

بسم الله الرحمن الرحيم

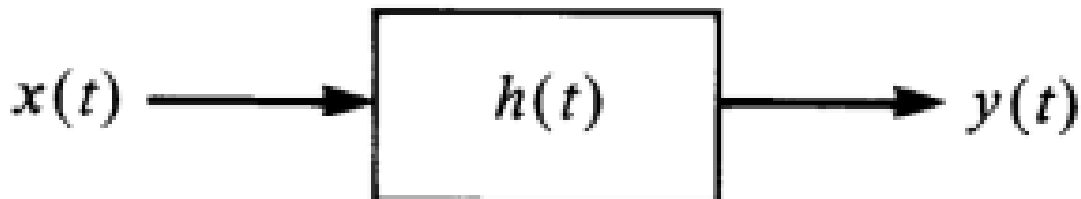
دانشگاه علم و صنعت ایران

بهار ۱۳۹۸

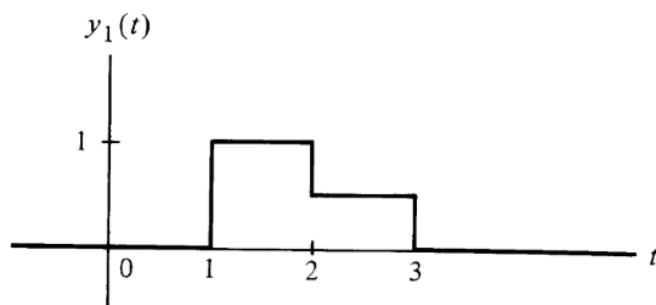
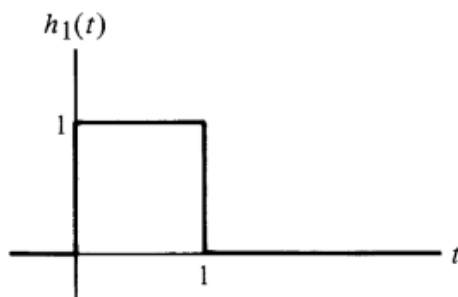
پاسخ تمرین سری دوازدهم

سیگنال‌ها و سیستم‌ها

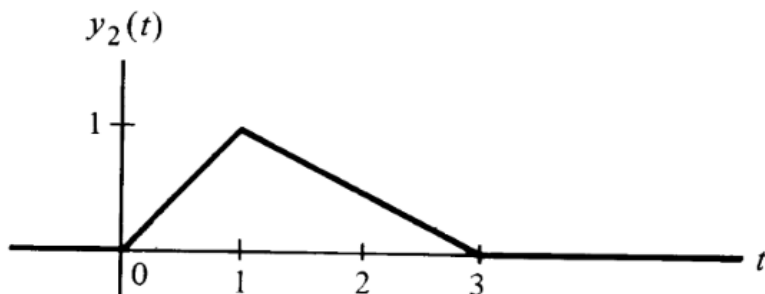
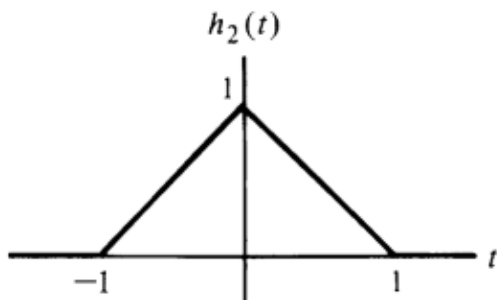
۱. سیگنال $x(t) = \delta(t - 1) + \frac{1}{2}\delta(t - 2)$ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم به کمک سیستم زیر آن را درونیابی کنیم.



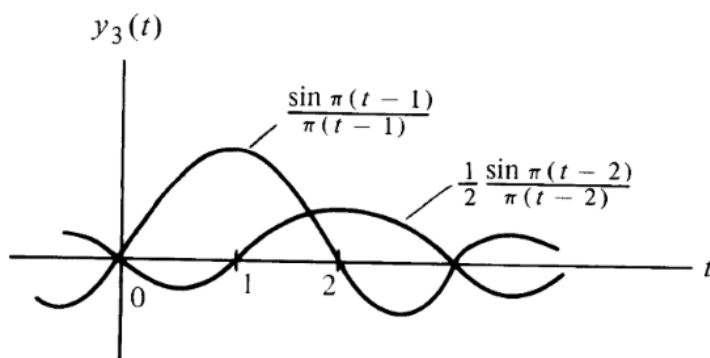
برای هر کدام از $h(t)$ های زیر خروجی سیستم را رسم کنید.
a.



