

Landskeppni í eðlisfræði 2025 (LAUSNIR)

- **Leyfileg hjálpargögn:** Reiknivél sem geymir ekki texta.
- Verkefnið er í tveimur hlutum og er samtals 100 stig. Gætið þess að lesa leiðbeiningar vel.
- Fyrsti hlutinn (60 stig) samanstendur af 15 krossaspurningum sem veða 4 stig hver.
- Annar hlutinn (40 stig) samanstendur af 4 skriflegum spurningum sem veða 10 stig hver.
- **Athugið að ekki er dregið niður fyrir röng svör.**

Nafn: _____

Kennitala: _____

Skóli: _____

Sími: _____

Netfang: _____

Heimilisfang: _____

Hvenær lýkur þú stúdentsprófi: _____

Þekktir fastar

Nafn	Tákn	Gildi
Hraði ljóss í tómarúmi	c	$3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Segulsvörunarstuðull tómarúms	μ_0	$1,26 \cdot 10^{-6} \text{ N/A}^2$
Rafsvörunarstuðull tómarúms	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
Coulombs fastinn	k_e	$8,99 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$
Grunnhleðslan	e	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Massi rafeindar	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Massi róteindar	m_p	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Avogadrosar talan	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/mól}$
Gasfastinn	R	$8,31 \text{ J/(K mól)}$
Stefan-Boltzmann fastinn	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4)$
Þyngdarhröðun við yfirborð jarðar	g	$9,82 \text{ m/s}^2$
Þyngdarlögmálsfastinn	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg s}^2)$
Planck fastinn	\hbar	$1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Boltzmann fastinn	k_B	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

1. Heimsmetið í Ironman-keppni karla er í eigu Kristian Blummenfelt, sem kláraði keppnina á 7 klukkustundum, 21 mínútu og 12 sekúndum. Þessi ofurkeppni samanstendur af 3,80 km sundi, 180 km hjólreiðum og 42,2 km maraþoni. Hver var meðalhraði Blummenfelt í allri keppninni?

- A. 23,2 km/klst
B. 24,9 km/klst
C. 27,1 km/klst
D. 28,8 km/klst

E. 30,7 km/klst

Lausn: Fáum

$$v = \frac{s}{t} = \frac{(180 + 42,2 + 3,8) \text{ km}}{(7 + \frac{21}{60} + \frac{12}{60 \cdot 60}) \text{ klst}} = 30,7 \frac{\text{km}}{\text{klst}}.$$

2. Jón og Atli eru að smíða hús. Atli stendur uppi á þaki með múrstein í fanginu og „missir“ hann úr 9,4 m hæð með engum upphafshraða. Hvað hefur Jón langan tíma til að forða sér undan ef hann er 1,7 m á hæð?

- A. 1,0 s
B. 1,3 s
C. 1,6 s
D. 1,9 s
E. 2,2 s

Lausn: Fáum að $s = \frac{1}{2}at^2$ þannig að

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 1,3 \text{ s}.$$

3. Kassi hvílir á lárétu gólfi. Kassinn er í kraftajafnvægi, þar sem þyngdarkrafturinn sem verkar á kassann er jafnstór og þverkrafturinn sem gólfíð verkar með á hann. Hver er þriðja lögmáls gagnkraftur þverkraftsins sem gólfíð verkar með á kassann?

- A. Þyngdarkrafturinn sem verkar á kassann.
B. Þverkrafturinn sem kassinn verkar með á gólfíð.
C. Þyngdarlögmálskraftur jarðarinnar sem verkar á kassann.
D. Þyngdarlögmálskraftur kassans sem verkar á jörðina.
E. Það er enginn gagnkraftur í þessu tilviki.

Þriðja lögmáls gagnkraftar eru aldrei inni á sömu kraftamynd. Þriðja lögmáls gagnkraftur þverkrafts er alltaf þverkraftur í öfuga átt á annarri kraftamynd. Gólfíð verkar með þverkrafti á kassann og kassinn verkar með þverkrafti á gólfíð. Þetta er þriðja lögmáls parið.

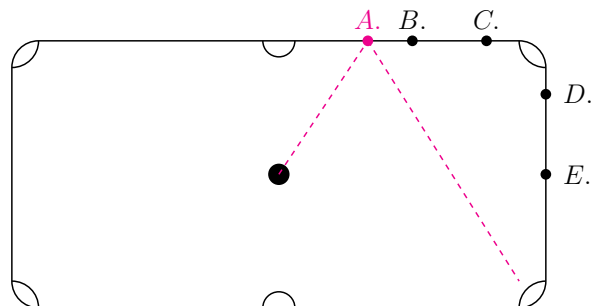
4. Ljóshraðinn er mesti mögulegi hraði í alheiminum. Ímyndum okkur hins vegar að ljóshraðinn væri aðeins $c = 100 \text{ km/klst}$. Þegar hlutir ferðast nálægt ljóshraða, virðast þeir skreppa saman í ferðastefnunni samkvæmt eftirfarandi formúlu $L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, þar sem L_0 er lengd hlutarins í kyrrstöðu og v er hraði hlutarins. Utanaðkomandi aðili sér Ferrari bíl, sem í kyrrstöðu er 5,0 m á lengd, ferðast á hraðanum 99 km/klst. Hver er lengdin L sem aðilinn skynjar?

- A. 0,15 m
B. 0,49 m
C. 0,71 m
D. 5,0 m
E. 35 m

Lausn: Notum formúluna sem er gefin

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0,71 \text{ m}.$$

5. Í einfaldri útfærslu af biljarð (einnig þekkt sem ballskák) er markmiðið að hitta svörtu kúlunni í neðra hægra hornið með því að láta hana skoppa einu sinni af kanti biljarðborðsins. Gerið hring um þann punkt á myndinni hér fyrir neðan sem sýnir best í hvaða átt á að skjóta svörtu kúlunni.



Lausn: Sjá mynd.

6. Harry Potter situr í 2,0 m fjarlægð frá miðju hringekju þegar Draco Malfoy notar galdurinn *Epoximise* til að líma Harry við hringekjuna. Malfoy notar síðan galdurinn *Circumrota* til að láta hringekjuna snúast hraðar og hraðar. Harry Potter, sem hefur massa 50 kg, þolir mest 5g hröðun áður en hann missir meðvitund. Hver verður hverfiþungi Harry Potters um snúnings-ásinn á augnablikinu sem hann fellur í yfirlið?

- A. 200 kg m²/s
B. 330 kg m²/s
C. 660 kg m²/s
D. 990 kg m²/s
E. 2200 kg m²/s

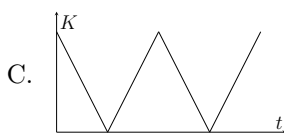
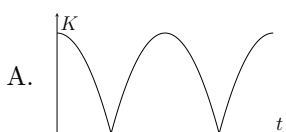
Lausn: Miðsóknarhröðunin þegar að líður yfir Harry Potter er

$$\frac{v^2}{r} = 5g \implies v = \sqrt{5gr}.$$

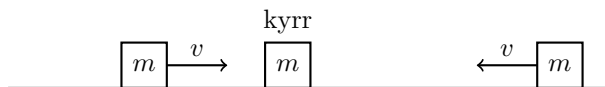
En þá er hverfiþunginn

$$L = mvr = mr\sqrt{5gr} = 990 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$$

7. Skopparabolta er hent beint upp í loftið frá jörðu. Húsið öll áhrif loftmótsstöðu og gerið ráð fyrir að boltinn sé fullkomlega fjaðrandi þannig að hreyfiorkan varðveitist í árekstrum. Hvert af eftirfarandi grófum sýnir best hreyfiorku boltans, K , sem fall af tíma?



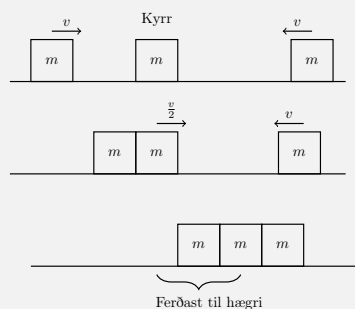
Lausn: Hraðinn er $v(t) = v_0 - gt$ og hreyfiorkan $K = \frac{1}{2}mv(t)^2 = \frac{1}{2}m(v_0 - gt)^2$ sem er þá fleygbogi með armaða upp.



8. Þrír eins kubbar með sama massa m standa á núningslausum láréttum fleti. Miðjukubburinn er kyrr, en hinir tveir kubbarirnir ferðast með hraða v í átt að miðjukubbum. Kubburinn lengst til vinstri er upphaflega nær miðjukubbum en kubburinn lengst til hægri. Ef allir árekstrarnir eru fullkomlega ófjaðrandi (þ.e. kubbarirnir festast saman við árekstra), hver af eftirtöldum fullyrðingum á þá við um hreyfingu miðjukubbsins eftir langan tíma?

- A. Miðjukubburinn ferðast til vinstri.
B. Miðjukubburinn ferðast til hægri.
C. Miðjukubburinn er kyrr vinstra megin við upphafsstöðu sína.
D. Miðjukubburinn er kyrr í upphafsstöðu sinni.
E. Miðjukubburinn er kyrr hægra megin við upphafsstöðu sína.

Lausn: Eftir fyrri áreksturinn er sameiginlegur hraði kubbanna $\frac{v}{2}$ (fæst með skriðbungavarðveislunni) en kubbarirnir stoppa eftir seinni áreksturinn.



9. Esjan upp að Steini er ein vinsælasta gönguleið á Íslandi. Heildarhækkunin að Steininum er 587 metrar og meðalhalli leiðarinnar er 10°. Hversu löng er gönguleiðin upp að Steini?

- A. 1000 m
B. 2200 m
C. 3400 m
D. 4600 m
E. 5800 m

Lausn: Þá er

$$d = \frac{h}{\sin \theta} = \frac{587 \text{ m}}{\sin(10^\circ)} = 3400 \text{ m}.$$

10. Bjartur og hundurinn Finnur smíðuðu sér risastórt hjólabretti en gleymdu að setja bremsur á það. Finndu hraðann sem Bjartur þarf að kasta Finn lárétt af hjólabrettinu svo að Bjartur stoppi alveg. Hjólabrettið vegur 50 kg, Bjartur 75 kg, Finnur 40 kg og þeir eru á hraðanum 2,0 m/s.

A. 8,3 m/s

B. 11,4 m/s

C. 14,5 m/s

D. 17,6 m/s

E. 20,7 m/s

Lausn: Skriðþungavarðveisla gefur

$$(m + m_B + m_F)v_0 = m_F v$$

þannig að

$$v = \frac{1}{m_B}(m + m_B + m_F)v_0 = 8,3 \text{ m/s}.$$

11. Gervihnöttur hefur massa 935 kg og ferðast á hringlaga sporbraut um jörðina í 25.000 km fjarlægð frá miðju jarðarinnar (massi jarðarinnar er $5,97 \cdot 10^{24}$ kg). Hver er stærð þyngdarkraftsins sem að verkar á gervihnöttinn?

A. 0 N

B. 600 N

C. 2300 N

D. 5400 N

E. 9200 N

Lausn: Þá er $F_G = \frac{GMm}{r^2} = 600 \text{ N}$.

12. Í fallhlífarstökki er ekki hægt að hunsa áhrif loftmótsstöðu. Hvert af eftirfarandi gildir **EKKI** í fallhlífarstökki?

A. Við það að opna fallhlífina þá eykst loftmótsstaðan og hraði minnkar.

B. Fallhlífastökkvari með stærri fallhlíf hefur minni lokahraða en sá með minni fallhlíf.

C. Við lokahraða er hröðunin jafnt og núll.

D. Lokahraðinn ræðst eingöngu af þyngdarkraftinum sem verkar á fallhlífastökkvarann.

E. Loftmótsstaðan er háð lögun og stærð fallhlífarinnar.

Lausn: Loftmótsstaðan verkar á fallhlífarstökkvarann samkvæmt jöfnunni

$$F_{\text{loftmótsstaða}} = \frac{1}{2}\rho v^2 C_D A,$$

þar sem að ρ er eðlismassi lofts, v er hraði, C_D er dragastuðull og A er þverskurðarflatarmál fallhlífarstökkvarans. Lokahraðanum er náð þegar $a = 0$ og er

$$F_g = F_{\text{loftmótsstaða}} \implies v_{\text{lok}} = \sqrt{\frac{2m}{\rho v^2 C_D A}}.$$

13. Finnur bjó til tæki sem getur snúið við stefnu þyngdarkraftsins inni í tækinu með því að ýta á takka. Tækið er 25 m hátt. Bjartur Þór, sem er 2,0 m á hæð, gengur óvart inn í tækið og Finnur „reks“ á takkann. Hver er lengsti tíminn sem Finnur getur beðið áður en hann þarf að ýta aftur á takkann, svo Bjartur lendi ekki á loftinu og fái varanlegan heilaskaða?

A. 1,5 s

B. 3,0 s

C. 4,5 s

D. 6,0 s

E. 7,5 s

Lausn: Bjartur ferðast $d = 23 \text{ m}$ og Finnur þarf að ýta á takkann einmitt þegar hann hefur ferðast $d/2$ af vegalengdinni

$$\frac{d}{2} = \frac{1}{2}gt^2 \implies t = \sqrt{d/g} = 1,5 \text{ s}.$$

14. Siggí verkfræðingur var að setja upp heitan pott í nýja sumarbústaðnum sínum. Hann vill fylla pottinn með 40°C heitu vatni. Vegna bilunar hjá hitaveitunni hefur Siggí aðeins aðgengi að 5°C köldu kranavatni og 50°C heitu kranavatni. Í hvaða hlutföllum á Siggí að setja heitt og kalt vatn í pottinn?

A. 2 : 1

B. 4 : 3

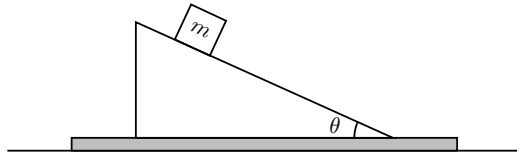
C. 7 : 2

D. 1 : 1

E. 5 : 4

Lausn: Fáum að $cm_1\Delta T_1 = cm_2\Delta T_2$ svo

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \frac{35}{10} = \frac{7}{2}.$$



15. Kubbur með massa m rennur niður skábretti sem hallar um horn θ miðað við lárétt. Núningsstuðullinn milli kubbsins og skábrettisins er μ . Hvert af eftirfarandi lýsir hröðun kubbsins niður meðfram skábrettinu?

A. $a = \mu mg \cos \theta$

B. $a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$

C. $a = \frac{mg}{\mu}(\cos \theta - \sin \theta)$

D. $a = \mu g \tan \theta$

E. $a = mg \cot \theta$

Lausn: Kraftajafna fyrir kubbinn gefur

$$\begin{pmatrix} ma \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} mg \sin \theta - F_{\text{nán}} \\ P - mg \cos \theta \end{pmatrix}$$

Af neðri jöfnunni leiðir að

$$P = mg \cos \theta$$

en þá er $F_{\text{nán}} = \mu P = \mu mg \cos \theta$ svo efri jafnan segir að

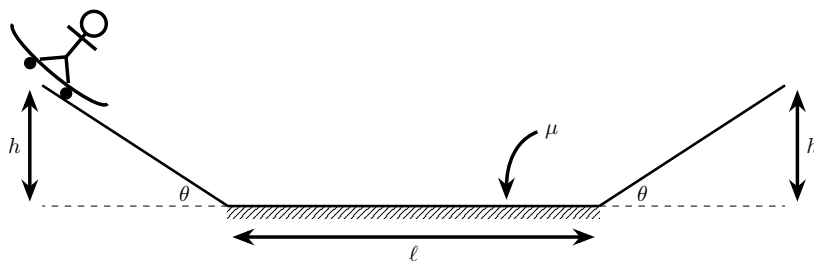
$$ma = mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta$$

svo við ályktum að

$$a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta).$$

Hjólabrettagarður (10 stig)

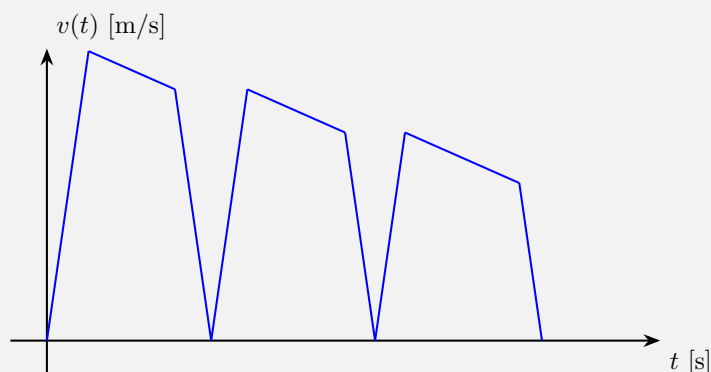
Í hjólabrettagarði er braut af hæð $h = 80$ cm, horni $\theta = 45^\circ$ og lengd $\ell = 5,0$ m. Hjólabrettakappinn ásamt hjólabretti hefur massa $m = 70$ kg, og á lárétta kaflanum er núningsstuðullinn $\mu = 0,045$.



Teiknið graf sem sýnir ferð hjólabrettakappans, v , sem fall af tíma, t , fyrir þrjár umferðir.

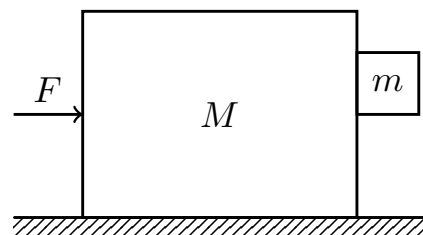
Ein umferð felur í sér að hjólabrettakappinn fer niður annan rampinn, yfir lárétta kaflann og upp hinn rampinn. Gert er ráð fyrir að hjólabrettakappinn stöðvist ekki né bæti við orku með því að sparka sér áfram. Ekki þarf að reikna nákvæm gildi, einungis að sýna almennt form grafsins.

Lausn: Grafið verður:



Vertu kyrr (10 stig)

Kubb með massa M er ýtt með láréttum krafti F eftir núningslausum fleti. Við hlið kubbsins er kassi með massa m , sem helst kyrr í lóðréttri stöðu vegna núnings milli kubbsins og kassans. Hreyfinúningsstuðullinn milli kubbsins og kassans er μ . Hver er minnsti lárétti krafturinn F sem þarf að beita á kubbinn með massa M til þess að massinn m haldist kyrr miðað við kubbinn M ?



Lausn: Kraftajöfnurnar fyrir hvorn kubb um sig verða:

$$\begin{pmatrix} Ma \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F - \mathbf{P} \\ \mathbf{P}_{\text{gólf}} - Mg \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} ma \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ F_{\text{nún}} - mg \end{pmatrix}$$

Leggjum saman efri tvær til að fá $F = (M + m)a$ en neðri jafnan gefur að

$$mg = F_{\text{nún}} \leq \mu \mathbf{P} = \mu ma = \frac{\mu m F}{M + m} \implies F \geq \frac{1}{\mu} (M + m)g.$$

Gormaveisla (10 stig)

Hlutur með massa $m = 2,0$ kg fellur úr kyrrstöðu niður um vegalengdina $h = 5,0$ m og lendir á hlut með massa $M = 6,0$ kg, sem er studdur af lóðréttum massalausum gormi með gormstuðul $k = 72$ N/m. Hlutirnir tveir lenda í ófjaðrandi árekstri og festast saman og gormurinn fer að sveiflast.

Hver er verður mesta tilfærsla M frá upphaflegri staðsetningu sinni?

Lausn: Orkuvarðveisla gefur að hraði litla kubbsins verður

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \implies v = \sqrt{2gh} = 9,91 \text{ m/s.}$$

Þegar að hann lendir á þeim stóra. Skriðþungavarðveisla gefur þá að eftir áreksturinn verður $mv = (M + m)u$ þ.a. $u = \frac{m}{M+m}v = 2,48$ m/s. Gormurinn er nú þegar ekki í jafnvægisstöðu sinni því í kraftajafnvægi er $Mg = kx_0$ svo hann hefur sigið niður um $x_0 = \frac{Mg}{k} = 0,818$ m frá jafnvægisstöðu sinni.

Látum nú y tákna vegalengdina sem að gormurinn fer niður um. Viljum finna hvenær y er mest en það verður þegar að hreyfiorka kubbanna er núll. Fáum þá með orkuvarðveislunni að stærsta gildið á y uppfyllir að

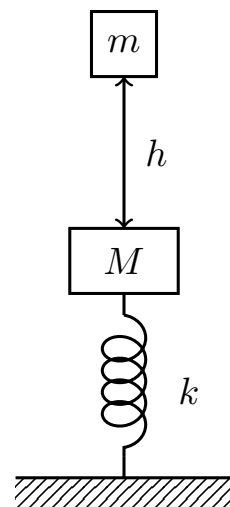
$$\frac{1}{2}(M + m)u^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 + (M + m)gy = \frac{1}{2}k(y + x_0)^2 = \frac{1}{2}ky^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 + kx_0y,$$

styttnum út báðum megin og notum að $Mg = kx_0$ til að fá annars stigs margliðuna

$$\frac{1}{2}ky^2 - mgy - \frac{1}{2}(M + m)u^2 = 0$$

sem gefur að

$$y = \frac{mg \pm \sqrt{(mg)^2 + (M + m)u^2k}}{k} = \begin{cases} -0,597 \text{ m} \\ 1,14 \text{ m.} \end{cases}$$



Upp! (10 stig)

Hversu margar helíum blöðrur þarf til að lyfta húsi?

Þið þurfið sjálf að meta stærðir eins og þyngd hússins og rúmmál blöðru. Hér er ekki til eitt „rétt“ svar, en stig verða veitt fyrir vel rökstuddar forsendur.

Í útreikningum má nota eftirfarandi eðlismassa:

$$\rho_{\text{helíum}} = 0,164 \text{ kg/m}^3, \quad \text{og} \quad \rho_{\text{loft}} = 1,225 \text{ kg/m}^3.$$

Lausn: Til að lyfta húsinu þarf samanlagður uppdrifskraftur blaðranna að vera meiri heldur en þyngdarkrafturinn. Látum eina blöðru hafa rúmmál $V_{\text{blaðra}}$ og látum fjölda þeirra vera N þá gildir skv. lögmáli Arkímedesar að

$$N(\rho_{\text{loft}} - \rho_{\text{helíum}})V_{\text{blaðra}}g \geq M_{\text{hús}}g,$$

en með því að leysa fyrir N fæst að:

$$N \geq \frac{M_{\text{hús}}}{(\rho_{\text{loft}} - \rho_{\text{helíum}})V_{\text{blaðra}}} = 13 \text{ milljón blöðrur.}$$

þar sem að við höfum metið massa á húsi og rúmmál blöðru þannig að

$$V_{\text{blaðra}} = \frac{4\pi}{3}r^3 = \frac{4\pi}{3}(10 \text{ cm})^3 = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3,$$

$$M_{\text{hús}} = \rho_{\text{hús}} \cdot k \ell b h = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 6 \cdot 10 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 6 \cdot 10^4 \text{ kg} = 60 \text{ tonn.}$$

þar sem að við metum geisla blöðru sem 10 cm, og við reiknuðum massann á húsi með því að gera ráð fyrir að steinsteypa hefði eðlismassa um það bil 1000 kg/m^3 og að það samanstæði af 6 steinsteyptum veggjum hver með lengd 10 m, hæð 2,0 m og þykkt 0,5 m.

