07/03/22

Nome: Miguel Reis

Lista de Indução

1. Prove por indução matemática que
$1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2,\ n\geq 1.$

C.B. P(1) vale?
$1+3+5+\dots+(2\cdot 1-1)=1^2 \quad 1^2=1$
$1+3+5+\dots+(2-1)=1 \quad 1=1$
$1+3+5+\dots+1=1$

H.I. Vamos supor P(K) válido para algum $K>1$
$1+3+5+\dots+2K-1=K^2$

P.I Vamos provar que P(K+1) é valido, ou seja,
$1+3+5+\dots+2K-1+(2(K+1)-1)=(K+1)^2$
$1+3+5+\dots+2K-1+(2K+2-1)=(K+1)(K+1)$
$1+3+5+\dots+2K-1+2K+1=K^2+K+K+1$
$1+3+5+\dots+2K-1+2K+1=1+3+5+\dots+2K-1+K+K+1$
$1+3+5+\dots+2K-1+2K+1=1+3+5+\dots+2K-1+2K+1$
Logo, pelo P.I.F., a fórmula vale para todo $n\in\mathbb{N}$

2. Prove por indução matemática que

$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2,\ n \geq 1$

$(1+2+\dots+n)(1+2+\dots+n)$

C.B. P(1) vale?

$1^3 = 1^2$

$1 = 1$

H.I vamos supor P(K) válido para algum $K > 1$

$1^3 + 2^3 + \dots + K^3 = (1+2+\dots+K)(1+2+\dots+K) \quad K = 2$

$1^3 + 2^3 = (1+2)^3$

$1 + 8 = (3)^2$

$9 = 9$

P.I vamos provar P(K+1) é válido, ou seja,

$1^3 + 2^3 + \dots + K^3 + (K+1)^3 = (1+2+\dots+K+1)(1+2+\dots+K+1)$

$1^3 + 2^3 = (K+1)^2$

$1 + 8 = (2+1)^2$

$9 = (3)^2$

$9 = 9$

Logo, pelo P.I.F, a fórmula vale para todo $n \in \mathbb{N}$

3. Prove por indução matemática que

$1^2+2^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n\geq 1$

CB $P(1)$ vale?

$1^2+2^2+\dots+1^2=\frac{1(1+1)(2\cdot1+1)}{6}$

$1^2=\frac{1(1+1)(2\cdot1+1)}{6}$

$1^2=\frac{1(2)(3)}{6}$

$1=\frac{6}{6}$

$1=1$

H.I vamos supor $P(K)$ válido para algum $K>1$

$1^2+2^2+\dots+K^2=\frac{K(K+1)(2K+1)}{6}$ $K=2$

$1^2+2^2=\frac{2(2+1)(2\cdot2+1)}{6}$

$1+4=\frac{2(3)(5)}{6}$

$5=5$

P.I vamos provar que $P(K+1)$ é válido, ou seja,

$1^2+2^2+\dots+K^2+1=\frac{K(K+1)(2K+1)}{6}$

$1^2+2^2+\dots+2^2+1=\frac{2(2+1)(2\cdot2+1)}{6}$

$2^2+1=\frac{2(3)(5)}{6}$

$4+1=\frac{6\cdot5}{6}$

$5=\frac{30}{6}$

$5=5$

Logo, pelo P.I.F., a fórmula vale para todo $n\in\mathbb{N}$

4. Prove por indução matemática que

$2\cdot1+2\cdot2+2\cdot3+\ldots+2n=n^2+n,\ n\geq1.$

CB. $P(1)$ vale?

$2\cdot1+2\cdot2+2\cdot3+\ldots+2\cdot1=1^2+1$

$2\cdot1+2\cdot2+2\cdot3+\ldots2=2$

$2\cdot1=1^2+1$

$2=1+1$

$2=2$

H.I Vamos supor $P(K)$ válido para algum $K>1$

$2\cdot1+2\cdot2+2\cdot3+\ldots+2K=K^2+K$

P.I Vamos provar que $P(K+1)$ é válido, ou seja,

$2\cdot1+2\cdot2+2\cdot3+\ldots+2K+2(K+1)=(K+1)^2+(K+1)$

$2\cdot1+2\cdot2+2\cdot3+\ldots+2K+2K+2=(K+1)(K+1)+(K+1)$

$2\cdot1+2\cdot2+2\cdot3+\ldots+2K+2K+2=K^2+K+K+1+K+1$

$2\cdot1+2\cdot2+2\cdot3+\ldots+2K+2K+2=2\cdot1+2\cdot2+2\cdot3+\ldots+2K+2K+2$

Logo, pelo P.I.F., a fórmula vale para todo $n\in\mathbb{N}$