بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه علم و صنعت ایران

پاییز ۱۳۹۹

مبانی بینایی کامپیوتر پاسخ تمرین سری هفتم

---

۱. هر کدام از رنگ‌های زیر را از فضای رنگی مبدا به فضای رنگی مقصد ببرید.(محدوده رنگی فضاهای مبدا و مقصد، ۰ تا ۲۵۵ فرض شود) (حل با راه حل و به صورت کامل باشد و جواب آخر به تنهایی نمره‌ای ندارد).

a. $\begin{bmatrix} 0 \\ 255 \\ 100 \end{bmatrix}$ از RGB به CMYK

$$K = 255 - \max(0, 255, 100) = 255 - 255 = 0$$

$$\begin{bmatrix} C \\ M \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 255-0 \\ 255-0 \\ 255-0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 255 \\ 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 255 \\ 0 \\ 125 \end{bmatrix}$$

b. $\begin{bmatrix} 80 \\ 43 \\ 100 \end{bmatrix}$ از CMY به RGB

$$\begin{bmatrix} C \\ M \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 255 \\ 255 \\ 255 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 80 \\ 43 \\ 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 175 \\ 212 \\ 125 \end{bmatrix}$$

c. $\begin{bmatrix} 115 \\ 87 \\ 0 \\ 155 \end{bmatrix}$ از CMYK به RGB (برای این بخش به این لینک مراجعه کنید).

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 255 \times \left(1 - \frac{115}{255}\right) \times \left(1 - \frac{115}{255}\right) \\ 255 \times \left(1 - \frac{87}{255}\right) \times \left(1 - \frac{115}{255}\right) \\ 255 \times \left(1 - \frac{0}{255}\right) \times \left(1 - \frac{115}{255}\right) \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 55 \\ 66 \\ 100 \end{bmatrix}$$

۲. همبستگی یکی از راه های اندازه گیری شباهت و جابجایی میان دو تصویر است. یکی از روش های محاسبه همبستگی normalized cross-correlation است. در این باره تحقیق کرده و نحوه کارکرد این روش را توضیح دهید.

همان‌گونه که گفته شد normalized cross-correlation یکی از روش‌های اندازه گیری همبستگی یا به طور خاص یک روش همبستگی متقابل است. کاربرد رایج این روش در template matching است. در

این روش سعی بر یافتن بخش‌هایی مشابه از یک تصویر با یک تصویر دیگر یا قسمتی از تصویر دیگر است. فرمول کلی از قرار زیر است:

$$cor(x,y) = \sum_{u,v} (T(u,v) \times I(x+u, y+v))$$

اشکال کلی که روش‌های نرمال نشده محاسبه همبستگی دارند، این است که در تصاویری که شباهتی به هم نداشته باشند ولی زمینه دو تصویر، روشن (شدت روشنایی زیاد) باشد، خروجی، مقدار بزرگی خواهد بود که همین امر موجب اشتباه در تعیین شباهت می‌گردد. بنابراین در روش نرمال شده سعی بر این شده است تا روش همبستگی متقابل را نسبت به این امر مقاوم کند. رابطه این روش به صورت زیر است:

$$ncc(x,y) = \frac{\sum_{u,v}(T(u,v)\ .\ I(x+u, y+v))}{\sqrt{\sum_{u,v} T(u,v)^2 . \sum_{u,v} I(x+u,y+v)^2}}$$

حتی می‌توان در فرمول بالا ورودی را به صورت zero-mean در نظر گرفت که رابطه از قرار زیر می‌گردد:

$$ncc(x,y) = \frac{\sum_{u,v}\left((T(u,v) - \bar{T})\ .\ I((x+u,y+v) - \overline{I_{x,y}})\right)}{\sqrt{\sum_{u,v}(T(u,v) - \bar{T})^2 . \sum_{u,v}(I(x+u,y+v) - \overline{I_{x,y}})^2}}$$

هر رابطه‌ای که از نظر مفهومی مانند روابط بالا باشد قابل قبول است. مقدار ncc بین ۱- تا ۱ است که هر چه این عدد به یک نزدیک‌تر باشد بیانگر شباهت بیش‌تر است و صفر بیانگر این است که دو ورودی هیچ شباهتی به هم ندارند.

