

„Graphische Datenverarbeitung und Bildverarbeitung“

Hochschule Niederrhein

Bildverbesserung - Filterung

Graphische DV und BV, Regina Pohle, 12. Bildverbesserung - Filterung

1

Einordnung in die Inhalte der Vorlesung

- Einführung
- mathematische und allgemeine Grundlagen
- Hardware für Graphik und Bildverarbeitung
- Graphische Grundalgorithmen (Zeichnen graphischer Primitive, Methoden für Antialiasing, Füllalgorithmen)
- Bildaufnahme (Koordinatensysteme, Transformation)
- Durchführung der Bildverarbeitung und -analyse
 - Fourier-Transformation
 - Bildrekonstruktion und Bildrestauration
 - Bildverbesserung (Grauwertmodifikation, Filterverfahren)
 - Segmentierung
 - Morphologische Operationen
 - Merkmalsextraktion und Klassifikation
- Erzeugung von Bildern in der Computergraphik
 - Geometrieprepräsentationen
 - Clipping in 2D und 3D
 - Hidden Surface Removal
 - Beleuchtungsberechnung
 - Shading
 - Schattenberechnung
- Volumenrendering als Beispiel für die Nutzung beider Gebiete

Graphische DV und BV, Regina Pohle, 12. Bildverbesserung - Filterung

2

Wiederholung wichtiger Begriffe

- Transferfunktion
- Mittelwertfilter vs. idealer Tiefpass
- Ringing-Artefakt
- Binomialfilter vs. Butterworth-Filter



Grenzen linearer Filter



Sogenanntes
Impuls-rauschen
(Salt&Pepper
Noise) kann nicht
entfernt werden.

12.1 Rangordnungsfilter

Vorgehen:




- Sortierung der Elemente in einer Filtermaske
- Auswahl des an einer bestimmten Stelle einsortierten Werts
- Eintragung des ausgewählten Werts in die zentrale Position

Eigenschaften:

- Filter ist nichtlinear, nicht kommutativ, nicht assoziativ

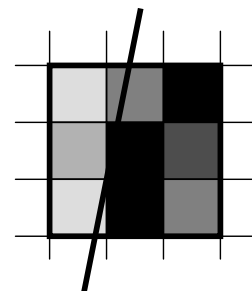
Gebräuchlichster
Rangordnungsfilter
ist der Medianfilter

26 3.	132 8.	112 5.
25 2.	102 4.	142 9.
17 1.	122 7.	117 6.

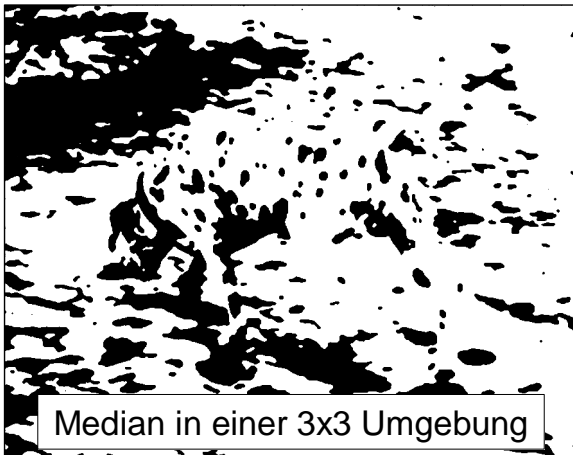
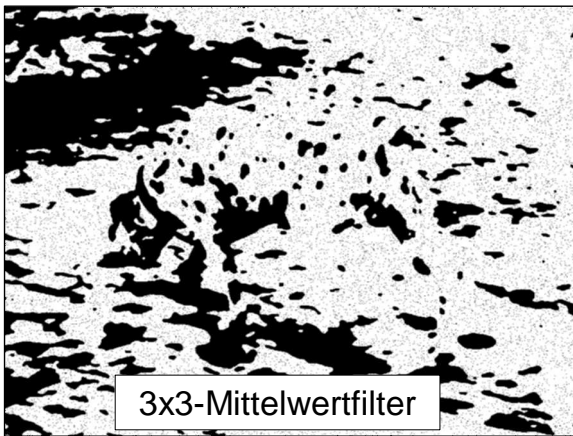
-  erster Rang (Minimum)
-  mittlerer Rang (Median)
-  letzter Rang (Maximum)

Medianfilter

- Annahmen:
 - Medianfilter ist quadratisch mit ungerader Seitenlänge.
 - Kantensignal ist größer als das Rauschsignal
 - Kante im Filterbereich verläuft in diesem Bereich (nahezu) gerade.
 - Grauwert ist (nahezu) konstant in einer Umgebung von der Größe des Filters.
- Kante verläuft durch Filterbereich:
 - Der Mittelpunkt des Filters liegt auf der gleichen Seite der Kante wie die Mehrzahl der Pixel (z.B. rechts von der Kante).
 - Pixel von dieser Seite (z.B. rechts) wird selektiert (kantenerhaltend).
- Keine Kante im Filterbereich:
 - Median nähert sich dem Erwartungswert mit Anzahl der Stichproben (rauschunterdrückend).

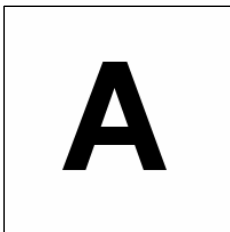


Mittelwert- und Medianfilter bei Salt&Pepper-Rauschen

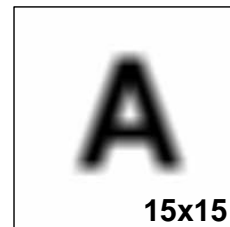
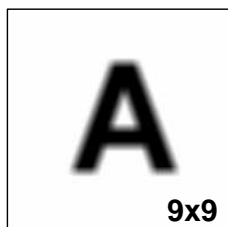
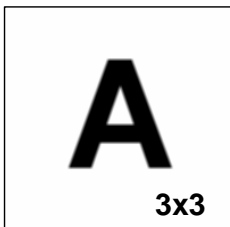


gestörtes Bild

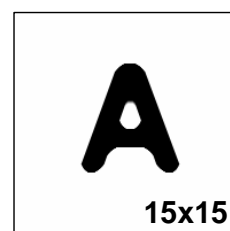
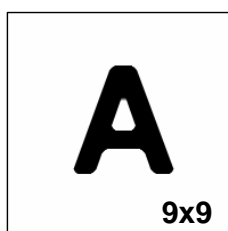
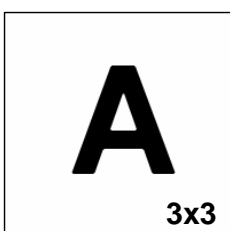
Vergleich von Mittelwert- und Medianfilter

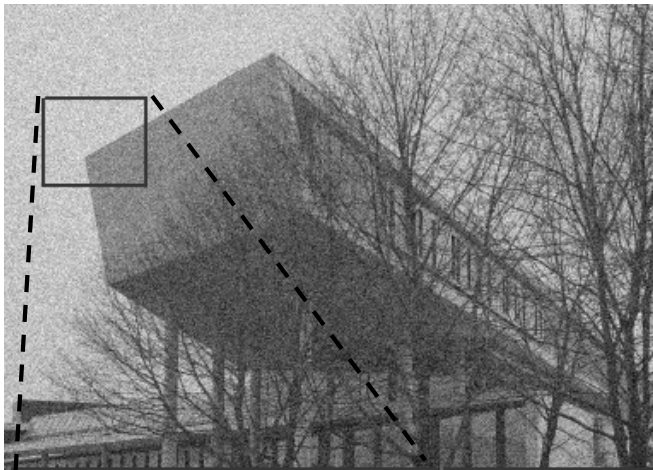


Mittelwertfilter



Medianfilter





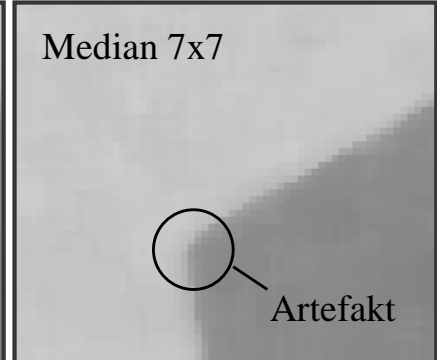
Vergleich von Mittelwert- und Medianfilter



