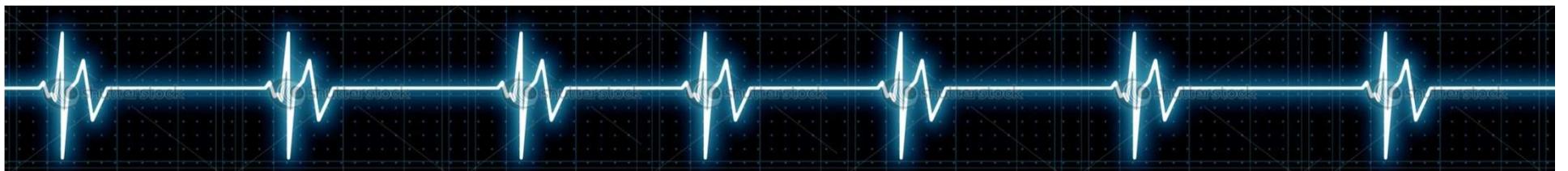


# Analisi spettrale

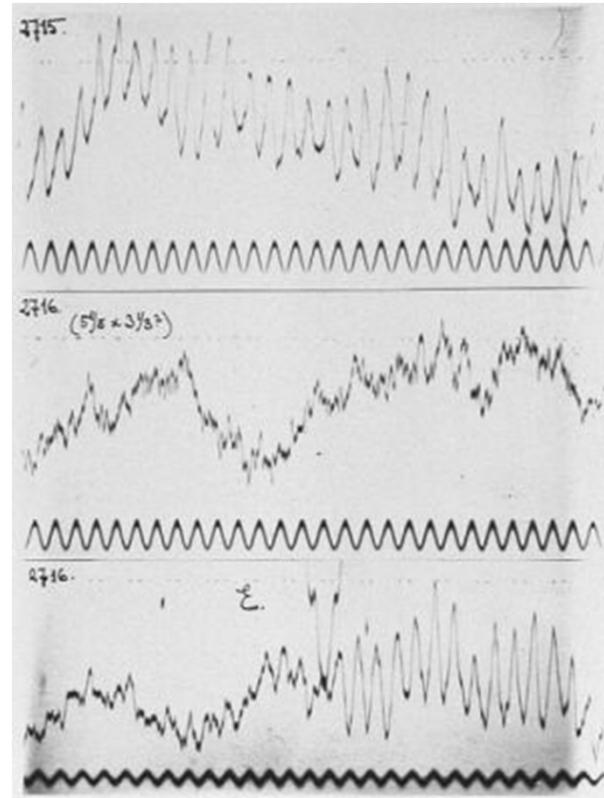


La rappresentazione di segnali biologici nel dominio della frequenza è una valida alternativa alla rappresentazione usuale nel dominio del tempo

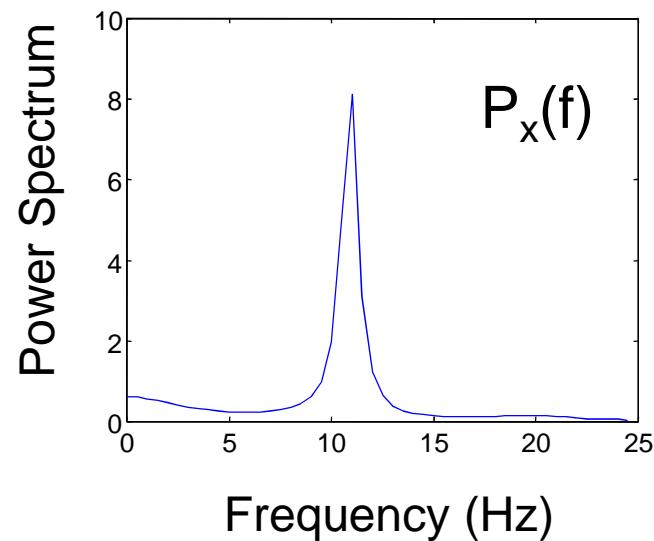
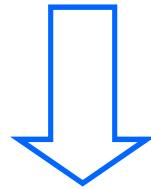
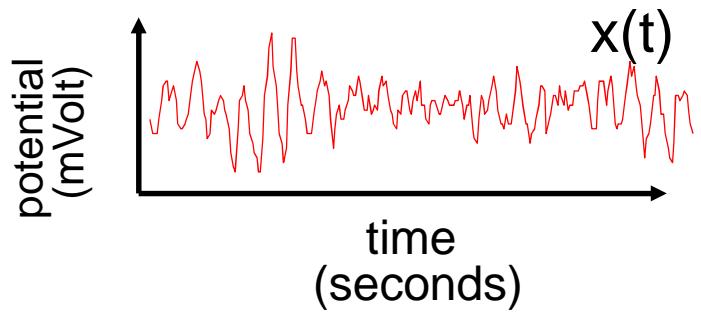


Già nei primi studi pionieristici di Berger sull'interpretazione dell'EEG (1929-1932), vengono definite le componenti a diversa frequenza (onde alfa, beta, delta e theta) presenti nello spettro.

Lo spettro veniva calcolato con metodi "manuali" oppure con banchi di filtri



# Perché si valuta lo spettro di un segnale?



Un segnale,  
complesso da  
interpretare nel  
dominio del tempo

... potrebbe avere uno  
spettro di più facile  
interpretazione

..... lo spettro di un  
processo aleatorio è un  
segnale deterministico

# Definizioni - segnali deterministic

Dato un segnale deterministico continuo  $x(t)$  si definisce Energia del segnale:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt$$

Dal teorema di Parseval l'energia si può anche definire a partire da  $X(\Omega) = FT[x(t)]$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\Omega)|^2 d\Omega$$

Tale relazione porta definire la densità spettrale di energia

$$S(\Omega) = \frac{1}{2\pi} |X(\Omega)|^2$$

*S( $\Omega$ ) è una funzione che, integrata in una certo intervallo  $\Omega_1 - \Omega_2$  fornisce l'energia contenuta in  $x(t)$  e associata a tale banda*

# Definizioni - segnali deterministic

Non tutti i segnali hanno energia finita. Per segnali ad energia infinita, conviene considerare la potenza

e la densità spettrale di potenza

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt$$

$$P(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left| \int_{-T}^{+T} x(t) e^{-j\Omega t} dt \right|^2$$

$P(\Omega)$  è una funzione che, integrata in una certo intervallo  $\Omega_1 - \Omega_2$  fornisce la potenza contenuta in  $x(t)$  e associata a tale banda

*Dalle definizioni, appare chiaro che se  $x(t)$  ha energia finita, la sua potenza è nulla. Viceversa, se la potenza è finita e diversa da zero, l'energia è infinita. Quindi in pratica o si è interessati all'energia, o si è interessati alla potenza, ma non ad energia e potenza contemporaneamente.*

# Analisi spettrale per segnali aleatori

Consideriamo processi stazionari (è sufficiente la stazionarietà in senso lato)

Le realizzazioni sono generalmente ad energia infinita, quindi si parla di spettro di potenza

Esiste una vasta letteratura, e si possono individuare due classi di metodi:

- Metodi non parametrici, o tradizionali, basati sulla FT
- Metodi parametrici, basati sull'impiego di modelli

# Definizioni - segnali aleatori

Il Teorema di Wiener permette di definire  $P(\Omega)$  sulla base della  $f$  di autocorrelazione

$$P(\Omega) = \text{FT}[R_x(\tau)]$$

Per processi ergodici, per i quali  $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau)dt$  converge con Prob=1 a  $R_x(\tau)$

si possono vedere i legami tra  $P(\Omega)$  appena definita e il contenuto armonico delle realizzazioni, in quanto

$$P(\Omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left[ \frac{1}{T} \left| \int_{-T/2}^{T/2} x(t)e^{-j\Omega t} dt \right|^2 \right]$$

*NB ricompare l'aspettazione, perché le proprietà di ergodicità consentono di stimare l'autocorrelazione da una realizzazione, ma non lo spettro*

*Densità spettrale di potenza  
di una singola realizzazione!*

Vediamo come si implementano in pratica le due formule. Consideriamo un PA a tempo discreto, eventualmente ottenuto da un PA a tempo continuo per campionamento, stazionario ed ergodico

## Metodo FT indiretto

Dati → autocorrelazione → spettro

$$P(\omega) = \text{FT}[R_x(m)] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_x(m) e^{-j\omega m}$$

*R<sub>x</sub>(m) sequenza deterministica pari*

In pratica si hanno a disposizione N campioni x<sub>0</sub>...x<sub>N-1</sub> dai quali si può ottenere solo una stima di R<sub>x</sub>(m) per alcuni valori di m:

$$\hat{R}_x(m) \quad m=0, 1, \dots, M$$

Si sfrutta la parità di R<sub>x</sub> per estendere la stima ai valori negativi

$$\hat{R}_x(m) = \hat{R}_x(-m) \quad m= -1, -2, \dots, -M$$

e si impone poi  $\hat{R}_x(m) = 0 \quad |m| > M$

# 1° Stimatore di $R_x(m) \quad m > 0$

$$\hat{R}_x(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-1-m} x(n)x(n+m)$$

E' non polarizzato

$$E[\hat{R}_x(m)] = R_x(m)$$

*converge in media al  
valor vero*

E' consistente

$$\text{var}[\hat{R}_x(m)] \approx \frac{N}{(N-m)^2} [....]$$

*Varianza tende a zero  
quando N tende ad  
infinito*

...ma, per N finito, la sua varianza cresce al crescere di m

## 2° Stimatore di $R_x(m) \quad m > 0$

$$\hat{R}'_x(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-m} x(n)x(n+m) = \frac{N-m}{N} \hat{R}_x(m)$$

E' polarizzato

$$E[\hat{R}'_x(m)] = \frac{N-m}{N} R_x(m)$$

*Ma asintoticamente non polarizzato*

E' consistente

$$\text{var}[\hat{R}'_x(m)] \approx \frac{1}{N} [....]$$

*Varianza tende a zero quando N tende ad infinito*

Per N finito, la varianza NON cresce al crescere di m, ma cresce l'errore di polarizzazione!!!

# 1° Stimatore di $P(\omega)$

$$\hat{P}_{BT}(\omega) = FT\left[\hat{R}_x(m)\right] = \sum_{m=-M}^M \hat{R}_x(m)e^{-j\omega m}$$

E' polarizzato  $E\left[\hat{P}_{BT}(\omega)\right] = \sum_{m=-M}^M E\left[\hat{R}_x(m)e^{-j\omega m}\right] = \sum_{m=-M}^M R_x(m)e^{-j\omega m}$

$$\neq P(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_x(m)e^{-j\omega m}$$

Per quantificare l'errore di polarizzazione

$$E\left[\hat{P}_{BT}(\omega)\right] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_x(m)w(m)e^{-j\omega m} = FT[R_x(m)w(m)] = P(\omega) \otimes W(\omega)$$

*Lo stimatore converge in media verso  
una versione distorta dello spettro*

$$w(m) = \begin{cases} 1 & |m| \leq M \\ 0 & |m| > M \end{cases}$$

## 2° Stimatore di $P(\omega)$

$$\hat{P}'_{BT}(\omega) = FT\left[\hat{R}'_x(m)\right] = \sum_{m=-M}^M \hat{R}'_x(m)e^{-j\omega m}$$

E' polarizzato       $E\left[\hat{P}'_{BT}(\omega)\right] = \sum_{m=-M}^M E\left[\hat{R}'_x(m)e^{-j\omega m}\right]$

$$= \sum_{m=-M}^M \frac{N-|m|}{N} R_x(m) e^{-jwm} \neq P(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_x(m) e^{-j\omega m}$$

Per quantificare l'errore di polarizzazione

$$E\left[\hat{P}'_{BT}(\omega)\right] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_x(m) w'(m) e^{-j\omega m} = FT[R_x(m) w'(m)] = P(\omega) \otimes W'(\omega)$$

*Lo stimatore converge in media verso  
una versione distorta dello spettro*

$$w'(m) = (N-|m|)/N \quad |m| \leq M$$

$$0 \quad |m| > M$$

# Metodo FT diretto

Dati → spettro

$$P(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} E \left[ \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega n} \right|^2 \right]$$

La formula corretta implica l'aspettazione e il passaggio al limite. Dato che si ha a disposizione un numero finito di campioni di una realizzazione, si omettono queste operazioni e si definisce lo stimatore (periodogramma)

$$\hat{P}_{PER}(\omega) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega n} \right|^2 = \frac{1}{N} |X(\omega)|^2$$

*X(ω) è la FT della sequenza*

Si può dimostrare che  $\hat{P}_{PER}(\omega) = \hat{P}_{BT}(\omega)$  con  $M=N-1$

*il periodogramma comporta gli stessi problemi di stima dei metodi precedenti*

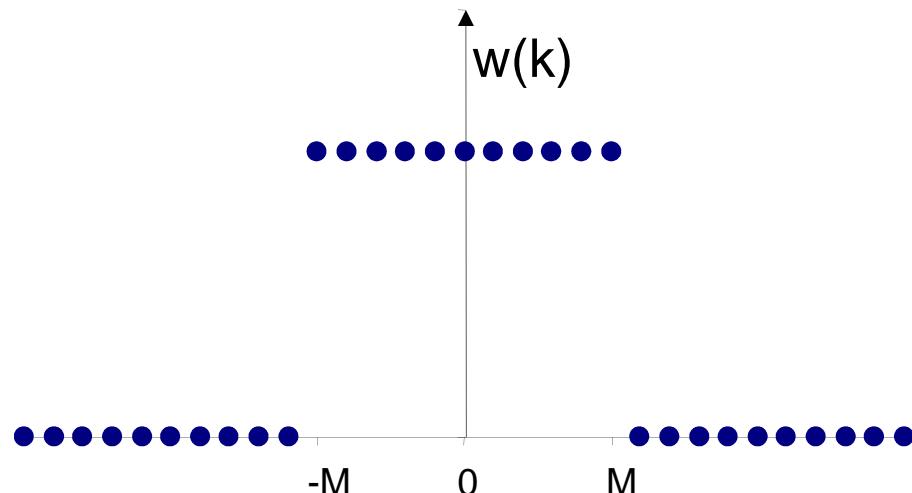
# Ricapitolando

Tutti i metodi forniscono una stima distorta dello spettro:

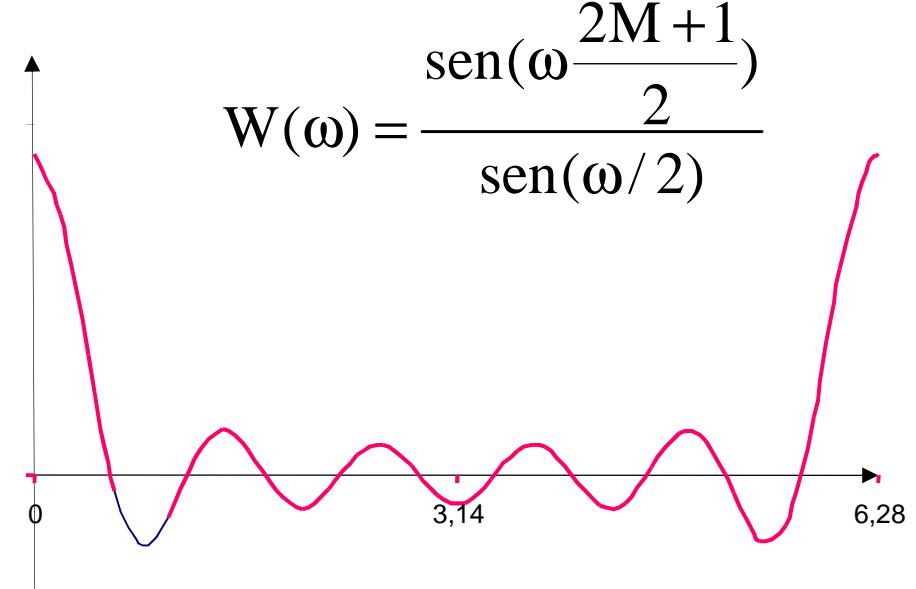
$$E[\hat{P}(\omega)] = P(\omega) \otimes W(\omega)$$

