

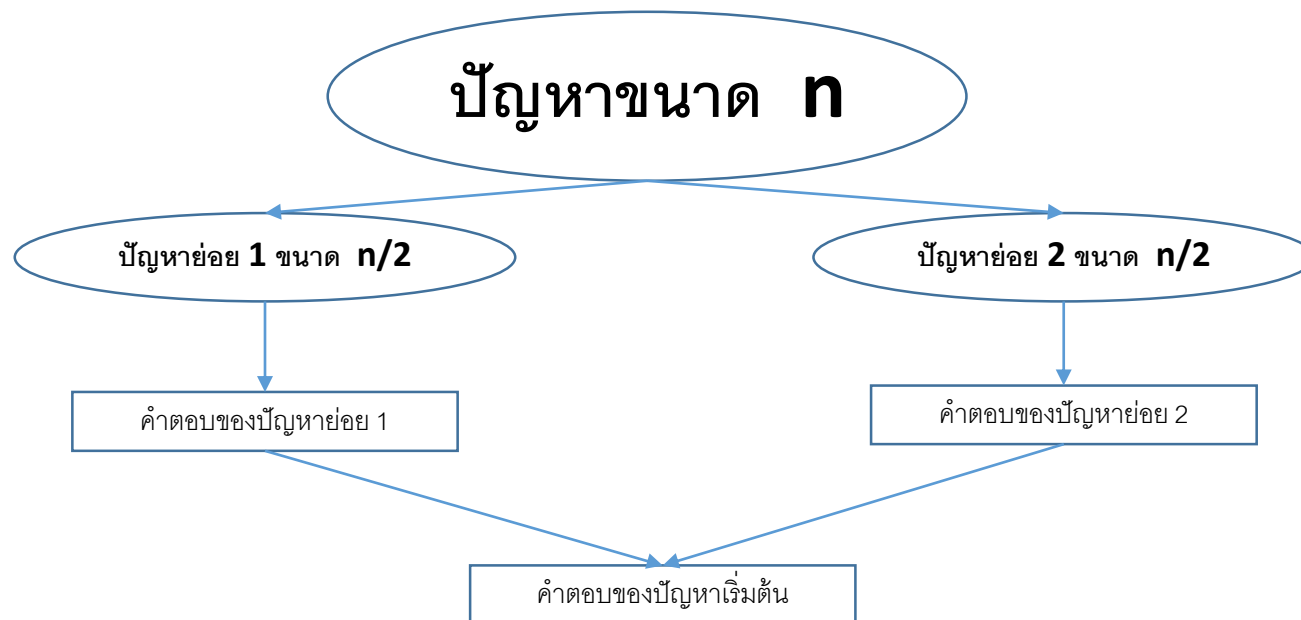
เอกสารประกอบการอบรมคอมพิวเตอร์โอลิมปิกวิชาการ ค่าย 2  
27 มีนาคม – 22 เมษายน 2563

การแบ่งแยกและเอาชนะ  
(Divide and Conquer)

# Divide and Conquer

หลักการ

- แบ่งปัญหาค่อยๆ เป็นปัญหาย่อยๆ ที่เป็นอิสระต่อกัน (ซึ่งแตกต่างจากขั้นตอนวิธี **Dynamic Programming** ปัญหาย่อยไม่เป็นอิสระต่อกัน)
- หาคำตอบของปัญหาย่อย เมื่อปัญหาย่อยมีขนาดเล็กพอ
- คำตอบของปัญหาย่อยเหล่านั้นจะถูกนำไปหาคำตอบของปัญหาเริ่มต้น (สำหรับกรณีปกติ)



# Divide and Conquer

$a[0] + \dots + a[n-1] = ?$

- If  $n=1$ , then return  $a[0]$

- If  $n > 1$ , then

- $a[0] + \dots + a[n-1] = (a[0] + \dots + a[\text{floor}(n/2)]) + (a[\text{ceil}(n/2)] + \dots + a[n-1])$

applying the same method recursively

applying the same method recursively

# แบบฝึกหัด

จงเขียนรหัสเทียมสำหรับหาผลรวม  $a[0] + \dots + a[n-1]$

โดยใช้เทคนิค **Divide and Conquer**

Sum(a,L,R):

