

Akademia Górniczo - Hutnicza  
im. Stanisława Staszica w Krakowie



# Eksploatacja układów automatyki i robotyki

**Niezawodność strukturalna układów automatyki**

Prowadzący:  
dr inż. Andrzej Jurkiewicz

Autorzy:  
Michał Popielarz  
Kamil Roman  
Michał Rotkegel  
Robert Skowroński  
Kamil Such

AiR rok IV

**2015/2016**

## Spis treści

1. Pojęcia związane z niezawodnością .....	3
2. Funkcje opisujące niezawodność układów eksploatacji .....	3
3. Zużycie i uszkodzenia .....	4
4. Rozkłady procesów zużycia.....	6
5. Struktury niezawodnościowe .....	8
6. Niezawodność obiektów z uszkodzeniami typu „przerwa” i „zwarcie” .....	14
7. Niezawodność obiektów z elementami zależnymi .....	16
8. Modele obiektów odnawialnych.....	18
9. Rozkład gamma.....	18
10. Problemy w modelowaniu procesów niezawodności .....	19
11. Podział metod obliczeń niezawodnościowych .....	20
12. Podział modeli obliczeń niezawodnościowych .....	20
13. Układy redundantne .....	23
14. Niezawodność strukturalna w systemach logistycznych ratownictwa .....	25
15. Wskaźniki efektywności.....	26

## 1. Pojęcia związane z niezawodnością

**Eksplatacja** – zjawisko techniczno-ekonomiczne podejmowane wraz z wyprodukowaniem, sprzedażą obiektu, kończące się wraz z jego wycofaniem.

**Niezawodność** – zdolność obiektu, detalu, elementu, urządzeń lub systemu do wypełnienia zadanych funkcji i utrzymania swoich wskaźników eksploatacyjnych w zadanych przedziałach przy zadanych warunkach eksploatacji, w ciągu wymaganego czasu lub ilości wykonywanej przez obiekt pracy.

**Niezawodność strukturalna** – całkowita niezawodność układu. Do jej wyznaczenia niezbędna jest znajomość niezawodności elementów, tworzących dany układ.

**Element obliczeń niezawodności** – obiekt, detal, element, przyrząd, linia, kanał łączności, system lub kompleks systemów rozpatrywany w trakcie obliczeń niezawodności jako odrębna, samodzielna część posiadająca swój własny liczbowy wskaźnik niezawodności.

**Sprawność** – własność obiektu, przy której jest on zdolny do wypełniania zadanych funkcji z parametrami określonymi jako dopuszczalne.

**Trwałość** – własność obiektu charakteryzująca się pozostawaniem w stanie zdolności do poprawnej pracy z koniecznymi przerwami na obsługę techniczną i remonty aż do granicznego stanu zużycia.

**Trwałość w sensie normatywnym** – czas, liczba cykli lub ilość wykonanej pracy przy zachowaniu istotnych właściwości obiektu w dopuszczalnych granicach.

**Trwałość sumaryczna (resurs)** – suma okresów w których obiekt jest sprawny, do momentu wystąpienia stanu granicznego.

**Obiekt nienaprawialny** – to obiekt, dla którego po wystąpieniu uszkodzenia nie przewidziano naprawy, bądź też naprawa jest nieopłacalna.

**Obiekt naprawialny (odnawialny)** – to obiekt, który po wystąpieniu uszkodzenia może być naprawiony. Przeprowadza się podział na obiekty odnawialne z pomijalnym i niepomijalnym czasem odnowy.

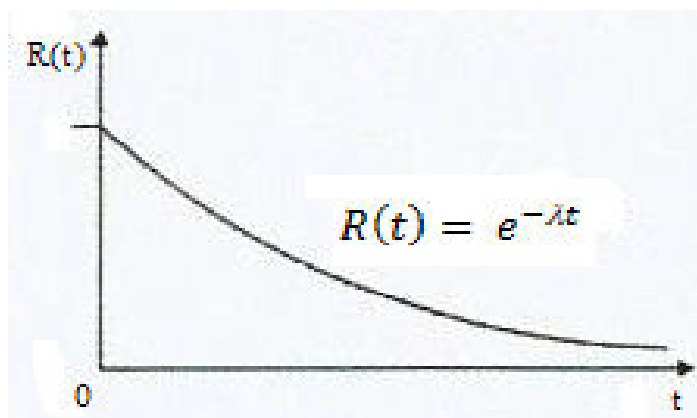
## 2. Funkcje opisujące niezawodność układów eksploatacji

Najczęściej stosowanymi wskaźnikami charakteryzującymi niezawodność obiektów są:

- **prawdopodobieństwo poprawnej pracy  $R(t)$ :**

Nazywane również funkcją niezawodności; jest to prawdopodobieństwo tego, że w wymaganym przedziale czasu przy zadanych warunkach eksploatacji **nie zajdzie ani jedno uszkodzenie**.

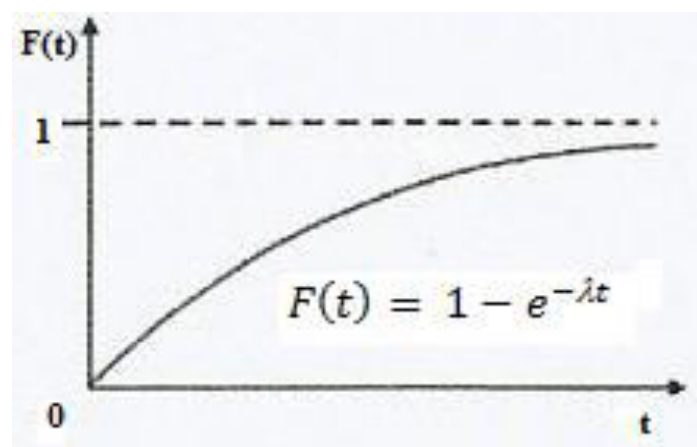
$$R(t) = P(t \geq T); t \geq 0$$



- **prawdopodobieństwo uszkodzenia  $F(t)$ :**

Nazywane również funkcją zawodności; jest to prawdopodobieństwo tego, że w ustalonym przedziale czasu, przy zadanych warunkach eksploatacji **wystąpi co najmniej jedno uszkodzenie**.

$$F(t) = P(t < T) = 1 - R(t); t \geq 0$$



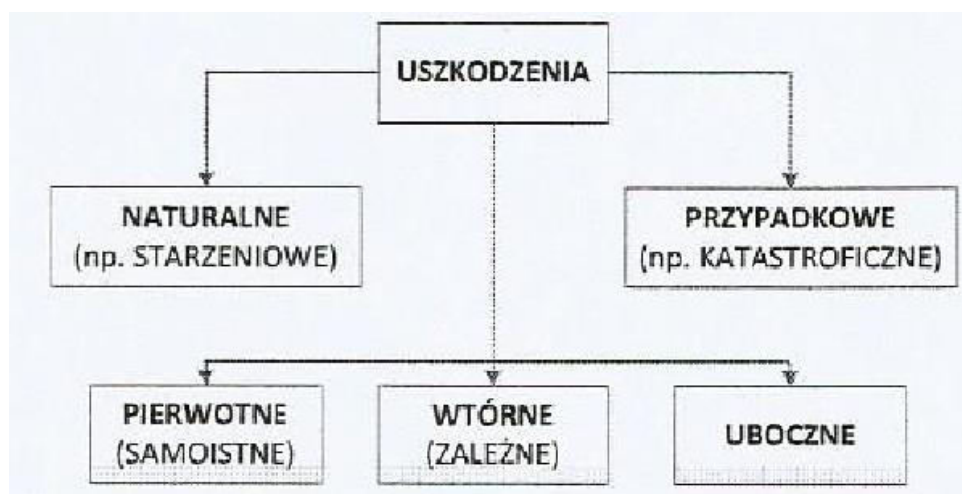
Prawdopodobieństwo poprawnej pracy  $R(t)$  oraz prawdopodobieństwo uszkodzenia  $F(t)$  są funkcjami wzajemnie się dopełniającymi.

### 3. Zużycie i uszkodzenia

**Zużycie** – jest to proces stopniowego niszczenia części pod wpływem czynników fizyko – chemicznych, rodzaju obciążeń i czasu pracy w całym okresie eksploatacji. Proces zużycia zachodzi tylko podczas wykonywania procesów roboczych danej maszyny.

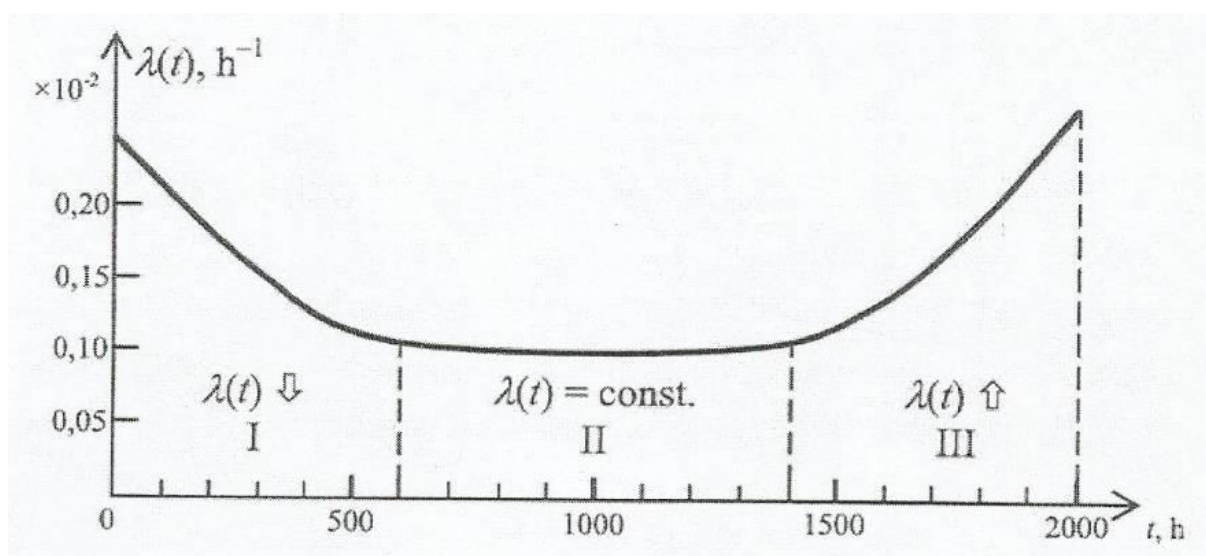
Rodzaj zużycia	Wiodący proces
Ścierne	Mikroskrawanie, rysowanie
Adhezyjne	Powstawanie i niszczenie połączeń adhezyjnych
Zmęczeniowe	Cykliczne oddziaływanie naprężeń
Przez utlenianie	Tworzenie i usuwanie warstewek tlenkowych
Ciarno - korozyjne	Połączone działanie procesów zużycia

**Uszkodzenie** – jest to zdarzenie, po wystąpieniu którego obiekt przestaje całkowicie lub częściowo wypełniać swoje funkcje. Uszkodzenie jest naruszeniem zdolności do poprawnej pracy.



