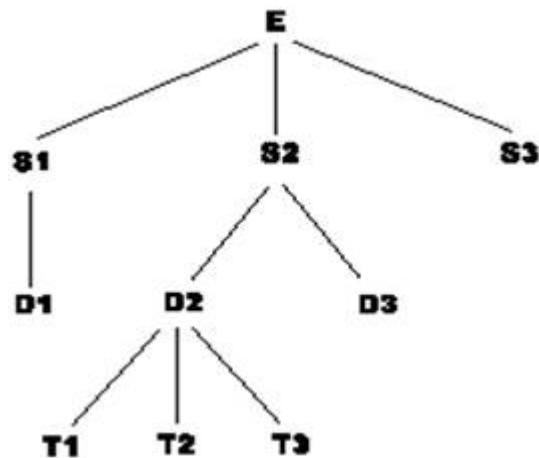




```
int main()  
{  
    return 0;  
}
```




Árboles



Programación III.

Objetivos

- 
- Familiarizarse con el concepto de árbol y sus términos asociados
 - Conocer la forma de representar un árbol y como calcular el equilibrio

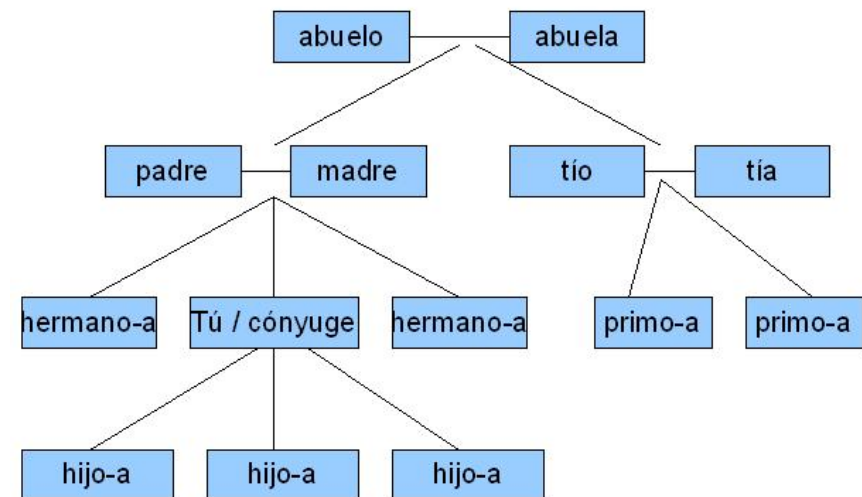
Introducción

- ❑ Los árboles son estructuras no lineales, al contrario que los arrays y listas enlazadas que constituyen listas lineales.
- ❑ Son utilizados en informática para representar formulas algebraicas, como un método eficiente para búsquedas grandes y complejas en listas dinámicas y en aplicaciones diversas tales como Inteligencia Artificial o algoritmos de cifrado.

Árboles generales

- Es una estructura en la que los datos se organizan de modo que los elementos de la información están relacionados entre si a través de ramas.
- Ej: Árbol genealógico.