Mittelwert 7x7



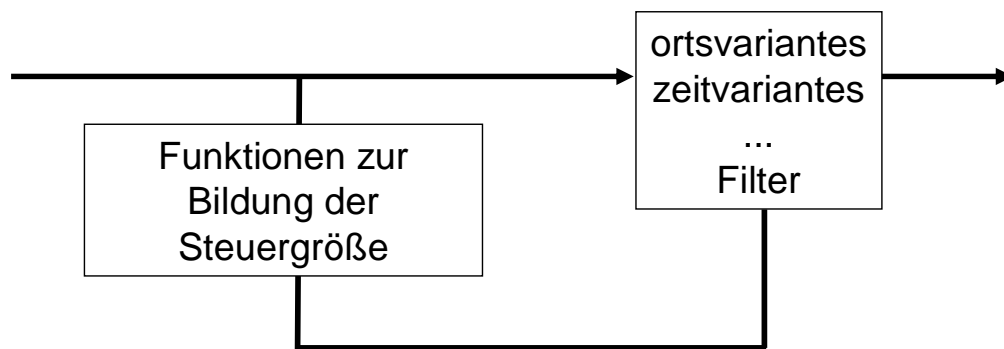
Median 7x7



Vergleich von Mittelwert- und Medianfilter

Medianfilter	Mittelwertfilter
<ul style="list-style-type: none"> • Einfluss durch Filterform möglich • keine neuen Grauwerte • mittlerer Grauwert ändert sich • erhält Kanten • feine Strukturen gehen verloren • hohe Rechenzeit • Bildverschiebung • bei großen Filter z.T. große homogene Bereiche 	<ul style="list-style-type: none"> • Einfluss durch Filterform möglich • neue Grauwerte • mittlerer Grauwert bleibt erhalten • verwäscht Kanten • feine Strukturen werden gedämpft • kurze Rechenzeit

12.2 Adaptives Filter

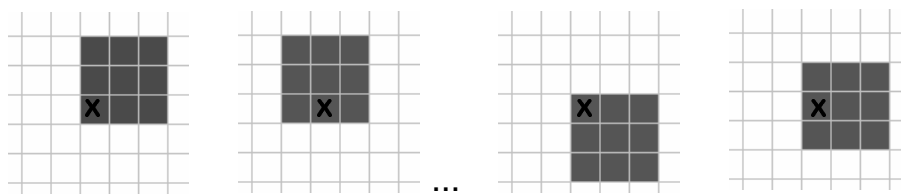


Beispiel: Lee-Filter → Nutzung der Streuung der Grauwerte als Steuergröße

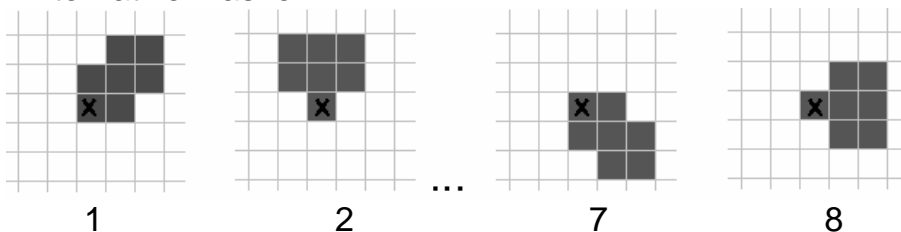
$$F(x) = \beta x + (1 - \beta) x_m \quad \beta = \max((\sigma_x^2 - \sigma_n^2) / \sigma_x^2, 0)$$

Filterung mit rotierenden Masken

8 mögliche rotierende Masken:



Alternative Masken:



Algorithmus:

1. Für jeden Pixel Berechnung der Streuung für alle Masken
2. Auswahl der Maske mit der geringsten Streuung
3. Ersetzen des Pixelwertes im Bild mit dem mittleren Grauwert, welcher für die ausgewählte Maske berechnet wurde

12.3 Flächenbasierte Bildverbesserung durch Hochpass-Filterung



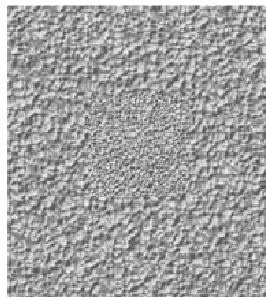
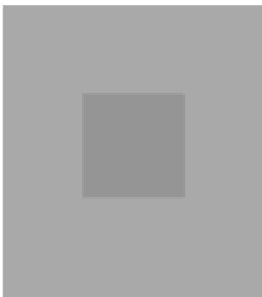
Kanten sind wichtige Merkmale für die Objekterkennung:

- Kanten grenzen Segmente ein
- Bei Kantenpixeln ändert sich die Grauwertintensität abrupt
- Kantenverstärkung kann auch Bildwahrnehmung verbessern

Aufgaben der Bildverarbeitung:

- Detektion von Kantenpunktkandidaten
- Finden von offenen oder geschlossenen Kantenzügen

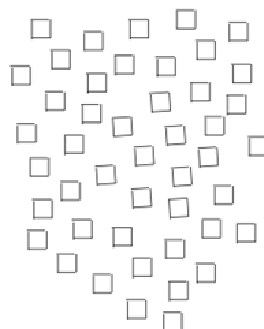
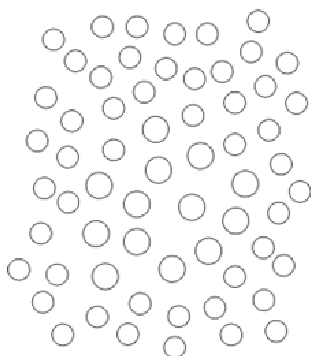
12.3.1 Was sind Kanten?



Diskontinuitäten zwischen Regionen.

Problem:

Die Region selbst und damit ihr Homogenitätskriterium muss bekannt sein, um Diskontinuität definieren zu können.

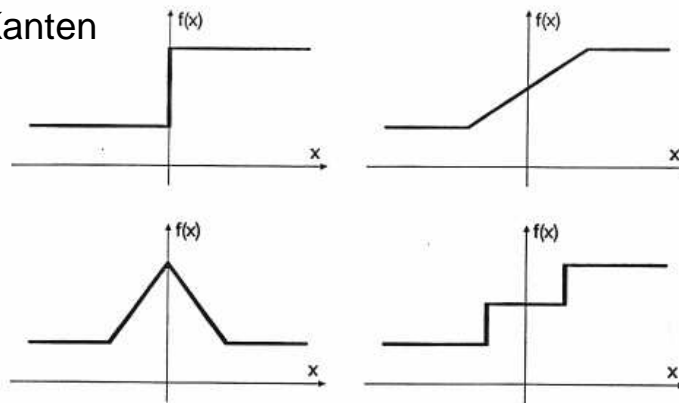


Homogenität einer Funktion:

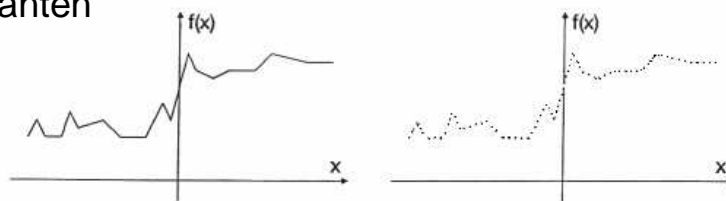
- Grauwerte
- Textur
- Form

Kantenmodelle

Ideale Kanten



Reale Kanten

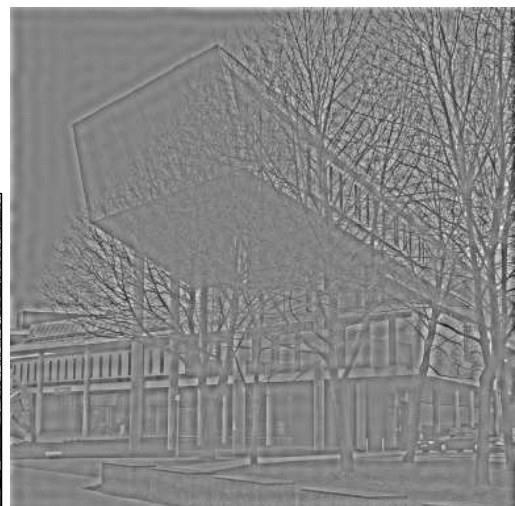


12.3.2 Kantenhervorhebung durch Frequenzraumfilterung

- Kanten weisen mehr hochfrequente Anteile auf wie homogene Gebiete

► Hochpassfilterung

$$H_{F_{\max}}(u, v) = \begin{cases} 1 & , \text{ falls } u^2 + v^2 \geq F_{\max}^2 \\ 0 & , \text{ sonst.} \end{cases}$$



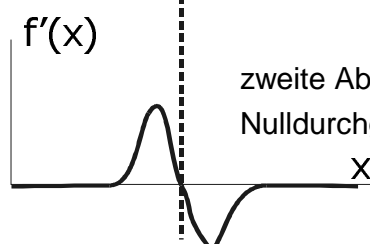
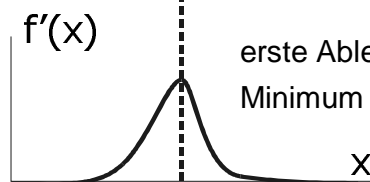
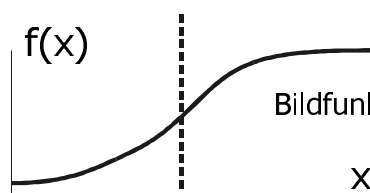
Butterworth-Hochpassfilter



$$H_{F_{\max}}(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \left(\frac{F_{\max}^2}{u^2 + v^2} \right)^k} & u \neq 0 \vee v \neq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

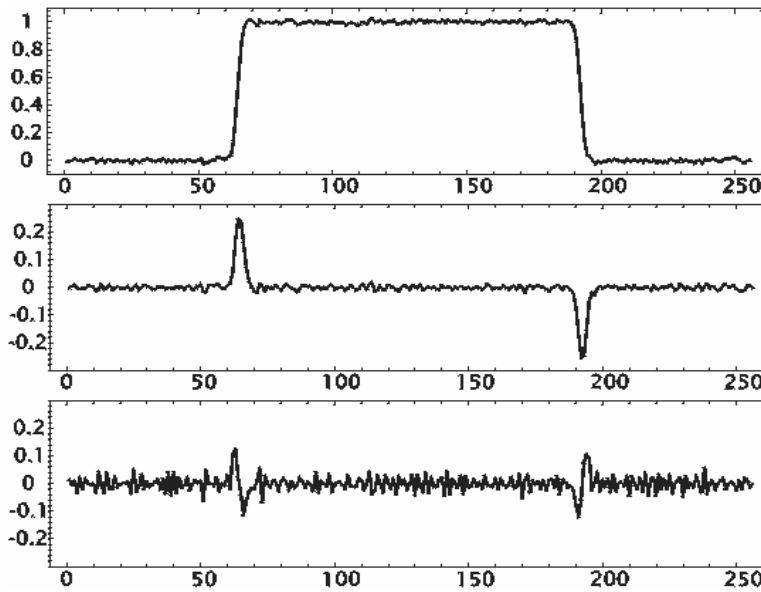
12.3.3 Kanten im Ortsraum

Bildzeile



- Eine Kante verläuft an der Position der steilsten Steigung.
- Die Steigung gibt Auskunft über die Stärke der Kante.

Kanten im Ortsraum



Kanten und Rauschen haben ähnliche Charakteristika im Frequenzraum

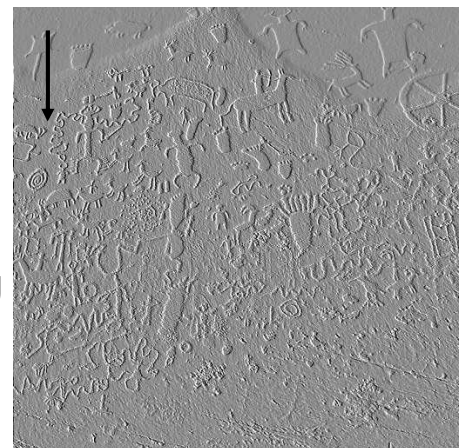
→ Kantendetektor wird Rauschen verstärken

Kanten im 2-D Raum

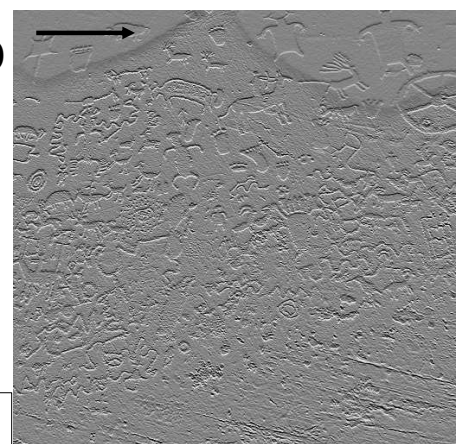
Differenzbildung in n -Richtung



Pseudo-3D
Eindruck:



Differenzbildung in m -Richtung



Gradientenschätzung über Konvolution

- Gradient im N -dimensionalen Raum ist ein N -dimensionaler Vektor aus N partiellen Ableitungen.
- Jede partielle Ableitung kann durch eine Differenz abgeschätzt werden, die durch Konvolution berechnet werden kann.
- Beispiele:

$$\vec{G}(m,n) = \begin{pmatrix} G_x(m,n) \\ G_y(m,n) \end{pmatrix}, \quad G_x(m,n) \approx [f * g_x](m,n), \quad G_y(m,n) \approx [f * g_y](m,n).$$

$$g_x = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \quad g_y = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad g_{R1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad g_{R2} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$g_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad g_y = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{(symmetrischer Konvolutionskern)}$$

(Robert's Gradient)

Rauschen und Kanten



Hintergrundartefakte (Rauschen) wird verstärkt.

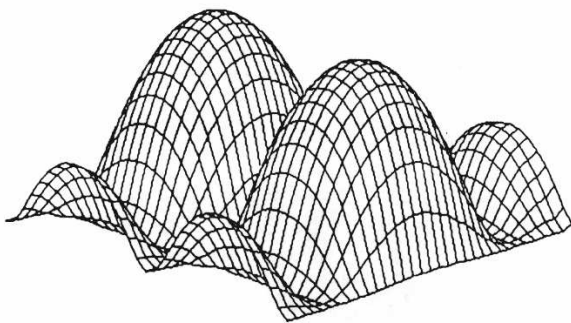
Sobel Operator

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Faltungskern kombiniert
Glättung und Differen-
zierung in einem Operator.

