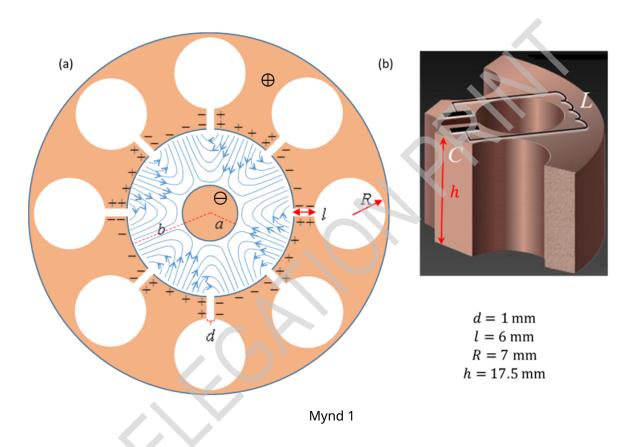


Q2-1
Icelandic (Iceland)

Eðlisfræði Örbylgjuofnsins

Þessi spurning fjallar um hvernig örbylgjur, sem eru ein tegund rafsegulbylgna, myndast og dreifast í örbylgjuofni. Einnig verður notagildi þeirra við að hita mat skoðað. Tæki sem kallast örbylgjuvaki (e. *magnetron*) myndar örbylgjurnar með segulstýringu rafeinda. Hluti A fjallar um verkum örbylgjuvakans en hluti B fjallar um hvernig maturinn gleypir í sig örbylgjurnar.



Hluti A: Uppbygging og verkun örbylgjuvaka (6,6 stig)

Örbylgjuvaki býr til örbylgjur, ýmist sem aðskilda blossa (til notkunar í ratsjá) eða sem samfellda útgeislun (t.d. í örbylgjuofnum). Örbylgjuvakinn magnar ákveðna tíðni rafsegulbylgna. Með því að tengja örbylgjuvakann við jafnrafspennu nær hann réttri tíðni mjög fljótlega. Örbylgjurnar sem þannig myndast eru síðan leiddar út úr örbylgjuvakanum.

Venjulegur örbylgjuvaki er búinn til úr gegnheilum koparsívalningi sem þjónar sem katóða (með radíus a) og utan um hann er holur koparsívalningur sem þjónar sem anóða (með radíus b). Í veggi hola sívalningsins eru boruð sívalningslaga holrými. Holrýmin verka eins og "hermill", tækishluti sem býr til hermitíðni. Einn hermillinn er tengdur við loftnet sem flytur örbylgjuorkuna út í örbylgjuofninn og við þurfum ekki að taka tillit til loftnetsins í eftirfarandi umfjöllun. Öll rými í hola sívalningnum eru lofttæmd. Hér munum við skoða venjulegan örbylgjuvaka með 8 holrýmum eins og sýnt er í mynd 1(a). Holrýmið er sýnt í þrívídd á mynd 1(b). Eins og sýnt er á teikningunni verkar hvert holrými eins og spólu-þéttis rás (LC rás) með tíðnina $f=2.45~\mathrm{GHz}$.

Stöðugt, einsleitt segulsvið eftir langás hola koparsívalningsins er búið til með föstum seglum við enda sívalningsins með stefnu út úr úr blaðinu eins og sýnt er á Mynd 1(a). Að auki er föst rafspenna höfð á milli anóðunnar (jákvæð rafspenna) og katóðunnar (neikvæð rafspenna). Rafeindir sem losna frá katóðunni



Q2-2

Icelandic (Iceland)

og ferðast til anóðunnar, gefa henni sveiflukennda hleðslu, þannig að þær búa til gagnkynja rafhleðslur sitthvoru megin við samliggjandi holrými. Eigintíðni LC-rásanna sem holrýmin mynda, magna þessar sveiflur.