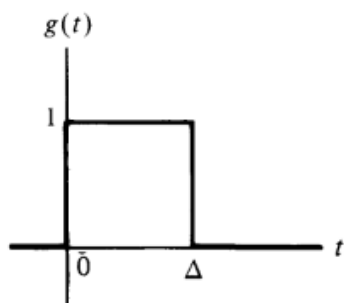
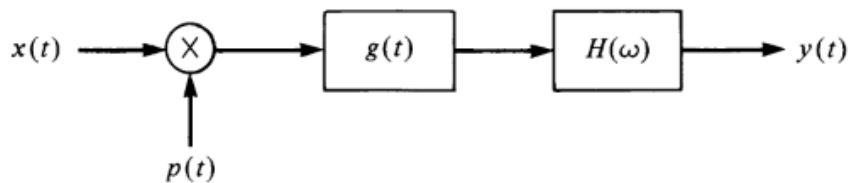
b.



c.
$$h_3(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$



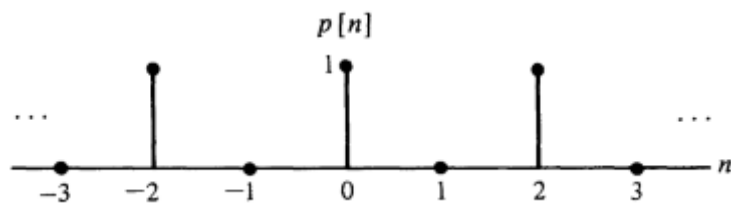
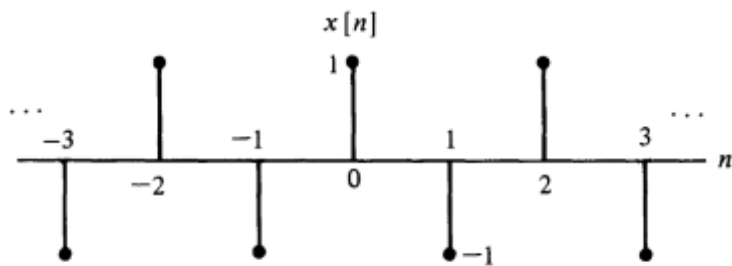
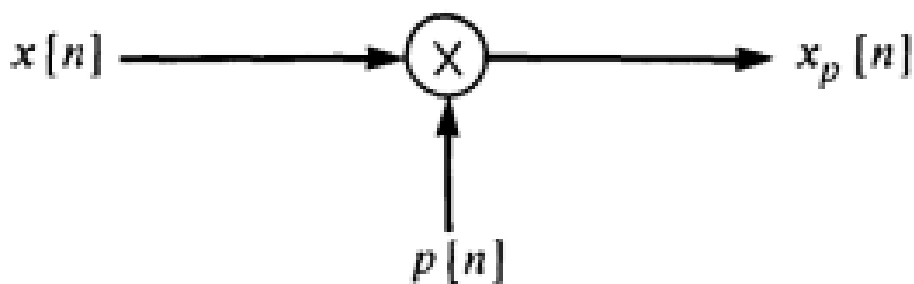
۲. در سیستم زیر $p(t)$ قطار ضربه با دوره تناوب Δ است و پاسخ ضربه $g(t)$ نیز داده شده است. $H(j\omega)$ ای را بیابید که $y(t) = x(t)$ شود. فرض کنید هیچ آلیازینگی رخ نمی دهد.



$$\Rightarrow G(j\omega) = 2 \frac{\sin\left(\omega \frac{\Delta}{2}\right)}{\omega} e^{-j\omega \frac{\Delta}{2}}$$

$$\Rightarrow H(j\omega) = \begin{cases} \frac{\omega}{2 \sin\left(\omega \frac{\Delta}{2}\right)} e^{j\omega \frac{\Delta}{2}} & |\omega| < \frac{\pi}{\Delta} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

۳. سیستم و نمودارهای زیر را در نظر بگیرید. $X(\Omega)$ و $P(\Omega)$ و $x_p[n]$ و $X_p(\Omega)$ را به دست بیاورید.