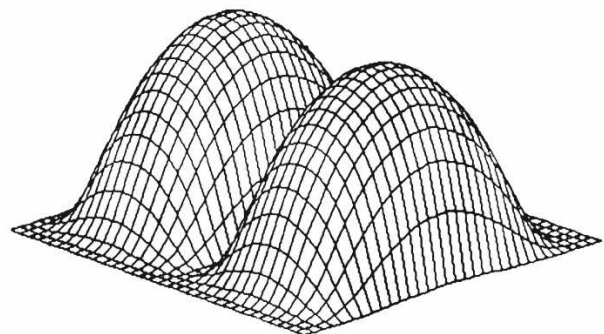


Powerspektrum Prewitt vertikal



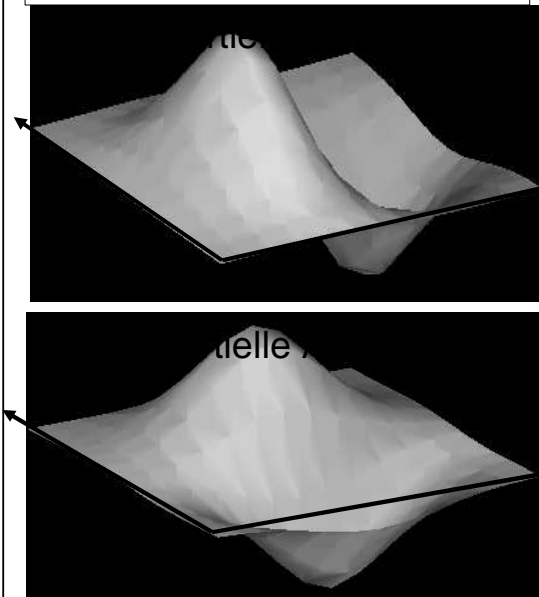
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Powerspektrum Sobel vertikal

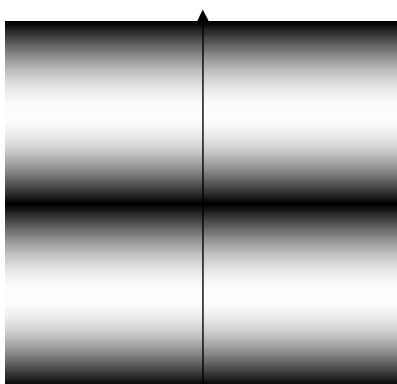


$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

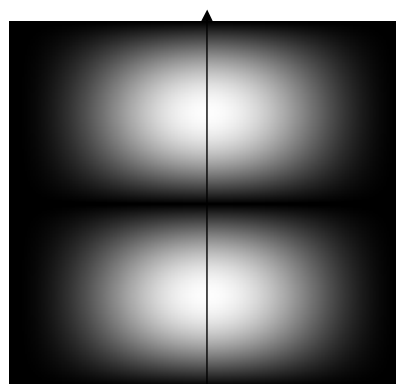
Ableitungen der Gaußfunktion



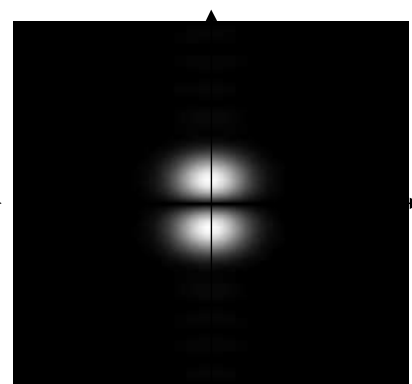
Vergleich der Differenzfilter im Frequenzbereich



Einfache Differenz



Sobelfilter



Approximation der
ersten Ableitung der
Gaußfunktion



Sobel vs. Gauß



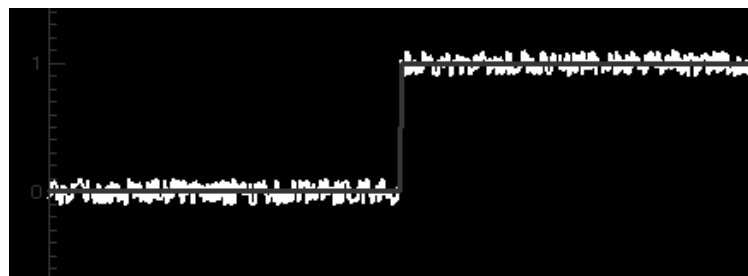
12.4 Optimale Kantenfilterung

- Annahme: Bild ist homogen mit Ausnahme von Funktionswertänderungen an idealen Kanten.
- Repräsentation im Frequenzraum
 - homogener Bereich mit Grauwert g :

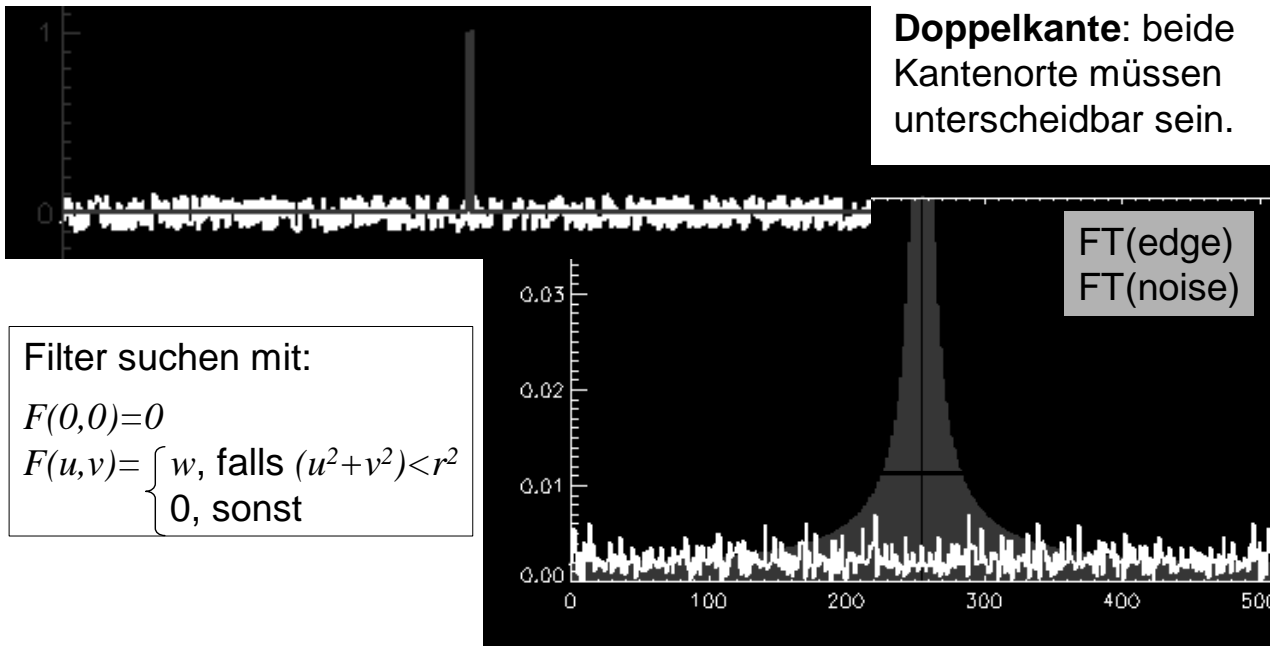
$$F(0,0) = g \text{ und } F(u,v) = 0 \text{ für } u,v \neq 0$$
 - Kante:

$$F(0,0) = 0 \text{ und } F(u,v) \neq 0 \text{ für } u,v \neq 0$$
 - Rauschen:

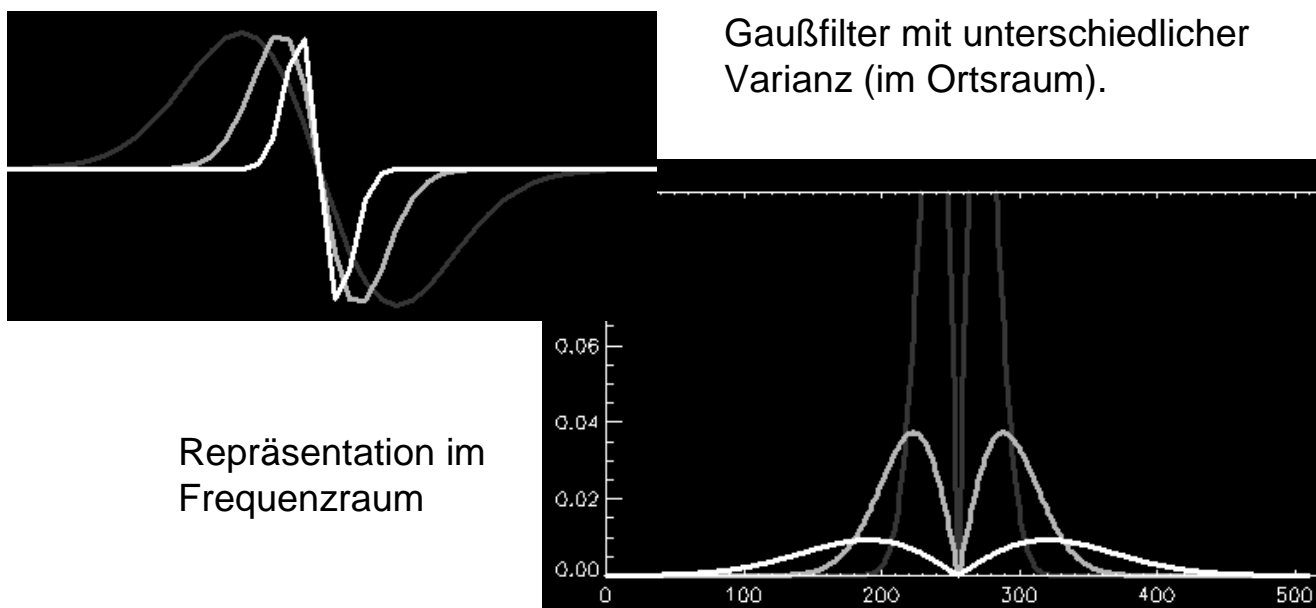
$$F(u,v) \neq 0$$

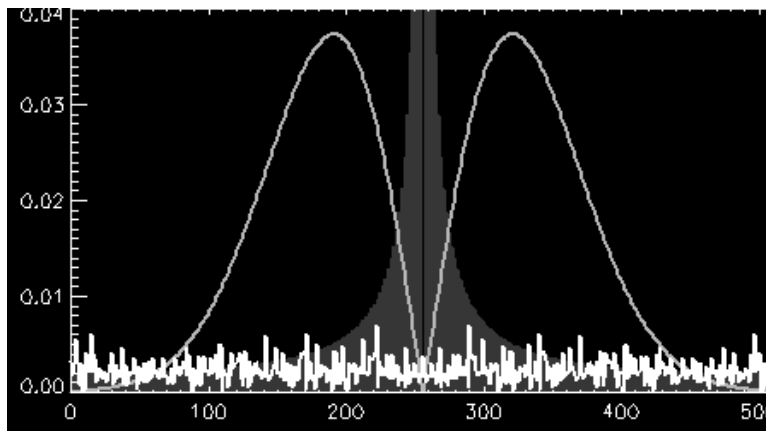


Kanten und Rauschen



Filter

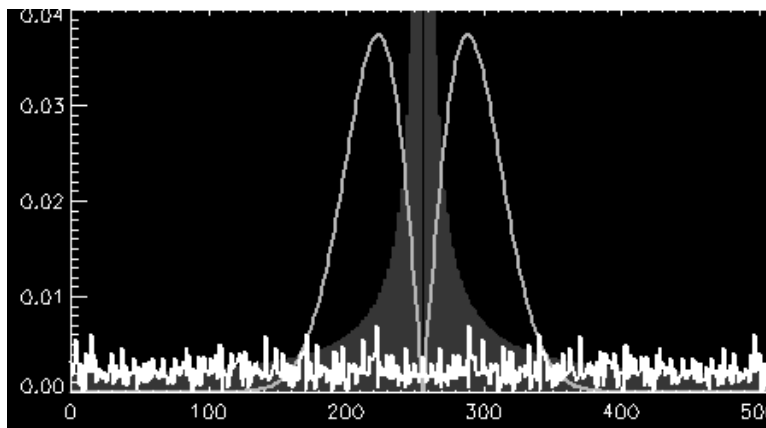




$$\sigma=1.0$$

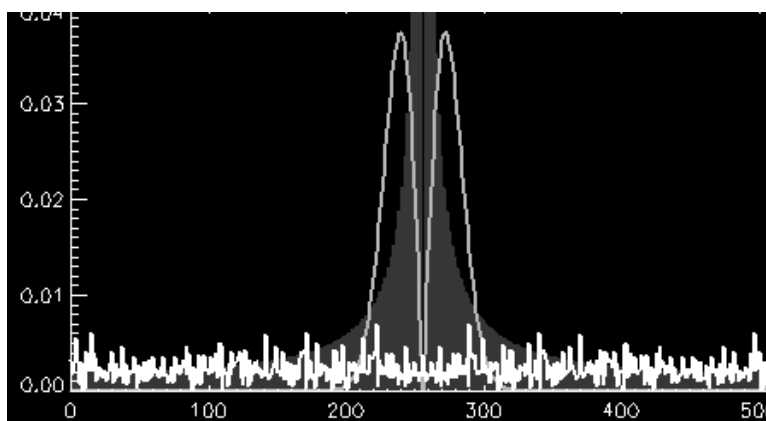
Filter unterdrückt
Rauschen ungenügend

Filter



$$\sigma=2.0$$

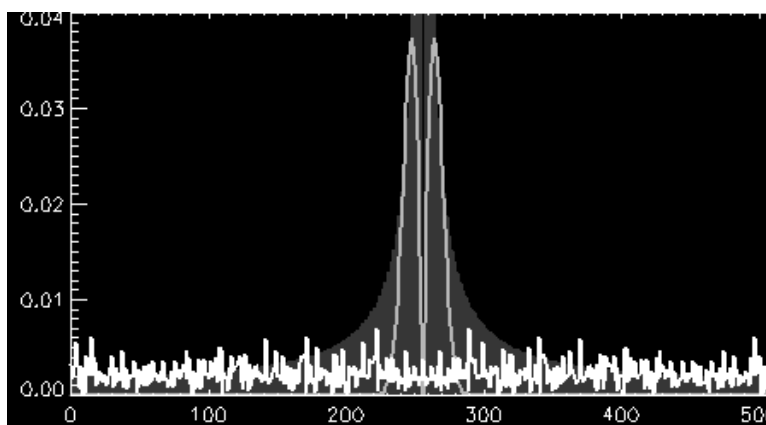
Filter ist nahezu optimal.



$$\sigma=4.0$$

Filter ist nahezu optimal.

Filter



$$\sigma=8.0$$

Filter unterdrückt Kante.

Zweidimensionales optimales Filter

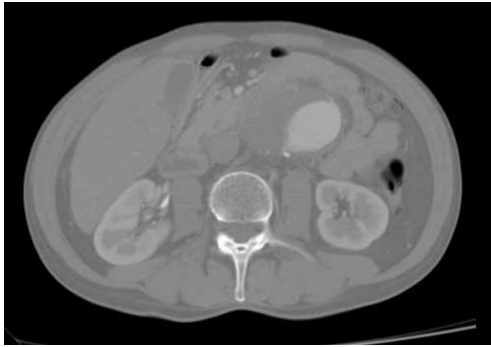
- Rauschunterdrückung und Kantenhervorhebung gemäß Frequenzraumcharakteristik.
- Canny Edge Enhancement:
 - Fehlerrate - Ein Kantendetektor sollte nur auf Kanten antworten und trotzdem alle Kanten finden.
 - Lokalisation – Der Abstand zwischen dem durch den Kantendetektor gefundenen Kantenpixel und der tatsächlichen Kante sollte so klein wie möglich sein.
 - eine Antwort – Der Kantendetektor sollte nicht mehrere Kantenpixel identifizieren, wenn nur eine Kante existiert.

