باسمه تعالی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

گزارش کار مقاله مشترک

دکتر شامخی

محمدرضا ملکی

ترم پاییزی نود و هشت

چکیده:

هدف از این مقاله طراحی کنترلرهای درجه دوم خطی برای سیستمی با آونگ معکوس روی یک روبات متحرک است. برای این منظور باید مشخص شود که استراتژی کنترل با توجه به زاویه آونگ و موقعیت ربات عملکرد بهتری را ارائه می دهد. آونگ معکوس شده یک مشکل کنترل چالش برانگیز را نشان می دهد ، زیرا به طور مداوم به سمت یک حالت کنترل نشده حرکت می کند. مطالعه شبیه سازی در محیط MATLAB انجام شده است Simulink نشان می دهد که هر دو LQR و LQG قادر به کنترل این سیستم با موفقیت هستند. با این وجود نتیجه نشان می دهد که LQR در مقایسه با یک استراتژی LQG پاسخ بهتری ایجاد کرده است.

کلمات کلیدی:

کنترل LQG ، پاندول معکوس ، ربات موبایل

بخش اول : مقدمه

آونگ معکوس از دهه چهل تاکنون مورد بررسـی های بی شـماری در کنترل خودکار بوده اسـت. آونگ معکوس نماینده معمولی از کلاس سیستمهای فازی غیرخطی با مرتبه بالا است. از آنجا که این سیستم ذاتاً غیرخطی است ، برای نشان دادن برخی از ایده ها در کنترل غیرخطی مفید است. در سـالهای اخیر ربات های چرخدار در صـنعت از اهمیت بالایی برخوردار شـده اند ، زیرا انعطاف پذیری و کارآیی زیادی را با توجه به حمل و نقل ، بازرسـی و بهره برداری ارائه می دهند. با این حال ، در بسیاری از موارد ، این کنترل یا عدم آگاهی در کنترل است که محدوده کاربرد را محدود می کند. در این سیستم ، یک آونگ معکوس به یک روبات مجهز به یک موتور متصل می شود که آن را در امتداد یک مسیر افقی سوق می دهد. کاربر قادر است موقعیت و سرعت ربات را از طریق موتور دیکته کند. آونگ با یک نقطه تعادل ناپایدار مشـخص می شـود و می توان از رفتار آن در تحلیل و کنترل پایداری بسیاری از سیستمهای مشابه استفاده کرد. بسیاری از روش های کنترلی مختلف برای مشکل آونگ معکوس ارائه شده است.

با این وجود یکی از موانع استفاده از کنترل کننده های PID و PD این است که آنها به تنهایی نمی توانند همه متغیرهای حالت آونگ را کنترل کنند. از این رو ، آنها معمولاً توسـط یک کنترلر کاملا سفرشی جایگزین می شوند. در عوض می توان از یک کنترلر بازخورد حالت خطی بر اساس مدل آونگ معکوس خطی استفاده کرد ، همچنین ممکن است با یک مشاهده گر، آشفتگی (فیلتر کالمن) افزایش یابد تا عملکرد رد اختلال را بهبود بخشـد. روش پیشـنهادی ، تعادل یک آونگ معکوس قرار داده شـده در بالای ربات موبایل با اسـتفاده از روشـهای کنترل LQR / LQG اسـت. راه حل ما یک کنترلر LQG را در مقایسـه با یک کنترلر سـاده LQR پیاده سـازی می کند. رویکرد با اجرای کنترلر در محیط MATLAB / Simulink آزمایش خواهد شد. با وجود نیروهای ورودی مختلف ، هدف از طراحی یک کنترلر ، برآورده کردن نیازهای زیر است:

زمان نشست ،Ts ، کمتر از 5 ثانیه

فرارفت بیش از 10 درجه (0.175 رادیان)

