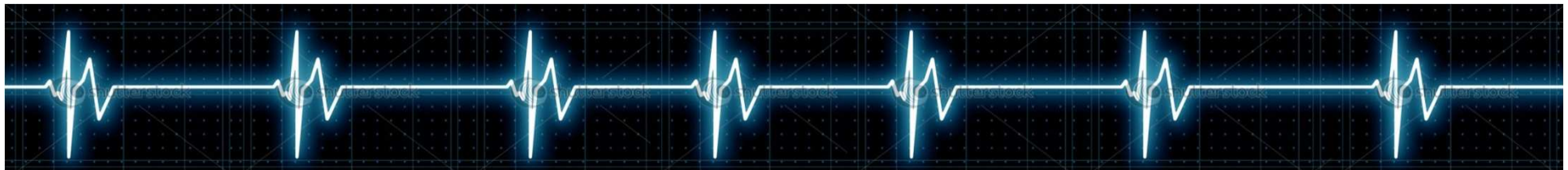


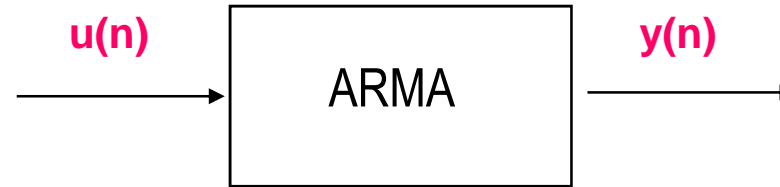
Modelli ARMA Applicazioni



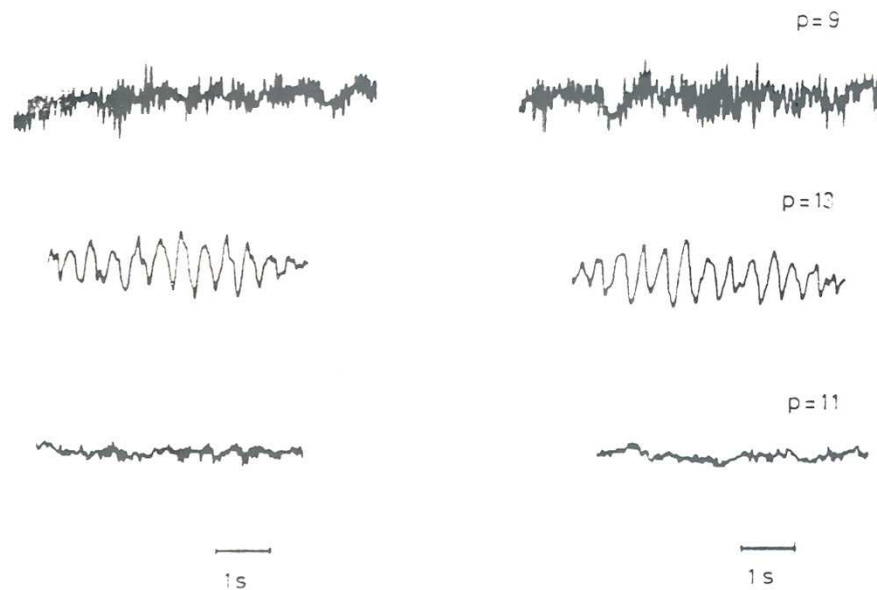
I modelli ARMA vengono impiegati per l'analisi di segnali biologici a vari scopi. Consideriamone alcuni, adottando come esempio il segnale EEG

- Simulazione
- Compressione
- Segmentazione
- Riconoscimento di forme d'onda
- Stima spettrale
- Estrazione di parametri

Simulazione



Applicando come ingresso ad un modello di ordine p e con coefficienti adeguati una sequenza di rumore bianco si ottiene in uscita un segnale EEG indistinguibile dall'EEG originale



Esaminando le coppie di segnali, non ci si deve aspettare una corrispondenza punto a punto, ma una somiglianza delle caratteristiche statistiche, in quanto i due segnali vanno considerati come realizzazioni diverse dello stesso processo stocastico. Si è però verificato che un neurologo formula la stessa diagnosi esaminando il segnale vero oppure quello simulato.

Fig. 9. Actual EEG segments (left) and intervals generated with AR models fitted to the EEG segments. Model orders are indicated. (Adapted from Mathieu, 1976.)

Compressione

Esigenza particolarmente sentita nel caso di registrazioni EEG che richiedono lunghi periodi di osservazioni, es. EEG dinamico (24h) o registrazioni EEG per lo studio delle fasi del sonno (alcune ore).

Dato che il modello AR permette di ricostruire un segnale simile all'originario alimentando il modello con un rumore bianco di potenza opportuna, si può pensare di memorizzare i parametri del modello AR che approssima un tratto di EEG, quindi usare il modello AR come compressore di informazioni. Si può procedere in due modi differenti.

1° metodo

Si memorizzano i parametri del modello (coefficienti a_i e varianza del rumore di ingresso). Quando necessario, si ricostruisce un segnale simile a quello originario alimentando il modello con una sequenza di rumore bianco. Si realizzano buoni rapporti di compressione.

Esempio:

Segmento di 2sec campionato a 256Hz

512 campioni sono sostituiti dai parametri di un modello di ordine 12
rapporto di compressione 512:13 cioè circa 40:1.

*Svantaggio: il segnale simulato è simile (non uguale!!) a quello originario, quindi questo metodo realizza una **compressione con perdita di informazione**.*

2° metodo

Si memorizzano non solo i parametri del modello ma anche l'errore di predizione. Dato che la varianza di tale errore è comunque minore della varianza del segnale si ha una riduzione dell'ingombro di memoria.

Esempio:

Il segnale EEG ha una distribuzione in prima approssimazione gaussiana, a media nulla e $SD=150$. Quindi, a meno di 0.3%, varia tra -450 e +450mV. Servono 10 bit per rappresentare il segnale con passo di quantizzazione pari a 1 mV

Si identifica sul segnale un modello AR(2), e si ottiene $\sigma_u^2 = 25$. Se anche l'errore di predizione è gaussiano, esso varia, a meno dello 0.3% dei valori, tra -15 e +15 mV. Pertanto bastano 5 bit per rappresentare il segnale con passo di quantizzazione pari a 1 mV

Il rapporto di compressione è circa 2:1

Concettualmente questa tecnica decompone i valori campionati in una parte correlata con i valori passati (combinazione lineare) e in una parte da essi scorrelata (errore di predizione). Poiché il segnale originario può essere ricostruito dalla sequenza degli errori di predizione, questa sequenza è una rappresentazione equivalente del segnale originario (compressione senza perdita di informazione) e sono sufficienti modelli di ordine basso (es.2) per avere buone prestazioni!!!