Canny Operator

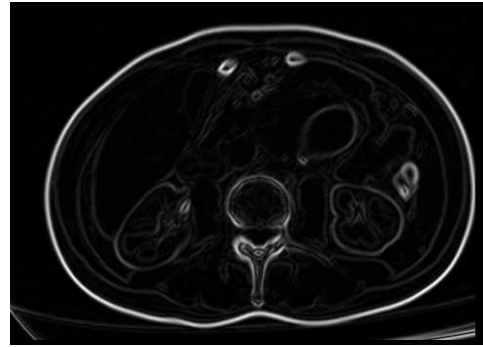
Algorithmus:

1. Faltung des Bildes mit einem Gauß-Filter der Standardabweichung σ
2. Schätzung der lokalen Kantennormalenrichtung n für jeden Pixel im Bild
$$n = \frac{\nabla(G * g)}{|\nabla(G * g)|}$$
3. Finden der Lage der Kanten (non-maximal suppression) $\frac{\partial^2(G * g)}{\partial n^2} = 0$
4. Berechnung des Betrags der Kante
5. Hysteresis-Schwellwert zur Unterdrückung von Falschanzeigen
6. Wiederholung von 1-5 für ansteigende σ und Summation der Ergebnisse durch Nutzung des „Feature synthesis“ Ansatzes

Canny Operator



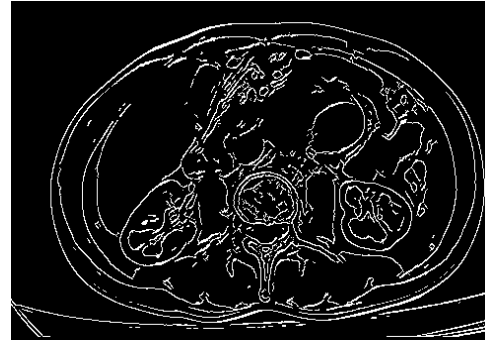
CT vom Abdomen



Gradientenbetrag



„Non-maximal suppression“



Hysteresis-Schwellwert

Graphische DV und BV, Regina Pohle, 12. Bildverbesserung - Filterung

35

12.5 Kompaßfilter

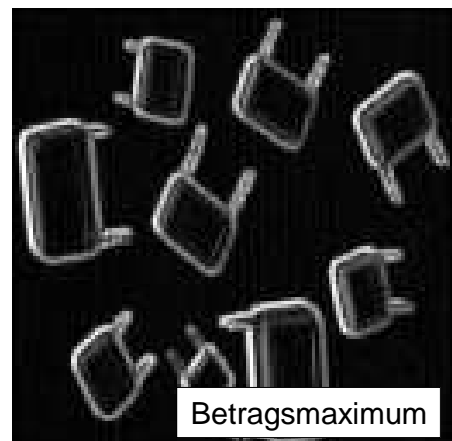
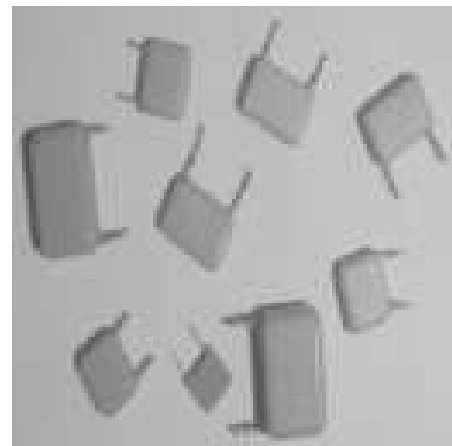
Kompaßgradient

$$H_0 = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad H_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix} \quad H_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$H_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad H_5 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$H_6 = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad H_7 = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$



Betragsmaximum

Graphische DV und BV, Regina Pohle, 12. Bildverbesserung - Filterung

36

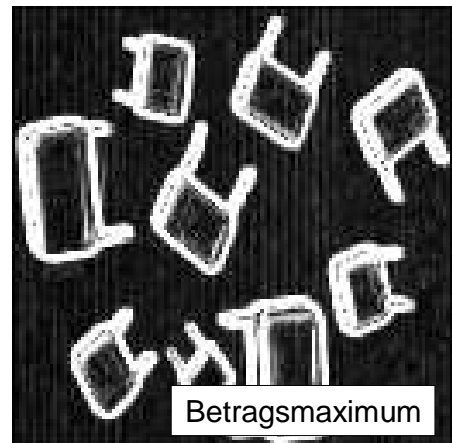
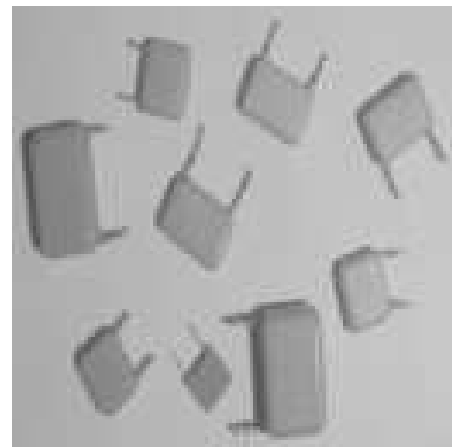
Kirschoperator

$$H_0 = \begin{vmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{vmatrix} \quad H_1 = \begin{vmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix}$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix} \quad H_3 = \begin{vmatrix} 5 & 5 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix}$$

$$H_4 = \begin{vmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{vmatrix} \quad H_5 = \begin{vmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & -3 \end{vmatrix}$$

$$H_6 = \begin{vmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} \quad H_7 = \begin{vmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$



12.6 Bildverbesserung durch Kantenoperatoren



Unschärfe



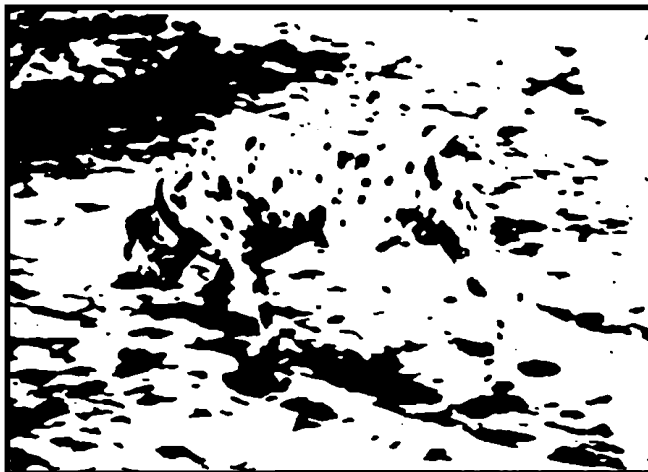
Bildverbesserung durch Kantenoperatoren



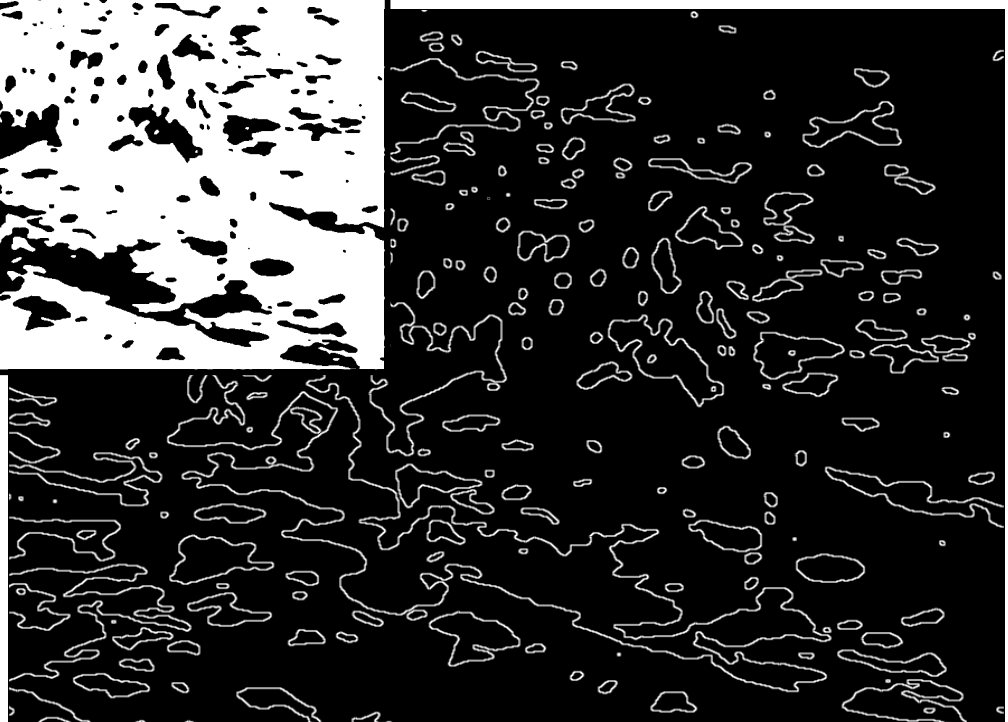
Graphische DV und BV, Regina Pohle, 12. Bildverbesserung - Filterung