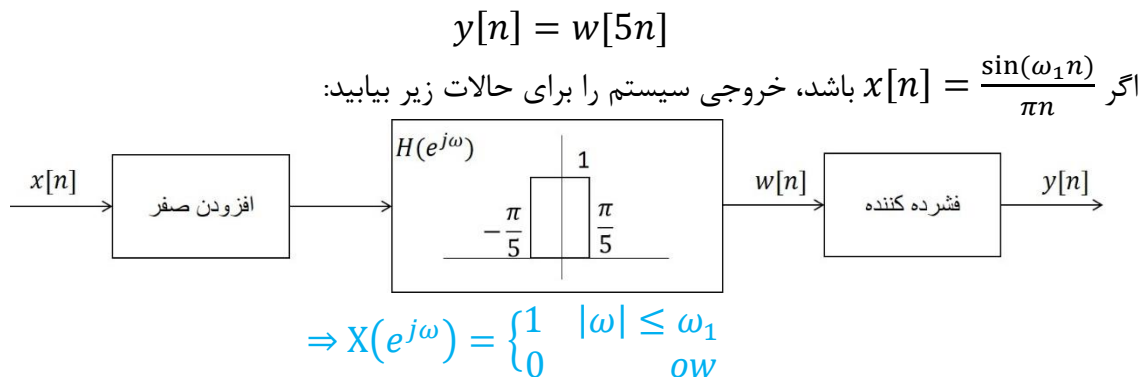


$$\begin{aligned}
 x[n] &= (-1)^n = e^{j\pi n} \\
 \Rightarrow X(\Omega) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \pi - 2k\pi) \\
 p[n] &= \frac{1 + (-1)^n}{2} \\
 \Rightarrow P(\Omega) &= \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2k\pi) + \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \pi - 2k\pi) \\
 &\quad :x_p[n] = p[n] \text{ واضح است که} \\
 \Rightarrow X_p(\Omega) &= P(\Omega)
 \end{aligned}$$

۴. $x[n]$ دارای تبدیل فوریه ی $X(\Omega)$ است. تبدیل فوریه عبارات زیر را بر حسب $X(\Omega)$ بیابید.

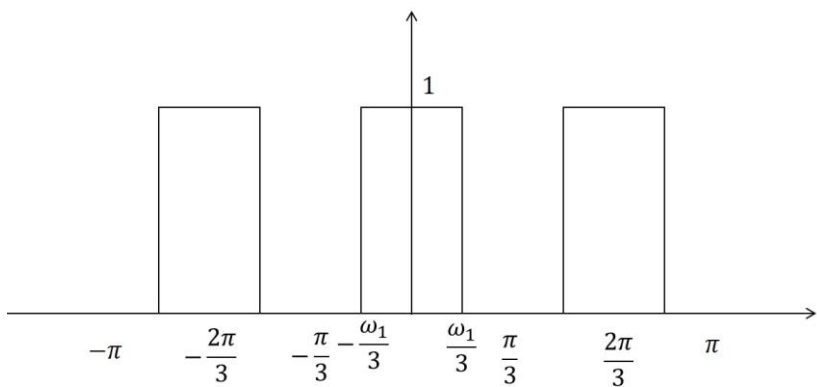
$$\begin{aligned}
 &\text{a. } x_s[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{2}\right], & n \text{ is even} \\ 0, & n \text{ is odd} \end{cases} \\
 X_s(\Omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_s[n] e^{-j\Omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_s[2n] e^{-j2\Omega n} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_s[2n+1] e^{-j\Omega(2n+1)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j2\Omega n} + 0 = X(2\Omega) \\
 &\text{b. } x_d[n] = x[2n] \\
 X_d(\Omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_d[n] e^{-j\Omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[2n] e^{-j\Omega n} = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (x[n] + (-1)^n x[n]) e^{-j\Omega \frac{n}{2}} = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\frac{\Omega}{2}n} + \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j(\frac{\Omega}{2}-\pi)n} = \frac{1}{2} X\left(\frac{\Omega}{2}\right) + \frac{1}{2} X\left(\frac{\Omega}{2} - \pi\right)
 \end{aligned}$$

۵. سیستم زیر را در نظر بگیرید. بخش افزودن صفر بین هر نقطه ورودی دو صفر قرار می دهد. ضابطه بخش فشرده کننده نیز به صورت زیر است:

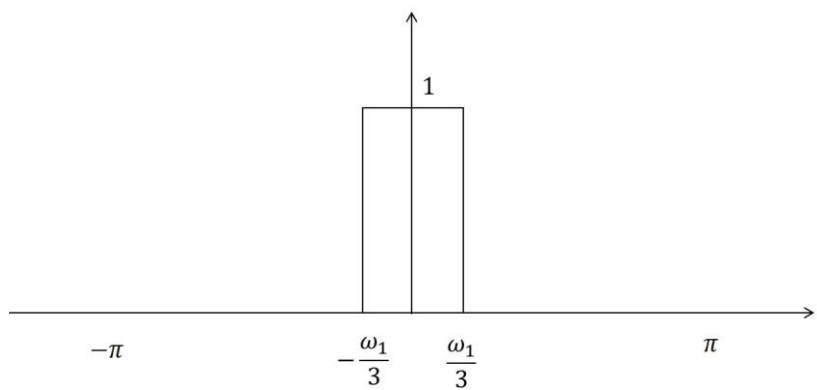


a. $\omega_1 \leq \frac{3\pi}{5}$

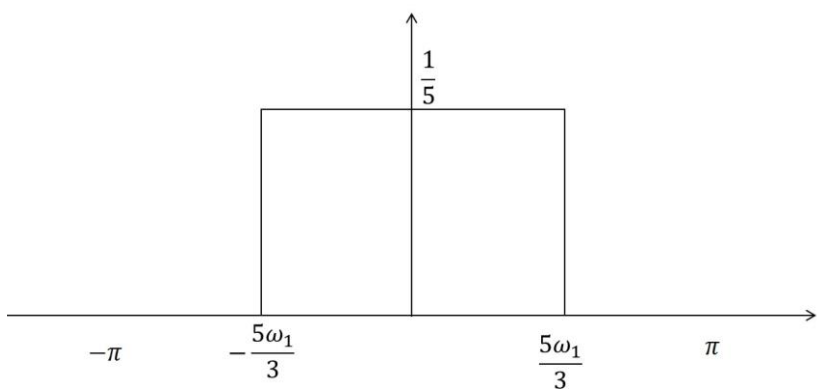
تبدیل فوریه خروجی افزودن صفر به صورت زیر است:



نمودار $W(e^{j\omega})$ به صورت زیر است:



نمودار $Y(e^{j\omega})$ به صورت زیر است:

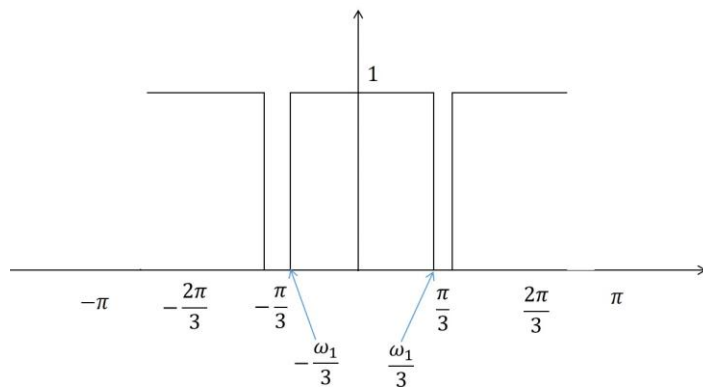


و در نتیجه خروجی سیستم به صورت زیر است:

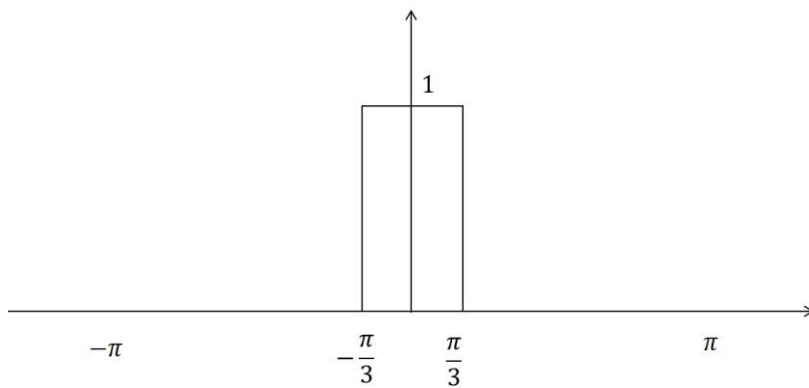
$$y[n] = \frac{1}{5} \frac{\sin(5\omega_1 \frac{n}{3})}{\pi n}$$

b. $\omega_1 > \frac{3\pi}{5}$

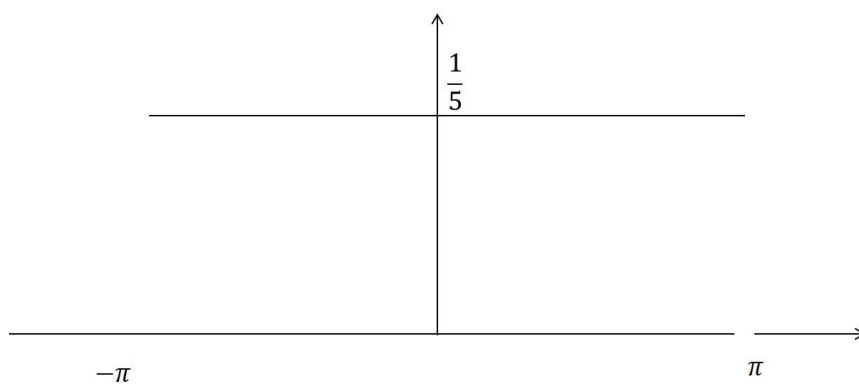
تبدیل فوریه خروجی افزودن صفر به صورت زیر است:



نمودار $W(e^{j\omega})$ به صورت زیر است:



نمودار $Y(e^{j\omega})$ به صورت زیر است:



و در نتیجه خروجی سیستم به صورت زیر است:

$$y[n] = \frac{1}{5} \delta[n]$$