**Funkcja intensywności uszkodzeń  $\lambda(t)$**  – nazywana również funkcją ryzyka, to prawdopodobieństwo uszkodzenia obiektu w przedziale czasu  $(t, t+\Delta t)$  pod warunkiem, że na początku tego przedziału (w chwili  $t$ ) obiekt znajdował się w stanie zdatności.

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{R'(t)}{R(t)}$$



Na wykresie krzywej wannowej przedstawiono 3 charakterystyczne okresy:

- I. **Okres dojrzewania (adaptacji)** – ujawniają się w nim ukryte wady materiałów, konstrukcji, montażu, niedokładności technologiczne powodujące przedwczesne awarie urządzenia.
- II. **Okres normalnego użytkowania** – podczas którego uszkodzenia występują głównie z winy użytkownika lub przez czynniki losowe.
- III. **Okres starzenia się obiektu** – w którym intensywność uszkodzeń szybko wzrasta na skutek zużywania się materiałów, co powoduje zmiany parametrów obiektu, aż poza ich dopuszczalne wartości.

Funkcja  $\lambda(t)$  określa **względny spadek niezawodności w jednostce czasu**. Jest to najważniejsza funkcja z punktu widzenia inżynierii niezawodności, jej znajomość pozwala na podejmowanie decyzji w zakresie:

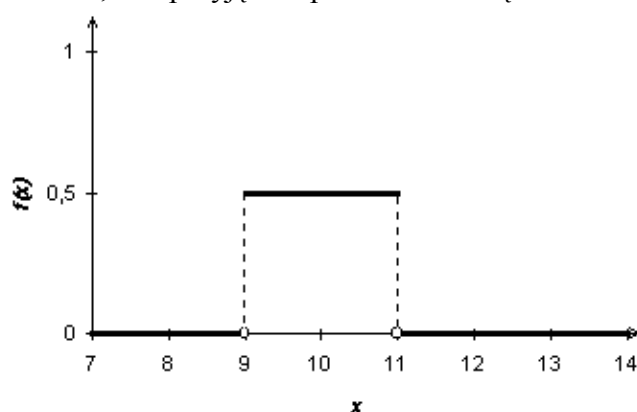
- ustalania niezbędnych okresów starzenia wstępnego obiektów,
- ustalania okresów wymian profilaktycznych,
- planowania optymalnej pracy serwisu technicznego,
- ustalenia okresu gwarancji.

## 4. Rozkłady procesów zużycia

Do opisu funkcji zużycia w układach automatyki można zastosować rozkłady:

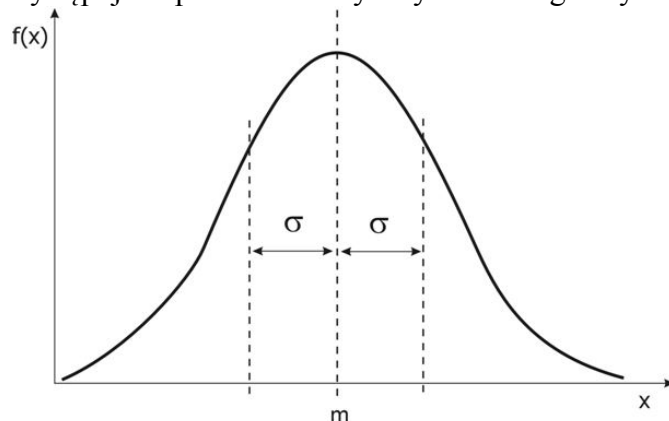
- prostokątny,
- normalny,
- trójkątny,
- wykładniczy,
- Weibulla.

**Rozkład prostokątny** – zwany także rozkładem jednostajnym ciągłym, gdzie nośnikiem jest przedział. Gęstość prawdopodobieństwa dla tego rozkładu w zadanym przedziale jest jednakowa, a przyjęcie przez zmienną wartości z poza przedziału jest niemożliwe.



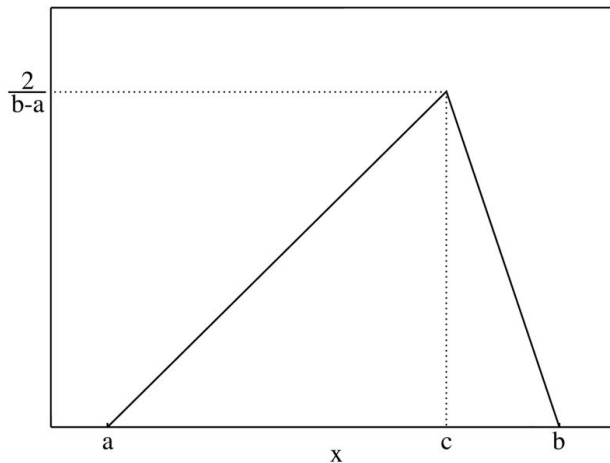
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < a, \\ \frac{1}{b-a} & \text{dla } a \leq x \leq b, \\ 0 & \text{dla } x > b. \end{cases}$$

**Rozkład normalny (Gaussa)** – jest to jeden z najczęściej występujących rozkładów prawdopodobieństwa, silnie związany z odchyleniem standardowym – miarą zmienności danych wokół ich średniej. Rozkład jest symetryczny i jest całkowicie określony jeśli znane są jego parametry tj. wartość oczekiwana oraz odchylenie standardowe. Bardzo często występuje w pomiarach fizycznych i biologicznych.



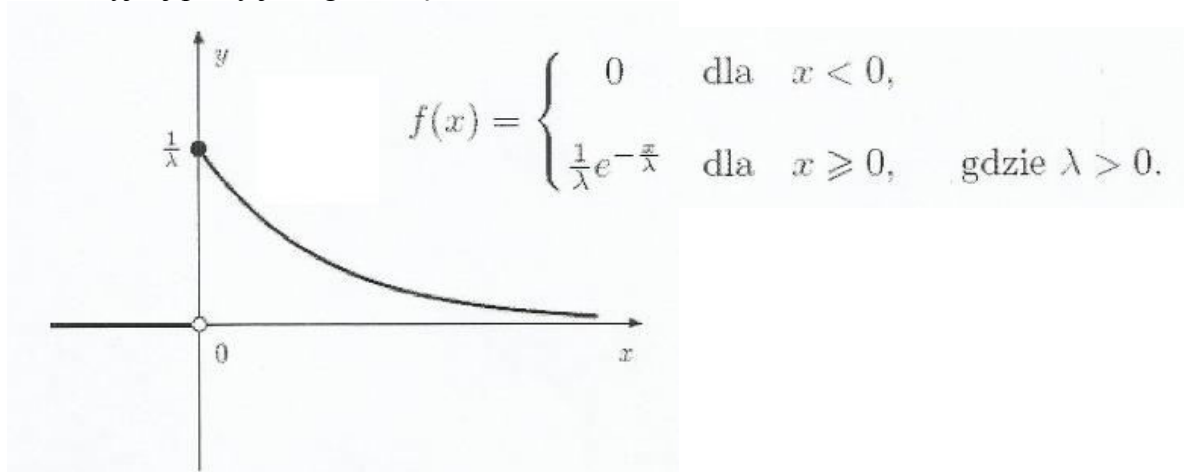
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

### Rozkład trójkątny



$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & \text{dla } a \leq x \leq c \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)} & \text{dla } c \leq x \leq b \end{cases}$$

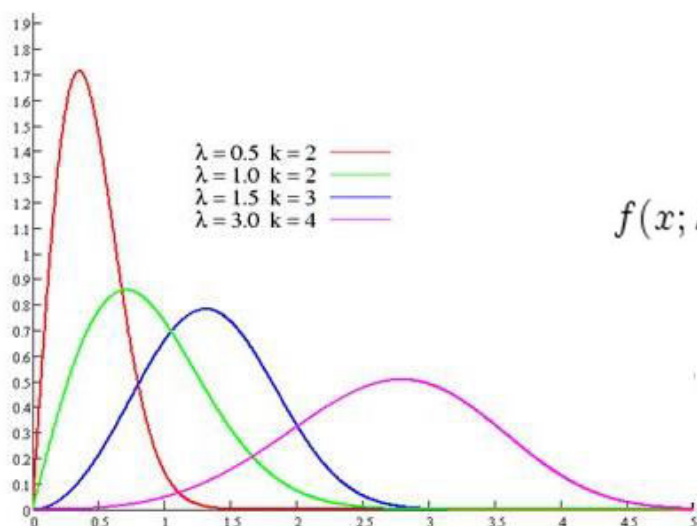
**Rozkład wykładniczy** – jeśli zmienna losowa ma rozkład wykładniczy, to nie może przyjąć wartości ujemnej, a prawdopodobieństwo wartości dodatniej zmniejsza się wykładniczo ze wzrostem tej wartości. Rozkład taki opisuje często czas trwania różnych zdarzeń, np. czas bezawaryjnej pracy jakiegoś urządzenia.