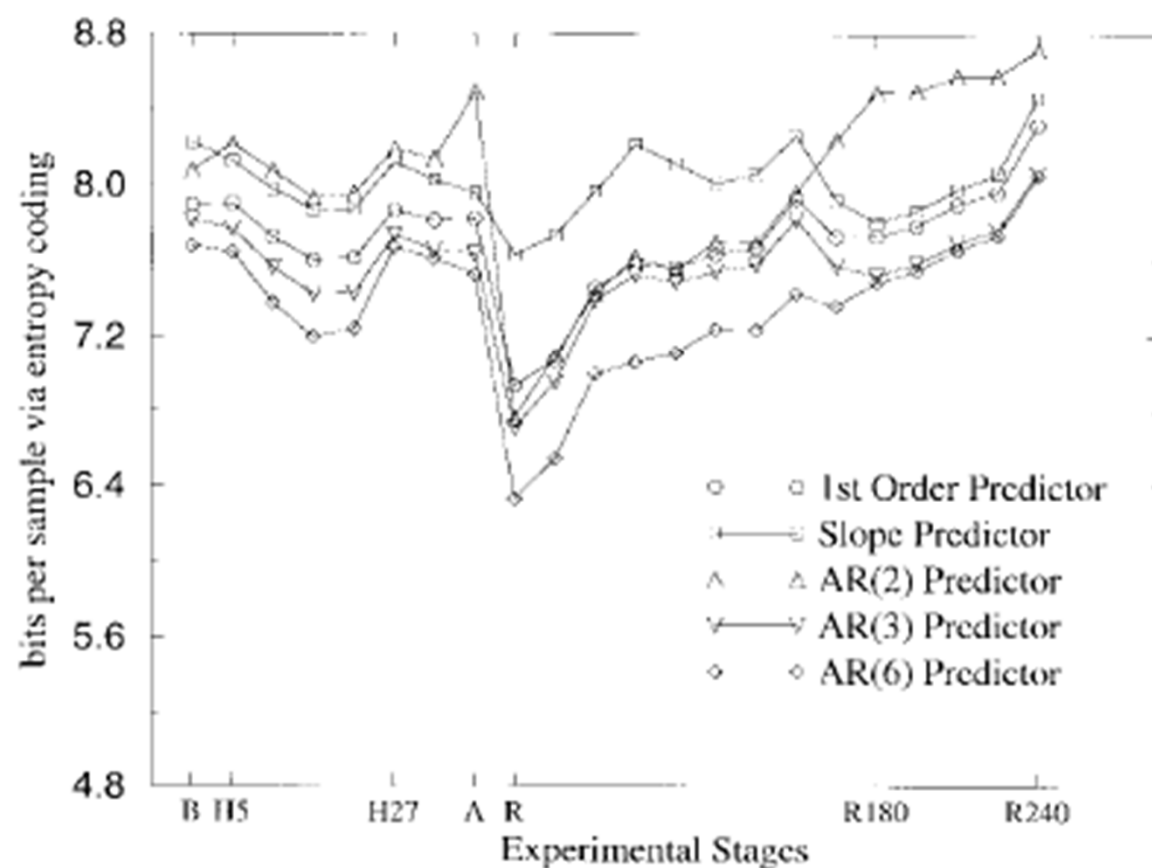


Fig. 1. Bits per EEG sample obtained by using various linear predictors. The original EEG data rate is 16 bit/sample. The experiment stages are baseline (B), hypoxia (H), asphyxia (A), and recovery (R). The numbers following the stage identifier is the number of minutes into that stage.

F
w

tl

Segmentazione

Un segnale EEG può essere ritenuto stazionario solo all'interno di brevi intervalli (qualche secondo) in quanto è influenzato dallo stato metabolico, fisiologico e psicologico del soggetto.

La segmentazione ha lo scopo di dividere il segnale in segmenti stazionari, cioè si descrive un segnale che non è stazionario come un segnale stazionario a tratti.

Un possibile approccio consiste nel dividere il segnale in segmenti sufficientemente brevi in modo tale da poter assumere che il segnale sia stazionario all'interno di ogni segmento. Ad esempio, nel caso di EEG, si segmenta il segnale in intervalli di 2 secondi, perchè è noto che la stazionarietà è ragionevolmente soddisfatta in tale periodo.

Un approccio diverso è invece quello della segmentazione adattativa, che consiste di suddividere il segnale in intervalli di durata variabile, all'interno dei quali valga l'ipotesi di stazionarietà. E' allora necessario disporre di un criterio che consenta di capire quando, in un segmento di segnale di durata via via crescente, l'ipotesi non è più soddisfatta.

In ogni caso, per garantire che l'EEG sia effettivamente stazionario in periodi di almeno 2 sec, è necessario prima individuare (vd. più avanti) ed eliminare eventuali transitori (es. blinks, spikes ecc)

Segmentazione adattativa

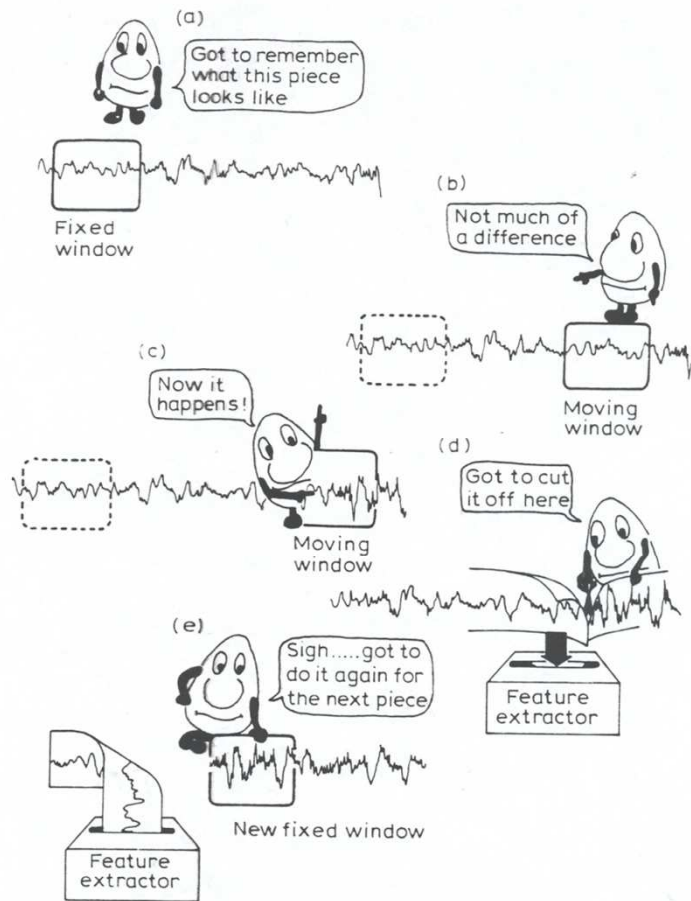
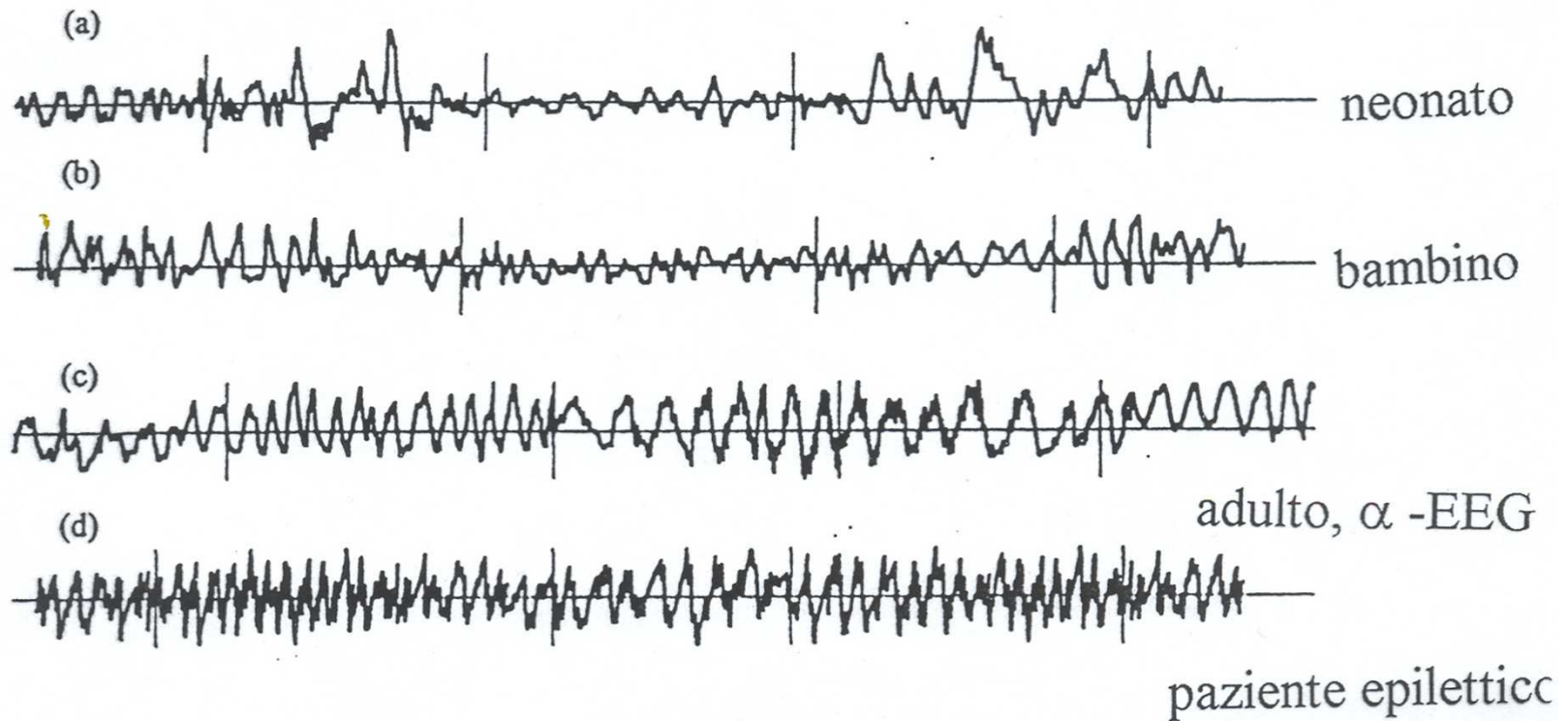