Cambia la forma di  $W$

## Metodo FT indiretto - 1° stimatore

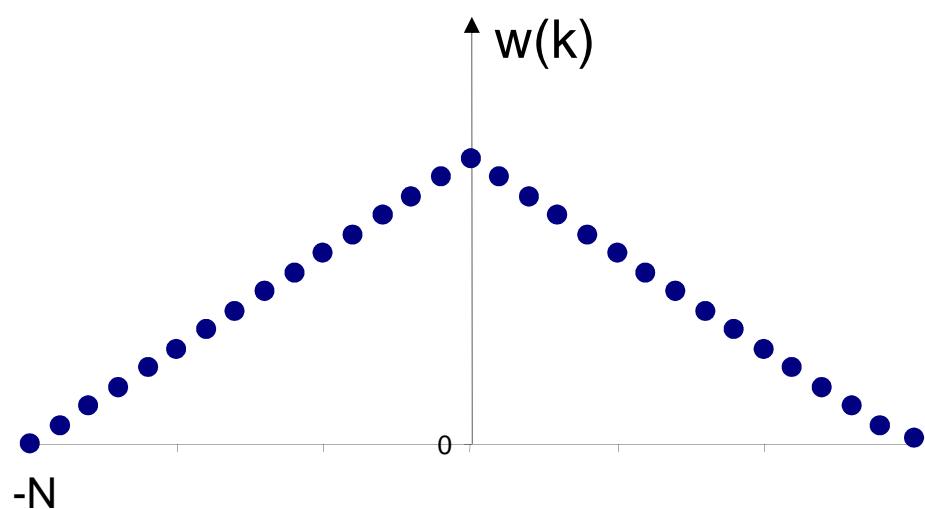


Finestra rettangolare di durata  $2M+1$



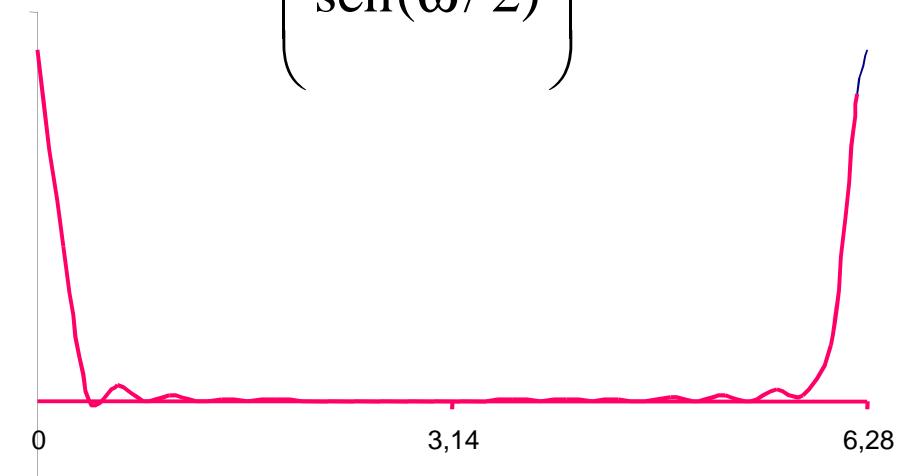
$2M+1$  lobi nell'intervallo  $0-2\pi$

# Metodo FT diretto - periodogramma



Finestra triangolare, può essere vista come il prodotto di convoluzione di due finestre rettangolari, ognuna di durata  $N$

$$W(\omega) = \left( \frac{\sin(\omega \frac{N}{2})}{\sin(\omega/2)} \right)^2$$



*N* lobi nell'intervallo  $0-2\pi$

## Aspetti implementativi :

### 1. Effetto della frequenza di campionamento

Supponiamo che il segnale discreto  $x(n)$  sia ottenuto per campionamento di un segnale continuo  $x(t)$  con passo  $T$  e frequenza di campionamento  $F_c=1/T$ . Quindi  $R_x(m)$  è la versione campionata di  $R_x(\tau)$ . Come gioca la frequenza di campionamento?

**Funzione di autocorrelazione continua**

$$R_x(\tau) \quad P(\Omega) = FT[R_x(\tau)] = \int_{-\tau_{\max}}^{\tau_{\max}} R_x(\tau) e^{-j\Omega\tau} d\tau$$

**Funzione di autocorrelazione discreta**

$$R_x(m) \quad P(\omega) = FT[R_x(m)] = \sum_{m=-M}^{M} R_x(m) e^{-j\omega m}$$

$P(\omega)$  è una funzione continua in  $\omega$  e periodica di periodo  $2\pi$ . Si può dimostrare (cfr le relazioni tra FT di un segnale continuo e FT del segnale discreto ottenuto per campionamento) che l'intervallo  $0-2\pi$  di periodicità di  $P(\omega)$  corrisponde in frequenza ad un intervallo pari alla frequenza di campionamento!!!!

# Aspetti implementativi: 2. DFT

La stima dello spettro viene calcolato per punti, via DFT, cioè:

**Metodo indiretto - 1° Stimatore**

$$\hat{P}_{BT}(k) = \text{DFT}[\hat{R}_x(m)] = \sum_{m=0}^{2M+1} \hat{R}_x(m) e^{-j \frac{2\pi}{2M+1} mk} = \hat{P}_{BT}(\omega) \Big|_{\omega = \frac{2\pi}{2M+1} k}$$

MATLAB  
 $P = \text{fft}(R, 2^*M+1)$

$K=0,1,\dots,2M+1$

**Metodo indiretto - 2° Stimatore**

$$\hat{P}'_{BT}(k) = \text{DFT}[\hat{R}'_x(m)] = \sum_{m=0}^{2M+1} \hat{R}'_x(m) e^{-j \frac{2\pi}{2M+1} mk} = \hat{P}'_{BT}(\omega) \Big|_{\omega = \frac{2\pi}{2M+1} k}$$

**Periodogramma**

$$\hat{P}_{PER}(k) = \frac{1}{N} |\text{DFT}[x(n)]|^2 = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j \frac{2\pi}{N} nk} \right|^2 = \hat{P}_{PER}(\omega) \Big|_{\omega = \frac{2\pi}{N} k} \quad K=0,1,\dots,N-1$$

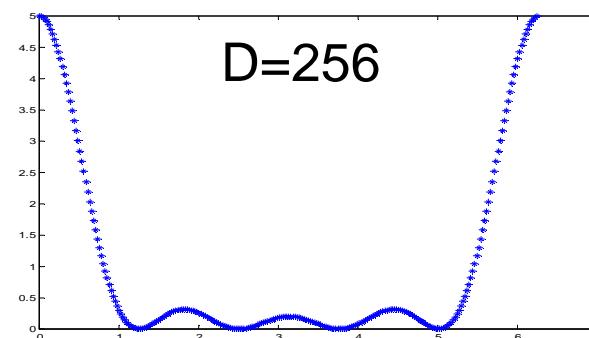
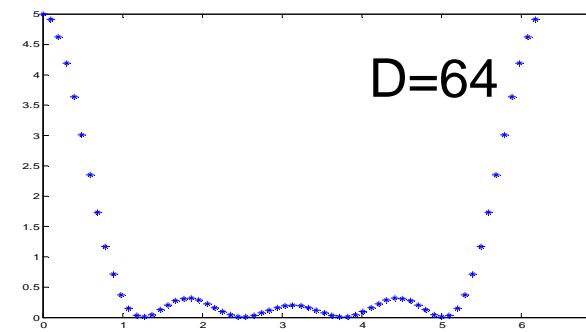
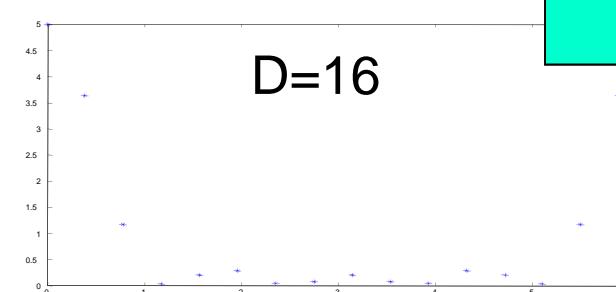
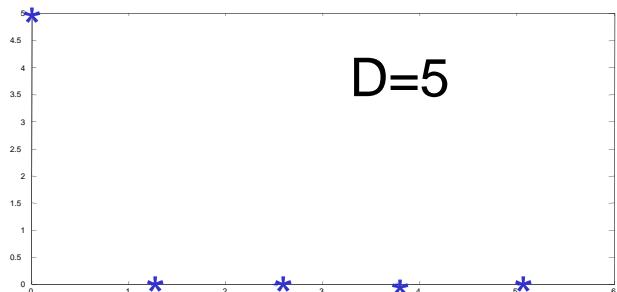
MATLAB  
 $y = \text{fft}(x, N)$   
 $P = (\text{abs}(y))^2 / N$

# Aspetti implementativi: 3. Zero padding

Consiste nell'aggiungere in coda alla sequenza un certo numero di zeri, per simulare un numero maggiore D (per motivi di efficienza dell'algoritmo è bene che sia una potenza di 2) di campioni. La DFT viene calcolata su D campioni, e quindi produce D valori, sempre equispaziati in  $0-2\pi$ . Ciò non modifica la stima, ma fornisce un andamento più regolare dello spettro.

Esempio:  $x = \text{rect}(5)$

MATLAB  
 $y = \text{fft}(x,D)$   
 $P = (\text{abs}(y))^2/N$



## Aspetti implementativi: 4. Averaging

Consideriamo la stima con il metodo del periodogramma, ma considerazioni analoghe valgono anche per gli altri metodi. Si può dimostrare che se il segnale  $x(n)$  è un p.a. gaussiano, la varianza dello stimatore è data dalla seguente espressione

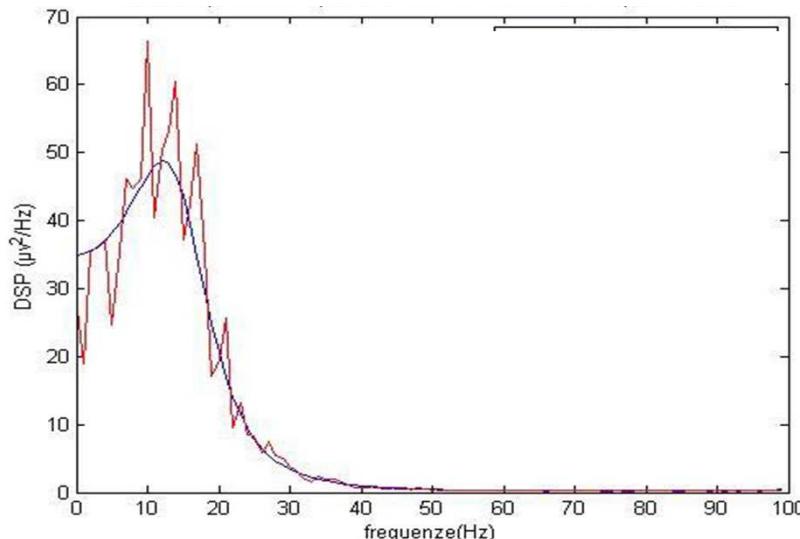
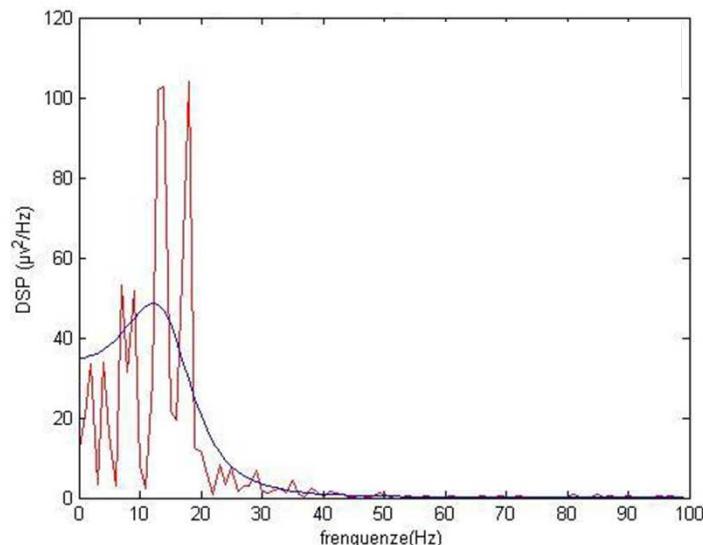
$$\text{var}(\hat{P}_{\text{PER}}(\omega)) \approx P_{\text{PER}}(\omega)^2 \left[ 1 + \left( \frac{\text{sen}\omega N}{N \text{sen}\omega} \right)^2 \right]$$

Quindi non tende a zero se il numero di campioni  $N$  tende ad infinito, ovvero il periodogramma non produce una stima consistente dello spettro. Per migliorare le proprietà della stima, si usa spesso suddividere i dati a disposizione in  $K$  intervalli ognuno di dimensione  $L$  ( $KL=N$ ) calcolare lo spettro su ciascun intervallo e quindi mediare. Se i vari segmenti sono tra di loro scorrelati, la media produce uno stimatore consistente dello spettro, con varianza che tende a zero quando  $K$  tende all'infinito:

$$\text{var}(\hat{P}_{\text{ave}}(\omega)) \approx \frac{1}{K} P_{\text{PER}}(\omega)^2 \left[ 1 + \left( \frac{\text{sen}\omega L}{L \text{sen}\omega} \right)^2 \right]$$

# Effetto dell'averaging

L'operazione di averaging regolarizza la stima, come evidenziata nei grafici sotto riportati, relativi ad uno studio di simulazione in cui in blu è rappresentato lo spettro «vero», in rosso la stima FT, a sinistra ottenuta da un unico segmento di 1 sec, a destra mediando gli spettri di 20 segmenti di 1 sec ciascuno.



Bisogna però trovare un compromesso tra tre esigenze contrastanti:

- mantenere  $L$  sufficientemente elevato per limitare i fenomeni di distorsione
- avere  $K$  sufficientemente elevato per ridurre la varianza dello stimatore
- tenere limitato l'intervallo totale  $KxL$  per soddisfare, almeno in prima approssimazione, l'ipotesi di stazionarietà

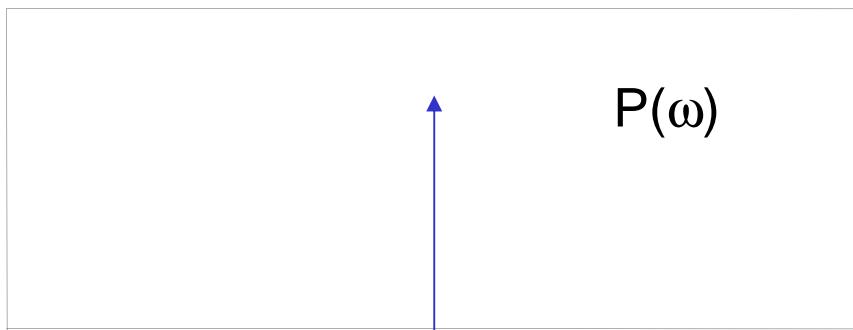
Il metodo di Welch offre una possibile soluzione basata sull'impiego di segmenti che si sovrappongono parzialmente, spesso del 50%.

