



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

Eksploatacja układów automatyki i robotyki

Temat prezentacji: Charakterystyki niezawodnościowe

Przygotowali:

- **Filo Paweł**
- **Fiutek Karol**
- **Giza Bartłomiej**
- **Grywalski Bartłomiej**
- **Grzanka Maciej**

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

Kraków 2011

Rok 4, Automatyka i Robotyka

Spis omawianych zagadnień

1. Wstęp
2. Rozkład procesów zużycia (normalny, prostokątny)
3. Charakterystyki:
 - a) prawdopodobieństwo poprawnej pracy - P_p ,
 - b) prawdopodobieństwo uszkodzenia: $1-P_p$,
 - c) intensywność uszkodzeń – λ – podstawowy,
 - d) częstotliwość uszkodzeń,
 - e) zależność między charakterystykami,
 - f) niezawodność,
 - g) sprawność, trwałość,
 - h) czas eksploatacji,
 - i) trwałość sumacyjna,
 - j) układy ciągłe i dyskretne (omówić i niezawodność) dwustanowe.
4. Bibliografia

Niezawodność – właściwość obiektu charakteryzująca jego zdolność do wykonywania określonych funkcji, w określonych warunkach i określonym czasie. W sensie ilościowym niezawodność to prawdopodobieństwo poprawnego funkcjonowania zgodnie z przeznaczeniem w określonym czasie.

Eksploatacja jest to zjawisko techniczno-ekonomiczne podejmowane wraz z wyprodukowaniem, sprzedażą obiektu lub systemu i kończy się wraz z jego wycofaniem. Słowo najczęściej dotyczy obiektów i systemów technicznych jednak zjawisko jest powszechne i każdy proces eksploatacji jest częścią eksploatacji środowiska. W szczególności do eksploatacji są przyjmowane obiekty naturalne (rzeki, złoża itp.), która kończy się wraz z zaniechaniem tego.

Sprawność – skalarna bezwymiarowa wielkość fizyczna określająca w jakim stopniu urządzenie, organizm lub proces przekształca energię występującą w jednej postaci w energię w innej postaci, stosunek wartości wielkości wydawanej przez układ do wartości tej samej wielkości dostarczanej do tego samego układu.

Tak określoną sprawność można wyznaczyć następująco:

$$\eta = \frac{E_{wy}}{E_{we}}$$

gdzie:

η – sprawność,

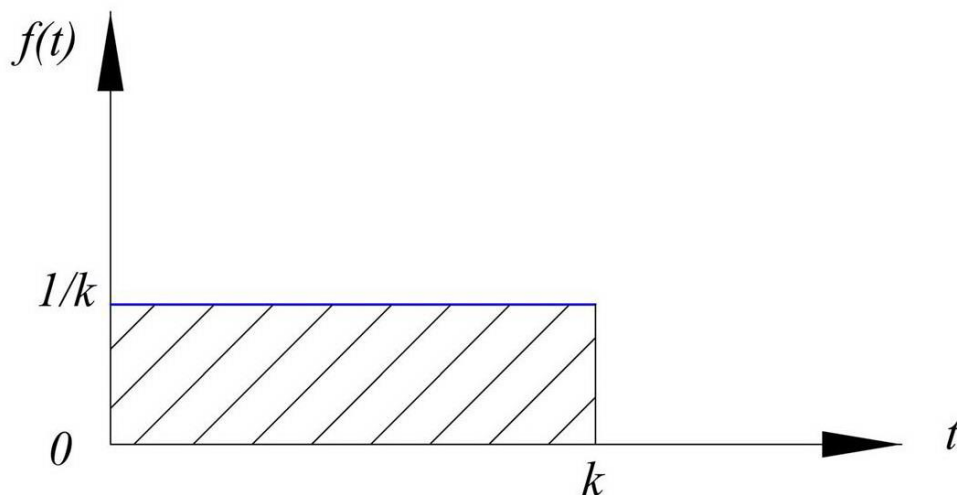
E_{wy} – energia przetworzona w dżulach (J),

E_{we} – energia dostarczona w J.

Sprawność wyrażana jest w jednostkach względnych (tzn. bez tak zwanego miana) jako ułamek, często w zapisie procentowym (w procentach)

Rozkład procesów zużycia (normalny, prostokątny)

Rozkład prostokątny (nazywany również równomiernym jednostajnym, amodalnym) jest przykładem rozkładu ograniczonego, ze względu na założenie, że układ nie będzie działał dłużej niż k jednostek czasu. Charakteryzuje się on **stałą gęstością prawdopodobieństwa w przedziale $(0, k)$** , co oznacza że prawdopodobieństwo uszkodzenia obiektu zależy jedynie od długości tego przedziału a nie od jego położenia na osi czasu. Dla wartości **spoza przedziału $(0, k)$ funkcja gęstości przyjmuje wartość równą 0**.

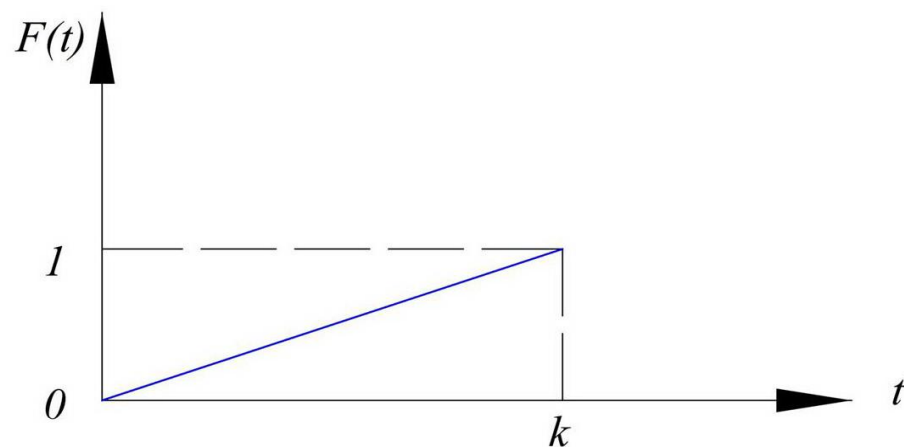


$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{k} & \text{dla } 0 \leq t \leq k \\ 0 & \text{dla } k < t < \infty \end{cases}$$

Charakterystyka gęstości prawdopodobieństwa.

