3006907 METODOS NUMERICOS, Agosto 2020
TALLER 1

Ejercicios para mejorar la destreza en el uso de MATLAB

1. El código

```
clear x y
x = -2:0.1:2;
y = 9-x.^2;
plot(x,y)
```

dibuja la función $y = 9 - x^2$ en $[-2, 2]$ en pasos de $\frac{1}{10}$. Modifique este código para que dibuje la función $y = x^3 + 3x$ en el mismo intervalo y después en el intervalo $[-4, 6]$.

2. Considere las funciones $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ y $g(x) = \tan x$. Escriba un código MATLAB que calcule tanto estas dos funciones como las funciones compuestas $f(g(x))$ y $g(f(x))$ en una malla o subdivisión del intervalo $[-1, 1]$. Dicha subdivisión se puede obtener por medio del comando `linspace`, por ejemplo, `I = linspace(-1,1)`

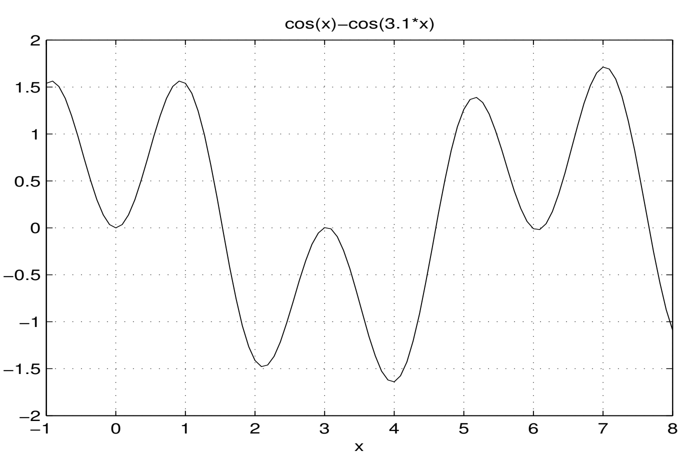
3. Calcule la suma $S_N = \displaystyle\sum_{j=1}^{N} \frac{1}{j^2}$ para diferentes valores de N. Se sabe que $\displaystyle\lim_{N\to\infty} S_N = \frac{\pi^2}{c}$ donde c es una constante. Use sus cómputos para determinar el valor de c.

4. Utilice el comando `fplot` para dibujar la función $f(x) = \dfrac{1}{\cos(\pi x)}$ para $x \in [-3, 3]$. Lo importante de `fplot` es que detecta asíntotas verticales.

Bisección y punto fijo

5. Se desea aproximar la raiz cúbica de 5 por medio del método de bisección aplicado a la función $x^3 - 5$. Use el intervalo $[0, 3]$ y calcule 4 iteraciones del método de bisección.

6. Hay ocasiones en que no es fácil aplicar el método de bisección por la dificultad para aislar raices en intervalos. Considere $f(x) = \cos(x) - \cos(3.1x)$, la cual tiene varios cambios de signo en el intervalo $[-1, 8]$. Realice 4 iteraciones del método de bisección para aproximar la menor raiz positiva de esta función.



7. Considere la función $f(x) = \cos(3x)$ entre 0 y π. Comente sobre la posibilidad de usar el método de bisección en los intervalos $[0, \pi]$, $[0, 7\pi/8]$ y $[\pi/8, \pi]$. No tiene que escribir ningún código para resolver este problema, solamente debe decir, basado por ejemplo en una gráfica de la función, si el método se puede usar en esos intervalos y en aquellos en los que se pueda usar, predecir las respuestas que se deben obtener.

8. Aproxime el punto fijo de la función $g(x) = \cos(x)$ en el intervalo $[0, 1]$. Utilice $p_0 = 1$ como primera aproximación.

9. En cada una de las siguientes ecuaciones, determine un intervalo $[a, b]$ en el que converge la iteración de punto fijo. Estime la cantidad de iteraciones necesarias para obtener aproximaciones del punto fijo con una exactitud de 10^{-5}. Utilice el punto medio del intervalo seleccionado como primera aproximación p_0.

   (a) $x = \frac{1}{2}(\sin(x) + \cos(x))$

   (b) $x = \frac{5}{x^2} + 2$

   (c) $x = 6^{-x}$

10. Demuestre que las funciones siguientes tienen un punto fijo p el cual cumple que $f(p) = 0$, donde $f(x) = x^4 + 2x^2 - x - 3$.

   (a) $g_1(x) = \left(3 + x - 2x^2\right)^{\frac{1}{4}}$

   (b) $g_2(x) = \left(\frac{x+3}{x^2+2}\right)^{\frac{1}{2}}$

   (c) $g_3(x) = \frac{3x^4+2x^2+3}{4x^3+4x-1}$

11. Considere la función $g(x) = \dfrac{B}{x}$ en donde B es una constante positiva.
   a. Si x_0 es diferente de cero, definimos $x_n = g(x_{n-1})$ para todo $n \geq 1$. Determine x_5 y x_{218} (en términos de x_0 y B).
   b. Calcule los puntos fijos de g.

12. Use los dos métodos, bisección y punto fijo, para aproximar el punto de intersección de las curvas $y = x^2 - 2$ y $y = e^{-x}$.