۳. درباره hessian detector تحقیق کرده و نحوه عملکرد آن را شرح دهید. سپس آن را با harris detector مقایسه کنید (تفاوت‌های پیاده سازی و خروجی را بیان کنید).

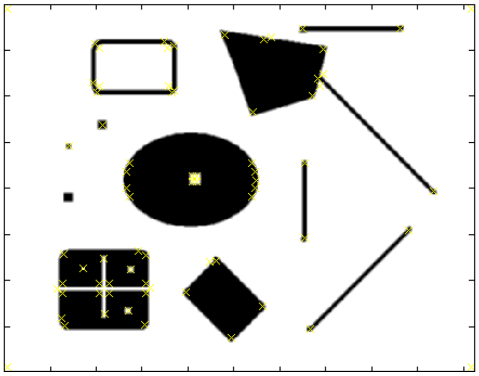
در hessian detector از مشتق دوم از هر راستا استفاده می‌گردد. به این صورت که ابتدا مشتق تصویر نسبت به x و y را محاسبه کرده سپس مشتق‌های دوم هر کدام نسبت به x و y را دوباره محاسبه کرده و ماتریس زیر را محاسبه می‌کنیم:

$$Hessian = \begin{bmatrix} I_{xx}\ (\sigma) & I_{xy}\ (\sigma) \\ I_{xy}\ (\sigma) & I_{yy}\ (\sigma) \end{bmatrix}, \det M = \lambda_1 \lambda_2\ , trace\ M = \lambda_1 + \lambda_2$$

$$\det\left(Hessian(x)\right) = I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2$$

نقاطی که دترمینان در آن‌ها زیاد است بیانگر نقاط شناسایی شده توسط این الگوریتم هستند. با توجه به خواص مشتق دوم این detector علاوه بر نقاط گوشه به نقاطی که روی خمیدگی قرار دارند و از نظر

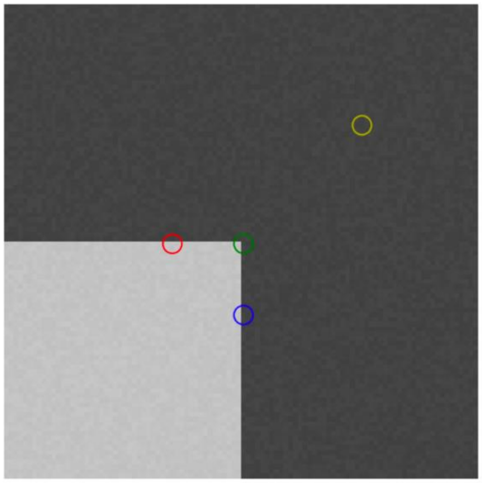
بافتی قوی هستند نیز پاسخ خوبی می‌دهد. به عنوان مثال تصویر زیر خروجی یک hessian detector است.



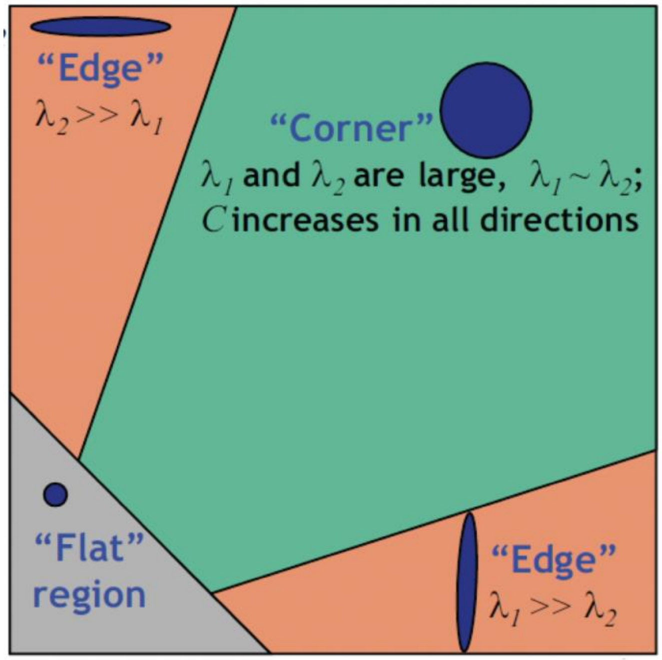
۴. مقادیر ویژه ماتریس‌های زیر را به دست آورید (درصورت نیاز می‌توانید از scipy.linalg.eig استفاده کنید). با توجه به مقادیر ویژه به دست آمده، هر ماتریس متعلق به کدام قسمت مشخص شده در تصویر زیر است؟

