

30 Développer et réduire les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} A &= (x+3)(x+2) & B &= (x+3)(2x+4) \\ C &= (x-7)(x+9) & D &= (x-3)(4-x) \\ E &= (3x+4)(5x-7) & F &= (-2x+8)(4-x) \end{aligned}$$

31 Dans chaque cas, choisir l'étiquette correspondant à la bonne expression développée et réduite.

1. $(2y-4)(3y+3) =$ $6y^2 - 18y - 12$ $6y^2 - 6y - 12$

2. $(-y+3)(8-y) =$ $-y^2 - 11y + 24$ $-11y + y^2 + 24$

3. $-(y+6)(2y+4) =$ $-2y^2 - 16y - 24$ $-2y^2 + 16y + 24$

58 Toujours positif ?

Pour aller plus loin

On donne les formules suivantes.
Quelles que soient les valeurs prises par a et b :

$$a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

On considère le programme de calcul ci-dessous.

Choisir un nombre.
Soustraire 6.
Multiplier le résultat obtenu par le nombre choisi.
Ajouter 9.

1. Vérifier que lorsque le nombre choisi est 11, le résultat du programme est 64.
2. Lorsque le nombre choisi est -4 , quel est le résultat du programme ?
3. Théo affirme que, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat du programme est toujours un nombre positif. A-t-il raison ?

D'après DNB Métropole-La Réunion-Antilles-Guyane, 2015.

59 Identiques

1. Voici un programme de calcul :

Programme A

- Choisir un nombre.
- Ajouter 3.
- Calculer le carré du résultat obtenu.
- Soustraire le carré du nombre de départ.

- a. Eugénie choisit 4 comme nombre de départ. Vérifier qu'elle obtient 33 comme résultat du programme.
- b. Elle choisit ensuite -5 comme nombre de départ. Quel résultat obtient-elle ?

2. Voici un deuxième programme de calcul :

Programme B

- Choisir un nombre.
- Multiplier par 6.
- Ajouter 9 au résultat obtenu.

Clément affirme : « Si on choisit n'importe quel nombre et qu'on lui applique les deux programmes, on obtient le même résultat. »
Prouver que Clément a raison.

3. Quel nombre de départ faut-il choisir pour que le résultat des programmes soit 54 ?

D'après DNB Polynésie, 2015.

61 Qui a raison ?

Voici un programme de calcul sur lequel travaillent quatre élèves. Voici ce qu'ils affirment :

- Prendre un nombre.
- Lui ajouter 8.
- Multiplier le résultat par 3.
- Enlever 24.
- Enlever le nombre de départ.

Jade

Quand je prends 4 comme nombre de départ, j'obtiens 8.

En appliquant le programme à 0, je trouve 0.

Lucas

Yasmine

Pour n'importe quel nombre choisi, le résultat final est égal au double du nombre de départ.

Moi, j'ai pris -3 au départ et j'ai obtenu -9 .

Noé

- Pour chacun de ces quatre élèves, expliquer s'il a raison ou tort.

D'après DNB Métropole - La Réunion - Antilles-Guyane, 2015.

Réduction

46 Vrai ou faux ?

- a. $4 \times 6 + 1 = 5^2$ b. $5 \times 7 + 1 = 6^2$
c. $7 \times 9 + 1 = 8^2$ d. $12 \times 14 + 1 = 15^2$

- Vérifier chacune des égalités ci-dessus.
- Pour chaque égalité fausse, donner un moyen de la corriger rapidement et sans calculatrice.
- Compléter les égalités suivantes en précisant la démarche suivie.
a. $44 \times 46 + 1 = \dots$
b. $89 \times 91 + 1 = \dots$
- Écrire une conjecture et la démontrer.

Si n désigne un nombre entier, comment écris-tu l'entier suivant ?



