Fimmta laugardagsæfingin í eðlisfræði 2021

Ath: Það verður engin laugardagsæfing í vorhlénu

Nafn:

Bekkur:

Fastar

Nafn	Tákn	Gildi
Hraði ljóss í tómarúmi	c	$3{,}00 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
Þyngdarhröðun við yfirborð jarðar	g	$9{,}82\,\mathrm{m\,s^{-2}}$
Frumhleðslan	e	$1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Massi rafeindar	m_e	$9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Gasfastinn	R	$8{,}3145\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$
Fasti Coulombs	k_e	$8{,}988 \cdot 10^{9}\,\mathrm{N\,m^{2}\,C^{-2}}$
Rafsvörunarstuðull tómarúms	ϵ_0	$8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{C^{2}\,s^{2}\,m^{-3}\,kg^{-1}}$
Þyngdarfastinn	G	$6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^{3}\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
Geisli jarðarinnar	$R_\oplus$	$6{,}38 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m}$
Geisli sólarinnar	$R_\odot$	$6{,}96 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}$
Massi jarðarinnar	$M_\oplus$	$5{,}97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$
Massi sólarinnar	$M_\odot$	$1{,}99 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$
Stjarnfræðieiningin	AU	$1{,}50 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$

Krossar

Hver kross gildir 3,5 stig. Vinsamlegast skráið svörin ykkar við tilheyrandi krossi hér fyrir neðan:

K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**K7**	**K8**	**K9**	**K10**
C	A	E	A	D	A	D	C	E	B

K11	**K12**	**K13**	**K14**	**K15**	**K16**	**K17**	**K18**	**K19**	**K20**
E	A	C	D	D	E	B	B	D	D

Krossar (70 stig)

K1. Hreyfiorka hlutar með massa m og hraða v er táknuð með K. Hún er skilgreind þannig að $K = \frac{1}{2}mv^2$. Hverjar eru SI-einingar hreyfiorku?

(A) $\mathrm{kg\,m/s}$ (B) $\mathrm{kg\,m/s^2}$ (C) $\mathrm{kg\,m^2/s^2}$ (D) $\mathrm{kg\,m^2/s}$ (E) $\mathrm{kg^2\,m^2/s^2}$

Lausn: Athugum að:

$$[K] = \left[\frac{1}{2}mv^2\right] = [m][v]^2 = \mathrm{kg}\,(\mathrm{m/s})^2 = \mathrm{kg\,m^2/s^2}$$

K2. Straumbreytir á Íslandi tekur 240 V og skilar 19,0 V jafnspennu við 5,00 A. Hvert er hámarksafl sem raftæki má draga úr straumbreytinum án þess hann skemmist?

(A) 95,0 W (B) 245 W (C) 1700 W (D) 3,80 W (E) 12,6 W

Lausn: Athugum að:

$$P = IV = 5{,}0\,\mathrm{A} \cdot 19{,}0\,\mathrm{V} = 95{,}0\,\mathrm{W}.$$

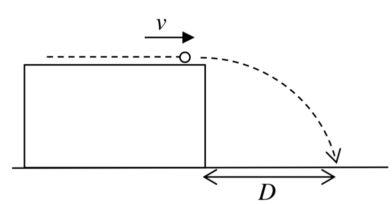
K3. Guðrún göngugarpur fer upp á Everest þar sem loftþrýstingurinn er 0,40 atm. Á toppnum opnar Guðrún loftþétt nestisbox sem hefur flatarmál $0{,}023\,\mathrm{m}^2$, fær sér samloku, og lokar því svo aftur. Guðrún gengur svo niður og fer alla leið að sjávarmáli þar sem loftþrýstingurinn er 1,0 atm. Hversu miklum krafti, hornrétt á lok nestisboxins, þarf Guðrún að beita til þess að opna nestisboxið við sjávarmál? (1 atm = 101,3 kPa)

(A) 210 N (B) 450 N (C) 850 N (D) 960 N (E) 1400 N

Lausn: Athugum að:

$$F = \Delta P A = 0{,}6 \cdot 101{,}3 \cdot 10^3\,\mathrm{Pa} \cdot 0{,}023\,\mathrm{m}^2 = 1400\,\mathrm{N}.$$

K4. Litlum bolta er kastað lárétt fram af borðsbrún með upphafshraða v. Boltinn lendir á jörðinni í láréttri fjarlægð D frá borðinu. Tilraun er framkvæmd þannig að mismunandi gildi á v og tilheyrandi gildi á D eru skráð niður í töflu. Hvert af eftirfarandi gröfum mun gefa beina línu?