Rozkład procesów zużycia (normalny, prostokątny)

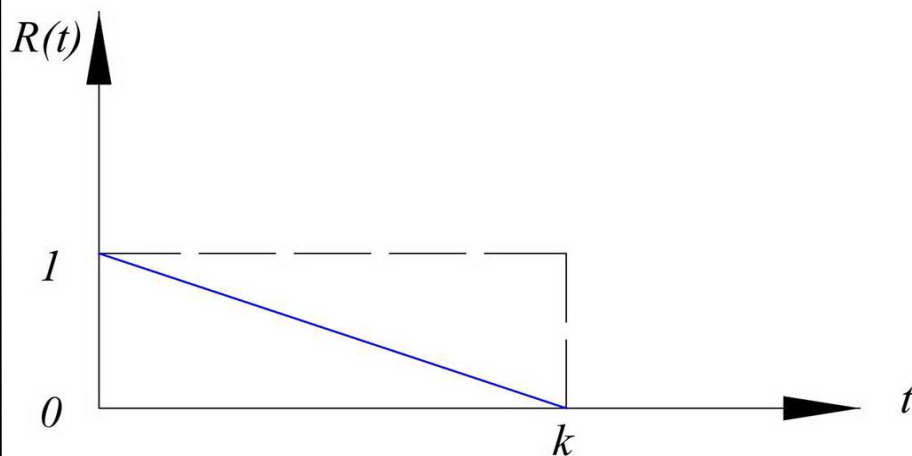
Funkcja zawodności



$$F(t) = \int_0^t f(t) dt = \int_0^t \frac{1}{k} dt = \frac{t}{k} \Big|_0^t = \frac{t}{k}$$

dla $0 \leq t \leq k$

Funkcja niezawodności

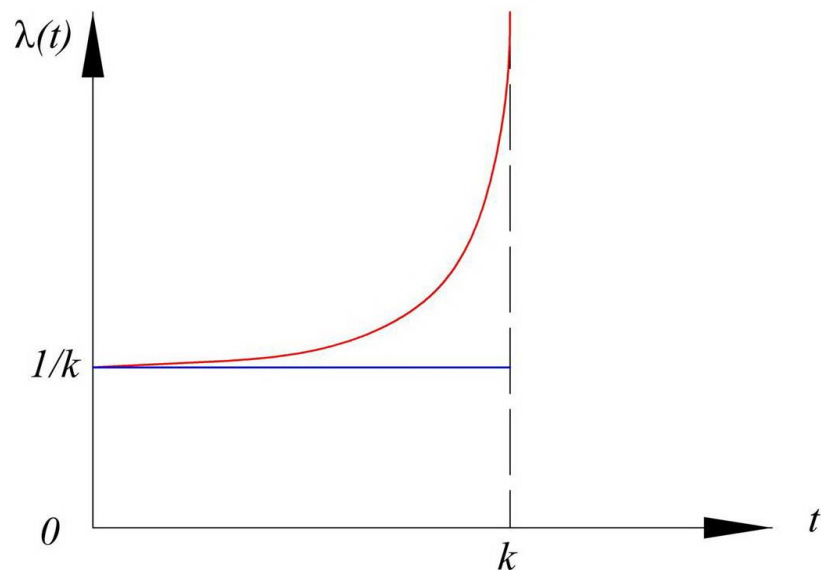


$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \frac{t}{k} = \frac{k - t}{k}$$

dla $0 \leq t \leq k$

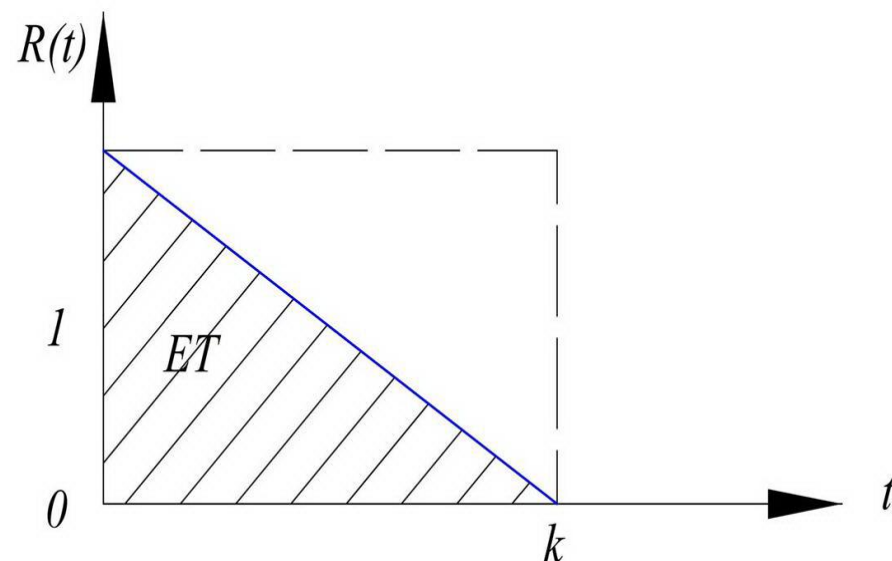
Rozkład procesów zużycia (normalny, prostokątny)

Intensywność uszkodzeń



$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\frac{1}{k}}{\frac{k-t}{k}} = \frac{1}{k-t} \quad \text{dla } 0 \leq t \leq k$$

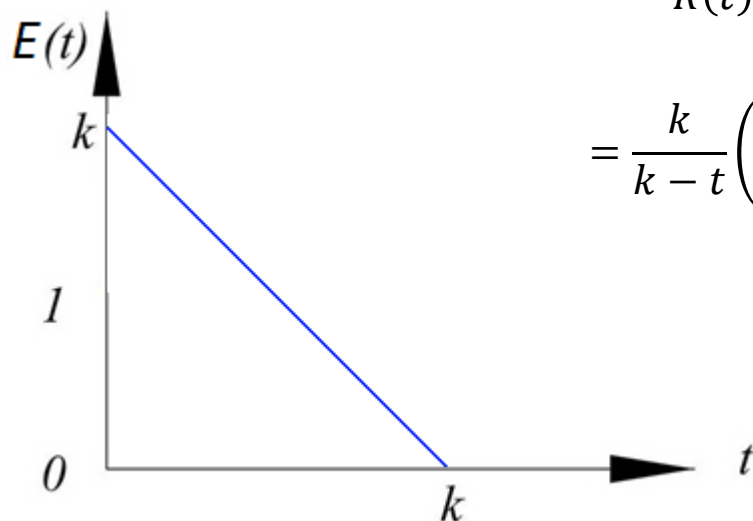
Oczekiwany czas zdatności



$$\begin{aligned} ET &= \int_0^k R(t) dt = \int_0^k \left(1 - \frac{t}{k}\right) dt = \\ &= \left(t - \frac{t^2}{2k}\right) \Big|_0^k = k - \frac{k^2}{2k} = k - \frac{k}{2} = \frac{k}{2} \end{aligned}$$