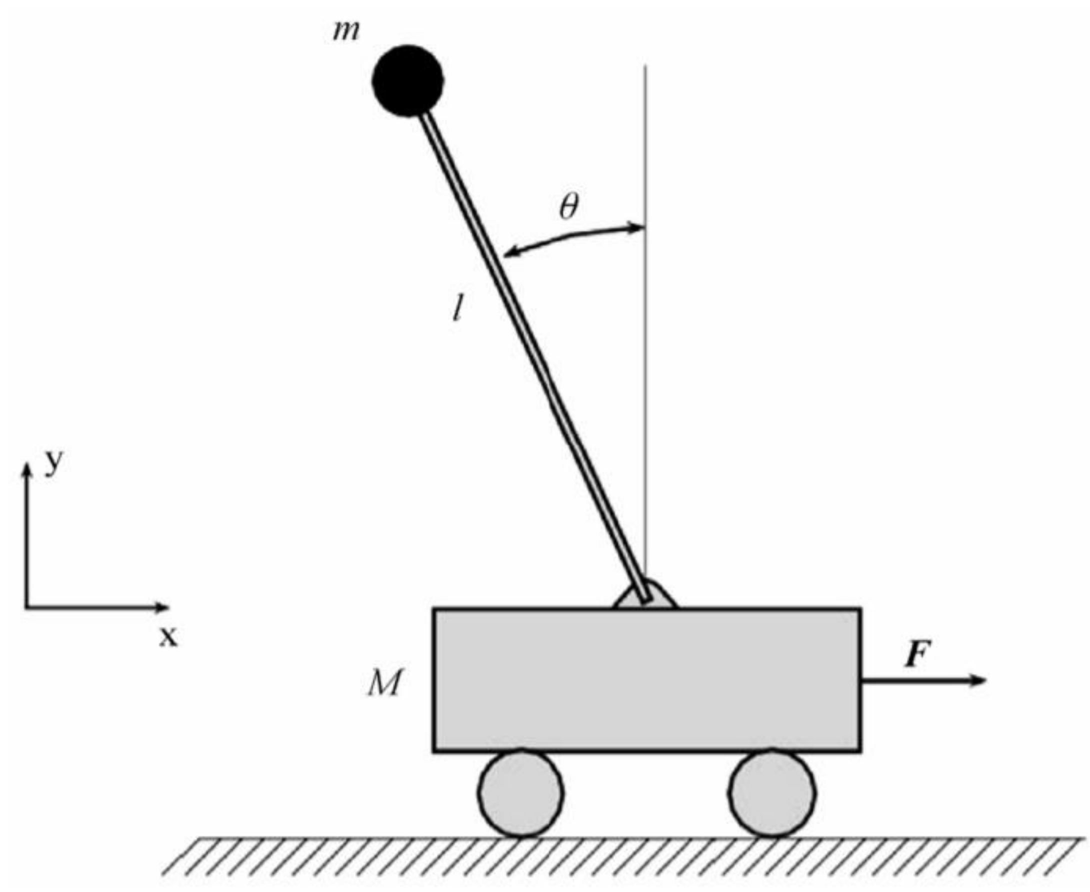
زمان برخاست T کمتر از 0.5 ثانیه r

ما در قسمت اول یک مدل ریاضی ساده از مسئله را شرح خواهیم داد.

سپس ، هنگامی که یک مدل فضای حالت را در اختیار داریم ، می توانیم در قسمت دوم حرکت کنیم و کنترل کننده ها و مشاهده گر ها را تعیین کنیم.

بخش دوم : مدلسازی

همانطور که در مقاله اشاره شد ، مدلسازی سیستم به صورت خلاصه برابر زیر است:



شکل 1-مدل پاندول معکوس و ارابه

با ساختن معادلات فضای حالت داریم:

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & \dfrac{K_m{}^2K_g{}^2}{Rr^2(M_tL-ml)} & \dfrac{g}{L-ml} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & \dfrac{-LK_m{}^2K_g{}^2}{Rr^2(LM_t-ml)} & \dfrac{-mlg}{(LM_t-ml)} & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ \dfrac{LK_mK_g}{Rr(LM_t-ml)}\\ 0\\ -\dfrac{K_mK_g}{Rr(M_tL-ml)}\end{bmatrix}V$$

$$Y=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}x$$

حال با جایگذاری مقادیر معلوم داریم:

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -15.14 & -3.04 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 37.23 & 31.61 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 3.39\\ 0\\ -8.33\end{bmatrix}V$$

$$Y=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}x$$

بخش سوم : شبیه سازی

حال ماتریس های A,B,C معلوم میباشند،پس داریم:

```
A=[0 1 0 0;0 -15.14 -3.04 0;0 0 0 1; 0 37.23 31.61 0];
B=[0;3.39;0;-8.33];
C=[1 0 0 0;0 0 1 0];
system=ss(A,B,C,0,0);
```

با این دستورات، فضای حالتی به اسم سیستم تعریف می شود.