23 Développer les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} A &= -3(x + 7) & B &= 4(2x - 3) \\ C &= -11(-x - 5) & D &= x(2x + 9) \\ E &= -3x(6 + 4x) & F &= -2x(10 - 5x) \end{aligned}$$

19 Pour chaque expression, proposer une écriture plus simple.

$$\begin{aligned} A &= 3 \times (2 \times x - 5) + 6 \times x \times x \\ B &= 5 \times x \times y - x \times (y + 2) \times 4 + 11 \times y \\ C &= -6 \times x + x \times 2 \times x + 4 \times (11 + 3 \times x) \\ D &= 3 \times (2 \times x + 1)(2 \times x + 1) \\ E &= 4 \times x \times y + 2 \times (6 \times x + 7 \times y) - x \times 3 \times y \end{aligned}$$

Utilisation d'une formule

55 Posologie

d'initiative

On peut lire au sujet d'un médicament :

« Chez les enfants (12 mois à 17 ans), la posologie doit être établie en fonction de la surface corporelle du patient. »

« Une dose de charge unique de 70 mg par mètre carré (sans dépasser 70 mg par jour) devra être administrée. »

Pour calculer la surface corporelle en m^2 , on utilise la formule de Mosteller :

$$\text{Surface corporelle (en } m^2) = \sqrt{\frac{\text{taille (en cm)} \times \text{masse (en kg)}}{3600}}$$

On considère les informations ci-dessous.

Patient	Âge	Taille (en m)	Masse (en kg)	Dose administrée
Lou	5 ans	1,05	17,5	50 mg
Joé	15 ans	1,50	50	100 mg

- La posologie a-t-elle été respectée pour Joé ? Justifier la réponse.
- Vérifier que la surface corporelle de Lou est environ de $0,71 m^2$.
- La posologie a-t-elle été respectée pour Lou ? Justifier la réponse.

D'après DNB Centres étrangers, 2013.

Premier problème

54 Circuits de karting

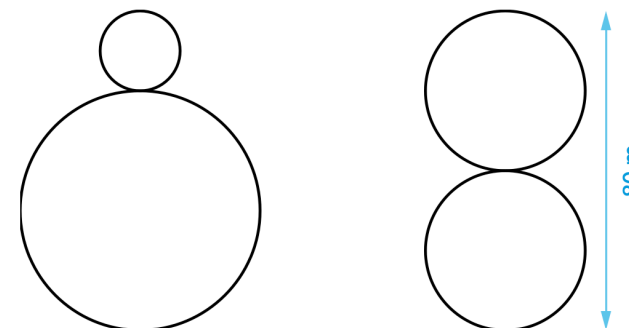
d'initiative

Gaëlle et Maeva souhaitent construire un circuit de karting en forme de 8.

Elles disposent d'un emplacement de 80 mètres de long.

Sur la figure

ci-dessous sont tracés leurs modèles respectifs, constitués de deux cercles tangents. Pour celui de Maeva, les deux cercles sont de même rayon tandis que pour celui de Gaëlle, les deux cercles sont de rayon distinct.



- De ces deux circuits, lequel est le plus long ?

2 Voici un programme de calcul :

- Choisis un nombre ;
- Ajoute 5 ;
- Multiplie par 3 le résultat obtenu ;
- Enlève 15.

a. Choisis des nombres pour tester ce programme de calcul.

b. Comment trouver le résultat le plus rapidement possible ?

$$A = 3(-2x + 5) + (-2x + 5)(x - 3)$$

$$B = (2a - 5)(3 - 4a) - 2(5 - a)$$

$$C = -(3 - 4z)(z - 2)$$

$$D = -5r(2 - 3r) + (-r - 2)(2r + 5)$$

Équations

Résous les équations suivantes :

a. $x + 6 = 8$

f. $x - 5,3 = -3,2$

b. $t - 7 = 3$

g. $y + 15,7 = -30$

c. $y + 11 = 10$

h. $-5,4 + t = 4,85$

d. $1 + x = -2$

i. $x + 7 = -1,2$

e. $t - 5 = -3$

j. $y - 59,7 = -100$

Résous les équations suivantes :

a. $2x - 2 = 2$

f. $6 - y = -2,3$

b. $3z - 10 = 11$

g. $7 - 3x = -22$

c. $1 - y = 0$

h. $5 + 6z = -11$

d. $1 + 5x = -39$

i. $-x - 9 = 11,2$

e. $2 + 3z = 9$

j. $9,7y - 5,7 = -1,7$

Résous les équations suivantes :

a. $4(x + 5) = 10x + 3$

b. $3(x - 2) = 6(x + 4)$

c. $7x - (5x + 3) = 5(x - 3) + 2$

d. $7(n + 2) - 3 = 25 - (3n + 4)$

e. $4y + 3(4y - 2) = 3(y + 1)$

Problèmes

Joey pense à un nombre. Il lui ajoute 11, multiplie le tout par 3 et au résultat obtenu il retranche 3. Joey obtient 51.

