Þriðja laugardagsæfingin í eðlisfræði 2019-2020

Nafn:

Bekkur:

Fastar

Nafn	Tákn	Gildi
Hraði ljóss í tómarúmi	c	$3{,}00 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
Þyngdarhröðun við yfirborð jarðar	g	$9{,}82\,\mathrm{m\,s^{-2}}$
Frumhleðslan	e	$1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Massi rafeindar	m_e	$9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Gasfastinn	R	$8{,}3145\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$
Fasti Coulombs	k_e	$8{,}988 \cdot 10^{9}\,\mathrm{N\,m^{2}\,C^{-2}}$
Rafsvörunarstuðull tómarúms	ϵ_0	$8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{C^{2}\,s^{2}\,m^{-3}\,kg^{-1}}$
Þyngdarfastinn	G	$6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^{3}\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
Geisli jarðarinnar	$R_\oplus$	$6{,}38 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m}$
Geisli sólarinnar	$R_\odot$	$6{,}96 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}$
Massi jarðarinnar	$M_\oplus$	$5{,}97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$
Massi sólarinnar	$M_\odot$	$1{,}99 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$
Stjarnfræðieiningin	AU	$1{,}50 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$

Krossar

Hver kross gildir 4 stig. Vinsamlegast skráið svörin ykkar við tilheyrandi krossi hér fyrir neðan:

K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**K7**	**K8**	**K9**	**K10**	**K11**	**K12**	**K13**	**K14**	**K15**

Krossar (60 stig)

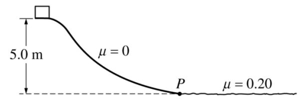
K1. Hreyfiorka hlutar með massa m og hraða v er táknuð með K. Hún er skilgreind þannig að $K = \frac{1}{2}mv^2$. Hverjar eru SI-einingar hreyfiorku?

(A) kgm/s (B) $\mathrm{kgm/s^2}$ (C) $\mathrm{kgm^2/s^2}$ (D) $\mathrm{kgm^2/s}$ (E) $\mathrm{kg^2m^2/s^2}$

K2. Engisprettan Engilbert stekkur 40 m upp í loftið. Hversu langur tími líður frá því hann stekkur og þar til hann lendur aftur í sömu hæð?

(A) 0,62 s (B) 2,3 s (C) 5,7 s (D) 9,2 s (E) 11 s

K3. Kubbur með massa 3,0 kg rennur úr kyrrstöðu niður brekku með hverfandi núning úr hæðinni 5,0 m. Eftir að kubburinn hefur runnið framhjá punkti P tekur við hrjúft, lárétt yfirborð þar sem núningsstuðullinn milli kubbsins og yfirborðsins er $0,20$. Hversu langt rennur kubburinn eftir lárétta yfirborðinu áður en hann stöðvast?



(A) 0,40 m (B) 1,0 m (C) 2,5 m (D) 10 m (E) 25 m

K4. Rauður Ferrari sportsbíll með massa 1560 kg keyrir á hraðanum 135 km/klst. Hann klessir á kyrrstæðan bláan Fiat með massa 499 kg. Bílarnir festast saman við áreksturinn. Hversu mikil hreyfiorka tapast úr kerfinu við áreksturinn?

(A) 266 kJ (B) 504 kJ (C) 732 kJ (D) 956 kJ (E) 1380 kJ

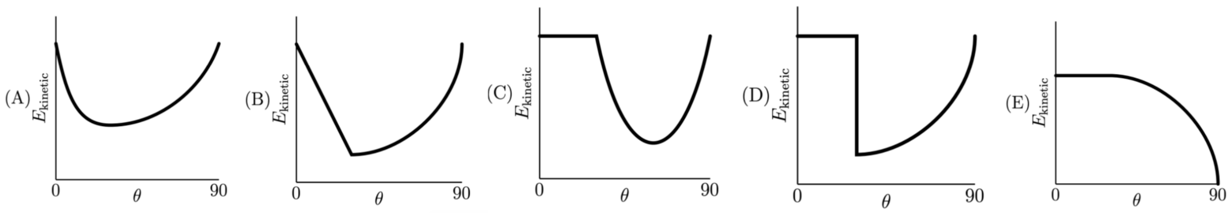
K5. Duge brúin nær yfir kínverska fljótið Beipan. Brúin er sú hæsta í heiminum og hefur hæðina $H = 565\,\mathrm{m}$ yfir vatnsborðinu. Orðrómur er um að hinn frægi frumkvöðull teygjustökksins, A.J. Hackett (sem hefur massa $m = 75\,\mathrm{kg}$), ætli að fara í teygjustökk fram af brúnni og freista þess að snerta vatnsborðið. Gera má ráð fyrir að teygjan sé massalaus og hegði sér líkt og gormur. Hver verður mesta hröðunin, a_{max}, sem Hackett mun finna fyrir ef lengd teygjunnar er $L = 120\,\mathrm{m}$?