حالا به بررسی کنترل پذیری و رویت پذیری می پردازیم:

```
C0 = ctrb(A,B) ;
Rc = rank(C0)
Rb = obsv(A,C) ;
ROb = rank(Rb)
```

مشاهده میشود که هر دو ماتریس فول رنک بوده ، پس هم شرط کنترلپذیری و هم شرط رویت پذیری برقرار است.

حال از روی مقاله مقادیر ماتریس های Q و R را مشخص می کنیم:

```
Q=[100 0 0 0;0 1 0 0;0 0 32.65 0;0 0 0 1];
R=1;
```

حال به راحتی با دستور lqr مقدار K بدست می آید:

```
K = lqr(A,B,Q,R);
```

نکته جالب توجه اینجاست که با توجه به یکسان بودن مقادیر A,B,Q,R و دستور lqr مقدار K یکسان با مقاله نیست!

حال به پیدا کردن سیستم جدیدمون می پردازیم که ماتریس های آن عبارت است از:

```
A2 = (A-B*K);
B2 = B;
C2 = C;
```

فضای حالت را با دستور ss می سازیم:

```
system2 = ss(A2,B2,C2,0,0);
```

و زمان بندی به صورت زیر است:

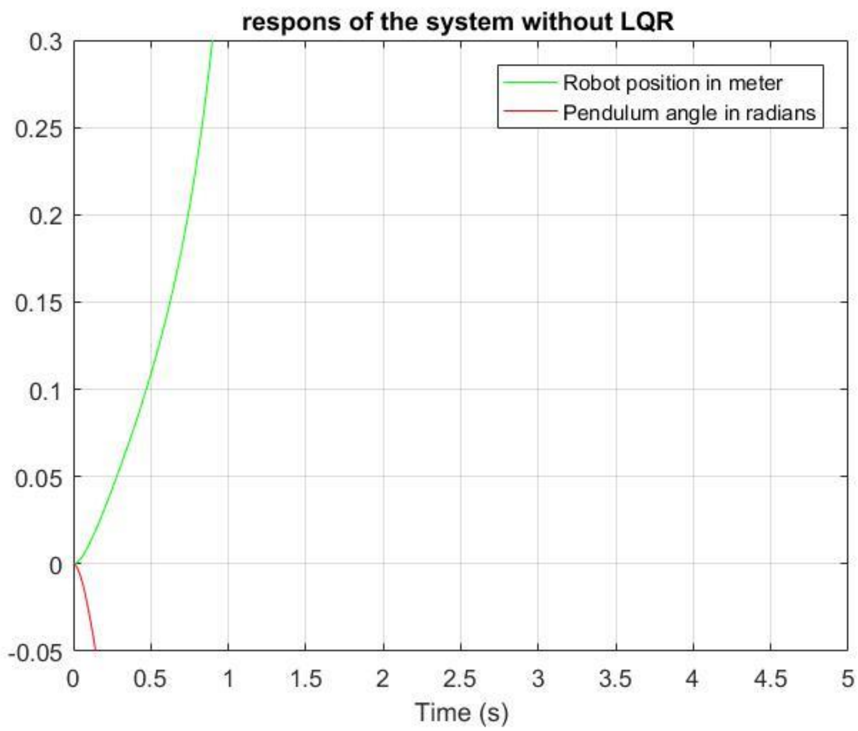
```
t1=0:0.01:10;
```

حالا دو سیستتم داریم که سیستم اول فاقد کنترلر و سیستم دوم توسط کنترلر lqr کنترل میشوند. حال در نظر داریم سیستم بدون کنترلر را نمودار بگیریم تا نتایج را بسنجیم:

```
figure
u=ones(size(t1));
[y0,t1,x]=lsim(system,u,t1);
plot(t1,y0(:,1),'g',t1,y0(:,2),'r');
xlim([0 5]);
xlabel('Time (s)' );
ylim([-.05 .3]);
grid on ;
```

```
legend('Robot position in meter','Pendulum angle in
radians');
title('respons of the system without LQR ');
```