# Problemi dei metodi FT

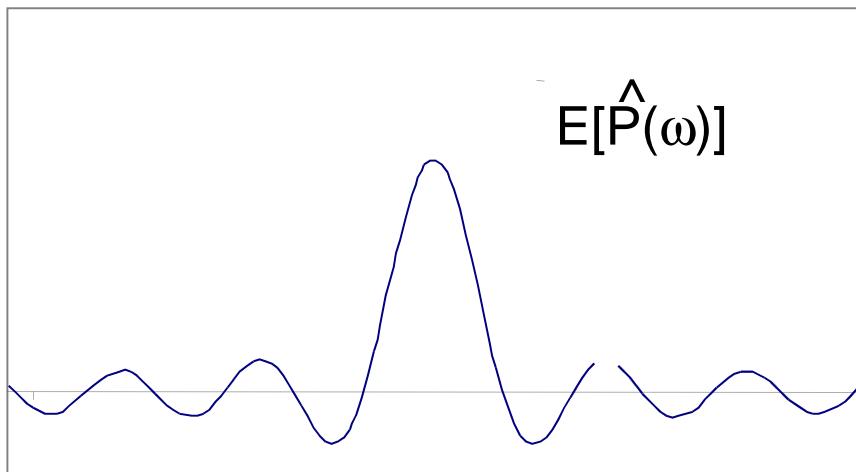
- Leakage
- Risoluzione limitata in frequenza
- Mascheramento di componenti spettrali deboli
- Alta sensibilità al rumore di misura

# Leakage

$$E[\hat{P}(\omega)] = P(\omega) \otimes W(\omega)$$



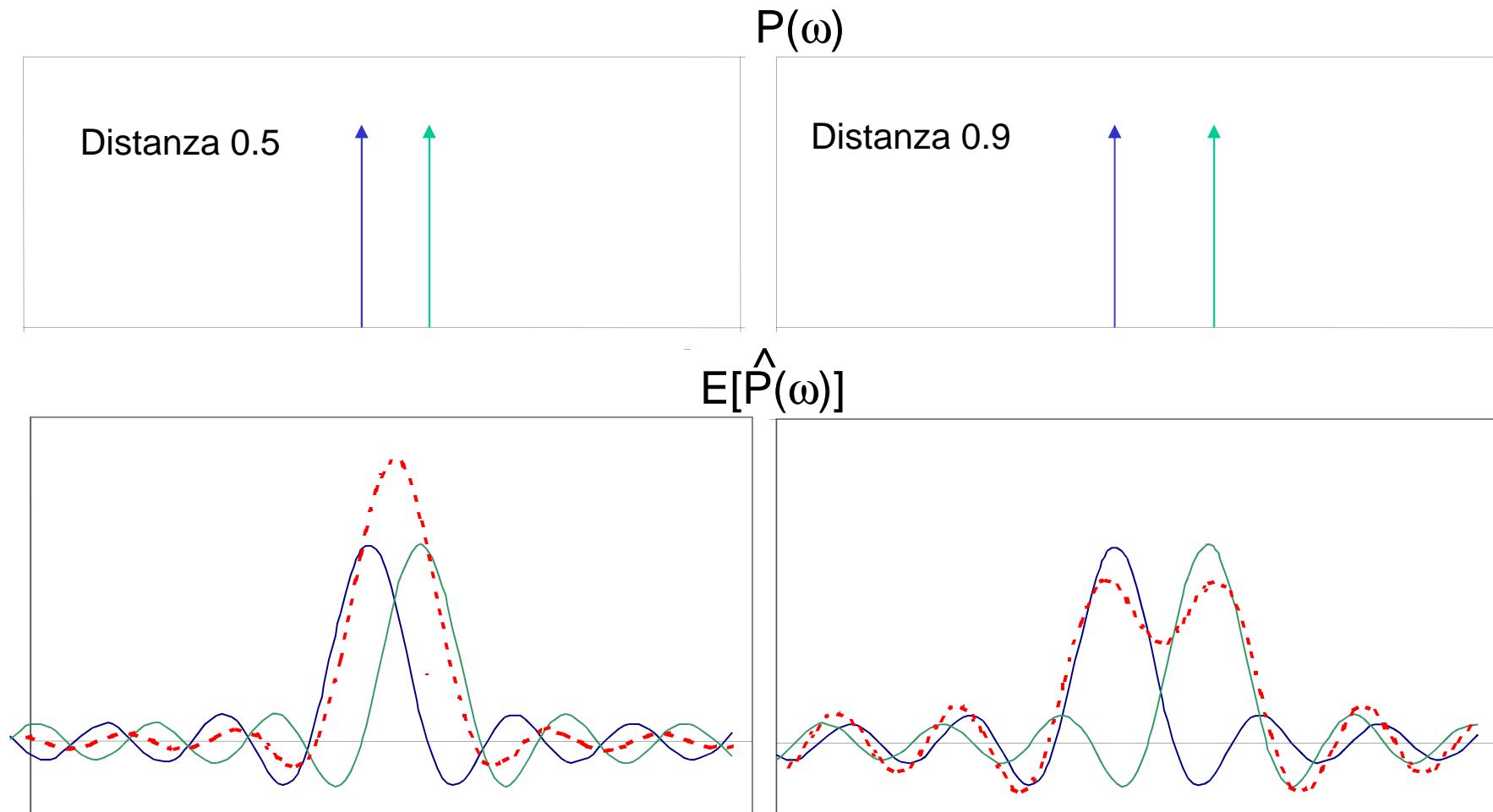
Per effetto della convoluzione, c'è una perdita (leakage) di potenza verso le frequenze prossime



# Risoluzione limitata in frequenza

$$E[\hat{P}(\omega)] = P(\omega) \otimes W(\omega)$$

non si distinguono due righe spettrali che distano meno di metà dell'ampiezza del lobo centrale (es. M=5, 11 lobi di ampiezza 0.57)

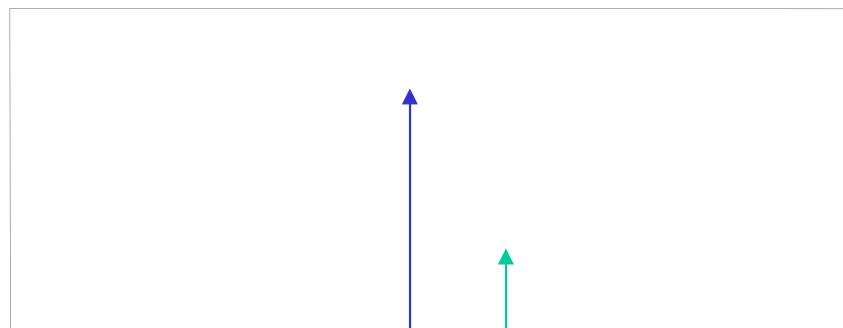


# Mascheramento di componenti spettrali deboli

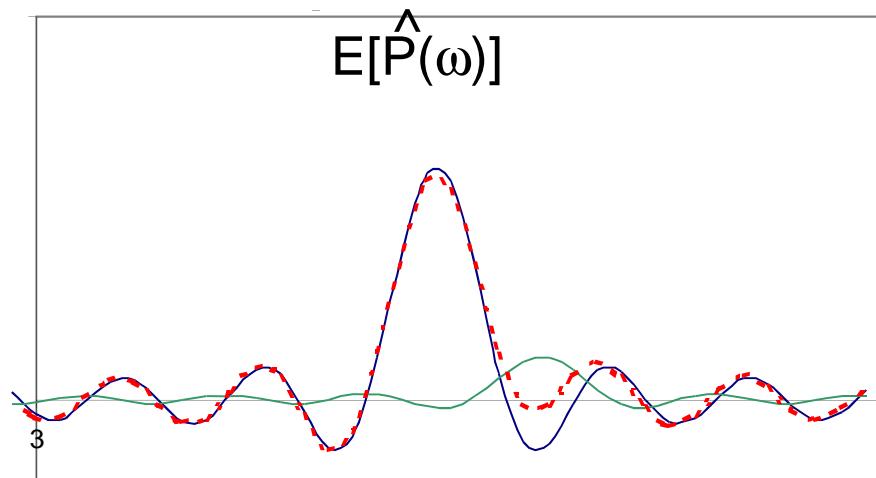
$$E[\hat{P}(\omega)] = P(\omega) \otimes W(\omega)$$

una componente spettrale debole può essere mascherata da una componente spettrale forte ad essa vicina

$P(\omega)$



$E[\hat{P}(\omega)]$



## ..... per ovviare ai problemi dei metodi FT

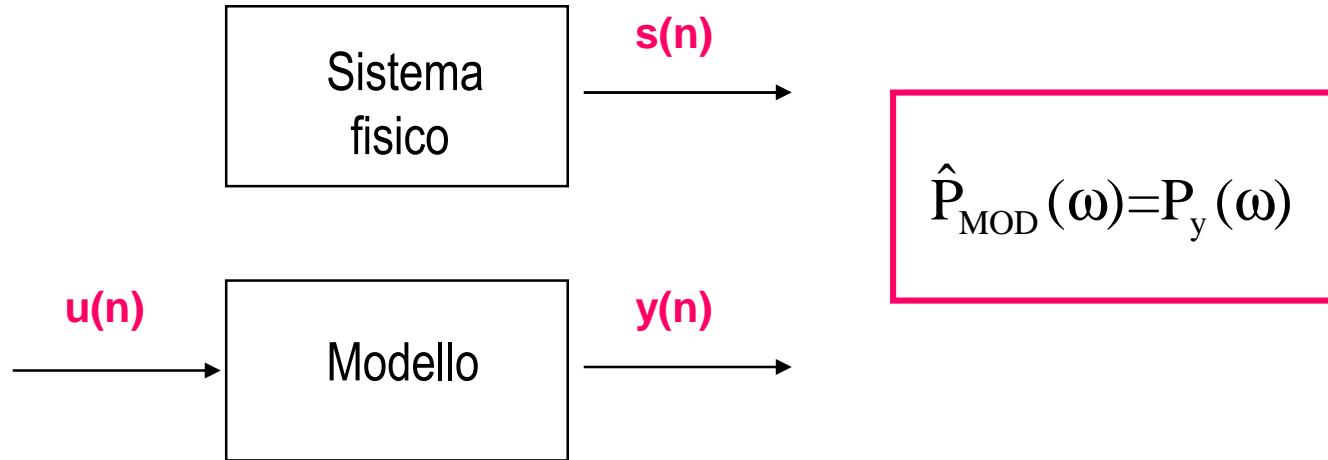
Con i metodi FT si considerano sequenze di durata finita (funzione di autocorrelazione nei metodi BT, dati nel periodogramma) e si assume che esse siano nulle al di fuori della finestra di stima o di osservazione.

Si può pensare di fare delle ipotesi più ragionevoli, e approssimare la sequenza, fuori della finestra, con la sua estrapolazione fornita da un modello che sia una buona approssimazione del processo

Procedura a 3 passi

- Selezione del modello
- Stima dei parametri del modello
- Calcolo dello spettro del modello

# Metodi parametrici



Per modelli ARMA

$$\hat{P}_{\text{ARMA}}(\omega) = P_y(\omega) = |H(\omega)|^2 P_u(\omega)$$

*Lo spettro è una  
f continua di w*

$$H(z) \Big|_{z=e^{j\omega}} = \frac{1 + \sum_{k=1}^M b_k e^{-j\omega k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k e^{-j\omega k}}$$

$$\sigma_u^2$$

# Che modello scegliere?

Teorema di decomposizione di Wold

Un Modello ARMA (o MA) di ordine finito può essere rappresentato con un modello AR in generale di ordine infinito

Vale anche il duale, cioè:

Un modello ARMA (o AR) di ordine finito può essere rappresentato con un modello MA in generale di ordine infinito

Dato che l'identificazione di modelli AR richiede di risolvere equazioni lineari, si sceglie spesso di identificare modelli AR

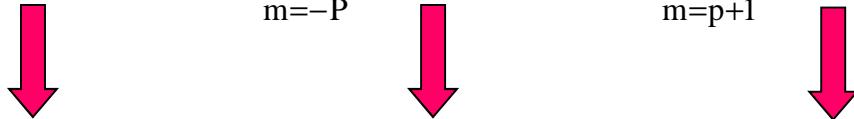
MAI modelli MA, per i quali la f di autocorrelazione è comunque nulla al di fuori dell'intervallo da  $-q$  a  $q$ , dove  $q$  è l'ordine del modello

# Stima spettrale AR

$$\hat{P}_{AR}(\omega) = |H(\omega)|^2 \sigma_u^2 = \left| \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^P a_k e^{-j\omega k}} \right|^2 \sigma_u^2$$

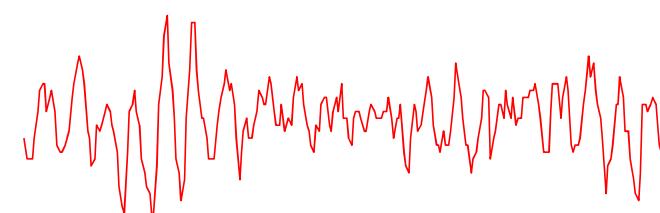
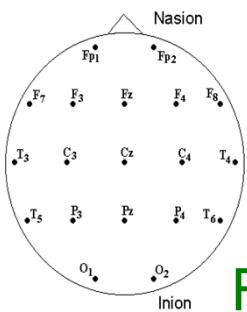
Si può dim che, se i parametri del modello sono le soluzioni dell'eq di Yule Walker, vale la seguente relazione:

$$\hat{P}_{AR}(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_y(m)e^{-j\omega m} = \sum_{m=-\infty}^{-P-1} R_y(m)e^{-j\omega m} + \sum_{m=-P}^{+P} R_y(m)e^{-j\omega m} + \sum_{m=p+1}^{+\infty} R_y(m)e^{-j\omega m}$$


  
 ↓                      ↓                      ↓
   
 estrapolazione        uguale alla f di        estrapolazione
   
 fornita dal           autocorr                fornita dal
   
 modello                stimata dai dati        modello

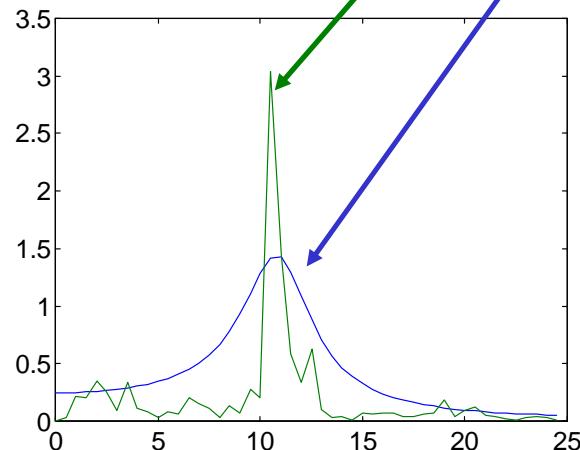
Pertanto, il modello AR, identificato a partire dalle stime (dai dati) di  $R_s(m)$  per  $m$  compreso tra  $-p$  e  $p$ , consente di predire i suoi valori al di fuori di questo intervallo, e quindi evita di porli a zero, come invece avviene nei metodi FT indiretti. Questo anche spiega perché non si usano modelli MA