Fig. 7. The principle of adaptive segmentation. (a) A model is fitted to the beginning of a stationary segment. (b) The same model is used to predict future data. (c) At some point, the model will no longer fit the data anymore. (d) The data is cut, to indicate the end of a stationary segment. (e) The procedure starts all over again. (A. Stein and Praetorius, 1977b.)

- a) a partire da un segmento di segnale di durata tale per cui la stazionarietà sia soddisfatta, (fixed window, es. $t=0-2$ sec) si mette a punto un modello ARMA.
- b) Si fa passare una sequenza di dati successivi a tale intervallo (moving window, es. $t=2-4$ sec) attraverso il filtro inverso. Si analizzano le caratteristiche della sequenza in uscita al filtro inverso. Se tale sequenza è ancora una realizzazione di rumore bianco, a valor medio nullo e con una varianza simile a quella stimata, l'intervallo di stazionarietà può essere esteso. Si ripete l'analisi sull'intervallo successivo (es. $t=3-4$ sec.)
- c-d) Se la sequenza in uscita al filtro inverso non soddisfa più le ipotesi di partenza, allora l'intervallo di stazionarietà va ristretto all'intervallo precedente
- e) Si ripete da a), con una nuova fixed window

Segmentazione adattativa con AR(8)



Riconoscimento di transitori

I modelli ARMA possono anche essere impiegati per il riconoscimento della presenza, all'interno del segnale EEG, di transitori (spikes) che sono indice di patologia

Ipotesi:

$$x(k) = \sum_i s_i(k - k_i) + n(k)$$

EEG misurato

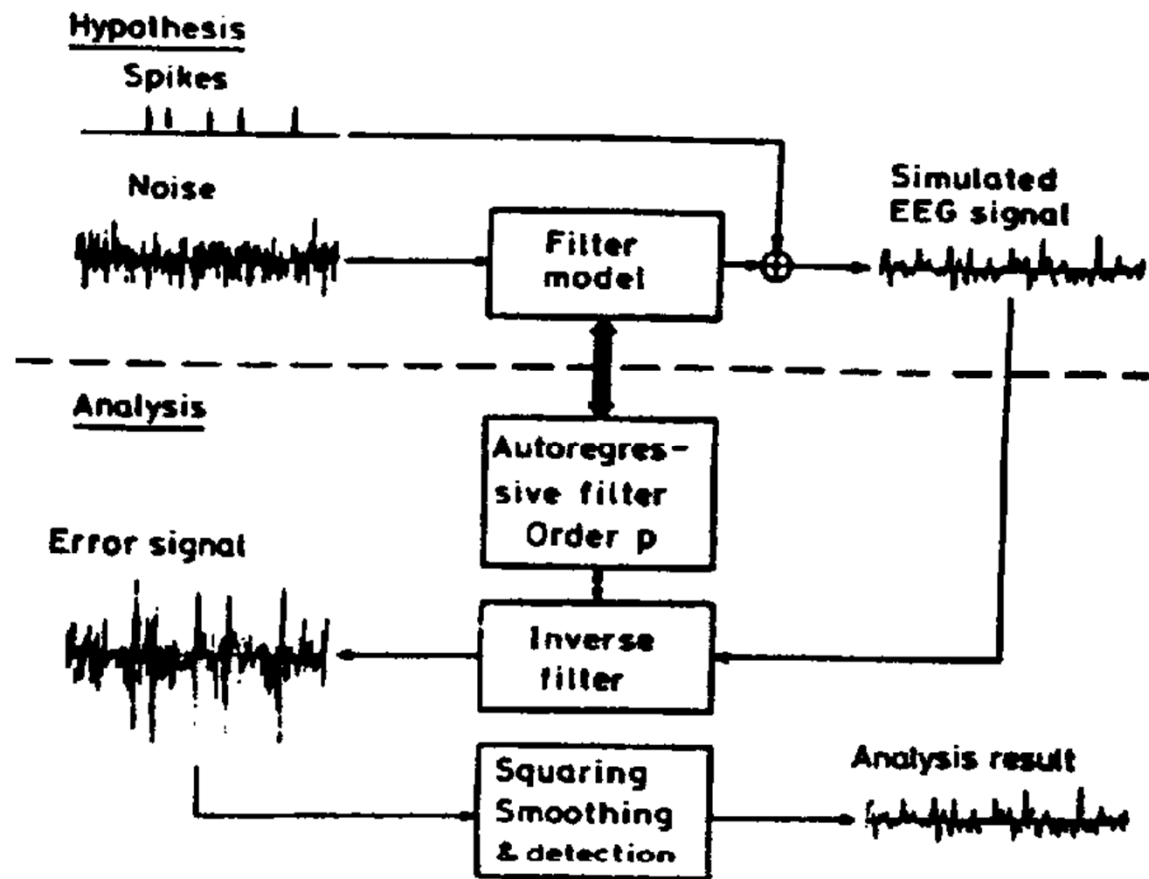
Spikes, ai tempi
incogniti k_i

EEG di fondo

descritto come uscita di un modello AR pilotato in ingresso da rumore stazionario bianco $u(k)$, cioè:

$$n(k) = -\sum_{i=1}^p a_i n(k-i) + u(k)$$

Obiettivo: individuare i tempi k_i



Analisi:

b) Si stimano da un segmento di dati i parametri del modello che descrive n (a_i e la varianza σ_u^2 del rumore di ingresso)

$$n(k) = -\sum_{i=1}^p a_i n(k-i) + u(k)$$

c) Si fa passare il segnale da analizzare $x(k)$ attraverso il filtro inverso, ottenendo in uscita:

$$y(k) = x(k) + \sum_{i=1}^p a_i x(k-i)$$

d) Si considera poi un segmento del segnale $y(k)$, relativo ad un certo intervallo di tempo: se si tratta di rumore bianco con caratteristiche simili a $u(k)$, allora in questo intervallo non c'è uno spike, in caso contrario viene riconosciuta la presenza di uno spike.

Test locale

Per individuare con una certa precisione i tempi di occorrenza degli spikes, l'intervallo deve essere breve, quindi è necessario un test locale di verifica delle caratteristiche del rumore. Si usa spesso un test sul valore del residuo, o sul suo quadrato, ad es. si riconosce uno spike se $|y_n| > k\sigma_u$

Andamento dell'errore residuo di un segmento di EEG

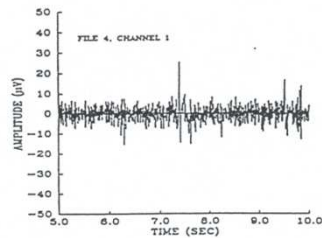


Figura 5.6. Errore residuo di un segmento di EEG usato nel test di riconoscimento di spike

Andamento del quadrato dell'errore residuo di un segmento di EEG

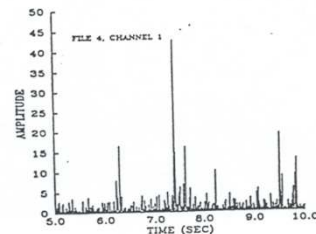


Figura 5.7. Quadrato dell'errore residuo di figura 5.6

Per poter applicare questo metodo è necessario che le forme d'onda da riconoscere siano poco frequenti, in modo che nella fase di stima parametrica il sistema stimi i parametri del rumore di fondo $n(k)$ e non gli eventi da localizzare. Questa condizione è ben soddisfatta nel caso ad es. di ricerca di spikes epilettici, situazione in cui il metodo è stato applicato con successo.

Stima spettrale

Estrazione di parametri

Vedremo più avanti.....

Ora:

Impiego di modelli ARMAX per
l'estrazione di potenziali evocati single
sweep

Limiti dell'Averaging

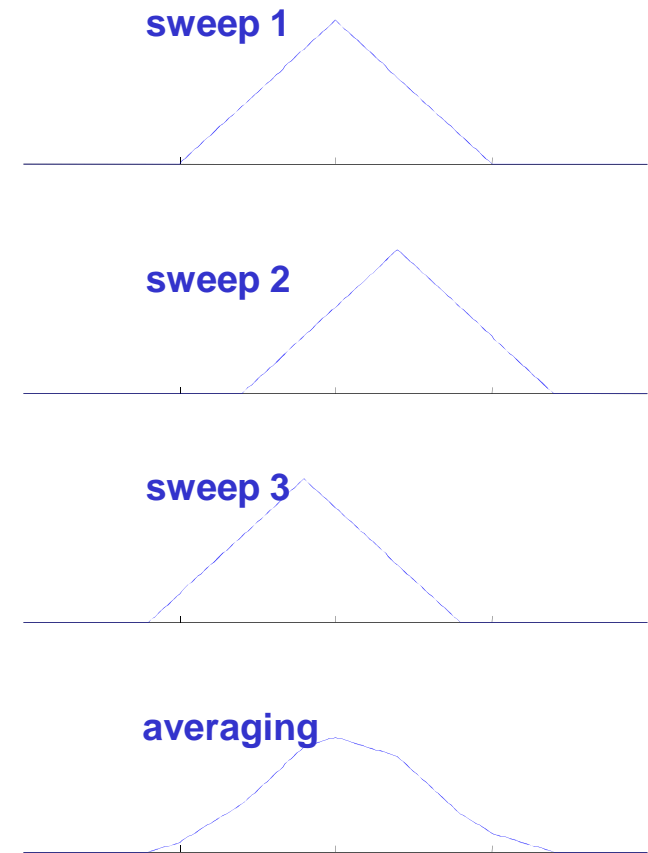
Problemi:

A. *se il potenziale evocato varia in relazione alle variazioni del sistema sensoriale in esame (es. adattamento, abitudine, stato di attenzione, ...) si ottiene solo una risposta evocata media*

B. *In teoria è bene mediare un grande numero di sweep, talvolta nella pratica ciò non è possibile (es. stimoli frequenti vs stimoli rari)*

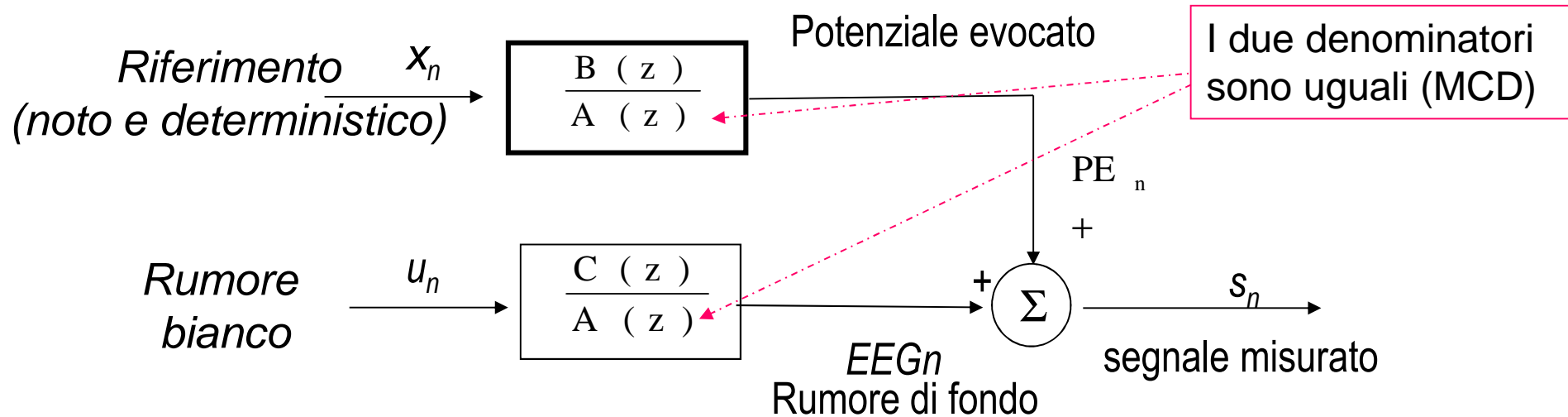
Soluzione:

estrazione della single sweep



Stima single sweep

(Cerutti et al,1988)



