

Symulacja Komputerowa Mechaniki Fortepianu

Michał Janczak

Prowadzący : dr C. Rzymkowski



Cel symulacji

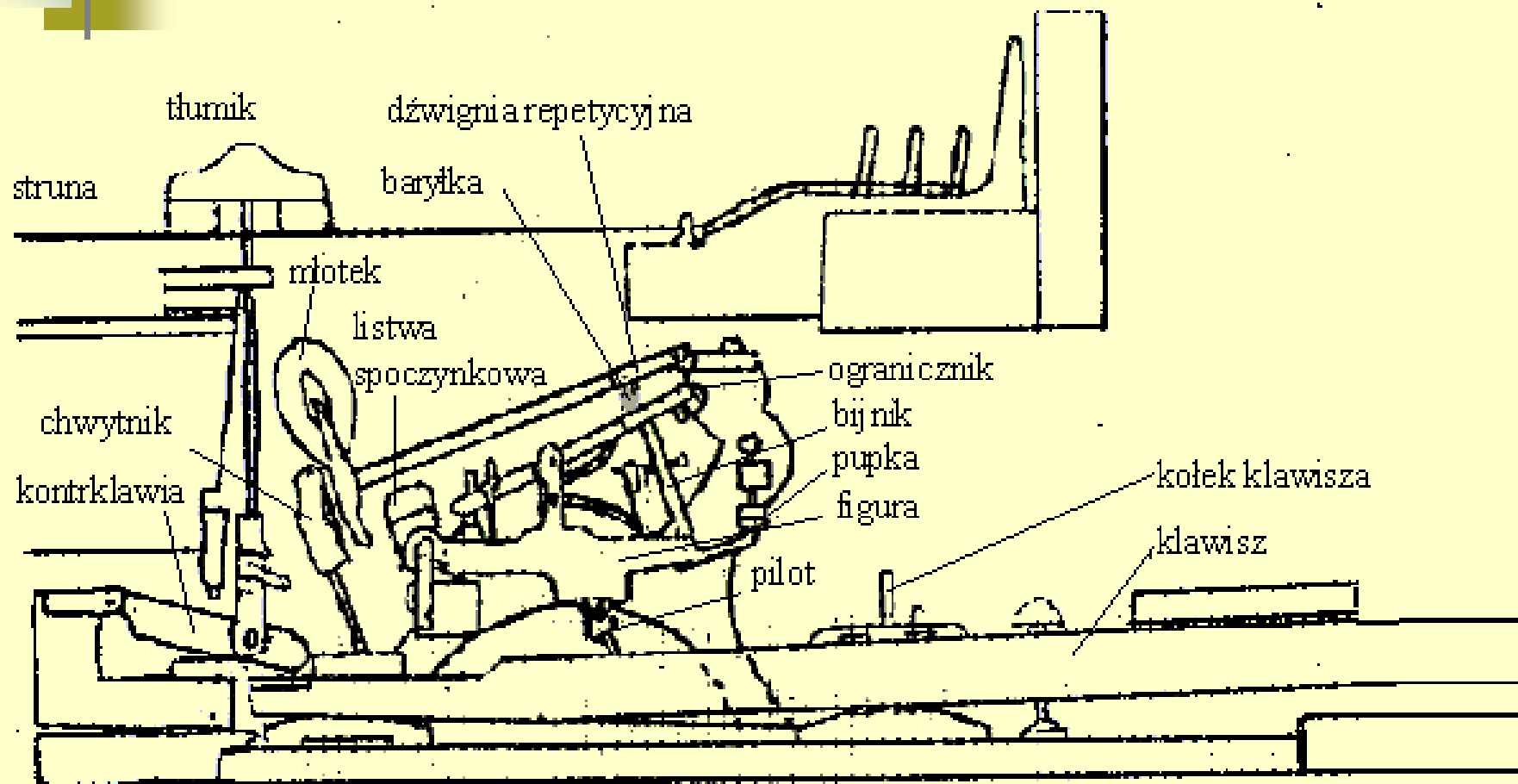
- Ocena poprawności modelu matematycznego
- Analiza symulowanego układu pod względem wzajemnego oddziaływania na siebie elementów
- Budowa uproszczonego modelu
- Budowa instrumentu z wirtualną mechaniką