# Ruolo dell'ordine del modello

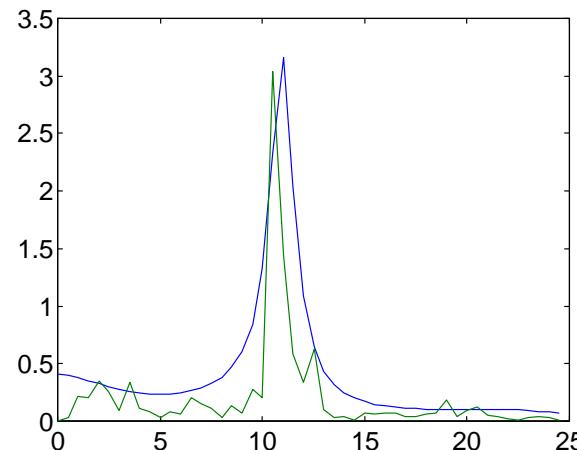


EEG ( $T_p=2$  s,  $F_c=256$  Hz,  
 $N = 512$  samples)

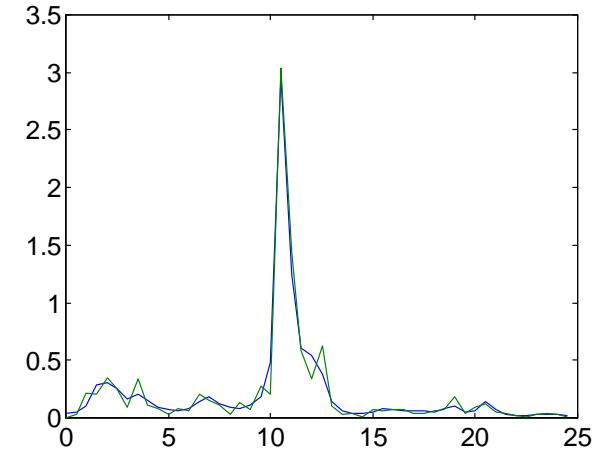
FT-based spectrum estimate  
AR model-based spectrum estimate



Low Order  
 $p=4$

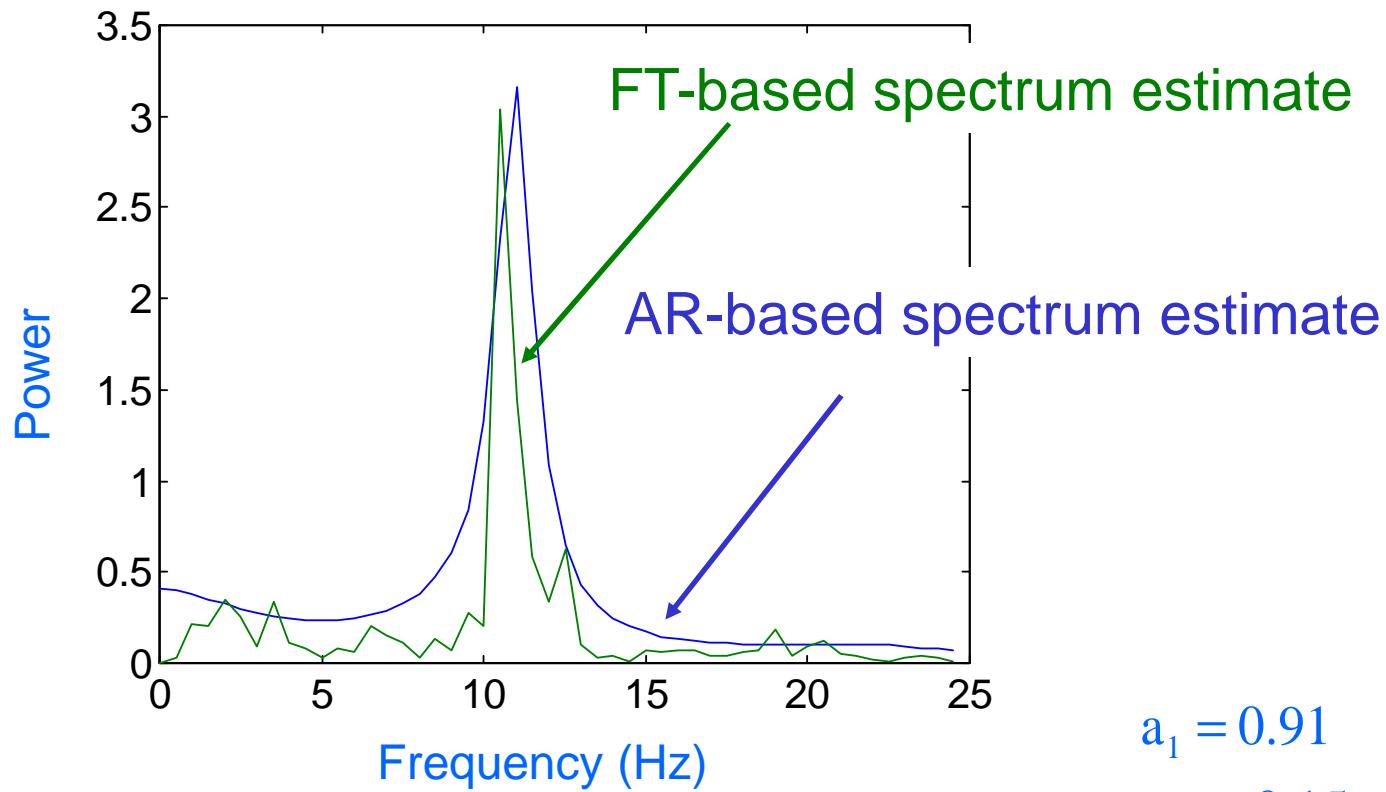


Good Order  
 $p=10$



High Order  
 $p=22$

# Modello di ordine ottimo



Parameters of the chosen Model

$$\begin{array}{ll} a_1 = 0.91 & a_6 = -0.14 \\ a_2 = -0.15 & a_7 = -0.09 \\ a_3 = -0.17 & a_8 = 0.10 \\ a_4 = -0.03 & a_9 = -0.13 \\ a_5 = 0.11 & a_{10} = 0.26 \end{array}$$

ESEMPI

# Esempio 1: EMG

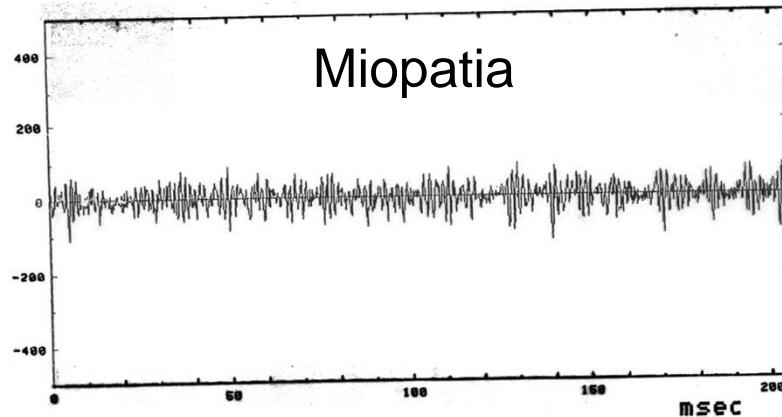


Fig. 10.4 Segnale EMG miopatico

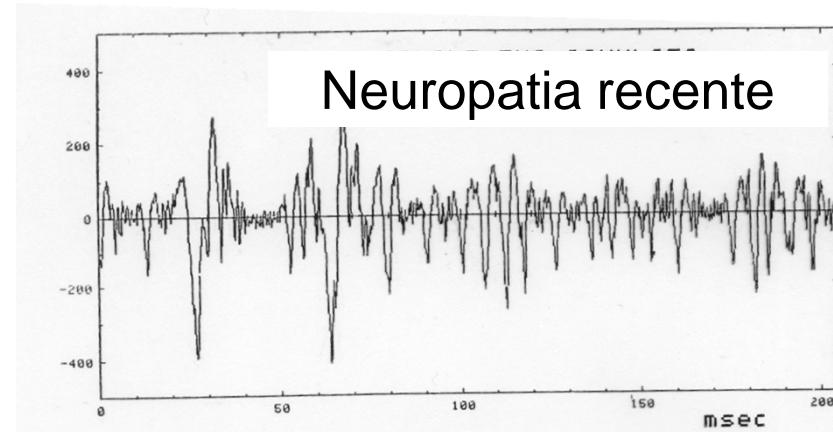


Fig. 10.6 Segnale EMG neurogeno recente

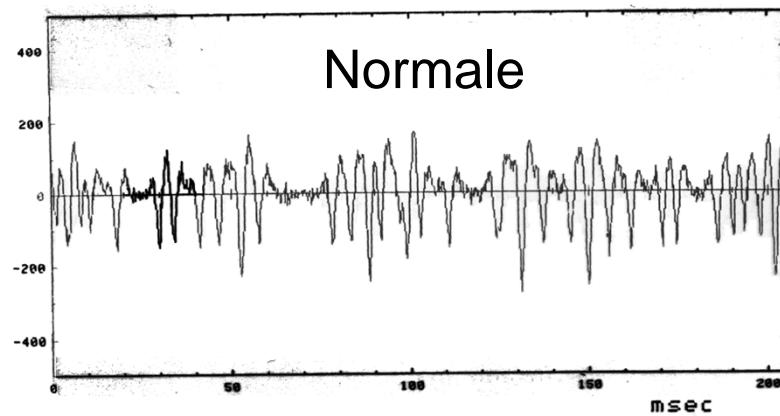


Fig. 10.5 Segnale EMG normale

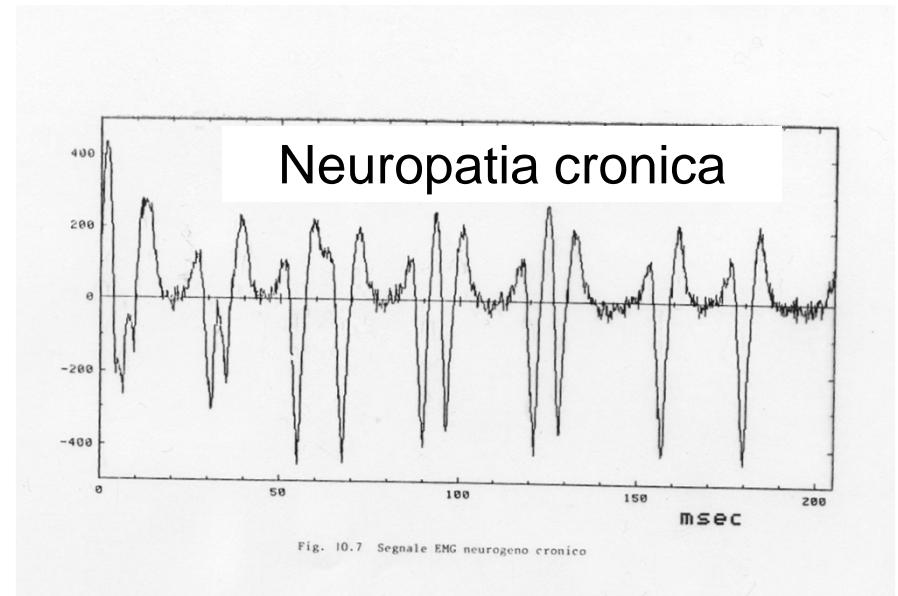
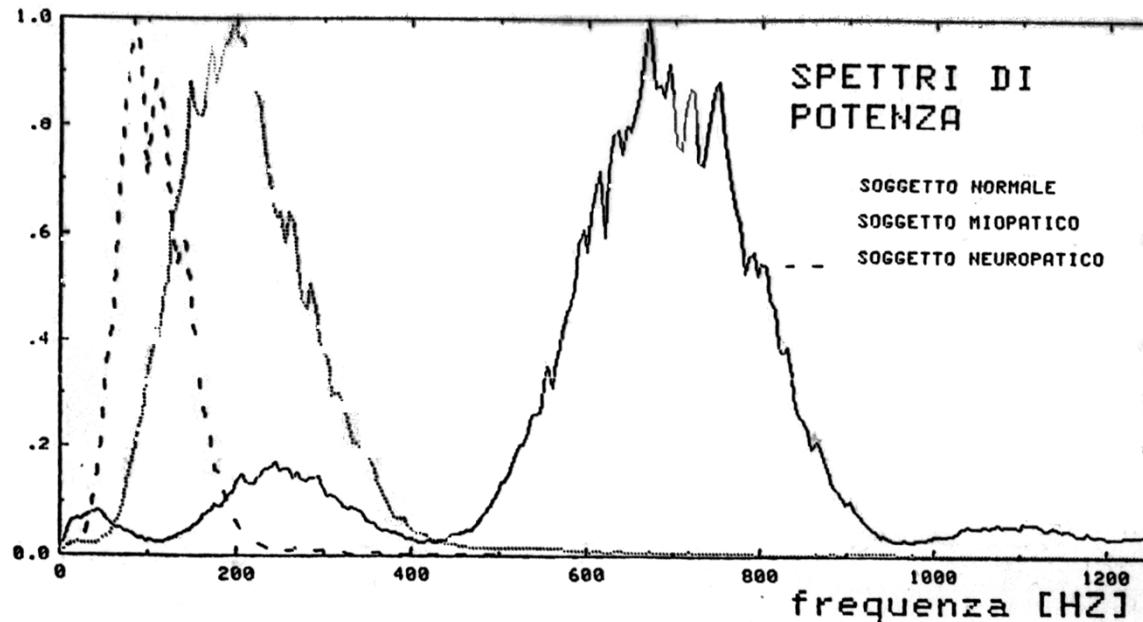


Fig. 10.7 Segnale EMG neurogeno cronico

# Spettro FT dell'EMG



$$F_{\text{media}} = \frac{\int_0^{f_{\text{max}}} f \cdot P(f) df}{\int_0^{f_{\text{max}}} P(f) df}$$

Fig. 10.15

$$F_{\text{mediana}} : \int_0^{F_{\text{mediana}}} f \cdot P(f) df = \frac{\int_0^{f_{\text{max}}} f \cdot P(f) df}{F_{\text{mediana}}}$$

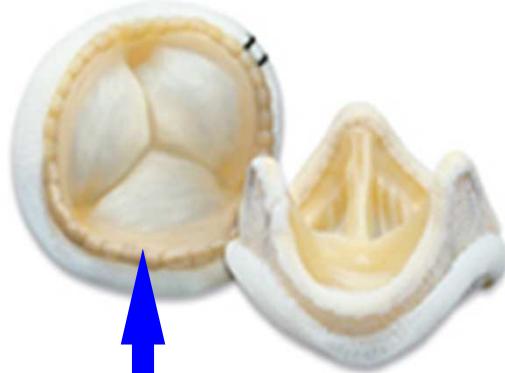
Lo spettro EMG del soggetto miopatico (linea scura) rivela frequenze più elevate di quello normale (linea chiara) e neuropatico (linea tratteggiata). Quindi parametri estratti dal dominio della frequenza, es. frequenza di picco o frequenza media o frequenza mediana sono parametri di potenziale interesse clinico, perchè in grado di discriminare tra le varie classi di soggetti

NB : Ci si riferisce alla frequenza in Hz, anche se gli spettri, valutati nel discreto, sono generalmente espressi in funzione della pulsazione  $\omega$ .

