Réduction

46 Vrai ou faux ?

a. $4 \times 6 + 1 = 5^2$ **b.** $5 \times 7 + 1 = 6^2$

c. $7 \times 9 + 1 = 8^2$ **d.** $12 \times 14 + 1 = 15^2$

1. Vérifier chacune des égalités ci-dessus.
2. Pour chaque égalité fausse, donner un moyen de la corriger rapidement et sans calculatrice.
3. Compléter les égalités suivantes en précisant la démarche suivie.
   a. $44 \times 46 + 1 = \ldots$
   b. $89 \times 91 + 1 = \ldots$
4. Écrire une conjecture et la démontrer.

Si *n* désigne un nombre entier, comment écris-tu l'entier suivant ?

23 Développer les expressions suivantes.

$A = -3(x + 7)$ $B = 4(2x - 3)$

$C = -11(-x - 5)$ $D = x(2x + 9)$

$E = -3x(6 + 4x)$ $F = -2x(10 - 5x)$

19 Pour chaque expression, proposer une écriture plus simple.

$A = 3 \times (2 \times x - 5) + 6 \times x \times x$

$B = 5 \times x \times y - x \times (y + 2) \times 4 + 11 \times y$

$C = -6 \times x + x \times 2 \times x + 4 \times (11 + 3 \times x)$

$D = 3 \times (2 \times x + 1)(2 \times x + 1)$

$E = 4 \times x \times y + 2 \times (6 \times x + 7 \times y) - x \times 3 \times y$

Utilisation d'une formule

55 Posologie Prise d'initiative

On peut lire au sujet d'un médicament :

« Chez les enfants (12 mois à 17 ans), la posologie doit être établie en fonction de la surface corporelle du patient. »

« Une dose de charge unique de 70 mg par mètre carré (sans dépasser 70 mg par jour) devra être administrée. »

Pour calculer la surface corporelle en m², on utilise la formule de Mosteller :

$$\text{Surface corporelle (en m}^2) = \sqrt{\frac{\text{taille (en cm)} \times \text{masse (en kg)}}{3\,600}}$$

On considère les informations ci-dessous.

Patient	Âge	Taille (en m)	Masse (en kg)	Dose administrée
Lou	5 ans	1,05	17,5	50 mg
Joé	15 ans	1,50	50	100 mg

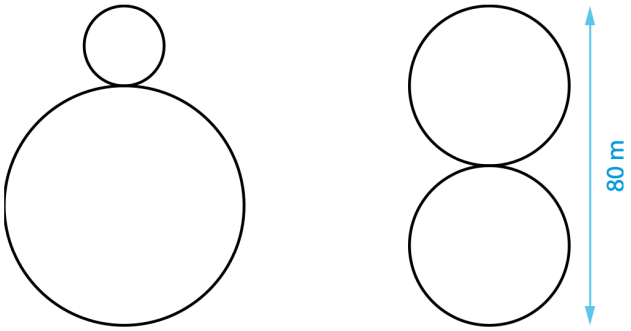
1. La posologie a-t-elle été respectée pour Joé ? Justifier la réponse.
2. Vérifier que la surface corporelle de Lou est environ de 0,71 m².
3. La posologie a-t-elle été respectée pour Lou ? Justifier la réponse.

D'après DNB Centres étrangers, 2013.

Premier problème

54 Circuits de karting Prise d'initiative

Gaëlle et Maeva souhaitent construire un circuit de karting en forme de 8.
Elles disposent d'un emplacement de 80 mètres de long.
Sur la figure ci-dessous sont tracés leurs modèles respectifs, constitués de deux cercles tangents. Pour celui de Maeva, les deux cercles sont de même rayon tandis que pour celui de Gaëlle, les deux cercles sont de rayon distinct.



- De ces deux circuits, lequel est le plus long ?

2 Voici un programme de calcul :

- Choisis un nombre ;
- Ajoute 5 ;
- Multiplie par 3 le résultat obtenu ;
- Enlève 15.

a. Choisis des nombres pour tester ce programme de calcul.

b. Comment trouver le résultat le plus rapidement possible ?

4 **Le programme de calcul**

On donne le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre ;
- Ajoute 6 ;
- Multiplie la somme obtenue par le nombre choisi au départ ;
- Ajoute 9 à ce produit ;
- Écris le résultat.

a. Écris les calculs intermédiaires et donne le résultat fourni lorsque le nombre choisi est 2. Recommence avec -5.

b. Écris ces deux résultats sous la forme de carrés de nombres entiers.

c. Développe $(x + 3)^2$.

d. Démontre que le résultat est toujours un carré, quel que soit le nombre choisi au départ.