Rozkład procesów zużycia (normalny, prostokątny)

Oczekiwany pozostały czas zdatności



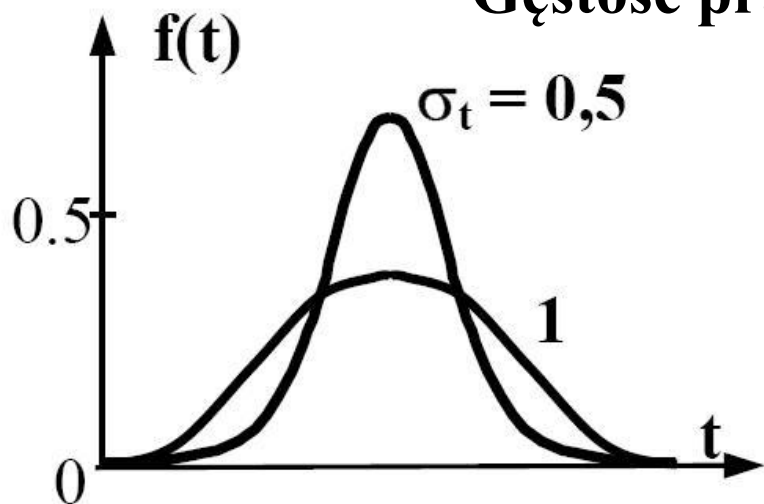
$$\begin{aligned}
 E(t) &= \frac{1}{R(t)} \int_r^k R(u) du = \frac{k}{k-t} \int_t^k \left(1 - \frac{u}{k}\right) du = \frac{k}{k-t} \left(u - \frac{u^2}{2k}\right) \Big|_t^k = \\
 &= \frac{k}{k-t} \left(k - \frac{k^2}{2k} - t + \frac{t^2}{2k}\right) = \frac{k}{k-t} \left(\frac{2k^2 - k^2 - 2kt + t^2}{2k}\right) = \\
 &= \frac{k}{k-t} \left(\frac{k^2 - 2kt + t^2}{2k}\right) = \\
 &= \frac{(k-t)^2}{2(k-t)} = \frac{k-t}{2}
 \end{aligned}$$

Rozkład procesów zużycia (normalny, prostokątny)

Rozkład normalny.

Rozkład normalny (inaczej **rozkład Gaussa** lub **krzywa dzwonowa**) rozpatrywany jest z parametrami t , σ_t^2 a oznaczamy go $N(t, \sigma_t^2)$. Jego niezawodnościowe charakterystyki funkcyjne określone są następującymi wzorami.

Gęstość prawdopodobieństwa



$$f(t) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\hat{t})^2}{2\sigma_t^2}}$$

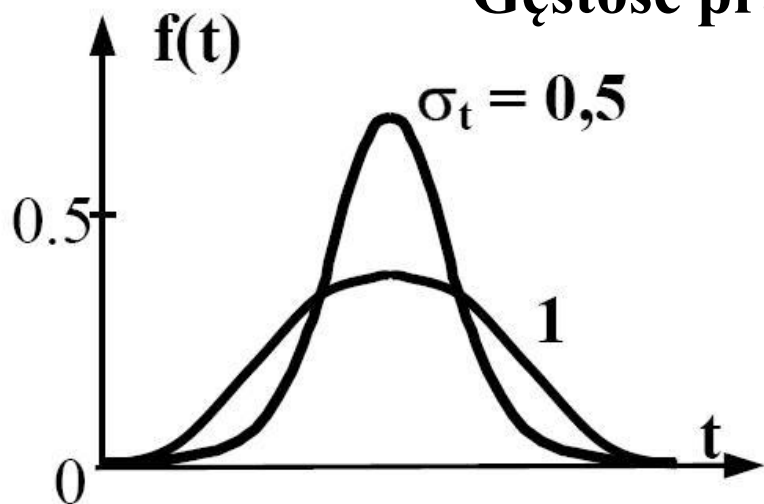
dla $t \geq 0$

Rozkład procesów zużycia (normalny, prostokątny)

Rozkład normalny.

Rozkład normalny (inaczej **rozkład Gaussa** lub **krzywa dzwonowa**) rozpatrywany jest z parametrami t , σ_t^2 a oznaczamy go $N(t, \sigma_t^2)$. Jego niezawodnościowe charakterystyki funkcyjne określone są następującymi wzorami.

Gęstość prawdopodobieństwa



$$f(t) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\hat{t})^2}{2\sigma_t^2}}$$

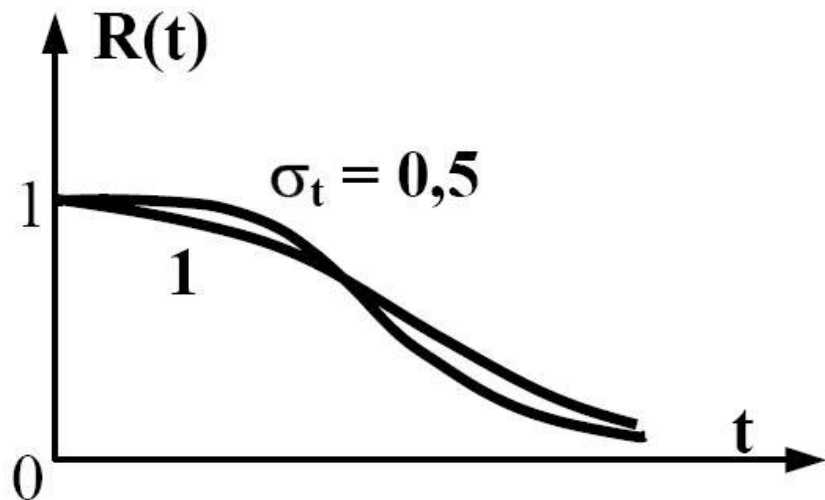
dla $t \geq 0$

Rozkład procesów zużycia (normalny, prostokątny)

