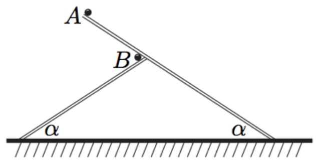
Dæmi 38 (Kalda). Tveimur kúlum í punktunum A og B, er sleppt samtímis úr kyrrstöðu frá stöðunum sem sjást á myndinni hér að neðan. Allir fletir eru núningalausir. Ef það tekur kúlurnar tíma t_A og t_B að ná til jarðar, hvenær var fjarlægðin á milli þeirra minnst?



Dæmi 39 [USAPhO 2023, A1]

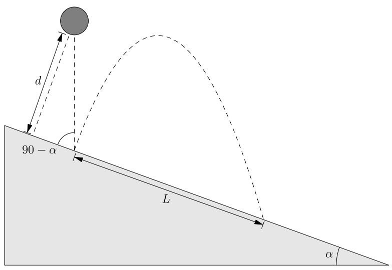
Dæmi 40 Padda ætlar að stökkva yfir sívalningslaga trjádrumb með radíus R sem liggur á jörðinni. Hún vill rétt svo snerta efsta punkt trjádrumbsins lárétt þegar hún fer yfir hann. Hver er minnsti upphafshraðinn v sem þarf til að þetta gangi upp?

Dæmi 41 [NBPhO 2020] Keilulaga nútímalistasafn hefur veggi sem halla um 60° gráður miðað við lóðrétt. Ef maður stendur í miðju herberginu þá þarf maður að kasta bolta með upphafshraða v_0 hið minnsta til að hann snerti toppinn á keilunni. Hver er minnsti hraðinn, u_0, sem þarf að kasta bolta þannig að hann snerti veggi keilunnar?

Dæmi 42 Bolta er skotið frá toppi hæðar þar sem jörðin hallar um horn ϕ niður frá láréttu. Ákvarðið skothornið θ þannig að skotdrægnin er hámörkuð.

Dæmi 43 Tvær girðingar með hæðir h_1 og h_2 standa á flötu láréttu yfirborði, þannig að *toppar* girðinganna eru í fjarlægð d frá hvor öðrum. Sýnið að minnsti upphafshraði sem þarf til að kasta hlut yfir báðar girðingarnar er $v_0 = \sqrt{g(h_1 + h_2 + d)}$.

Dæmi 44 **(Kalda)** Bolta er sleppt úr fjarlægð d frá skábretti sem hallar um horn α miðað við lárétt. Ákvarðið vegalengdina, L, meðfram skábrettinu á milli fyrstu tveggja skoppa boltans. Hunsið loftmótsstöðu og núning.

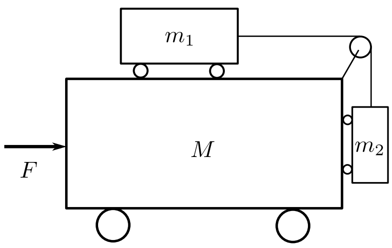


Dæmi 45 [IPhO 2012 Eistland, T1]

Dæmi 46 [Physics Cup 2019 Problem 3] (Mjög erfitt) [Lausnir]

2.4 Kraftajafnvægi

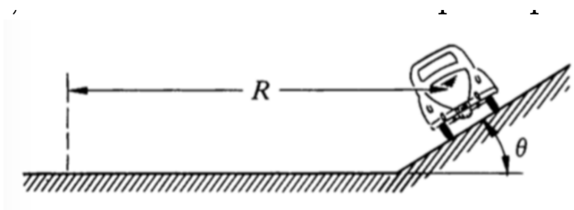
Dæmi 47 **(IPhO Brno 1969)** Vagn á hjólum með massa $M = 1{,}5\,\text{kg}$ stendur á núninglausu yfirborði. Ofan á vagninum stendur annar vagn á hjólum með massa $m_1 = 0{,}20\,\text{kg}$. Vagninn með massa m_1 er festur með massalausum streng við annan vagn með massa $m_2 = 0{,}30\,\text{kg}$ yfir núningslausa trissu. Hjólin á vagninum með massa m_2 snerta hliðina á vagninum með massa M. Enginn núningur er á milli vagnanna.