Árbol genealógico

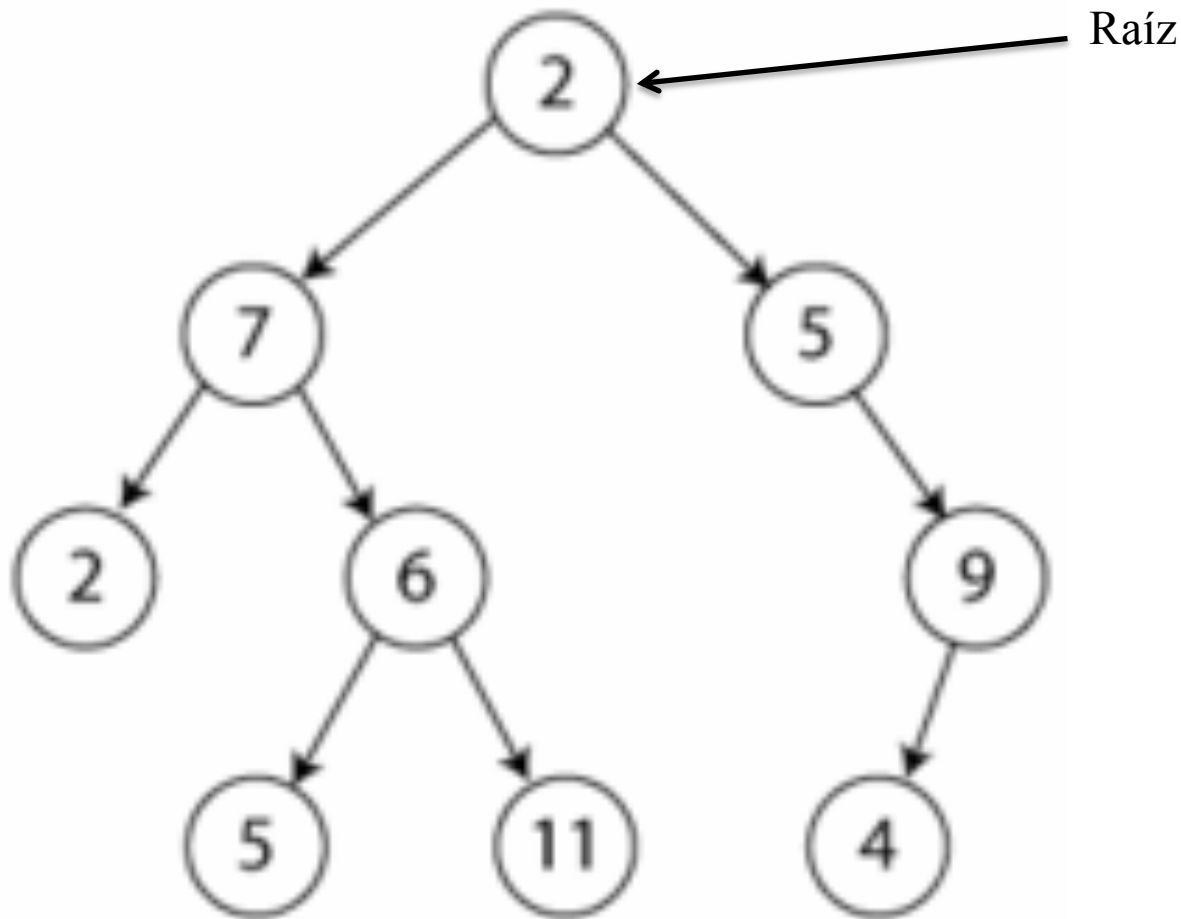


Definiciones:

- Un árbol consta de un conjunto finito de elementos denominados **nodos**, y un conjunto finito de líneas dirigidas, denominadas **ramas**, que conectan los nodos. El número de ramas asociado con un nodo es el **grado** del nodo.

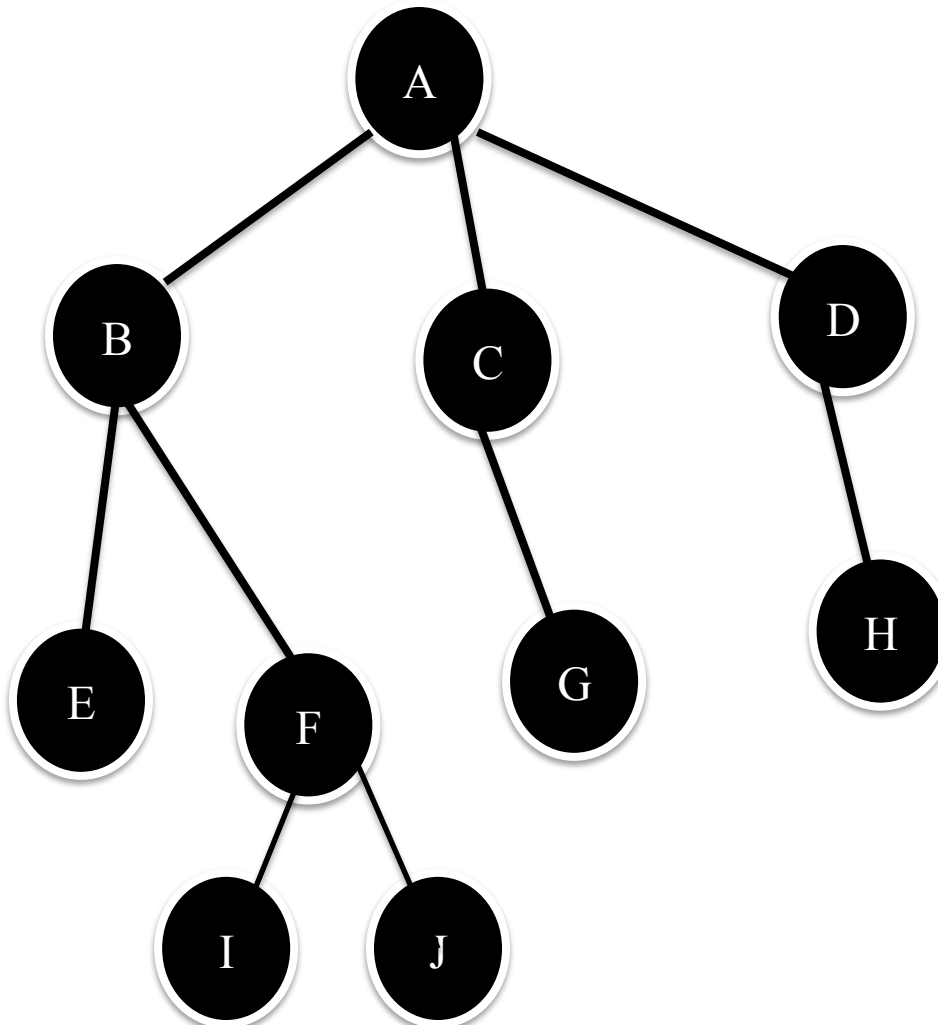
-
- ❑ Un árbol es un conjunto de uno o más nodos tales que:
 - Hay un nodo diseñado especialmente llamado raíz
 - Los nodos restantes se dividen en N conjuntos disjuntos tales que T_1, \dots, T_n en donde cada uno de estos conjuntos es un árbol. A T_1, T_2, \dots, T_n se le denomina subárboles de la raíz.
 - ❑ Si un árbol no está vacío, entonces el primer nodo se llama raíz.