39

12.7 Regionengrenzen

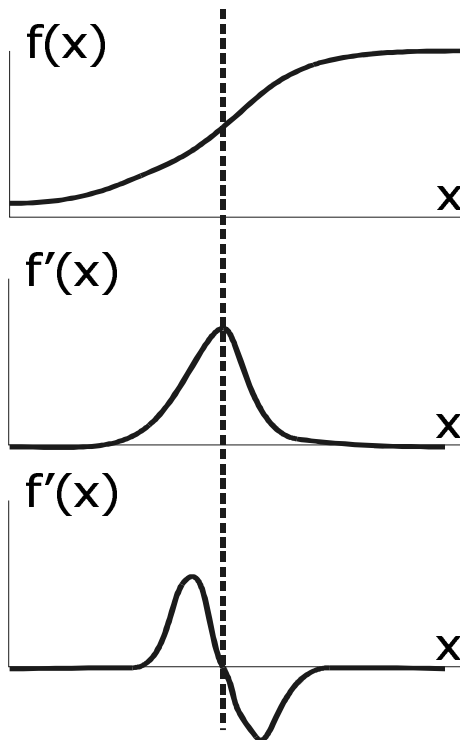


Betrag des
Gradienten
(Sobel)



Graphische DV und BV, Regina Pohle, 12. Bildverbesserung - Filterung

40



Wo ist die Regionengrenze?

Vorzeichenwechsel ist leichter zu erkennen, als ein Minimum oder Maximum.

- ➔ Gradient (Länge) als Kennzeichen für die Wichtigkeit einer Kante
- ➔ zweite Ableitung für den Ort der Kante (Nulldurchgang)

Operatoren zur Berechnung der zweiten Ableitung:

- Laplace Filter
- Marr-Hildreth Filter (LoG Filter, Mexican Hat)
- DoG (Difference of Gaussians)

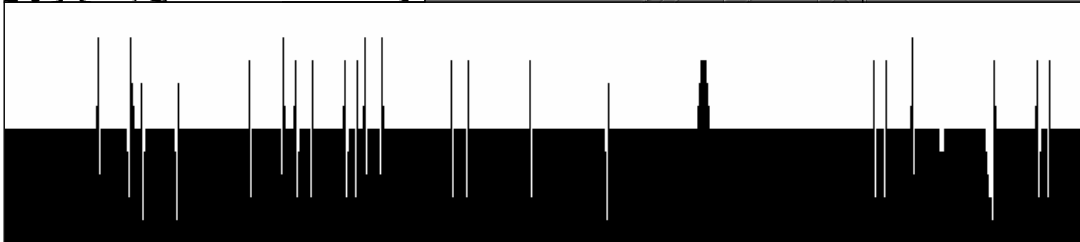
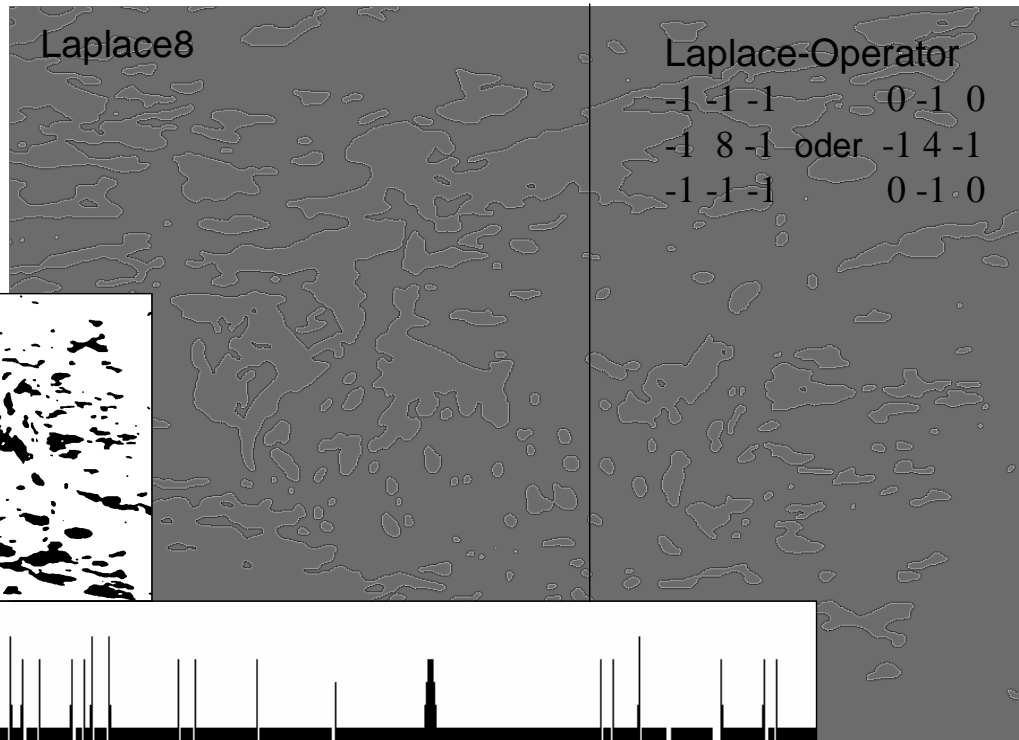
12.8 Laplace Funktion

- Summe der partiellen zweiten Ableitungen: $\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}$
- Nulldurchgänge der Laplacefunktion produzieren zusammenhängende Kurven entlang von Bildkanten.
- Approximation durch Kombination einer doppelten Differenzbildung in x - und y -Richtung,
 - z.B. Faltung eines Differenzoperators $[-1 \ 1]$ mit sich selbst: $[-1 \ 2 \ -1]$
 - ergibt für $[-1 \ 1] * [-1 \ 1] + [-1 \ 1]^T * [-1 \ 1]^T$:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$
 - Summe **aller** partiellen Ableitungen:

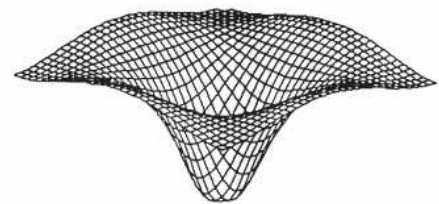
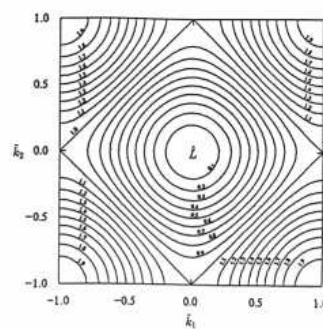
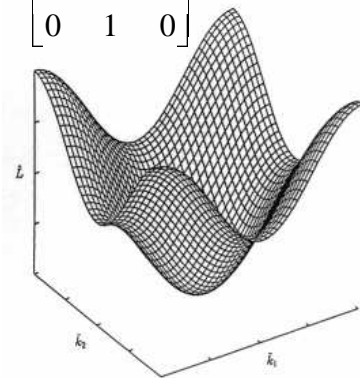
$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y \partial x} : \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Null- durch- gänge