$$M_1 = \begin{bmatrix} 84.33 & -16.97 \\ -16.97 & 59.48 \end{bmatrix} \quad M_2 = \begin{bmatrix} 163.54 & -0.217 \\ -0.217 & 0.1053 \end{bmatrix}$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} 0.1714 & -0.496 \\ -0.496 & 164.4 \end{bmatrix} \quad M_4 = \begin{bmatrix} 0.1439 & -0.009 \\ -0.009 & 0.323 \end{bmatrix}$$



طبق نکته گفته شده در کلاس داریم :



مقدار ویژه اول در جهت x و مقدار ویژه دوم در جهت y است (راستا بیانگر جهت بردار ویژه هستند).

مقادیر ویژه λ_1 و λ_2 محاسبه شده برای ماتریس اول به کمک دستور numpy.linalg.eig :

$$M_1 = \begin{bmatrix} 84.33 & -16.97 \\ -16.97 & 59.48 \end{bmatrix}$$

```
>>> m1 = np.array([[84.33, -16.97], [-16.97, 59.48]])
>>> np.linalg.eig(m1)
(array([92.93739228, 50.87260772]), array([[ 0.89183951,  0.45235195],
       [-0.45235195,  0.89183951]]))
```

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 92.93 \\ \lambda_2 = 50.87 \end{cases} \Rightarrow \lambda_1 \sim \lambda_2$$

چون هر دو مقدار نسبتا بزرگ هستند (انرژی در هر دو راستا (تغییرات در هردو راستا) زیاد است در نتیجه گوشه پس گزینه سبز رنگ.

مقادیر ویژه λ_1 و λ_2 محاسبه شده برای ماتریس دوم به کمک دستور numpy.linalg.eig :

$$M_2 = \begin{bmatrix} 163.54 & -0.217 \\ -0.217 & 0.1053 \end{bmatrix}$$

```
>>> m2 = np.array([[163.54, -0.217], [-0.217, 0.1053]])
>>> np.linalg.eig(m2)
(array([1.63540288e+02, 1.05011879e-01]), array([[ 0.99999912,  0.00132774],
       [-0.00132774,  0.99999912]]))
```

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 163.54 \\ \lambda_2 = 0.10 \end{cases} \Rightarrow \lambda_1 \gg \lambda_2$$

چون انرژی ماتریس در جهت x زیاد است (تعییرات در جهت x زیاد است) در نتیجه لبه عمودی پس گزینه آبی.

مقادیر ویژه λ_1 و λ_2 محاسبه شده برای ماتریس سوم به کمک دستور numpy.linalg.eig :

$$M_3 = \begin{bmatrix} 0.1714 & -0.496 \\ -0.496 & 164.4 \end{bmatrix}$$

```
>>> m3 = np.array([[0.1714, -0.496], [-0.496, 164.4]])
>>> np.linalg.eig(m3)
(array([  0.169902, 164.401498]), array([[-0.99999544,  0.00302014],
       [-0.00302014, -0.99999544]]))
```

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0.16 \\ \lambda_2 = 164.40 \end{cases} \Rightarrow \lambda_2 \gg \lambda_1$$

چون انرژی ماتریس در جهت y زیاد است (تغییرات در جهت y بزرگ است) در نتیجه لبه افقی پس گزینه قرمز.

مقادیر ویژه λ_1 و λ_2 محاسبه شده برای ماتریس چهارم به کمک دستور numpy.linalg.eig :

$$M_4 = \begin{bmatrix} 0.1439 & -0.009 \\ -0.009 & 0.323 \end{bmatrix}$$

```
>>> m4 = np.array([[0.1439, -0.009], [-0.009, 0.323]])
>>> np.linalg.eig(m4)
(array([0.14344888, 0.32345112]), array([[-0.9987461 ,  0.05006215],
       [-0.05006215, -0.9987461 ]]))
```

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0.14 \\ \lambda_2 = 0.32 \end{cases} \Rightarrow \lambda_1 \sim \lambda_2$$

چون هر دو مقدار نسبتا کوچک هستند (انرژی ماتریس در هر دو جهت کم است) در نتیجه سطح صاف پس گزینه زرد.

- موفق باشید.