Ferlið sem lýst er að framan skapar breytilegt rafspennusvið með tíðninni $f=2.45\,\mathrm{GHz}$ (bláar línur í mynd 1(a); rafsvið stöðugu rafspennunnar er ekki sýnt) í rýminu milli katóðu og anóðu, í viðbót við rafsviðið sem stöðuga rafspennan veldur. Þegar örbylgjuvakinn er í notkun er sveifluvídd riðspennunnar milli anóðu og katóðu um það bil $\frac{1}{3}$ af styrk rafsviðsins vegna stöðugu rafspennunnar. Rafeindirnar í rýminu milli katóðu og anóðu verða fyrir áhrifum af bæði stöðuga rafsviðinu og breytilega rafsviðinu. Þetta veldur því að rafeindir sem komast til anóðunnar gefa til breytilega rafsviðsins um 80% af þeirri orku sem þær fengu í rafsviði stöðugu rafspennunnar. Fáeinar rafeindir sem katóðan gefur frá sér snúa aftur til katóðunnar en þar losa þær viðbótar rafeindir og auka enn frekar breytilega rafsviðið.

Sérhvern hermil má hugsa sér sem samsettan úr þétti og spólu, sjá Mynd 1(b). Rýmd þéttisins skapast aðallega í sléttu flötum hermilsins en spanið í spólunni orsakast af sívalningslaga holrýminu. Gerðu ráð fyrir því að rafstraumurinn umhverfis holrýmið sé einsleitur í innra yfirborði holrýmisins, og að styrkur segulsviðsins sem þessi rafstraumur myndar, sé 60% af segulsviði sem fullkomin löng spóla myndi skapa. Stærðirnar sem gilda um hermilinn eru gefnar í Mynd 1(b). Rafsvörunarstuðull lofttæmis er $\varepsilon_0=8.85\cdot 10^{-12}\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$ og segulsvörunarstuðullinn er $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$.

A.1 Notaðu upplýsingarnar hér að ofan til að meta tíðnina $f_{\rm est}$ fyrir einn hermil (niðurstaða þín gæti verið smávegis frábrugðin raungildinu, $f=2.45~{
m GHz}$. Notaðu raungildið, $f=2.45~{
m GHz}$ í seinni liðum þessarar spurningar.)

Verkefni A.2 hefur ekkert að gera með örbylgjuvakann sjálfan, en vekur athygli á eðlisfræði sem skiptir máli fyrir hann. Hugsaðu þér rafeind sem ferðast í rúmi þar sem ríkir einsleitt rafsvið í stefnu neikvæðs y áss, $\overrightarrow{E} = -E_0 \hat{y}$, og einsleitt segulsvið í stefnu jákvæðs z áss, $\overrightarrow{B} = B_0 \hat{z}$ (E_0 og B_0 eru jákvæðar stærðir; $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ eru einingarvigrar með hefðbundnar stefnur). Nú skulum við tákna hraða rafeindarinnar við tímann t með $\overrightarrow{u}(t)$. Rekhraði rafeindarinnar \overrightarrow{u}_D er skilgreindur sem meðalhraði hennar. Massi rafeindarinnar er t og t0 er hleðsla hennar.

- **A.2** Búðu til jöfnu fyrir rekhraðann \vec{u}_D í þessum tveimur neðangreindum tilfellum. 1.5pt Teiknaðu að auki á svarblaðið feril rafeindarinnar (í hnitakerfi rannsóknarstofunnar) á tímabilinu $0 < t < \frac{4\pi m}{eB_0}$ ef:
 - 1. ef við tímann t=0 er hraði rafeindarinnar $\vec{u}(0)=(3E_0/B_0)\hat{x}$,
 - 2. við tímann t=0 er hraði rafeindarinnar $\vec{u}(0)=-(3E_0/B_0)\hat{x}$.

