet werden.

$$N(t) = N_0 * e^{\frac{-\ln(2)}{T_{1/2}} * t}$$

$$11.5 = 15.3 * e^{\frac{-\ln(2)}{5568} * t}$$

$$\ln\left(\frac{11.5}{15.3}\right) = \frac{-\ln(2)}{5568} * t$$

$$-5568 * \frac{\ln\left(\frac{11.5}{15.3}\right)}{\ln(2)} = t$$

$$-5568 * 2293.45 = t$$

$$t = 1624 \text{ Jahre}$$

- (b) Bei der Ungenauigkeit handelt es sich um eine Variation der Halbwertszeit, welche einfach zum ursprünglichen Wert addiert, bzw. subtrahiert wird.

$$T_{14} = 5568 \pm 30 \text{ Jahre}$$

$$-(5568 \pm 30) * 2293.45 = t$$

$$t_{-30} = 1616 \text{ Jahre}$$

$$t_{+30} = 1933 \text{ Jahre}$$

Literatur

- [1] https://de.wikipedia.org/wiki/Bohrsches_Atommodell
- [2] <https://de.wikipedia.org/wiki/Radioaktivität>
- [3] <https://de.wikipedia.org/wiki/Zerfallsgesetz>

Abbildungsverzeichnis

1	https://www.sps-lehrgang.de/atommodelle/	2
2	https://de.wikipedia.org/wiki/Bravais-Gitter	2
3	https://de.wikipedia.org/wiki/Röntgenröhre	6
4	http://www.sebastian-hess.eu	8