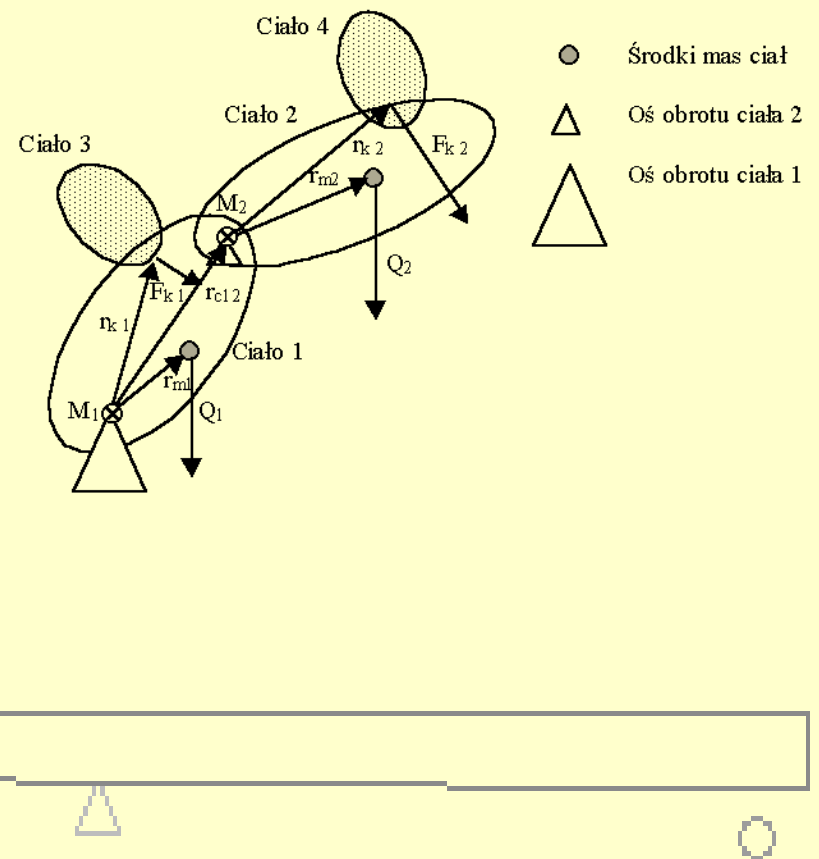
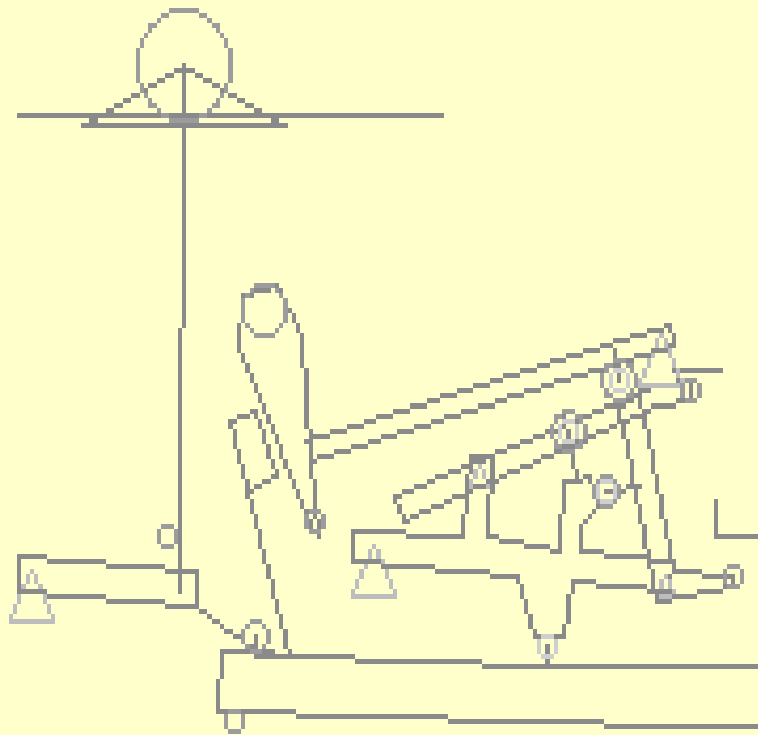
Najważniejsze problemy

- Określenie przedmiotu symulacji
- Budowa modelu matematycznego
- Zebranie danych do modelu matematycznego
- Regulacja modelu mechanizmu
- Zebranie danych do weryfikacji doświadczalnej
- Wiarygodność weryfikacji
- Szybkość symulacji