$n = R - L + 1$

    if  $n = 1$  then

        return

    if  $n > 1$  then

        return

# การค้นหาแบบทวิภาค (Binary Search)

- Input: A : ตัวแปรอาร์เรย์ที่มีการเรียงลำดับข้อมูลแล้ว  
x : ค่าที่ต้องการค้นหาในอาร์เรย์ A

Output: return ดัชนีของ A      ถ้า x อยู่ใน A  
return -1                      ถ้า x ไม่อยู่ใน A

BinarySearch(A,L,R,x)

L				R
0	...	m	...	n
A[0]	...	A[m]	...	A[n]

$m = \text{floor}((L+R)/2)$

$X \leq A[m] ?$



L		R
0	...	m
A[0]	...	A[m]

L		R
m+1	...	n
A[m+1]	...	A[n]

BinarySearch(A,L,m,x)

BinarySearch(A,m+1,R,x)

# การค้นหาแบบทวิภาค (Binary Search)

- $A=[2,4,7,8,10,13,15]$  ,  $x=4$

L						R
0	1	2	3	4	5	6
2	3	4	8	10	13	15

$m = \dots$

L			R			
0	1	2	3	4	5	6
2	3	4	8	10	13	15

$X \leq A[m] ?$    
 ↗  $R=m$   
 ↘  $L=m+1$

$m = \dots$

		L	R			
0	1	2	3	4	5	6
2	3	4	8	10	13	15

$X \leq A[m] ?$    
 ↗  $R=m$   
 ↘  $L=m+1$

$m = \dots$

		L,R				
0	1	2	3	4	5	6
2	3	4	8	10	13	15

$X \leq A[m] ?$    
 ↗  $R=m$   
 ↘  $L=m+1$

- $A=[2,4,7,8,10,13,15]$  ,  $x=5$

L						R
0	1	2	3	4	5	6
2	3	4	8	10	13	15

$m = \dots$

L			R			
0	1	2	3	4	5	6
2	3	4	8	10	13	15

$X \leq A[m] ?$    
 ↗  $R=m$   
 ↘  $L=m+1$

$m = \dots$

		L	R			
0	1	2	3	4	5	6
2	3	4	8	10	13	15

$X \leq A[m] ?$    
 ↗  $R=m$   
 ↘  $L=m+1$

$m = \dots$

		L,R				
0	1	2	3	4	5	6
2	3	4	8	10	13	15

$X \leq A[m] ?$    
 ↗  $R=m$   
 ↘  $L=m+1$

# แบบฝึกหัด

จงเขียนรหัสเทียมสำหรับปัญหาการค้นหาแบบทวิภาค (Binary Search)