Gráficamente



Terminología

- ❑ Utilizando el concepto de árbol genealógico un nodo puede ser considerado como un **padre** si tiene nodos sucesores.
- ❑ Los **nodos sucesores** se llaman **hijos**. Los hijos de un nodo y los hijos de los hijos se llaman **descendientes** y el padre y abuelos de un nodo se llaman **ascendientes**.



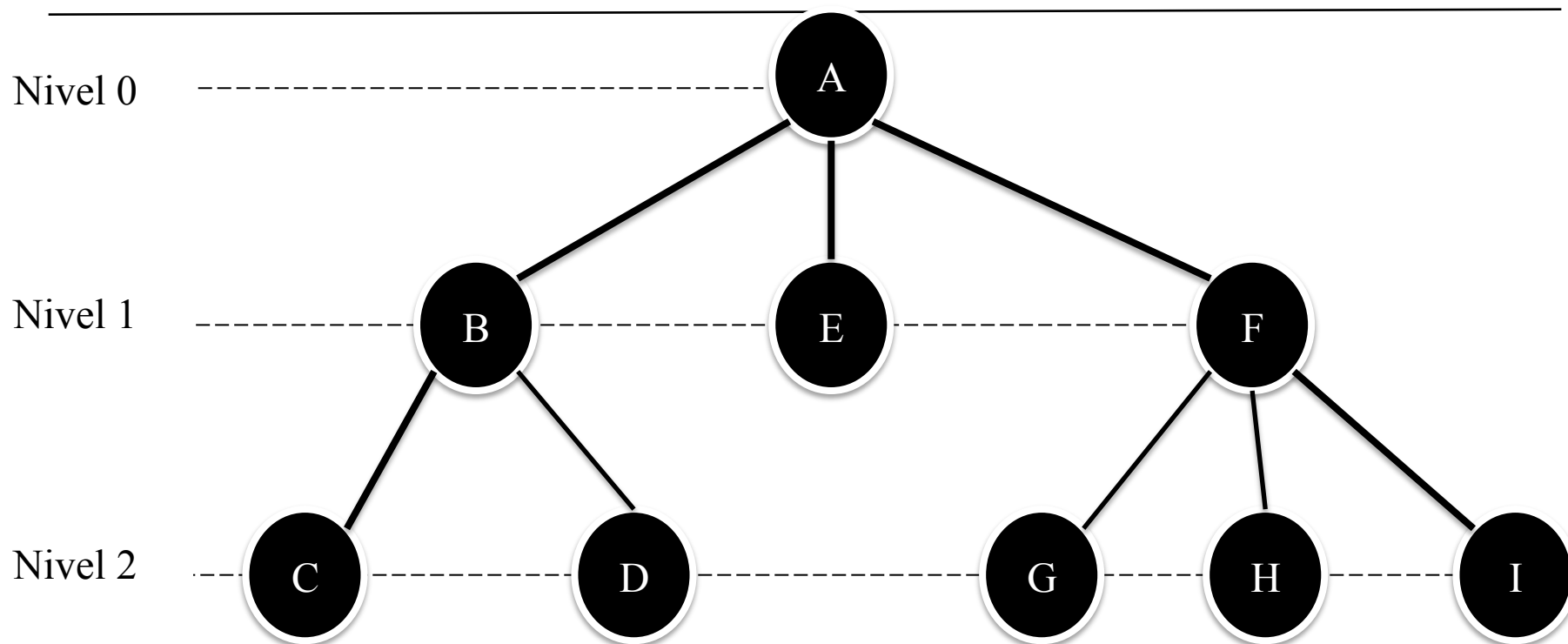
Los nodos E, F, I y J son descendientes de B

Cada nodo raíz tiene un único padre y cada padre tiene cero o más hijos.

Dos o más nodos con el mismo padre se llaman **hermanos**

Un nodo sin hijos se llama **“hoja”**

- ❑ El nivel de un nodo es su distancia al raíz. El raíz tiene una distancia cero de si misma. Por lo que se dice que el raíz está en un nivel 0. Los hijos del raíz están en nivel 1, sus hijos están en nivel 2 y sucesivamente.
- ❑ Los hermanos están siempre al mismo nivel, pero no todos los nodos de un mismo nivel son hermanos.