Budowa mechanizmu



Model mechanizmu



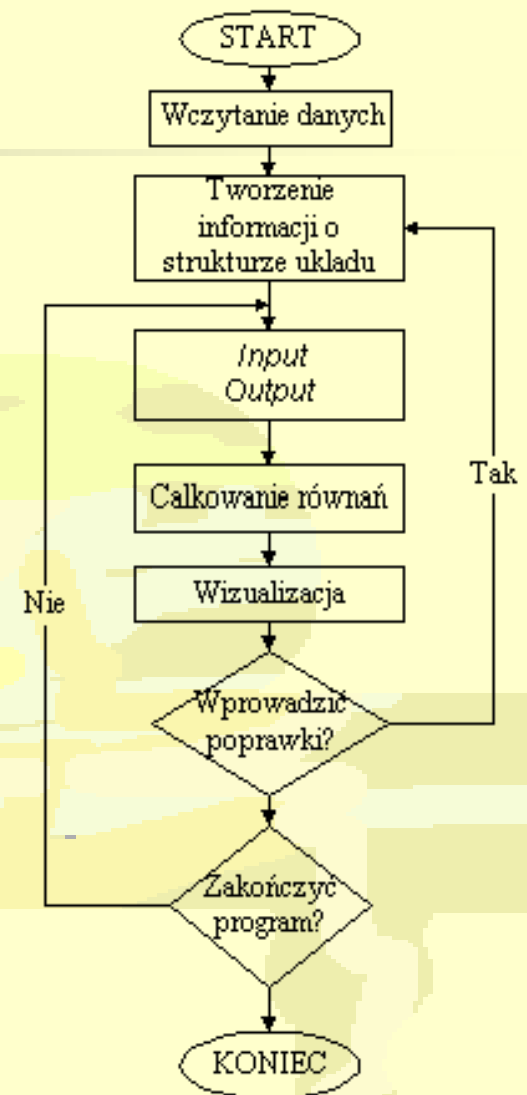


Główne założenia symulacji

- Dwuwymiarowa geometria
- Uproszczenie warunków kontaktu pomiędzy elementami układu (geometria i własności sprężyste)
- Uproszczenie kinematyki układu (tłumik)
- Uproszczenie modelu zjawiska tarcia

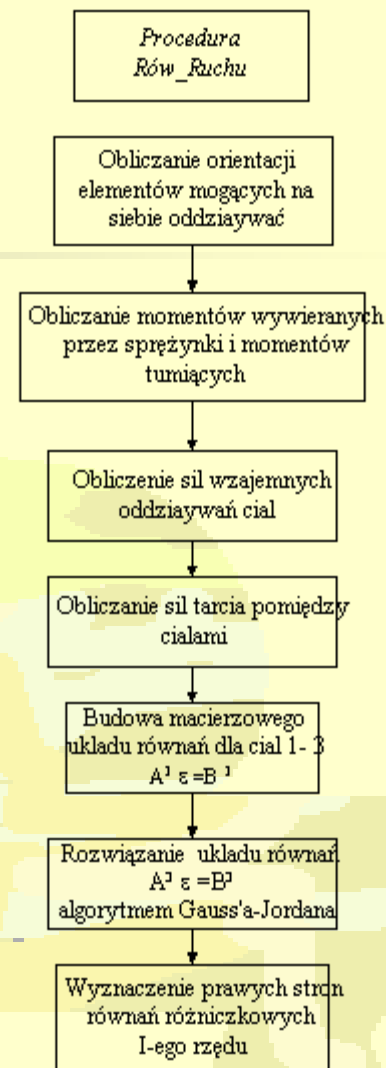
Budowa algorytmu

- Wczytanie danych
- Tworzenie struktury modelu
- Pętla programu
 - Wymuszenie
 - Równania ruchu
 - Wyniki
 - (Poprawki)



Równania ruchu

- Położenie elementów
- Moment sprężynek
- Tłumienie
- Siły reakcji i tarcia
- Rozwiązanie układu równań dla zespołu figury (Gauss-Jordan)
- Obniżenie stopnia równań



Równania ruchu c.d.

Równanie podstawowe

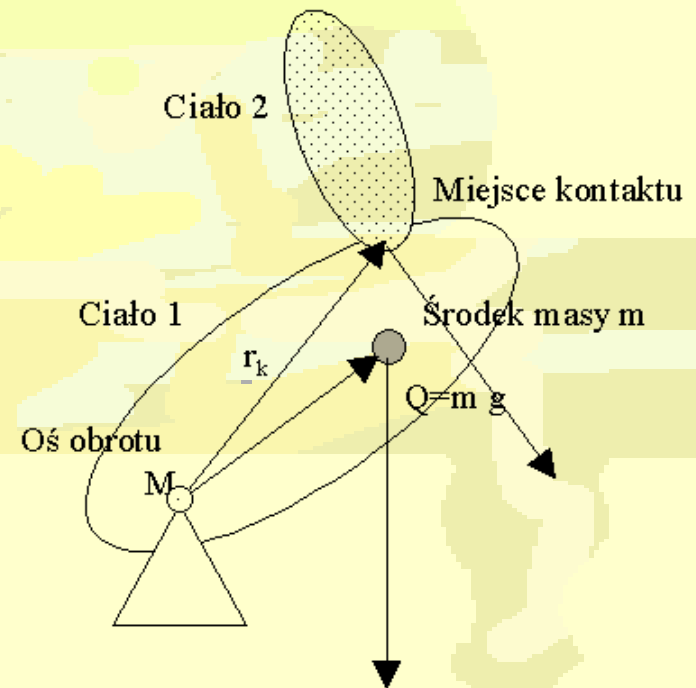
$$I * \varepsilon = \Sigma M = \sum \overrightarrow{r_{k,i}} \times \overrightarrow{F_{k,i}} + Q * r_{m x} + M_{\text{tłumienia}} + M_{\text{sprężynek}}$$

Układ równań

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ & a_{44} & \\ & & a_{55} \\ & & & a_{66} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{bmatrix}$$