(A) v sem fall af D.

(B) v^2 sem fall af D.

(C) v sem fall af D^2.

(D) v sem fall af $\frac{1}{D}$.

(E) v sem fall af $\frac{1}{\sqrt{D}}$.

Lausn: Athugum að $D = vt$ og $h = \frac{1}{2}gt^2$. Seinni jafnan gefur gefur þá að $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ svo efri jafnan verður $D = v\sqrt{\frac{2h}{g}}$. En þá ályktum við að v sem fall af D mun gefa beinlínugraf með hallatölu $\sqrt{\frac{g}{2h}}$.

K5. Kappakstursbíll tekur af stað úr kyrrstöðu og nær hraðanum 100 km/klst eftir 2,5 s. Hver er meðalhröðun hans á þeim tíma?

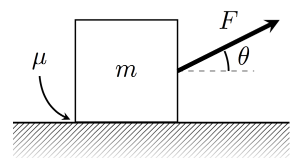
(A) 1,3 $\mathrm{m/s^2}$ (B) 4,5 $\mathrm{m/s^2}$ (C) 7,7 $\mathrm{m/s^2}$ (D) 11 $\mathrm{m/s^2}$ (E) 45 $\mathrm{m/s^2}$

Lausn: Meðalhröðunin er þá

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\left(\frac{100}{3.6}\right)}{2.5} = 11\,\mathrm{m/s^2}.$$

K6. Skenkur með massa $m = 25\,\mathrm{kg}$ er dreginn eftir hrjúfu yfirborði með $F = 52\,\mathrm{N}$ krafti yfir horni $\theta = 34°$ miðað við lárétt. Núningsstuðullinn milli skenksins og hrjúfa yfirborðsins er $\mu = 0,20$. Hversu stór núningskraftur verkar á skenkinn þegar hann er dregin með jöfnum hraða?

(A) 43 N (B) 56 N (C) 83 N (D) 120 N (E) 560 N



Lausn: Fáum þá að $F_{\text{nún}} = F\cos\theta = 43\,\mathrm{N}$.

K7. Viðarkubb af þyngd 30 N er haldið undir vatni. Uppdrifskrafturinn sem verkar á kubbinn er 50 N þegar hann er allur undir vatni. Nú er kubbnum sleppt þannig að hann flýtur á vatninu. Hversu stórt hlutfall af kubbnum er sýnilegt fyrir ofan vatnsyfirborðið?

(A) 1/15 (B) 1/5 (C) 1/3 (D) 2/5 (E) 3/5

Lausn: Látum p tákna hlutfallið af rúmmáli hlutarins sem er sökkt undir vatni þá er í jafnvægi samkvæmt Arkímedesi:

$$mg = \rho V_{\text{undir}} g = \rho p V g \implies p = \frac{mg}{\rho V g} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}.$$

En það sem stendur upp úr er þá $\frac{2}{5}$.

K8. Staða agnar er gefin með: $x(t) = x_0 \cos(\omega t + \pi/6)$, þar sem $x_0 = 6{,}0\,\mathrm{m}$ og $\omega = 2{,}0\,\mathrm{rad/s}$. Hver er mesti hraði agnarinnar?

(A) 3,0 m/s (B) 6,0 m/s (C) 12 m/s (D) 24 m/s (E) 36 m/s

Lausn: Fæst með því að diffra:

$$v(t) = \dot{x}(t) = -x_0\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Svo hámarkshraðinn er $v_{\max} = x_0\omega = 12\,\mathrm{m/s}$.