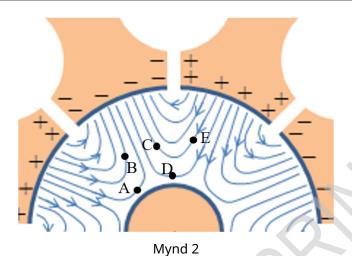
Við höldum nú áfram með umfjöllun okkar um örbylgjuvakann. Bilið milli katóðu og anóðu er $15~\mathrm{mm}$. Gerðu ráð fyrir að vegna orkutaps til breytilega rafsviðsins verði hámarks hreyfiorka hverrar rafeindar minni en $K_{\mathrm{max}}=800~\mathrm{eV}$. Styrkur segulsviðsins er $B_0=0.3~\mathrm{T}$. Massi rafeindar er $m=9.1\cdot10^{-31}~\mathrm{kg}$ og hleðsla hennar er $-e=-1.6\cdot10^{-19}~\mathrm{C}$.

A.3 Finndu tölulegt gildi á stærsta mögulega beygjuradíus rafeindarinnar, r, miðað 0.4pt við að ferill hennar er nokkurn veginn hringlaga í hnitakerfinu hér á undan.

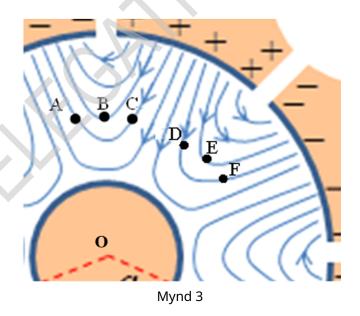


Q2-3
Icelandic (Iceland)

1.2pt

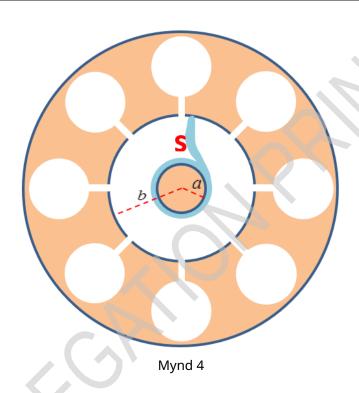


A.4 Mynd 2 sýnir sviðslínur breytilega rafsviðsins milli anóðu og katóðu á ákveðnum tímapunkti (sviðslínur fasta rafsviðsins eru ekki sýndar). Sýndu á svarblaðinu hverjar af rafeindunum á stöðunum A,B,C,D og E hreyfast í átt að anóðunni, hverjar munu hreyfast í átt að katóðunni og hverjar munu hreyfast hornrétt á radíusinn á þessu augnabliki.



Mynd 3 sýnir sviðslínur breytilega rafsviðsins milli anóðu og katóðu á ákveðnum tímapunkti (sviðslínur fasta rafsviðsins eru ekki sýndar). Sýnd er staðsetning sex rafeinda á því augnabliki í punktum A, B, C, D, E og F. Allar rafeindirnar eru í sömu fjarlægð frá katóðunni.

A.5 Skoðaðu aðstæður í Mynd 3. Sýndu á svarblaðinu fyrir sérhvert rafeindapar í 1.2pt punktunum AB, AC, BC, DE, DF, EF, hvort rekhraði þeirra muni valda stækkun eða minnkun á horni milli staðarvigra þeirra (mælt frá miðju katóðunnar) á því augnabliki.



Mynstrið sem þú uppgötvaðir í verkefni A.5 vinnur eins og linsa sem þéttir rafeindirnar milli katóðu og anóðu í teina eins og í gjörð. Mynd 4 sýnir einn slíkan tein, merktan með S.

A.6 Sýndu á svarblaðinu hina teinana á þessu augnabliki. Merktu með örvum snún- 0.8pt ingsstefnu þeirra og reiknaðu meðalhornhraða þeirra ω_s .

Gerðu nú þá nálgun að heildarrafsviðið á miðri leið milli katóðu og anóðu sé jafnt meðalstyrk stöðuga rafsviðsins í stefnu frá katóðu til anóðu og að teinarnir séu nokkurn veginn með sömu stefnu (frá katóðu til anóðu) á því svæði. Radíusar katóðu og anóðu (a og b) eru skilgreindir á mynd 4.