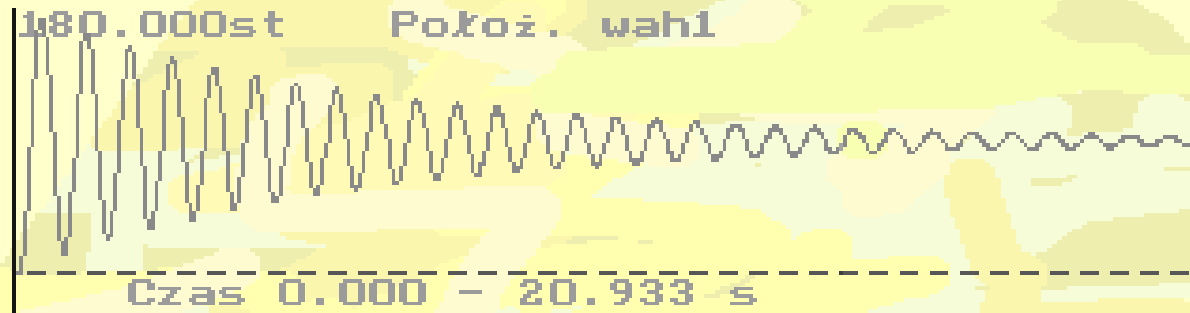
Układ równań I stopnia

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \frac{d\alpha}{dt} = \omega \\ \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon \end{cases}$$



Tłumienie i momenty sprężynek

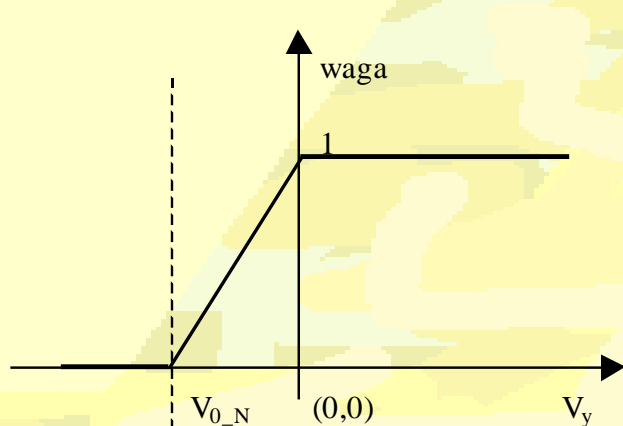
$$M_{\text{tłum}} = -\omega * \text{wsp_tłum};$$



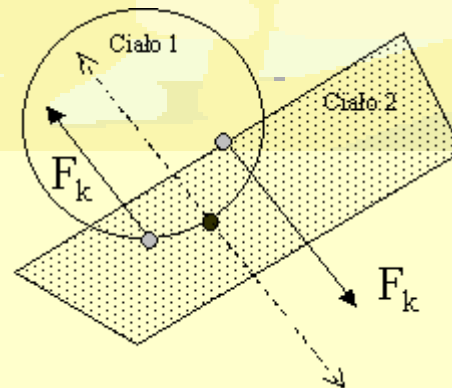
$$M_{\text{spręż}} = m_0 + m * d\alpha$$