$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0, \\ \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}} & \text{dla } x \geq 0, \end{cases} \quad \text{gdzie } \lambda > 0.$$

**Rozkład Weibulla** – jest to rozkład prawdopodobieństwa często stosowany, gdy prawdopodobieństwo uszkodzeń/zużycia zmienia się w czasie. W zależności od zmiany parametrów może on przyjmować postać podobną do rozkładu normalnego lub rozkładu wykładniczego. Parametr  $k$  rozkładu określa zachowanie prawdopodobieństwa awarii w czasie:

- $k < 1$  – maleje w czasie (w modelowaniu awarii urządzeń sugeruje, że egzemplarze mogą posiadać wady fabryczne),
- $k = 1$  – jest stałe (awarie mają charakter zewnętrznych zdarzeń losowych),
- $k = 2$  – prawdopodobieństwo rośnie liniowo z czasem,
- $k > 1$  – rośnie z czasem (zużycie części jako główna przyczyna awarii).

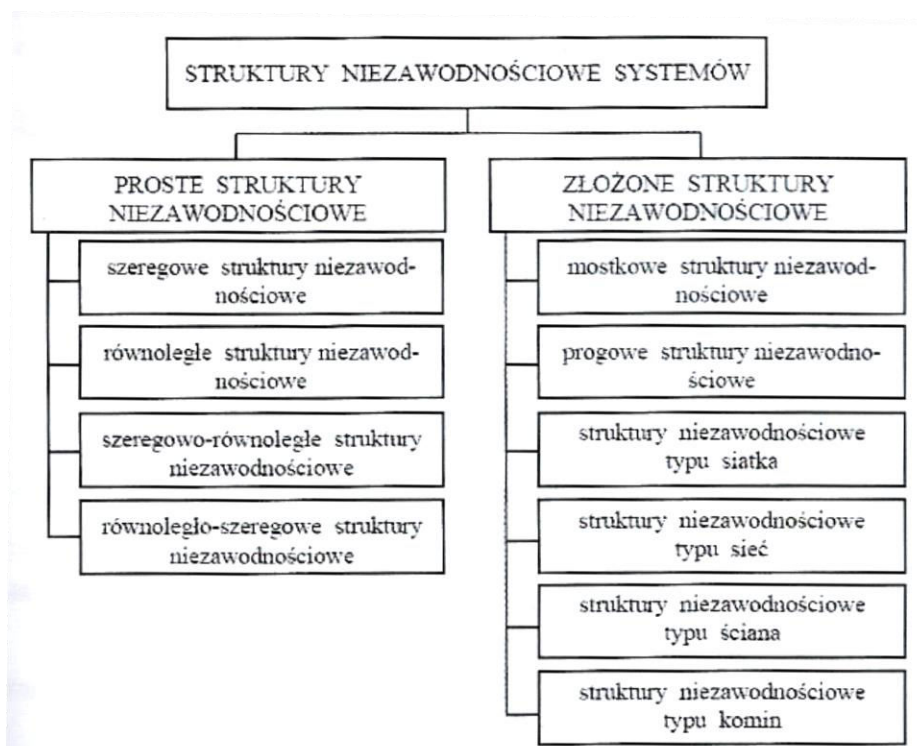


$$f(x; k, \lambda) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-(x/\lambda)^k}$$

## 5. Struktury niezawodnościowe

Na niezawodność układu mają wpływ zarówno niezawodności pojedynczych elementów jak i rodzaje sieci połączeń tych elementów. Wzrost niezawodności układu można więc uzyskać przez dobrą odpowiedniej konfiguracji i połączeń elementów lub poprzez zwiększenie niezawodności tych elementów.

Klasyfikacja struktur niezawodnościowych:

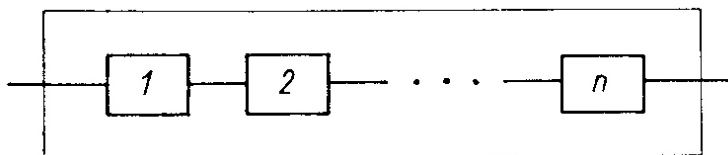




## PROSTE STRUKTURY NIEZAWODNOŚCIOWE

### Struktura szeregowa

Układ o strukturze niezawodnościowej szeregowej jest w stanie zdatności tylko wówczas, gdy wszystkie jego elementy znajdują się w stanie zdatności. Jest to bardzo niekorzystna właściwość tego typu układów.

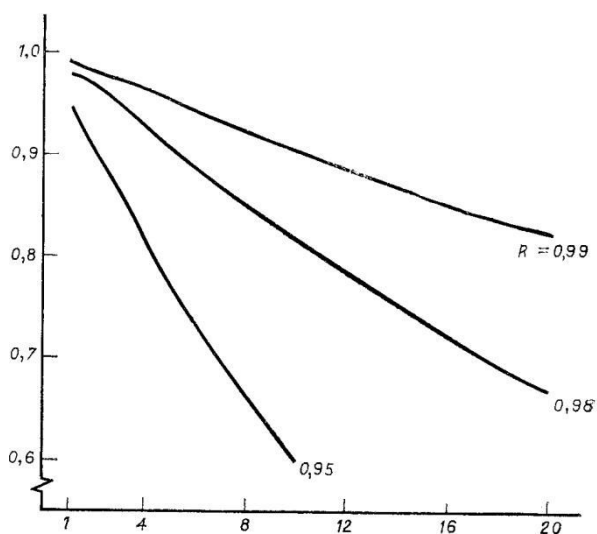


Wzór na niezawodność całego układu:

$$R_c = R_1 \cdot R_2 \cdot \dots \cdot R_n = \prod_{i=1}^n R_i$$

Jeżeli niezawodności poszczególnych elementów układu mają rozkład wykładniczy, to niezawodność całego układu też będzie miała rozkład wykładniczy:

$$R_c = e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{-\lambda_2 t} \cdot \dots \cdot e^{-\lambda_n t} = e^{\sum_{i=1}^n -\lambda_i t}$$



Na wykresie obok pokazano zależność niezawodności systemu szeregowego (oś pionowa) w funkcji liczby  $n$  elementów (oś pozioma) o takiej samej niezawodności elementu. Nietrudno zauważyć, że spadek niezawodności systemu wraz ze zwiększaniem się liczby elementów jest bardzo szybki, a zwiększanie niezawodności pojedynczych elementów wpływa nieznacznie na zwiększenie niezawodności systemu.

*Przykład:*

*System szeregowy składa się ze  $n = 100$  elementów, o niezawodności 90% każdy.*

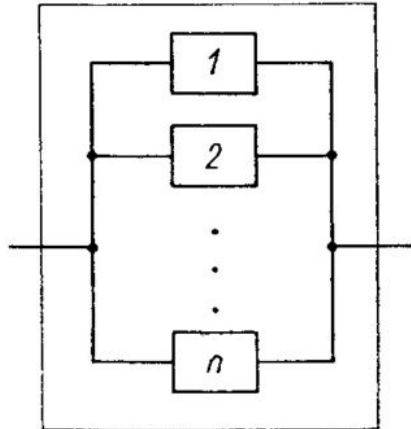
*Niezawodność systemu będzie wynosiła:  $R_c = 0.9^{100} = 0,0000027$ .*

*Oznacza to, że prawdopodobieństwo zniszczenia wynosi:  $F_c = 1 - R_c = 0,9999973 \approx 1$*

*Zniszczenie jest więc prawie pewne, mimo iż każdy z elementów charakteryzował się wysoką niezawodnością.*

## Struktura równoległa

Obiekt o strukturze niezawodnościowej równoległej jest w stanie niezdatności tylko wtedy, gdy wszystkie jego elementy znajdują się w stanie niezdatności.



Wzór na niezawodność całego układu:

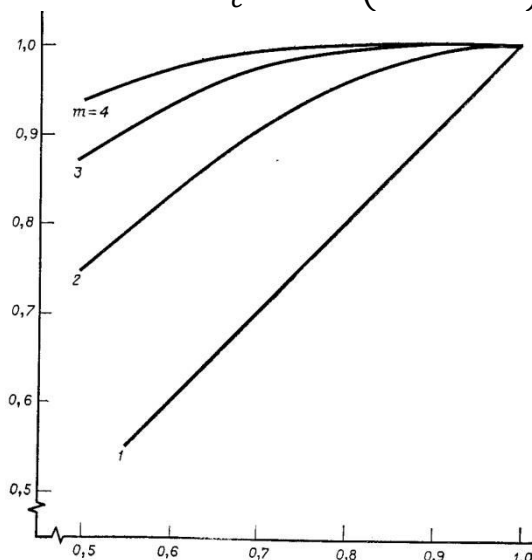
$$R_c = 1 - F_c$$

$$F_c = F_1 \cdot F_2 \cdot \dots \cdot F_n = (1 - R_1) \cdot (1 - R_2) \cdot \dots \cdot (1 - R_n) = \prod_{i=1}^n (1 - R_i)$$

$$R_c = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i)$$

Z przedstawionych wzorów wynika, że jeśli niezawodności poszczególnych elementów układu mają rozkład wykładniczy, to niezawodność całego układu nie będzie miała takiego rozkładu:

$$R_c = 1 - (1 - e^{-\lambda_1 t}) \cdot (1 - e^{-\lambda_2 t}) \cdot \dots \cdot (1 - e^{-\lambda_n t})$$

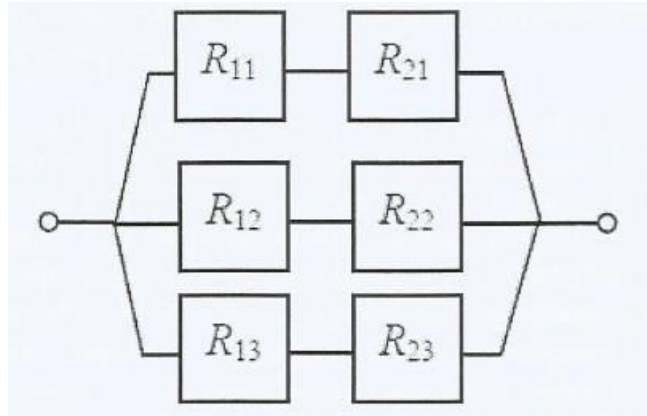


Na wykresie obok pokazano zależność niezawodności systemu równoległego od liczby  $m$  elementów w wiązce o takiej samej niezawodności każdego elementu. Można zaobserwować zwiększanie się niezawodności systemu równoległego wraz ze zwiększaniem się liczby elementów w wiązce. Przy dużych niezawodnościach elementów przyrost niezawodności systemu jest wolny dla liczby elementów większych od trzech, a przy podłączeniu czwartego elementu praktycznie nie obserwujemy zwiększenia niezawodności systemu.