Padres : A,B,F

Hijos: B,E,F,C,D,G,H,I

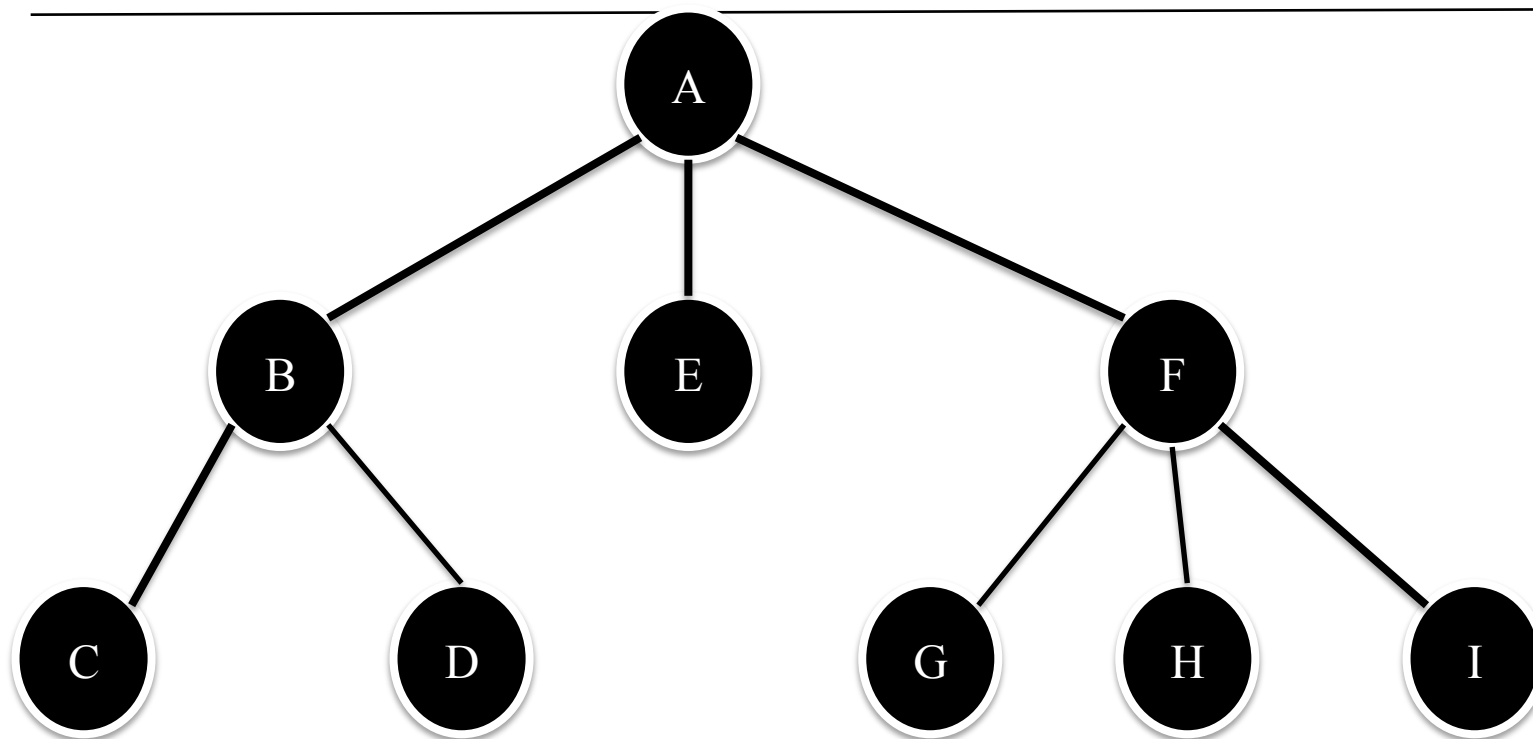
Hermanos: {B,E,F} {C,D} {G,H,I}

Hojas: C,D,E,G,H,I

Nodos alternos: B, F

Camino

- Es una secuencia de nodos en los que cada nodo es adyacente al siguiente. Cada nodo del árbol puede ser enlazado siguiendo un único camino que comienza en la raíz.
- La altura o profundidad de un árbol es nivel de la hoja del camino más largo desde la raíz más uno.