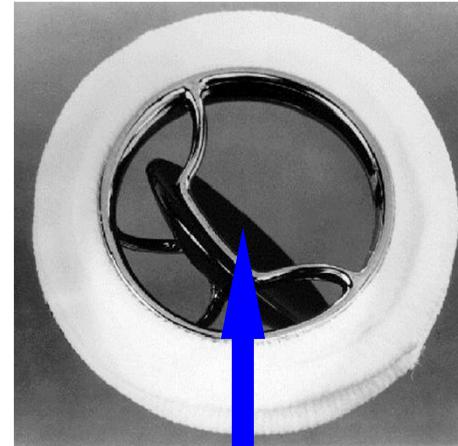
Ricordare la relazione  $\omega=2\pi f/f_c$  con  $f_c$ =frequenza di campionamento

## Esempio 2: Analisi spettrale del PCG per la valutazione di protesi valvolari

Le cause principali di degenerazione delle valvole impiantate sono:



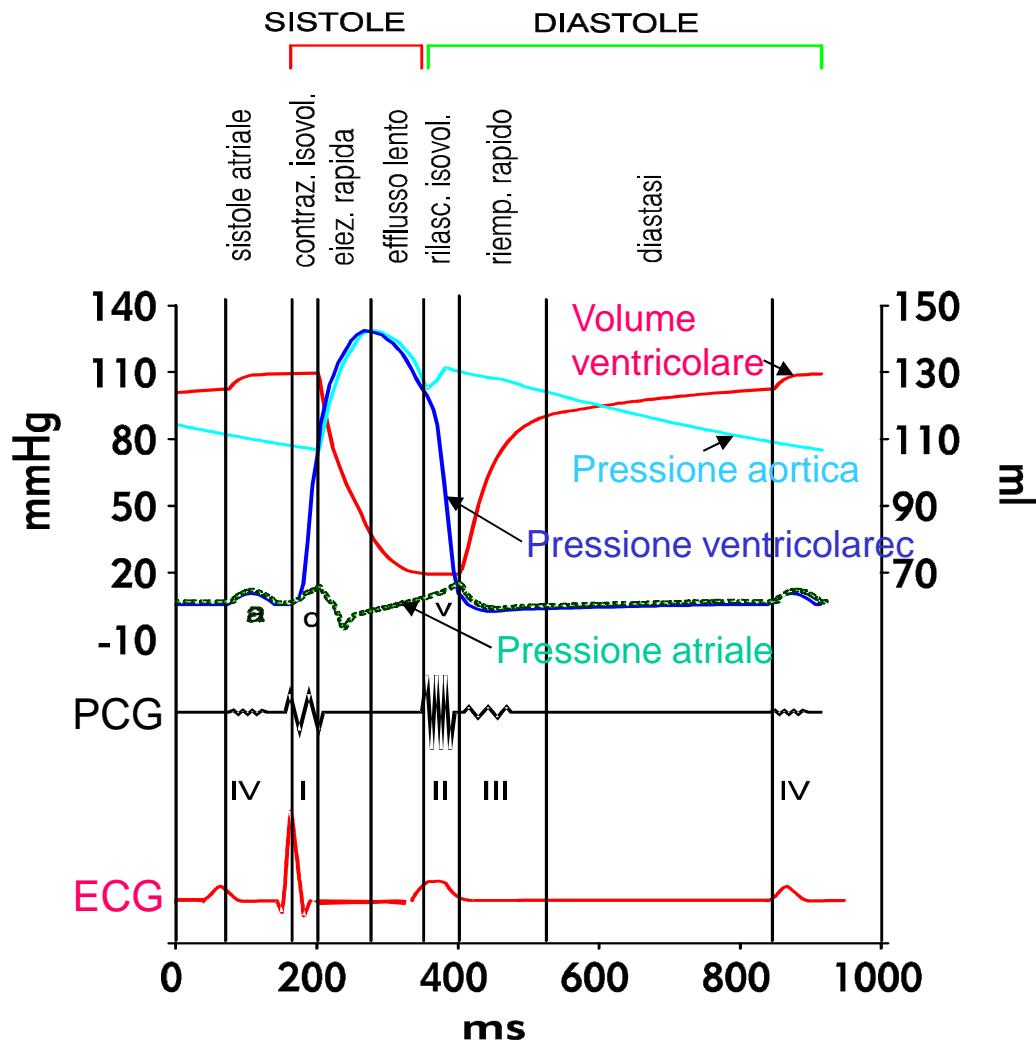
Calcificazione  
della cuspide



Frattura del  
supporto

Il fonocardiogramma (PCG) consente una valutazione funzionale di protesi valvolari cardiache da un punto di vista biomeccanico ed emodinamico, e quindi permette di individuare malfunzionamenti dovuti alla neoformazione di uno strato di tessuto fibroso o alla rottura di una parte della valvola impiantata.

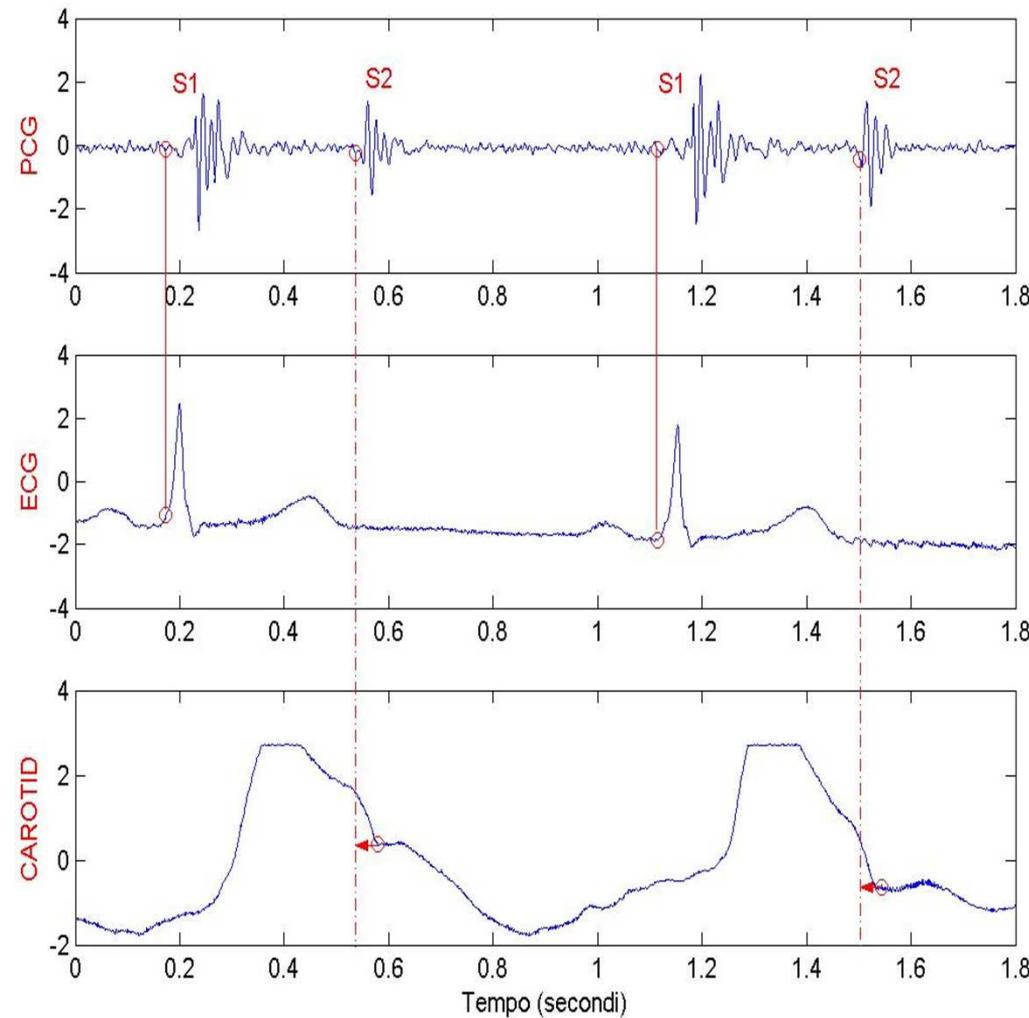
# PCG-Fonocardiogramma



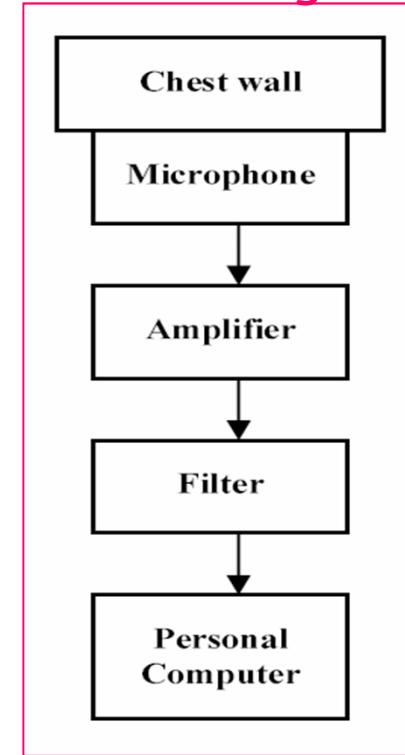
E' necessaria una analisi corretta del segnale, che limiti l'analisi ai campioni che coincidono con il suono di chiusura della valvola di interesse.

|  | Toni     | ECG           |
|--|----------|---------------|
| Riempimento ventricolare                                   | III tono |               |
| Depolarizzazione atriale<br>contrazione atriale            | IV tono  | Onda P        |
| Chiusura valvole A-V                                       | I tono   |               |
| Depolarizzazione ventricolare,<br>contrazione ventricolare |          | Complesso QRS |
| Chiusura valvole aortica e<br>polmonare                    | II tono  | Onda T        |

# Acquisizione dei dati

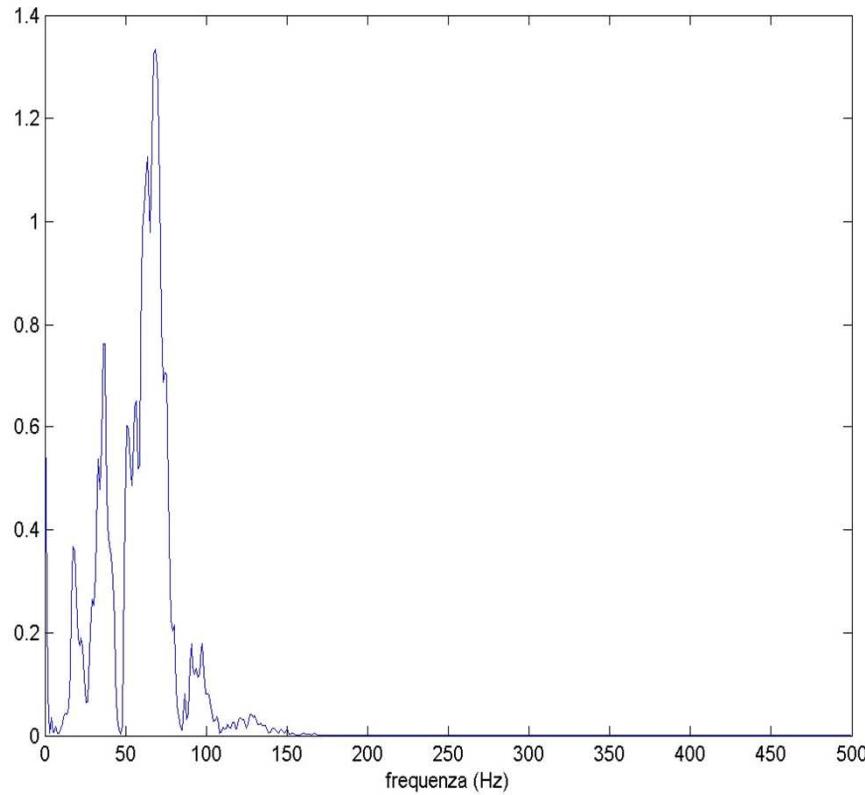


fonocardiografo

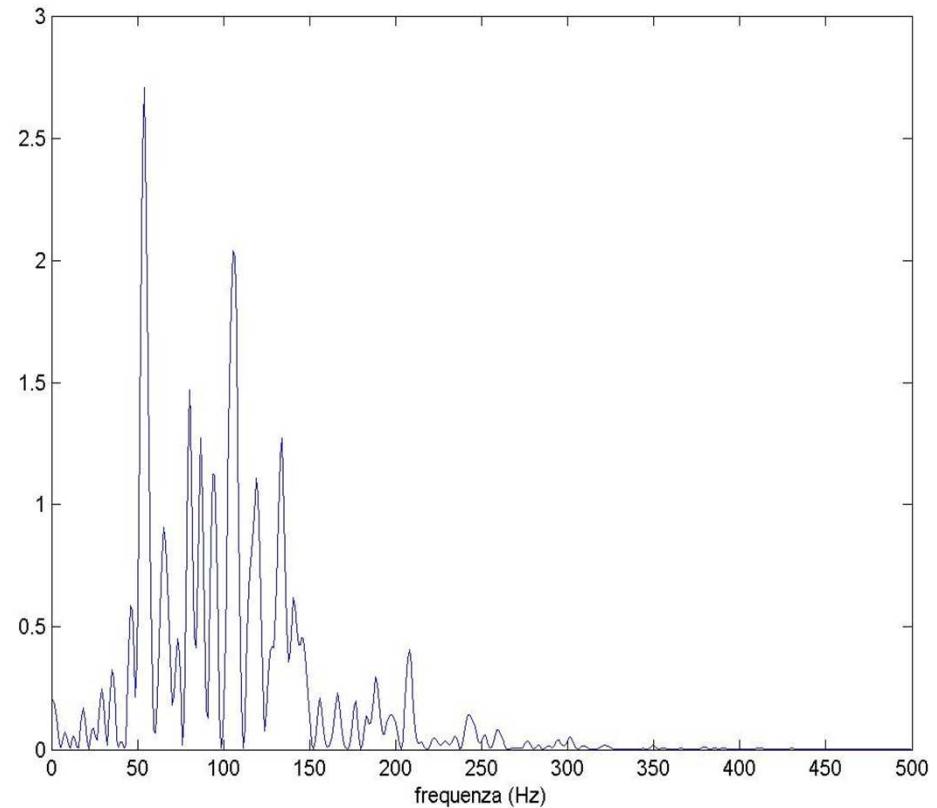


Per individuare all'interno del segnale il suono (S1 o S2) relativo alla valvola in esame, si utilizzano come segnali di riferimento l'ECG e il CP (polso carotideo)