با اجرای دستور نمودار سیستم اولیه ما به شکل زیر است:



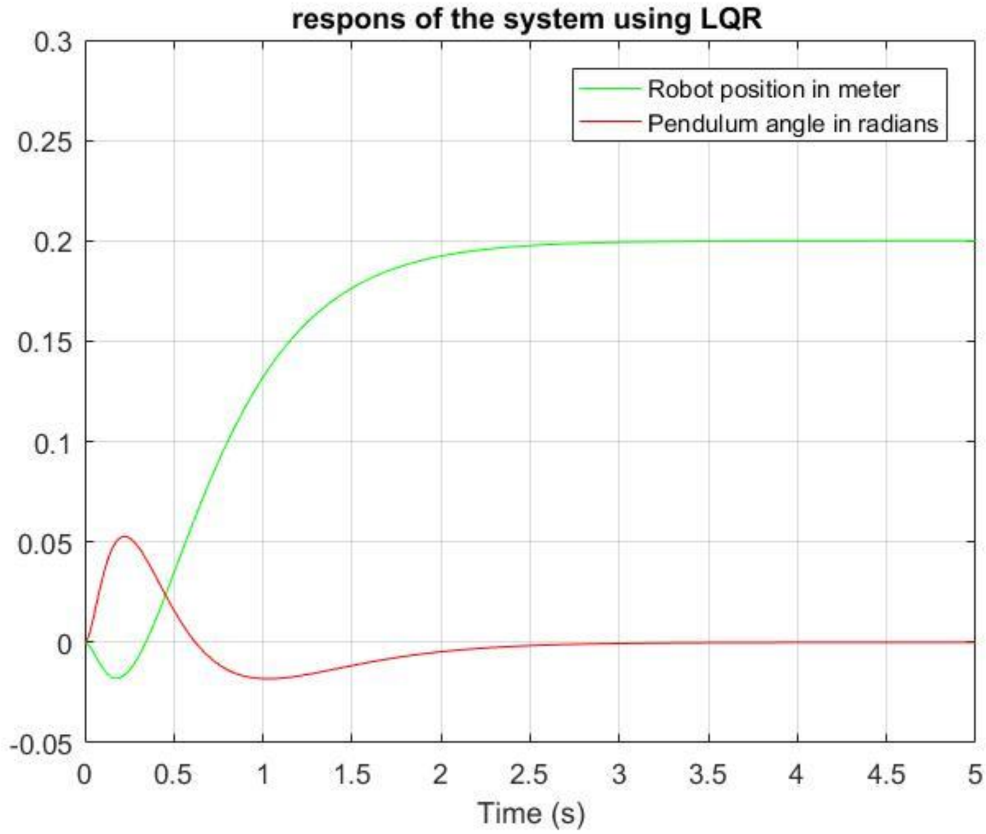
دیده می شود که هم ربات، هم پاندول معکوس به شدت نا پایدار بوده و در خلاف جهت حرکت هم منحرف می شوند:

حالا می خواهیم جواب سیستم را با وجود *lqr* بررسی کنیم:

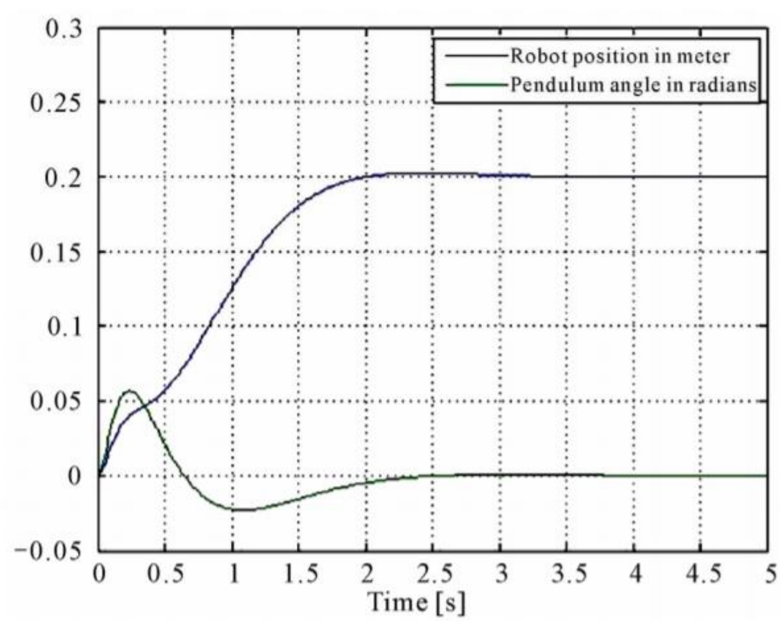
پس داریم:

```
figure
u=-2*ones(size(t1));
[y,t1,x]=lsim(system2,u,t1);
plot(t1,y(:,1),'g',t1,y(:,2),'r');
xlim([0 5]);
xlabel('Time (s)' );
ylim([-.05 .3]);
grid on ;
legend('Robot position in meter','Pendulum angle in
radians');
title('respons of the system using LQR ');
```

با اجرای کد نتایج زیر حاصل می شود:



نمودارهایی که در بالا می بینیم ، نمودارهای سیستم در حضور *lqr* می باشد، که مشاهده می شـــود پس از تقریباً *2.5* ثانیه هر دو نمودار به حالت ماندگار خود می رســـند. از خود مقاله نمودارهای زیر را داریم :



با مقایسه دو نمودار متوجه میشیم که نتایج بدست آمده شبیه است و فقط مقداری تفاوت در ابتدای نمودار ها وجود دارد.

حال به طراحی یک رویتگر می پردازیم

برای پیدا کردن L از دستورات زیر استفاده می کنیم:

```
A2 = (A-B*K);
P=eig(A2);
L = (place(A,C',P)).';
```

با پیدا کردن ریشه های معادله مشخصه A2 مقدار L پیدا میشود.

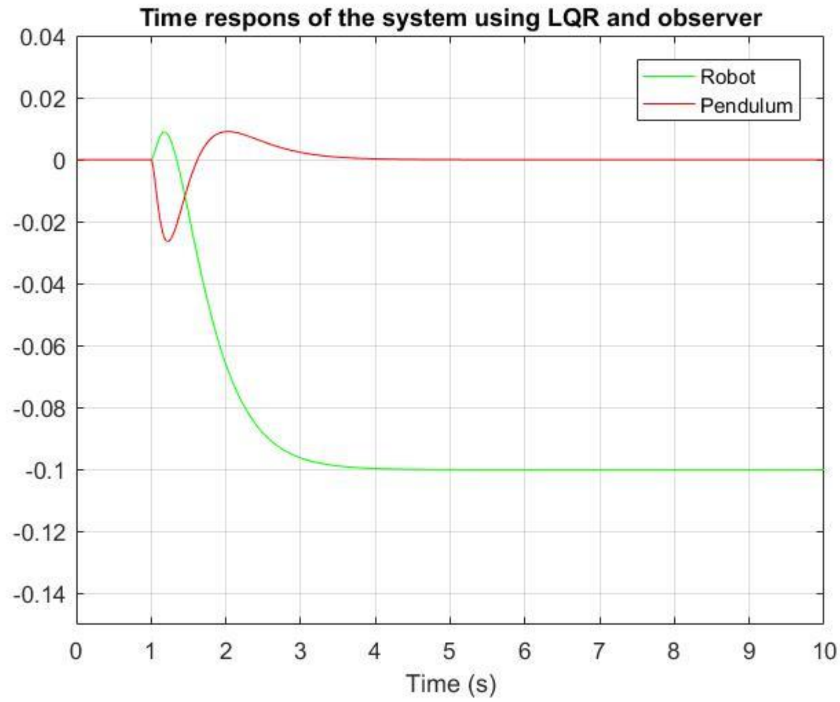
حال برای پیدا کردن جواب اقدام می کنیم و سیستم جدیدی تعریف می کنیم:

```
hA=[(A-B*K) (B*K); zeros(size(A)) (A-L*C)];
hB=[B;zeros(size(B))];
hC=[C zeros(size(C))]
system3=ss(hA,hB,hC,0);
```