(a) Með hvaða lárétta krafti, F, á að ýta vagninum þ.a. m_1 og m_2 haldast kyrrir miðað við M?

(b) Nú er vagninum með massa M haldið kyrrum og hinum vögnunum sleppt úr kyrrstöðu. Ákvarðið hröðun vagnanna og togkraftinn í strengnum.

Dæmi 48 Bíll, ekur í beygju með radíus R. Vegurinn hallar um horn θ og núningstuðull milli hjóla og vegar er μ. Finnið hámarks- og lágmarkshraða sem bíllinn getur haft án þess að renna til hliðanna.



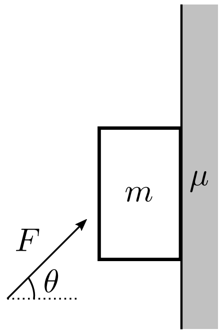
Dæmi 49 [USAPhO 2017, A1]

Dæmi 50 Bók með massa m er haldið upp við lóðréttan vegg. Núningsstuðullinn milli bókarinnar og veggsins er μ. Við höldum bókinni uppi með föstum krafti, F, yfir horni θ miðað við lárétt.

(a) Fyrir fast horn, θ, hvert er minnsta gildið á kraftinum, $F = F(\theta)$, sem þarf til þess að halda bókinni uppi?

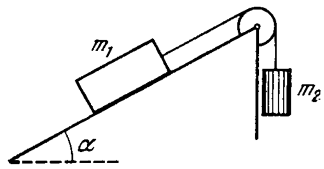
(b) Fyrir hvaða gildi á horninu $\theta = \theta_{\text{min}}$ þurfum við að beita sem allra minnstum krafti til þess að halda bókinni uppi?

(c) Hver er minnsti krafturinn, F_{min} sem þarf til þess að halda bókinni uppi?



Dæmi 51 Í skáldsögu Victors Hugo *Les Misérables* var aðalpersónan Jean Valjean, fangi á flótta, þekktur fyrir að geta klifrað upp horn sem myndaðist þar sem tveir lóðréttir veggir mætast hornrétt. Til einföldunar er gert ráð fyrir að Jean sé fótalaus. Látum μ vera núningsstuðul milli handa hans og veggjanna. Hver er minnsti krafturinn sem Jean þarf að beita með hvorri hendi til að geta klifrað upp vegginn? Fyrir hvaða gildi μ er þetta mögulegt?

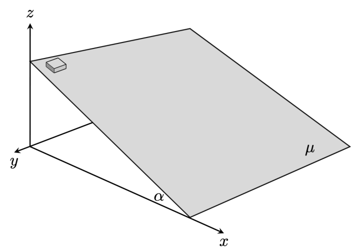
Dæmi 52 **(Irodov 1.64)** Skábretti myndar horn $\alpha = 30°$ við lárétt. Massahlutfallið er $m_2/m_1 = \eta = \frac{2}{3}$. Núningstuðull milli kubbsins m_1 og skábrettisins er $\mu = 0{,}10$. Massi trissunnar er hverfandi og bandið er massalaust. Finnið stærð og stefnu hröðunar kubbsins m_2 þegar kerfið, sem áður var kyrrstætt, byrjar að hreyfast.



Dæmi 53 **(Irodov 1.66)** Lítill kubbur byrjar að renna niður skábretti sem hefur lengd $\ell = 2{,}10\,\text{m}$. Núningstuðull milli kubbsins og skábrettisins er $\mu = 0{,}140$. Fyrir hvaða gildi hornsins θ verður rennslistíminn minnstur? Hver verður hann?

Dæmi 54 [IPhO 1996, Liður b í T1] Skíðagarpur leggur af stað frá kyrrstöðu í punkti A og rennur hægt niður brekku þar sem núningstuðullinn er μ. Hann snýr ekki né bremsar, og stöðvast í punkti B. Í þeim punkti er lárétta færslan hans s. Hver er hæðarmunurinn h á milli punktanna A og B?

Dæmi 55 **(OPhO 2021)** Lítill kubbur með massa m og rafhleðslu Q liggur kyrr á skábretti sem myndar horn $\alpha = 40°$ við lárétt. Núningstuðull milli kubbsins og skábrettisins er $\mu = 0{,}3$. Einsleitt segulsvið með styrk B_0 verkar hornrétt á skábrettið. Hraði kubbsins eftir mjög langan tíma er gefinn með $v = \beta \frac{mg}{QB_0}$. Ákvarðið β. Ekki má hunsa þyngdarkraftinn.



2.5 Yfirborðsspenna

Yfirborðsspenna er táknuð með γ og er stuðull með einingar $[\gamma] = \text{N/m} = \text{J/m}^2$. Kraftur vegna yfirborðsspennu er $F = \gamma L$ þar sem L er lengd jaðarsins. Orkan í yfirborðsspennu er $E = \gamma A$ þar sem A er flatarmál yfirborðsins.

Dæmi 55 **(Krane 15.6.34)** Hversu mikil orka er geymd í yfirborðinu á sápukúlu með geisla $r = 2{,}1\,\text{cm}$ ef yfirborðsspenna sápuvatns er $\gamma = 4{,}5 \cdot 10^{-2}\,\text{N/m}$?

Dæmi 56 **(Krane 15.6.35)** Þunn vatnsfilma með þykkt $80{,}0\,\text{pm}$ er klemmd milli tveggja glerplatna og myndar hringlaga blett með geisla $12{,}0\,\text{cm}$. Ákvarðið þverkraftinn sem þarf til að aðskilja plöturnar ef yfirborðsspenna vatns er $0{,}072\,\text{N/m}$.

Dæmi 57 **(Krane 15.6.36)** Barn blæs sápukúlu með geisla $1{,}40\,\text{cm}$. Hversu mikil orka fer í að teygja yfirborð sápukúlunar ef yfirborðsspenann er $0{,}025\,\text{N/m}$?

Dæmi 58 [IPhO Japan 2023, Liður A1 í T1]

Dæmi 59 Skoðum kúlulaga sápukúlu með geisla R og yfirborðsspennu γ. Utan sápukúlunnar er þrýstingur P_0, en innan sápukúlunnar er þrýstingur $P = P_0 + \Delta P$. Þessi uppstilling er í jafnvægi í eftirfarandi skilningi.

2.6 Bland í poka

Dæmi 60 **(Morin 5.21)** Blað með massa M og flatarmál A hreyfist með hraðanum V í gegnum svæði sem inniheldur agnir með massa m og hraða v. Þéttleiki agnanna er n agnir á rúmmálseiningu. Flöturinn hreyfist í stefnu þverils síns. Gert er ráð fyrir að $m \ll M$ og að agnirnar víxlverki ekki hver við aðra.

(a) Ef $v \ll V$, hver er loftmótstöðukrafturinn á flötinn á flatareiningu?

(b) Ef $v \gg V$, hver er loftmótsstöðukrafturinn á flötinn á flatareiningu? Gerið ráð fyrir að þvervigursþáttur hraða allra agnanna í stefnu hreyfingar flatarins sé nákvæmlega $\pm v/2$.

(c) Skoðum nú sívalning með massa M, radíus R og lengd L sem hreyfist í gegnum sama svæði með hraða V. Gert er ráð fyrir að $v = 0$ og $m \ll M$. Sívalningurinn hreyfist í stefnu hornréttri á ás sinn. Hver er loftmótsstöðukrafturinn á sívalninginn?

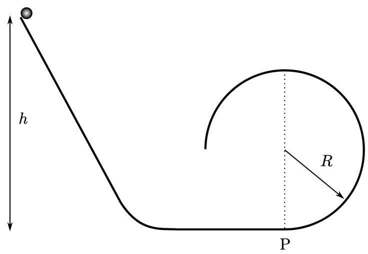
Dæmi 61 **(Cambridge Smith's Price Exam 1853)** Ský samanstendur af örsmáum vatnsdropum sem svífa kyrrir í loftinu og eru jafnt dreifðir. Skoðið regndropa sem fellur niður í gegnum skýið. Gert er ráð fyrir að regndropinn hafi upphaflega hverfandi stærð, haldi kúlulögun allan tímann og rekist fullkomlega ófjaðrandi á dropana í skýinu. Regndropinn eykur massa sinn við hvern árekstur. Það kemur í ljós að hröðun regndropans er föst. Ákvarðið hröðunina.

Dæmi 62 [USAPhO 2018, A1] Kassi með massa m er látinn falla lóðrétt á fast skábretti sem myndar hornið θ við lárétt. Núningstuðullinn er μ. Kassinn er látinn falla þannig að hann snýst ekki við áreksturinn við brettið. Gert er ráð fyrir að áreksturinn taki hverfandi tíma.

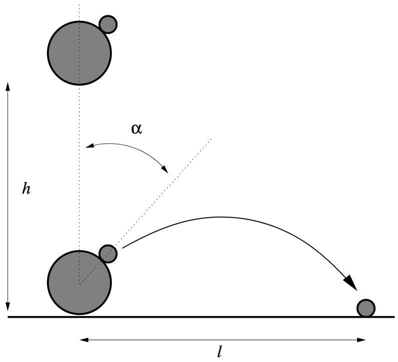
(a) Gerum ráð fyrir að hraði kassans rétt fyrir árekstur sé v og að hann renni strax niður skábrettið eftir árekstur. Hver er hraði kassans strax eftir árekstur?

(b) Hver er minnsti núningstuðullinn μ_{min} þannig að hraði kassans rétt eftir árekstur verði 0?

Dæmi 63 [USAPhO 2016, B1] Einsleitur, heill, kúlulaga bolti byrjar úr kyrrstöðu á braut með lykkju. Boltinn rúllar án þess að renna. Hann hefur þó ekki nægan hraða til að komast alla leið upp á topp lykkjunnar. Frá hvaða hæð h þarf boltinn að hefja ferð sína til að lenda í punkti P, sem er beint undir toppi lykkjunnar? Gerið ráð fyrir að geisli boltans sé miklu minni en geisli lykkjunnar og að orkutap vegna núnings sé hverfandi.



Dæmi 64 [USAPhO 2009, B1] Keilukúla og golfkúla eru látnar falla saman úr hæð h lóðrétt niður á lárétt gólf. Keilukúlan er mun massameiri en golfkúlan og báðar hafa geisla sem er miklu minni en h. Keilukúlan rekst fyrst á flötinn og strax þar á eftir rekst golfkúlan á hana. Kúlurnar eru látnar falla þannig að allur hraði þeirra er lóðréttur áður en seinni áreksturinn á sér stað. Golfkúlan rekst á efsta punkt keilukúlunnar með hornið α, eins og sýnt er á mynd. Allir árekstrar eru fullkomlega fjaðrandi og enginn núningur er á milli keilukúlunnar og golfkúlunnar. Eftir áreksturinn ferðast golfkúlan í án loftmótstöðu og lendir í fjarlægð ℓ frá upphafspunkti. Hæðin h er föst, en hornið α má breytast. Hvert er stærsta mögulega gildið á ℓ, og við hvaða horn α næst það?



Dæmi 65 [USAPhO 2013, B1] Fræga Blackbird dæmið. Sjá Veretasium myndböndin: Risking My Life To Settle A Physics Debate og A Physics Prof Bet Me $10,000 I'm Wrong