## MIESZANE STRUKTURY NIEZAWODNOŚCIOWE

Wzory na niezawodność struktur mieszanych można wyprowadzić korzystając ze wzorów na niezawodność struktur prostych.

### Struktura szeregowo – równoległa



Wzór do obliczenia niezawodności układu szeregowo – równoległego:

$$R_{s-r} = 1 - \prod_{j=1}^n \left( 1 - \prod_{i=1}^{m_j} R_{ij} \right),$$

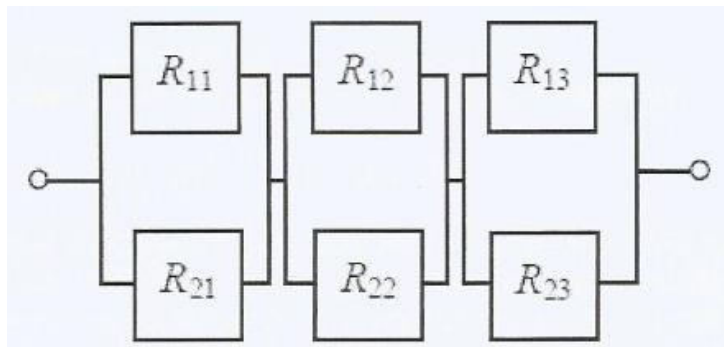
gdzie:

$R_{ij}$  – funkcja niezawodności i-tego elementu w j-tym podukładzie szeregowym,

$n$  – liczba podukładów szeregowych,

$m_j$  – liczba elementów w j-tym układzie szeregowym.

### Struktura równoległo – szeregową



Wzór do obliczenia niezawodności układu równoległo – szeregowego:

$$R_{r-s} = \prod_{j=1}^n \left( 1 - \prod_{i=1}^{m_j} (1 - R_{ij}) \right),$$

gdzie:

$R_{ij}$  – funkcja niezawodności i-tego elementu w j-tym podukładzie równoległym,

$n$  – liczba podukładów równoległych,

$m_j$  – liczba elementów w j-tym układzie równoległym.

## ZŁOŻONE STRUKTURY NIEZAWODNOŚCIOWE

Systemami o strukturach niezawodnościowych złożonych przyjęto w teorii niezawodności nazywać systemy nie należące do klasy systemów szeregowo – równoległych.

Podstawowym problemem w procesie analizy i syntezy niezawodnościowej układów złożonych jest problem obliczania ich niezawodności. Do wyznaczania niezawodności takich struktur wykorzystywane są tzw. metody dekompozycyjne. W myśl tych metod układ dekomponuje się na pewną liczbę podukładów o prostych strukturach niezawodnościowych. Metody różnią się między sobą sposobem przeprowadzania dekompozycji.

Jedną z efektywniejszych metod obliczania niezawodności struktur złożonych jest metoda dekompozycji prostej. Cechą charakterystyczną tej metody jest to, że dekompozycje n-elementowego systemu wykonuje się zawsze względem jednego odpowiednio wybranego elementu systemu, w wyniku czego otrzymuje się 2 podsystemy (n-1) elementowe, nie zawierające elementu według którego dokonuje się tej operacji. W przypadku gdy otrzymane podukłady są nadal złożonymi strukturami niezawodnościowymi, przeprowadza się ich kolejne dekompozycje, aż do otrzymania struktur prostych.

Wykorzystując podstawowe związki prawdopodobieństw można obliczyć ogólny wzór wykorzystywany do obliczania dekompozycji:

$$P(A) = P(A_i) \cdot P(A|A_i) + P(\bar{A}_i) \cdot P(A|\bar{A}_i),$$

gdzie:

$P(A) = R_c^{(n)}$  - prawdopodobieństwo, że system znajduje się w zdadności,

$P(A_i) = R_i$ ,

$P(\bar{A}_i) = 1 - R_i$ ,

$P(A|A_i) = R_i^{(n-1)}$ ,

$P(A|\bar{A}_i) = R_{(\bar{i})}^{(n-1)}$ ,

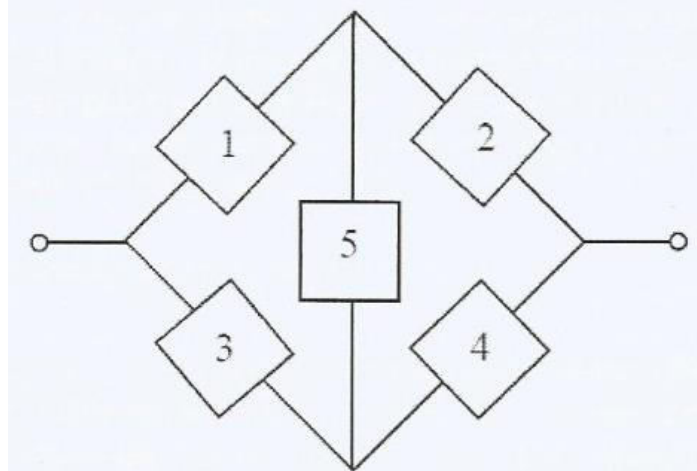
i – i-ty element względem którego dokonujemy dekompozycji.

czyli:

$$R_c^{(n)} = R_i \cdot R_i^{(n-1)} + (1 - R_i) \cdot R_{(\bar{i})}^{(n-1)}$$

### Struktura mostkowa

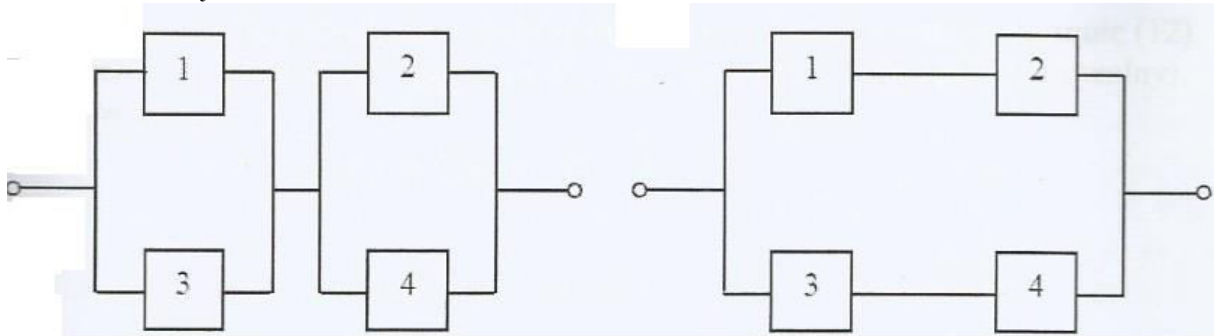
Układ o strukturze mostkowej jest najprostszym układem z klasy struktur złożonych.



W celu rozpoczęcia procedury obliczeniowej należy wybrać element, względem którego będzie przeprowadzana dekompozycja (wybór dowolny). Na potrzeby przykładu przyjmijmy, że jest to element 5. Wobec tego wzór można zapisać w postaci:

$$R_c^{(5)} = R_5 \cdot R_5^{(4)} + (1 - R_5) \cdot R_{(5)}^{(4)}$$

Po dekompozycji układu otrzymujemy 2 podukłady (równoległo – szeregowy i szeregowo – równoległy), które powstały poprzez usunięcie 5 elementu i zwarcie ścieżek sprzężonych z nim oraz usunięcie ich.



$$R_5^{(4)} = (1 - (1 - R_1)(1 - R_2)) \cdot (1 - (1 - R_3)(1 - R_4))$$

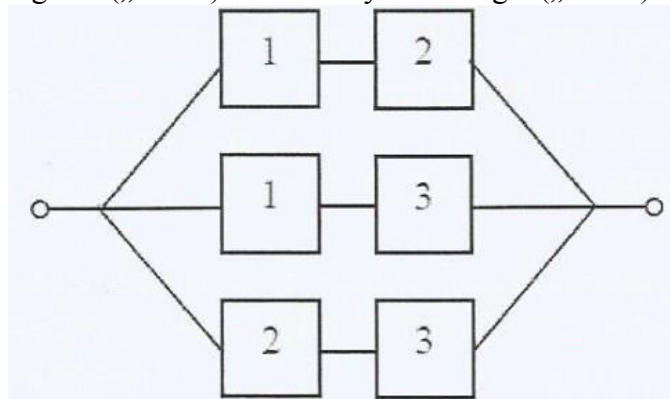
$$R_{(5)}^{(4)} = (1 - (1 - R_1 \cdot R_2)(1 - R_3 \cdot R_4))$$

Po podstawieniu i uporządkowaniu otrzymujemy wzór na niezawodność układu mostkowego:

$$R_c^{(5)} = R_1 \cdot R_2 + R_3 \cdot R_4 + R_1 \cdot R_4 \cdot R_5 + R_2 \cdot R_3 \cdot R_5 - R_1 \cdot R_2 \cdot R_4 \cdot R_5 - R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot R_5 - R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 - R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_5 - R_1 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot R_5 + R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot R_5$$

### Struktura progowa

Układ o progowej strukturze niezawodnościowej jest w stanie zdatności tylko wówczas, gdy co najmniej k spośród n jego elementów jest w stanie zdatności. Układy takie niekiedy nazywane są układami typu „k z n” zdatnych elementów. Szczególnymi przypadkami struktur „k z n” są układy szeregowy („n z n”) oraz układy równoległe („1 z n”).



Na rysunku powyżej przedstawiona została struktura progowa typu „2 z 3”. Układ taki jest w stanie zdatności tylko wówczas, gdy co najmniej 2 spośród 3 jego elementów są w stanie zdatności.

Po poddaniu układu operacji dekompozycji względem elementu 1 otrzymujemy następujące wzory:

$$R_c^{(3)} = R_1 \cdot R_1^{(2)} + (1 - R_1) \cdot R_{(1)}^{(2)}$$

$$R_1^{(2)} = 1 - (1 - R_2) \cdot (1 - R_3)$$

$$R_{(1)}^{(2)} = R_2 \cdot R_3$$

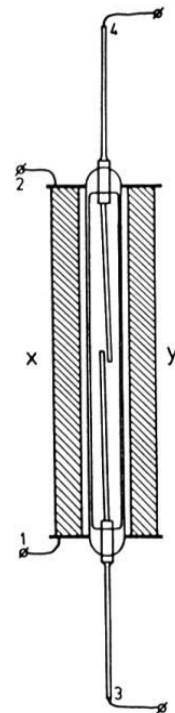
$$R_c^{(3)} = R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 - 2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot R_3$$

W tym przypadku po przeprowadzeniu pierwszej dekompozycji otrzymaliśmy od razu układy proste. Niestety dla wyższych poziomów układów progowych najczęściej trzeba stosować kilkakrotnie dekompozycje, aby dojść w końcu do układów prostych.