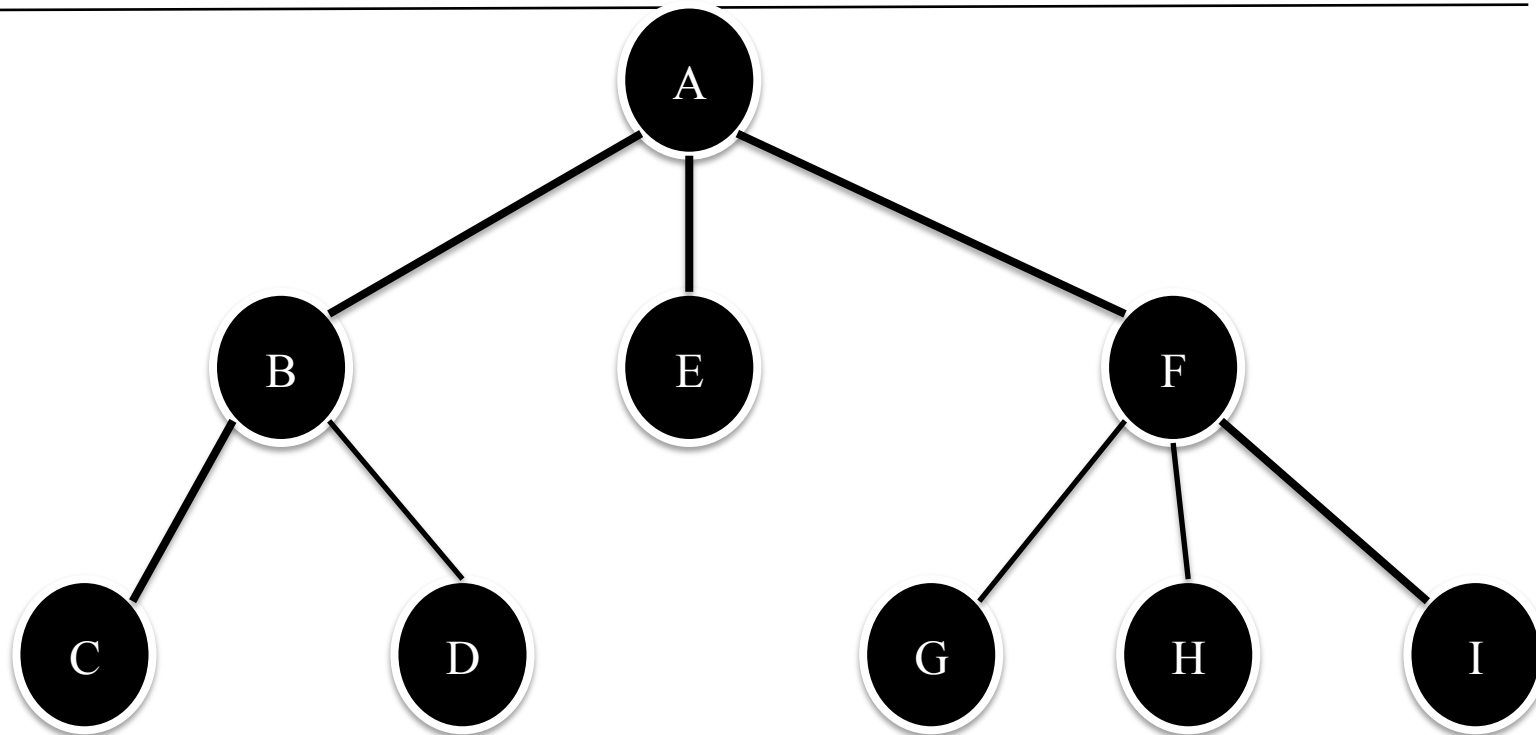


Profundidad 3

Por definición la altura de un árbol vacío es 0

Subárboles

- Es cualquier estructura conectada por debajo de la raíz. Cada nodo de un árbol es la raíz de un subárbol que se define por el nodo y todos los descendientes del nodo.
- El primer nodo de un subárbol se conoce como raíz del subárbol y se utiliza para nombrarlo.



En la figura BCD es un subárbol al igual que e y FGHI.

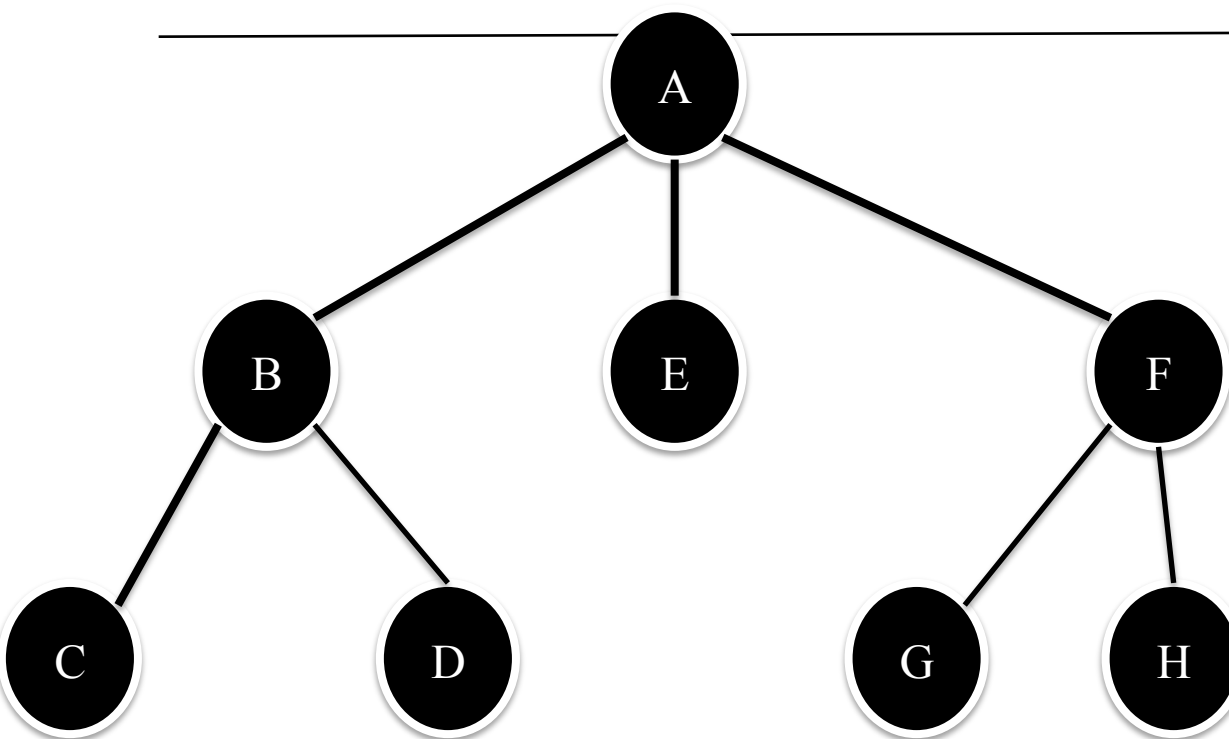
Un nodo simple es un subárbol. Por consiguiente el subárbol B se puede dividir en subárboles C y D mientras que el subárbol F tiene los subárboles : _____