Siły reakcji

- Problem uwzględnienia histerezy

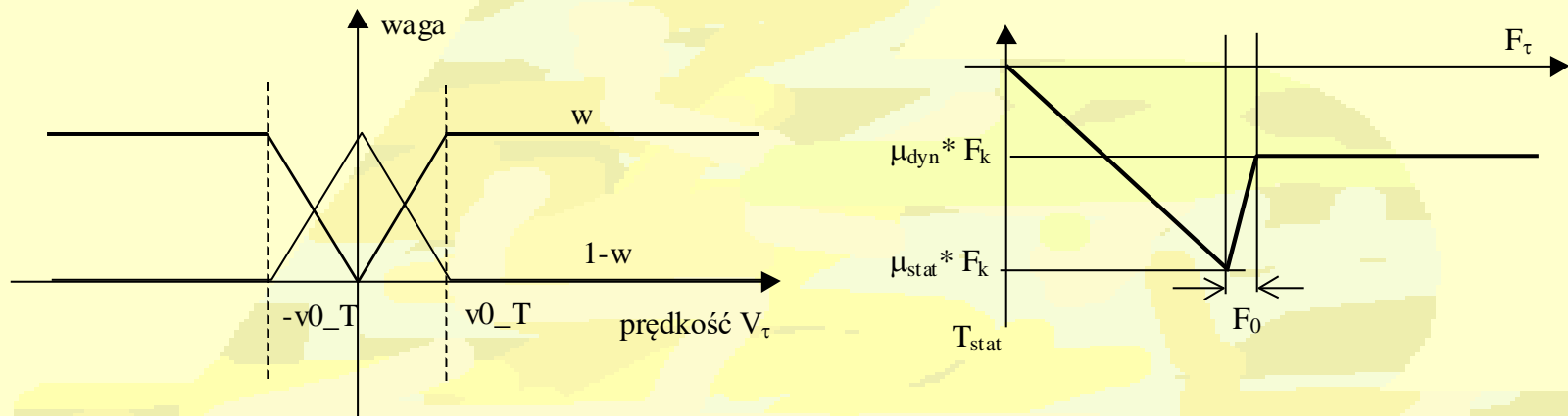


- Punkt przyłożenia siły



Siły tarcia

- Problem nieciągłości algorytmu

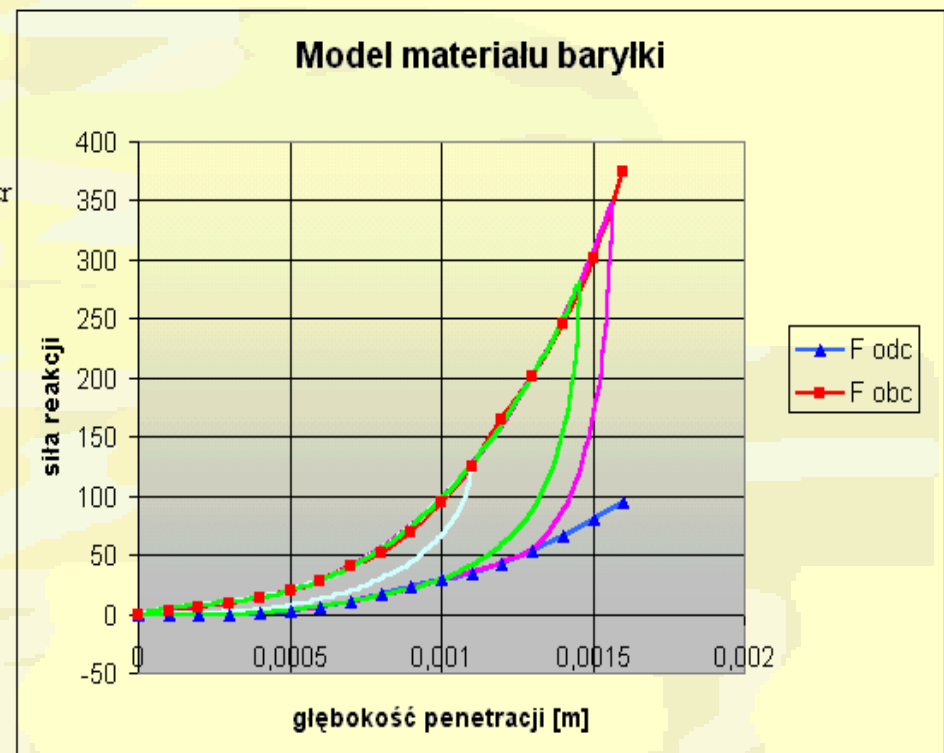
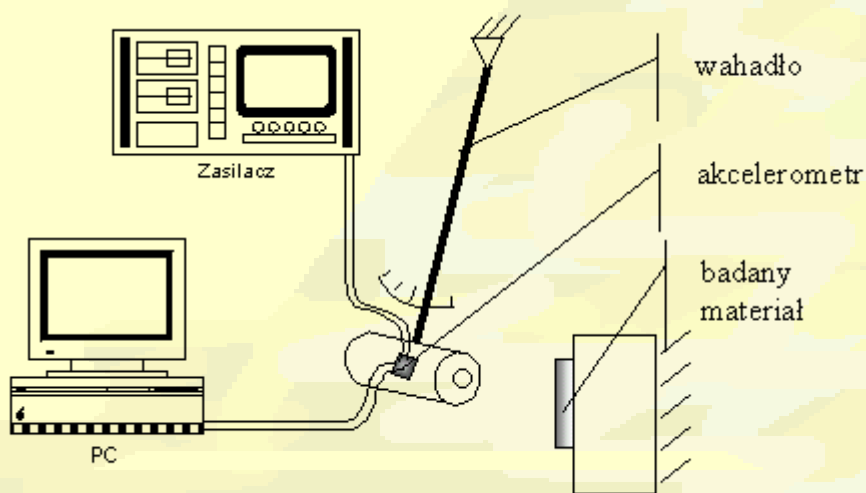