Double distributivité

$A = (x + 4)(x + 3)$ $\quad$ $C = (3z + 4)(5 + 6z)$

$B = (y + 3)(2y + 8)$ $\quad$ $D = (7t + 8)(3 + 5t)$

$A = (7 - 3x)(9x - 3)$ $\quad$ $C = (4a + 6)(-3 - 5a)$

$B = (-2 - 3y)(4 - 8y)$ $\quad$ $D = (5z - 7)(8z + 2)$

$A = 3(-2x + 5) + (-2x + 5)(x - 3)$

$B = (2a - 5)(3 - 4a) - 2(5 - a)$

$C = -(3 - 4z)(z - 2)$

$D = -5r(2 - 3r) + (-r - 2)(2r + 5)$

Équations

Résous les équations suivantes :

a. $x + 6 = 8$ $\quad$ **f.** $x - 5{,}3 = -3{,}2$

b. $t - 7 = 3$ $\quad$ **g.** $y + 15{,}7 = -30$

c. $y + 11 = 10$ $\quad$ **h.** $-5{,}4 + t = 4{,}85$

d. $1 + x = -2$ $\quad$ **i.** $x + 7 = -1{,}2$

e. $t - 5 = -3$ $\quad$ **j.** $y - 59{,}7 = -100$

Résous les équations suivantes :

a. $2x - 2 = 2$ $\quad$ **f.** $6 - y = -2{,}3$

b. $3z - 10 = 11$ $\quad$ **g.** $7 - 3x = -22$

c. $1 - y = 0$ $\quad$ **h.** $5 + 6z = -11$

d. $1 + 5x = -39$ $\quad$ **i.** $-x - 9 = 11{,}2$

e. $2 + 3z = 9$ $\quad$ **j.** $9{,}7y - 5{,}7 = -1{,}7$

Résous les équations suivantes :

a. $4(x + 5) = 10x + 3$

b. $3(x - 2) = 6(x + 4)$

c. $7x - (5x + 3) = 5(x - 3) + 2$

d. $7(n + 2) - 3 = 25 - (3n + 4)$

e. $4y + 3(4y - 2) = 3(y + 1)$

Problèmes

Joey pense à un nombre. Il lui ajoute 11, multiplie le tout par 3 et au résultat obtenu il retranche 3. Joey obtient 51.

Quel est ce nombre de départ ?

J'ai 180 € de plus que toi.
Si je te donnais 41 € alors j'aurais deux fois plus d'argent que toi.
Combien avons-nous chacun ?

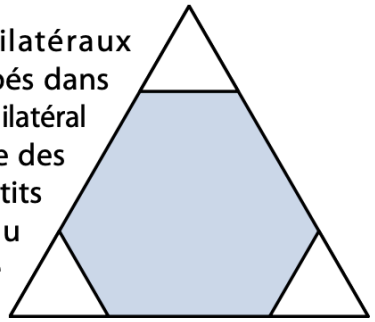
Un marchand dépense 75 € par semaine pour confectionner ses glaces. Sachant qu'une glace est vendue 2,50 €, combien doit-il vendre au minimum de glaces dans la semaine pour avoir un bénéfice supérieur à 76 € ?

La grande Halle d'Auvergne peut accueillir 8 500 spectateurs. Lors d'un concert, toutes les places debout à 25 € et toutes les places assises à 44 € ont été vendues. Le montant de la recette était ce soir-là de 312 725 €. Quel était le nombre de spectateurs debout ?

Problèmes (2)

Hexagone non régulier

Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés dans les coins d'un triangle équilatéral de côté 6 cm. La somme des périmètres des trois petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone bleu restant.



- Quelle est la mesure du côté des petits triangles ?

D'après DNB Pondichéry, avril 2015.

Nombre mystère

Trouver le nombre auquel je pense.

- Je pense à un nombre.
- Je lui soustrais 10.
- J'élève le tout au carré.
- Je soustrais au résultat le carré du nombre auquel j'ai pensé.
- J'obtiens alors –340.

D'après DNB Amérique du Nord, 2015.

La ficelle

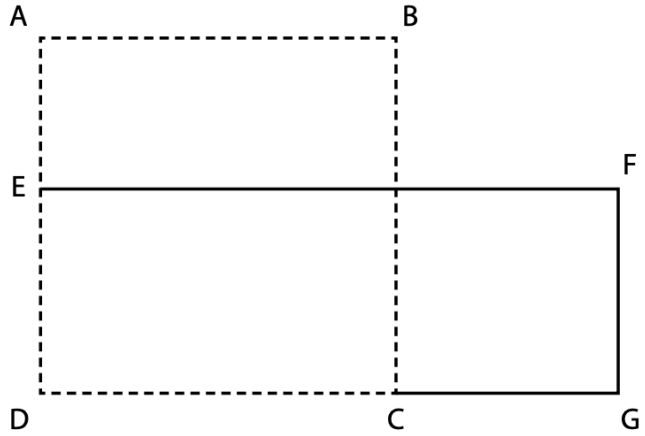
Annie possède de la ficelle dont la forme est un cylindre de rayon 0,5 mm et de hauteur *h*.

1. Donner la valeur exacte du volume de cette ficelle cylindrique en fonction de *h*.
2. En enroulant cette ficelle, Annie obtient une pelote ayant la forme d'une boule de rayon 30 cm.
   On suppose que la ficelle est enroulée de manière qu'il n'y ait aucun vide dans la pelote.
   Quelle est la hauteur *h* du cylindre (la longueur de la ficelle) ?

D'après DNB Liban juin, 2009.

Des aires égales

Le dessin ci-dessous représente une figure composée d'un carré ABCD et d'un rectangle DEFG.
E est un point du segment [AD].
C est un point du segment [DG].
Dans cette figure la longueur AB peut varier, mais on a toujours AE = 15 cm et CG = 25 cm.



1. Dans cette question, on suppose que AB = 40 cm.
   a. Calculer l'aire du carré ABCD.
   b. Calculer l'aire du rectangle DEFG.
2. Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré ABCD soit égale à l'aire du rectangle DEFG ? Si oui, calculer AB. Si non, expliquer pourquoi.

D'après DNB Métropole – La Rénion – Antilles-Guyane, 2012.