UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería Mecánica
Elementos Finitos
FEM en elementos barra en 2D

Mauricio Ríos Hernández
Emanuel Peña Rojas

2021-1

1. Plantamiento del problema

Se tiene en la figura 1 una estructura metálica en 2D. Las medidas generales de la armadura se muestran en el dibujo con un intervalo de distancia, se puede tomar cualquier valor que se encuentre en ese intervalo para su construcción, las otras medidas son de libre elección. Se debe conservar la misma forma de la estructura, la misma cantidad de nodos y elementos (medidas especificadas en la figura en metros).

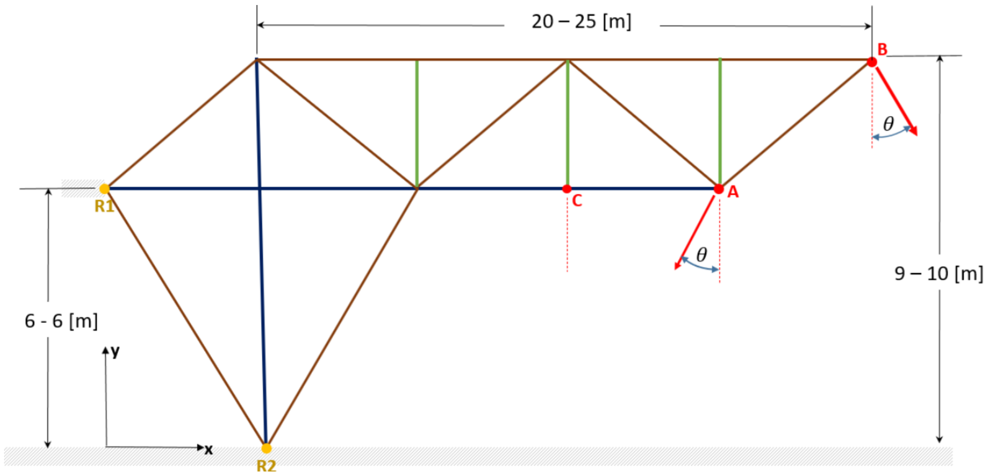


Figura 1: Armadura problema.

Las restricción son la siguientes:

- En los puntos $R1, R2$ los valores de los desplazamientos en X y Y son cero.
- En los puntos A, B se aplica una fuerza entre $1800N < F < 2200N$, con un ángulo $25° < \theta < 40°$, formando un triángulo isósceles (linea roja punteada)

  Para este caso se escogió una fuerza de $2000N$, con un ángulo $\theta = 30°$
- En el punto **C** se aplica un desplazamiento en dirección determinada por la línea roja punteada, con un valor entre $2 < \mathbf{u} < 4[mm]$.

  Para este caso se tiene $u = 3mm$ en dirección y hacia abajo, es decir que la deformación en C en dirección x queda indeterminada (incógnita)
- La sección transversal de las barras en color marrón tiene que ser un **perfil en L** con unas medidas de 2".

  En la figura 2 se enseña los espesores que tomará el perfil.

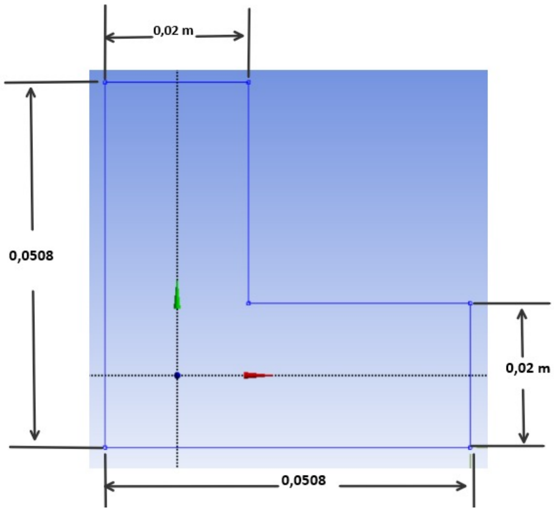


Figura 2: Medidas área transversal perfil en L.

- La sección transversal de las barras en color azul tiene que ser un **perfil cuadrado** con una medidas de 4”.

  En la figura 3 se enseña los espesores que tomará el perfil cuadrado de 4”.

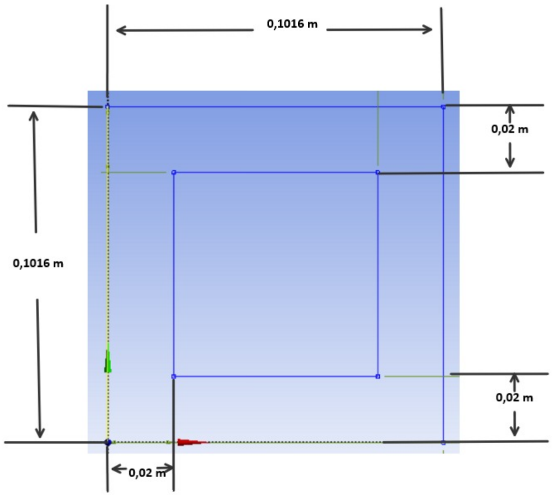


Figura 3: Medidas área transversal perfil en cuadrado de 4”.

- La sección transversal de las barras en color verde tiene que ser un perfil cuadrado, con unas medidas de 3”.

  En la figura 4 se enseña los espesores que tomará el perfil cuadrado de 3”.

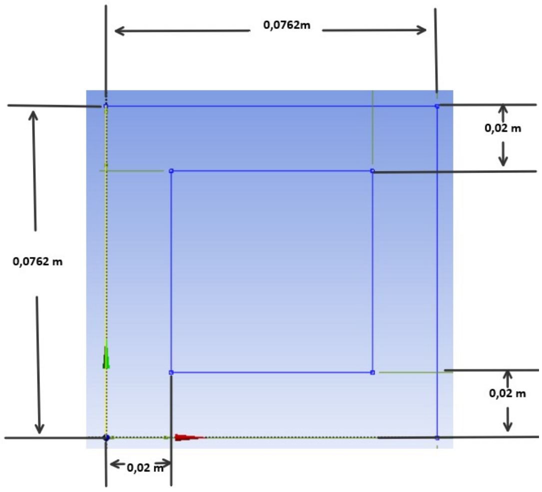


Figura 4: Medidas área transversal perfil en cuadrado de 3".

2. Plano con numeración de todos los nodos y elementos de la estructura

En la figura 5 se enseña la numeración de los nodos y de los elementos.

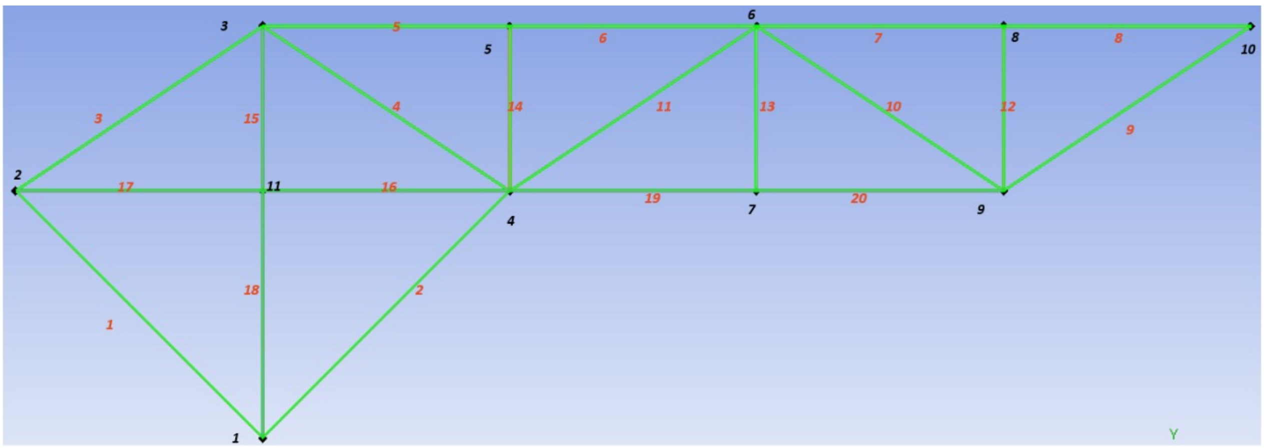


Figura 5: Nodos y elementos.

Donde los números rojos enumeran los elementos y los números negros representan los nodos.

3. Plano con las medidas generales de la armadura

En la figura 6 se enseña las cotas definidas para realizar el desarrollo del problema.

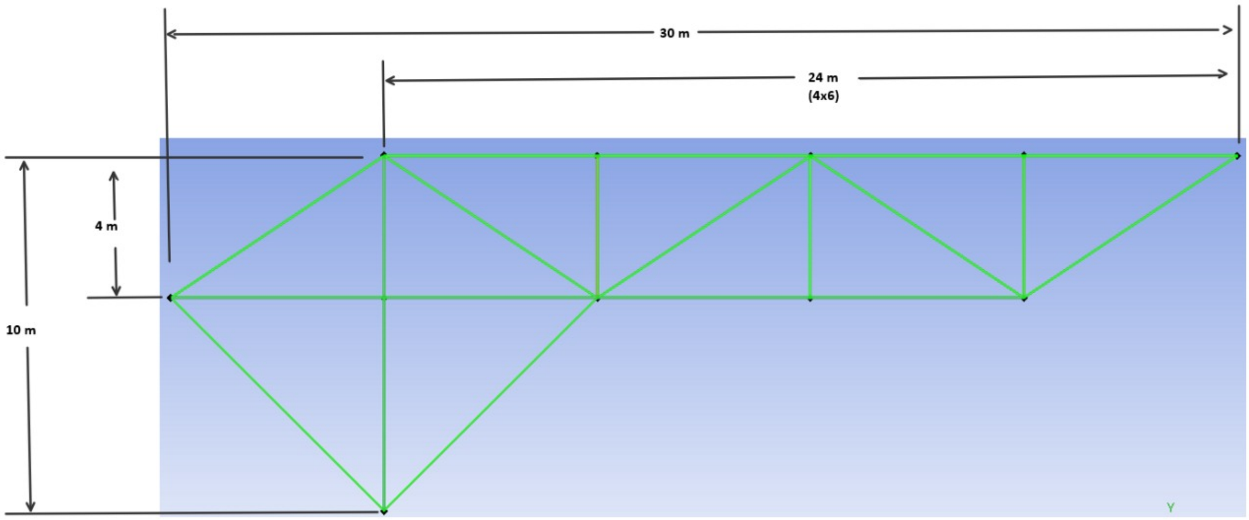
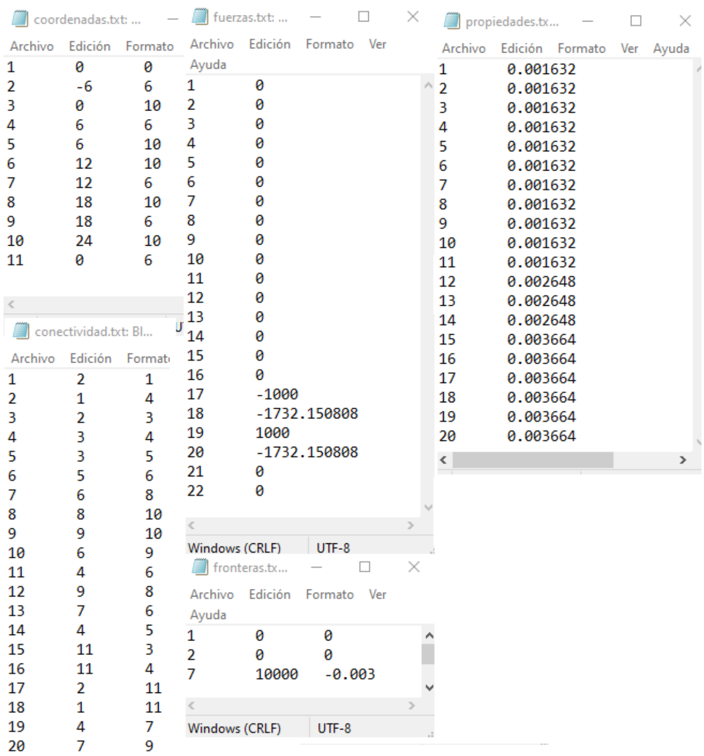


Figura 6: Cotas principales de armadura problema.

4. Matriz de rigidez global de la estructura, vectores de fuerza global y la solución de los desplazamiento en X y Y para todos los nodos de la estructura (archivo Matlab)

Nota: todos los archivos enseñados en esta sección serán adjuntados en los anexos.

Para desarrollar el programa se debe ingresar las condiciones de frontera, propiedades del los elementos, coordenadas de los nodos, la conectividad de los elementos y las fuerzas sobre la armadura.



coordenadas.txt

1	0	0
2	-6	6
3	0	10
4	6	6
5	6	10
6	12	10
7	12	6
8	18	10
9	18	6
10	24	10
11	0	6

conectividad.txt

1	2	1
2	1	4
3	2	3
4	3	4
5	3	5
6	5	6
7	6	8
8	8	10
9	9	10
10	6	9
11	4	6
12	9	8
13	7	6
14	4	5
15	11	3
16	11	4
17	2	11
18	1	11
19	4	7
20	7	9

fuerzas.txt

1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	0
13	0
14	0
15	0
16	0
17	-1000
18	-1732.150808
19	1000
20	-1732.150808
21	0
22	0

fronteras.txt

1	0	0
2	0	0
7	10000	-0.003

propiedades.txt

1	0.001632
2	0.001632
3	0.001632
4	0.001632
5	0.001632
6	0.001632
7	0.001632
8	0.001632
9	0.001632
10	0.001632
11	0.001632
12	0.002648
13	0.002648
14	0.002648
15	0.003664
16	0.003664
17	0.003664
18	0.003664
19	0.003664
20	0.003664

Figura 7: Archivos .txt iniciales (véase anexos).

De la figura 1 se resalta que el archivo de fuerzas, la fuerza "1" según el archivo fuerzas.txt hace referencia a la fuerza a la fuerza exterior actuante sobre el nodo 1 en dirección xy la fuerza "2" es la fuerza actuante sobre el nodo 1 en dirección y y así sucesivamente (esto se hizo para facilitar la programación).

También se menciona que en el archivo propiedades.txt, solo se ingreso el área transversal de los elementos, y el modulo de elasticidad se supone igual en todos los elementos. Se supone que se está trabajando con **acero** así que $E = 200000000000 Pa$ (esto se hizo para facilitar la programación).

En el archivo fronteras.txt se ingresa las deformaciones que se conocen en determinados nodos. Es importante notar que se ingreso en dicho archivo **una deformación de "10000" lo cual no es correcto** , simplemente se toma este valor para indicar que para determinado nodo sea en x o y no se conoce realmente su valor,es decir que es una incógnita más, al observar la programación de la solución en Matlab se entenderá más la razón de este valor (esto se hizo para facilitar la programación).

En la figura 8 se enseña la matriz de rigidez global obtenida.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
9.0000e+13	0	-1.9233e+07	1.9233e+07	0	0	-1.9233e+07	-1.9233e+07	0	0	0
0	9.0000e+13	1.9233e+07	-1.9233e+07	0	0	-1.9233e+07	-1.9233e+07	0	0	0
-1.9233e+07	1.9233e+07	9.0000e+13	1.6576e+06	-3.1336e+07	-2.0891e+07	0	0	0	0	0
1.9233e+07	-1.9233e+07	1.6576e+06	9.0000e+13	-2.0891e+07	-1.3927e+07	0	0	0	0	0
0	0	-3.1336e+07	-2.0891e+07	1.1707e+08	0	-3.1336e+07	2.0891e+07	-54400000	0	0
0	0	-2.0891e+07	-1.3927e+07	0	2.1105e+08	2.0891e+07	-1.3927e+07	0	0	0
-1.9233e+07	-1.9233e+07	0	0	-3.1336e+07	2.0891e+07	3.2617e+08	1.9233e+07	0	0	-3.1336e+07
-1.9233e+07	-1.9233e+07	0	0	2.0891e+07	-1.3927e+07	1.9233e+07	1.7949e+08	0	-1.3240e+08	-2.0891e+07
0	0	0	0	-54400000	0	0	0	108800000	0	-54400000
0	0	0	0	0	0	0	-1.3240e+08	0	1.3240e+08	0
0	0	0	0	0	0	-3.1336e+07	-2.0891e+07	-54400000	0	1.7147e+08
0	0	0	0	0	0	-2.0891e+07	-1.3927e+07	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-1.2213e+08	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-54400000
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3.1336e+07
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.0891e+07
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-1.2213e+08	0	0	0	-1.2213e+08	0	0	0	0
0	-1.2213e+08	0	0	0	-183200000	0	0	0	0	0

12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.2213e+08
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.2213e+08	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-183200000
-2.0891e+07	-1.2213e+08	0	0	0	0	0	0	0	-1.2213e+08	0
-1.3927e+07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-54400000	0	-3.1336e+07	2.0891e+07	0	0	0	0
1.6025e+08	0	-1.3240e+08	0	0	2.0891e+07	-1.3927e+07	0	0	0	0
0	2.4427e+08	0	0	0	-1.2213e+08	0	0	0	0	0
-1.3240e+08	0	9.0000e+13	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	108800000	0	0	0	-54400000	0	0	0
0	0	0	0	1.3240e+08	0	-1.3240e+08	0	0	0	0
2.0891e+07	-1.2213e+08	0	0	0	1.8481e+08	0	-3.1336e+07	-2.0891e+07	0	0
-1.3927e+07	0	0	0	-1.3240e+08	0	1.6025e+08	-2.0891e+07	-1.3927e+07	0	0
0	0	0	-54400000	0	-3.1336e+07	-2.0891e+07	8.5736e+07	2.0891e+07	0	0
0	0	0	0	0	-2.0891e+07	-1.3927e+07	2.0891e+07	1.3927e+07	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.4427e+08	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.0533e+08

Figura 8: Matriz de rigidez global

La matriz enseñada en la figura 8 se obtuvo de Matlab ejecutando el archivo del anexo 1.
También del archivo del anexo 1 se obtiene las deformaciones y el vector fuerza global (ver figura 9).

	a)	b)
1	-1.2754e-10	0
2	-1.8401e-10	0
3	1.2754e-10	0
4	1.0188e-10	0
5	4.8513e-04	0
6	-6.9358e-05	0
7	-3.7254e-05	0
8	-5.5953e-04	0
9	8.5062e-04	0
10	-5.5953e-04	0
11	0.0012	0
12	-0.0030	0
13	-1.0926e-04	0
14	-0.0030	-2.7000e+11
15	0.0013	0
16	-0.0053	0
17	-1.8127e-04	-1000
18	-0.0053	-1.7322e+03
19	0.0013	1000
20	-0.0077	-1.7322e+03
21	-1.8627e-05	0
22	-4.1615e-05	0

Figura 9: a) deformaciones obtenidas en coordenadas, b) vector de fuerza global.

Véase el anexo 1 para ver la programación de cómo se obtuvo las deformaciones.

5. Verificación de los desplazamientos en ANSYS, con elemento tipo barra, cargando toda la geometría y las restricciones que la componen su trabajo

En el anexo 8, en enseña como se desarrolló en Ansys el problema en un video. Se observa que los nodos de mayor desplazamiento coinciden tanto en Ansys como en matlab (nodo 10, el más extremo de la derecha).

6. Calculo de error relativo de los desplazamientos para X y Y entre la solución analítica y la solución programada en Ansys

A continuación se presenta en la tabla 1 el resumen de las deformaciones obtenidas en Matlab y en Ansys.

Nodo	u_Matlab [m]	u_Matlab [mm]	u_Ansys [mm]
1x	-1,28E-10	-1,28E-07	0
1y	-1,84E-10	-1,84E-07	0
2x	1,28E-10	1,28E-07	0
2y	1,02E-10	1,02E-07	0
3x	0,00048513	4,85E-01	0,65791
3y	-6,94E-05	-6,94E-02	-0,14064
4x	-3,73E-05	-3,73E-02	0,22315
4y	-5,60E-04	-5,60E-01	-0,68634
5x	0,00085062	8,51E-01	1,0241
5y	-5,60E-04	-5,60E-01	-0,68636
6x	0,001216109	1,22E+00	1,3904
6y	-0,002970335	-2,97E+00	-2,9701
7x	-0,000109263	-1,09E-01	-0,43034
7y	-0,003	-3,00E+00	-3
8x	0,001282253	1,28E+00	1,4565
8y	-0,005315149	-5,32E+00	-5,7357
9x	-0,000181272	-1,81E-01	-0,28764
9y	-0,005315149	-5,32E+00	-5,7357
10x	0,001348397	1,35E+00	1,5226
10y	-0,007734023	-7,73E+00	-8,5755
11x	-1,86E-05	-1,86E-02	-0,071714
11y	-4,16E-05	-4,16E-02	-0,084417

Ahora aplicando las siguientes ecuaciones:

$$D_y = \frac{\sum \left\| A_{analitica(y)} - B_{Ansys(y)} \right\|}{\sum \left\| A_{anal(y)} \right\|}$$
$$D_x = \frac{\sum \left\| A_{analitica(x)} - B_{Ansys(x)} \right\|}{\sum \left\| A_{anal(x)} \right\|}$$

Ahora usando Excel (vease anexo 9), se obtiene que:

$$D_y = 29{,}118\,\%$$
$$D_x = 8{,}021\,\%$$

7. Conclusiones

Nota: Las conclusiones a continuación se realizaron supusieron que no hubo errores en el desarrollo del programa en Matlab ni en Ansys.

- En ambos desarrollos se encontró que las máximas deformaciones fueron obtenidas en el nodo 10 (en dirección y), el más extremo de la derecha.

- El error obtenido en las deformaciones en x son considerables. Menor fue el error hallado para las deformaciones y. A pesar de esto se debe tener en cuenta que ambas soluciones son modelos aproximados, pero ambos sirven para tener un comportamiento general de cómo se deformará la armadura y tiene sentido y el mismo orden de magnitud. En el caso de Matlab no se consideraron las deformaciones en z, y si se supone que los elementos son tipo “Beam”, entonces pandeos en dirección en z son posibles, por lo que puede haber diferentes razones por las que no se aproximan más.

8. Anexos

1. Anexo 1: elementobarra2D.m (anexo que contiene archivo en Matlab del método FEM para la armadura problema)
2. Anexo 2: coordenadas.txt
3. Anexo 3: conectividad.txt
4. Anexo 4: fuerzas.txt
5. Anexo 7: fronteras.txt
6. Anexo 6: propiedades.txt
7. Anexo 8: elementobarra2Dansys.mp4
8. Anexo 9: error.xlsx (Anexo que contiene la tabla resumen y calculo de errores)