Quel est ce nombre de départ ?

J'ai 180 € de plus que toi.
Si je te donnais 41 € alors j'aurais deux fois plus d'argent que toi.
Combien avons-nous chacun ?

Un marchand dépense 75 € par semaine pour confectionner ses glaces. Sachant qu'une glace est vendue 2,50 €, combien doit-il vendre au minimum de glaces dans la semaine pour avoir un bénéfice supérieur à 76 € ?

La grande Halle d'Auvergne peut accueillir 8 500 spectateurs. Lors d'un concert, toutes les places debout à 25 € et toutes les places assises à 44 € ont été vendues. Le montant de la recette était ce soir-là de 312 725 €. Quel était le nombre de spectateurs debout ?

Double distributivité

$$A = (x + 4)(x + 3) \quad C = (3z + 4)(5 + 6z)$$

$$B = (y + 3)(2y + 8) \quad D = (7t + 8)(3 + 5t)$$

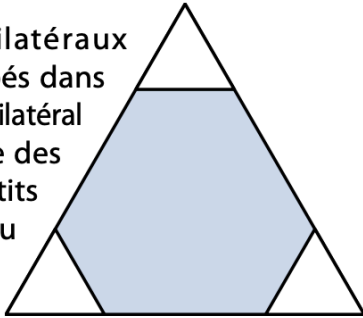
$$A = (7 - 3x)(9x - 3) \quad C = (4a + 6)(-3 - 5a)$$

$$B = (-2 - 3y)(4 - 8y) \quad D = (5z - 7)(8z + 2)$$

Problèmes (2)

Hexagone non régulier

Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés dans les coins d'un triangle équilatéral de côté 6 cm. La somme des périmètres des trois petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone bleu restant.



- Quelle est la mesure du côté des petits triangles ?

D'après DNB Pondichéry, avril 2015.

Nombre mystère

Trouver le nombre auquel je pense.

- Je pense à un nombre.
- Je lui soustrais 10.
- J'élève le tout au carré.
- Je soustrais au résultat le carré du nombre auquel j'ai pensé.
- J'obtiens alors -340.

D'après DNB Amérique du Nord, 2015.

La ficelle

Annie possède de la ficelle dont la forme est un cylindre de rayon 0,5 mm et de hauteur h .

1. Donner la valeur exacte du volume de cette ficelle cylindrique en fonction de h .
2. En enroulant cette ficelle, Annie obtient une pelote ayant la forme d'une boule de rayon 30 cm. On suppose que la ficelle est enroulée de manière qu'il n'y ait aucun vide dans la pelote. Quelle est la hauteur h du cylindre (la longueur de la ficelle) ?

D'après DNB Liban juin, 2009.

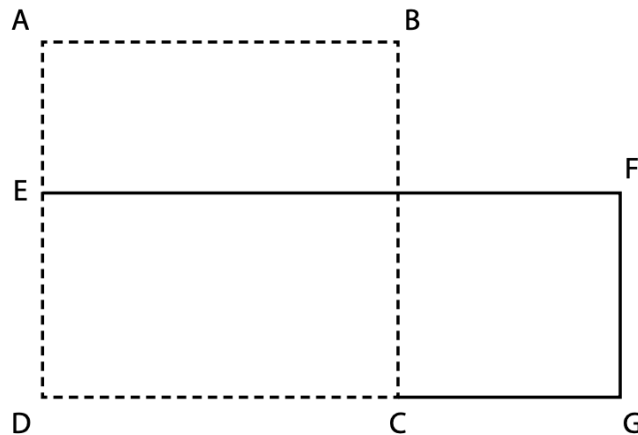
Des aires égales

Le dessin ci-dessous représente une figure composée d'un carré ABCD et d'un rectangle DEFG.

E est un point du segment [AD].

C est un point du segment [DG].

Dans cette figure la longueur AB peut varier, mais on a toujours $AE = 15$ cm et $CG = 25$ cm.



1. Dans cette question, on suppose que $AB = 40$ cm.
 - a. Calculer l'aire du carré ABCD.
 - b. Calculer l'aire du rectangle DEFG.
2. Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré ABCD soit égale à l'aire du rectangle DEFG ? Si oui, calculer AB. Si non, expliquer pourquoi.

D'après DNB Métropole – La Réunion – Antilles-Guyane, 2012.