

بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه علم و صنعت ایران

پاییز ۱۳۹۹

پاسخ تمرین سری هشتم

مبانی بینایی کامپیوتر

۱. دو تصویر داریم که تصویر دوم حاصل تبدیل شباهت (similarity) یافته تصویر اول است. فرض کنید نقاط کلیدی متناظر دو تصویر را نیز داریم که ممکن است شامل تناظر اشتباه نیز باشد. مرحله به مرحله توضیح دهید که چگونه می‌توان با کمترین خطا پارامترهای این تبدیل را به دست آوریم. رابطه تبدیل شباهت از قرار زیر است:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos \theta & -a \sin \theta & t_x \\ a \sin \theta & a \cos \theta & t_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

در صورتی که داده پرتی وجود نداشته باشد، بهترین راه حل استفاده از کمینه کردن مربعات خطا است. برای این کار کافی است که تابع مربعات خطا را محاسبه کرده و با استفاده از مشتق گیری معادلات را بدست آوریم:

$$\text{Cost} = \sum_{i=1}^N \left[\left(x_2^i - (x_1^i a \cos \theta - y_1^i a \sin \theta + t_x) \right)^2 + \left(y_2^i - (x_1^i a \sin \theta + y_1^i a \cos \theta + t_y) \right)^2 \right]$$

$$\frac{\partial \text{cost}}{\partial t_x} = 0, \frac{\partial \text{cost}}{\partial t_y} = 0, \frac{\partial \text{cost}}{\partial a} = 0, \frac{\partial \text{cost}}{\partial \theta} = 0$$

برای کمینه کردن تابع هزینه از آن نسبت به هر یک از پارامترها مشتق گرفته برابر صفر قرار می‌دهیم. با توجه به این نکته که در داده‌ها outlier وجود دارد باید ابتدا داده‌های پرت را حذف کنیم. برای حذف داده‌های پرت از الگوریتم RANSAC استفاده می‌کنیم. تعداد تکرارهای الگوریتم RANSAC با توجه میزان outlier از فرمول زیر قابل محاسبه است:

$$k = \frac{\log(1 - p)}{\log(1 - (1 - e)^s)}$$

در هر مرحله از تکرار دو نقطه به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند و با استفاده از این دو نقطه و دو نقطه نظیر آن‌ها در تصویر دوم پارامترهای تبدیل را به دست می‌آوریم (برای به دست آوردن این مقادیر از روابطی که در قسمت کمینه کردن مربعات خطا به دست آمد، می‌توان استفاده کرد).

سپس با توجه به تبدیل به دست آمده برای نقاط موجود در تصویر اول، این نقاط متناظر را به دست آورده و اگر فاصله نقاط به دست آمده با نقاط متناظر واقعی از یک آستانه کمتر باشد، این نقطه به این تبدیل رای می‌دهد. نقاط inlier تبدیلی که بیشترین inlier را دارد انتخاب کرده و با استفاده از رابطه کمینه کردن مربعات خطا بهترین تبدیل با توجه نقاط inlier به دست می‌آوریم.

- موفق باشید.