Per ogni sweep si formula un modello

ARMAX

Per semplificare il procedimento di stima si suppone $C(z)=1$

$$s_n = -\sum_{i=1}^P a_i s_{n-i} + \sum_{i=0}^Q b_i x_{n-i} + u_n$$

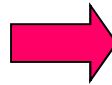
$$\hat{s}_n = -\sum_{i=1}^P a_i s_{n-i} + \sum_{i=0}^Q b_i x_{n-i}$$

$$J = E[e_n^2] = [(s_n - \hat{s}_n)]^2$$

$$a_i, b_i, \sigma_e^2 : \min J$$

Si ottiene un predittore lineare nei parametri a_i e b_i

Minimizzare la funzione costo porta a delle equazioni lineari, più complesse delle equazioni di Yule Walker ma comunque risolvibili analiticamente



Noti a_i e b_i si calcola PE single sweep come uscita del filtro $B(z)/A(z)$ quando in ingresso c'è il riferimento x_n

Scelta del riferimento:

- di popolazione
- off-line: media di tutte le sweep a disposizione

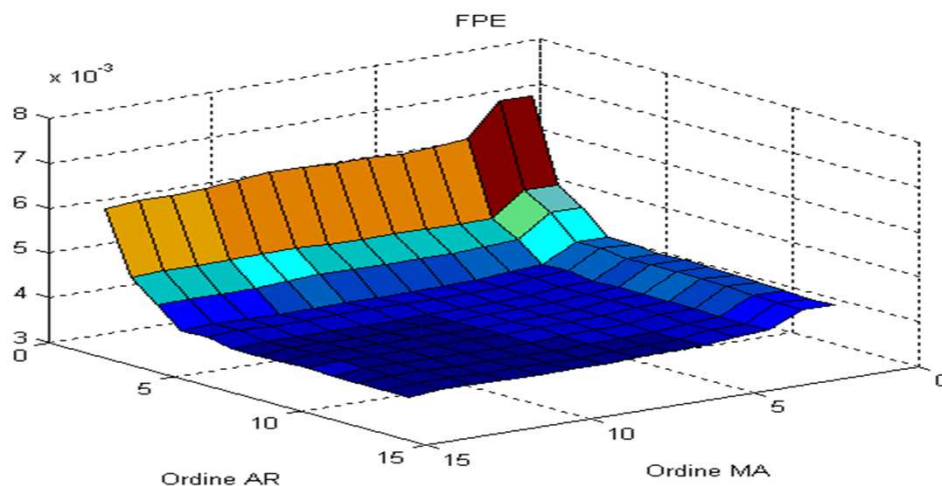
$$x(t) = \frac{1}{N_{\text{tot}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{tot}}} S_i(t)$$

- on-line: media delle sweep acquisite fino a quell'istante

$$x_{\text{ol}}(t) = \frac{1}{N_{\text{ol}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{ol}}} S_i(t)$$

Scelta degli ordini del modello

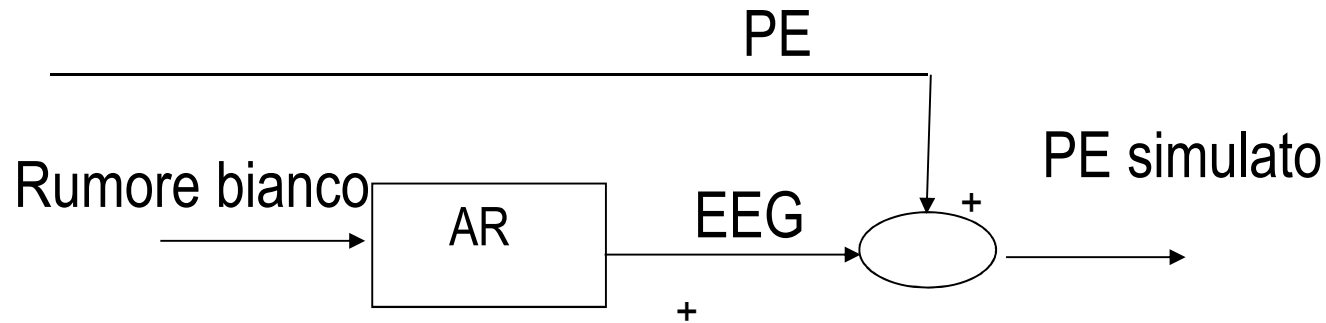
Gli ordini del modello sono scelti utilizzando indici di parsimonia