$$T = -w * \mu_{dyn} * F_k * \text{sign}(V_\tau) + (1-w) * T_{stat}(F_\tau)$$

- Problem rozkładu siły wymuszającej

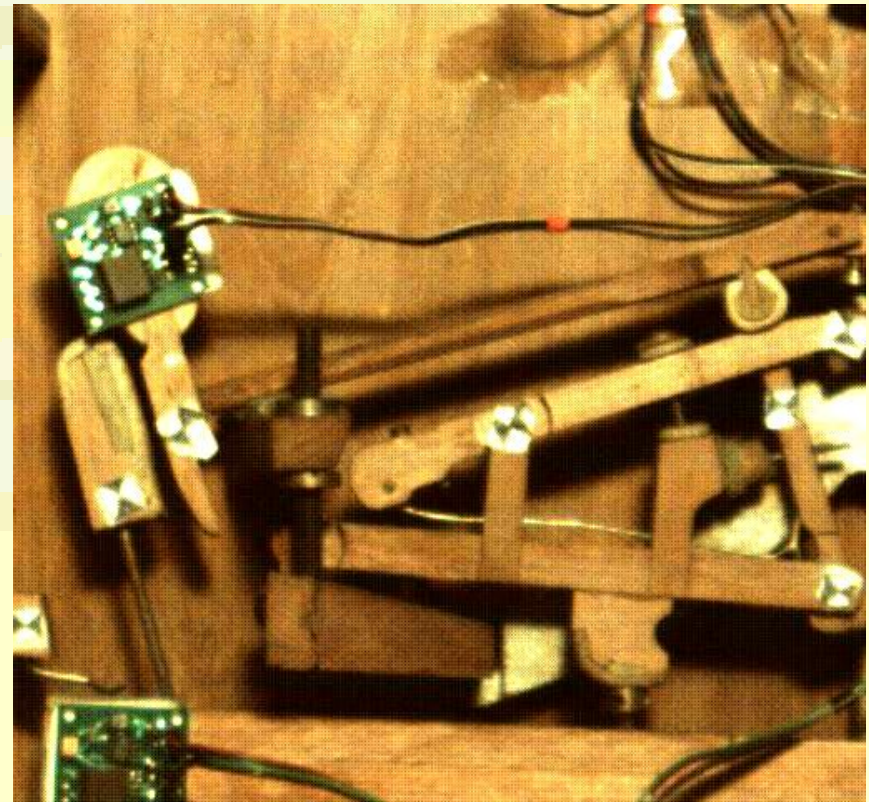
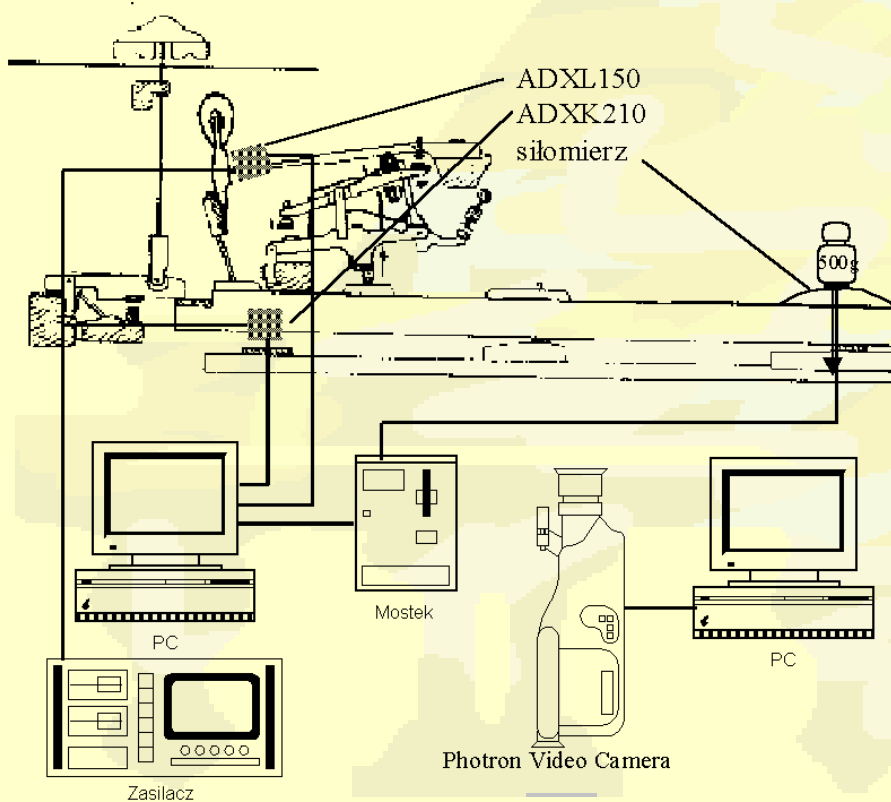
Pomiary doświadczalne