(A) $9{,}82\,\mathrm{m/s^2}$ (B) $15{,}1\,\mathrm{m/s^2}$ (C) $19{,}7\,\mathrm{m/s^2}$ (D) $24{,}5\,\mathrm{m/s^2}$ (E) $44{,}2\,\mathrm{m/s^2}$

K6. Kúla rúllar upp skábretti, stoppar og rúllar síðan niður til baka. Allan tímann rúllar hún án þess að renna og engin orka tapast vegna núnings. Í hvaða stefnu verkar núningskrafturinn á kúluna þegar hún rúllar? Stefnur í svarmöguleikunum eru samsíða skábretti.

(A) Upp á leiðinni upp og niður á leiðinni niður.
(B) Niður á leiðinni upp og upp á leiðinni niður.
(C) Það verkar enginn núningskraftur á kúluna.
(D) Alltaf upp.
(E) Alltaf niður.

K7. Einsleitri kúlu er sleppt úr kyrrstöðu úr hæð h á skábretti sem hallar um θ gráður miðað við lárétt. Núningsstuðullinn milli skábrettisins og kúlunnar er μ. Hvert af eftirfarandi gröfum sýnir best hreyfiorku boltans, E_{kinetic}, sem fall af θ?



K8. Fyrsta tímaafleiða stöðu, s, er hraði, $v = \frac{ds}{dt}$ og önnur tímaafleiða hennar er hröðun, $a = \frac{d^2s}{dt^2}$. Hins vegar hefur þriðja tímaafleiða stöðunnar ekki fengið ákveðið nafn, en hér verður hún kölluð rykkur og táknuð með $j = \frac{d^3s}{dt^3}$. Punktmassi sem er upphaflega kyrrstæður fær fastan rykk $j = 2{,}0\,\mathrm{m/s^3}$ í fjórar sekúndur. Hve langt fer hann á þeim tíma?

(A) 12 m (B) 16 m (C) 21 m (D) 29 m (E) 35 m

K9. Gerum ráð fyrir því að jörðin sé fullkomin kúla með jafna massadreifingu. Hugsum okkur að boruð hafi verið göng í gegnum hana miðja. Nú er bolti látinn falla úr kyrrstöðu inn í göngin. Gerum ráð fyrir að í göngunum sé fullkomið lofttæmi og að boltinn rekist ekki í veggi ganganna. Hvað gerist?

(A) Boltinn fellur að miðju ganganna og stöðvast þar.

(B) Boltinn skýst upp um hinn enda ganganna á ógnarhraða.

(C) Boltinn ferðast í fullkominni sveifluhreyfingu milli enda ganganna.

(D) Boltinn ferðast í sveifluhreyfingu sem deyr smám saman út svo að hann stöðvast í miðjunni.

(E) Boltinn ferðast í sveifluhreyfingu með stígandi útslagi.

K10. Tvær plánetur, A og B, eru á hringhreyfingu um stjörnu með massann M. Báðar pláneturnar hafa sama massa m. Pláneta B er tvisvar sinnum lengra frá stjörnunni heldur en pláneta A. Látum L_A tákna hverfiþunga plánetu A og L_B tákna hverfiþunga plánetu B. Hvert er hlutfallið L_B/L_A?

(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$ (E) 4

K11. Árið 2061 mun halastjarna Halleys sjást með berum augum frá jörðinni. Halastjarnan er á sporbraut um sólina og mun ljúka fjórðu umferð sinni um sólu frá því að Edmond Halley spáði fyrir um komu hennar fyrst, árið 1758. Þegar halastjarnan var síðast í nándarstöðu, árið 1986 mældist hún í fjarlægðinni $r_p = 0{,}59\,\mathrm{AU}$ frá sólu. Hver er mesta fjarlægðin, r_a, sem að halastjarna Halleys nær frá sólu?

(A) 2,8 AU (B) 18 AU (C) 24 AU (D) 35 AU (E) 46 AU

K12. Kjarval kranakarl var að eignast nýjan, fínan byggingarkrana sem hefur hámarkslyftikraft 19 640 N. Hann fær það verkefni að lyfta holri kúlu með radíus R og fastan massa 2060 kg. Inni í kúlunni er algert tómarúm og við gerum ráð fyrir að kúluskelin sé svo sterk að hún breyti ekki lögun sinni. Hvert er minnsta gildið á R þannig að Kjarval takist að lyfta kúlunni? Gerið ráð fyrir að eðlismassi andrúmsloftsins sé $\rho = 1{,}23\,\mathrm{kg/m^3}$.

(A) 1,78 m (B) 2,27 m (C) 2,89 m (D) 3,17 m (E) Kjarval mun aldrei geta lyft kúlunni.

K13. Gegnheil stálkúla, giftingarhringur og sívalningslaga kerti rúlla án þess að renna niður skábretti úr kyrrstöðu á sama tíma. Hvaða hlutur verður fyrstur niður skábrettið?

