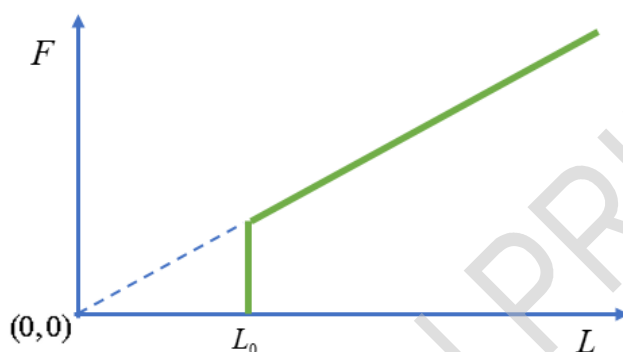


Núll lengdar gormur (NLG) og slöngvigormur (slinky)

Núll lengdar gormur (NLG) er gormur þar sem gormkrafturinn er í réttu hlutfalli við lengd gormsins, $F = kL$ fyrir $L > L_0$ þar sem L_0 er lágmarkslengd gormsins og jafnframt lengd gormsins þegar hann er óteygður. Mynd 1 sýnir sambandið milli kraftsins F og gormlengdarinnar L þar sem hallatala línunnar er gormstuðullinn k .



Mynd 1: sambandið milli gormkraftsins F og gormlengdarinnar L

NLG er notaður við jarðskjálftamælingar og gefur möguleika á mjög nákvæmum mælingum á breytingum á þyngdarhröðuninni g . Skoðum einsleitan NLG sem hefur þyngdina Mg meiri en kL_0 . Við skilgreinum einingarlausu stærðina $\alpha = kL_0/Mg < 1$ til að meta mykt slöngvigormsins. Slöngvigormurinn er leikfang sem þekkt er undir nafninu slinky og getur verið (en þarf ekki að vera) svona NLG.

Hluti A: Jafnvægisfræði (3,0 stig)

A.1 Skoðum gormbút af lengd $\Delta\ell$ af óteygðum NLG. Gormbúturinn er síðan teygður upp í lengdina Δy með kraftinum F í þyngdarleysi (þú mátt hugsa þér gorminn láréttan). Finndu lengdina Δy sem fall af F , $\Delta\ell$, L_0 og keinkennisstærðum gormsins. 0.5pt

A.2 Reiknaðu vinnuna ΔW sem þarf til að lengja gormbútinn með upphaflegu lengdina $\Delta\ell$, upp í lengdina Δy . 0.5pt

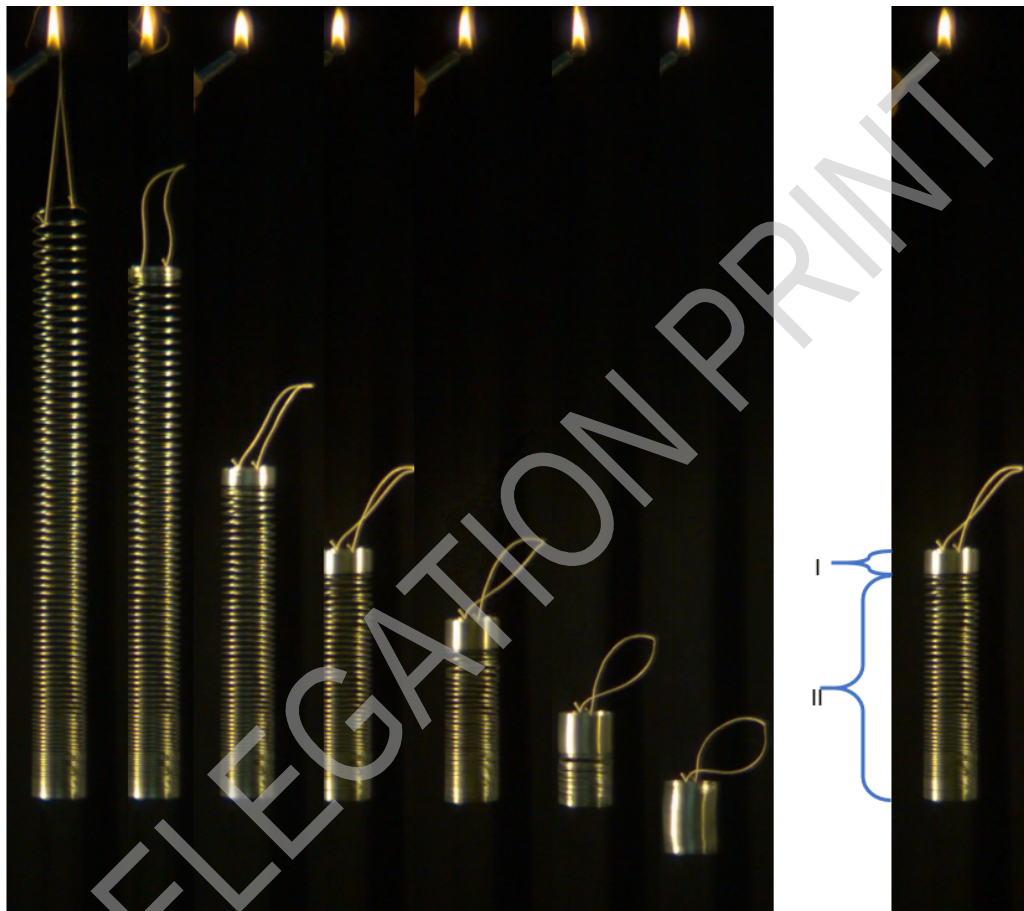
Það sem eftir er af þessari spurningu munum við tákna punkt á gorminum með fjarlægð hans, ℓ , (þar sem $0 \leq \ell \leq L_0$) frá neðri enda gormsins þegar hann er óteygður. Um sérhvern punkt á gorminum gildir því að ℓ helst óbreytt eftir því sem gormurinn teygist.