K9. Ef teiknað er línurit sem sýnir hraða hlutar á hreyfingu eftir beinni línu sem fall af tíma, þá er hallatala ferilsins í hverjum punkti jöfn

(A) hreyfiorkunni (B) færslunni (C) hraðanum (D) meðalhraðanum (E) hröðuninni

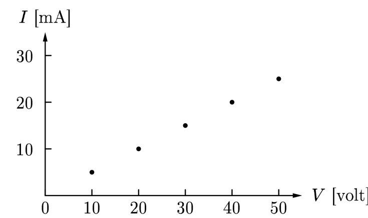
Svar: Hröðuninni.

K10. Ef teiknað er línurit sem sýnir hraða hlutar á hreyfingu eftir beinni línu sem fall af tíma, þá er flatarmál svæðisins undir ferlinum jafnt

(A) hreyfiorkunni (B) færslunni (C) hraðanum (D) meðalhraðanum (E) hröðuninni

Svar: Færslunni.

K11. Straumur í gegnum viðnám er mældur við mismunandi spennu. Niðurstöður úr mælingunum eru sýndar á myndinni hér til hægri. Hver er stærð viðnámsins?



(A) $0{,}5\,\mathrm{k\Omega}$ (B) $10\,\Omega$ (C) $50\,\Omega$ (D) $0{,}5\,\mathrm{m\Omega}$ (E) $2{,}0\,\mathrm{k\Omega}$

Lausn: Athugum að $V = IR \implies I = \frac{1}{R}V$ svo að hallatalan er $\frac{1}{R} = \frac{1}{2} \implies R = 2{,}0\,\mathrm{k\Omega}$.

K12. Keli rennur beint áfram á skíðum á jafnsléttu með jafna hraðanum $v_1 = 1{,}0\,\mathrm{m/s}$. Massi Kela er $m = 25\,\mathrm{kg}$. Hver er heildarkrafturinn, F, sem verkar á hann?

(A) $0{,}0\,\mathrm{N}$ (B) $5{,}0\,\mathrm{N}$ (C) $10\,\mathrm{N}$ (D) $25\,\mathrm{N}$ (E) $250\,\mathrm{N}$

Lausn: Hann er með jafnan hraða svo samkvæmt fyrsta lögmáli Newtons er $F = 0{,}0\,\mathrm{N}$.

K13. Seinna um daginn er snjórinn orðinn blautur svo núningsstuðullinn milli skíðanna og snjósins er orðinn $\mu = 0{,}10$ (áður var hann $\mu = 0$). Keli rennur aftur eftir beinni línu á jafnsléttu og hefur í upphafi hraðnn $v = 2{,}0\,\mathrm{m/s}$. Massi Kela er $m = 25\,\mathrm{kg}$. Hvað rennur hann langt þar til hann stoppar alveg?

(A) $0{,}2\,\mathrm{m}$ (B) $1{,}0\,\mathrm{m}$ (C) $2{,}0\,\mathrm{m}$ (D) $4{,}6\,\mathrm{m}$ (E) $25\,\mathrm{m}$

Lausn: Þá gefur vinnulögmálið að:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \mu mgd = 0 \implies d = \frac{v^2}{2\mu g} = 2{,}0\,\mathrm{m}.$$

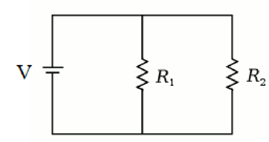
K14. Gerum ráð fyrir að ísjaki sé teningur með hliðarlengdir L. Ísbjörn með massa $500\,\mathrm{kg}$ leitar nú að ísjaka í sjónum til að hvíla sig á. Hver má hliðarlengd ísjakans minnst vera til þess að hann sökkvi ekki með ísbjörninn? Eðlismassi sjós er $1028\,\mathrm{kg/m^3}$ og eðlismassi hafíss er $920\,\mathrm{kg/m^3}$.

(A) $0{,}79\,\mathrm{m}$ (B) $0{,}82\,\mathrm{m}$ (C) $1{,}38\,\mathrm{m}$ (D) $1{,}67\,\mathrm{m}$ (E) $2{,}15\,\mathrm{m}$

Lausn: Höfum þá að:

$$F_{\text{upp}} = \rho_{\text{vatn}} L^3 g = m_b g + \rho_{\text{ís}} L^3 g \implies L = \left(\frac{m_b}{\rho_{\text{vatn}} - \rho_{\text{ís}}}\right)^{1/3} = 1{,}67\,\mathrm{m}$$

K15. Í rásinni hér til hægri er rafhlaðan með spennu $V = 7{,}0\,\mathrm{V}$ og viðnámin eru $R_1 = 2{,}0\,\Omega$ og $R_2 = 6{,}0\,\Omega$. Hver er straumurinn um rafhlöðuna?