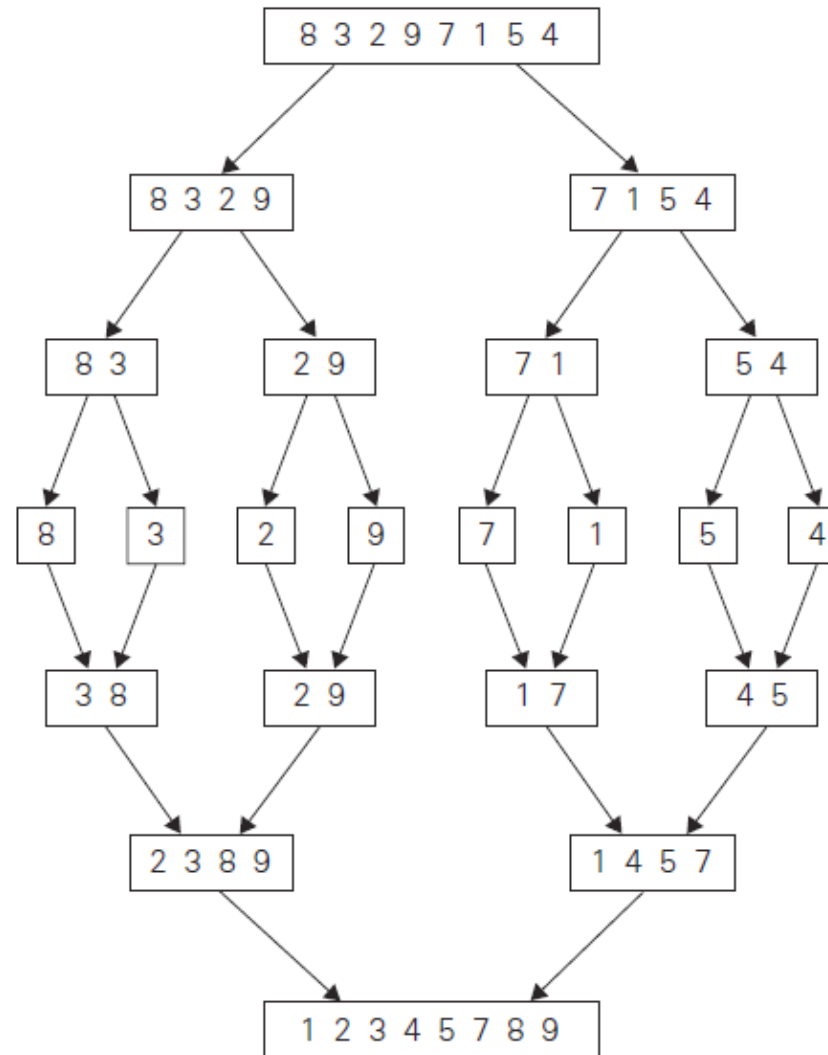
โดยใช้เทคนิค Divide and Conquer

ใช้การเรียกใช้ตัวเอง

BinarySearch(A,L,R,x):

# การเรียงข้อมูลแบบ Mergesort

การเรียงข้อมูล  $A[0], \dots, A[n-1]$  น้อยไปมาก





# การเรียงข้อมูลแบบ Mergesort

การเรียงข้อมูลในอาร์เรย์  $A[0], \dots, A[n-1]$

- แบ่งอาร์เรย์  $A$  ออกเป็น 2 ส่วนเท่ากัน :  $A[0], \dots, A[\lfloor n/2 \rfloor - 1]$  และ  $A[\lfloor n/2 \rfloor], \dots, A[n-1]$
- โดยที่แต่ละส่วนถูกส่งไปจัดเรียงด้วยวิธีเดียวกันกับอาร์เรย์  $A$
- รวมอาร์เรย์ที่มีขนาดเล็กกว่าและถูกจัดเรียงแล้ว ไว้ด้วยกันเป็นอาร์เรย์เดียวที่ถูกจัดเรียง

**ALGORITHM** *Mergesort*( $A[0..n-1]$ )

```
//Sorts array  $A[0..n-1]$  by recursive mergesort
//Input: An array  $A[0..n-1]$  of orderable elements
//Output: Array  $A[0..n-1]$  sorted in nondecreasing order
if  $n > 1$ 
    copy  $A[0..\lfloor n/2 \rfloor - 1]$  to  $B[0..\lfloor n/2 \rfloor - 1]$ 
    copy  $A[\lfloor n/2 \rfloor..n-1]$  to  $C[0..\lfloor n/2 \rfloor - 1]$ 
    Mergesort( $B[0..\lfloor n/2 \rfloor - 1]$ )
    Mergesort( $C[0..\lfloor n/2 \rfloor - 1]$ )
    Merge( $B, C, A$ ) //see below
```

**ALGORITHM** *Merge*( $B[0..p-1], C[0..q-1], A[0..p+q-1]$ )

```
//Merges two sorted arrays into one sorted array
//Input: Arrays  $B[0..p-1]$  and  $C[0..q-1]$  both sorted
//Output: Sorted array  $A[0..p+q-1]$  of the elements of  $B$  and  $C$ 
 $i \leftarrow 0; j \leftarrow 0; k \leftarrow 0$ 
while  $i < p$  and  $j < q$  do
    if  $B[i] \leq C[j]$ 
         $A[k] \leftarrow B[i]; i \leftarrow i + 1$ 
    else  $A[k] \leftarrow C[j]; j \leftarrow j + 1$ 
     $k \leftarrow k + 1$ 
if  $i = p$ 
    copy  $C[j..q-1]$  to  $A[k..p+q-1]$ 
else copy  $B[i..p-1]$  to  $A[k..p+q-1]$ 
```

# Quiz (Divide and Conquer)

จงเขียนรหัสเทียมเพื่อหา

1. ตำแหน่งของสมาชิกที่มากที่สุดของอาร์เรย์  $A$  ที่มีขนาด  $n$   $(A[0], \dots, A[n-1])$
2. ค่ามากที่สุดและน้อยที่สุดของอาร์เรย์  $A$  ที่มีขนาด  $n$   $(A[0], \dots, A[n-1])$
3. หาค่าของ  $a^n$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก