

Universidad Rafael Landívar
Cálculo II
Ing. Manuel Ríos

TEMA:

Proyecto Final Cálculo 2

Determinación HIC

Sebastián Orantes Chang 1085816

José Andrés Álvarez Cabrera 1110616

Oscar Winston Lemus Higueros 1194216

Viernes 28 de abril de 2017

ÍNDICE

ÍNDICE	2
INTRODUCCIÓN	3
OBJETIVOS	4
DESARROLLO	5
Ejemplos	6
Colisión sin bolsa de aire	6
Colisión con bolsa de aire	9
Entrenamientos	12
Colisión sin bolsa de aire	12
Colisión con bolsa de aire	14
Desconocidos	18
Colisión sin bolsa de aire	18
Colisión con bolsa de aire	21
CONCLUSIÓN	24
BIBLIOGRAFÍA	25

INTRODUCCIÓN

Los límites de las aplicaciones del cálculo son casi tan amplios como los límites de la creatividad humana. Día a día, la mayoría de personas no se percatan de cómo aprovechan todas estas, al punto de no darse cuenta cómo sus vidas son resguardadas gracias a una rama tan fundamental de la matemática.

Tal es el caso de la medición del Criterio de la Lesión Encefálica (HIC por sus siglas en inglés), el cual mide la probabilidad de sufrir algún tipo de traumatismo craneoencefálico como consecuencia de un impacto o desaceleración impetuosa de la cabeza en algún tipo de accidente, como una colisión vehicular.

El lector(a) tendrá la oportunidad de comprender cómo la industria automotriz emplea los conceptos teóricos al lado de la tecnología y experimentación en orden para hacer vehículos más seguros. Utilizando datos recolectados a través de pruebas de colisiones, se desarrollaron modelos matemáticos que permitieron evaluar la magnitud de la colisión y desaceleración de dichas pruebas, al punto incluso de determinar si una colisión fue realizada con bolsas de aire o sin ellas.

Para ponerlo en breve, el conjunto de principios que brinda el cálculo ha permitido extraer conocimiento de valor de entrenamientos de colisiones tanto de los que se conoce si se utilizaron bolsas de aire o no, como de los que no se tiene dicha información. Será una gran oportunidad para el lector de entender como el cálculo se aplica en su vida diaria.

OBJETIVOS

- **OBJETIVO GENERAL**

El proyecto del curso consiste en analizar y elaborar un estudio del impacto que tiene el uso de las bolsas de aire y el cinturón de seguridad en los choques automovilísticos.

- **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

-
- + Modelar los datos con una función característica $a(t)$.
 - + Determinar el área bajo la curva de los datos proporcionados y de la función característica.
 - + Determinar los valores HIC para los valores proporcionados y la función característica.

DESARROLLO

Para obtener la función característica de cada gráfica se utilizó R studio. Se cargaron los archivos csv, para poder visualizar la gráfica experimental e ir superponiendo la función característica. Por medio de transformación de funciones se modificó la función ejemplo; provista en el enunciado, en cada gráfica, hasta que se ajustara adecuadamente a los valores reales de los archivos csv.

Posteriormente se utilizó WolframAlpha para obtener el área bajo la curva de las funciones características y para evaluar la fórmula experimental HIC; tanto con los datos reales proporcionados en los archivos como para las funciones características proporcionadas por los alumnos.

$$HIC = \left\{ (t_2 - t_1) \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt \right]^{2.5} \right\}$$

Tolerancia de la Cabeza; Head Injury Criterion (HIC) donde Δt representa el intervalo de tiempo donde se puede apreciar una mayor aceleración y $a(t)$ es la aceleración resultante sobre la cabeza. El HIC toma en cuenta la aceleración y el tiempo expuesto a esta aceleración.

Para calcular el área bajo la curva de los datos reales se utilizó Matlab. Se utilizó el método de los trapecios para calcular áreas. consiste en subdividir el área en pequeños intervalos aproximar el área como la suma de las áreas de los trapecios que se forman.

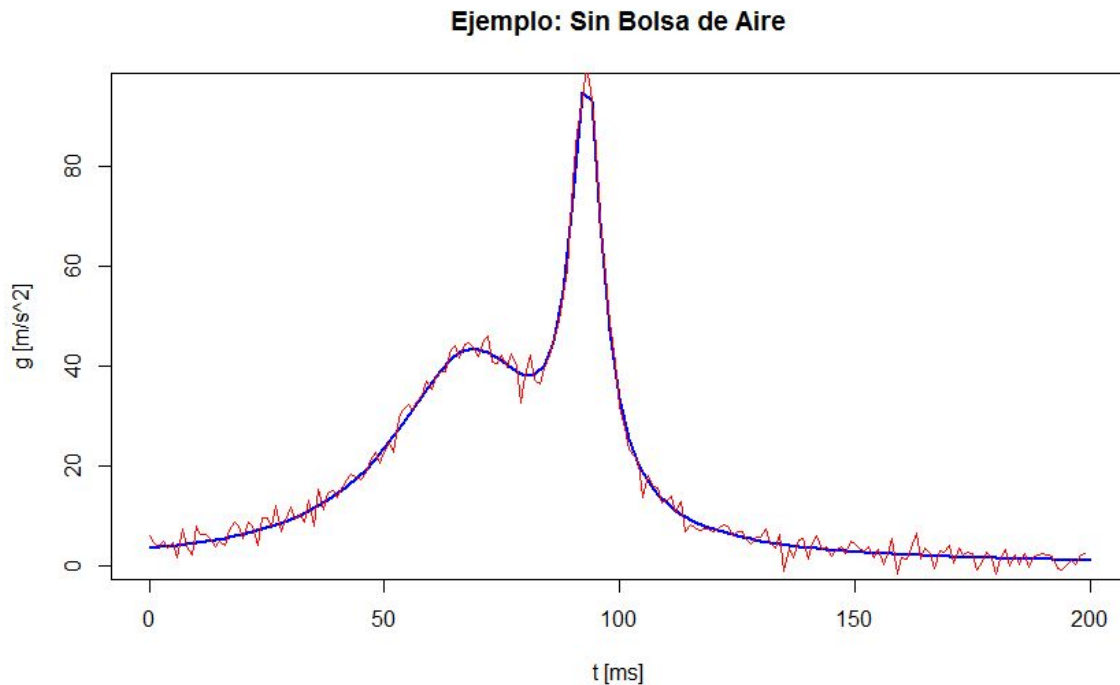
Respecto a los valores HIC:

- Mayor a 1000 representa una amenaza para la vida, entre 1000 y 1250 daños de bajo/medio rango.
- Mayores a 700 refleja daño severo.
- Un valor menor a 500 es aceptado por la industria automotriz
- 250 representa una contusión.

Ejemplos

Colisión sin bolsa de aire

La gráfica roja muestra los datos obtenidos por un acelerómetro en un choque, donde el eje horizontal se encuentra el tiempo (*ms*) y el eje vertical muestra valores de aceleración (*g*). La región de desaceleración más crítica se presenta de $t_1=50\text{ ms}$ y $t_2=105\text{ ms}$.



La gráfica azul fue realizada para generalizar y obtener un modelo matemático del sistema. En este caso se utilizó la función:

$$a(t) = \frac{16400}{(t-68)^2+400} + \frac{1480}{(t-93)^2+18}$$

El área bajo la curva de la función anterior fue de:

$$v(t) = \int_{50}^{105} \frac{16400}{(t-68)^2+400} + \frac{1480}{(t-93)^2+18} = 2425660 \text{ m/s}$$

Con los datos originales el área fue de: 2436700 m/s

```
>> x=50:1:105

x =

Columns 1 through 15

    50    51    52    53    54    55    56    57    58    59    60    61    62    63    64

Columns 16 through 30

    65    66    67    68    69    70    71    72    73    74    75    76    77    78    79

Columns 31 through 45

    80    81    82    83    84    85    86    87    88    89    90    91    92    93    94

Columns 46 through 56

    95    96    97    98    99   100   101   102   103   104   105

>> area = trapz(x,crash_Example)

area =

2.4367e+003
```

Al construir el modelo para obtener el HIC, obtenemos la siguiente función:

$$HIC = (105 - 50) \left[\frac{1}{105 - 50} \int_{50}^{105} \left(\frac{16400}{(t - 68)^2 + 400} + \frac{1480}{(t - 93)^2 + 18} \right) dt \right]^{2.5} = 710.449$$

(105-50)((1/(105-50) * (int((16400)/((t-68)^2+400) + ((1480)/((t-93)^2+18)), 50, 105)))^2

An attempt was made to fix mismatched parentheses, brackets, or braces.

Input:

$$(105 - 50) \left(\frac{1}{105 - 50} \int_{50}^{105} \left(\frac{16400}{(t - 68)^2 + 400} + \frac{1480}{(t - 93)^2 + 18} \right) dt \right)^{2.5}$$

Open code

Computation result:

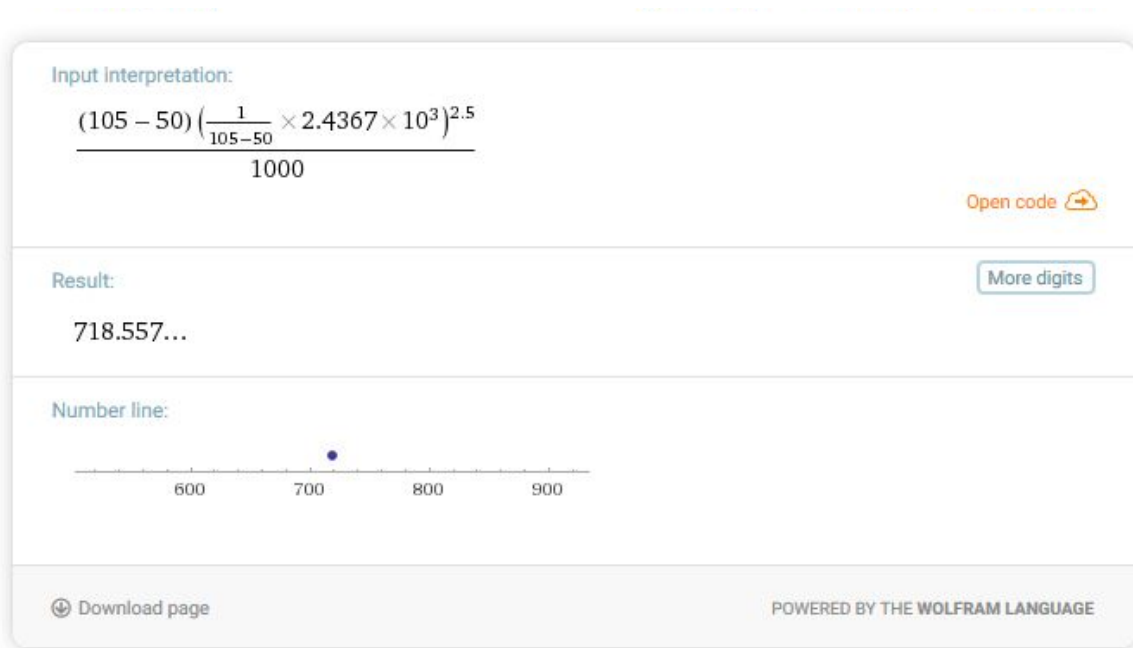
$$(105 - 50) \left(\frac{\int_{50}^{105} \left(\frac{16400}{(t - 68)^2 + 400} + \frac{1480}{(t - 93)^2 + 18} \right) dt}{105 - 50} \right)^{2.5} = 710.449.$$

Result:

710448.5072290059363143312790154834041844813889906054335876...

More digits

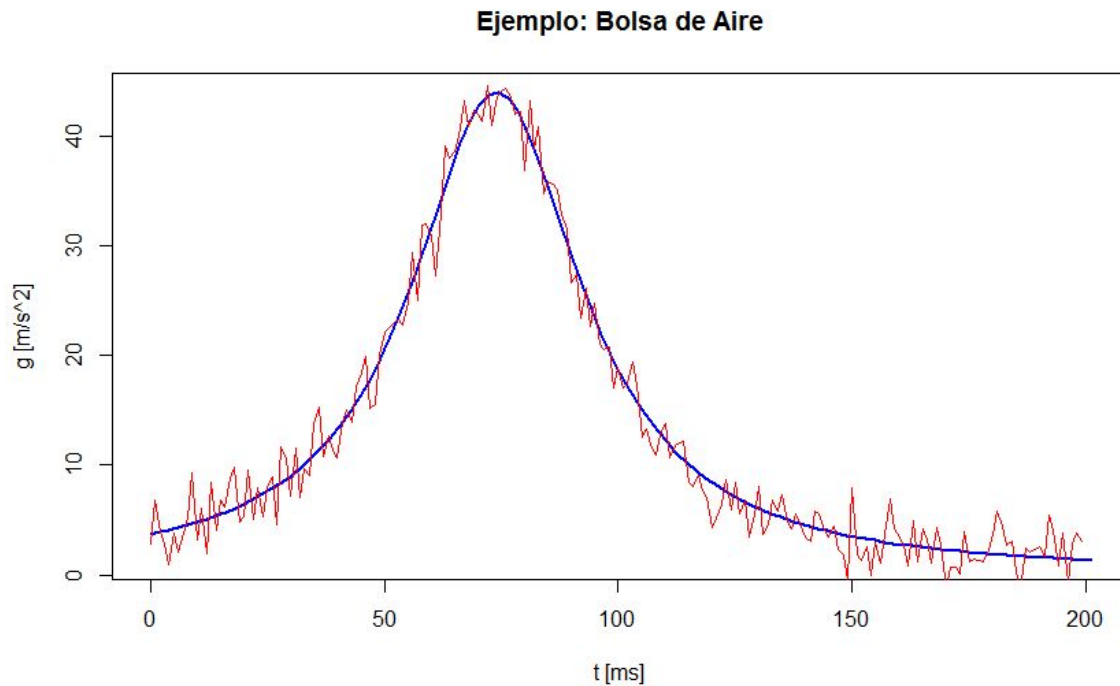
Con los datos originales el HIC fue de: 718.557



Según la función característica, el HIC es de 710.449 y al utilizar los datos experimentales se obtuvo un HIC de 718.557, esto representa en promedio un HIC de 714.503 y un error del 1.12%, este HIC nos dice que la persona sufre daño severo al momento de la colisión.

Colisión con bolsa de aire

Consideramos que la región de desaceleración más crítica en ésta gráfica es de $t_1 = 45$ ms y $t_2 = 100$ ms. La gráfica roja muestra los datos experimentales.



La gráfica azul representa la curva más cercana a los datos experimentales, cuya función es:

$$a(t) = \frac{22000}{(t - 74)^2 + 500}$$

El área bajo la curva de la función anterior fue de:

$$v(t) = \int_{45}^{100} \frac{22000}{(t - 74)^2 + 500} = 1745842 \text{ m/s}$$

Con los datos originales el área fue de: 1743800 m/s

```
>> x =45:1:100

x =

Columns 1 through 15

    45    46    47    48    49    50    51    52    53    54    55    56    57    58    59

Columns 16 through 30

    60    61    62    63    64    65    66    67    68    69    70    71    72    73    74

Columns 31 through 45

    75    76    77    78    79    80    81    82    83    84    85    86    87    88    89

Columns 46 through 56

    90    91    92    93    94    95    96    97    98    99   100

>> area = trapz(x,airbag_Example)

area =

1.7438e+003
```

Al construir el modelo para obtener el HIC, obtenemos la siguiente función:

$$HIC = (100 - 45) \left[\frac{1}{100 - 45} \int_{45}^{100} \left(\frac{22000}{(t - 74)^2 + 500} \right) dt \right]^{2.5} = 312.225$$

Input:

$$(100 - 45) \left(\frac{1}{100 - 45} \int_{45}^{100} \frac{22000}{(x - 74)^2 + 500} dx \right)^{2.5}$$


[Open code](#)

Result:

312.225.

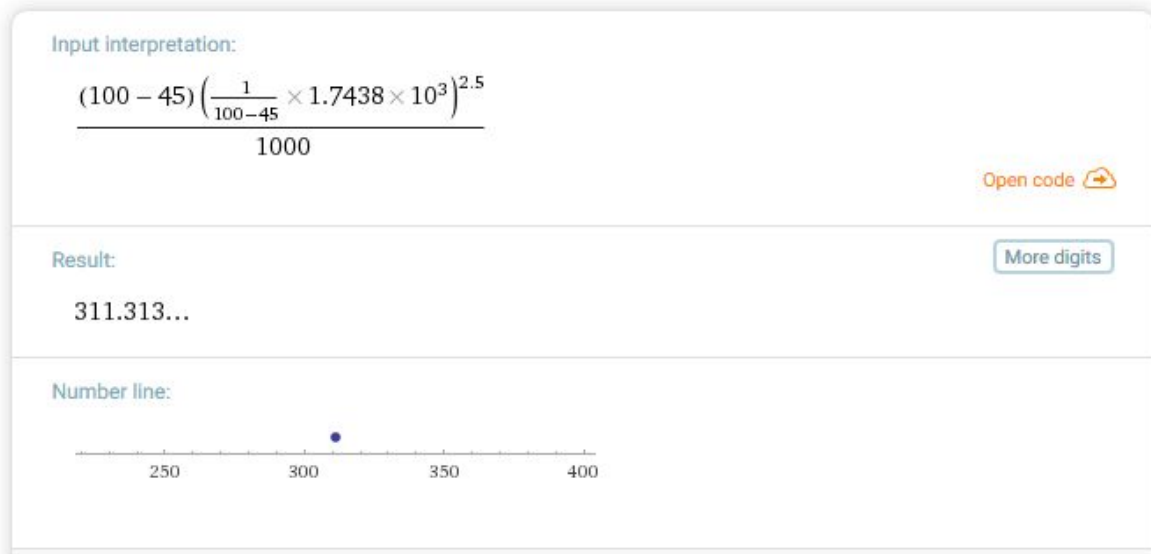
Computation result:

$$(100 - 45) \left(\frac{\int_{45}^{100} \frac{22000}{(x - 74)^2 + 500} dx}{100 - 45} \right)^{2.5} = 312.225.$$

 Download page

POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

Con los datos originales el HIC fue de: 311.313



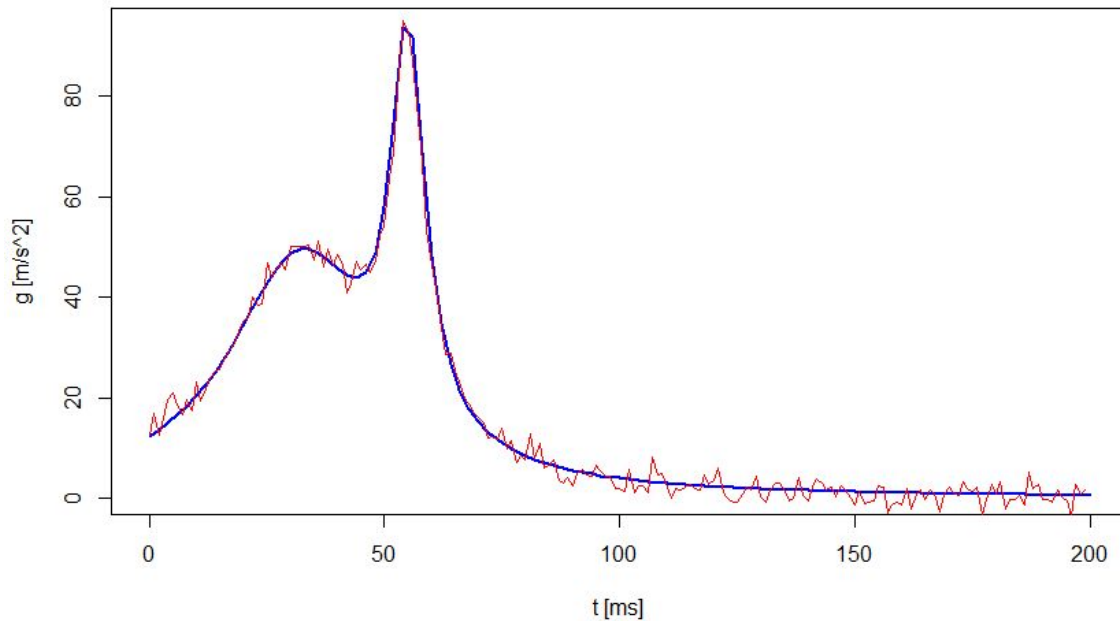
Según la función característica, el HIC es de 312.225 y al utilizar los datos experimentales se obtuvo un HIC de 311.313, esto representa en promedio un HIC de 311.769 y un error del 0.293%, este HIC nos dice que la persona rebasa el HIC que provoca una confusión (250) pero todavía es un valor aceptado por la industria automotriz (hasta 500).

Entrenamientos

Colisión sin bolsa de aire

Se consideró que el mejor intervalo en el tiempo para el análisis de HIC y el área bajo la curva fue entre 25 ms y 75 ms.

Entrenamientos: Sin Bolsa de Aire



Para la función característica obtenida; gráfica azul, se utilizó:

Input:

$$(70 - 25) \left(\frac{1}{70 - 25} \int_{25}^{70} \left(\frac{16400}{(t - 32)^2 + 350} + \frac{1480}{(t - 55)^2 + 19} \right) dt \right)^{2.5}$$

[Open code](#)

Computation result:

$$(70 - 25) \left(\frac{\int_{25}^{70} \left(\frac{16400}{(t - 32)^2 + 350} + \frac{1480}{(t - 55)^2 + 19} \right) dt}{70 - 25} \right)^{2.5} = 761882.$$

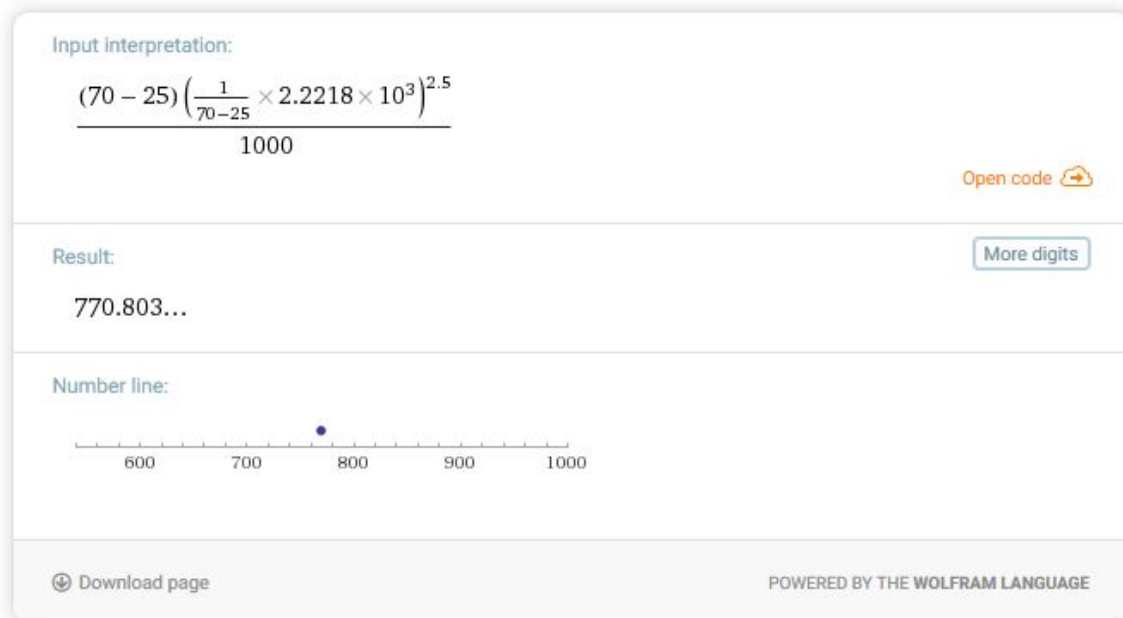
Result:

761881.5790678329804505912022330662025213819833242303088272...

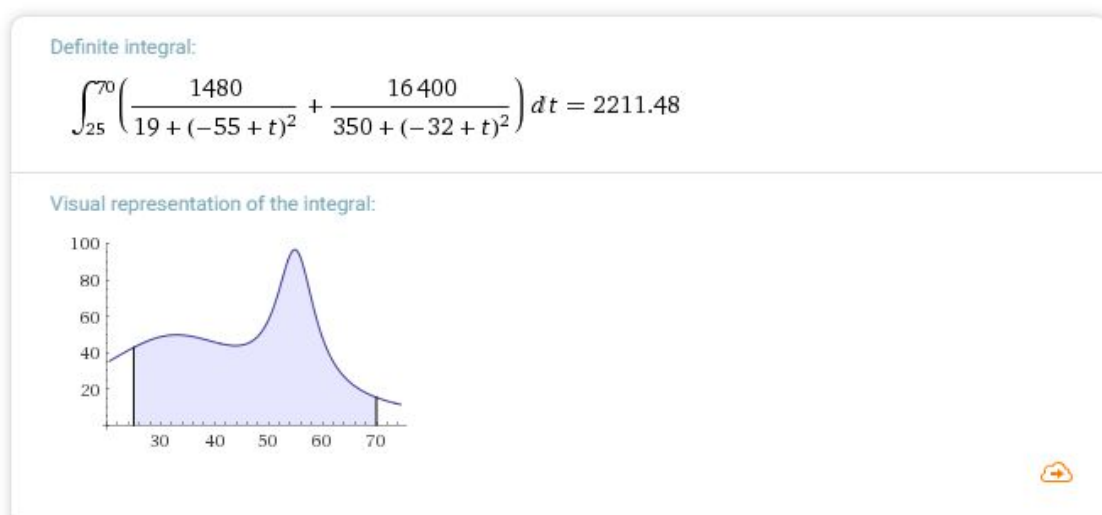
[More digits](#)



A partir de la función característica se obtuvo un HIC de 761.881, mientras que al utilizar los valores reales; gráfica roja, se obtuvo que el valor del HIC es de 770.803. Obteniendo un porcentaje de error de 1.15%. Ya que el HIC supera los 700, se puede afirmar que la persona en el vehículo sufrió un daño severo, a nivel general.



El área bajo la curva al utilizar la función característica es de 2211480 m/s



Con los datos reales se concluye que el área bajo la curva es de 2221800 m/s

```
>> x=25:1:70

x =

Columns 1 through 15

    25    26    27    28    29    30    31    32    33    34    35    36    37    38    39

Columns 16 through 30

    40    41    42    43    44    45    46    47    48    49    50    51    52    53    54

Columns 31 through 45

    55    56    57    58    59    60    61    62    63    64    65    66    67    68    69

Column 46

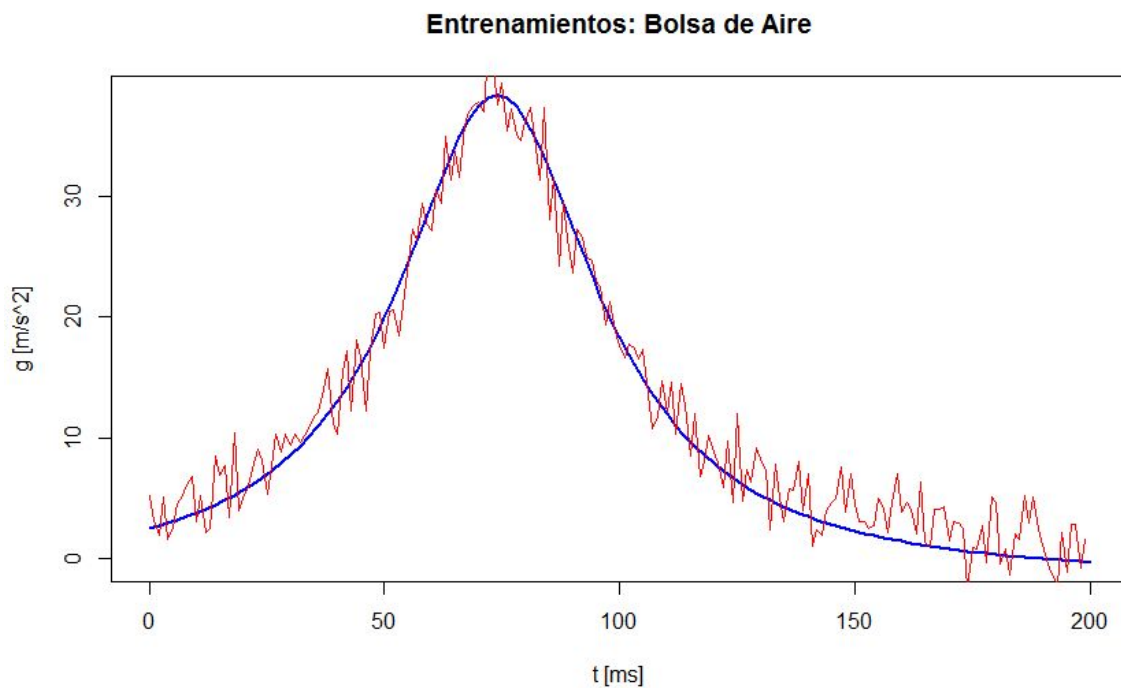
    70

>> area = trapz(x,crash_Know)

area =

    2.2218e+003
```

Colisión con bolsa de aire



La gráfica roja representa los puntos experimentales, mientras que la azul es la función característica propuesta.

Para $t_1=45\text{ ms}$ y $t_2=105\text{ ms}$, se obtuvo un HIC; utilizando la función característica, de 250.534

$$a(t) = \frac{20000}{((t - 74) \cdot 0.85)^2 + 495} - 2$$

Input:

$$(105 - 45) \left(\frac{1}{105 - 45} \int_{45}^{105} \left(\frac{20\,000}{((t - 74) \times 0.85)^2 + 495} - 2 \right) dt \right)^{2.5}$$

Result:

250 534.

Computation result:

$$(105 - 45) \left(\frac{\int_{45}^{105} \left(\frac{20\,000}{((t - 74) \cdot 0.85)^2 + 495} - 2 \right) dt}{105 - 45} \right)^{2.5} = 250\,534.$$

[Download page](#) POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

Evaluando con los datos reales se concluye que el HIC es de 242.955, al comparar ambos resultados el error porcentual es de 3.11%. Con este índice HIC se asume que el conductor posee una contusión. A pesar de ello el HIC es lo suficientemente bajo como para ser aprobado por la industria automotriz.

Input interpretation:

$$\frac{(105 - 45) \left(\frac{1}{105 - 45} \times 1.6638 \times 10^3 \right)^{2.5}}{1000}$$

Result:

242.955...

Number line:

[Open code](#) [More digits](#)

El área bajo la curva de los puntos reales, en el intervalo de 45 ms a 105 ms es 1663800 m/s.

```
>> x=45:105
x =
Columns 1 through 15
    45    46    47    48    49    50    51    52    53    54    55    56    57    58    59
Columns 16 through 30
    60    61    62    63    64    65    66    67    68    69    70    71    72    73    74
Columns 31 through 45
    75    76    77    78    79    80    81    82    83    84    85    86    87    88    89
Columns 46 through 60
    90    91    92    93    94    95    96    97    98    99   100   101   102   103   104
Column 61
   105
>> area = trapz(x,airbag_Know)
area =
1.6638e+003
```

El área bajo la curva de la función característica es de 1684370 m/s

Definite integral:

$$\int_{45}^{105} \left(\frac{20000}{((x-74)0.85)^2 + 495} - 2 \right) dx = 1684.37$$

[Step-by-step solution](#)

Try it!

[Open code](#)

Visual representation of the integral:

Indefinite integral:

$$\int \left(\frac{20000}{((x-74)0.85)^2 + 495} - 2 \right) dx = 1057.57 \tan^{-1}(0.0191023(2x-148)) - 2x + \text{constant}$$

[Step-by-step solution](#)

$\tan^{-1}(x)$ is the inverse tangent function

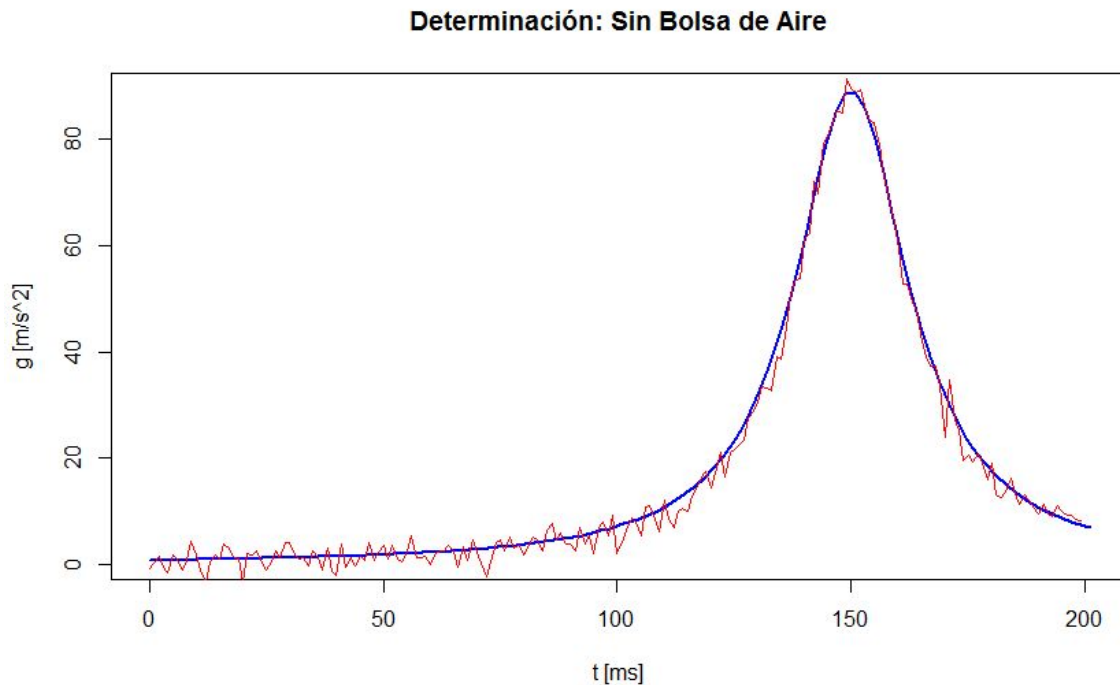
[Download page](#)

POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

Desconocidos

Colisión sin bolsa de aire

La gráfica roja muestra los datos experimentales de un choque sin bolsa de aire, donde el eje horizontal se encuentra el tiempo (*ms*) y el eje vertical muestra valores de aceleración (*g*). A nuestro criterio, la región de desaceleración más crítica se presenta de $t_1=125\text{ ms}$ y $t_2=175\text{ ms}$.



La gráfica azul fue realizada para generalizar y obtener un modelo matemático del sistema. En este caso se utilizó la función:

$$a(t) = \frac{1780}{(0.3(t - 150))^2 + 20}$$

El área bajo la curva de la función anterior fue de:

$$v(t) = \int_{125}^{175} \frac{1780}{(0.3(t-150))^2 + 20} = 2741332 \text{ m/s}$$

Con los datos originales el área fue de: 2693600 m/s

```
>> x=125:1:175

x =

Columns 1 through 15
125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139

Columns 16 through 30
140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154

Columns 31 through 45
155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169

Columns 46 through 51
170 171 172 173 174 175

>> area = trapz(x,crash_Unknown)

area =


2.6926e+003
```

Al construir el modelo para obtener el HIC, obtenemos la siguiente función:

$$HIC = (175 - 125) \left[\frac{1}{175 - 125} \int_{125}^{175} \frac{1780}{(0.3(t-150))^2 + 20} dt \right]^{2.5} = 1112.88$$

Input:

$$(175 - 125) \left(\frac{1}{175 - 125} \int_{125}^{175} \frac{1780}{((t-150) \times 0.3)^2 + 20} dt \right)^{2.5}$$

Open code 

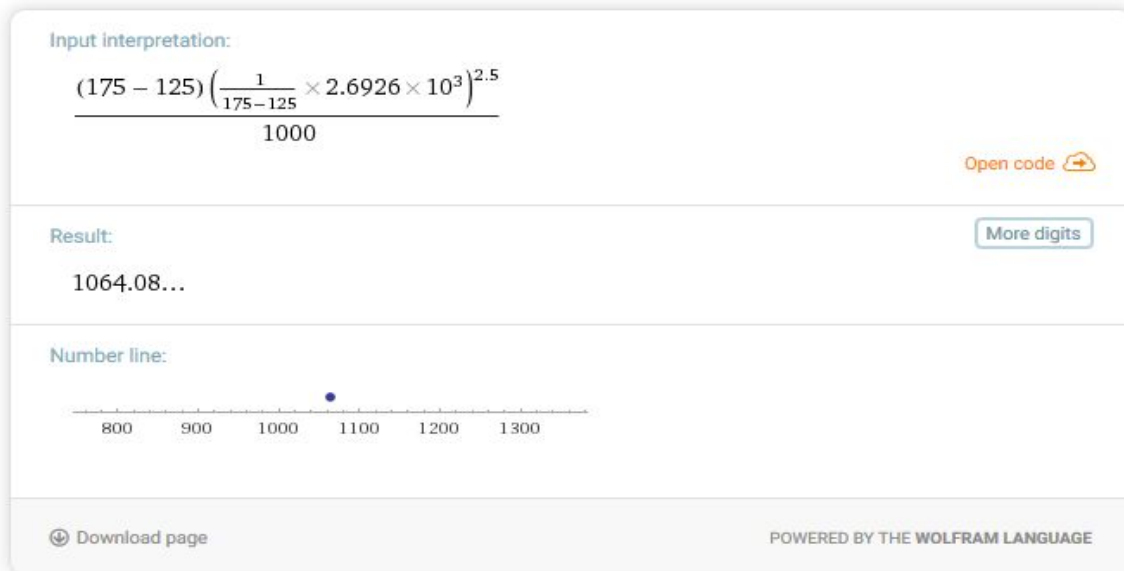
Result:

$$1.11288 \times 10^6$$

Computation result:

$$(175 - 125) \left(\frac{\int_{125}^{175} \frac{1780}{((t-150) \times 0.3)^2 + 20} dt}{175 - 125} \right)^{2.5} = 1.11288 \times 10^6$$

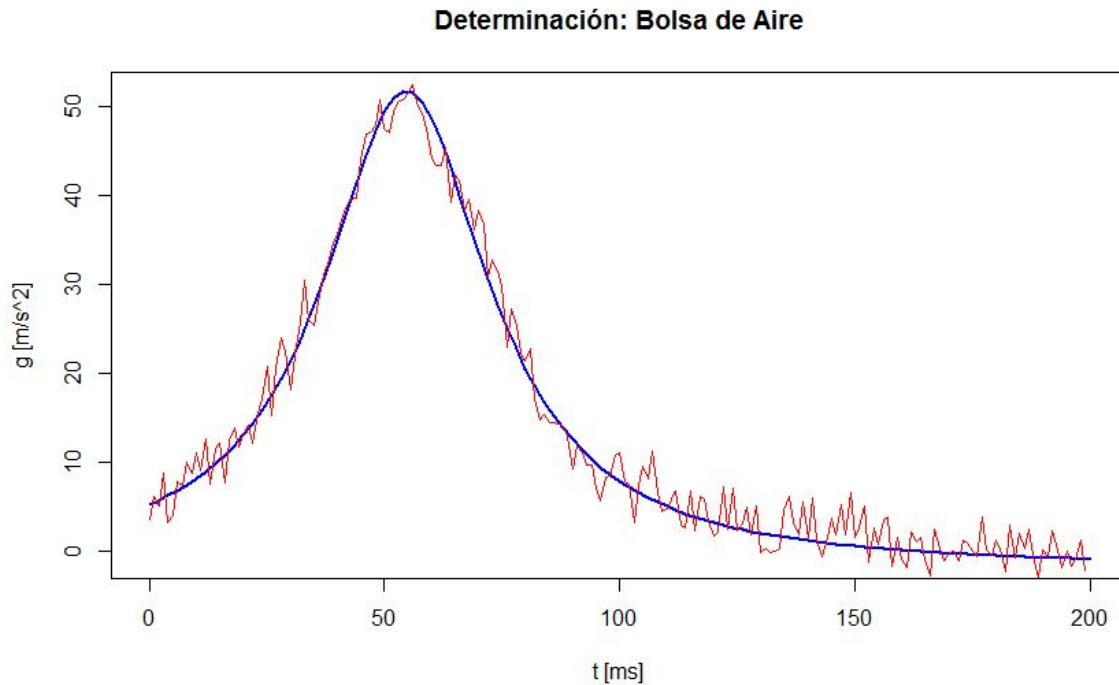
Con los datos originales el HIC fue de: 1064.08



Según la función característica, el HIC es de 1112.88 y al utilizar los datos experimentales se obtuvo un HIC de 1064.08, esto representa en promedio un HIC de 1088.48 y un error del 4.59%, este HIC nos dice que la persona rebasa el HIC que representa una amenaza para la vida (1000) por lo que ésta colisión probablemente tenga consecuencias fatales.

Colisión con bolsa de aire

Consideramos que la región de desaceleración más crítica en ésta gráfica es de $t_1 = 45$ ms y $t_2 = 100$ ms. La gráfica roja muestra los datos experimentales.



La gráfica azul representa la curva más cercana a los datos experimentales, cuya función es:

$$a(t) = \frac{27650}{(1.05(t - 54.6))^2 + 515} - 2$$

El área bajo la curva de la función anterior fue de:

$$v(t) = \int_{35}^{80} \frac{27650}{(1.05(t - 54.6))^2 + 515} - 2 = 1685808 \text{ m/s}$$

Con los datos originales el área fue de: 1788200 m/s

```
>> x=35:1:80

x =

Columns 1 through 15

    35    36    37    38    39    40    41    42    43    44    45    46    47    48    49

Columns 16 through 30

    50    51    52    53    54    55    56    57    58    59    60    61    62    63    64

Columns 31 through 45

    65    66    67    68    69    70    71    72    73    74    75    76    77    78    79

Column 46

    80

>> area = trapz(x,airbag_Unknown)

area =

1.7882e+003
```

Al construir el modelo para obtener el HIC, obtenemos la siguiente función:

$$HIC = (80 - 35) \left[\frac{1}{80 - 35} \int_{35}^{80} \left(\frac{27650}{(1.05(t - 54.6))^2 + 515} \right) dt \right]^{2.5} = 436.241$$

Input:

$$(80 - 35) \left(\frac{1}{80 - 35} \int_{35}^{80} \left(\frac{27650}{((x - 54.6) \times 1.05)^2 + 515} - 2 \right) dx \right)^{2.5}$$

[Open code](#)

Result:

436 241.

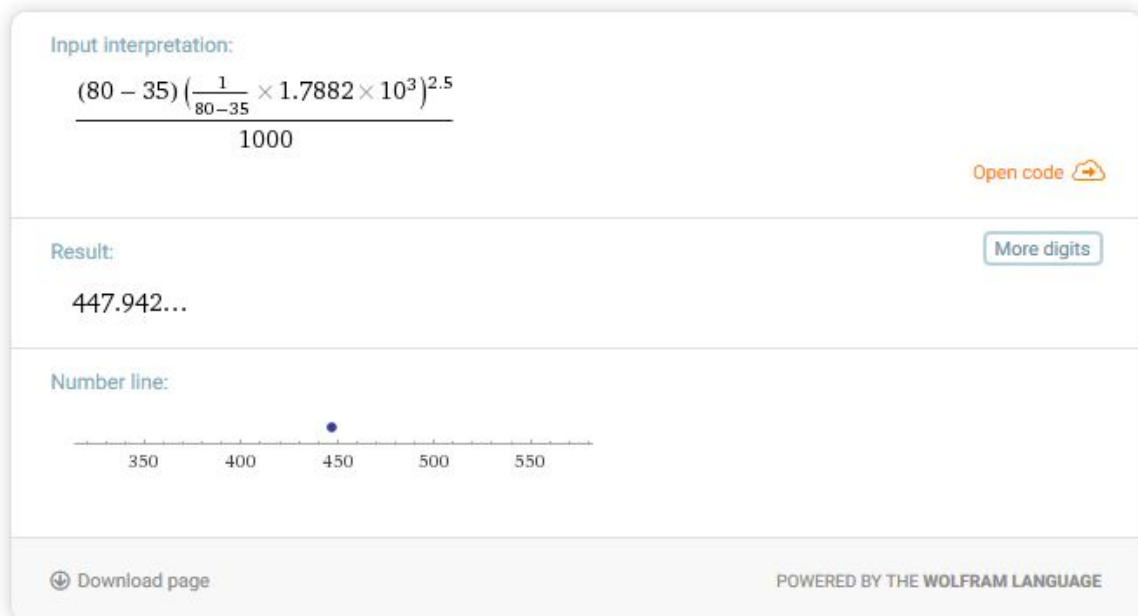
Computation result:

$$(80 - 35) \left(\frac{\int_{35}^{80} \left(\frac{27650}{((x - 54.6) \times 1.05)^2 + 515} - 2 \right) dx}{80 - 35} \right)^{2.5} = 436 241.$$

[Download page](#)

POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

Con los datos originales el HIC fue de: 447.942



Según la función característica, el HIC es de 436.241 y al utilizar los datos experimentales se obtuvo un HIC de 447.942, esto representa en promedio un HIC de 442.092 y un error del 2.61%, este HIC nos dice que la persona rebasa el HIC que representa una contusión (250) pero se encuentra entre el rango aceptado por la industria automovilística (hasta 500).

CONCLUSIÓN

El cálculo; disciplina inherente a cualquier aplicación de la ingeniería, ha contribuido a superar obstáculos que han hecho nuestras vidas más seguras y felices. El HIC es un ejemplo de uno de sus tan grandiosos avances.

El desarrollo de este proyecto ha demostrado el adecuado uso de tecnologías tales como R (es una implementación de software libre del lenguaje S pero con soporte de alcance estático. Se trata de uno de los lenguajes más utilizados en investigación por la comunidad estadística), MATLAB (es una herramienta de software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M)), Wolfram Alpha (es un servicio en línea que responde a las preguntas directamente, mediante el procesamiento de la respuesta extraída de una base de datos estructurados, en lugar de proporcionar una lista de los documentos o páginas web que podrían contener la respuesta, tal y como lo hace Google), entre otras; permite resolver problemas imposibles de computar de forma tradicional pero sin dejar de requerir un 100% de comprensión de los fundamentos teóricos.

Cabe destacar que el promedio de HIC (utilizando modelo matemático) para las colisiones en las que no se contaba con bolsas de aire fue de 861.737, mientras que el de las que sí contaban con estas fue de 333 .

En resumen, la ciencia aprueba y recomienda el uso del cinturón de seguridad y el mantenimiento de las bolsas de aire, ya que forman un papel de crucial importancia al momento de una colisión para salvar la vida de un ser humano.

BIBLIOGRAFÍA

- HANS-WOLFGANG HENN. (1998). TEACHING MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS, Crash Tests and the Head Injury Criterion. e: Rulaenderweg 16, D- 76356 Weingarten Germany.
- The MathWorks, Inc. (2006). trapz. 22/04/2017, de mathworks Sitio web: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/trapz.html>
- Condes N, Jaime. (2005). Simulación de ensayos de choque en vehículos : validación de un modelo de dummy en 2 dimensiones. Universidad Carlos III de Madrid: Disponible en: http://e-archivo.uc3m.es/bitstream/handle/10016/8679/PFC_Jaime_Condes_Novillo_2005_20105414260.pdf?sequence=1.