Se dice que los subárboles CDGHI son subárboles sin descendientes.

Representación de un árbol

- ❑ Las formas de representar un árbol en papel son diversas entre ellas tenemos:
 - En diagrama
 - En lista

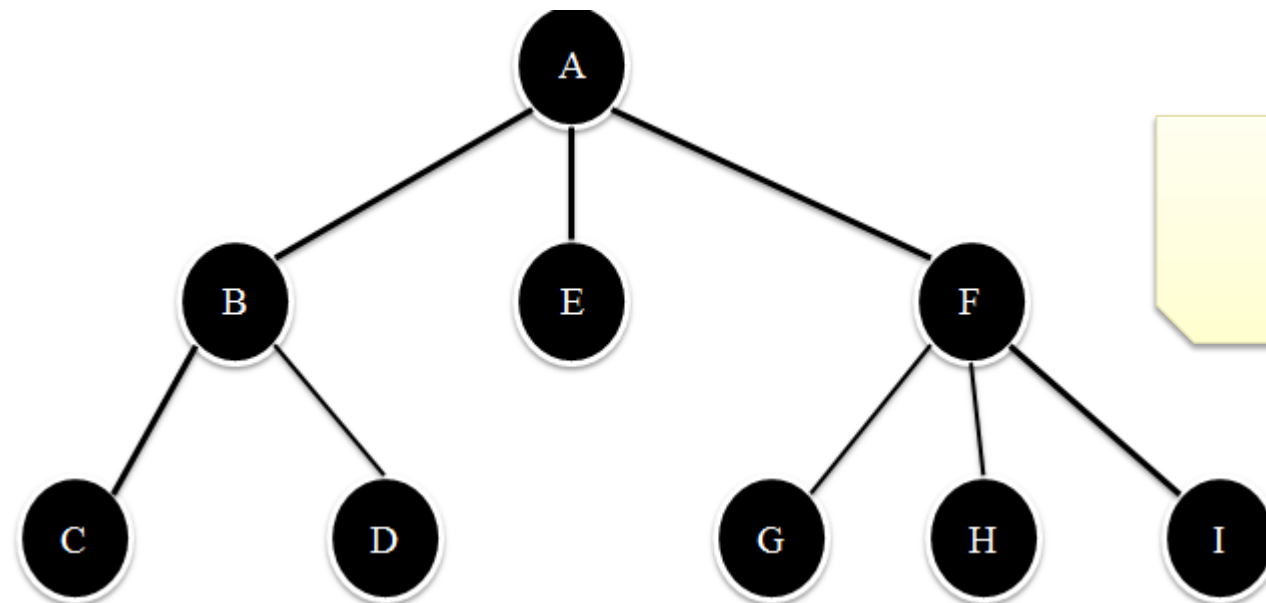
Diagrama



ID	Descripción
501	Computadora
501-11	Monitor
....	
501-21	CPU
501-211	Controlador
501-212	ALU
501-219	ROM

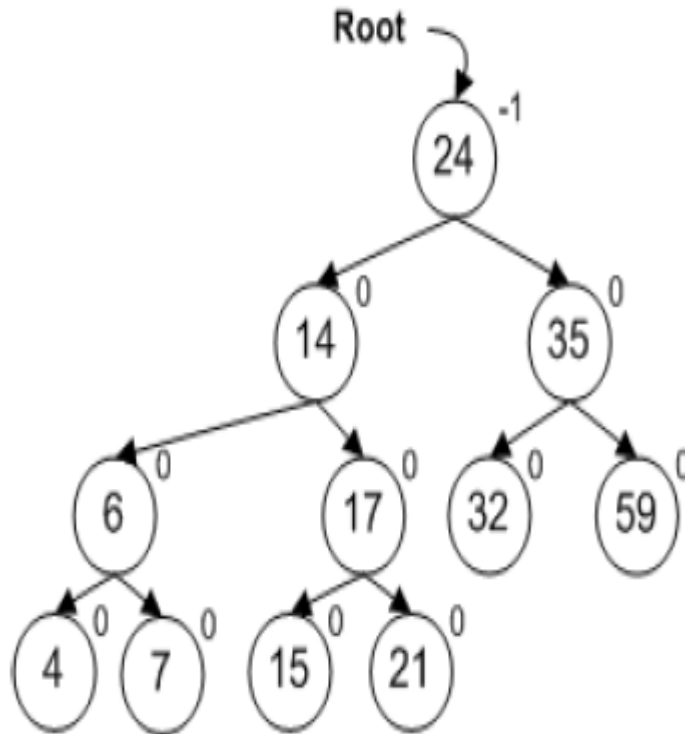
Representación de lista

- Mediante una lista entre paréntesis, en donde cada paréntesis abierto indica el comienzo de un nuevo nivel; cada paréntesis cerrado completa un nivel y se mueve hacia arriba en un nivel en el árbol.