■ Własności sprężyste



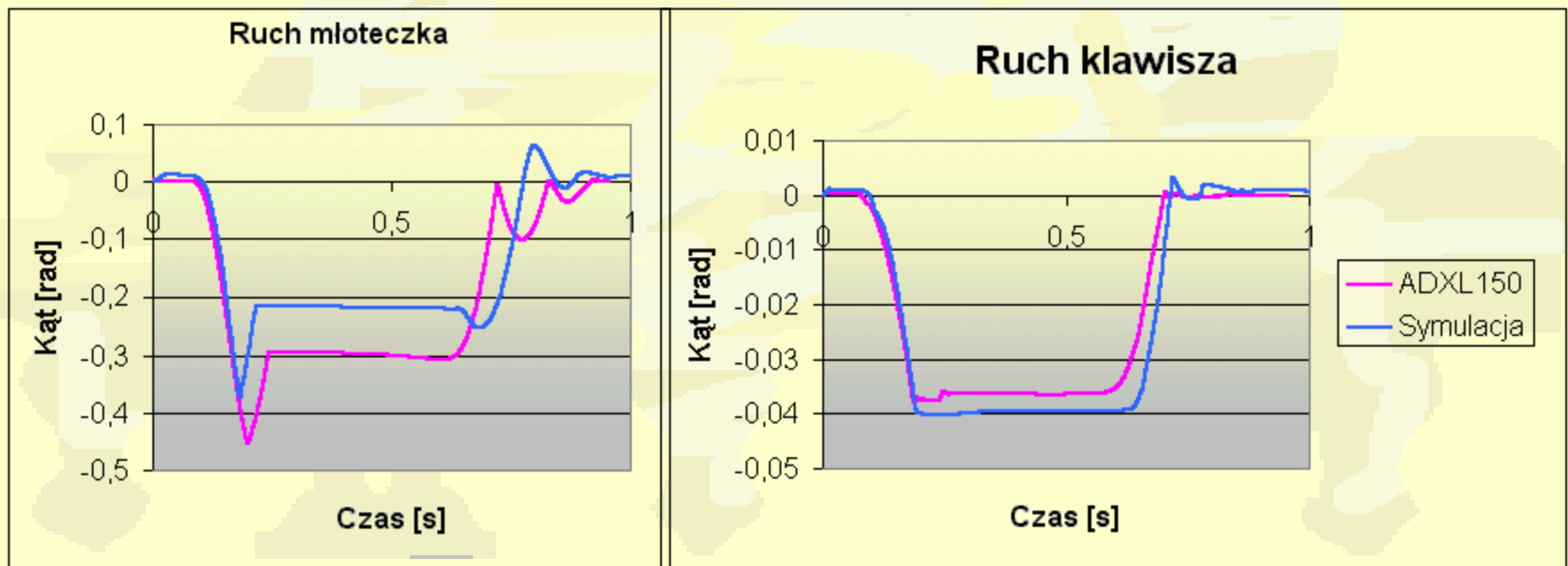
Pomiary doświadczalne c.d.

- Pomiary charakterystyk dynamicznych mechaniki fortepianu

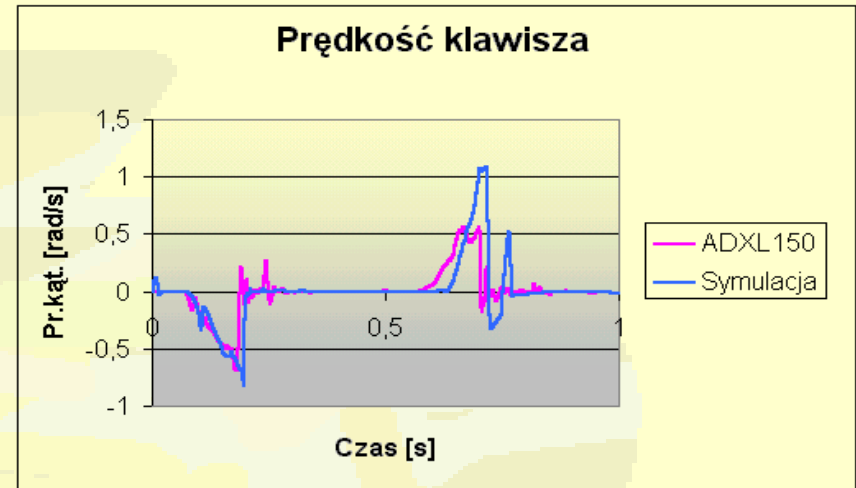
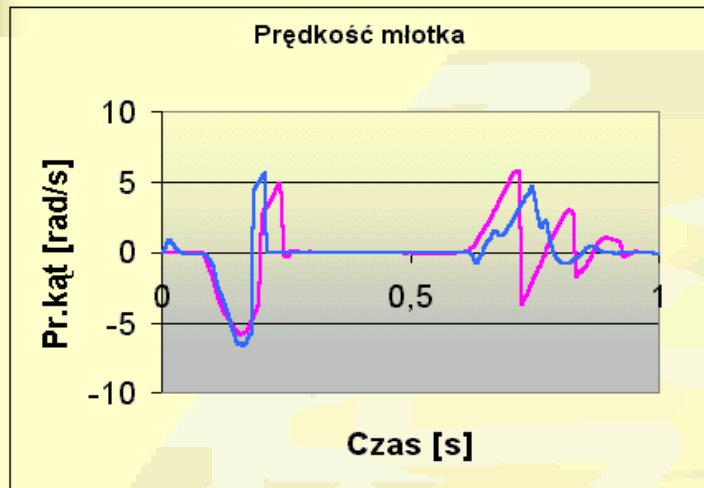