Funkcja zawodności

$$F(t) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{(x-\hat{t})^2}{2\sigma_t^2}} dx \quad \text{dla } 0 < t < \infty$$

Funkcja niezawodności



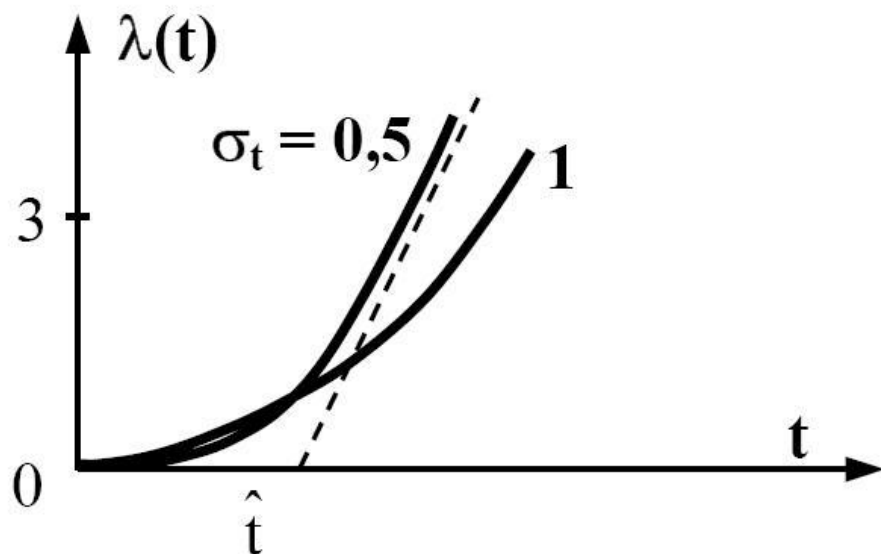
$$R(t) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \int_t^{\infty} e^{-\frac{(x-\hat{t})^2}{2\sigma_t^2}} dx$$

dla $t \geq 0$

$$R(t) = 1 - F_0\left(\frac{\hat{t} - t}{\sigma_t}\right)$$

Rozkład procesów zużycia (normalny, prostokątny)

Intensywność uszkodzeń



$$\lambda(t) = \frac{-f_0\left(\frac{\hat{t} - t}{\sigma_t}\right)}{6_t F_0\left(\frac{\hat{t} - t}{\sigma_t}\right)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

Rozkład procesów zużycia (normalny, prostokątny)

Rozkład normalny jest odpowiednim modelem w przypadku gdy **szacujemy zdatność obiektu**, w przypadku którego uszkodzenia powstają na skutek stopniowo zachodzących zmian o charakterze starzenia. Jest to podyktowane tym, że dla **małych t intensywność uszkodzeń rośnie bardzo powoli**. W momencie gdy wartość t **jest bliska \hat{t}** następuje **szybki wzrost intensywności uszkodzeń** i krzywa zbliża się do asymptoty ukośnej. **Kąt nachylenia asymptoty do osi czasu wzrasta** tym bardziej **im mniejsze jest odchylenie standardowe σ_t** , co oznacza, że gdy wartość σ_t **jest bardzo mała** obiekt **uszkadza się w czasie zbliżonym do oczekiwanego czasu zdatności**.

Prawdopodobieństwo poprawnej pracy

Poprawna praca oznacza, że eksploatowane urządzenie (obiekt techniczny) **nie zawiedzie nas**, że będzie działało poprawnie tak długo jak tego od niego oczekujemy. Oczywiście nie istnieją urządzenia pracujące w nieskończoność, choć coraz częściej wyłącza się z eksploatacji obiekty zużyte „normalnie”, czyli sprawne ale takie, które zostaną zastąpione przez nowsze, lepsze. [11]

Najczęściej stosowanymi wskaźnikami charakteryzującymi niezawodność obiektów są prawdopodobieństwo poprawnej pracy $R(t)$, oraz intensywność uszkodzenia $\lambda(t)$.

$$R(t) + F(t) = 1$$

gdzie:

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

λ – wskaźnik intensywności uszkodzeń np.: 10^{-3} , 10^{-6} , 10^{-8} , 10^{-12}

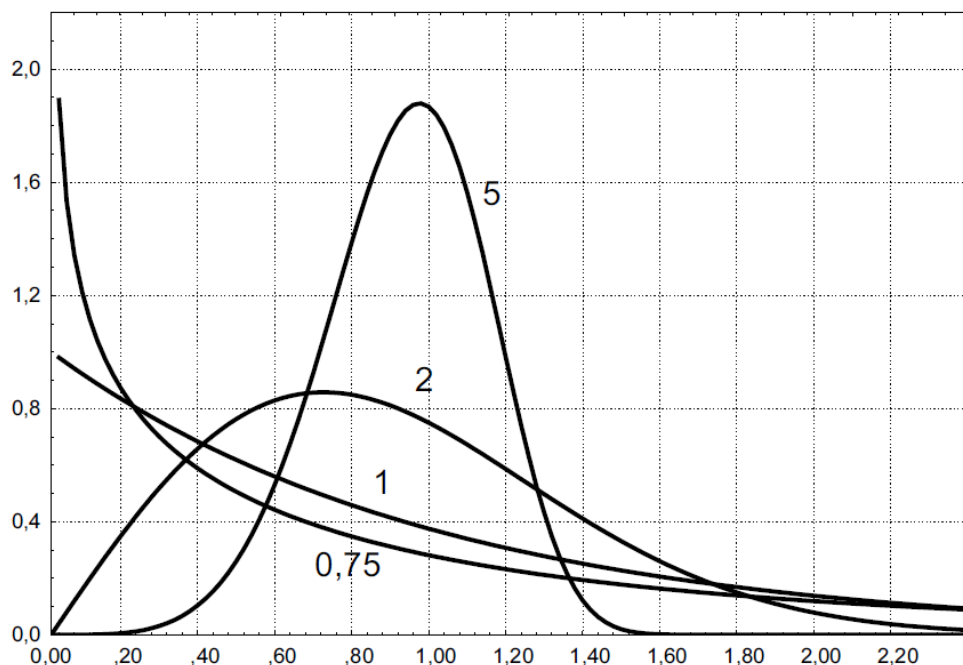
$F(t)$ – prawdopodobieństwo uszkodzenia

Prawdopodobieństwo uszkodzenia

Kolejnym często stosowanym wskaźnikiem jest prawdopodobieństwo uszkodzenia- $F(t)$