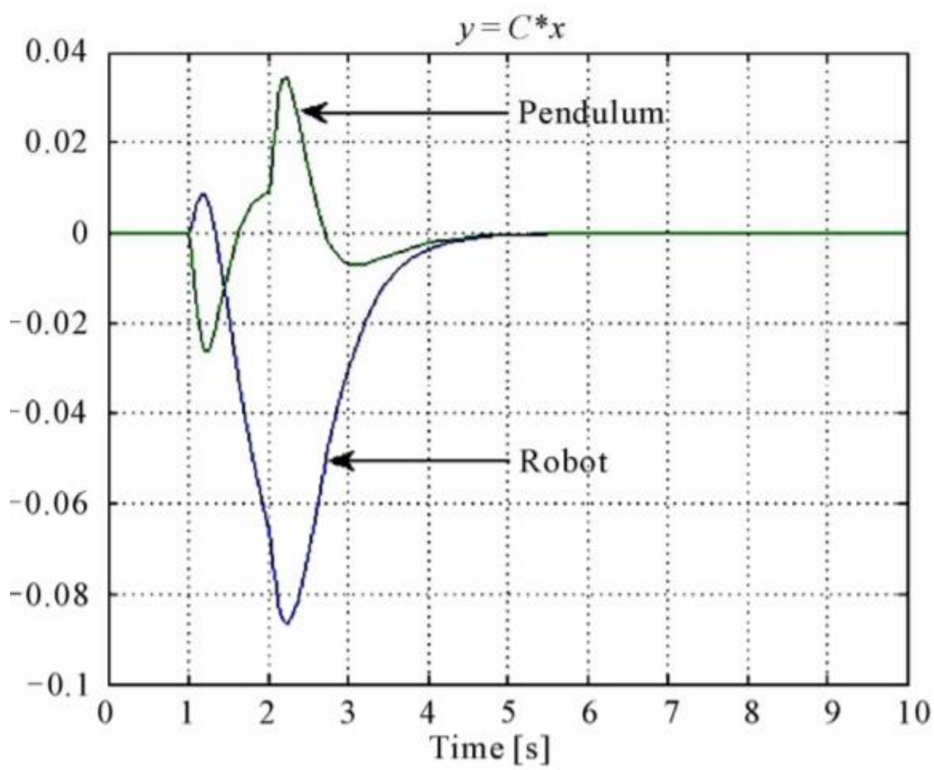
و حالا به سراغ گرفتن پلات می رویم:

```
figure
u3=stepfun(t1,1);
[hY,t1,hX]=lsim(system3,u3,t1);
plot(t1,hY(:,1),'g',t1,hY(:,2),'r')
xlim([0 10]);
xlabel('Time (s)' );
ylim([-0.15 0.04]);
grid on ;
legend('Robot','Pendulum');
title('Time respons of the system using LQR and observer');
grid on
```

با اجرای دستور بالا داریم:



نمودار پاندول به مقدار 0 و نمودار ارابه به 0.1- می رسند.لازم به ذکر است که زمان شروع ما از 1 ثانیه می باشد.



با مقایسه دو نمودار مشاهده می شود که نمودار مربوط به پاندول معکوس تقریباً شبیه اما نمودار مربوط به ربات مقداری اختلاف دارد. اما هر دو نمودار به صورت تقریبی شبیه بدست آمده است.

بخش چهارم : نتیجه گیری

نتیجه می شود با طراحی کنترلر lqr مناسب می توان سیستم را کنترل کرد به صورتی که سه شرط فرارفت ، زمان نشست و زمان برخاست را در بر بگیرد.همچنین می توان تاثیر ماتریس های وزنی را در بدست آوردن نتایج مشاهده کرد که با تغیر آنها نتایجی متفاوت بدست می آید.