A.7 Búðu til nálgunarjöfnu fyrir stöðugu rafspennuna V_0 sem þarf til að örbylgjuvakinn verki eins og að ofan er lýst. (Jafnan sem þú finnur mun gefa þér lágmarksgildi fyrir rafspennuna til að örbylgjuvakinn virki; æskileg rafspenna er dálítið hærri.)

Hluti B: Víxlverkun örbylgna við vatnssameindir (3,4 points)

Þessi hluti fjallar um notkun örbylgna (sem loftnetið leiddi frá örbylgjuvakanum inn í örbylgjuofninn) til að elda mat, það er, að hita skautaðar sameindir eins og vatn, hreint eða saltvatn (sem hér er kallað súpa).



Icelandic (Iceland)

Raftvískaut myndast þegar tvær jafnstórar gagnkynja rafhleðslur q og -q eru aðskildar með stuttu bili d. Vigur raftvískautsins hefur stefnu frá neikvæðu rafhleðslunni til þeirrar jákvæðu og stærð vigursins er p = qd.

Raftvískautið $\vec{p}(t)$ er í tímaháðu rafsviði $\vec{E}(t) = E(t)\hat{x}$. Raftvískautið hefur fasta stærð $p_0 = |\vec{p}(t)|$. Hornið milli raftvískautsins og rafsviðsins er $\theta(t)$.

B.1 Finndu bæði stærð kraftvægisins $\tau(t)$ sem rafsviðið skapar á tvískautið og aflið 0.5pt $H_i(t)$ sem rafsviðið gefur tvískautinu sem fall af $p_0, E(t), \theta(t)$ og afleiðum þeirra.

Vatnssameindir eru skautaðar og þess vegna er hægt að reikna með þeim eins og raftvískauti. Vegna þess hve vetnistengin milli vatnssameindanna eru sterk er ekki hægt að reikna með því að vatnssameindirnar séu sjálfstæð raftvískaut. Í staðinn þarf að skoða skautunarvigurinn $\overline{P}(t)$, sem táknar þéttleika kraftvægisins (meðal kraftvægi á einingarrúmmál af hópi vatnssameinda). Skautunarvigurinn $\overline{P}(t)$ er samsíða breytilega rafsviðinu á staðnum (örbylgju geislunina), $\overrightarrow{E}(t)$, og sveiflast með tíma með sveifluvídd sem er í réttu hlutfalli við sveifluvídd breytilega rafsviðsins á staðnum, en með fasaseinkun δ .

Breytilega rafsviðið á hverjum stað í vatninu er gefið með $\overrightarrow{E}(t)=E_0\sin(\omega t)\hat{x}$, þar sem $\omega=2\pi f$, og það gefur skautunarvigurinn $\overrightarrow{P}(t)=etaarepsilon_0 E_0 \sin(\omega t-\delta) \hat{x}$, þar sem einingarlausi fastinn β er háður eiginleikum vatnsins.

Búðu til jöfnu fyrir meðalgildi aflsins $\langle H(t) \rangle$ sem einingarrúmmál vatnsins drekk-**B.2** 0.5pt Athugaðu að meðalgildi lotubundins falls f(t) yfir lotuna T er skilgreint sem:

 $\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int\limits_{-T}^{t_0 + T} f(t) \, \mathrm{d}t.$ (1)

Nú lítum við á útbreiðslu geislunar gegnum vatnið. Hlutfallsstuðull rafskautunar vatns (við ákveðna tíðni rafsegulsviðsins) er ε_r , og tilsvarandi gildi brotstuðuls vatns er $n=\sqrt{\varepsilon_r}$. Augnabliks orkuþéttleiki rafsviðsins er $\frac{1}{2}\varepsilon_r\varepsilon_0E^2$. Meðalgildi orkuþéttleika rafsviðsins og segulsviðsins eru jafnstór.