# Analisi dei suoni cardiaci via FFT



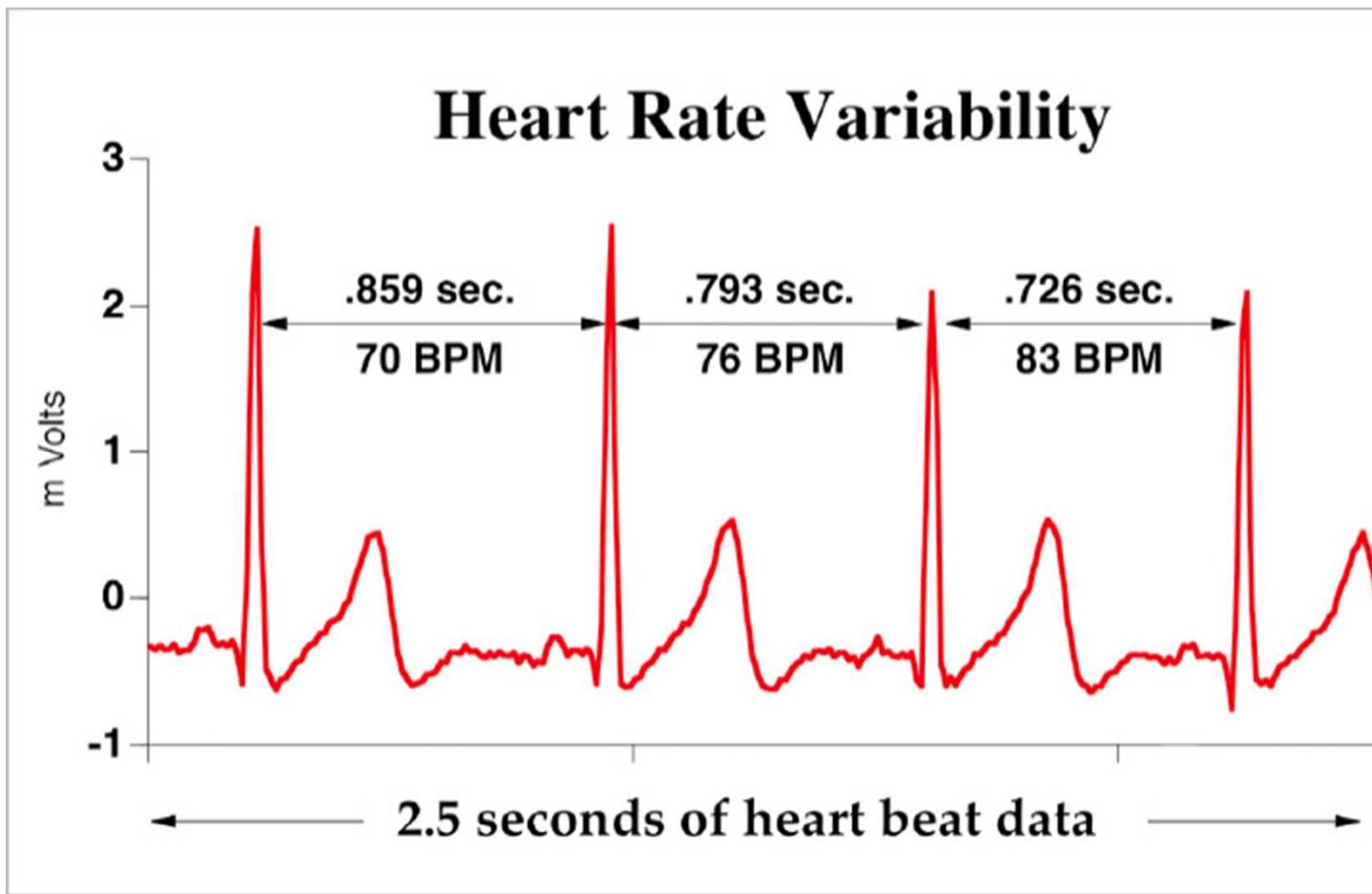
**BIPROTESI AORTICA  
FUNZIONANTE**



**BIPROTESI AORTICA  
IRRIGIDITA**

*La calcificazione e la formazione di uno strato fibroso comportano un innalzamento della frequenza media (baricentro di frequenza). Pertanto si può pensare di usare tale parametro a fini diagnostici*

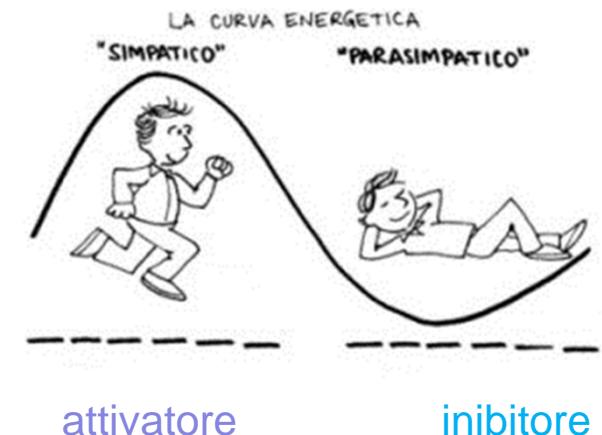
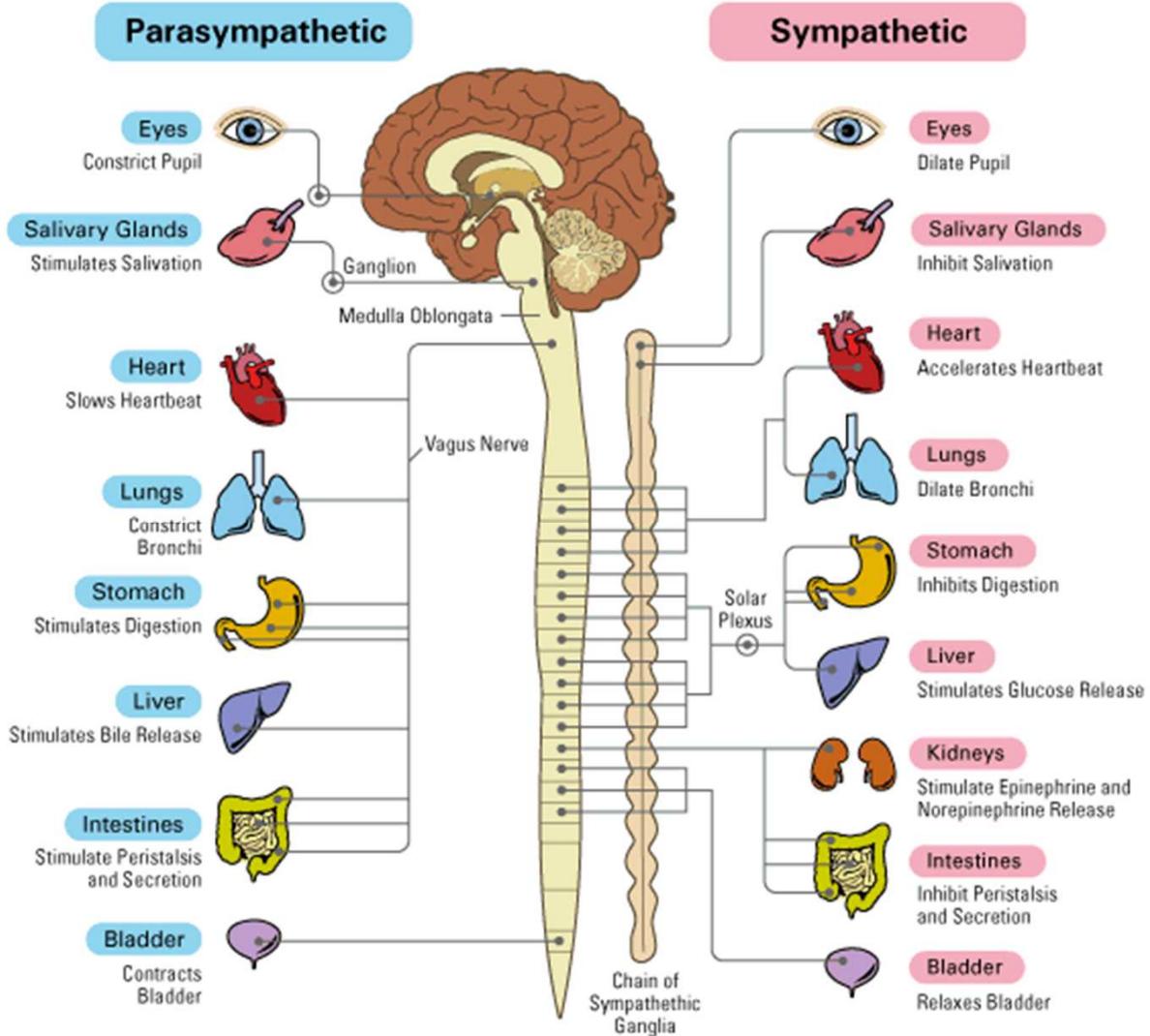
## Esempio 3: Analisi spettrale del segnale di varibilità cardiaca



risposta ad una situazione di calma, riposo, assenza di pericoli e stress.

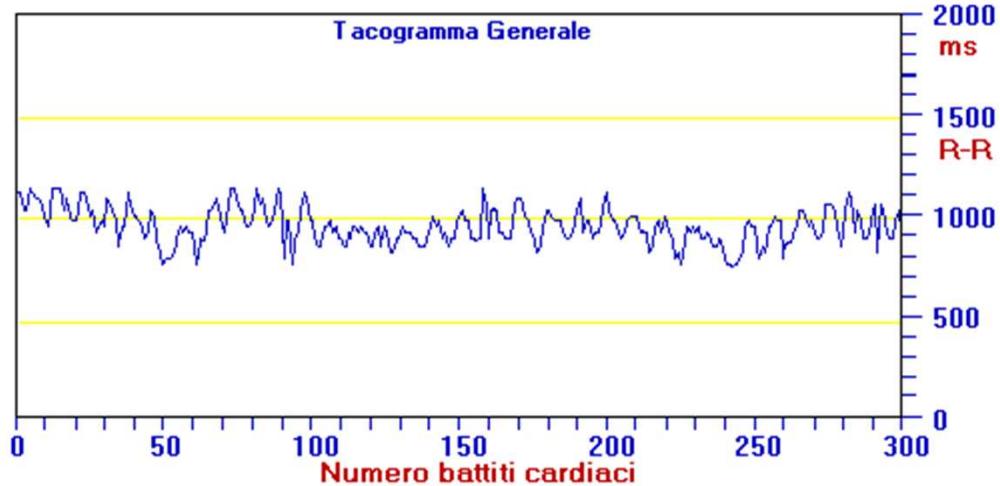
# A cosa serve?

risposta a una situazione di allarme, lotta, stress.



Il nostro corpo, in ogni momento, si trova in una situazione determinata dall'equilibrio o dalla predominanza di uno di questi due sistemi nervosi.

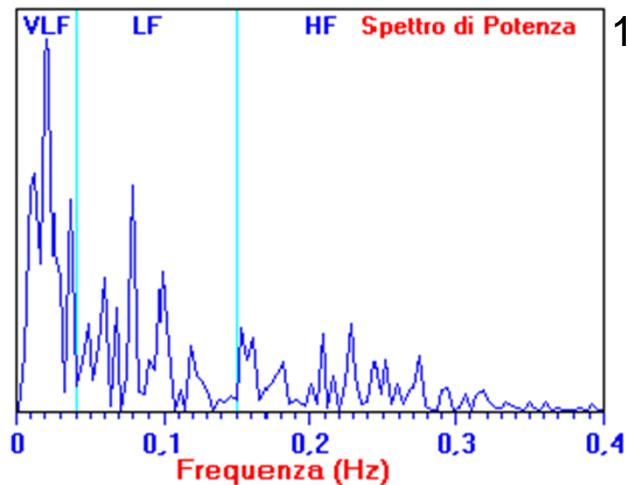
Da cio', la grande importanza di avere oggi uno strumento scientifico come la HRV in grado di valutare lo stato relativo del sistema nervoso Simpatico e Parasimpatico.



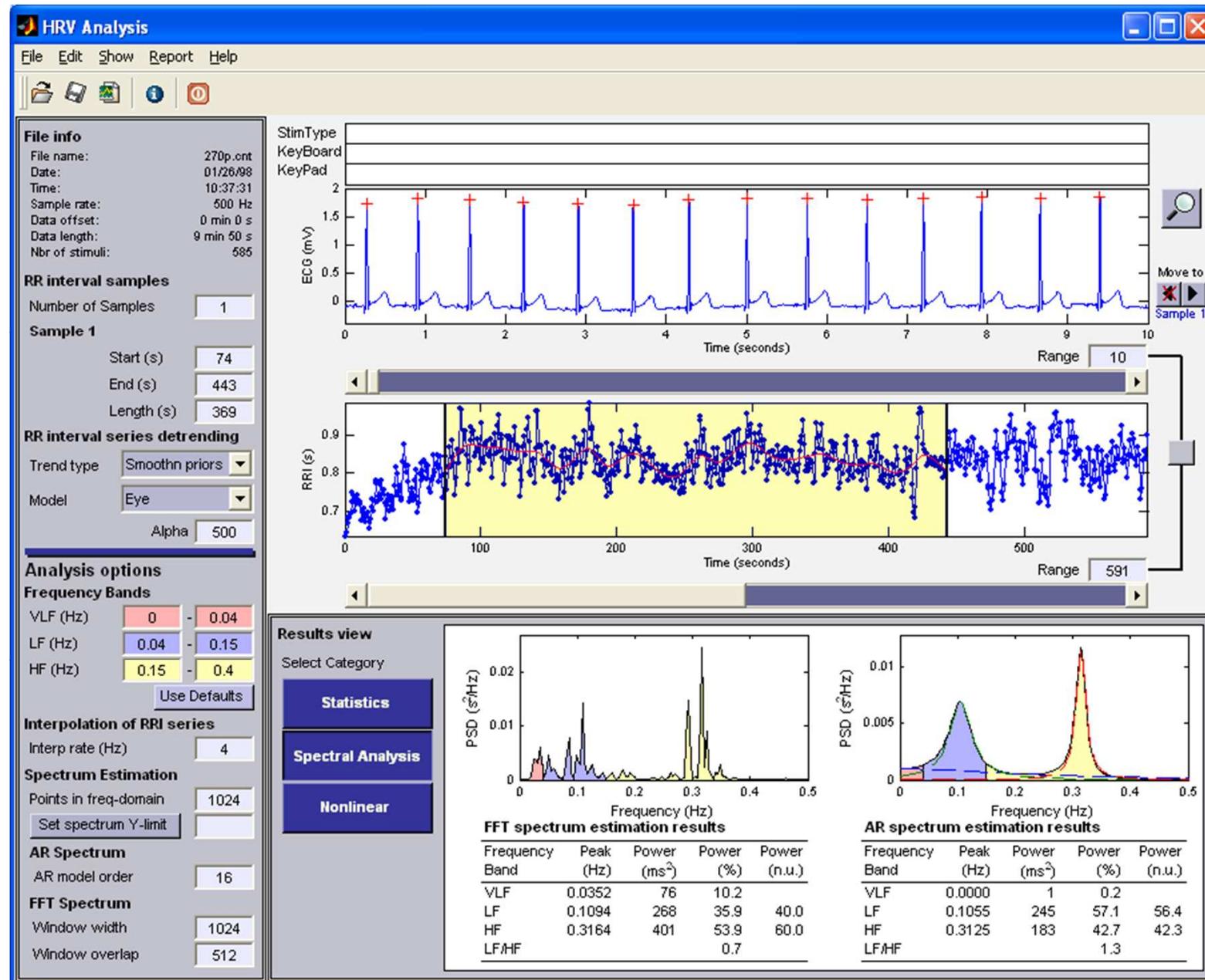
## Come si misura?