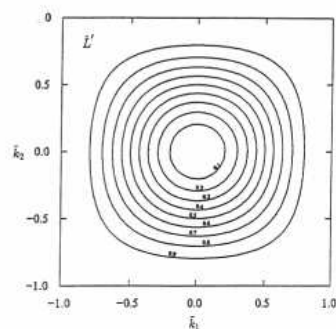
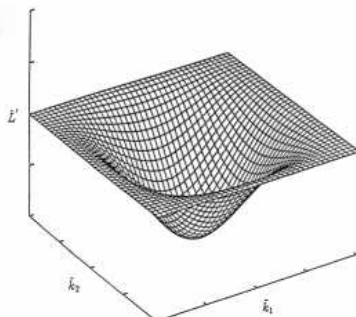


Powerspektrum des Laplace-Operators

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



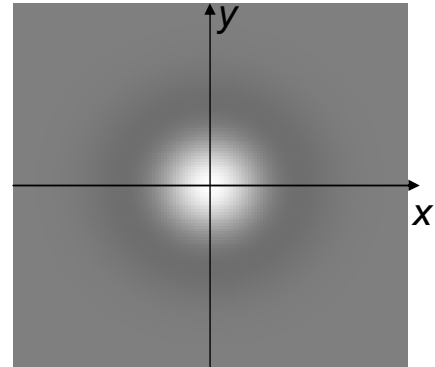
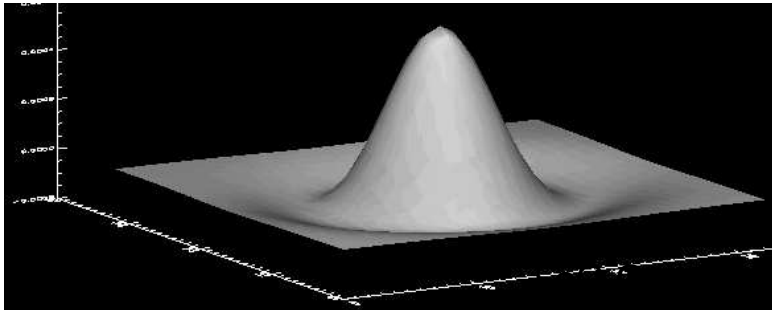
$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



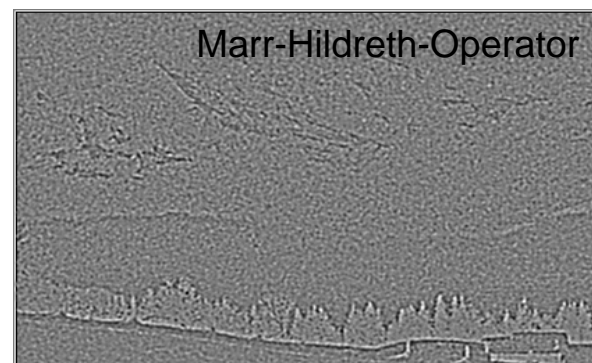
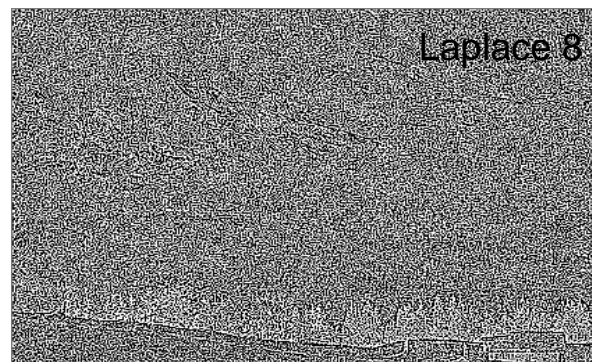
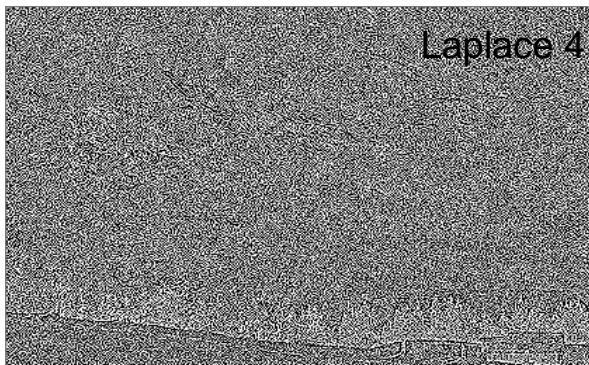
$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -12 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

12.9 Marr-Hildreth-Filter = LoG-Filter

LoG-Filter: Laplacian-of-Gaussian,
d.h. der Faltung mit dem Laplacefilter geht eine Glättung
mit einer Gaußfunktion voraus.



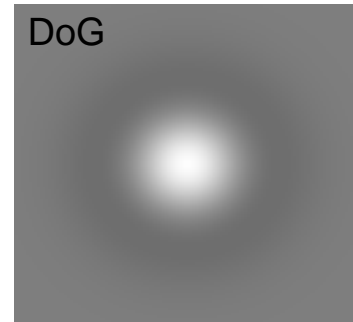
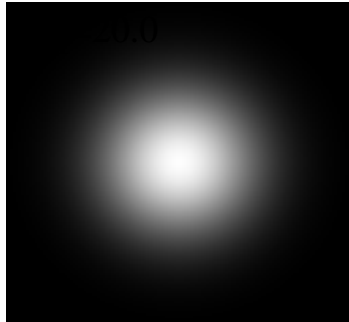
$$LoG(x, y) = -\frac{1}{\pi\sigma^4} \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right)$$



12.10 DoG (Difference of Gaussians)

Subtraktion zweier Gaußfilter mit unterschiedlicher Varianz σ^2 :

$$\text{DoG}(x,y,\sigma_1,\sigma_2) = [\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_1]^{-1} \cdot \exp(-(x^2+y^2)/2\sigma_1^2) \\ - [\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_2]^{-1} \cdot \exp(-(x^2+y^2)/2\sigma_2^2)$$



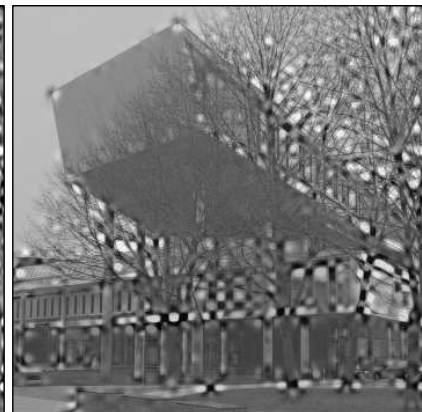
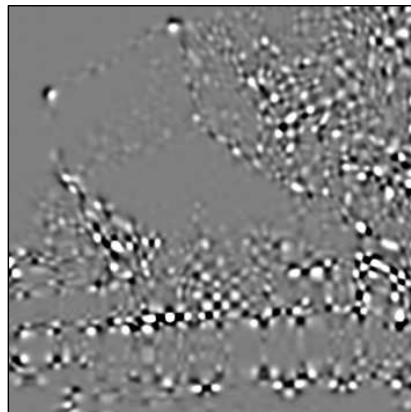
DoG und LoG-Filter sind in ihrer Wirkungsweise vergleichbar.

12.11 Hesse-Matrix

- Die Matrix aller zweiten Ableitungen heißt Hesse-Matrix:

$$\mathbf{H}(f) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial^2 y} \end{pmatrix}$$

- Die Determinante der ist ein (rauschanfälliger) Eckensensor



Zusammenfassung

- Durch nichtlineare Operatoren können Kanten und Rauschen getrennt behandelt werden.
- Rauschen und Kanten haben im Frequenzbereich ähnliche Attribute.
- Kanten hervorhebung kann im Orts- und im Frequenzraum erfolgen, Kompassfilter
- Zweite (partielle Ableitung): Laplace-Filter, LoG-Filter, DoG-Filter, Hesse-Matrix