A(B(C,D),E,F(G,H,I))

Representar el siguiente árbol en forma de lista



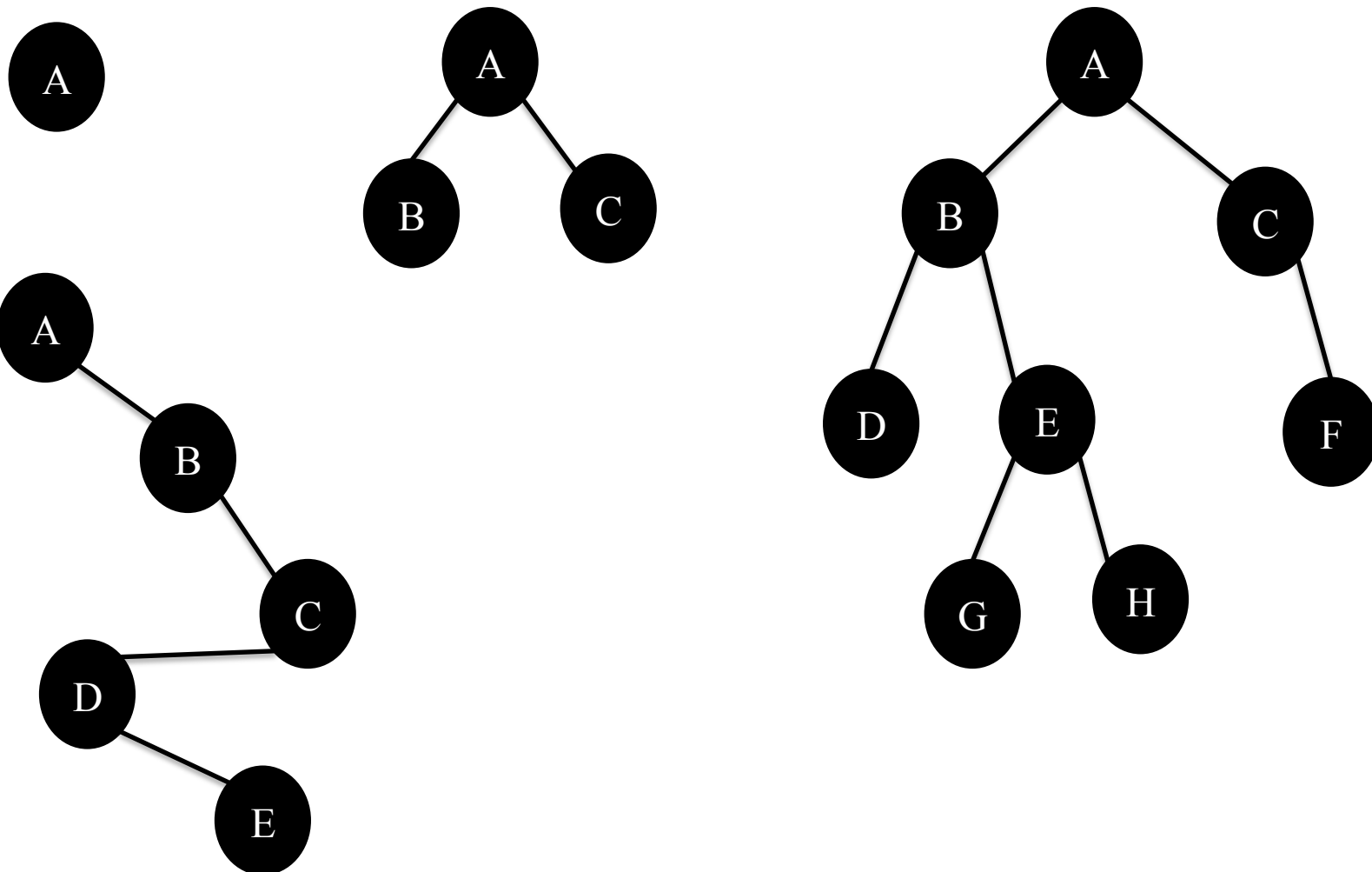
Representar los siguiente árboles en forma gráfica