Prawdopodobieństwo uszkodzenia wiąże się z prawdopodobieństwem poprawnej pracy.

$$F(t) = 1 - R(t)$$



Rozkładu prawdopodobieństwa Weibulla jest uogólnieniem rozkładu wykładniczego. Na rysunku podane są przykłady krzywych gęstości prawdopodobieństwa Weibulla dla różnych wartości parametru kształtu c . Rozkład ten. przy $c < 1$ opisuje efekt rozruchowy urządzenia, dla $c > 1$ efekt zużycia, który pojawia się po pewnym czasie a dla $c = 1$ staje się rozkładem wykładniczym o stałej funkcji ryzyka opisującej dobrze okres środkowy, w którym urządzenie działa z maksymalną niezawodnością.

Intensywność uszkodzeń

Uszkodzenie jest to przejście maszyny ze stanu zdatności w stan niezdatności, może to następować zarówno w czasie pracy maszyny jak i postoju lub magazynowania. Zakłada się, że uszkodzanie maszyn jest procesem losowym, jednakże podlega pewnym prawom.

Funkcję tę definiuje się następująco:

$$\lambda(t) = -\frac{d}{dt} [\ln R(t)] \quad t > 0$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

Ze wzoru (4.6) otrzymuje się również

$$\lambda(t) = -\frac{d}{dt} [\ln R(t)] = -\frac{1}{R(t)} \frac{d}{dt} R(t) = -\frac{R'(t)}{R(t)}$$

Zależność między funkcjami niezawodności

Niezawodność	$R(t) =$	$R(t)$	$1 - F(t)$	$\int_t^{\infty} f(s) \cdot ds$	$\exp\left[-\int_0^t \lambda(s) \cdot ds\right]$	$\exp[-\Lambda(t)]$
Dystrybucja	$F(t) =$	$1 - R(t)$	$F(t)$	$\int_0^t f(s) \cdot ds$	$1 - \exp\left[-\int_0^t \lambda(s) \cdot ds\right]$	$1 - \exp[-\Lambda(t)]$
Gęstość	$f(t) =$	$-\frac{d}{dt}[R(t)]$	$\frac{d}{dt}[F(t)]$	$f(t)$	$\lambda(t) \cdot \exp\left[-\int_0^t \lambda(s) \cdot ds\right]$	$\frac{d}{dt}\{\exp[-\Lambda(t)]\}$
Intensywność uszkodzeń	$\lambda(t) =$	$-\frac{d}{dt}[\ln R(t)]$	$-\frac{d}{dt}\{\ln[1 - F(t)]\}$	$\frac{f(t)}{\int_0^t f(s) \cdot ds}$	$\lambda(t)$	$\frac{d}{dt}[\Lambda(t)]$
Funkcja wiodąca	$\Lambda(t) =$	$\ln \frac{R(0)}{R(t)}$	$\ln \frac{1 - F(0)}{1 - F(t)}$	$\frac{\int_0^t f(s) \cdot ds}{\int_0^t f(u) \cdot du}$	$\int_0^t \lambda(s) \cdot ds$	$\Lambda(t)$

Częstotliwość uszkodzeń

Z obserwacji wynika, że najlepiej opracowane pod względem konstrukcyjnym urządzenie nie sprostanałożonym zadaniom, jeśli nastąpi jego uszkodzenie.

Uszkodzenie jest to przejście maszyny ze stanu zdatności w stan niezdatności, może to następować zarówno w czasie pracy maszyny jak i postoju lub magazynowania. Zakłada się, że uszkodzanie maszyn jest procesem losowym, jednakże podlega pewnym prawom.

Częstotliwość uszkodzeń urządzenia

$$f_u = \frac{1}{T_p + T_n}$$

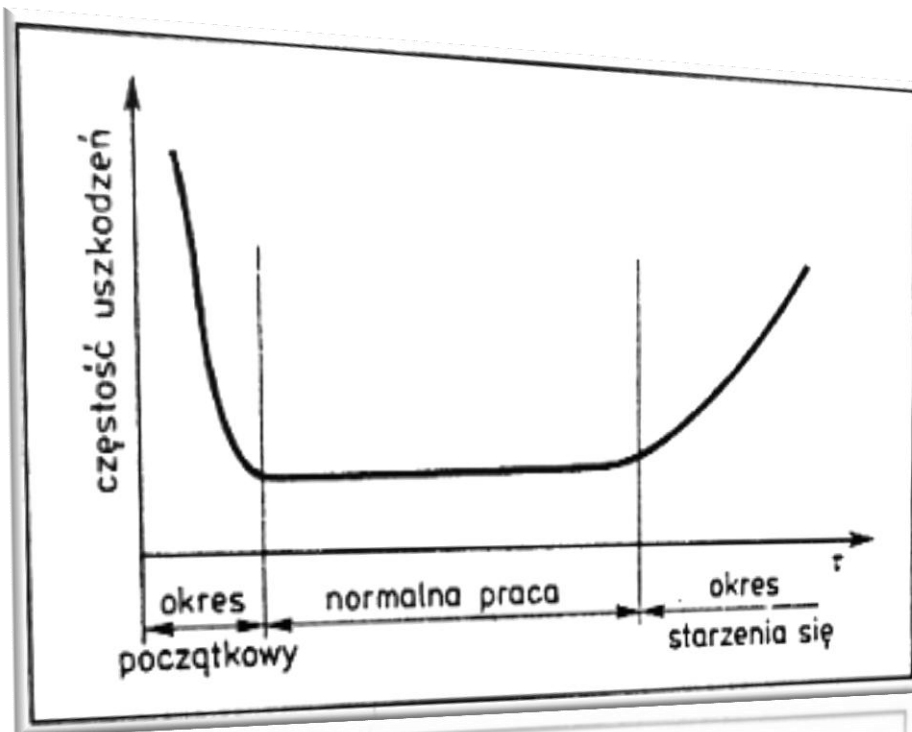
gdzie:

f_u - częstotliwość uszkodzenia.