(A) 0,21 A (B) 0,88 A (C) 1,8 A (D) 4,7 A (E) 10 A

Lausn: Viðnámin eru hliðtengd svo:

$$R_{\mathrm{heild}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = 1{,}5\,\Omega.$$

En þá er $V = IR_{\mathrm{heild}} \implies I = \frac{V}{R_{\mathrm{heild}}} = \frac{7{,}0\,\mathrm{V}}{1{,}5\,\Omega} = 4{,}7\,\mathrm{A}$.

K16. Sleði með massa 2,0 kg rennur (núninglaust) niður 10 m háan hól og klessir á annan 3,0 kg sleða neðst í brekkunni með þeim afleiðingum að þeir festast saman. Hver verður hraði þeirra eftir áreksturinn?

(A) 1,2 m/s (B) 2,3 m/s (C) 3,4 m/s (D) 4,5 m/s (E) 5,6 m/s

Lausn: Fáum þá að:

$$m_1 gh = \frac{1}{2} m_1 v^2 \implies v = \sqrt{2gh}$$

Er hraði kubbsins rétt fyrir áreksturinn. En þá er hraðinn eftir áreksturinn:

$$(m_1 + m_2)u = m_1 v \implies u = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh} = 5{,}6\,\mathrm{m/s}$$

K17. Maður stendur á vigt sem sýnir 90 kg á jörðinni. Hvað myndi vigtin sýna á tunglina, þar sem þyngdarhröðunin er $a = 1{,}63\,\mathrm{m/s^2}$.

(A) 11 kg (B) 15 kg (C) 30 kg (D) 90 kg (E) 540 kg

Lausn: Þá höfum við að vogin sýnir:

$$\frac{ma}{g} = 14{,}9\,\mathrm{kg}.$$

K18. Ímyndum okkur að öreind að nafninu bixitrixeind sé eins og rafeind að öllu leyti nema hvað hún hafi massann m_{ix} í stað massa rafeindar m_e. Sé tveimur bixitrixeindum komið fyrir í 13,0 mm fjarlægð frá hvor annarri verkar þyngdarkraftur og rafstöðukraftur milli þeirra þannig að heildarkafturinn er núll. Hver er massinn m_{ix}?

(A) $1{,}31 \cdot 10^{-12}$ kg (B) $1{,}86 \cdot 10^{-9}$ kg (C) $3{,}46 \cdot 10^{-18}$ kg (D) $1{,}71 \cdot 10^{-24}$ kg (E) $7{,}62 \cdot 10^{-7}$ kg

Lausn: Fáum þá að:

$$\frac{Gm_{\mathrm{ix}}^2}{r^2} = \frac{ke^2}{r^2} \implies m_{\mathrm{ix}} = \sqrt{\frac{k}{G}}e = 1{,}86 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{kg}.$$

K19. Stelpa rennir sér á sleða niður 60 m langa brekku með halla 30°. Í upphafi er hún kyrrstæð en neðst í brekkunni er hraði hennar 20 m/s. Hver er núningsstuðull brekunnar? (Ábending: Hugsið ykkur brekkuna sem langhlið í rétthyrndum þríhyrningi og sleppið því að gera ráð fyrir loftmótstöðu).