A.3 Nú skulum við hengja gorminn upp á efri endanum og láta hann teygjast undir eigin þyngd. Hver er heildarlengd gormsins, H þegar hann hefur náð kraftajafnvægi. Settu fram jöfnuna með stærðunum L_0 og α . 2.0pt

Hluti B: Hreyfifræði (5,5 stig)

Tilraunir sýna að þegar gormur er hengdur upp kyrrstæður og síðan sleppt, dregur hann sig smám saman saman ofan frá, en neðri hluti hans helst kyrrstæður (sjá Mynd 2) Eftir því sem tíminn líður ferðast samþjappaði efri hlutinn eins og stjarfur klumpur og bætir stöðugt við sig fleiri gormhringjum og kyrr-

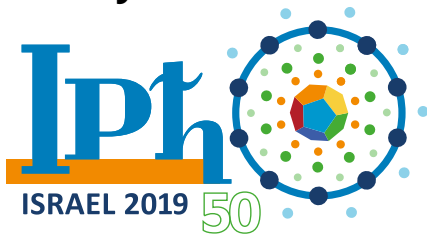
stæði hluti gormsins verður styttri og styttri. Sérhver punktur gormsins fer að hreyfast þegar fallandi gormurinn nær honum. Neðri endi gormsins fer ekki að falla fyrr en gormurinn hefur allur þjappast saman í óteygðu lengdina L_0 . Eftir það mun hinn samþjappaði gormur falla lóðrétt niður í þyngdarsviðinu sem fastur hlutur, án þess að titra.



Mynd 2: Vinstra megin sjást raðmyndir af gorminum falla í frjálsum falli. Hægra megin sést gormhluti I á hreyfingu í frjálsum falli en gormhluti II er enn kyrr.

Í eftirfarandi spurningum skaltu miða lausnir þínar við hegðun gormsins sem lýst er í upphafi Hluta B. Þú mátt sleppa loftmótstöðu í útreikningum þínum en þú mátt ekki sleppa áhrifum af lengd óteygða gormsins, L_0 .

- B.1** Látum t_c tákna tímann sem líður frá því gorminum var sleppt að ofan þar til hann er að fullu samþjappaður með lengd L_0 . Finndu t_c sem fall af L_0 , g og α . Reiknaðu gildið á t_c fyrir gorm með gormstuðul $k = 1,02 \text{ N/m}$, $L_0 = 0,055 \text{ m}$ og $M = 0,201 \text{ kg}$, og notaðu gildið $9,80 \text{ m/s}^2$ fyrir þyngdarhröðunina g . 2.5pt



B.2 Í þessu verkefni látum við ℓ tákna skilin milli gormhluta I (sá hluti gormsins sem er á hreyfingu á mynd 2) og II (gormhlutinn sem enn er kyrrstæður). Á ákveðnu augnabliki, þegar hluti gormsins er enn kyrrstæður er massi kyrrstæða hlutans $m(\ell) = \frac{\ell}{L_0}M$, og gormhlutinn sem er á hreyfingu er allur á sama augnabliks-hraða $v_I(\ell)$. Sýndu að á þessu augnabliki (á meðan hluti gormsins er enn kyrrstæður) er hraði gormhlutans á hreyfingu gefinn með $v_I(\ell) = \sqrt{A\ell + B}$. Ákvarðaðu fastana A og B sem föll af L_0 , g og α . 2.5pt

B.3 Með því að nota niðurstöðuna í B.2, áttu að finna jöfnu fyrir lágmarkshraða gormhlutans á hreyfingu v_{\min} á leið hans niður eftir að honum var sleppt, og áður en hann lendir á jörðinni. Notaðu stærðirnar L_0 , α , A og B í svari þínu. 0.5pt

Hluti C: Orkufræði (1,5 stig)

C.1 Finndu heildarorkuna Q sem tapaðist í varma, frá því að gorminum var sleppt og þar til rétt áður en hann lenti á jörðinni. Táknaðu svarið með stærðunum L_0 , M , g og α . 1.5pt