Bianchezza dell'errore di predizione

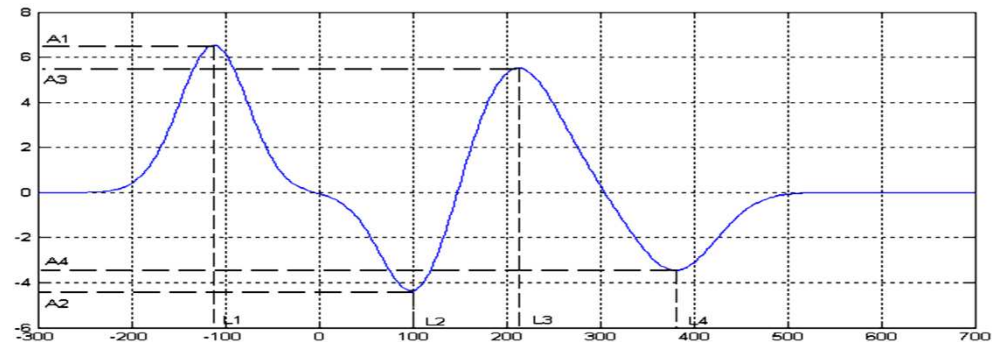
Test di Anderson

Validazione: applicazione a dati simulati

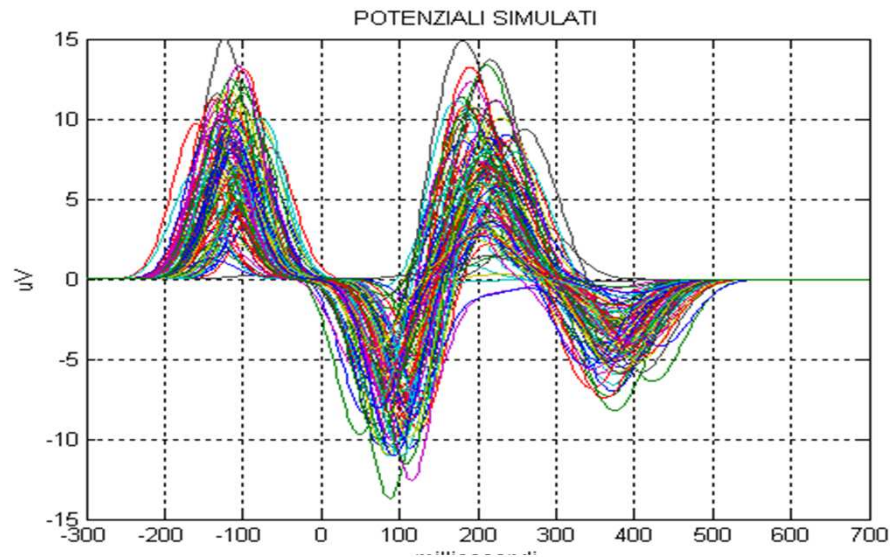


PE=combinazione lineare di 4 gaussiane

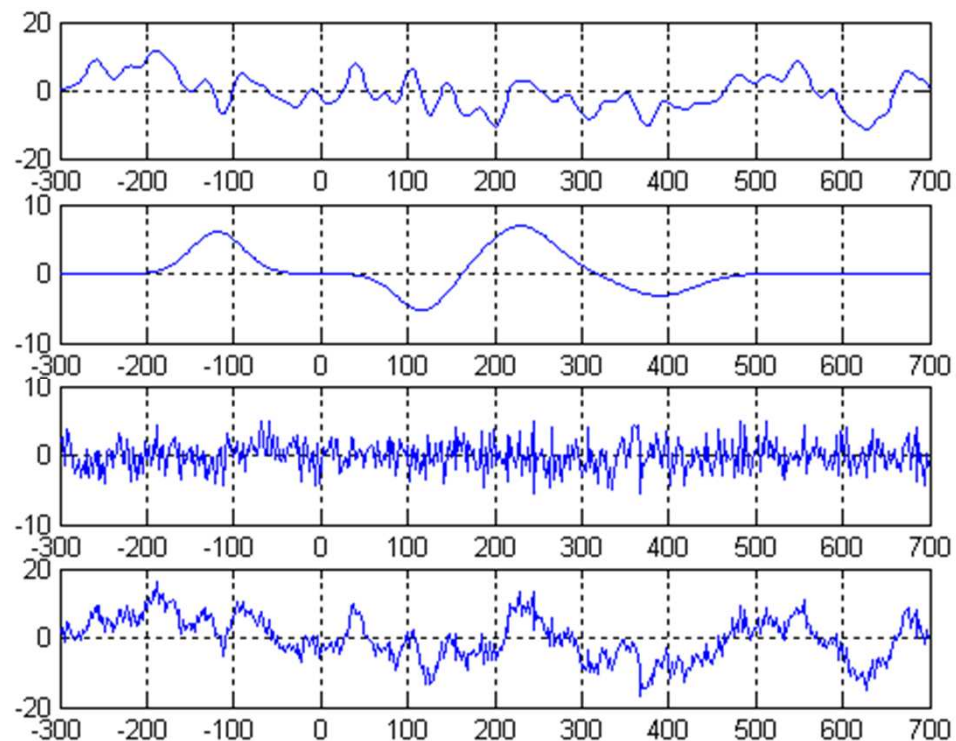
$$PE = \sum_{i=1}^4 A_i e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - L_i}{\sigma_i} \right)^2}$$