La durata del ciclo cardiaco viene misurato tra due picchi R successivi, (tempo R-R) espresso in millisecondi (ms) – il tacogramma riporta la serie di valori successivi delle distanze RR

Lo Spettro di Potenza rappresenta le componenti di frequenza



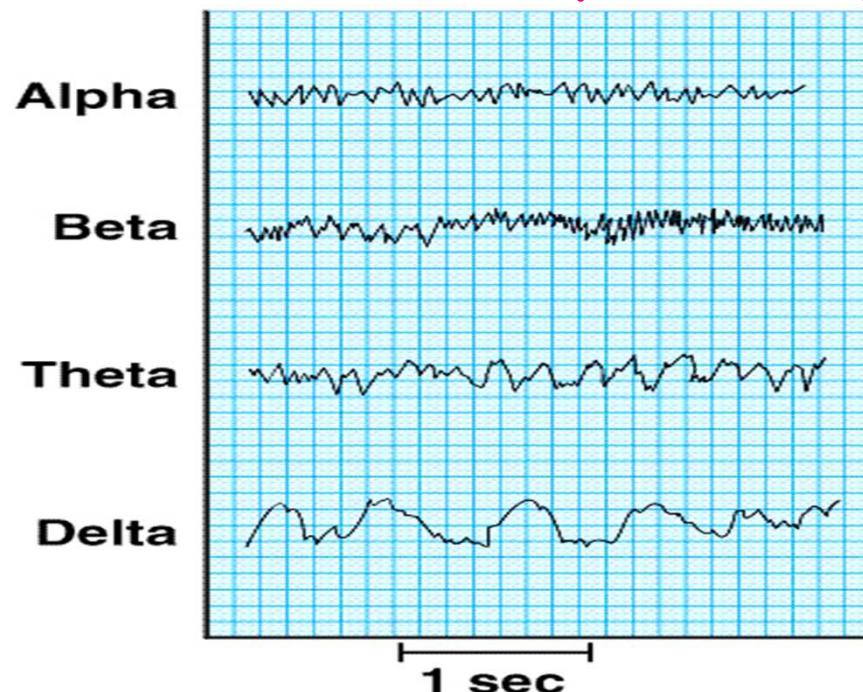
- 1) Banda VLF (Very Low Frequency) fra 0.01 e 0.04Hz
  - attivita' del Sistema Nervoso Simpatico
  - cambiamenti nella termoregolazione
  - preoccupazioni e pensieri ossessivi
- 2) banda LF (Low Frequency) fra 0.04 e 0.15 Hz
  - attivita' del Sistema Nervoso Simpatico
  - attivita' di regolazione dei barocettori
- 3) HF (High Frequency) fra 0.15 e 0.4 Hz.
  - attivita' del Sistema Nervoso Parasimpatico e del Vagale.



il rapporto  
LF/HF è  
espressione  
del bilancio  
simpato-  
vagale.

Software dedicato alla HRV analysis - University of Eastern Finland

## Esempio 4: spettro dell' EEG



### Range di frequenza e ampiezza

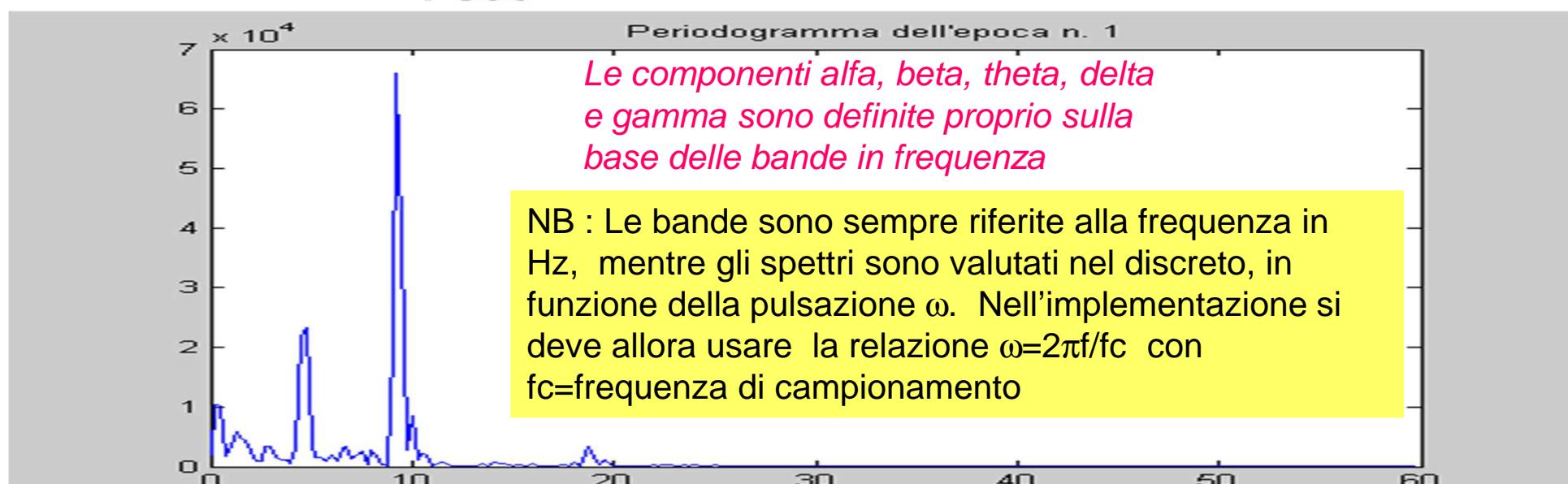
Alpha: 8 – 13Hz 50-60 $\mu$ V

Beta: 13 - 25Hz 2-20 $\mu$ V

Theta: 4 - 8Hz

Delta: .5 - 4 Hz 20-100 $\mu$ V

Gamma 25 -50Hz 2-20 $\mu$ V



# Analisi quantitativa dell'EEG

Proprio dalla rappresentazione dell'EEG nel dominio della frequenza vengono estratti vari parametri, ad es

- frequenza media o mediana
- potenza (assoluta o relativa) nelle varie bande

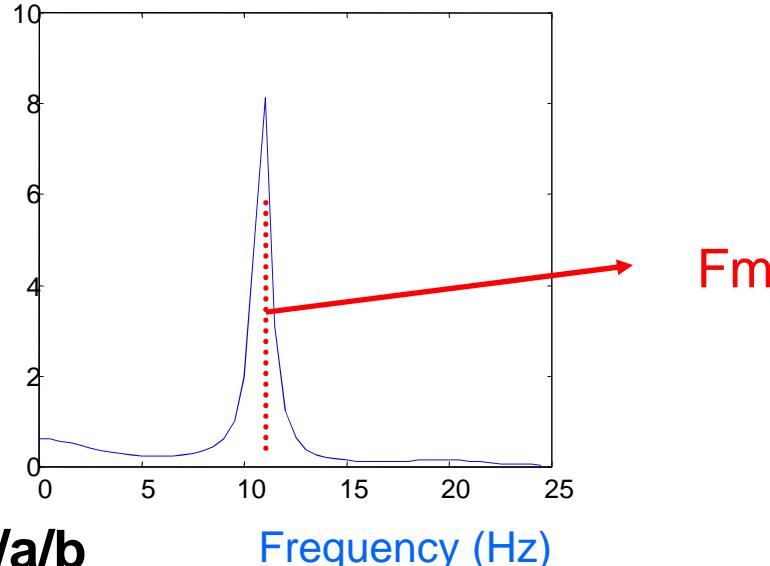
largamente usati per quantificare

- stati diversi di uno stesso soggetto (es. stato di riposo vs. esecuzione di un compito)
- alterazioni indotte da patologie (es. soggetti cirrotici vs. normali)
- effetto di farmaci, fattori ambientali ecc.

# Indici quantitativi

## Frequenza media

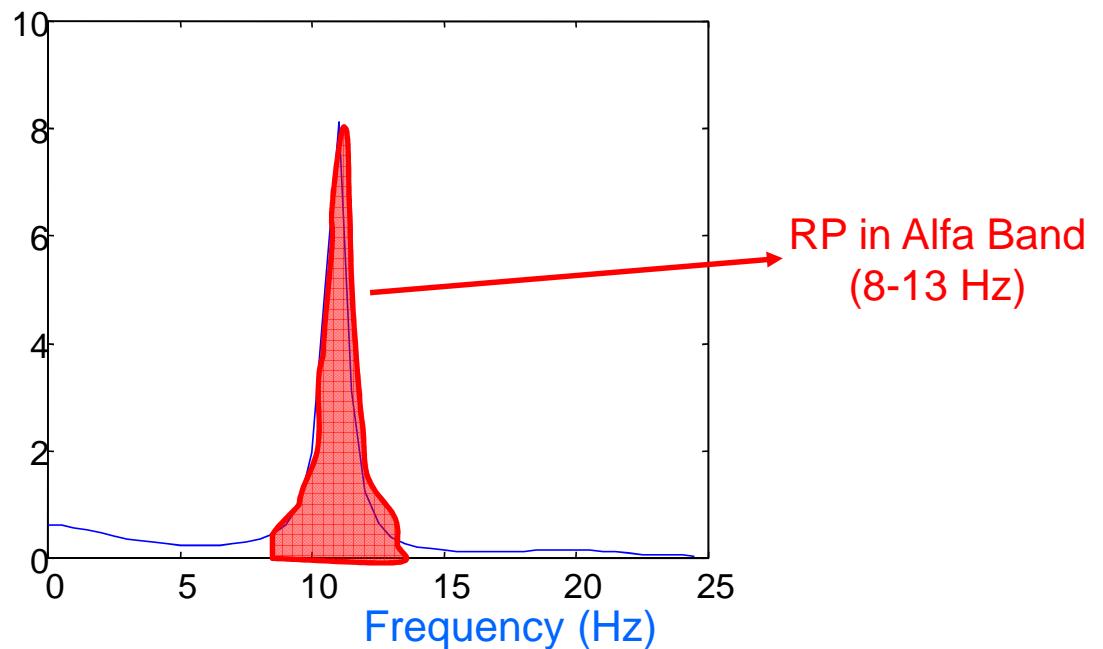
$$Fm = \frac{\int_{0.5}^{25} f \cdot P(f) df}{\int_{0.5}^{25} P(f) df}$$



## Potenza relativa nelle bande d/q/a/b

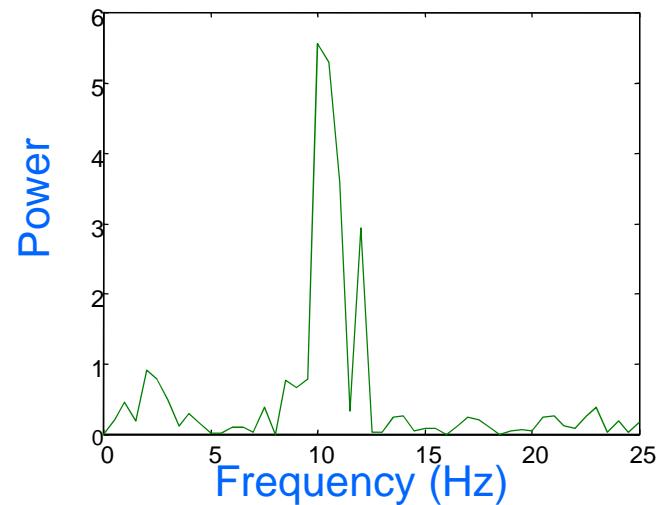
$$RP = 100 \frac{\int_{low}^{high} P(f) df}{\int_{0.5}^{25} P(f) df}$$

high=4 Hz, low =0.5 Hz for  $\delta$  band  
high=8 Hz, low =4 Hz for  $\theta$  band  
high=13 Hz, low =8 Hz for  $\alpha$  band  
high=25 Hz, low =13 Hz for  $\beta$  band





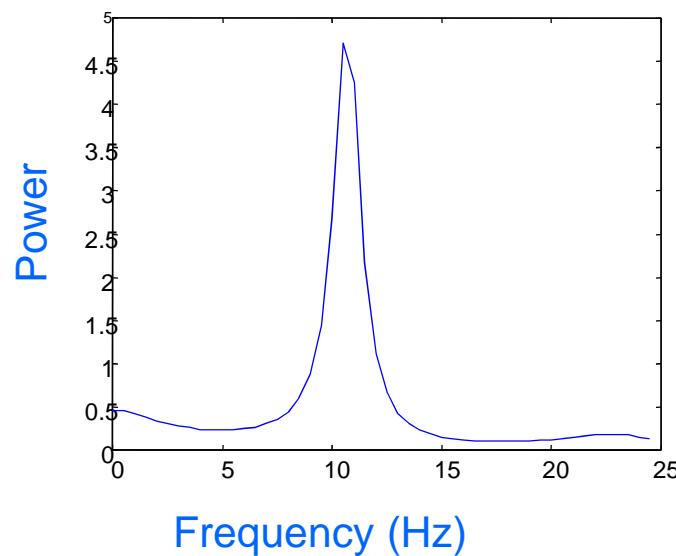
EEG (2 s, Fc=256 Hz, N = 512 samples)



### Metodo FT

| Fm      | Delta_RP | Theta_RP | Alfa_RP | Beta_RP |
|---------|----------|----------|---------|---------|
| 10,4 hz | 10.9%    | 3.5%     | 71.1%   | 14.5%   |

A livello individuale, possono esserci differenze apprezzabili nel valore di uno stesso parametro, stimato via FT o con metodo parametrico



### Modello AR

| Fm     | Delta_RP | Theta_RP | Alfa_RP | Beta_RP |
|--------|----------|----------|---------|---------|
| 10,3Hz | 7.7%     | 8.2%     | 67.8%   | 16.3%   |

# MAPPE EEG

Permettono di rappresentare in modo immediato la distribuzione topografica nello scalpo delle potenze relative nelle varie bande

- Vengono acquisiti segnali EEG da una matrice di elettrodi (nell'es. seguente 19 elettrodi ma conviene utilizzare se possibile un numero maggiore di elettrodi!!)
- Si estraggono da ogni segnale i 4 indici relativi alla potenza nelle quattro bande (nell'es. seguente 0.3-3.5, 4-7, 7.5-12.5, 13-18Hz)
- Si utilizzano algoritmi di interpolazione per stimare il parametro su ogni pixel
- Si colorano in modo uniforme le regioni il cui il parametro assume valori simili