Weryfikacja symulacji

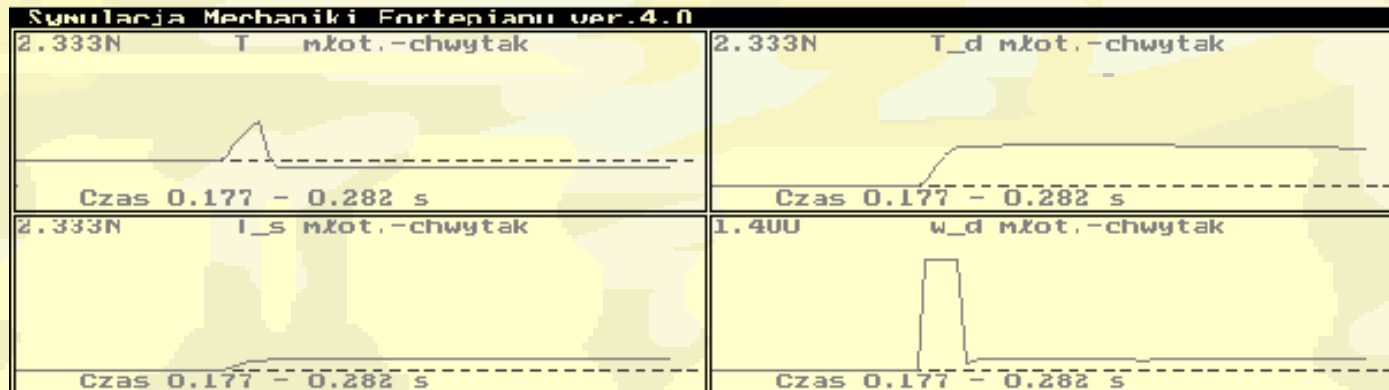
- Dokładność całkowania
- Porównanie wyników symulacji i pomiarów



Weryfikacja symulacji c.d.

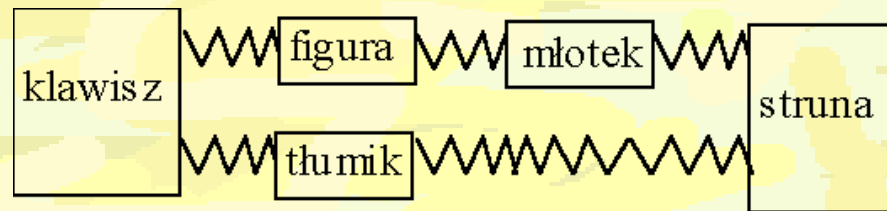


■ Ocena ciągłości algorytmu

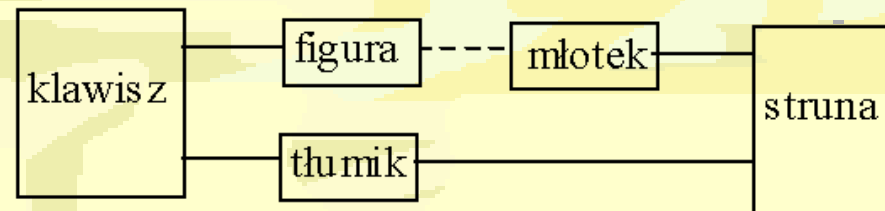


Model uproszczony

- Dane wejściowe i wyjściowe algorytmu
- Uproszczenie całkowania
- Mechanizm oddziaływania



Model „dokładny”

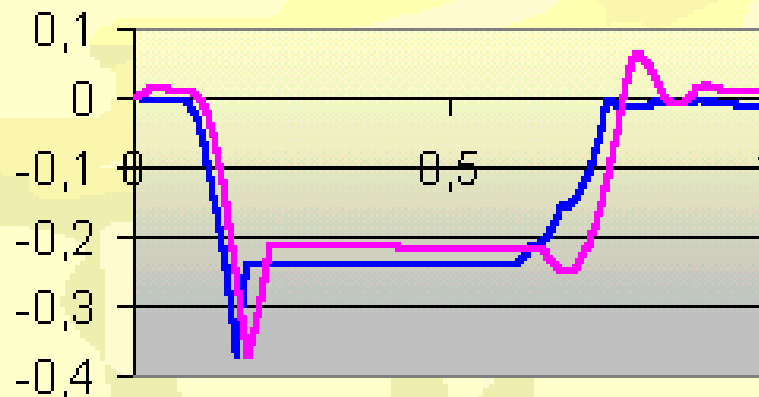


Model uproszczony

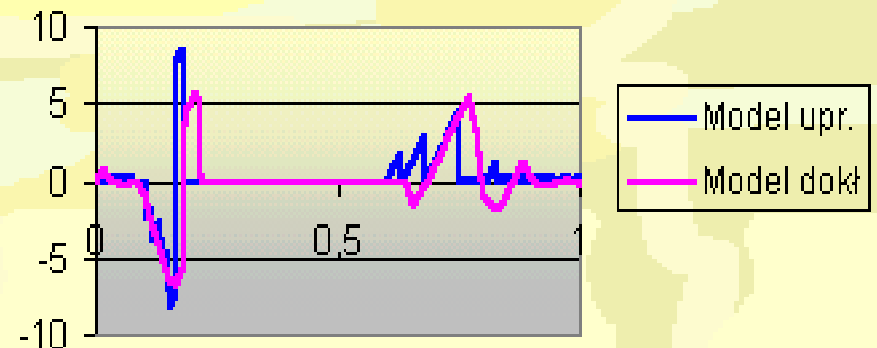
Porównanie modelu dokładnego i uproszczonego

- Szybkość algorytmu
- Dokładność algorytmu

Porównanie położeń młotka



Porównanie prędkości młotka





Symulacja

- Model dokładny
- Model uproszczony