## 6. Niezawodność obiektów z uszkodzeniami typu „przerwa” i „zwarcie”

Dotąd rozpatrywane obiekty zbudowane były z elementów dwustanowych (zdatny, niezdatny). Istnieją natomiast obiekty, których elementy mogą ulegać uszkodzeniom (stan niezdatności) dwojakiego rodzaju, które nazywa się uszkodzeniem typu „przerwa” lub uszkodzeniem typu „zwarcie”. Uszkodzenia tego typu występują szczególnie powszechnie w układach elektronicznych i elektrycznych oraz pneumatycznych, hydraulicznych, optycznych itp.

<div style="display: inline-block; transform: rotate(-45deg);">y</div> <div style="display: inline-block; transform: rotate(45deg);">x</div>		OBWÓD STEROWANY (STYKI) :		
		ZDATNY	PRZERWANY	ZWARTY
OBWÓD STERUJĄCY (CEWKA) :	ZDATNY			
	PRZERWANY			
	ZWARTY			



Osobliwością omawianych układów jest ich zmienna struktura niezawodnościowa zależna od rodzaju uszkodzeń, odpowiadające im funkcje niezawodności  $R$  i zawodności  $Q$  są natomiast funkcjami wektorowymi. Typowym modelem do analizy jest przekaźnik elektromechaniczny.

Niezawodność  $\vec{R}$  przekaźnika można wyrazić wzorem:

$$\vec{R} = 1 - \vec{Q} \quad \text{Gdzie:} \quad \vec{Q} = Q_p + Q_z$$

$\vec{Q}$  jest prawdopodobieństwem uszkodzenia (zawodnością) przekaźnika w wyniku wystąpienia „przerwy” lub „zwarcia”. Stąd:

$$\vec{R} = \vec{R}(Q_p, Q_z) = 1 - (Q_p + Q_z) = 1 - \vec{Q}$$

$$\vec{R}^{(n)} = 1 - (Q_p^{(n)} + Q_z^{(n)})$$

$$Q_p^{(n)} = Q_{pi} Q_{p(i)}^{(n-1)} + (1 - Q_{pi}) Q_{p(\underline{i})}^{(n-1)}$$

$$Q_z^{(n)} = Q_{zi} Q_{z(i)}^{(n-1)} + (1 - Q_{zi}) Q_{z(\underline{i})}^{(n-1)}$$

W powyższych wzorach składniki to prawdopodobieństwa wystąpienia odpowiedniej awarii:

$Q_p^{(n)}$  – obiektu  $n$  – elementowego

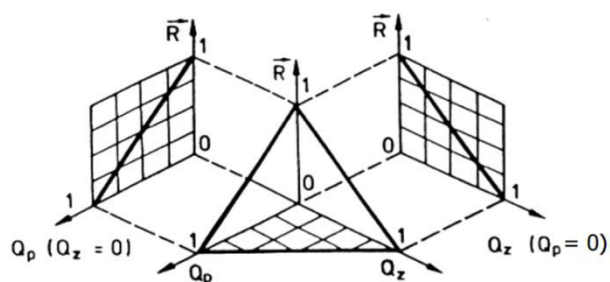
$Q_{p(i)}^{(n-1)}$  – obiektu zdekomponowanego ( $n - 1$ )

– elementowego z przerwanym  $i$  – tym elementem

$Q_{p(\underline{i})}^{(n-1)}$  – obiektu zdekomponowanego ( $n - 1$ )

– elementowego ze zwartym  $i$  – tym elementem

Wykres niezawodności:

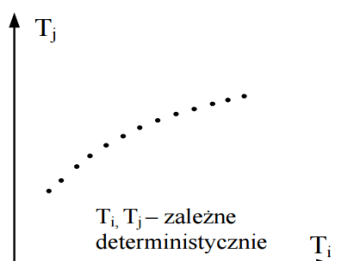
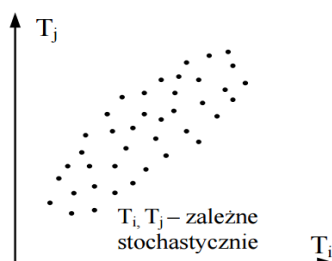
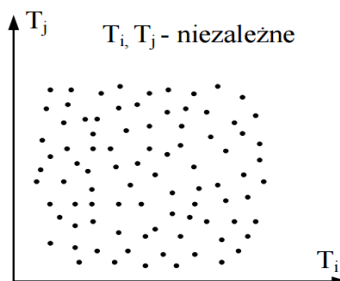
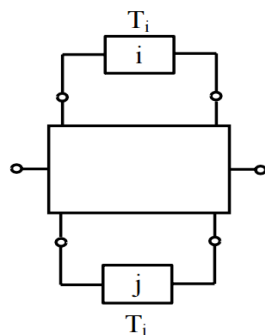


Modele obiektów:

Obiekt	Struktura obiektu	Zawodność obiektu	
		Jednorodnego	Niejednorodnego
szeregowy		$Q_p^{(m)} = 1 - (1 - Q_p)^m$ $Q_z^{(m)} = Q_z^m$ $\bar{R}^{(m)} = (1 - Q_p)^m - Q_z^m$	$Q_p^{(m)} = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - Q_{pi})$ $Q_z^{(m)} = \prod_{i=1}^m Q_{zi}$ $\bar{R}^{(m)} = \prod_{i=1}^m (1 - Q_{pi}) - \prod_{i=1}^m Q_{zi}$
równoległy		$Q_p^{(n)} = Q_p^n$ $Q_z^{(n)} = 1 - (1 - Q_z)^n$ $\bar{R}^{(n)} = (1 - Q_z)^n - Q_p^n$	$Q_z^{(n)} = \prod_{j=1}^n Q_{pj}$ $Q_p^{(n)} = 1 - \prod_{j=1}^n (1 - Q_{zj})$ $\bar{R}^{(n)} = \prod_{j=1}^n (1 - Q_{zj}) - \prod_{j=1}^n Q_{pj}$
szeregowo-równoległy		$Q_p^{(nm)} = 1 - (1 - Q_p^n)^m$ $Q_z^{(nm)} = [1 - (1 - Q_z)^n]^m$ $\bar{R}^{(nm)} = (1 - Q_p^n)^m - [1 - (1 - Q_z)^n]^m$	$Q_p^{(nm)} = 1 - \prod_{i=1}^m [1 - \prod_{j=1}^n Q_{pji}]$ $Q_z^{(nm)} = \prod_{i=1}^m [1 - \prod_{j=1}^n (1 - Q_{zji})]$ $\bar{R}^{(nm)} = \prod_{i=1}^m [1 - \prod_{j=1}^n Q_{pji}] - \prod_{i=1}^m [1 - \prod_{j=1}^n (1 - Q_{zji})]$

## 7. Niezawodność obiektów z elementami zależnymi

Problematykę niezawodności obiektów z elementami zależnymi prześledzić można analizując zachowanie się pary elementów, np. elementu i-tego oraz j-tego w warunkach, kiedy następuje uszkodzenie jednego z nich, np. elementu i-tego.



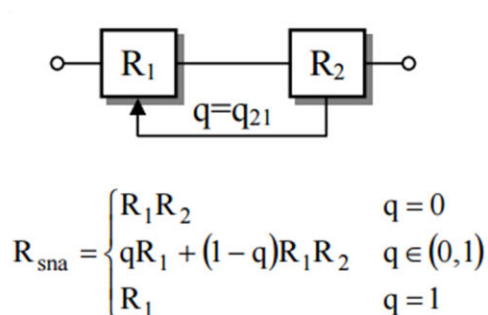


Na podstawie wyników eksperymentów możemy pary obiektów określić jako:

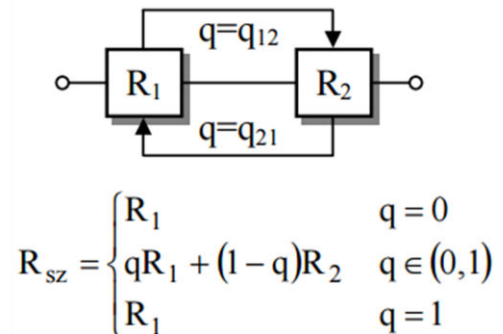
- **Niezależne** - jeżeli uszkodzenie i-tego elementu nie pociąga za sobą zmian trwałości i niezawodności elementu j-tego,
- **Stochastycznie zależne** - jeżeli uszkodzenie i-tego elementu pociąga za sobą, stochastyczne, to jest każdorazowo inne zmiany trwałości i niezawodności elementu j-tego, które wykazują jednak pewne wyraźne trendy,
- **Deterministycznie zależne** - jeżeli uszkodzenie i-tego elementu pociąga za sobą deterministyczne, to jest zawsze takie same zmiany trwałości i niezawodności elementu j-tego.