T_p - założony (lub wymagany) czas pracy bez uszkodzenia w [h]

T_n - założony (lub wymagany) czas naprawy w[h]

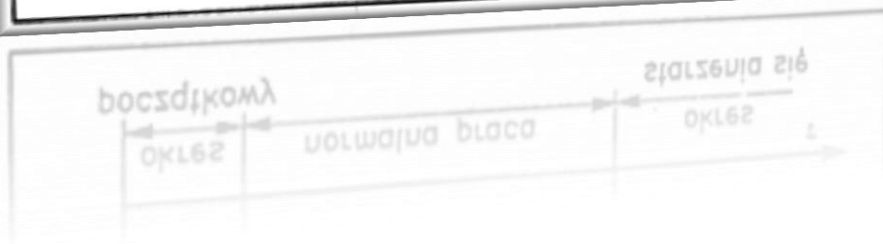
Częstotliwość uszkodzeń



Okres początkowy: uszkodzenia wynikają głównie z wad produkcyjnych, technologicznych, eksploatacyjnych oraz niekiedy konstrukcyjnych, występuje duża częstość uszkodzeń

Normalna praca: częstość uszkodzeń jest niska, uszkodzenia są wynikiem głównie ograniczeń tkwiących w projekcie, zmęczenia, zużycia, lub błędów eksploatacyjnych

Starzenie się: wynika z naturalnego zużycia elementów, zmiany właściwości materiałów, okres starzenia powinien być określony przez konstruktora



Trwałość obiektu, trwałość sumacyjna

Trwałość obiektu - właściwość obiektu charakteryzująca jego zdolność do zachowania stanu zdatności w określonych warunkach do wykonania naprawy głównej, pomiędzy naprawami głównymi czy też zakończenia eksploatacji. W sensie ilościowym określa się wykonaną pracą.

Trwałość sumacyjna

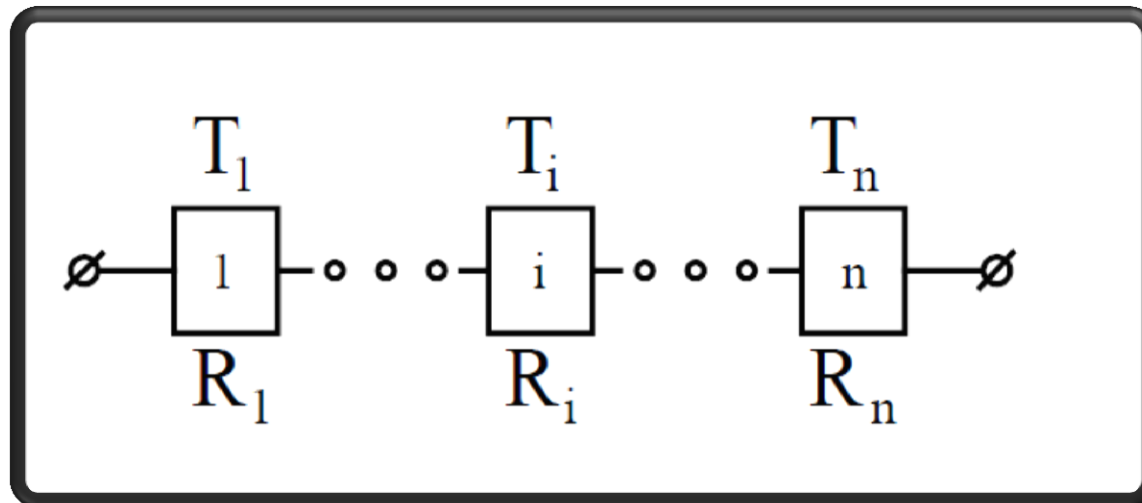
Każdy obiekt zbudowany jest z obiektów prostych wśród, których wyróżnia się obiekty, mające szeregową, równoległą, szeregowo-równoległą lub równoległo - szeregową strukturę.

Trwałość obiektu o strukturze szeregowej

$$T_s = \min (T_i) = \min (T_1, \dots, T_i, \dots, T_n)$$

gdzie T_i jest trwałością i - tego elementu.

Wzór ten mówi iż trwałość obiektu T_s jest zdefiniowana przez trwałość najsłabszego elementu. Przykładem obiektu o strukturze szeregowej jest łańcuch, w którym ogniwa są połączone szeregowo.

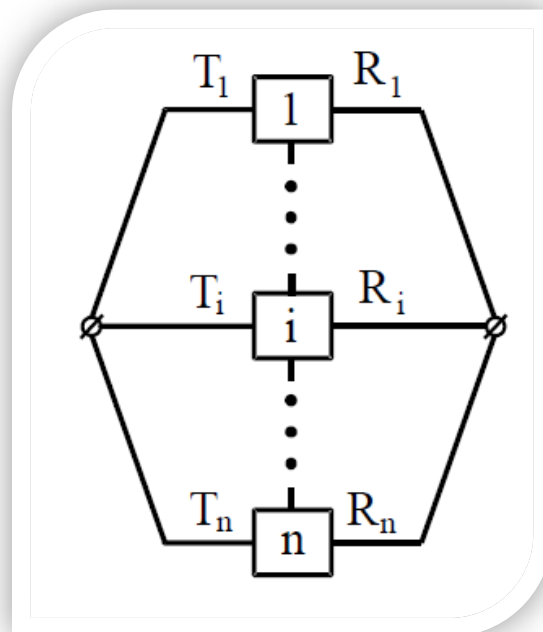


Trwałość obiektu strukturze równoległej

$$T_r = \max (T_i) = \max (T_1, \dots, T_i, \dots, T_n)$$

gdzie T_i jest trwałością i - tego elementu.

Według wzoru trwałość obiektu równoległego T_r jest określona przez trwałość najmocniejszego (najtrwalszego) elementu.