B.3 Við skulum tákna meðalgildi orkuflæðisins gegn um einingarflatarmál með I(z)1.1pt (meðal geislunarafl á einingarflatarmál). Hér er z sú vegalengd sem orkan berst inn í vatnið og útbreiðsla geislunarinnar er í stefnu z. Búðu til jöfnu sem sýnir hvernig orkuflæðið gegnum einingarflatarmál, I(z) er háð stefnunni z. Flæðisbéttleikinn við yfirborð vatnsins, I(0), gæti birst í niðurstöðu þinni.

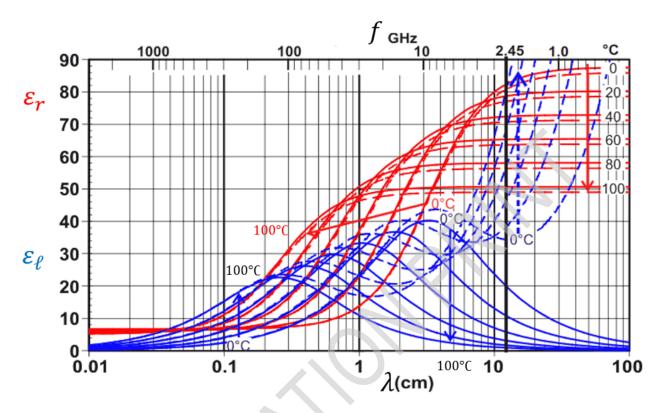
Fasaseinkunin δ er vegna víxlverkunar milli vatnssameindanna. Fasaseinkunin er háð einingarlausum fasta $arepsilon_\ell$ sem táknar tap í skautaða efninu og hlutfallslega skautunarfastans $arepsilon_r$ (sem báðir eru háðir hornhraða geislunarinnar ω og hitastigi) með sambandinu tan $\delta=arepsilon_\ell/arepsilon_r$. Þegar δ er nógu lítið, er rafsviðið í vegalengdinni z sem geislunin berst inn vatnið, gefin með:

$$\overrightarrow{E}(z,t) = \overrightarrow{E}_0 e^{-\frac{1}{2}nk_0z\tan\delta}\sin\left(nk_0z - \omega t\right) \tag{2} \label{eq:2}$$

þar sem $k_0 = \omega/c$ og $c = 3.0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ er ljóshraði í lofttæmi.

Notaðu nálgunargildið tan $\delta \approx \sin \delta$ og búðu til jöfnu fyrir stuðulinn β sem skil-**B.4** greindur var í verkefni B.2 með öðrum breytum.





Mynd 5. Örvarnar sýna breytingu með hitastigi yfir ferlana frá 0°C til 100°C.

Mynd 5 sýnir ε_ℓ (blátt) og ε_r (rautt) fyrir Hreint vatn (heilar línur) og saltvatn (slitnar línur) sem fall af bylgjulengd eða tíðni, við nokkur mismunandi hitastig. Horntíðnin $\omega=2\pi\cdot 2.45\cdot 10^9~{\rm s}^{-1}$ er merkt með feitri lóðréttri línu. Spurningarnar hér á eftir fjalla eingöngu um þessa tíðni.

B.5 Notaðu mynd 5 til að svara eftirfarandi spurningum:

0.7pt

- 1. Finndu þá vegalengd inn í $20^{\circ}\mathrm{C}$ vatn, $z_{1/2}$ þar sem afl á einingarrúmmál hefur minnkað um 50
- 2. Taktu fram á svarblaðinu hvort vegalengdin sem örbylgjugeislunin berst inn í vatnið vex, minnkar eða helst óbreytt eftir því sem hitastig vatnsins hækkar.
- 3. Taktu fram á svarblaðinu hvort vegalengdin sem örbylgjugeislunin berst inn í súpu (saltvatn) vex, minnkar eða helst óbreytt eftir því sem hitastig súpunnar hækkar.