(A) 0,67 (B) 0,13 (C) 1,02 (D) 0,19 (E) 0,45

Lausn: Fáum þá að hröðunin hennar var gefin með

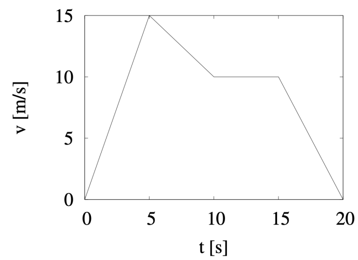
$$2a\Delta s = v^2 - v_0^2 \implies a = \frac{v^2}{2\Delta s} = \frac{20^2}{2 \cdot 60} = 3{,}33\,\mathrm{m/s^2}.$$

En við vitum að fyrir slík skábretti er hröðunin niður skábrettið gefin með $a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$ svo við fáum að

$$\mu = \frac{g\sin\theta - a}{g\cos\theta} = 0{,}19.$$

K20. Á myndinni hér til hægri sést línurit yfir hlaupahraða Elínar sem fall af tíma. Hvað hleypur Elín langt á þessum 20 sekúndum?

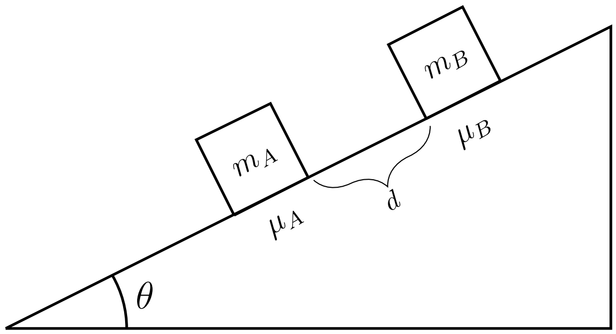
(A) 100 m (B) 125 m (C) 150 m (D) 175 m (E) 225 m



Lausn: Þá er flatarmálið undir ferlinum:

$$s = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 + 10 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = 175\,\mathrm{m}.$$

Dæmi 1: Tveir kubbar á skábretti (15 stig)



Lítum á skábretti sem hallar um horn θ miðað við lárétt. Á skábrettinu standa tveir kubbar í kyrrstöðu. Kubburinn sem stendur neðar á skábrettinu hefur massa m_A og núningsstuðullinn milli kubbsins og skábrettisins er μ_A. Kubburinn sem stendur ofar á skábrettinu hefur massa m_B og núningsstuðullinn milli kubbsins og skábrettisins er μ_B. Í þessu dæmi gerum við ráð fyrir að skábrettið sé svo langt að kubbarnir nái ekki að renna niður á enda þess, að $\tan\theta > \mu_A > \mu_B$ og að vegalengdin (samsíða skábrettinu) milli kubbanna sé d.

(a) **(4 stig)** Ákvarðið hröðun kubbsins, a_A, með massa m_A í stefnuna samsíða skábrettinu.

(b) **(1 stig)** Ákvarðið hröðun kubbsins, a_B, með massa m_B í stefnuna samsíða skábrettinu.

(c) **(3 stig)** Finnið tímann t_1 sem líður frá því að kubbunum er sleppt samtímis úr kyrrstöðu og þar til að þeir skella saman í fyrsta skipti.

(d) **(7 stig)** Gerum ráð fyrir að $m = m_A = m_B$ og að kubbarnir lendi í alfjaðrandi árekstri, en það þýðir að bæði skriðþungi og orka kerfisins er varðveitt við áreksturinn. Ákvarðið tímann t_2 sem líður frá því að kubbarnir rekast saman í fyrsta skipti og þar til að þeir rekast saman í annað skipti.

Lausn:

(a) Við fáum þá að kraftajafnan verður

$$\begin{pmatrix} m_A a_A \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_A g \sin\theta - \mu_A \text{Þ} \\ \text{Þ} - m_A g \cos\theta \end{pmatrix}$$

En það gefur því að $\text{Þ} = m_A g \cos\theta$ sem gefur þá að $a_A = (\sin\theta - \mu_A \cos\theta)\, g$.

(b) Eins fæst að $a_B = (\sin\theta - \mu_B \cos\theta)\, g$.