Trwałość obiektu szeregowo-równoległego

$$T_{sr} = \min_j (T_j) = \min (T_1, \dots, T_i, \dots, T_n)$$

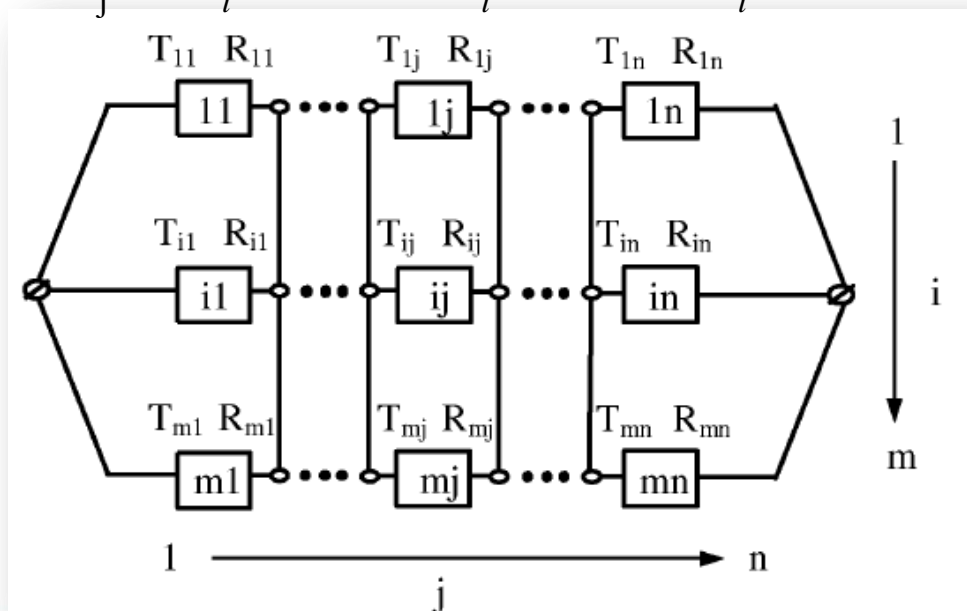
co oznacza iż trwałość całego zespołu określa trwałość najsłabszego zespołu, przy czym trwałość poszczególnych zespołów określa wzór

$$T_j = \max_i (T_{ij}) = \max (T_{1j}, \dots, T_{ij}, \dots, T_{mj})$$

który mówi iż trwałość danego zespołu określa jego najmocniejszy element.

Tak więc ostateczny wzór dla obiektu szeregowo-równoległego ma postać:

$$T_{sr} = \min_j [\max_i (T_{ij})] = \min_j [\max_i (T_{i1}), \dots, \max_i (T_{ij}), \dots, \max_i (T_{in})]$$



Trwałość obiektu równoległo-szeregowego

$$T_{rs} = \max_j (T_j) = \max (T_1, \dots, T_i, \dots, T_n)$$

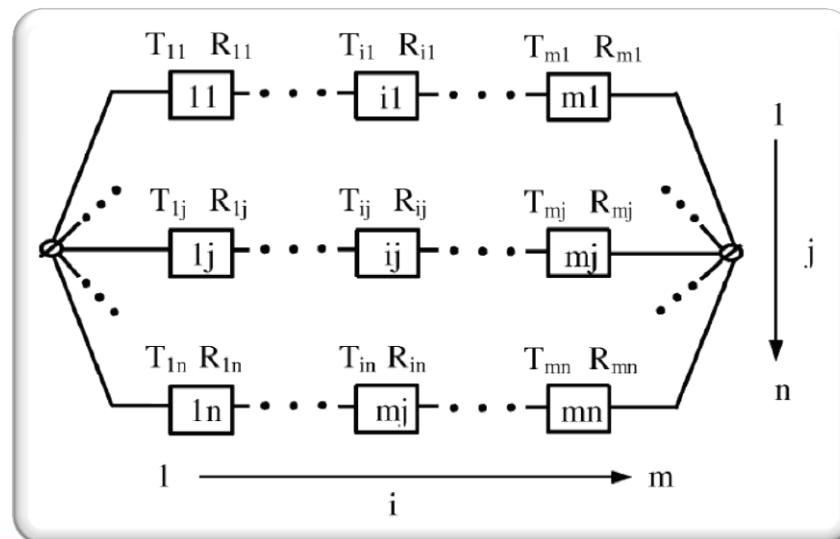
co oznacza iż trwałość całego zespołu określa trwałość najsłabszego zespołu, przy czym trwałość poszczególnych zespołów określa wzór

$$T_j = \min_i (T_{ij}) = \min (T_{1j}, \dots, T_{ij}, \dots, T_{nj})$$

który mówi iż trwałość danego zespołu określa jego najmocniejszy element.

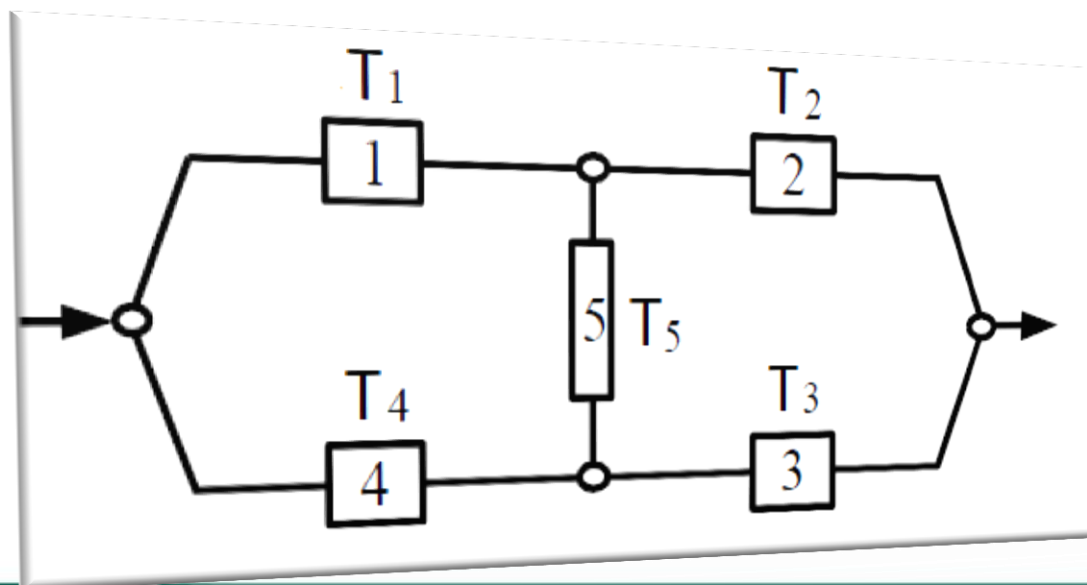
Tak więc ostateczny wzór dla obiektu szeregowo-równoległego ma postać:

$$T_{rs} = \max_j [\min_i (T_{ij})] = \max_j [\min_i (T_{i1}), \dots, \min_i (T_{ij}), \dots, \min_i (T_{in})]$$