W przypadku obiektów zbudowanych z elementów wzajemnie niezależnych do ich analizy i syntezy potrzebna jest jedynie znajomość struktury oraz wartości  $R_i$  lub  $Q_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ). W obiektach z elementami zależnymi informacja ta choć również konieczna jest niewystarczająca. Ponieważ każdy element obiektu może wywoływać na ogół inne zmiany trwałości i niezawodności elementów pozostałych, również ważną sprawą jest to, że dany element obiektu ulega uszkodzeniu jako pierwszy, drugi, trzeci itd. Uszkodzenie elementu obiektu i fakt, że uszkadza się on wcześniej lub później niż inny element obiektu, są zdarzeniami losowymi. Prawdopodobieństwo zdarzenia  $T_i < T_j$ , to jest prawdopodobieństwo wcześniejszego uszkodzenia się i-tego elementu zapisuje się jako:

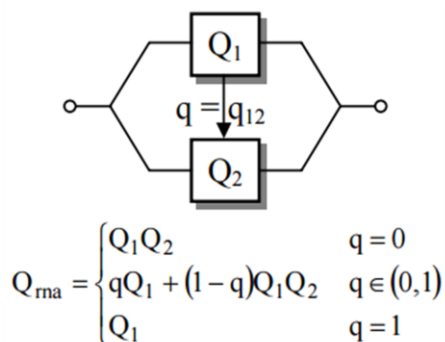
$$q = P(T_i < T_j)$$



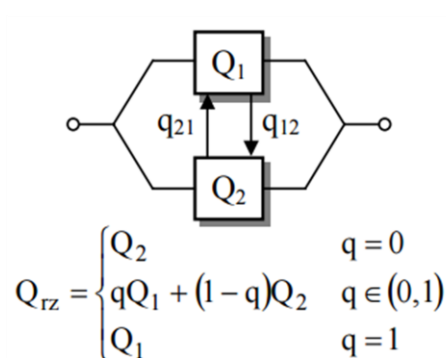
**Obiekty zależne asymetrycznie**  
(opis pozytywowy)



**Obiekty zależne symetrycznie**  
(opis pozytywowy)



**Obiekty zależne asymetrycznie  
(opis negatywowy)**



**Obiekty zależne asymetrycznie  
(opis negatywowy)**

## 8. Modele obiektów odnawialnych

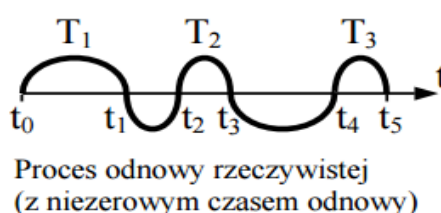
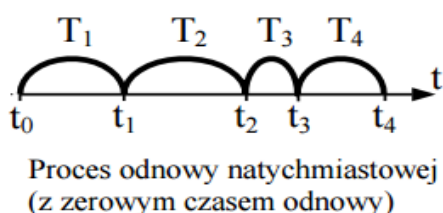
Obiekty odnawialne to takie, które po uszkodzeniu zostają odnowione. Odnowa taka może polegać na:

- naprawie, dzięki której obiektowi przywraca się właściwości decydujące o jego poprawnej pracy,
- wymianie na nowy obiekt o właściwościach jakie miał obiekt przed jego uszkodzeniem,
- regulacji, smarowaniu lub kontroli.

Do podstawowych pojęć związanych z modelami odnowy należą między innymi:

- czas zdatności do pierwszego uszkodzenia,
- czas zdatności między kolejnymi uszkodzeniami,
- czas odnowienia (odnowy),
- sumaryczny czas istnienia obiektu w stanie zdatności.

Odnowa natychmiastowa występuje wówczas, gdy czas odnowy obiektu dla każdego uszkodzenia równy jest zeru. Oznacza to, że obiekt pracuje od chwili  $t_0$  do chwili pierwszego uszkodzenia i równocześnie pierwszego odnowienia  $t_1$ ; od tej chwili pracuje do drugiego uszkodzenia a także drugiego odnowienia  $t_2$  itd.

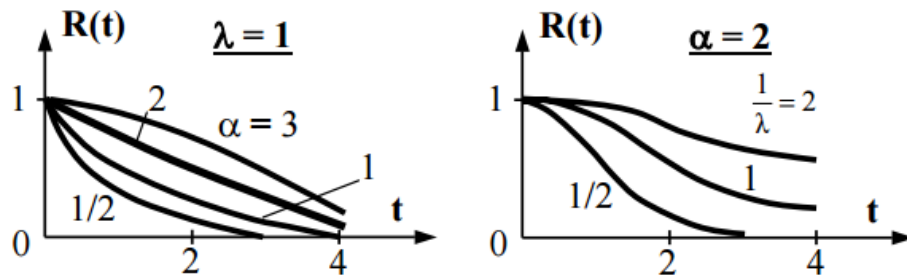


## 9. Rozkład gamma

Rozkład gamma odgrywa szczególną rolę w badaniach obiektów odnawialnych, gdyż suma niezależnych zmiennych losowych o rozkładach gamma ma również rozkład gamma. Oznacza to, że jeżeli czas pracy obiektu między uszkodzeniami ma rozkład gamma, to sumaryczny czas pracy obiektu również (oczywiście o innych parametrach).

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 0 \\ \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \lambda^\alpha t^{\alpha-1} \exp(-\lambda t) & \text{dla } t \geq 0 \end{cases}$$

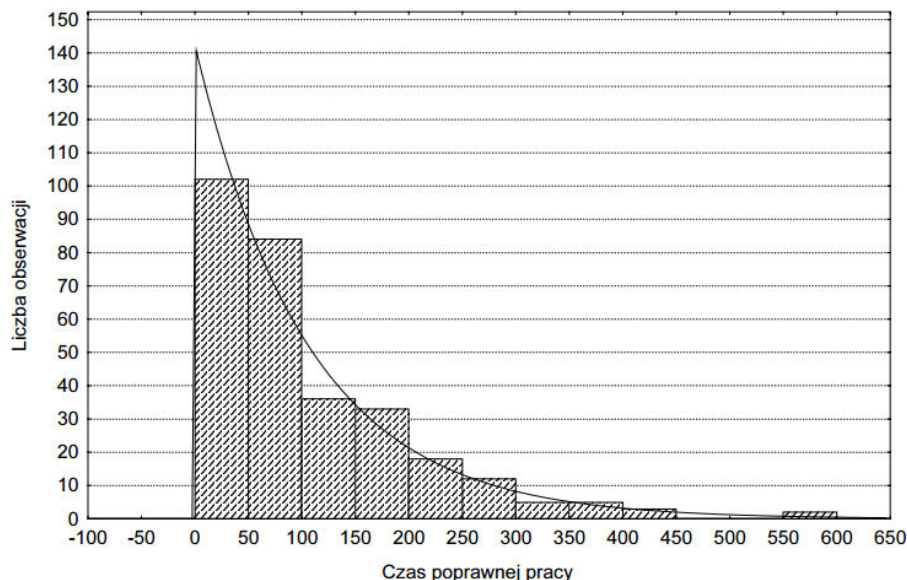
gdzie  $\lambda, \alpha \geq 0$  są stałymi parametrami rozkładu:



## 10. Problemy w modelowaniu procesów niezawodności

Zakładamy codzienne ryzyko wystąpienia awarii w elemencie modelu jako 0.01. Rozkład prawdopodobieństwa awarii jest stały w czasie. Oznacza to istotnie że średni czas obliczony dla przedziału od rozpoczęcia pracy maszyny do awarii będzie wynosił 100 dni, nie mówi to jednak wiele o tym jakie jest prawdopodobieństwo poprawnego działania przez 100 dni.

W rzeczywistości prawdopodobieństwo to wynosi jedynie 0.37 a zakresy dla liczby dni wynoszącej 100 nie posiadają wcale najliczniejszej populacji.



Rozkład wykładniczy jest podstawą planów badania zalecanych w normie „Nieawadność w technice PN-77/N-04021”. W odróżnieniu od modelowania danych w badaniach rzeczywistych rzadko można sobie pozwolić na czekanie aż popsują się wszystkie przeznaczone do badania obiekty. Jeżeli na przykład testowany jest obiekt którego

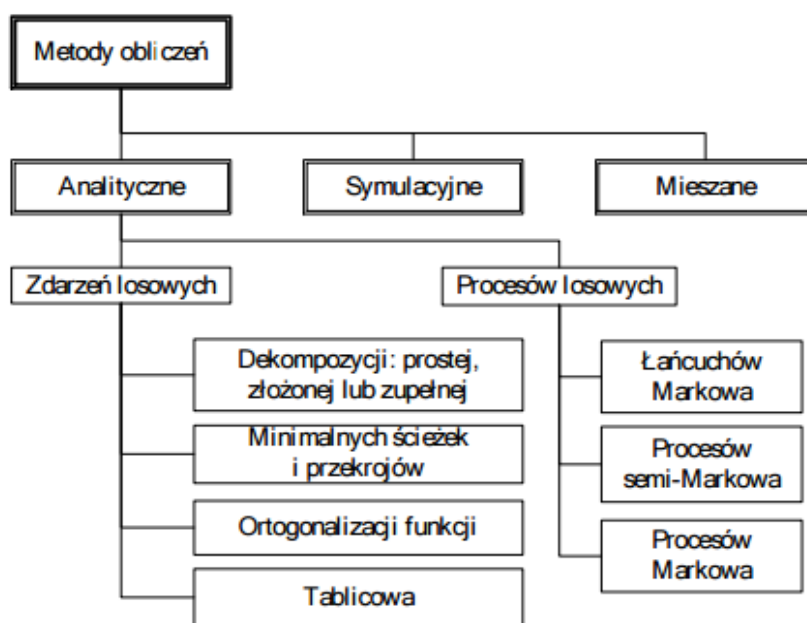
średni czas działania powinien wynosić przynajmniej rok trudno jest oczekiwać aby badania wynosiły 5-10 lat.

Sam czas badania może być nawet znacząco krótszy od średniego czasu życia maszyny (zgodnie z normą absolutnie konieczny jest czas badania równy jednej setnej czasu pracy). Konsekwencją tego jest jednak konieczność użycia bardzo dużej liczby sztuk do badań - możemy tak postępować gdyż przyjęto założenie znanego rozkładu czasów życia o charakterze wykładniczym, konieczna jest więc tylko weryfikacja struktury modelu niezawodności.

Dla bardziej skomplikowanych procesów o dużej zmienności funkcji ryzyka konieczne jest przeprowadzenie dokładniejszych prób (rozkład Weibulla). W dalszym ciągu jednak prawdopodobna jest konieczność ucinania krańcowych wyników dla rozkładu. Istnieją odpowiednie metody statystyczne pozwalające uwzględnić ucięte obserwacje, wymagają one jednak bardzo zaawansowanego modelu obliczeniowego.

## 11.Podział metod obliczeń niezawodnościowych

Dla systemów o złożonej strukturze niezawodnościowej istnieje wiele metod obliczeń wskaźników niezawodności, różniących się dokładnością i czasem obliczeń.