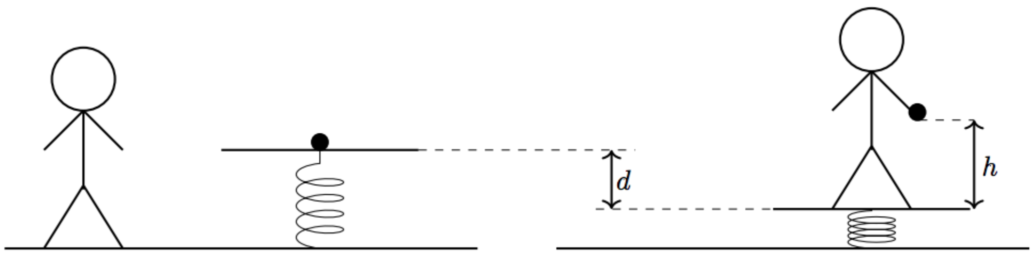
(c) Þeir munu þá skella saman þegar:

$$d = \frac{1}{2}(a_B - a_A)t_1^2 \implies t_1 = \sqrt{\frac{2d}{(a_B - a_A)}}.$$

(d) Þar sem að afstæður hraði kubbanna er varðveittur í alfjaðrandi árekstri og þeir hafa jafn mikinn massa, m, þá skiptast þeir á hröðum. Við fáum þá að tíminn t_2 sem líður þar til að þeir lenda aftur í árekstri er fundinn með:

$$a_B t_1 t_2 + \frac{1}{2} a_A t_2^2 = a_A t_1 t_2 + \frac{1}{2} a_B t_2^2 \implies t_2 = 2\frac{(a_B - a_A)t_1}{a_B - a_A} = 2t_1.$$

Dæmi 2: Gormur (15 stig)



Óli prik, sem hefur massa m_p, stendur við hliðina á gormi í jafnvægisstöðu með gormstuðul k. Ofan á gorminum er massalaus pallur og bolti með massa m_b. Síðan stígur Óli varlega ofan á pallinn og tekur upp boltann. Þá þjappast gormurinn saman í nýja jafnvægisstöðu sem er í fjarlægðinni d lóðrétt frá upphaflegu jafnvægisstöðunni.

(a) **(2 stig)** Ákvarðið fjarlægðina d (notið stærðirnar k, m_p, m_b og/eða g í svarinu).

(b) **(3 stig)** Ef Óli sleppir nú boltanum fer gormurinn að sveiflast með tíma. Hvert verður útslag sveifluhreyfingarinnar, A_1, áður en boltinn lendir á pallinum (notið stærðirnar k, m_p, m_b og/eða g í svarinu)?

(c) **(5 stig)** Þegar boltinn lendir loks á pallinum hefur gormurinn lokið nákvæmlega einni sveiflu. Ákvarðið hæðina h sem boltanum var sleppt úr (notið stærðirnar k, m_p, m_b og/eða g í svarinu).

(d) **(5 stig)** Boltinn festist við pallinn þegar hann lendir, þ.e. áreksturinn milli boltans og pallsins er fullkomlega ófjaðrandi. Ákvarðið útslag sveifluhreyfingarinnar, A_2, eftir að boltinn lendir á gorminum (notið stærðirnar k, m_p, m_b og/eða g í svarinu).

Lausn:

(a) Þá er $m_p g = kd \implies d = \frac{m_p g}{k}$.

(b) Þegar hann sleppir boltanum þá lyftist pallurinn upp um vegalengd $A_1 = \frac{m_b g}{k}$.

(c) Tíminn sem sveiflan tekur er gefin með $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_p}{k}}$ og boltinn fellur hæðina

$$h = \frac{1}{2}gT^2 = \frac{2\pi^2 m_p g}{k}.$$

(d) Hraði boltans þegar hann lendir er $v = gT = 2\pi g\sqrt{\frac{m_p}{k}}$ en hraði pallsins er núll. Skriðþungavarðveislan gefur þá að hraði kerfisins eftir áreksturinn verður:

$$u = \frac{m_b v}{m_b + m_p}$$

En þá er nýja útslagið:

$$A_2 = \sqrt{A_1^2 + \left(\frac{u}{\omega}\right)^2}.$$

Þar sem $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_p+m_b}}$. Niðurstaðan hér að ofan leiðir beint af orkuvarðveislu:

$$\frac{1}{2}kA_2^2 = \frac{1}{2}(m_b + m_p)u^2 + \frac{1}{2}kA_1^2 \implies A_2 = \sqrt{A_1^2 + \left(\frac{u}{\omega}\right)^2}.$$