Trwałość sumaryczna - Metoda dekompozycji prostej

Metodą stosowaną do wyznaczania trwałości sumacyjnej, czyli trwałości całego układu jest tzw. **metoda dekompozycji prostej**. Polega ona na tym, iż strukturę danego obiektu poprzez kolejne operacje strukturalne przekształca się, **rozkłada na obiekty proste tzn. mające szeregową, równoległą, szeregowo - równoległą lub równoległo - szeregową strukturę**. Ich trwałość oblicza się z ze znanych wzorów a następnie wyznacza się trwałość całkowitą. Cechą charakterystyczną tej metody jest to, że dekompozycję obiektu n – elementowego wykonuje się zawsze względem jednego dowolnie wybranego i -tego elementu w wyniku czego otrzymuje się za każdym razem dwa obiekty $(n-1)$ – elementowe, nie zawierające i -tego elementu.



Układy ciągłe i dyskretne

Układ ciągły jest wtedy, gdy zmienne zależne y_1, \dots, y_m są funkcjami ciągłymi co najmniej jednej zmiennej niezależnej przestrzennej. Jeśli jest to zależność od co najmniej od dwóch zmiennych niezależnych to opis matematyczny jest przeprowadzony za pomocą równań różniczkowych cząstkowych. W celu przekształcenia układu ciągłego w układ dyskretne należy podzielić go na n elementów skończonych. **Każdy modelowany rzeczywisty układ jest ciągły, a układ dyskretne jest tylko jego przybliżeniem.**

Układy dwustanowe

Dwustanowy proces eksploatacji polega na tym iż wyróżnia się dwa stany działania układu czas $T_u(t)$ przebywania urządzenia w stanie użytkowania (na stanowisku użytku) oraz czas $T_o(t)$ przebywania urządzenia w stanie obsługi (na stanowisku obsługi).

W dwustanowym procesie eksploatacji urządzenia widoczny jest bardzo wyraźny ogólny podział czasu eksploatacji urządzenia (czasu kalendarzowego) na czas użytkowania i czas obsługi. Czas użytkowania liczy się dla urządzenia tylko wtedy, gdy są spełnione odpowiednie warunki techniczne i organizacyjne przez użytkownika, czas ten może więc być globalną miarą oceny systemu użytku. Podobnie czas obsługi liczy się dla urządzenia tylko wtedy, gdy jest ono na stanowisku obsługi (zależy to od działań technicznych i organizacyjnych obsługi); może więc być traktowany jako globalna miara oceny systemu obsługi.

Miary żywotności

Spotykane w praktyce miary żywotności (trwałości lub tzw. normy używalności) urządzenia możemy ogólnie podzielić na:

- ✓ żywotność eksploatacyjną (mierzoną liczbą jednostek czasu kalendarzowego);
- ✓ żywotność użytkową zwaną także normą używalności (mierzoną liczbą jednostek czasu użytkowania lub w jednostkach innej miary transponowalnej na czas użytkowania);
- ✓ żywotność obsługową (mierzoną liczbą jednostek czasu obsługi np. łączną liczbą godzin na wszelkiego rodzaju remonty). Bardzo często żywotność (w danej mierze) całego urządzenia ustala się na podstawie podzespołu (agregatu) tego urządzenia o największej żywotności. Dla samochodu może to być żywotność silnika, dla samolotu - żywotność płatowca, dla armaty - żywotność lufy, dla telewizora - żywotność kineskopu.

- [1] Gołabek A.: *Eksploracja i niezawodność maszyn*. Wydawnictwo PW, Wrocław 1988.
- [2] Kopociński B.: *Zarys teorii odnowy i niezawodności*. Państwowe Wydaw. Naukowe, Warszawa 1973.
- [3] Lesiński S.: *Jakość i niezawodność*. Wydaw. Uczelniane Akademii Techniczno-Rolniczej, Bydgoszcz 1996.
- [4] Lesiński S.: *Wzory i tablice do obliczania niezawodności urządzeń elektrycznych*. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 1994.
- [5] Macha E.: *Niezawodność maszyn*. Politechnika Opolska, Opole 2001.
- [6] Migdalskiego J.: *Poradnik niezawodności : praca zbiorowa. [1], Podstawy matematyczne*. Wydaw. Przemysłu Maszynowego "Wema", Warszawa 1983.
- [7] Murzewski J.: *Podstawy projektowania i niezawodność konstrukcji*. Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki, Kraków 1999
- [8] Słowiński B.: *Podstawy badań i oceny niezawodności obiektów technicznych*. Wydaw. Uczelniane WSI, Koszalin 1992.
- [9] *Zagadnienia Eksploatacji Maszyn : tribologia, niezawodność, eksploatacja*. Polska Akademia Nauk. Komitet Budowy Maszyn. PWN, Warszawa 1973 - 2007.
- [10] Zwierzycki W.: *Prognozowanie niezawodności zużywających się elementów maszyn*. Instytut Technologii Eksploatacji, Radom 1999.
- [11] <http://www.statsoft.pl/czytelnia/jakosc/jastatwbadaniu5.pdf>
- [12] <http://zstux.ita.pwr.wroc.pl/projekty/zst/w5a.pdf>
- [13] http://zstux.ita.pwr.wroc.pl/projekty/zst/wd_5b.pdf

Temat prezentacji: Charakterystyki niezawodnościowe

Prace przygotowali:

- Filo Paweł
- Fiutek Karol
- Giza Bartłomiej
- Grywalski Bartłomiej
- Grzanka Maciej

Rok 4, Automatyka i Robotyka

**Dziękujemy
za
uwagę!**