Ampiezze A_i e latenze L_i = v.a. gaussiane



100 sweep simulate

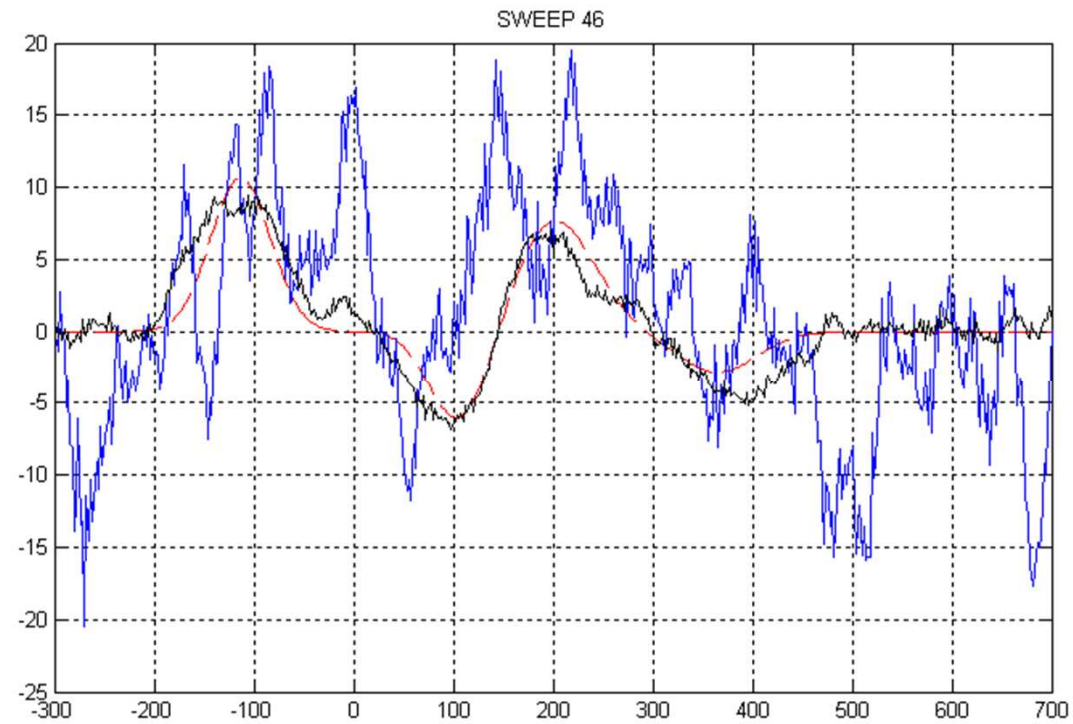


Per ogni sweep:
EEG

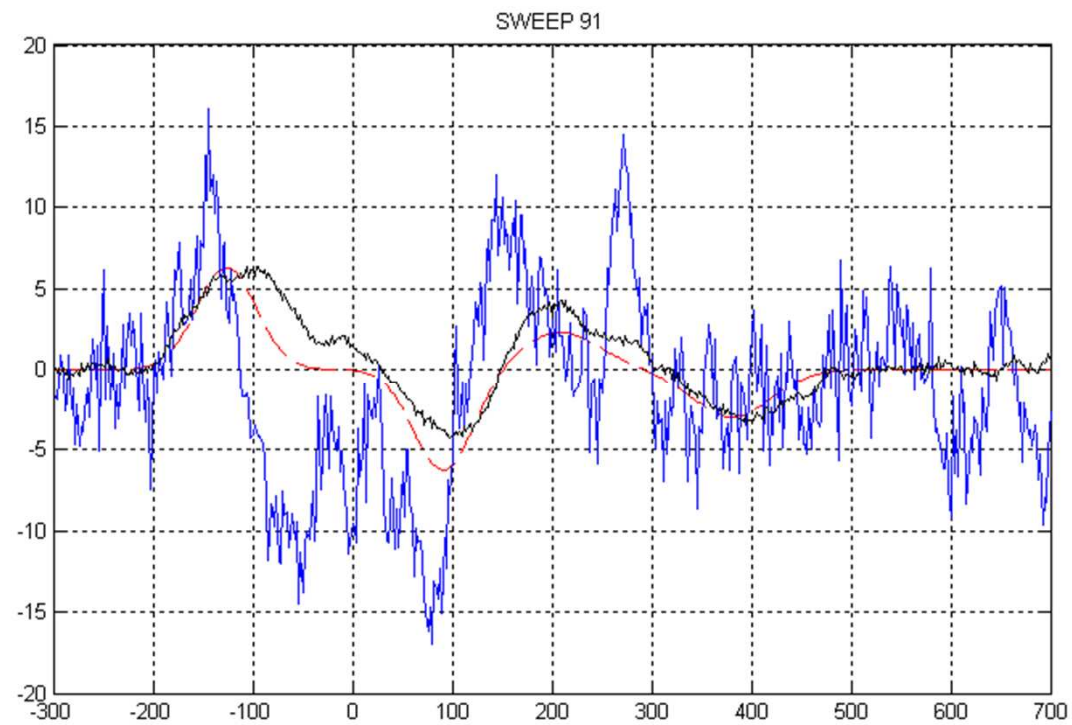
PE

Rumore di misura

Sweep rumorosa

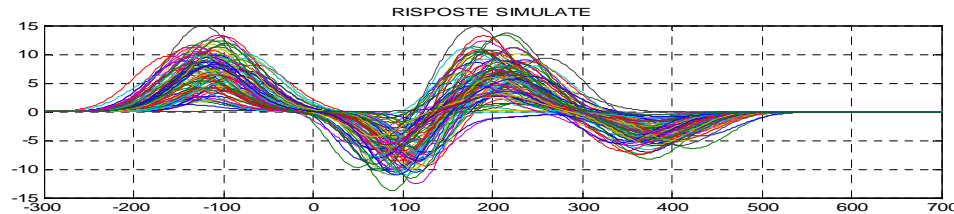


confronto tra sweep rumorosa, EP simulato (linea tratteggiata) e EP stimato (linea continua)

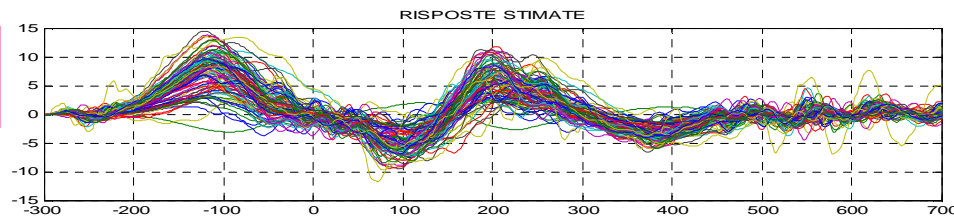


confronto tra sweep rumorosa, EP simulato (linea tratteggiata) e EP stimato (linea continua)

Variabilità delle risposte evocate

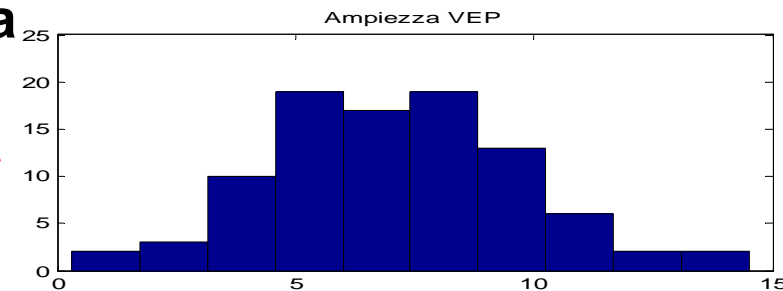


Sweep simulate



Sweep stimate

**Parametro
VEP=ampiezza
potenziale
visivo**

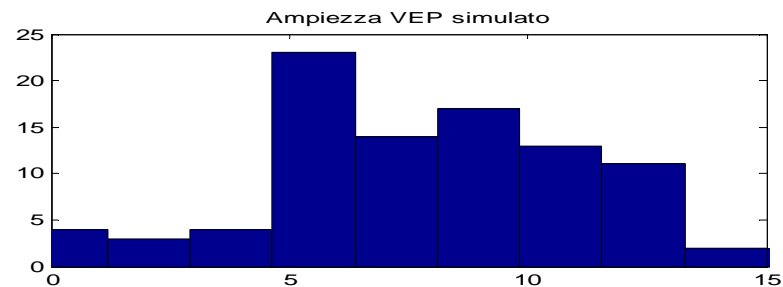


7.104
2.6637

simulata

MEDIA=7.1

SD=2.7



7.2602
2.4273

stimata

MEDIA=7.3

SD=2.4

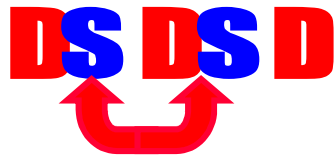
Applicazione a dati reali (PE cognitivi): studio dell'attenzione e della memoria prospettica

ATTENZIONE = FOCALIZZARE L' ATTIVITA' NERVOSA SU UNO STIMOLO

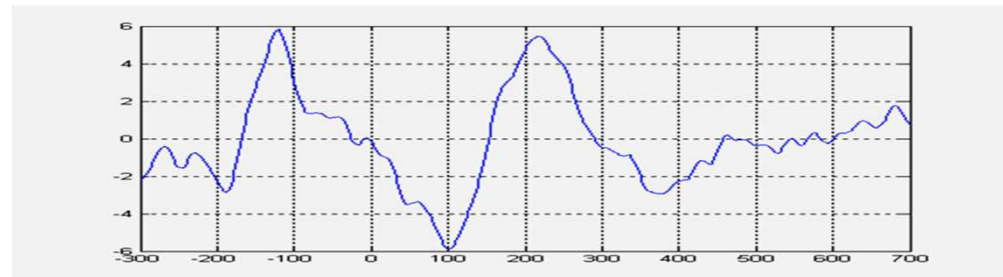
MEMORIA PROSPETTICA = RICORDARE AZIONI PIANIFICATE NEL PASSATO

Esempio di compito prospettico:

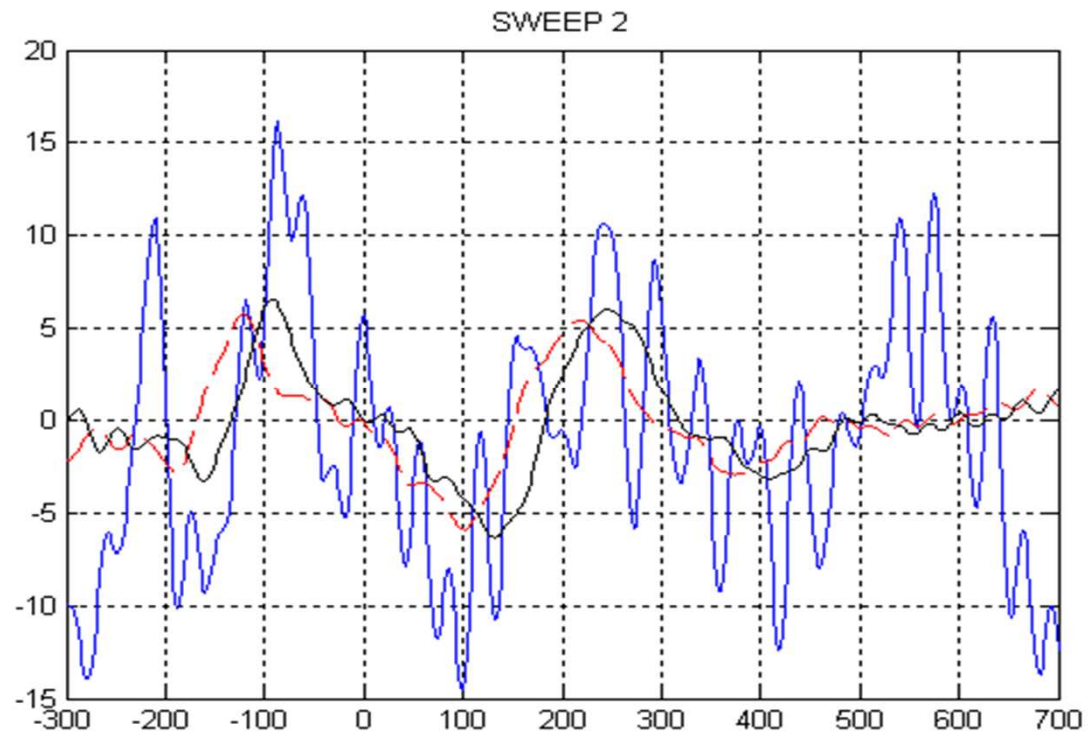
premere la barra spaziatrice quando compare la lettera S nella seconda posizione, nella quarta o in entrambe