(A) Stálkúlan.

(B) Giftingarhringurinn.

(C) Kertið.

(D) Hlutirnir koma allir niður á sama tíma.

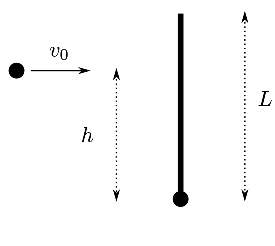
(E) Ekki er hægt að segja til um það.

K14. Staða agnar er gefin með: $x(t) = x_0 \cos(\omega t + \pi/6)$, þar sem $x_0 = 6{,}0\,\mathrm{m}$ og $\omega = 2{,}0\,\mathrm{rad/s}$. Hver er mesti hraði agnarinnar?

(A) 3,0 m/s (B) 6,0 m/s (C) 12 m/s (D) 24 m/s (E) 36 m/s

K15. Lítil kúla með massa m er fest á enda stangar af lengd L og með massa $2m$. Byssukúlu með massa M er skotið með hraða v_0 hornrétt á stöngina í hæð h. Byssukúlan festist inni í stönginni. Finnið h þannig að stöngin snúist ekki eftir áreksturinn.

(A) L (B) $\frac{1}{2}L$ (C) $\frac{1}{3}L$ (D) $\frac{1}{4}L$ (E) Slíkt h er ekki til.



Dæmi 1: Gormkenndur árekstur (Forkeppni 2018) [20 stig]

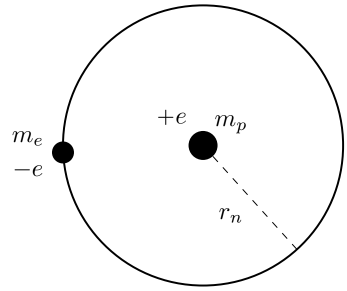
Kubbur með massa m_1 er festur í jafnvægisstöðu við gorm með gormstuðul k_1. Gormurinn er síðan þjappaður saman um lengdina d. Kubburinn er þar losaður frá gorminum og síðan er honum sleppt. Hann rennur þá eftir núningslausa fletinum sem hann hvílir á þar til hann rekst á kyrrstæðan kubb með massa m_2 sem er festur við gorm með gormstuðul k_2. Kubbarnir festast saman við áreksturinn.

(a) Finnið mesta útslag gormsins eftir áreksturinn sem fall af m_1, m_2, k_1, k_2 og d.

(b) Finnið hreyfiorkuna sem tapast við áreksturinn.

Dæmi 2: Bohr-líkanið [20 stig]

Árið 1913 setti danski eðlisfræðingurinn Niels Bohr fram líkan af vetnisatóminu. Líkanið byggir á eftirfarandi þremur frumsendum:



(1) Rafeindin er á hringhreyfingu um róteindina. Hinsvegar eru aðeins nokkrir tilteknir brautargeislar, r_n, leyfilegir fyrir rafeindina.

(2) Brautargeislarnir ákvarðast af því að hverfiþungi rafeindarinnar er skammtaður, það er

$$L_n = mv_nr_n = n\hbar, \qquad n \in \mathbb{Z}_+$$

þar sem $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{m^2kg/s}$ er fasti sem nefnist smækkaður Plancksstuðull (eða há-slá).

(3) Orka rafeindarinnar getur aðeins breyst við það að hún stekkur á milli leyfilegra brautargeisla. Við það geislar eða gleypir rafeindin út ljósi með orku $\Delta E = \hbar\omega = 2\pi\hbar f$ þar sem f er tíðni ljósins.

(a) Sýnið að brautargeisla rafeindarinnar, r_n, megi rita á forminu:

$$r_n = an^2$$

þar sem a er fasti sem nefnist Bohr-geislinn. Ákvarðið Bohr-geislann sem fall af fasta Coulombs, k, hleðslu rafeindar, e, massa rafeindar, m_e, $\hbar$ og n. Gefið einnig tölulegt gildi Bohr-geislans.

(b) Látum E_n tákna heildarorku rafeindarinnar þegar hún er á n-ta brautargeisla. Sýnið að til sé fasti E_1 (sem þannig að rita megi

$$E_n = -\frac{E_1}{n^2}.$$

(c) Látum rafeindina vera í orkuástandi $n > 1$. Nú fellur rafeindin niður í orkuástand $m < n$ og geislar því ljósi frá sér með bylgjulengd λ. Ákvarðið fasta R þannig að bylgjulengd ljósins njóti jöfnunnar:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

Fastinn R nefnist Rydberg-fastinn.

(d) Ef hverfiþungi jarðarinnar væri skammtaður á braut hennar um sólina þá mætti finna n þannig að um hverfiþunga jarðarinnar, L_E, myndi gilda að $L_E = n\hbar$. Ákvarðið bylgjulengd þyngdarbylgjunnar sem jörðin myndi geisla frá sér við það að fara niður á skammtabraut númer $n - 1$.