

1 Rappels

Les règles suivantes d'écriture ont été données les années précédentes.

Définition 1 : Conventions d'écriture

Par convention, on a les égalités d'écriture suivantes :

1. $1 \times x = x$
2. $0 \times 0 = 0x = 0$
3. $-1 \times x = -x$
4. $x \times y = xy = yx$
5. $y \times y = y^2$
6. $2 \times x = 2x$ (à généraliser quelque soit le nombre)
7. $x + x = 2x$
8. $1 + x$ ne peut pas être simplifié
9. $x + y$ ne peut pas être simplifié
10. $x^2 + x$ ne peut pas être simplifié par addition

Propriété 1 : Simple distributivité

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b = ka + kb$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b = ka - kb$$

Exemple 1

$$-3 \times (x + 2) = -3 \times x + (-3) \times 2 = -3x + (-6) = -3x - 6$$

$$-4 \times (2x - 1) = -4 \times 2x - (-4) \times 1 = -8x + 4$$

2 Développement : double distributivité

Propriété 2 : Double distributivité

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemple 2

$$\begin{aligned}(x + 1)(x + 2) &= x \times x + x \times 2 + 1 \times x + 1 \times 2 \\ &= x^2 + 2x + x + 2 \\ &= x^2 + 3x + 2\end{aligned}$$

Exemple 3

$$\begin{aligned}(x-1)(x-2) &= x \times x + x \times (-2) + (-1) \times x + (-1) \times (-2) \\ &= x^2 + (-2x) + (-1x) + 2 \\ &= x^2 - 2x - x + 2 \\ &= x^2 - 3x + 2\end{aligned}$$

3 Factorisation

Définition 2 : Factorisation

Factoriser une expression, c'est transformer une somme en un produit.

Propriété 3 : Factorisation

$$\underline{k}a + \underline{k}b = \underline{k} \times (a + b)$$

\underline{k} est appelé le facteur commun.

Exemple 4 : Exemple de factorisation

1. $\underline{3}x + \underline{3}y = \underline{3}(x + y)$
2. $x^2 + 4x = \underline{x} \times x + 4 \times \underline{x} = \underline{x}(x + 4)$
3. $21x + 56y = \underline{7} \times 3x + \underline{7} \times 8y = \underline{7}(3x + 8y)$

4 Cas particulier : les identités remarquables

Le cas suivant est à retenir dans le cadre de la factorisation.

Propriété 4 : Identité remarquable 1

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Les cas suivants sont les deux autres identités remarquables, mais celles-ci sont hors-programme.

Remarque 1 : Identités remarquables 2 et 3

$$\begin{aligned}a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\ a^2 - 2ab + b^2 &= (a - b)^2\end{aligned}$$

Pour prouver ces égalités, il suffit de développer puis réduire le membre de droite.