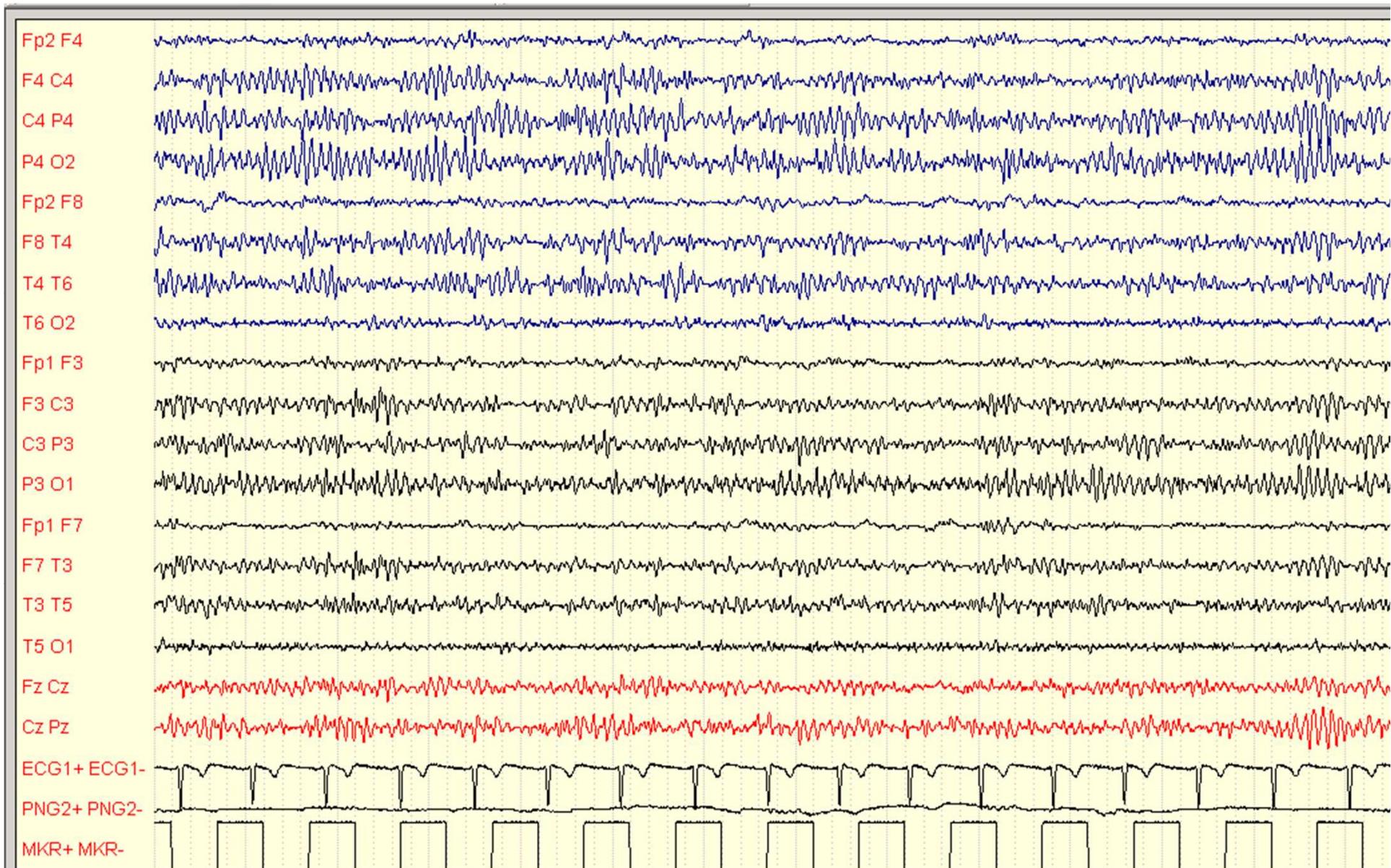
# Algoritmi di interpolazione:

- L'obiettivo è stimare il valore del parametro P in un punto generico di coordinate (x,y) a partire da valori misurati in K punti punti ( $x_i$ ,  $y_i$ ),  $i=1\dots K$  vicini a (x,y)
- Un metodo usato è il k-NN:

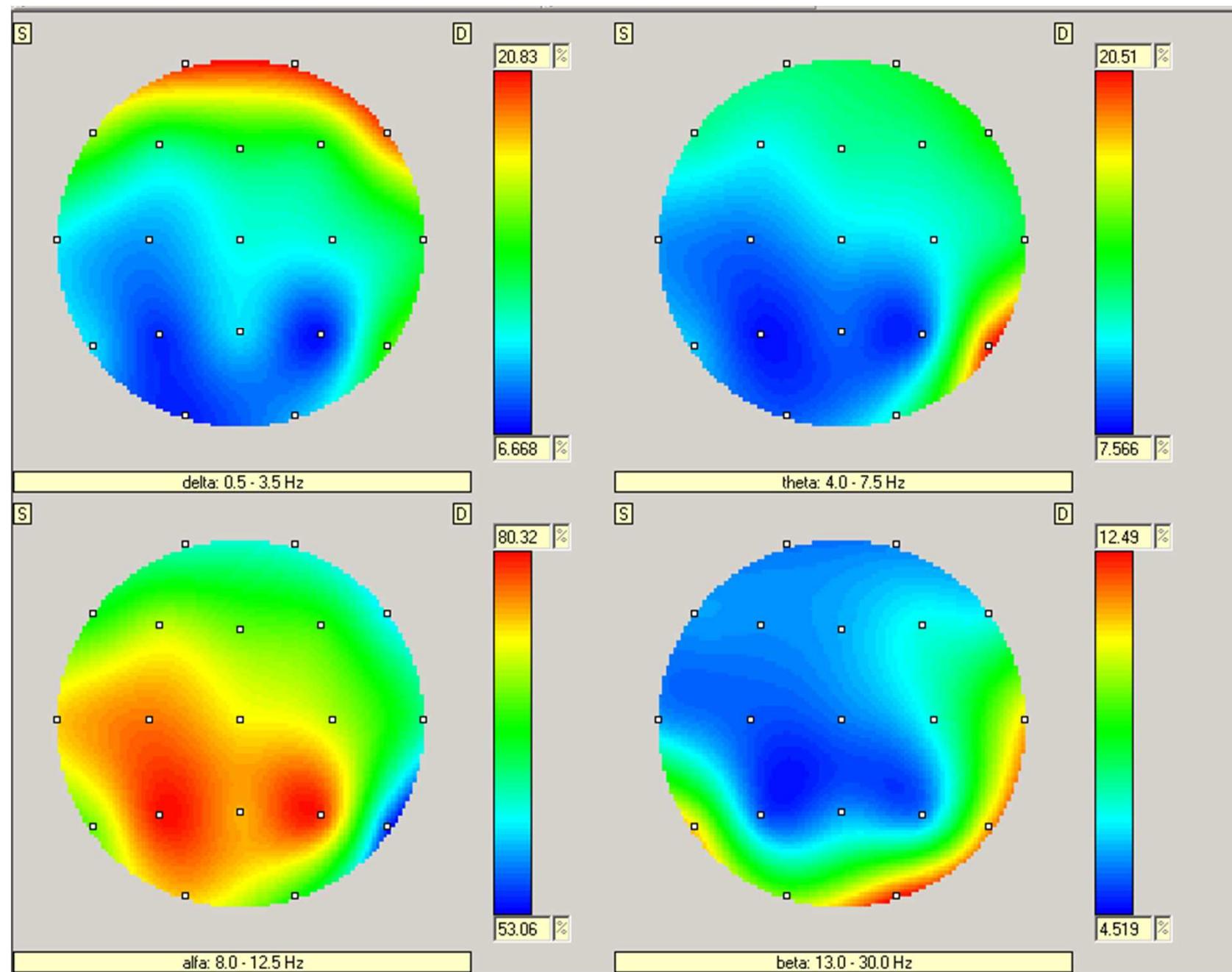
$$P(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^K P(x_i, y_i) d_i^{-m}}{\sum_{i=1}^K d_i^{-m}}$$

- $d_i$  è la distanza tra (x,y) e  $(x_i, y_i)$  e si scelgono i K punti per i quali tali distanza è minima
- K e m sono parametri da fissare

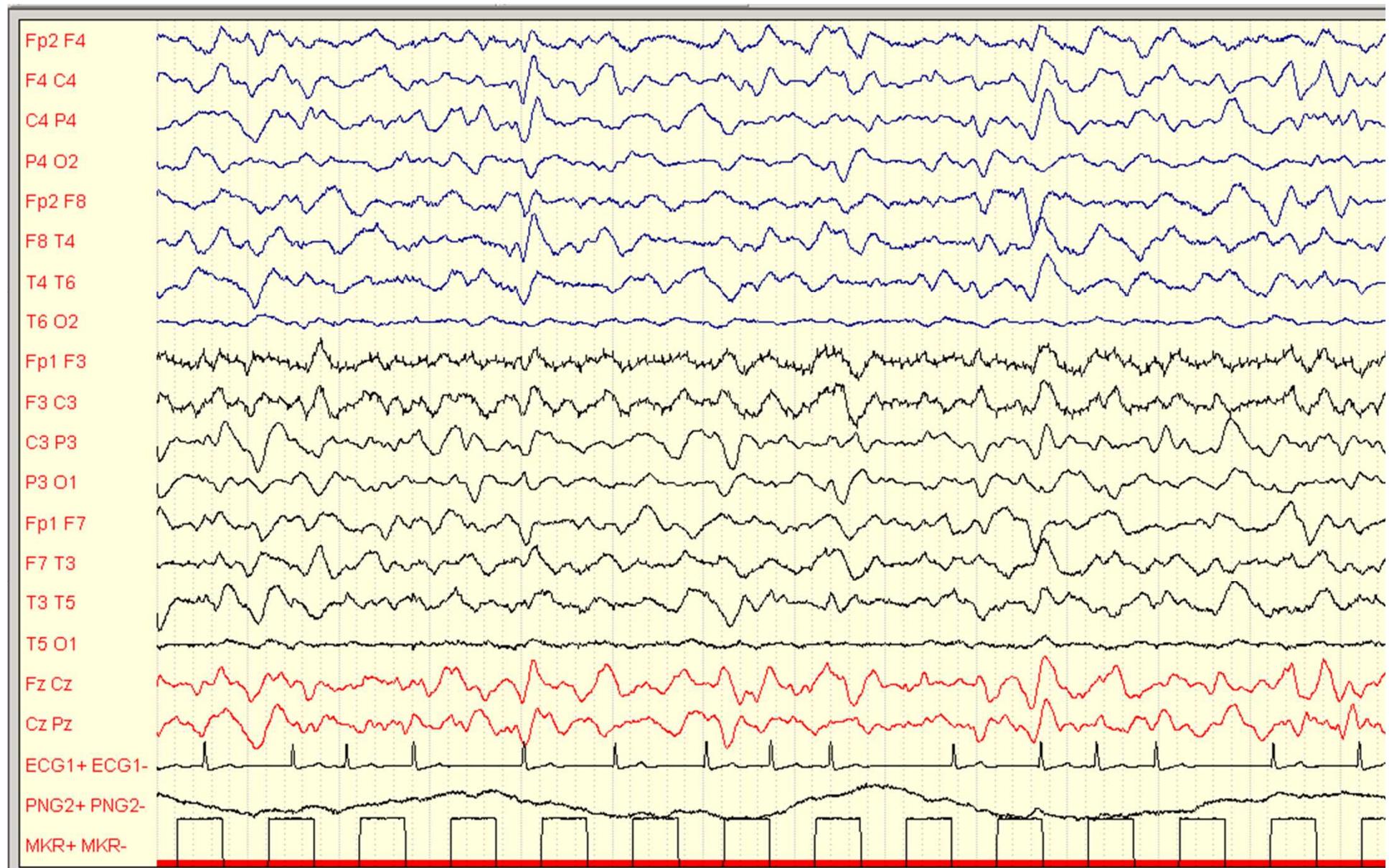
# Tracciato normale



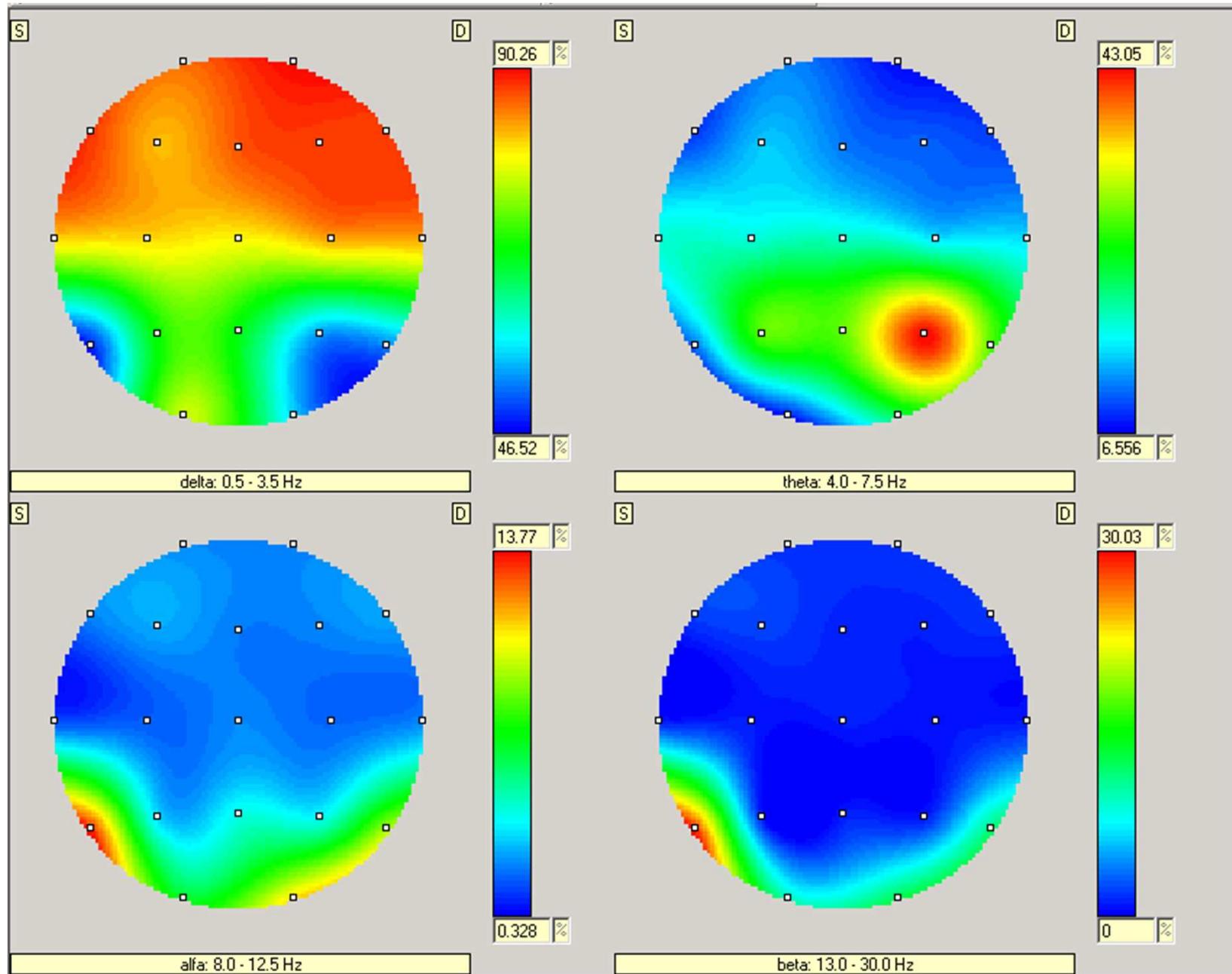
# Mappe di frequenza (normale)



# Encefalopatia epática grado III



# Mappe di frequenza (Grado III)



## In termini più generali:

**Le mappe sono rappresentazioni convenzionali, molto efficaci perché di immediata comprensione, della distribuzione spaziale di un certo parametro**

**Valori diversi del parametro vengono associati a colori diversi**

**Serve la chiave di lettura: parametro e scala!!**

**Per costruire la mappa si utilizza un algoritmo di interpolazione perché generalmente il parametro viene misurato/calcolato su un numero limitato di punti -- algoritmi diversi possono dare origine a mappe diverse**

**Si possono confrontare mappe relative a soggetti normali e patologici, e rappresentare in una nuova mappa l'esito di elaborazioni o test statistici (es. il livello di significatività del test t su valori normali vs patologici per ogni pixel)**