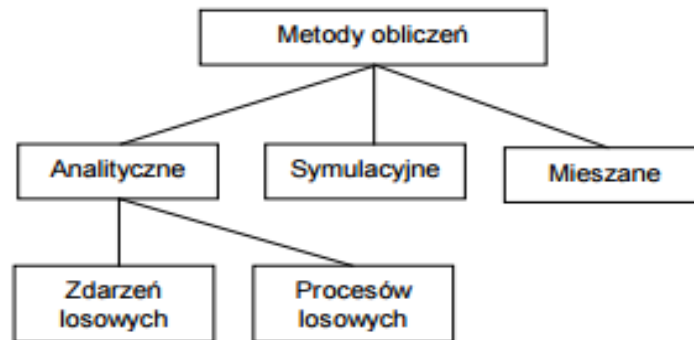


Rys. 1. Podział metod obliczeń niezawodnościowych

## 12.Podział modeli obliczeń niezawodnościowych

Podstawowy podział wyróżnia trzy grupy metod obliczeniowych:

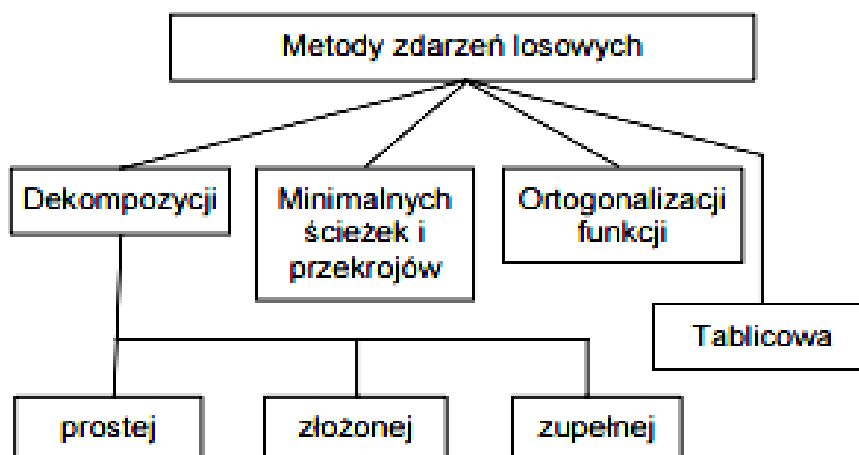
- analityczne - zdarzenia lub procesy losowe poddawane są analizie,
- symulacyjne - zdarzenia lub procesy losowe poddawane są symulacji,
- mieszane - połączenie obu podejść.



**Rys. 3.1. Ogólna klasyfikacja metod obliczeniowych**

### Metody analityczne zdarzeń losowych

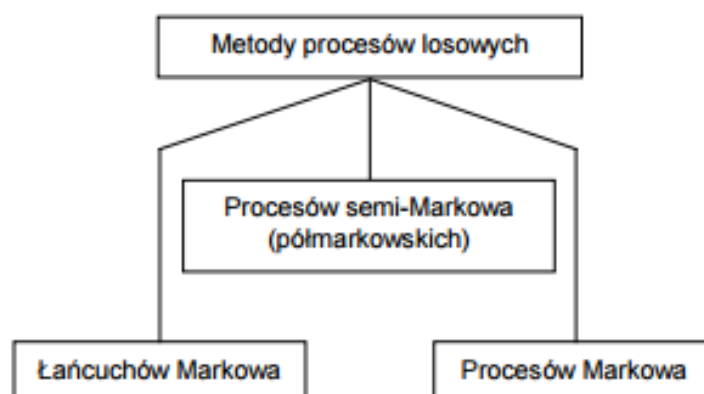
- metoda przeglądu wszystkich stanów lub przeglądu zupełnego, dekompozycji zupełnej może być stosowana dla systemu złożonego z  $n$  dwustanowych elementów, każdy stan jest scharakteryzowany przez prawdopodobieństwo stanu dyspozycyjności (zdatność),
- metody analizy strukturalnej (metody: minimalnych dróg i przekrojów, logiczna, schematów blokowych, tablicowa, drzewa uszkodzeń) opierają się na różnych sposobach opisu struktury niezawodnościowej systemu. Korzysta się tu z: teorii grafów, algebry Boole'a, schematów blokowych, grafów, drzewa uszkodzeń, tablic,
- metoda minimalnej ścieżki (drogi) sprawności jest to minimalny zbiór elementów systemu prowadzący do sprawności systemu. Przejście dowolnego elementu w stan niesprawności prowadzi do przejścia systemu w stan niesprawności więc elementy połączone są szeregowo,
- minimalna ścieżka niesprawności (minimalny przekrój, cięcie) jest to minimalny zbiór elementów systemu, których niesprawność pociąga za sobą niesprawność systemu. Jeżeli którykolwiek z nich przejdzie do stanu sprawności oznacza to przejście systemu do stanu sprawności. Tak więc elementy w minimalnym przekroju są połączone równolegle.



**Rys. 3.2. Klasyfikacja metod zdarzeń losowych**

## Metody analityczne procesów losowych

Wśród metod analitycznych opartych na analizie procesów losowych (zwanych też metodami przestrzeni stanów) do najczęściej stosowanych należą metody łańcuchów i procesów Markowa a ostatnio procesów semi-Markowa. Bazują one na przyjęciu za model niezawodnościowy badanego obiektu procesu losowego spełniającego własność Markowa. Ich stosowanie wymaga jednak spełnienia pewnych założeń. I tak w przypadku metody procesów Markowa rozkłady prawdopodobieństw czasów przebywania w stanach muszą być wykładnicze. Metoda łańcuchów Markowa może być stosowana przy założeniu, że proces zmiany stanów jest pierwszego rzędu. W procesach semi-Markowa rozkłady prawdopodobieństw mogą być dowolne lecz większa uniwersalność metody wymaga zastosowania bardziej złożonego aparatu matematycznego.



Rys. 3.3. Klasyfikacja metod procesów losowych

## Metody symulacyjne

Metody symulacyjne są czasem nazywane metodami modelowania statystycznego. Ich konstrukcja opiera się na prawie wielkich liczb.

Metody modelowania statystycznego umożliwiają uwzględnienie obiektów, niestacjonarności strumieni niesprawności i odnów, współzależności zdarzeń, rozkładów prawdopodobieństw czasów przebywania obiektu w poszczególnych stanach.

Algorytmy modelowania statystycznego mają jednorodną strukturę, którą można przedstawić w postaci trzech zasadniczych bloków:

- blok I: wprowadzenie danych, obliczenia wstępne, generowanie realizacji procesów losowych uszkodzeń i odnów elementów układu;
- blok II: odtworzenie procesu funkcjonowania układu za pomocą modelu niezawodnościowego
- blok III: opracowanie wyników modelowania i obliczanie wskaźników niezawodności.

## 13. Układy redundantne

**Układy redundantne** - systemy nadmiarowe, charakteryzujące się powielaniem ważnych elementów składowych systemu w celu zwiększenia niezawodności.

**Redundancja** - nadmiarowość w stosunku do tego, co konieczne lub zwykłe. Określenie może odnosić się zarówno do nadmiaru zbędnego lub szkodliwego, niecelowo zużywającego zasoby, jak i do pożądanego zabezpieczenia na wypadek uszkodzenia części systemu.

### Podział redundancji:

(ze względu na czas reakcji)

- -zimna (cold),
- -ciepła (warm),
- -gorąca (hot).

(ze względu na liczbę modułów)

- dwumodułowa (DMR-dual modular redundancy),
- trójmodułowa (TMR-triple modular redundancy),
- Redundancja 1 z N (1:N Redundancy).

**Redundancja zimna (cold)** - Ten rodzaj redundancji stosuje się do sterowania procesami, gdzie czas reakcji ma minimalne znaczenie, a obsługa systemu zwykle wymaga interwencji operatora. Przykładem może być instalacja dwóch pras, z których każda ma własny panel sterowania. W przypadku awarii jednej z nich operator przywraca funkcjonalność procesu przez załączenie drugiej prasy.

**Redundancja ciepła (warm)** - Ten typ redundancji spotykany jest w aplikacjach, gdzie czas reakcji jest parametrem znaczącym, jednak wciąż dopuszczalne są bardzo krótkie zatrzymania procesu, skutkujące nagłymi uderzeniami. W czasie takich uderzeń silniki i inne urządzenia mogą podlegać krótkotrwałym wyłączeniom, a związane z nimi czujniki mogą nie przekazywać przez pewien czas informacji o swoim stanie do np. sterowników PLC.

**Redundancja gorąca (hot)** - Tego typu redundancję stosuje się, gdy w obsługiwanej aplikacji w żadnych okolicznościach niedopuszczalna jest nawet najmniejsza przerwa w sterowaniu.

### Synchronizacja sterowników w redundancji typu hot:

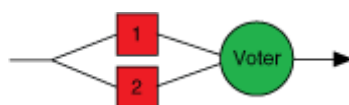
**Skanuj i wyślij**- polega na wysłaniu danych ze sterownika głównego po zeskanowaniu nastaw programowych po każdym cyklu pracy programu, tylko po potwierdzeniu transmisji danych do sterownika zapasowego możliwy jest kolejny krok programu i w efekcie na jego końcu ponowne skanowanie parametrów. Technika ta po raz pierwszy była zastosowana przez firmę Modicon przy budowie pierwszych redundantnych sterowników PLC. Z powodzeniem stosowana jest również w wielu współczesnych aplikacjach i jak wskazuje praktyka, gwarantuje właściwy poziom niezawodności oraz szybkości działania. Jednakże przy stosowaniu tej metody trzeba zwrócić uwagę na kilka istotnych kwestii. Po pierwsze rzeczywisty czas skanu parametrów między sterownikami jest



połączeniem czasu skanowania programu oraz czasu transmisji zeskanowanych danych między sterownikami. Ponieważ czas skanowania może być parametrem krytycznym w niektórych aplikacjach, dostawcy systemów redundantnych zwracają uwagę w dokumentacji swoich urządzeń, że program sterownika powinien być zoptymalizowany pod kątem jak największej szybkości skanowania.