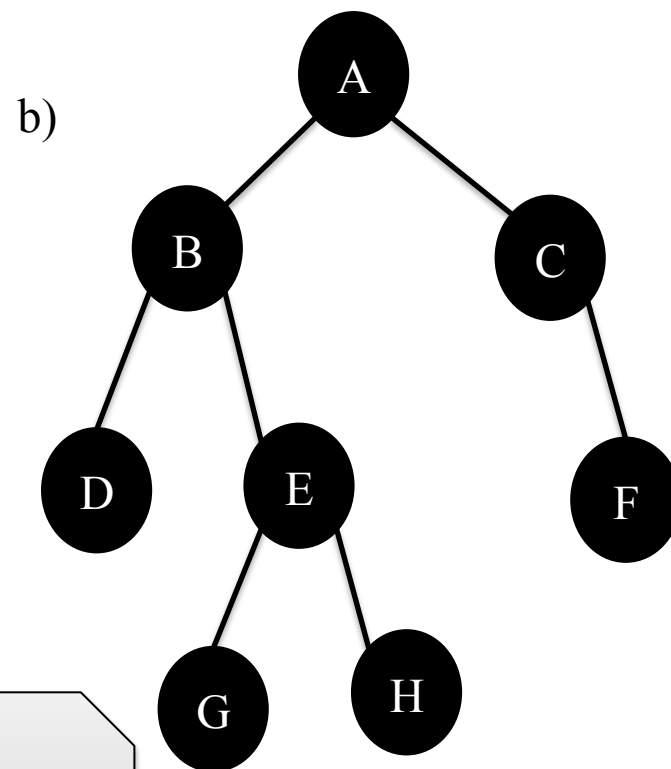
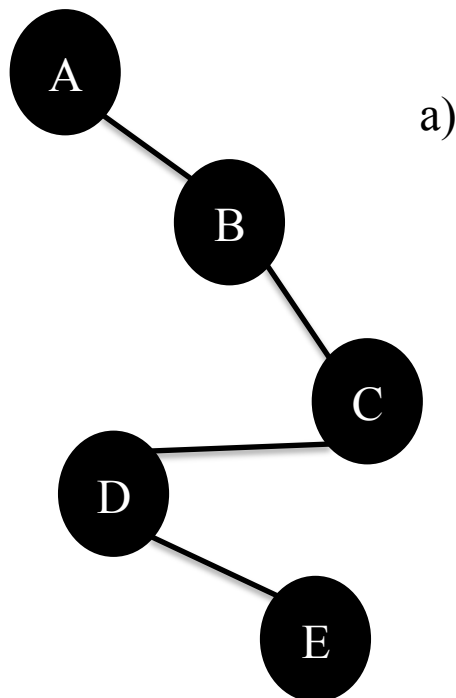
- **24(14(6(4), 17(,21),35(32,59)))**
- **30(12(10(4,7,11), 17(10,21),35(32,0,59)))**
-

Árboles Binarios

- Es un árbol en el que ninguno de los nodos puede tener más de dos subárboles. En un árbol binario cada nodo puede tener cero, uno o dos hijos. Se le conoce al nodo de la izquierda como *hijo izquierdo* al nodo de la derecha como *hijo derecho*.

Árboles binarios





¿Cuál la profundidad de los árboles ?
El árbol a se le conoce como “**árbol degenerado**”
porque en el existe un solo nodo hoja y cada nodo hoja
solo tiene un hijo. Un árbol degenerado es equivalente a
una *lista enlazada*

Equilibrio

- La distancia de un nodo al raíz determina la eficiencia con la que puede ser localizado. Por ejemplo dado cualquier nodo de un árbol, a sus hijos se puede acceder siguiendo sólo un camino de bifurcación o de ramas, el que conduce al nodo deseado. De modo similar a nivel 2 de un árbol sólo pueden ser accedidos siguiendo sólo dos ramas del árbol.

Equilibrio o Balance

- ❑ Para determinar si un nodo está equilibrado, se calcula su factor de equilibrio. *El factor de equilibrio* de un árbol binario es la diferencia en altura entre los subárboles izquierdo y derecho.
- ❑ $B = H_i - H_d$
- ❑ Ejercicios: Calcular el equilibrio de los árboles de la diapositiva 22

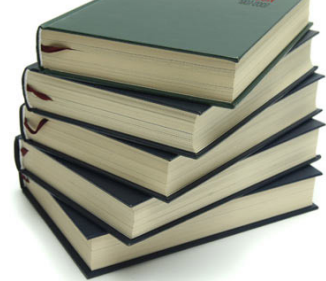
-
- ❑ Un árbol está equilibrado si su equilibrio o balance es cero y sus subárboles son también equilibrados. Dado que ésta definición ocurre raramente, se aplica una definición alternativa.

 - ❑ “Un árbol binario está equilibrado si la altura de sus subárboles difiere en no más de uno (su factor de equilibrio es $-1, 0, 0+D$) y sus subárboles son también equilibrados.



```
int main()  
{  
    return 0;  
}
```





Bibliografía

<http://c.conclase.net/edd/?cap=006#inicio>

[http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81rbol_\(inform%C3%A1tica\)](http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81rbol_(inform%C3%A1tica))

<http://www.algoritmia.net/articles.php?id=17>

Programación en C++, 1ª Edición, Luis Joyanes
Aguilar, capítulo 21