**Si misura il potenziale
durante questo particolare
compito cognitivo**

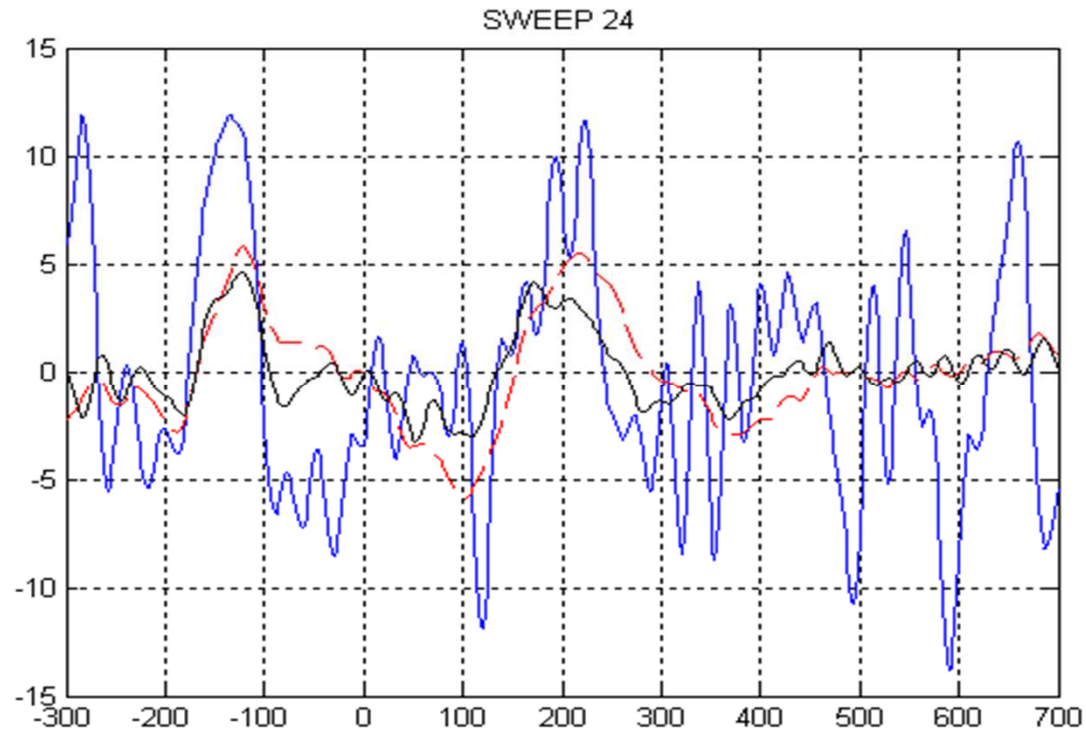


single sweep #1



confronto tra sweep rumorosa, average delle 93 sweep (linea tratteggiata) e potenziale stimato (linea continua)

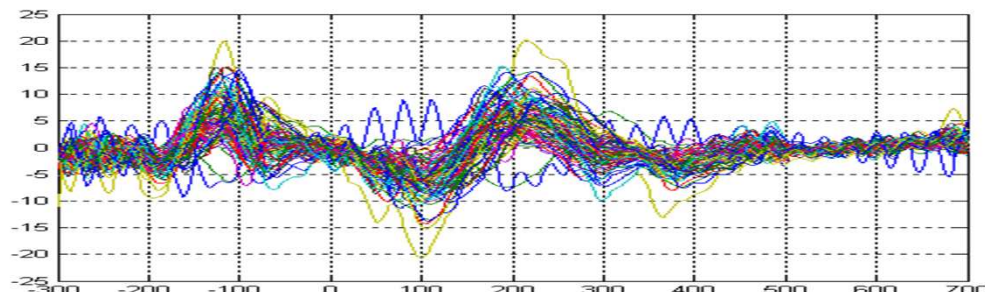
single sweep #2



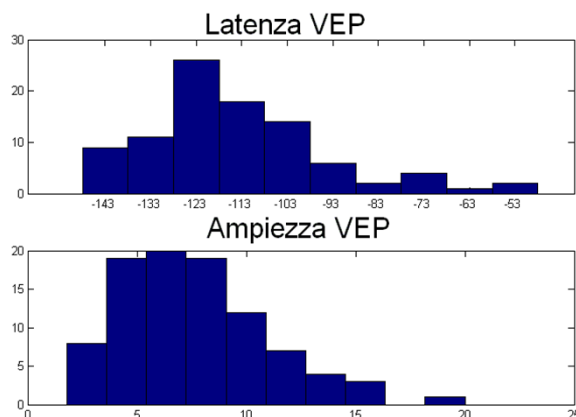
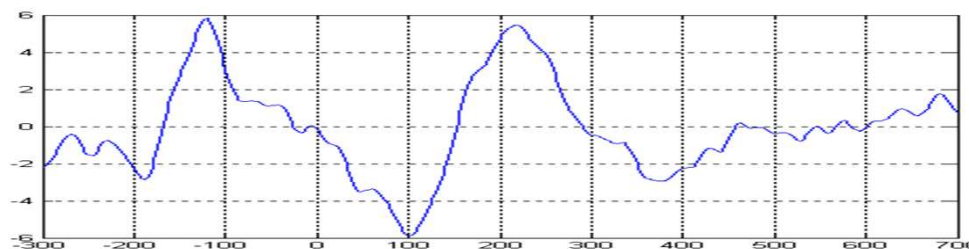
confronto tra sweep rumorosa, average delle 93 sweep (linea tratteggiata) e potenziale stimato (linea continua)

Variabilità delle risposte evocate

MODELLO
ARX:SINGOLE
SWEEP



AVERAGING
CONVENZIONALE



MEDIA=.113.4

SD=20.2

MEDIA=6.1

SD=3.4

*Più informazione
dell'averaging
convenzionale!!!
Quantifico la variabilità
delle risposte al variare
dello stimolo*