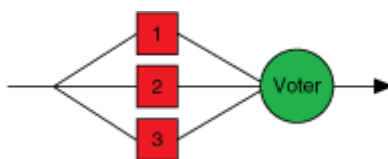
**Transmisja asynchroniczna-** Do jej realizacji niezbędny jest sterownik główny wyposażony w dwa wbudowane mikroprocesory, z których pierwszy zajmuje się obsługą kolejnych procedur programowych. Po każdym zakończeniu cyklu programu wszystkie dane, nastawy są przekazywane do drugiego mikroprocesora, który z kolei ma za zadanie obsługę transmisji danych, podczas gdy procesor pierwszy już uruchamia kolejny cykl programowy. W ten sposób w sterowniku pracują dwa procesory – jeden wykonujący program sterowania, drugi odpowiedzialny za obsługę transmisji danych do sterownika zapasowego, a sama transmisja przebiega asynchronicznie w stosunku do realizowanego algorytmu sterowania. Dzięki temu możliwe jest przesyłanie kompletnych tabel parametrycznych, bez wpływu na opóźnienie realizacji obsługi sterowania urządzeń procesowych. Sam program sterowania nie musi być już zatem rygorystycznie optymalizowany pod kątem szybkości skanowania niezbędnych parametrów i nastaw.

**Redundancja dwumodułowa**-odnosi się do układu dwóch jednostek (mających tę samą funkcjonalność) pracujących równolegle. Układ taki pozwala wykryć awarię jednostki ale nie umożliwia określenia która jednostka uległa awarii.



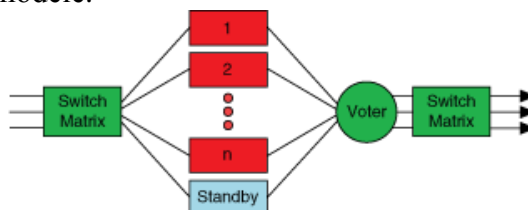
Redundancja dwumodułowa

**Redundancja trójmodułowa**- odnosi się do układu trzech jednostek (mających tę samą funkcjonalność) pracujących równolegle. Układ taki pozwala wykryć awarię jednostki oraz ją skorygować dzięki prostemu algorytmowi "2z3" (jeżeli dwa układy wystawiają 1 a trzeci układ 0 to na wyjściu jednostki pojawia się 1) innymi słowy 2 układy "przegłosowują" trzeci.



Redundancja trójmodułowa

**Redundancja 1 z N-** jest to technika używana w układach wielu jednostek, gdzie jedna jednostka dodatkowa jest zdolna do przejęcia funkcjonalności dowolnej z jednostek aktywnego systemu. Aby to było możliwe wszystkie jednostki aktywnego systemu muszą cechować się podobną funkcjonalnością. Umożliwia uzyskanie redundancji układu dużo mniejszym kosztem niż inne modele.



Redundancja 1 z N

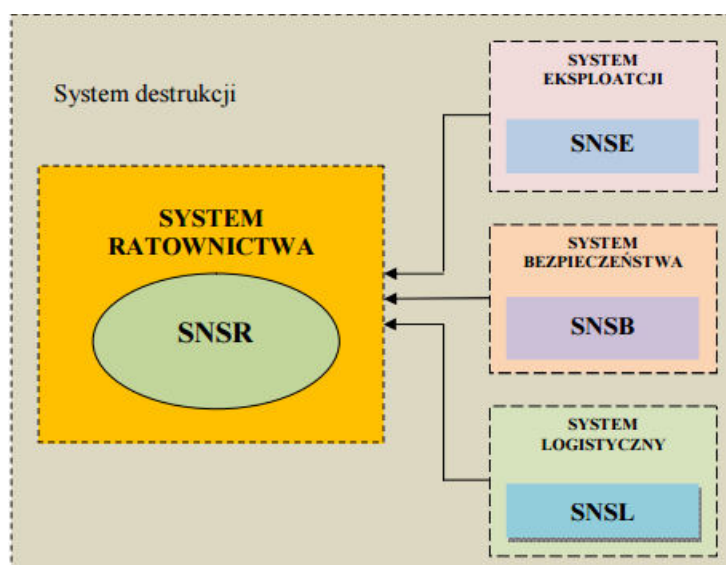


## 14. Niezawodność strukturalna w systemach logistycznych ratownictwa

Bezpieczeństwo systemów, w tym systemów ratowniczych i decyzyjnych zależy od niezawodności tych systemów w czasie eksploatacji oraz od ich odporności na takie czynniki jak brak łączności ze sztabem kryzysowym oraz zakłócenia ratownicze (np. warunki atmosferyczne, awarie i utrudnienia).

Struktury niezawodnościowe oddziaływające na system ratowniczy:

- SNSR – struktura niezawodnościowa systemu ratownictwa,
- SNSE – struktura niezawodnościowa systemu eksploatacji,
- SNSB – struktura niezawodnościowa systemu bezpieczeństwa,
- SNSL – struktura niezawodnościowa systemu logistycznego.



Nadrzędną rolę w procesie ratowniczym oraz w systemach bezpieczeństwa sprawuje niezawodność struktur tych systemów, a następnie dopiero niezawodność samych systemów. Zastosowanie w logistyce ratownictwa komputerowych metod z analizy niezawodności umożliwi lepszą ocenę zagrożenia, znacznie szybsze osiągnięcie dużej skuteczności ratowniczej i większego bezpieczeństwa działania.

Struktura niezawodnościowa systemu zależy od:

- a) podziału systemu na części składowe (elementy);
- b) funkcjonalnych powiązań między elementami, tzn. od struktury funkcjonalnej systemu;
- c) przyjętego kryterium uszkodzenia elementów i systemu;
- d) zadania wykonywanego przez system.

Do opisu systemu o o zbiorze  $n \geq 1$  stosuje się następujące zmienne binarne:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } i\text{ty element jest w stanie zdatnym} \\ 0 & \text{jeśli } i\text{ty element jest w stanie niezdatnym} \end{cases}$$

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{jeśli system jest w stanie zdatnym} \\ 0 & \text{jeśli system jest w stanie niezdatnym} \end{cases}$$

Zmienna binarna  $X_i$  (0 lub 1) występuje jako indykator stanu elementu, natomiast  $\delta$  jest indikatorem stanu systemu. W związku z tym  $\delta(X) = \delta(X_1, X_2, \dots, X_n)$  jest stanem systemu, odpowiadającym stanom elementów  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Funkcję można nazwać funkcją strukturalną systemu, lub wprost, strukturą systemu. W rzeczywistych systemach często występują takie, których struktura niezawodnościowa ulega ciągłym zmianą w czasie w sposób losowy lub zdeterminowany. W rzeczywistych systemach często występują takie, których struktura niezawodnościowa ulega ciągłym zmianą w czasie w sposób losowy lub zdeterminowany. Wówczas stan systemu zależy od wektorem stanu elementów (w.s.e.)  $X$ , ale również od upływającego czasu  $t$ .

Stworzono 4 typy opisu struktury niezawodnościowej systemu:

1. Opis werbalny – polegający na werbalnym, tzn. przy użyciu potocznego języka, opisie struktury, bez użycia rysunków i formuł matematycznych. Mało użyteczny i mało precyzyjny, używany do definicji.
2. Opis graficzny – polega na graficznym przedstawieniu struktury niezawodnościowej systemu przy pomocy umownych, dobrze zdefiniowanych znaków i symboli graficznych.
3. Opis analityczny – polegający na wyrażeniu związków logicznych między stanami elementów a stanem systemu przy pomocy formuł matematycznych, np. za pomocą jawnej postaci analitycznej funkcji struktury, algebry zbiorów, algebry Boole’a i innych.
4. Opis mieszany – polega na jednoczesnym zastosowaniu kilku powyższych opisów struktury systemu.

W praktyce najczęściej stosowany jest opis mieszany, łączący pozostałe 3 elementy.

## 15. Wskaźniki efektywności

**Wskaźnik OEE** – całkowita efektywność maszyn i urządzeń – jest kluczowym wskaźnikiem opisującym efektywność zainstalowanego sprzętu w przedsiębiorstwie.

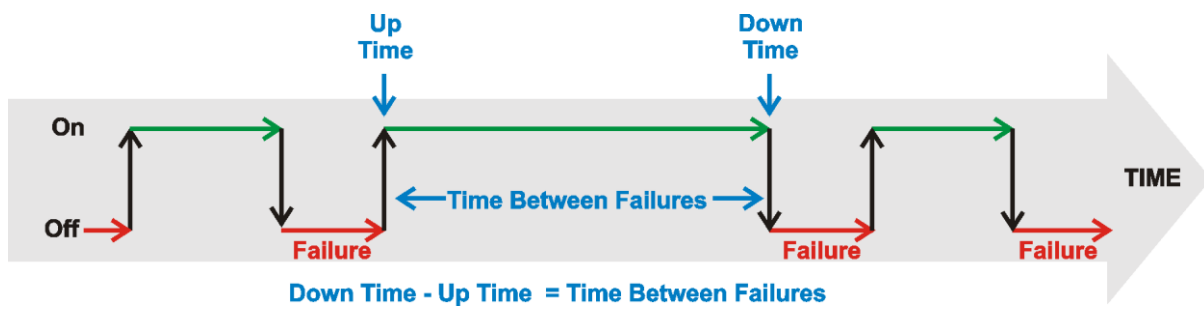


**Wskaźnik MTBF** (Mean Time Between Failure) informuje, jak często ze statycznego punktu widzenia dochodzi do uszkodzenia danego obiektu technicznego. W praktyce wskaźnik ten wykorzystywany jest do określania częstotliwości dokonywania przeglądów profilaktycznych.

**MTTR** (Mean Time To Repair) informuje o średnim czasie potrzebnym na naprawę w momencie wystąpienia awarii. Wskaźnik ten może być wykorzystywany do oceny efektywności pracowników UR, jak i oceny prowadzonych przez nich zadań naprawczych.

**MTTF** (Mean Time To Failure) Średni czas do uszkodzenia.

$$MTBF = MTTR + MTTF$$



**FIT** (Failure In Time) (FIT) inny sposób przedstawienia MTBF. FIT zwraca liczbę przewidywanych błędów na jeden miliard godzin działania urządzenia. Określenie szczególnie używane przez producentów półprzewodników.